

EXERCICE N°2

Fluctuations de température dans l'atmosphère

On revisite le bilan de l'énergie cinétique turbulente k_t afin d'inclure les effets de la température, et de discuter de l'interaction entre une turbulence cinématique et une turbulence thermique. On rappelle ci-dessous les équations de Navier-Stokes et de transport de l'énergie interne e dans un cadre général,

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho\mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho\mathbf{g} \\ \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e\mathbf{u}) = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \rho\dot{q}_v + \boldsymbol{\tau} : \nabla\mathbf{u} - p\nabla \cdot \mathbf{u} \end{cases}$$

où $de = c_v dT$, $\mathbf{q} = -\lambda\nabla T$ (loi de Fourier) et \dot{q}_v désigne les sources volumiques de chaleur, que l'on supposera nulles ici, $\dot{q}_v \equiv 0$. On rappelle également que le terme $\boldsymbol{\tau} : \nabla\mathbf{u} = \tau_{ij} \partial u_i / \partial x_j$ représente la dissipation visqueuse.

- Établir l'équation sur la température moyenne \bar{T} en introduisant la décomposition de Reynolds $T = \bar{T} + \theta$ pour la température. Montrer que le flux de chaleur moyen total vu par le fluide, c'est-à-dire les contributions dues au gradient de la température moyenne et aux fluctuations de la température, peut se mettre sous la forme suivante :

$$\bar{q}_j^t = -\lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} + \rho c_v \overline{\theta u_j'} = -\rho c_v \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \overline{\theta u_j'} \right) \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{\lambda}{\rho c_v}$$

Que représente le coefficient α ? Que peut-on dire de la diffusion de la chaleur en régime turbulent?

- Les fluctuations de température θ interviennent aussi dans l'équation de Navier-Stokes avec le terme de force ascensionnelle (*buoyancy force* en anglais), que l'on peut exprimer à partir d'un développement de Taylor de la masse volumique ρ autour de la température moyenne :

$$\rho\mathbf{g} \simeq (\bar{\rho} + \rho')\mathbf{g} \simeq \bar{\rho}(1 - \beta\theta)\mathbf{g} \quad \text{où} \quad \beta = \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{\bar{p}, \bar{T}} \quad g_i = -g\delta_{3i}$$

où $g \simeq 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ est l'accélération de la pesanteur. Dans toute la suite, on se placera dans le cadre de l'approximation dit de Boussinesq, où la fluctuation de masse volumique est seulement prise en compte pour la force ascensionnelle dans l'équation de Navier-Stokes.

Calculer l'expression du coefficient de dilatation isobare β pour un gaz parfait, ainsi que le terme supplémentaire associé dans l'équation de Navier-Stokes sur la fluctuation de vitesse u_i' et dans l'équation bilan de l'énergie cinétique turbulente k_t .

3. Pour quantifier les effets de la force ascensionnelle à partir de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente k_t , on peut comparer ce terme supplémentaire avec le terme de production \mathcal{P} par l'intermédiaire du nombre de Richardson :

$$\text{Ri} = -\frac{\bar{\rho} g \overline{\theta u'_3} / \bar{T}}{\mathcal{P}} \quad \text{où} \quad \mathcal{P} = -\bar{\rho} \overline{u'_1 u'_3} \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_3}$$

En utilisant un raisonnement similaire à celui fait en cours pour justifier le signe du terme de production dans l'équation de l'énergie cinétique turbulente, montrer que si $d\bar{T}/dx_3 < 0$, le terme supplémentaire $\bar{\rho} g \overline{\theta u'_3} / \bar{T}$ est un terme de production. Quel est alors le signe du nombre de Richardson Ri ? Que dire de la dispersion de la pollution dans le cas d'une stratification thermique *instable*, *i.e.* lorsque la température décroît avec l'altitude ?

4. Reproduire votre analyse sur le cas d'une stratification thermique *stable*, *i.e.* lorsque la température augmente avec l'altitude ? On parle d'inversion du profil de température. Cette situation se rencontre en particulier lorsque les rayons du soleil ne peuvent plus atteindre le sol en présence de nuages de pollution (*smog*).
5. Chercher un exemple d'article de presse récent en mentionnant explicitement vos sources (journaux, internet, photos, ...) traitant d'une inversion du profil de la température dans l'atmosphère, et commenter le.