Exercice n°5

Les deux énoncés (relativement courts) sont à traiter.

## Moyenne temporelle d'un signal turbulent

Considérons qu'un signal turbulent $u$ soit composé d'une composante lentement variable donnée par $U(t) = U_0 e^{-t/\tau}$, où $U_0$ et $\tau$ sont deux constantes, et d'une composante rapidement variable $u'(t) = aU_0 \cos\left(2\pi t/\epsilon^2 \tau\right)$ où $a$ est une constante, et $\epsilon$ un petit paramètre tel que $0 < \epsilon \ll 1$. On souhaite montrer que la moyenne temporelle suivante :

$$\overline{U}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u(\boldsymbol{x}, t)\, dt$$

permet bien d'extraire la partie lentement variable du signal $u$ pour $\epsilon^2 \tau \ll T \ll \tau$.

1. Calculer la moyenne temporelle $\overline{U}$ du signal $u = U + u'$.
2. En prenant $T = \epsilon\tau$ pour que la moyenne temporelle est un sens, montrer que :

   $$\overline{U} = U(t) + \mathcal{O}(\epsilon)$$

   où $\mathcal{O}(\epsilon)$ représente une quantité qui tend vers zéro lorsque $\epsilon$ tend vers zéro.
3. En utilisant Matlab par exemple pour illustrer graphiquement ces résultats, représenter les différents signaux et la moyenne en faisant apparaître les trois temps caractérisques $\tau$, $T$ et $\epsilon^2\tau$.
4. Reprendre les deux premières questions avec le signal $du/dt$. Commenter.

## Couche limite oscillante

On s'intéresse à une couche limite se développant sur une plaque plane en soufflerie, et qui est soumise à un écoulement extèrieur oscillant (écoulement eulérien sain), de la forme :

$$U_e = U_0 \left\{1 - ax\left[1 - \cos(2\pi f t)\right]\right\} \qquad 0 \leq x \leq 1$$

où la constante $a$ a la dimension inverse d'une longueur, $U_0$ est une vitesse caractéristique et $f$ est la fréquence d'oscillation.

1. Calculer le gradient de pression $dP_e/dx$ associé, et sa valeur moyenne $d\bar{P}_e/dx$ en intégrant sur une période $T = 1/f$.
2. Comparer les expressions obtenues pour $f = 0$ et pour $f \neq 0$. Quelle conclusion pouvez vous en tirer sur le décollement de cette couche limite ?