Travaux dirigés – Ondes dans les fluides – Travail en autonomie

Traiter au choix un des deux thèmes. Préparer un compte-rendu de quelques pages dans lequel vous commenterez soigneusement les choix que vous avez faits et vos courbes. Vous êtes libre d'approfondir un point particulier ou de prendre quelques libertés avec le sujet initial. Le compte-rendu est à rendre pour le vendredi 10 février 2017, par binôme et sous forme papier ou fichier pdf exclusivement (avec un fichier nommé avec votre nom !).

Ondes de gravité de surface

À partir de votre algorithme développé lors des séances précédentes de travaux dirigés, reproduire les courbes du deuxième cours. Préciser l'expression de toutes les variables sans dimension, du choix de la résolution dans l'algorithme de Fourier en fonction des conditions initiales et du temps sur lequel on souhaite calculer la solution. Comparer également vos résultats avec l'estimation donnée par application de la phase stationnaire.

On pourra par ailleurs étudier les deux cas suivants à titre d'illustration du cours, en prenant toujours comme comme condition initiale $\zeta(x_1) = g_0(x_1)$ et $\partial_t\zeta(x_1) = 0$ at $t = 0$,

(i) équation d'advection $\partial_t\zeta + c_\infty\partial_{x_1}\zeta = 0$, avec par conséquent $\Omega(\boldsymbol{k}) = c_\infty k_1$. La solution est alors donnée par l'intégrale de Fourier suivante,

$$\zeta(x_1, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{g}_0(k_1) e^{i(k_1 x_1 - \Omega(\boldsymbol{k})t)} dk_1$$

(ii) équation des ondes $\partial_{tt}\zeta - c_\infty^2\partial_{x_1x_1}\zeta = 0$, avec par conséquent $\Omega(\boldsymbol{k}) = \pm c_\infty k = \pm c_\infty |k_1|$ en 1-D. La solution est alors donnée par l'intégrale de Fourier suivante,

$$\zeta(x_1, t) = R_e\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} \hat{g}_0(k_1) e^{i(k_1 x_1 - \Omega(k)t)} dk_1\right\}$$

Tracé de rayons acoustiques

Intégrer les équations des rayons en 2-D pour le cas d'un jet d'air subsonique parallèle dont le profil de la vitesse moyenne longitudinale $u_0(x_2)$ est donné par,

$$u_0(x_2) = u_j\, e^{-\ln 2 (x_2/b)^2}$$

où u_j est la vitesse sur l'axe et b la demi-largeur du jet. Prendre $\mathrm{M} = 0.7$ où $\mathrm{M} = u_j/c_j$ est le nombre de Mach, $c_j = \sqrt{\gamma r T_j}$ la vitesse du son dans le jet, ici égale à la vitesse du son dans le milieu ambiant, *i.e.* $c_j = c_\infty$ et $T_j = T_\infty$. Considérer deux positions de la source, par exemple $x_2 = 0$ et $x_2 = b/2$, pour le tracé de rayons. Justifier le pas d'intégration temporel choisi.