

ACOUSTIQUE. — *Prédiction des performances d'un absorbeur acoustique actif.* Note de Marie-Annick Galland et Michel Sunyach, présentée par Robert Dautray.

Trois méthodes de calcul (théorie modale, différences finies, éléments finis) sont proposées et comparées pour la détermination du champ de pression dans un système monopolaire d'absorption acoustique active, placé dans un conduit rectangulaire bidimensionnel, de longueur finie. La durée du calcul, la mémoire disponible sur ordinateur et la possibilité d'application à des géométries plus complexes font partie des critères dégagés pour le choix d'une méthode.

ACOUSTICS. — Prediction of the performances of an active noise control system.

This paper compares three procedures (modal theory, finite difference and finite element techniques) which enable us to determine the acoustic fields in a monopolar active noise control system placed in a two-dimensional rectangular duct of finite length. The choice between these procedures depends on the computational time, the computer storage and the ability to be applied to more complex geometries.

Le système d'absorption acoustique active présente la configuration suivante (fig. 1) où S1 est la source de bruit et S2 la source de contrebruit.

Pour le calcul, les sources sont assimilées à des pistons rigides et le champ résultant est ainsi la superposition des champs créés séparément par S1 et S2. La condition d'antibruit exprimée ici par la nullité de la pression résultante en un point D_0 de la zone d'antibruit (le plus souvent $x=R^+$, $y=1/2$) permet de déterminer la vitesse normale W de la source secondaire S2, connaissant la vitesse normale V de la source primaire S1. Le problème à résoudre se trouve simplifié et seul, le calcul du champ créé par la source primaire est nécessaire si le système présente une parfaite symétrie $R_1^- = R_2^- = R^-$ et $Ze_1 = Ze_2 = Ze$.

La pression $P(x, y, t)$ vérifie l'équation des ondes :

$$(1) \quad \eta^2 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2}$$

et les conditions aux limites :

$$(2) \quad \frac{\partial P}{\partial x} = \pm \frac{\eta}{Ze} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad x = -R^- \quad \text{et} \quad x = R^+,$$

$$(3) \quad \frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\eta}{Z} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad y = 1,$$

$$(4) \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0, \quad y = 0, \quad x \notin S1,$$

$$(5) \quad \frac{\partial P}{\partial y} = -2j\pi\eta V \quad \text{avec} \quad V = V_0 e^{2j\pi t}, \quad x \in S1.$$

Les variables x, y, t et le paramètre η ont été rendus adimensionnels par la hauteur H^* du conduit et la fréquence d'excitation $\omega^*/2\pi$, ainsi :

$$x = x^*/H^*, \quad y = y^*/H^*, \quad \dots, \quad t = \frac{\omega^*}{2\pi} t^*, \quad \eta = \frac{\omega^* H^*}{2\pi C_0}.$$

La fréquence d'excitation sera toujours inférieure à la fréquence de coupure du conduit qui correspond à $\eta = 0,5$.

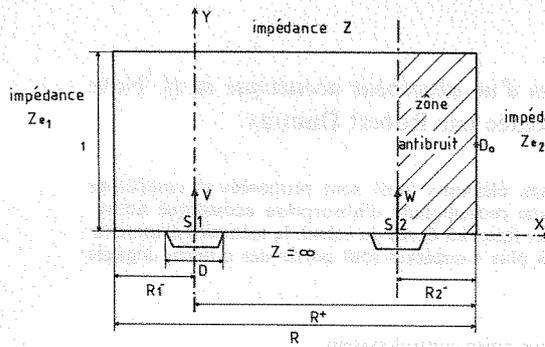


Fig. 1

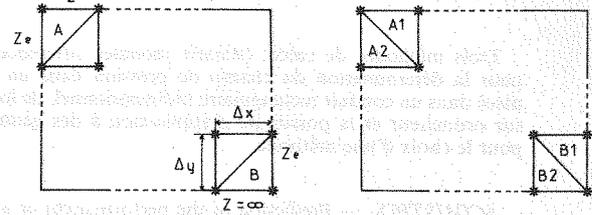


Fig. 2

1° *Calcul modal.* — La méthode modale proposée par Sunyach et Comte-Bellot [1] pour un conduit infini est élargie au cas où des réflexions se produisent aux extrémités, selon la démarche développée par Doak [2]. Les fonctions propres modales $\psi_m(y)$ sont calculées par une méthode de différences finies, choisie pour sa simplicité et sa fiabilité. On notera η_m les constantes de propagation modales, Λ_m les facteurs de normalisation $\left(\Lambda_m = \int_0^1 \psi_m^2(y) dy\right)$ et θ_m les déphasages dus aux réflexions sur les extrémités du conduit :

$$\theta_m = \frac{1}{2} \log \left(\frac{1 + \eta_m Z e / \eta}{1 - \eta_m Z e / \eta} \right)$$

Le champ de pression prend alors les formes suivantes :

- $x < -D/2$

$$P(x, y, t) = \sum_m A_m(y) \sin(\pi \eta_m D) \frac{\text{sh}(\theta_m + 2j\pi \eta_m R^+) \text{sh}(\theta_m + 2j\pi \eta_m (R^- + x))}{\text{sh}(2\theta_m + 2j\pi \eta_m R)} e^{2j\pi t}$$

- $-D/2 < x < D/2$

$$P(x, y, t) = \frac{1}{2j} \sum_m A_m(y) \left\{ 1 - \frac{\text{sh}(\theta_m + 2j\pi \eta_m (R^+ - x)) \text{ch}(\theta_m + 2j\pi \eta_m (R^- - D/2))}{\text{sh}(2\theta_m + 2j\pi \eta_m R)} - \frac{\text{sh}(\theta_m + 2j\pi \eta_m (R^- + x)) \text{ch}(\theta_m + 2j\pi \eta_m (R^+ - D/2))}{\text{sh}(2\theta_m + 2j\pi \eta_m R)} \right\} e^{2j\pi t}$$

- $x > D/2$

$$P(x, y, t) = \sum_m A_m(y) \sin(\pi \eta_m D) \frac{\text{sh}(\theta_m + 2j\pi \eta_m R^-) \text{sh}(\theta_m + 2j\pi \eta_m (R^+ - x))}{\text{sh}(2\theta_m + 2j\pi \eta_m R)} e^{2j\pi t}$$

avec :

$$A_m(y) = \frac{\eta V_0}{\pi \Lambda_m \eta_m^2} \psi_m(0) \psi_m(y)$$

2° *Calcul par une méthode de différences finies.* — La méthode temporelle construite sur un schéma proposé par Baumeister [3] a été adaptée au système monopolaire par Galland et Sunyach [4]. L'équation des ondes (1) est discrétisée sur deux pas d'espace et de temps. Au début du calcul, le système est au repos ($t < 0$) et après une période de « propagation numérique », la solution atteint son état stationnaire [4]. Le problème des

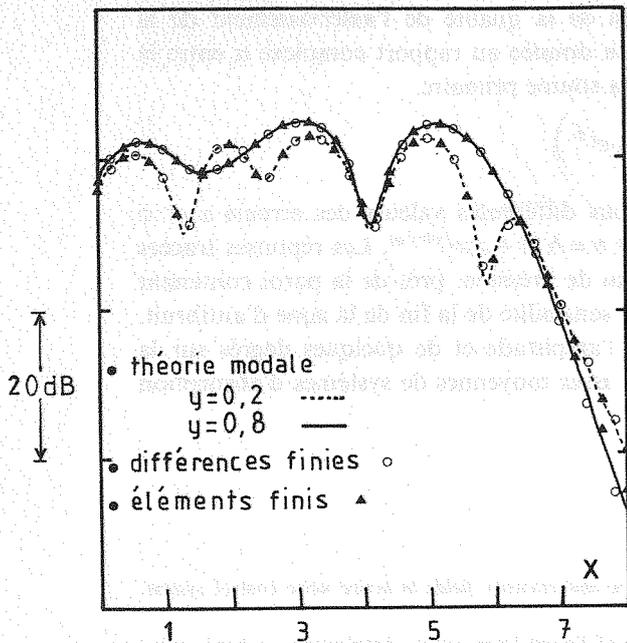


Fig. 3

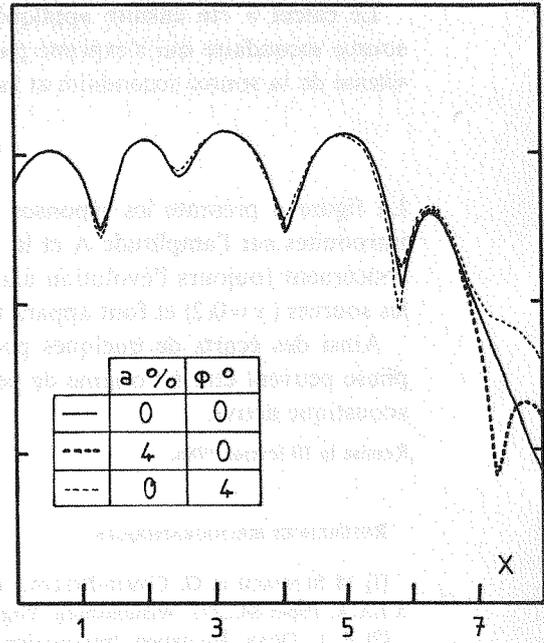


Fig. 4

points frontière se résoud en intégrant l'équation des ondes (1) en espace et en temps puis en introduisant les équations différentielles des conditions aux limites adaptées. Le maillage spatial finalement choisi est régulier et fin ($\Delta x = \Delta y = 0,1$); le pas de temps dont dépend la stabilité du problème est fonction de la fréquence :

$$\Delta t \leq \eta \Delta y / \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2}.$$

3° *Calcul par une méthode d'éléments finis.* — Les équations de base sont ici prises sous leur forme stationnaire; la pression s'écrit *a priori* $p(x, y, t) = P(x, y) e^{2j\omega t}$. L'utilisation de la formule de Green permet d'obtenir la formulation variationnelle du problème, comme indiqué par Petyt [5]. Les triangles linéaires de Lagrange à trois nœuds ont été choisis comme espace de discrétisation. On a conservé le même nombre de nœuds que dans la méthode de différences finies.

Le remplacement des éléments d'impédance double (A et B) par des éléments d'impédance simple (A 1, A 2 et B 1, B 2) représentés sur la figure 2 améliore sensiblement les résultats. Pour la numérotation des nœuds, on applique l'algorithme de Cuthill-MacKee sur la partie non frontière absorbante du domaine; on termine par les nœuds frontière absorbante, où existent les seules relations de type complexe du calcul. La matrice globale du système se compose ainsi de trois quadrants à composantes réelles et d'un quadrant à composantes complexes. Le gain de place mémoire qui en résulte est important.

La comparaison entre les trois méthodes est présentée sur la figure 3. Elle porte sur l'évolution du niveau de pression le long du conduit, à deux hauteurs différentes. L'accord est excellent; seul un écart très minime apparaît dans la fin de la zone d'antibruit ($x > 7$), à des niveaux de pression qui sont évidemment très faibles. La figure 3 met aussi en évidence le réseau d'ondes stationnaires qui s'établit seulement à l'amont de la source secondaire.

Le calcul a été ensuite appliqué à l'examen de la qualité de l'asservissement de la source secondaire qui s'exprime par la précision donnée au rapport complexe α entre la vitesse de la source secondaire et la vitesse de la source primaire,

$$\left(\alpha = \frac{W}{V} = A e^{j\Phi} \right).$$

La figure 4 présente les réponses obtenues pour différentes valeurs des erreurs a et φ introduites sur l'amplitude A et la phase Φ soit $\alpha = A(1+a)e^{j(\Phi+\varphi)}$. Les réponses tracées concernent toujours l'évolution axiale du niveau de pression, près de la paroi contenant les sources ($y=0,2$) et font apparaître l'extrême sensibilité de la fin de la zone d'antibruit.

Ainsi des écarts de quelques pourcents sur l'amplitude et de quelques degrés sur la phase peuvent être à l'origine de performances assez moyennes de systèmes d'absorption acoustique active.

Remise le 10 février 1986.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] M. SUNYACH et G. COMTE-BELLOT, *Acoustic pressure and intensity fields in active noise control system*, A.I.A.A. Paper 84.2271, Williamsburg, Virginia, 1984.
- [2] P. E. DOAK, Excitation, transmission and radiation of Sound from source distributions in hard-walled ducts of finite length (II): The effects of duct length, *J.S.V.*, 31, n° 2, 1973, p. 137-174.
- [3] K. J. BAUMEISTER, Time dependent difference theory for noise propagation in a two-dimensional duct, *A.I.A.A. J.*, 18, n° 12, 1980, p. 1470-1476.
- [4] M. A. GALLAND et M. SUNYACH, Acoustic pressure and intensity distributions in finite length active noise control systems, *I.U.T.A.M. Symposium Aero and Hydroacoustics*, École Centrale de Lyon, 1985.
- [5] M. PETYT, Finite element techniques for acoustics, C.I.S.M. 277, *Theoretical acoustics and numerical techniques*, Springer-Verlag, 1983.

École centrale de Lyon,

Laboratoire de Mécanique des Fluides et Acoustique,

Unité associée au C.N.R.S. n° 263, 36, avenue Guy-de-Collongue, 69130 Ecully.