

Prédiction du bruit à l'aide d'un modèle spectral de turbulence Application au cas d'un jet plan

Guillevic Lamaison, Jean-Pierre Bertoglio & Christophe Bailly

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique
Ecole Centrale de Lyon & UMR CNRS 5509
69134 - Ecully
guillevic.lamaison@ec-lyon.fr
www.lmfa.ec-lyon.fr/autres/CAA/acoustic.html

Résumé :

Dans ce travail, on met en oeuvre une méthode de prédiction du bruit en deux étapes, pour séparer le calcul aérodynamique du calcul acoustique. Dans une première étape, on calcule le champ aérodynamique moyen à partir d'un modèle spectral de turbulence. L'idée avancée ici est d'utiliser le code SCIT (Spectral Closure for Inhomogeneous Turbulence) développé par Touil et Bertoglio qui fournit directement des spectres d'énergie cinétique. En effet, le modèle s'appuie sur l'équation d'évolution du tenseur spectral dont la demi-trace est le spectre de l'énergie cinétique turbulente. Une particularité notable est qu'il introduit une coupure spectrale pour les bas nombres d'onde. Physiquement, cette coupure modélise le blocage des grandes échelles imposé par les parois qui confinent l'écoulement. Ce code a été validé dans plusieurs cas d'écoulements internes et étendu à des configurations d'écoulements libres comme le jet. Dans une deuxième étape, on calcule le champ acoustique avec le modèle SNGR (Stochastic Noise Generation and Radiation). Le spectre d'énergie nous permet de synthétiser un champ stochastique de vitesse pour construire des termes sources acoustiques et de résoudre ensuite les équations d'Euler linéarisées pour obtenir le champ acoustique rayonné.

Abstract :

In this work, a two-step method to predict acoustic noise generation is presented. In the first stage we calculate the average aerodynamic field with a spectral model of turbulence. The SCIT-code (Spectral Closure for Inhomogeneous Turbulence) developed by Touil and Bertoglio provides directly the spectra of kinetic energy. Indeed, this model is based on the equation governing the spectral tensor whose half trace is the spectrum of turbulent kinetic energy. A key point of this model is that a spectral cut-off for low wave-numbers is introduced. Physically this cut-off represents the scale limitation of the large eddies due to the confinement of the flow by walls. This code has been validated in several cases of internal flows and has been extended to free shear flows like the plane jet. In the second stage the radiated sound field is obtained using SNGR-model (Stochastic Noise Generation and Radiation). A stochastic velocity field is built up from the knowledge of turbulent kinetic energy spectra. This velocity field is then used as sources terms in the Linearized Euler Equations to predict the acoustic field.

Mots-clefs :

turbulence ; spectre ; acoustique

1 Introduction

Ce travail se situe dans la suite d'un certain nombre de travaux réalisés au Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique sur la modélisation spectrale de la turbulence inhomogène et sur les méthodes de calculs en aéroacoustique. Il a pour but d'adapter le modèle de turbulence SCIT et de l'appliquer à la prédiction du champ acoustique d'un jet libre. Notons tout de suite que l'on découple le calcul aérodynamique du calcul acoustique et que l'on ne prend donc pas en compte les interactions entre ces deux champs. On présente en section 2 le modèle de turbulence spectral et l'exploitation des résultats de ce modèle pour créer un champ

stochastique de vitesse en section 3. Les premiers résultats pour le cas du jet plan sont présentés en section 4.

2 Le modèle de turbulence

Le modèle de turbulence utilisé pour ce travail est développé au LMFA depuis plusieurs années. Ce modèle appelé SCIT pour Spectral Closure of Inhomogeneous Turbulence s'appuie sur une approche EDQNM et introduit une coupure spectrale permettant d'étudier les écoulements confinés. Les bases du modèle SCIT sont décrites par Bertoglio & Jeandel (1986). En s'appuyant sur les travaux de Ménoret (1983) et Laporta (1995), Parpais (1997) a réalisé le développement d'un modèle spectral dont les équations décrivent l'évolution du spectre de l'énergie cinétique turbulente $E(\vec{x}, k, t)$. Touil (2002a) a quant à lui réalisé une extension de ce modèle allant jusqu'à la description du tenseur spectral $\varphi_{ij}(\vec{x}, k, t)$ associé au tenseur de Reynolds dans l'espace physique.

Le modèle de type RANS incompressible est implanté avec une formulation en éléments finis. On utilise un schéma temporel semi-implicite d'ordre 1 et la discrétisation spectrale suit une loi géométrique. Après formulation faible du problème de convection-diffusion, on le résoud sur l'espace des élément P1-iso-P2.

2.1 Modélisation des différents termes

Pour obtenir l'équation d'évolution de $\varphi_{ij}(\vec{x}, k, t)$ on écrit tout d'abord celle des corrélations doubles des fluctuations de vitesse en deux points $\overline{u_i u_j}(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$. Par un changement de variables dit de point milieu, on obtient l'équation de $\overline{u_i u_j}(\vec{x}, \vec{r})$ dans laquelle \vec{x} est le point milieu et \vec{r} le vecteur séparation de \vec{x}_1 et \vec{x}_2 . La transformée de Fourier sur \vec{r} nous donne alors l'équation du tenseur $\Phi_{ij}(\vec{x}, \vec{k}, t)$. Pour alléger cette description, on fait le choix d'appauvrir ce tenseur en l'intégrant sur des sphères de rayon k ce qui nous donne finalement l'équation de $\varphi_{ij}(\vec{x}, k, t)$:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \overline{U}_l \frac{\partial}{\partial x_l} \right) \varphi_{ij}(\vec{x}, k, t) = \left(-2\nu k^2 + \frac{\nu}{2} \Delta_x \right) \varphi_{ij}(\vec{x}, k, t) + \pi_{ij}^L(\vec{x}, k, t) + p_{ij}^L(\vec{x}, k, t) + t_{ij}^L(\vec{x}, k, t) + d_{ij}(\vec{x}, k, t) \quad (1)$$

On peut rapidement donner une interprétation des différents termes de l'équation (1) :

- Les deux premiers termes de droite représentent les contributions visqueuses.
- $p_{ij}^L(\vec{x}, k, t)$ est le terme de production et ne nécessite pas de modélisation.
- $t_{ij}^L(\vec{x}, k, t)$ est le terme de transfert linéaire dont la trace fait l'objet d'une modélisation de type EDQNM. La modélisation de la partie déviateur de ce tenseur fait intervenir des paramètres de localité et de retour à l'isotropie.
- $\pi_{ij}^L(\vec{x}, k, t)$ est le terme de pression rapide. Il est modélisé à l'aide d'une fonction tensorielle isotrope.
- $t_{ij}^L(\vec{x}, k, t)$ est le terme de transfert linéaire. Il correspond à un transfert d'énergie des grandes vers les petites échelles par le biais de l'action du champ moyen. Il est choisi proportionnel au deuxième invariant du tenseur des déformations.
- $d_{ij}(\vec{x}, k, t)$ est le terme de transport inhomogène. Il est pris en compte par l'introduction d'une viscosité turbulente.

2.2 Prise en compte des parois

La présence de parois dans les écoulements turbulents constitue un problème crucial. Celui-ci est traité ici en deux parties distinctes : une troncature spectrale et un terme d'écho de paroi. La troncature spectrale est une coupure du spectre dans les bas nombres d'onde. Elle reflète simplement le fait que la taille des plus grosses structures est limitée. Pour chaque point de l'écoulement, on calcule donc la distance à la paroi la plus proche. Cette distance est associée à la taille du plus gros tourbillon pouvant exister en ce point et permet de définir ainsi le nombre d'onde de coupure. Pour les nombres d'onde inférieurs, le tenseur spectral est nul en ce point. L'efficacité d'une telle démarche a été montrée notamment dans Bertoglio *et al.* (2001) et Touil *et al.* (2002b). Afin d'illustrer cette coupure, on trace sur la figure 1 plusieurs spectres sur l'axe de symétrie d'un jet plan en s'éloignant au fur et à mesure de la tuyère. On met bien en évidence l'influence faiblissante des parois de la tuyère à mesure que l'on progresse en aval dans le jet.

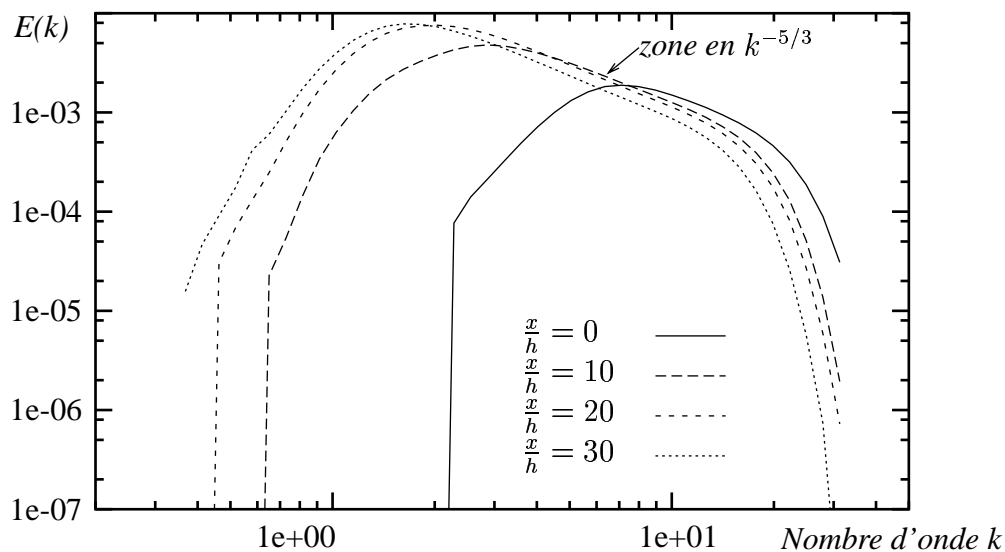


FIG. 1 – Mise en évidence de la coupure spectrale dans les spectres d'énergie cinétique turbulente d'un jet plan à différentes distances axiales x d'une tuyère de hauteur h .

En plus de la coupure spectrale, le modèle intègre à ces équations un terme d'écho de paroi afin de satisfaire les conditions limites.

3 Le modèle acoustique

3.1 Bref rappel sur l'approche stochastique

Il existe plusieurs approches pour obtenir le bruit d'origine aérodynamique. Parmi elles, le calcul direct du bruit est la plus performante puisqu'elle ne fait pas d'hypothèses sur les sources acoustiques (voir par exemple Bogey & Bailly (2002a)). Cependant, elle reste très coûteuse sur un plan numérique. On a donc souvent recours à des méthodes hybrides faisant intervenir une modélisation des termes sources.

On s'intéresse ici au modèle SNGR présenté dans Béchara *et al.* (1994) et Bailly *et al.* (1995). Initialement ce modèle permettait de simuler la propagation du bruit à partir d'une solution RANS de type $k-\epsilon$. On synthétise un champ stochastique à partir des valeurs du champ

moyen, de k et ϵ en reconstruisant des spectres d'énergie dont on impose la forme a priori. L'intérêt du modèle SCIT réside dans le fait qu'il fournit directement les spectres d'énergie cinétique turbulente et qu'il permet donc de se passer de l'étape de reconstruction de ces spectres et des hypothèses liées à cette reconstruction.

3.2 Mise en équation du problème

La propagation acoustique est gouvernée par les équations d'Euler linéarisées autour du champ moyen connu. La formulation du modèle hybride est par exemple donnée dans Bogey *et al.* (2002b) :

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial x_1} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial x_2} + \vec{H} = \vec{S} \quad (2)$$

où $\vec{U} = [\rho', \bar{\rho}u'_1, \bar{\rho}u'_2, p']^t$ est le vecteur que l'on cherche à déterminer, \vec{E} , \vec{F} sont les vecteurs de flux, \vec{H} contient les termes de réfraction et \vec{S} est un terme source. C'est ce terme source qui est exprimé en fonction du champ synthétique turbulent dans le modèle SNGR.

En suivant Kraichnan (1970) et Karweit *et al.* (1991) on écrit ce champ stochastique comme la somme de N modes de Fourier statistiquement indépendants :

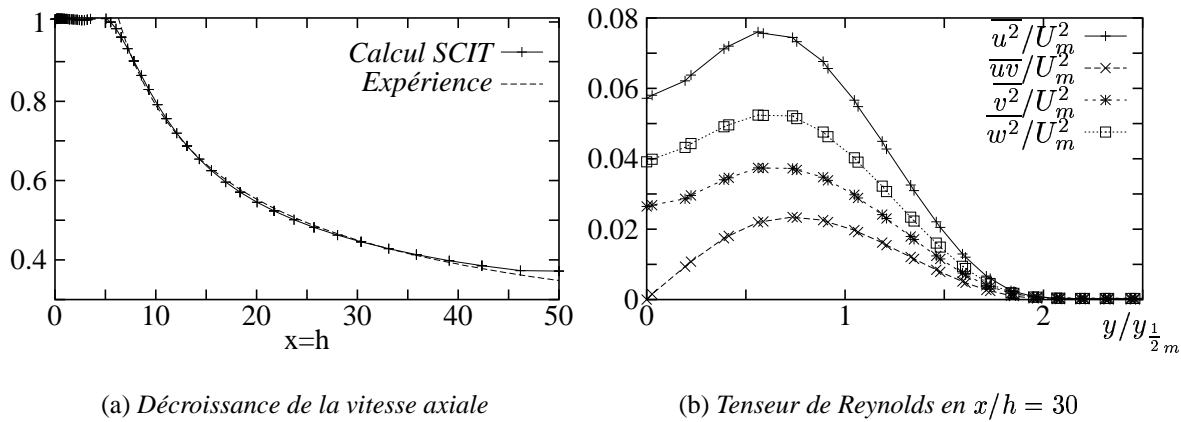
$$\vec{u}_t = 2 \sum_{n=1}^N \tilde{u}_n \cos(\vec{k}_n \cdot (\vec{x} - t\vec{u}_c) + \psi_n + \omega_n t) \vec{\sigma}_n \quad (3)$$

où \tilde{u}_n , ψ_n et σ_n sont l'amplitude, la phase et la direction du mode n , \vec{u}_c la vitesse de convection et ω_n la fréquence angulaire associée au mode n . Il nous faut donc déterminer pour chaque mode, les inconnues du champ synthétique :

- \vec{k}_n est tiré aléatoirement sur des sphères de rayon k_n .
- L'incompressibilité impose $\vec{k}_n \cdot \vec{\sigma}_n = 0$ pour chaque mode.
- ψ_n est choisie selon une loi de probabilité uniforme.
- \tilde{u}_n est déterminée à partir des spectres d'énergie car $k = \sum_{n=1}^N \tilde{u}_n^2$ donc $\tilde{u}_n = \sqrt{E(k_n) \Delta k_n}$ où Δk_n est le pas spectral de discrétisation.
- \vec{u}_c est une fonction du champ moyen qui est connu (calcul RANS)
- ω_n pose un problème plus ouvert. En effet, différentes propositions ont été faites selon l'échelle de temps que l'on considère :
 - (i) $\omega_n \sim k/\epsilon$ pour tous les modes, ce qui correspond au temps des grandes échelles.
 - (ii) $\omega_n = C_K^{1/2} \epsilon^{1/3} k_n^{2/3}$ ce qui correspond au temps des échelles de la zone inertielle.
 - (iii) $\omega_n = 2\pi u' k_n$ ce qui correspond au temps d'Heisenberg.

4 Résultats pour le jet plan

Dans cette partie, on présente les premières applications de notre démarche. Une des difficultés est le traitement des conditions limites du jet plan, le modèle SCIT étant conçu à l'origine pour des cas d'écoulements internes. La validation du champ aérodynamique est effectuée par comparaison avec de nombreux résultats expérimentaux de la littérature; on peut citer ainsi en particulier Van Der Hegge Zijnen (1958a) (1958b), Miller & Comings (1957), Bradbury (1965), Heskestad (1965) et Gutmark & Wygnanski (1976). On valide notamment, la longueur du cône potentiel, le taux d'expansion du jet ainsi que la vitesse axiale. On reporte sur la figure



(a) Décroissance de la vitesse axiale

(b) Tenseur de Reynolds en $x/h = 30$

FIG. 2 – Quelques résultats adimensionnés d'un calcul SCIT de jet plan

2a la décroissance de la vitesse axiale au centre du jet. On peut voir que la zone de cône potentiel s'étend jusqu'à $x/h = 5$ puis que la vitesse décroît comme $(x/h)^{-\frac{1}{2}}$ en accord avec les résultats expérimentaux. La figure 2b montre l'évolution transversale des différentes composantes du tenseur de Reynolds dans une section donnée ($x/h = 30$). Les grandeurs sont adimensionnées par la valeur de la vitesse au centre pour cette section. Il est plus difficile de trouver dans la littérature des mesures de spectres. Les spectres de la figure 1 illustrent bien la large gamme d'échelles mises en jeu dans ce type d'écoulements.

5 Conclusions

Cette étude part d'une idée simple, qui est l'amélioration d'une méthode stochastique de prédiction de bruit par l'utilisation de statistiques plus riches sur l'écoulement turbulent. On présente ici les premiers résultats du calcul aérodynamique d'un jet plan. On complètera notre exposé par la présentation des résultats du calcul acoustique pour ce cas de jet. On pourra par la suite étendre notre étude à d'autres configurations d'écoulements bidimensionnels, et en parallèle, développer une approche axisymétrique du modèle de turbulence.

Références

- Bailly, C., Lafon, P. & Candel, S. 1995 A stochastic approach to compute noise generation and radiation of free turbulent flows. In *16th AIAA Aeroacoustics Conference* Munich, Germany, AIAA Paper 95-092
- Béchara, W., Bailly, C., Lafon, P. & Candel, S. 1994 Stochastic approach of noise modeling for free turbulent flows *AIAA Journal* **32** 455-463
- Bertoglio, J.P., Jeandel, D. 1986 A simplified closure for inhomogeneous turbulence : application to the boundary layer. In *Fifth Turbulent Shear Flows* Springer Verlag, Berlin.
- Bertoglio, J.P., Touil, H., Shao, L., Lamaison, G. 2001 Decay of wall bounded turbulence and turbulent scalar field. In *14th Australian Fluid Mechanics Conference* Adelaide, Australia.
- Bogey, C., Bailly, C. 2002a Direct computation of the sound of a high Reynolds number jet. In *CEAS workshop from CFD to CAA 7-8 november*, Athens, Greece, 1-21.
- Bogey, C., Bailly, C., Juvé, D. 2002b Computation of flow noise using source terms in linearized Euler's equations *AIAA Journal* **40-2** 235-243
- Bradbury, L.J.S. 1965 The structure of a turbulent plane jet *J. Fluid Mech.* **23**, 31-64.

- Gutmark, E., Wygnanski, I. 1976 The planar turbulent jet *J. Fluid Mech.* **73**, 465-495.
- Heskestad, G. 1965 Hot wire measurements in a plane turbulent jet *J. Appl. Mech.* **32**, 721-734.
- Karweit, M., Blanc-Benon, P., Juvé, D., Comte-Bellot, G. 1991 Diffusion by a random velocity field *J. Acoust. Soc. Am.* **89**(1), 52-62.
- Kraichnan, R.H. 1970 Diffusion by a random velocity field *Phys. Fluids* **13**(1), 22-31.
- Laporta, A. 1995 Etude spectrale et modélisation de la turbulence inhomogène *Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon*
- Ménoret, L. 1983 Contribution à l'étude spectrale des écoulements turbulents faiblement inhomogène et anisotrope *Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon*
- Miller, D.R., Comings, E.W. 1957 Static pressure distribution in the free turbulent jet *J. Fluid Mech.* **3**, 1-15.
- Parpais, S. 1997 Développement d'un modèle spectral pour la turbulence inhomogène. Résolution par une méthode d'éléments finis *Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon*
- Touil, H. 2002a Modélisation spectrale de la turbulence inhomogène anisotrope *Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon*
- Touil, H., Bertoglio, J.P., Shao, L. 2002b The decay of turbulence in a bounded domain *J. Turbulence* **3**
- Van Der Hegge Zijnen, B.G. 1958a Measurements of the velocity distribution in a plane turbulent jet of air *Appl. sci. Res.* **A-7**, 256-276.
- Van Der Hegge Zijnen, B.G. 1958b Measurements of turbulence in a plane jet of air by the diffusion method and by the hot-wire method *Appl. sci. Res.* **A-7**, 293-313.