

# Prédiction du bruit à l'aide d'un modèle spectral de turbulence

Guillevic Lamaison, Jean-Pierre Bertoglio & Christophe Bailly

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique  
École Centrale de Lyon & UMR CNRS 5509  
69134 - Ecully  
guillevic.lamaison@ec-lyon.fr  
<http://acoustique.ec-lyon.fr/>

## Résumé :

Dans ce travail, on met en oeuvre une méthode de prédiction du bruit en deux étapes, pour séparer le calcul aérodynamique du calcul acoustique. Le calcul acoustique est basé sur la résolution des Équations d'Euler Linéarisées qui permettent d'obtenir le champ acoustique rayonné par un écoulement turbulent. L'écriture de ces équations fait apparaître un terme source qui dépend uniquement du champ de vitesse fluctuant instantané pour un écoulement isotherme. Le point central de ce travail est l'obtention d'une expression pour ce champ de vitesse fluctuant à partir des résultats du calcul aérodynamique. La méthode SNGR (Stochastic Noise Generation and Radiation) permet de trouver une telle expression à partir du spectre de l'énergie cinétique turbulente. Ce spectre est calculé directement grâce au modèle de turbulence SCIT (Spectral Closure for Inhomogeneous Turbulence) qui s'appuie sur l'équation d'évolution du tenseur spectral dont la demi-trace est le spectre de l'énergie cinétique turbulente. Il faut ensuite introduire une dépendance temporelle dans le champ synthétique avant de pouvoir résoudre les Équations d'Euler Linéarisées. A cet effet il existe plusieurs méthodes que nous exposons ici.

## Abstract :

In this work, a two-step method to predict aerodynamic noise generation is presented. The turbulent field is first calculated and then the radiated acoustic field is predicted by using the Linearized Euler Equations. In these equations appears a source term depending only on the fluctuating velocity field. A key point of this work is to synthesize this fluctuating velocity field from the aerodynamic results. By using the SNGR model (Stochastic Noise and Generation Radiation) we obtain an expression for the synthesized field as a function of turbulent kinetic energy spectra. These spectra are computed with the SCIT model (Spectral Closure for Inhomogeneous Turbulence). This model is based on the equation governing the spectral tensor whose half trace is the turbulent kinetic energy spectrum. Time-dependency is then introduced in the synthesized field by using different methods.

## Mots-clefs :

turbulence ; spectre ; acoustique

## 1 Introduction

L'objectif de ce travail [1] est de prédire le bruit d'écoulements turbulents par la résolution des Équations d'Euler Linéarisées (LEE). Au second membre de ces équations apparaissent des termes sources dépendant uniquement du champ de vitesse fluctuant. Ce champ fluctuant est construit à partir de la solution d'un code stationnaire de type RANS. L'utilisation d'un modèle RANS en deux points permet d'obtenir des statistiques plus riches sur l'écoulement turbulent que celles fournies par un calcul en un point de type  $k - \epsilon$  utilisé plus classiquement. Dans un premier temps, on utilise un modèle de turbulence pour obtenir une solution stationnaire de l'écoulement. On génère dans un deuxième temps des termes sources qui vont permettre de calculer le champ acoustique rayonné dans la dernière étape (LEE). On reviendra tout d'abord sur les résultats obtenus en aérodynamique pour des cas de jets plans. On expliquera ensuite la

manière d’aborder la modélisation des termes sources qui interviennent dans la dernière étape du calcul du bruit.

## 2 Le modèle de turbulence

Le modèle utilisé ici s’appuie sur l’équation de transport de l’intégrale sur des sphères de rayon  $k = \|\vec{k}\|$  (où  $k$  est le nombre d’onde) du spectre des corrélations doubles en deux points. Il a été développé dans cette version par Touil [2] et se nomme SCIT pour *Spectral Closure of Inhomogeneous Turbulence*. Ce modèle s’appuie sur une fermeture de type EDQNM et présente la particularité d’introduire une coupure du spectre pour les petits nombres d’onde modélisant ainsi la présence de parois dans l’écoulement. Cette approche a donné des résultats prometteurs notamment pour une turbulence en décroissance ([3]). Le modèle SCIT avait jusqu’alors été validé dans des configurations d’écoulements internes et la première étape du travail présenté ici a consisté à étendre ce modèle à des écoulements de type jets. On a pour cela réalisé de nombreux calculs et évalué le modèle face à des modèles plus classiques implantés dans le logiciel Fluent6.0 pour différentes configurations. On a distingué deux approches pour un calcul de jet plan. La première approche consiste à considérer un maillage dans lequel il n’y a pas de parois. On injecte un profil de vitesse sous la forme d’une tangente hyperbolique et on le laisse évoluer dans un “champ libre”. Une autre approche a été abordée afin d’utiliser le traitement des parois, spécifique au modèle SCIT. Elle consiste à prendre en compte dans le domaine de calcul, l’extrémité du canal d’injection. On peut voir ce maillage sur la figure 1. Le maillage du

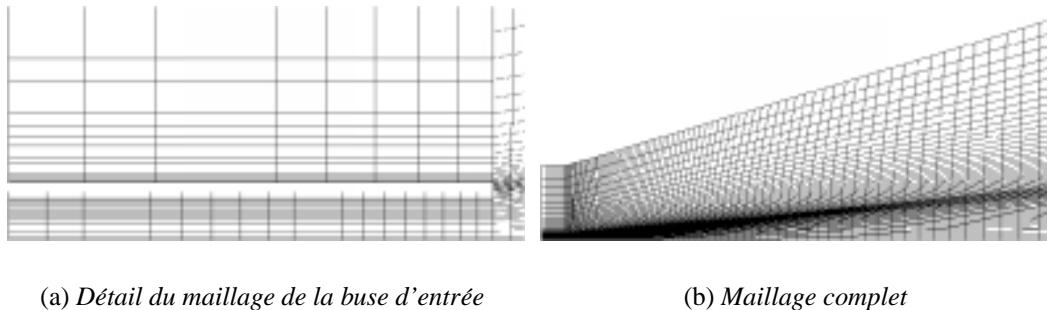


FIG. 1 – Maillage avec le canal d’entrée

domaine sans paroi a une forme beaucoup plus simple comme on peut le voir sur la figure 2 sur laquelle on indique également les dimensions du maillage avec comme longueur de référence, la hauteur d’entrée du jet  $h$ . Dans le cas sans paroi, on choisit de spécifier les conditions limites d’entrée sur toute la hauteur du maillage  $H$ , alors que dans le cas avec paroi, elles seront simplement spécifiées sur la partie représentant le canal.

### 2.1 Calculs sans paroi

L’initialisation de ce type de calcul se fait à l’aide d’un profil de vitesse en tangente hyperbolique de la forme :

$$U(y) = \frac{U_{max}}{2} \left( 1 + \tanh \left( \frac{h - 2y}{2\delta} \right) \right) , \quad 0 \leq y \leq H \quad (1)$$

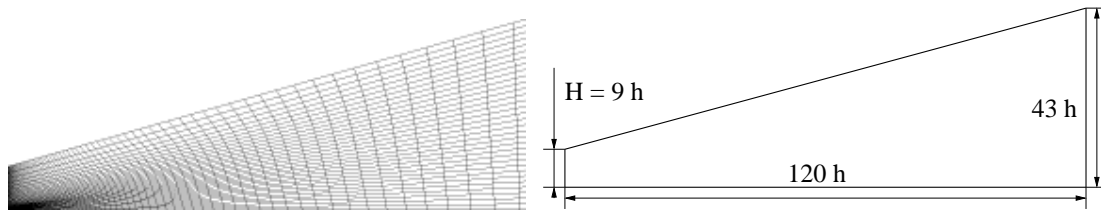


FIG. 2 – Maillage et géométrie pour le calcul sans paroi

La vitesse de débit correspondant à la zone d'injection s'obtient par intégration du profil de vitesse jusqu'à la demi-hauteur de jet et s'écrit  $U_d = \frac{U_{max}}{2} \left( 1 + \frac{2\delta}{h} \ln \left( \cosh \left( \frac{h}{2\delta} \right) \right) \right)$ . Pour le choix des spectres, on détermine un taux de turbulence  $I$ , pouvant être fonction de  $y$ , qui permet de trouver une énergie cinétique turbulente  $\bar{k} = \frac{3}{2} (U(y) I(y))^2$  et un taux de dissipation  $\epsilon = C_\mu^{3/4} \frac{\bar{k}^{3/2}}{L}$  où  $C_\mu = 0.09$  est une constante et  $L$  une échelle de longueur que l'on construit arbitrairement sur le diamètre hydraulique  $L = 0.07 D_H$  avec  $D_H = 2h$ .

On considère alors des spectres de Von Karman - Pao :

$$E(k) = \tilde{\alpha} \frac{u'^2}{k_e} \frac{(k/k_e)^4}{[1 + (k/k_e)^2]^{17/6}} \exp \left[ -\frac{3}{2} C_K \left( \frac{k}{k_\eta} \right)^{4/3} \right] \quad (2)$$

avec  $\tilde{\alpha} \approx 1.453$ , l'échelle de fluctuation de vitesse  $u'^2 = \frac{2}{3} \bar{k}$ , la constante de Kolmogorov  $C_K = \frac{3}{2}$ , l'échelle de Kolmogorov  $k_\eta = \left( \frac{\epsilon}{\nu^3} \right)^{1/4}$  et la relation  $\frac{u'^3}{\epsilon} = \frac{0.815}{k_e}$ .

## 2.2 Calculs avec paroi

Pour ce type de calcul, on réalise un pré-calcul  $k - \epsilon$  dans une conduite pour injecter des grandeurs réalistes. Le pré-calcul est initialisé à l'aide d'un profil de vitesse suivant une loi de puissance dont on choisit l'exposant.

$$U(y) = U_{max} \left( 1 - \frac{2y}{h} \right)^m, \quad 0 \leq y \leq \frac{h}{2}$$

ce qui donne une vitesse de débit  $U_d = U_{max}/(m+1)$ . Les grandeurs turbulentes sont initialisées comme dans le cas précédent. La solution du pré-calcul est ensuite injectée en entrée de canal et les spectres sont initialisés de la même manière que pour le cas sans paroi.

## 2.3 Résultats aérodynamiques

Dans cette section, on montre quelques résultats obtenus avec le modèle SCIT. Ils ont été comparés avec d'autres modèles numériques et également confrontés aux mesures. Les comparaisons aux nombreuses expériences ([4], [5] et [6] par exemple) donnent un bon accord du modèle SCIT. On retrouve notamment la décroissance caractéristique de la vitesse axiale du jet, ou encore la longueur du cône potentiel ainsi que l'établissement d'une zone d'auto-similarité dans le jet que l'on peut vérifier par superposition des profils transversaux adimensionnés. Pour illustrer l'intérêt du modèle SCIT, on réalise une série de calculs pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. Sur la figure 3 on trace l'évolution de la vitesse longitudinale et de l'intensité turbulente sur l'axe du jet. On compare aux résultats expérimentaux de [4] pour la vitesse et

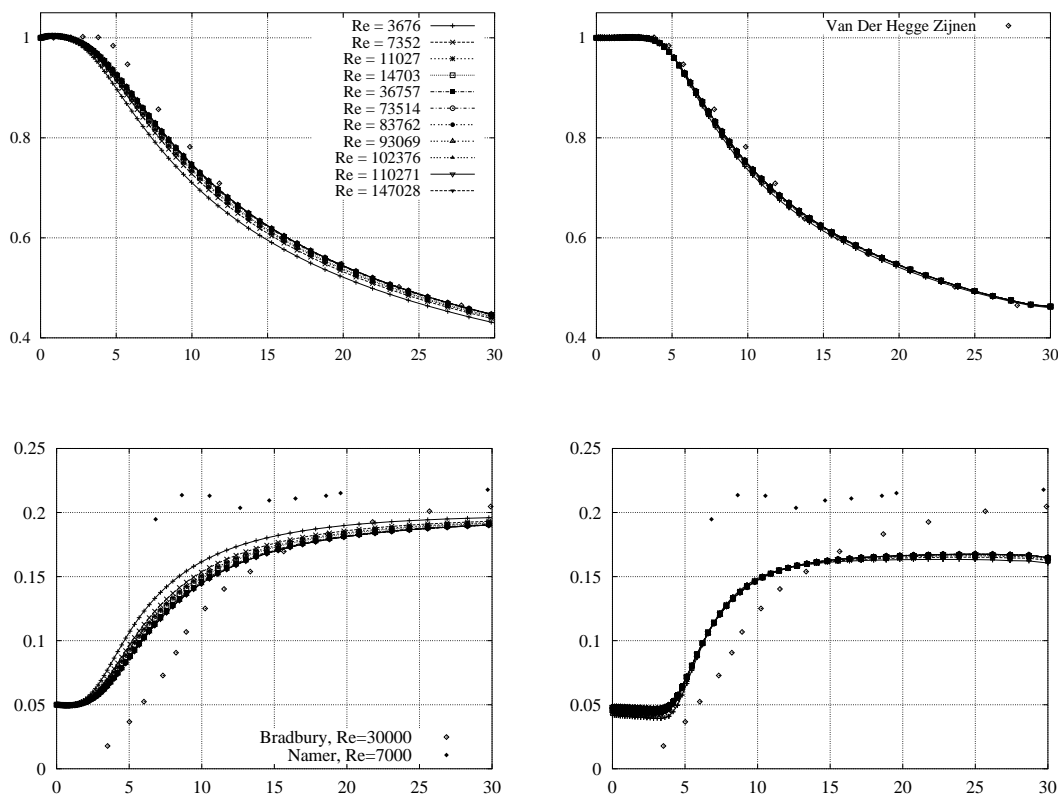


FIG. 3 – Dépendance en Reynolds pour le modèle  $k - \epsilon$  (à gauche) et le SCIT (à droite). En abscisse : position axiale adimensionnée par la hauteur  $h$  du jet. En ordonnée, en haut vitesse axiale adimensionnée par la vitesse en sortie de buse et en bas intensité turbulente.

de [5] et [6] pour l'intensité de turbulence. On constate que le modèle SCIT dépend faiblement du Reynolds pour ces grandeurs en un point. Dans la figure 4, on trace pour les mêmes nombres de Reynolds des spectres d'énergie cinétique turbulente en un même point du jet. On constate cette fois-ci, une dépendance en Reynolds : les spectres s'allongent de plus de deux décades en nombre d'onde avec apparition et croissance d'une zone inertielle comme le souligne l'adimensionnement de Kolmogorov. Ces résultats démontrent l'intérêt de l'utilisation d'un modèle en deux points comme le SCIT par rapport à des modèles en un point plus classiques.

### 3 Le modèle acoustique

L'écriture des Équations d'Euler Linéarisées fait apparaître au second membre un terme source. Ce terme source peut être exprimé de manière exacte en fonction du calcul du seul champ de vitesse fluctuante pour un écoulement isotherme. Connaissant les propriétés statistiques de ce champ fluctuant grâce au calcul RANS, on s'attache à construire un champ synthétique turbulent à l'aide du modèle SNGR (*Stochastic Noise Generation and Radiation*). En suivant Kraichnan [7] et Karweit *et al.*[8] on écrit ce champ stochastique comme la somme

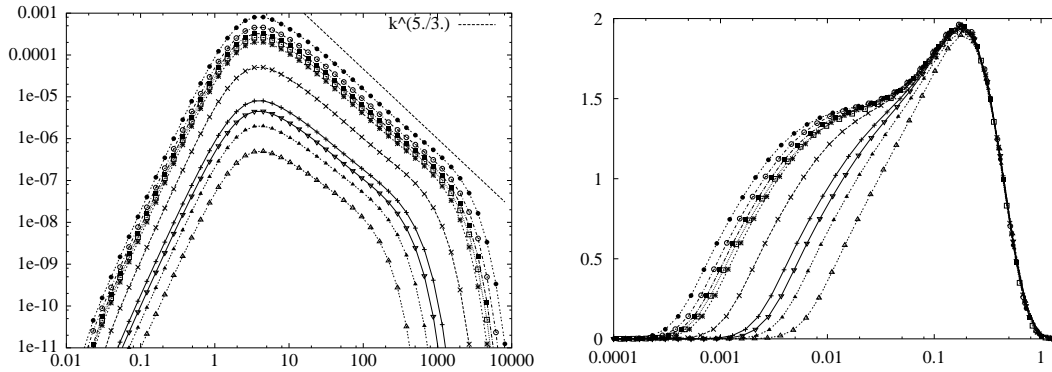


FIG. 4 – *Dépendance en Reynolds des spectres d'énergie cinétique turbulente obtenues par le SCIT. A gauche : spectres  $E(k)$ , à droite : spectres compensés en  $k^{5/3}$  avec l'adimensionnement de Kolmogorov*

de  $N$  modes de Fourier statistiquement indépendants :

$$\vec{u}_t(\vec{x}) = 2 \sum_{n=1}^N \tilde{u}_n \cos(\vec{k}_n \cdot \vec{x} + \psi_n) \vec{\sigma}_n \quad (3)$$

où  $\tilde{u}_n$ ,  $\psi_n$ ,  $\vec{\sigma}_n$ , sont l'amplitude, la phase et la direction du mode  $n$  associé au nombre d'onde  $k_n = \|\vec{k}_n\|$ . L'amplitude est déterminée à partir du spectre de l'énergie cinétique donné par le modèle SCIT lors du calcul RANS :  $\tilde{u}_n = \sqrt{E(k_n) \Delta k_n}$  où  $\Delta k_n$  est le pas spectral de discrétisation. Les autres grandeurs sont tirées aléatoirement :  $\vec{k}_n$  est choisi sur des sphères de rayon  $k_n$ , l'incompressibilité impose  $\vec{k}_n \cdot \vec{\sigma}_n = 0$  pour chaque mode et  $\psi_n$  est choisi selon une loi de probabilité uniforme. L'étape suivante de la démarche est de faire évoluer ce champ au cours du temps. Béchara *et al.*[9] ont d'abord proposé de générer un ensemble de champs stochastiques indépendants. Un filtrage en chaque point permet ensuite d'obtenir une corrélation temporelle adéquate. L'inconvénient de cette méthode est de ne pas prendre en compte les effets de convection. Bailly et Juvé [10] ont ensuite proposé d'introduire la dépendance temporelle directement dans les modes de Fourier en écrivant :

$$\vec{u}_t(\vec{x}, t) = 2 \sum_{n=1}^N \tilde{u}_n \cos(\vec{k}_n \cdot (\vec{x} - t\vec{u}_c) + \psi_n + \omega_n t) \vec{\sigma}_n \quad (4)$$

où  $\vec{u}_c$  permet de prendre en compte les effets de convection par le champ moyen et  $\omega_n$  est un terme de fréquence angulaire choisie aléatoirement sur une distribution gaussienne centrée sur une fréquence calculée à partir d'un temps caractéristique de l'écoulement turbulent (par exemple  $u'k_n$  pour le temps d'Heisenberg). Outre le choix difficile des  $\omega_n$ , cette méthode conduit à une décorrélation temporelle rapide du champ synthétique. Pour remédier à ce problème, Billson *et al.*[11] ont proposé une troisième manière d'introduire une dépendance temporelle pour le champ fluctuant. A chaque pas de temps, un champ synthétique est tiré aléatoirement et est combiné linéairement avec le champ fluctuant de l'instant précédent. Cela permet d'introduire une dépendance temporelle dont on contrôle les paramètres de corrélation. De plus, avant chaque tirage aléatoire, une équation de convection pure est résolue pour le champ fluctuant. Cette méthode est plus lourde à mettre en oeuvre que la précédente puisque à chaque pas

de temps, il faut réaliser un nouveau tirage aléatoire et résoudre une équation de convection. Elle permet cependant de s'affranchir du problème de décorrélation temporelle.

#### 4 Conclusions

Dans cette méthode de prédiction du bruit en deux étapes, les calculs aérodynamiques ont été menés à bien et seront présentés lors de l'exposé oral. On exposera également, les différentes stratégies de construction du champ synthétique ainsi que les résultats de calculs acoustiques pour le cas test du jet plan. On justifiera notamment le choix de la formulation temporelle qui est un point crucial de la méthode. La dépendance en temps du champ stochastique doit en effet lui conférer des propriétés statistiques temporelles sans altérer ses propriétés statistiques spatiales.

#### Références

- [1] G. Lamaison, J.P. Bertoglio, and C. Bailly. Prédiction du bruit à l'aide d'un modèle spectral de turbulence - application au cas d'un jet plan. Dans *16ème Congrès Français de Mécanique*, Nice, France, 1-5 septembre 2003.
- [2] H. Touil. *Modélisation spectrale de la turbulence inhomogène anisotrope*. Thèse de doctorat, 2002-20, Ecole Centrale de Lyon, 2002.
- [3] H. Touil, J.P. Bertoglio, and L. Shao. The decay of turbulence in a bounded domain. *J. Turbulence*, 3, 2002.
- [4] B.G. Van Der Hegge Zijnen. Measurements of the velocity distribution in a plane turbulent jet of air. *Appl. sci. Res.*, A-7:256–276, 1958.
- [5] I. Namer and M.V. Ötügen. Velocity measurements in a plane turbulent air jet at moderate reynolds numbers. *Experiments in Fluids*, 6:387–399, 1988.
- [6] L.J.S. Bradbury. The structure of a self-preserving tubulent plane jet. *J. Fluid Mech.*, 23(1):31–64, 1965.
- [7] R.H. Kraichnan. Diffusion by a ramdom velocity field. *Phys. Fluids*, 13(1):22–31, 1970.
- [8] M. Karweit, P. Blanc-Benon, D. Juvé, and G. Comte-Bellot. Simulation of the propagation of an acoustic wawe through a turbulent velocity field. *J. Acoust. Soc. Am.*, 89(1):52–62, 1991.
- [9] W. Béchara, C. Bailly, P. Lafon, and S. Candel. Stochastic approach of noise modeling for free turbulent flows. *AIAA Journal*, 32:455–463, 1994.
- [10] C. Bailly and D. Juvé. A stochastic approach to compute subsonic noise using linearized euler's equations. Dans *5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Seattle, WA, 10-12 May 1999. AIAA Paper 99-1872.
- [11] M. Billson, L.E. Eriksson, and L. Davidson. Jet noise prediction using stochastic turbulence modelling. Dans *9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Hilton Head, South Carolina, may 12-14 2003.