

Calcul direct du bruit aérodynamique rayonné par des géométries complexes

Olivier Marsden, Christophe Bogey, Christophe Bailly

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, École Centrale de Lyon & UMR CNRS 5509
69134 Ecully, France.

Résumé :

Ce travail décrit l'application de techniques numériques d'ordre élevé à la simulation d'écoulements sur des maillages curvilignes, et montre l'intérêt de cette approche pour le calcul direct du bruit rayonné par un objet de forme complexe placé dans un écoulement. Les aspects numériques de la résolution des équations curvilignes de Navier-Stokes sont présentés. Deux exemples du calcul direct de rayonnement acoustique sont donnés. Le premier est la simulation d'un écoulement autour d'un cylindre à bas nombre de Reynolds, ainsi que du champ acoustique rayonné par l'écoulement. On montre ensuite le calcul de l'écoulement et du rayonnement acoustique autour d'un profil d'aile NACA 0012.

Abstract :

The current work describes the application of high-order numerical techniques to curvilinear body-fitted grids, demonstrating the feasibility of direct computations of noise radiated by flows around complex non-Cartesian bodies. We first rapidly describe the numerical techniques implemented in our curvilinear simulations. The explicit high-order differencing and filtering schemes are presented, as well as their application to the curvilinear Navier-Stokes equations. We then present brief results of two 2-D acoustic simulations. First the flow around a cylinder, and the associated acoustic field, are described. The diameter-based Reynolds number $Re_D = 150$ is under the critical Reynolds number of the onset of 3-D phenomena in the vortex-shedding. Simulation results can thus be meaningfully compared to experimental measurements. Finally the noise generated by a low Reynolds number laminar flow around a NACA 0012 airfoil is presented.

Mots-clefs :

simulation numérique directe, maillages curvilignes, ordre élevé, aéroacoustique

1 Introduction

Le développement au cours de ces deux dernières décennies de méthodes numériques précises a ouvert de nouvelles perspectives dans le domaine de la simulation numérique. Ces méthodes ont en effet permis la diminution des erreurs numériques en terme de dissipation et de dispersion, et la réduction du nombre de points de discrétisation nécessaires par longueur d'onde. Il est ainsi devenu possible de simuler des phénomènes complexes avec une précision élevée et quantifiée. Ceci est particulièrement intéressant pour la simulation numérique en aéroacoustique (CAA), où plusieurs ordres de grandeur existent entre les niveaux d'énergie et les longueurs d'onde des fluctuations acoustiques et ceux des perturbations hydrodynamiques, et où de longues distances de propagation sont souvent rencontrées. Pour prendre en compte ces problèmes spécifiques à la CAA, il est possible d'utiliser des schémas numériques explicites, tels ceux proposés par Tam et Webb [1] ou par Bogey et Bailly [2], ou des schémas implicites comme ceux développés par Lele ou par Visbal et Gaitonde [3, 4].

Les schémas d'ordre élevé emploient généralement de grandes molécules de calcul, et sont de ce fait le plus souvent mis en œuvre sur des maillages structurés. Les géométries complexes

et courbes sont par ailleurs relativement faciles à simuler grâce à des méthodes non-structurées, mais souvent impossibles à représenter à l'aide d'un maillage cartésien sans avoir recours à des procédés d'extrapolation [5] pour les conditions de paroi. L'utilisation d'une transformation géométrique ramenant un maillage curviligne à un maillage cartésien permet de contourner ce problème. On peut en effet bénéficier des bonnes performances des méthodes numériques d'ordre élevé sur le maillage cartésien, tout en maintenant une discrétisation qui épouse la forme de l'objet à simuler. Dans ce travail nous appliquons ces méthodes à la résolution des équations de Navier-Stokes autour de géométries complexes et montrons des résultats pour deux cas d'écoulements autour d'un cylindre et d'un profil.

2 Aspects numériques

2.1 Les équations curvilignes

Les simulations directes des équations de Navier-Stokes ont déjà montré leur intérêt pour l'étude des mécanismes de production de bruit dans les cas des jets libres [6] et d'écoulements affleurant des cavités rectangulaires [7]. Il s'agit maintenant de développer ces simulations pour des maillages curvilignes. Un maillage épousant la paroi de l'objet à simuler est construit. Une transformation géométrique permettant de ramener ce maillage physique curviligne à un maillage cartésien est ensuite calculée. Cette transformation est appliquée aux équations de Navier-Stokes en 2-D, et les équations transformées sont alors discrétisées et résolues par différences finies sur le maillage cartésien. Les équations transformées peuvent s'écrire

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mathbf{U}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \frac{1}{J} [\xi_x (\mathbf{E}_e - \mathbf{E}_v) + \xi_y (\mathbf{F}_e - \mathbf{F}_v)] \right\} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \frac{1}{J} [\eta_x (\mathbf{E}_e - \mathbf{E}_v) + \eta_y (\mathbf{F}_e - \mathbf{F}_v)] \right\} = 0$$

où $\mathbf{U} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho e_t)^T$, $J = |\partial(\xi, \eta)/\partial(x, y)|$ est le Jacobien de la transformation entre l'espace physique (x, y) et l'espace de résolution (ξ, η) , et les flux \mathbf{E}_e , \mathbf{F}_e , \mathbf{E}_v et \mathbf{F}_v sont donnés par les expressions

$$\mathbf{E}_e = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (\rho e_t + p)u \end{pmatrix} \quad \mathbf{E}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - q_x \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F}_e = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (\rho e_t + p)v \end{pmatrix} \quad \mathbf{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} - q_y \end{pmatrix}$$

Dans les équations précédentes, ρ représente la densité du fluide, u et v sont les composantes selon x et y de la vitesse, et p la pression. Après prise en compte de l'équation des gaz parfaits, l'énergie spécifique totale e_t est donnée par $e_t = p/[(\gamma - 1)\rho] + (u^2 + v^2)/2$. Le terme de chaleur \mathbf{q} est donné par la loi de Fourier $\mathbf{q} = -(\mu c_p/\sigma)\nabla T$ où σ est le nombre de Prandtl, μ est la viscosité dynamique moléculaire et c_p le coefficient de chaleur à pression constante. Le tenseur des contraintes visqueuses est celui d'un fluide newtonien.

2.2 Méthode de résolution

Les dérivées spatiales dans l'intérieur du domaine de calcul sont calculées avec des schémas aux différences finies explicites sur onze points de Bogey et Bailly [2]. Ces schémas sont d'ordre quatre et optimisés pour calculer avec précision des perturbations jusqu'à quatre points par longueur d'onde. Les dérivées partielles de la matrice jacobienne de la transformation sont également calculées avec ces schémas, à partir de l'expression

$$J_{i,j} = \frac{(-1)^{i+j} J_{j,i}^{-1}}{|J^{-1}|}$$

pour une transformation 2-D.

Proche des parois, l'emploi des schémas sur onze points pour le calcul des dérivées n'est plus possible, et ils sont remplacés par les schémas sur sept points DRP [1], les schémas centrés et décentrés standards sur cinq points. Une condition de non-glissement est appliquée à la paroi, ainsi que la condition $\partial p / \partial n = 0$.

L'intégration temporelle est effectuée grâce à un schéma de Runge-Kutta explicite sur six étapes développé par Bogey et Bailly [2].

Les schémas centrés aux différences finies n'introduisant aucune dissipation, les oscillations non-physiques de type maille-à-maille ne sont pas amorties par l'algorithme numérique. Un filtre sélectif passe-bas [2] est donc utilisé pour enlever ces oscillations parasites. Le filtre est construit sur onze points, et optimisé pour minimiser la dissipation sur les longueurs d'onde que l'on souhaite préserver. Comme pour le calcul des dérivées, le filtrage proche des parois ne peut être effectué avec ce filtre centré sur onze points. On utilise alors près de la paroi des filtres toujours sur onze points, mais décentrés. Ces filtres, développés par Berland *et al.* [8], permettent d'obtenir une grande précision dans les zones de paroi.

3 Applications

Plusieurs configurations ont été étudiées, comme la diffraction d'une source acoustique par deux cylindres par exemple[9]. On présente ici deux exemples de simulation directe des équations de Navier-Stokes.

3.1 Écoulement autour d'un cylindre à un nombre de Reynolds de 150

L'écoulement laminaire autour d'un cylindre a été étudié. Le nombre de Reynolds basé sur le diamètre est faible, $Re_D = U_\infty D / \nu = 150$, ce qui assure une évolution physique parfaitement 2-D de l'écoulement [10], et permet de justifier la comparaison de nos résultats de simulation 2-D à des résultats expérimentaux. Le nombre de Mach de l'écoulement est de $M_\infty = 0.33$, et le diamètre du cylindre de $D = 2 \times 10^{-5}$ m. Le maillage cylindrique compte 300 points dans la direction radiale et 500 dans la direction azimutale. Un recouvrement de 10 points dans la zone de sillage est utilisé pour imposer une condition périodique azimutale.

Les différents paramètres de l'écoulement étudiés, comme le nombre de Strouhal, les coefficients de traînée et de portance, et les profils de vitesse dans le sillage, montrent un bon accord avec les études expérimentales et numériques de la littérature. La Figure 1 présente par exemple l'évolution du nombre de Strouhal du lâcher tourbillonnaire en fonction du nombre de Reynolds, ainsi que la valeur obtenue dans notre simulation. La physique de l'écoulement autour du cylindre, en particulier le nombre de Reynolds effectif de l'écoulement, semble ainsi être

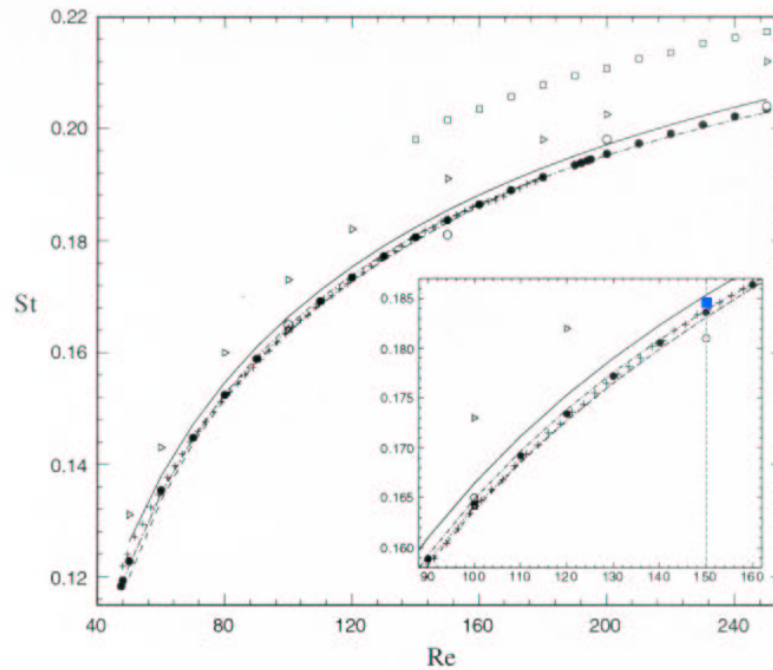


FIG. 1 – Évolution expérimentale du nombre de Strouhal du lâcher tourbillonnaire derrière un cylindre en fonction du nombre de Reynolds, tiré de Posdziech et Grundmann [11], ■ : valeur simulée.

correctement capturée par cette simulation. La grande précision des procédés numériques nous permet également d’obtenir le champ acoustique rayonné, comme le montre la Figure 2.

3.2 Bruit de profil dans un écoulement laminaire

Un exemple de calcul direct du rayonnement d’un profil NACA 0012 dans un écoulement laminaire est enfin montré. La corde du profil est de $c = 8$ mm, et le nombre de Mach de l’écoulement est de $M_\infty = 0.33$, ce qui fournit un nombre de Reynolds basé sur la corde $Re_c = 60000$. Le profil est maillé avec un maillage de type C [12] comprenant 1000 points dans la direction azimutale et 200 points dans la direction radiale, et une bande horizontale de 10 points qui se superposent dans la zone de sillage permet d’effectuer la jonction entre les moitiés supérieure et inférieure du maillage.

Le nombre de Reynolds de 60000 est relativement faible, pour éviter une transition turbulente dans la couche limite. A ce nombre de Reynolds, on observe un sillage de type allée de von Kármán, et un rayonnement acoustique provenant de la zone du bord de fuite. La Figure 3 montre le champ de pression fluctuante autour du profil. Le rayonnement acoustique est fortement dipolaire, comme attendu à cette valeur relativement faible du nombre de Reynolds, et on constate une directivité plus marquée vers l’amont.

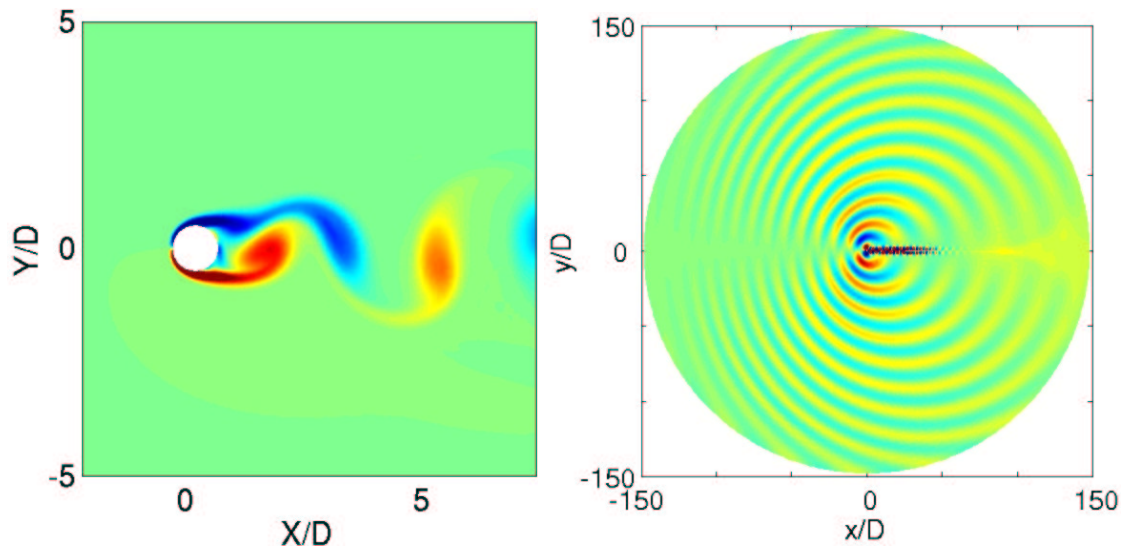


FIG. 2 – Champs instantanés de vorticité et de pression autour d'un cylindre à un nombre de Reynolds de 150 et un nombre de Mach de $M_\infty = 0.33$. La distance est adimensionnée par le diamètre D du cylindre.

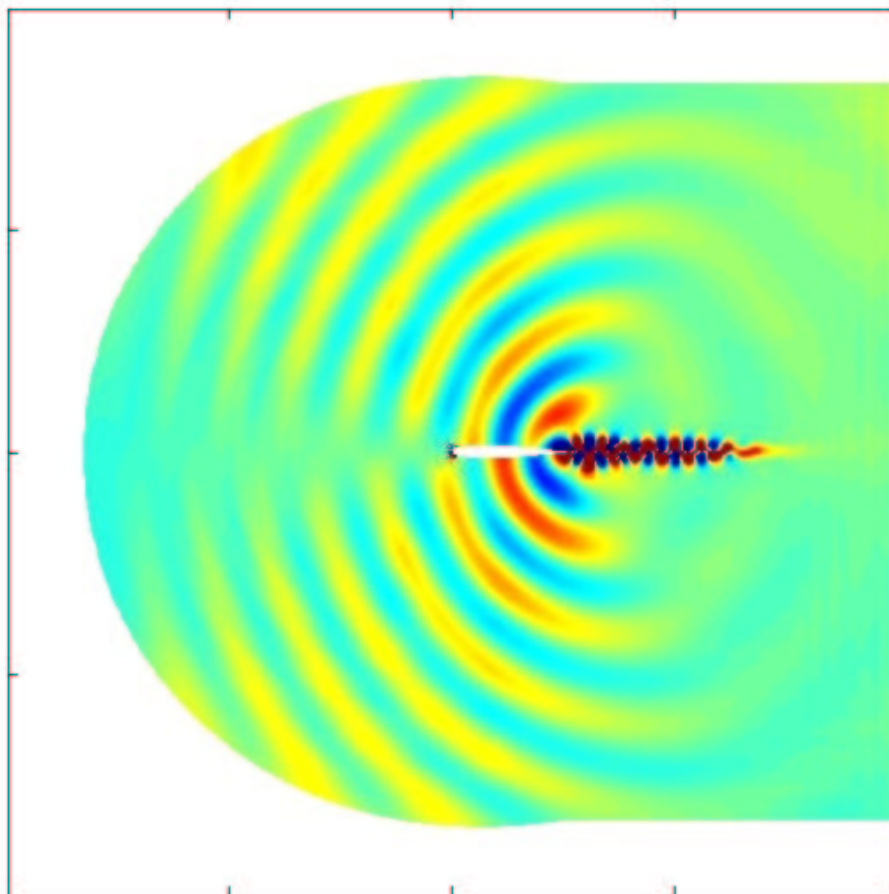


FIG. 3 – Champ de pression fluctuante autour d'un profil NACA 0012 à $Re_c = 60000$ et $M_\infty = 0.33$. L'échelle de couleur est comprise entre -30 et 30 Pa.

4 Conclusions

Un solveur curviligne a été développé pour le calcul direct du bruit à partir des équations de Navier-Stokes. Le solveur est basé sur des méthodes numériques explicites optimisées sur une large plage de longueurs d'onde. Les faibles valeurs de la dissipation et de la dispersion fournies par ces méthodes numériques permettent de calculer avec précision le champ acoustique rayonné par l'écoulement. Deux exemples d'écoulements ont été simulés avec ce solveur. Des résultats conformes aux données expérimentales ont été obtenus dans le cas d'un cylindre placé dans un écoulement à faible nombre de Reynolds. Un profil d'aile NACA 0012 a également été étudié.

Références

- [1] C.K.W. Tam and J.C. Webb. Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics. *J. Comput. Phys.*, 107 :262–281, 1993.
- [2] C. Bogey and C. Bailly. A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for noise computations. *J. Comput. Phys.*, 194(1) :194–214, 2004.
- [3] S.K. Lele. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *J. Comput. Phys.*, 103 :16–42, 1992.
- [4] M. Visbal and D. Gaitonde. High-order-accurate methods for complex unsteady subsonic flows. *AIAA Journal*, 37(10) :1231–1239, 1999.
- [5] K.A. Kurbatskii and C.K.W. Tam. Cartesian boundary treatment of curved walls for high-order computational aeroacoustics schemes. *AIAA Journal*, 35(1) :133–140, 1997.
- [6] C. Bogey, C. Bailly, and D Juvé. Noise investigation of a high subsonic, moderate Reynolds number jet using a compressible LES. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 16(4) :273–297, 2003.
- [7] X. Gloerfelt, C. Bailly, and D. Juvé. Direct computation of the noise radiated by a subsonic cavity flow and application of integral methods. *J. Sound Vib.*, 266(1) :119–146, 2003.
- [8] J. Berland, C. Bogey, and C. Bailly. Optimized explicit schemes : Matching and boundary schemes, and 4th-order runge-kutta algorithm. *AIAA Paper 2004-2814*, 2004.
- [9] O. Marsden, C. Bailly, and C. Bogey. High-order curvilinear simulations of flows around non-cartesian bodies. *J. Comput. Acous.*, 2005. to appear.
- [10] H. Zhang, U. Fey, B.R. Noack, M. König, and H. Eckelmann. On the transition of the cylinder wake. *Phys. Fluids*, 7(4) :779–794, 1995.
- [11] O. Posdziech and R. Grundmann. Numerical simulation of the flow around an infinitely long circular cylinder in the transition regime. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, 15(2) :121–141, 2001.
- [12] J. F. Thomson, B.K. Soni, and N.P. Weatherill. *Handbook of Grid Generation*. CRC Press, 1999.