

# Vers une méthode hybride de calcul aéroacoustique appliqué à des écoulements internes : diaphragme en conduit à faible nombre de Mach

Mélanie Piellard <sup>\*,‡</sup>, Henri Clesse <sup>\*</sup> & Christophe Bailly <sup>‡</sup>

<sup>\*</sup> Delphi Thermal Systems  
L-4940 Bascharage, G.-D. Luxembourg  
melanie.piellard@delphi.com

<sup>‡</sup> Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique  
École Centrale de Lyon & UMR CNRS 5509  
69134 Écully, France

## Résumé :

Une méthode hybride de calcul de bruit aéroacoustique basée sur l'analogie acoustique de Lighthill est développée et présentée dans ce papier. Elle est utilisée pour étudier le bruit rayonné par un écoulement à travers un diaphragme en conduit, à faible nombre de Mach. On présente les résultats obtenus par cette méthode en comparant les résultats expérimentaux et un calcul direct sur une configuration similaire.

## Abstract :

A hybrid method of aeroacoustic noise computation based on Lighthill's acoustic analogy is developed and used to investigate the noise radiated by a low Mach number flow through a diaphragm in a duct. A similar configuration has been studied using direct noise computation, which constitutes a reference solution for the present work, together with experimental results.

## Mots-clefs :

**aéroacoustique numérique, analogie acoustique de Lighthill, simulation des grandes échelles**

## 1 Introduction

On évalue dans ce travail les performances d'une méthode hybride de calcul de bruit aéroacoustique basée sur l'analogie acoustique de Lighthill. Dans l'interprétation de l'équation de Lighthill et dans les conditions d'écoulement considérés (faible nombre de Mach, haut nombre de Reynolds), les couplages fluide-acoustique sont négligés ; la génération du bruit et sa propagation peuvent alors être découplés. On peut effectuer les deux étapes de calcul séparément : d'une part, le calcul de l'écoulement donne accès aux sources de bruit, d'autre part le calcul acoustique propage ces sources dans le domaine acoustique considéré.

On décrit dans un premier temps la méthode utilisée, puis on en présente l'application au cas du diaphragme ; les résultats obtenus sont comparés aux résultats expérimentaux de Van Herpe *et al.* (1995) et au calcul direct de bruit de Gloerfelt *et al.* (2006).

## 2 Description de la méthode

### 2.1 Analogie acoustique de Lighthill

La mécanique des fluides est régie par les équations de Navier-Stokes ; pour un fluide newtonien, ces équations s'écrivent comme suit, respectivement pour la conservation de la masse et de

la quantité de mouvement (on n'écrit pas l'équation sur l'énergie pour alléger la présentation) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (2)$$

où  $\rho$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $p$  et  $\boldsymbol{\tau}$  représentent respectivement la densité, la vitesse, la pression et le tenseur des contraintes visqueuses. Une recombinaison exacte de ces équations mène à l'équation de Lighthill (cf. Lighthill (1952)) :

$$\frac{\partial^2(\rho - \rho_0)}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2(\rho - \rho_0)}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (3)$$

avec  $\rho_0$  et  $c_0$  la masse volumique et la vitesse du son du milieu ambiant, et  $\bar{T}$  : tenseur de Lighthill défini comme

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + (p - c_0^2 \rho) \delta_{ij} - \tau_{ij}. \quad (4)$$

Pour un écoulement incompressible à nombre de Reynolds élevé, en négligeant par ailleurs les fluctuations d'entropie, le tenseur de Lighthill se réduit à l'expression suivante :

$$T_{ij} \simeq \rho_0 u_i u_j \quad (5)$$

L'équation (3), dérivée par Lighthill en 1952, donne lieu à une interprétation : l'analogie acoustique de Lighthill. En effet, le terme de gauche de l'équation (3) est un opérateur d'onde pour un milieu homogène et au repos. Cela signifie que le champ acoustique, loin des sources de bruit, peut être calculé comme la propagation de ces sources, qui sont elle-mêmes calculées par ailleurs.

L'équation (3) est exacte puisqu'aucune hypothèse n'a été posée pour la formuler. De plus, si le terme source quadripolaire complet compressible (équation (4)) est utilisé, il contient non seulement la production de bruit par la turbulence, mais aussi les interactions entre l'écoulement aérodynamique et les ondes acoustiques. Étant donné les vitesses d'écoulement considérées ici ( $M \sim 0.1$ ), on choisit de négliger ces interactions en considérant le fluide incompressible ; le terme source utilisé pour la suite de ce travail est celui de l'équation (5).

## 2.2 Implémentation

Comme les applications visées sont de type écoulements internes dans des géométries complexes, les réflexions et/ou résonances acoustiques liées à la présence de parois solides doivent être prises en compte. Les méthodes éléments finis permettent de tenir naturellement compte de la complexité des géométries ainsi que des parois solides ; on utilise donc pour l'implémentation de l'équation de Lighthill (3) une formulation variationnelle (procédure de résidus pondérés, bien adaptée aux éléments finis, cf. Actran (2006); Oberai *et al.* (2000)) :

$$\int_{\Omega} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho - \rho_0) - c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i}(\rho - \rho_0) - \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \right) \delta \rho \, d\mathbf{x} = 0 \quad \forall \delta \rho \quad (6)$$

où  $\delta \rho$  est une fonction test et  $\Omega$  le domaine de calcul. On intègre ensuite par parties les dérivées spatiales en appliquant le théorème de Green ; puis, en remplaçant  $T_{ij}$  par son expression (équation (4)), on obtient

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho - \rho_0) \delta \rho + c_0^2 \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho - \rho_0) \frac{\partial \delta \rho}{\partial x_i} \right) d\mathbf{x} = \\ - \int_{\Omega} \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \frac{\partial \delta \rho}{\partial x_i} d\mathbf{x} + \int_{\partial \Omega = \Gamma} \frac{\partial \Sigma_{ij}}{\partial x_j} n_i \delta \rho \, d\Gamma(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (7)$$

où  $\bar{\Sigma}$  est défini comme

$$\Sigma_{ij} = \rho u_i u_j + (p - p_0) \delta_{ij} - \tau_{ij}. \quad (8)$$

Dans cette formulation variationnelle de l'analogie de Lighthill, nous avons mis en évidence deux termes source : un terme source volumique et un terme source surfacique. En rappelant l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2), on peut écrire

$$n_i \frac{\partial \Sigma_{ij}}{\partial x_j} = n_i \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j + (p - p_0) \delta_{ij} - \tau_{ij}) = -n_i \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i). \quad (9)$$

Si la surface considérée est fixe ou vibre dans son propre plan, alors  $\Sigma_{ij}$  est réduit à zéro ; ce sera le cas dans la suite de ce travail. Comme la résolution acoustique est effectuée dans le domaine fréquentiel, on doit considérer les perturbations harmoniques de chaque quantité  $\phi$  comme

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \Re(\tilde{\phi}(\mathbf{x})e^{i\omega t}). \quad (10)$$

L'équation (7) s'écrit alors de la façon suivante :

$$\int_{\Omega} \left( k^2 \tilde{\rho}_a \delta \rho - \frac{\partial}{\partial x_i} \tilde{\rho}_a \frac{\partial \delta \rho}{\partial x_i} \right) d\mathbf{x} = \int_{\Omega} \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial \tilde{T}_{ij}}{\partial x_j} \frac{\partial \delta \rho}{\partial x_i} d\mathbf{x} \quad (11)$$

où  $k = \omega/c_0$  est le nombre d'onde acoustique et  $\rho_a = \rho - \rho_0$  correspond aux fluctuations acoustiques de masse volumique.

### 2.3 Utilisation pratique

En pratique, le code CFD est utilisé pour calculer les termes sources

$$\nabla \cdot \tilde{\bar{T}} = \frac{\partial \tilde{T}_{ij}}{\partial x_j}$$

Le calcul de fluide instationnaire donne accès en premier lieu aux fluctuations temporelles de  $\nabla \cdot \tilde{\bar{T}}$ , calculées sur le maillage CFD, plus fin que le maillage acoustique et permettant ainsi une meilleure précision pour le calcul des dérivés spatiales. Une interpolation permet ensuite de définir  $\nabla \cdot \tilde{\bar{T}}$  pour chaque noeud du maillage acoustique, puis une transformation de Fourier produit le terme source  $\nabla \cdot \tilde{\bar{T}}$  utilisé par le code acoustique. Pour des raisons de stockage, on choisit la plupart du temps de calculer  $\nabla \cdot \tilde{\bar{T}}$  sur une région réduite du domaine, ce qui entraîne une troncature spatiale du terme source ; celle-ci doit être prise en compte lors de l'analyse des résultats.

## 3 Application : diaphragme en conduit à faible nombre de Mach

### 3.1 Présentation du cas

On choisit pour cette étude une configuration dont des résultats numériques et expérimentaux sont disponibles. Il s'agit d'un diaphragme d'ouverture  $5 \times 35$  mm placé dans un conduit de section rectangulaire  $80 \times 100$  mm ; les conduits d'entrée et de sortie mesurent respectivement 95 et 500 mm. Les résultats de référence sont le calcul direct de Gloerfelt *et al.* (2006) et les résultats expérimentaux de Van Herpe *et al.* (1995). Afin de gagner en temps de calcul tout en conservant le caractère tridimensionnel de l'écoulement, on considère une tranche de la géométrie (cf. Fig. 1), représentant 10% de l'épaisseur totale dans la troisième direction ; on vérifie que la dimension finale est plus grande que l'échelle intégrale de l'écoulement. Des conditions limites de périodicité sont appliquées sur les deux faces latérales de ce modèle.

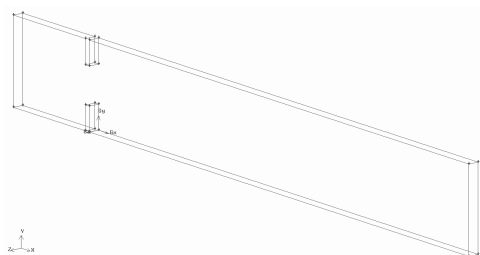


FIG. 1 – Modèle du diaphragme : tranche de 10% de la géométrie complète selon l'axe ( $Oz$ ). L'écoulement passe de la gauche vers la droite.

### 3.2 Maillage

Dans le plan  $XY$ , on construit un maillage 2D cartésien légèrement déformé et non uniforme. Les cellules les plus petites se trouvent dans la région de l'ouverture du diaphragme ; ces cellules sont étirées en entrée et sortie de domaine. Des couches limites sont placées sur les parois du diaphragme et en aval, sur les parois du conduit. Ce maillage 2D est ensuite extrudé dans la troisième direction. Le maillage total contient environ 800 000 cellules.

### 3.3 Conditions numériques : CFD

La vitesse d'écoulement est de 6 m/s, uniforme en entrée de conduit. Une condition limite de sortie totale de fluide est appliquée en sortie de domaine (le débit en sortie de domaine est égal au débit en entrée de domaine). On effectue une simulation des grandes échelles incompressible, avec le modèle de sous-maille de Smagorinsky-Lilly ( $C_S = 0.1$ ). Le pas de temps  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-7}$  s est choisi pour assurer la stabilité du calcul et satisfaire un nombre de Courant inférieur à 1 pour la plus petite cellule du domaine. La discrétisation spatiale est gérée par un schéma centré. Une fois l'écoulement établi, les sources de bruit sont enregistrées pendant 0.031 s.

### 3.4 Écoulement moyen

L'analyse de l'écoulement moyen montre qu'on retrouve bien les caractéristiques observées expérimentalement ainsi que numériquement (voir Fig. 2) :

1. l'écoulement amont présente des couches limites très fines près des parois ;
2. l'écoulement de type jet depuis le diaphragme attache à la paroi supérieure grâce à l'effet Coanda (tendance d'un fluide en mouvement à s'attacher à une surface et à s'écouler le long de cette surface) ;
3. la partie plus calme de l'écoulement dans la seconde moitié du conduit de sortie présente un rattachement à la paroi supérieure.

Les niveaux et la répartition spatiale des deux premières composantes de la vitesse moyenne sont comparables à ceux relevés chez Gloerfelt *et al.* ; en revanche, les niveaux de la troisième composante de vitesse moyenne  $\bar{w}$  sont environ deux fois plus petits que dans le calcul de référence ; cela montre que les effets tridimensionnels sont moindres dans le présent calcul.

Une différence est cependant observée : le rattachement à la paroi opposée n'est pas mis en évidence chez Gloerfelt *et al.* ; cela peut provenir du fait que le calcul présent n'est pas rigoureusement 3D. Malgré cela, la région de stockage des sources étant limitée (voir § 3.6), ce rattachement en aval du domaine source a une influence négligeable sur les résultats acoustiques.

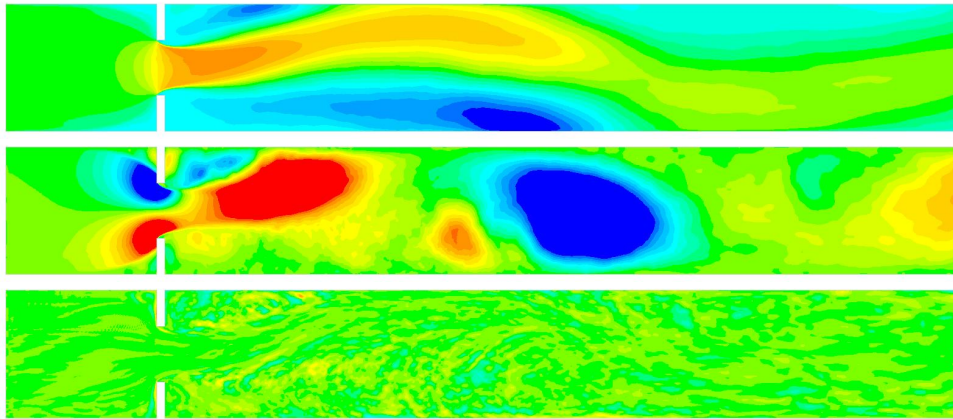


FIG. 2 – De haut en bas : composantes de la vitesse moyenne  $\bar{u}$  (niveaux de  $-10$  à  $25$  m/s),  $\bar{v}$  (niveaux de  $-3$  à  $3$  m/s) et  $\bar{w}$  (niveaux de  $0.5$  à  $0.5$  m/s).

### 3.5 Écoulement instantané

La figure 3 présente un instantané du champ de vorticité; on peut notamment y observer des lâchements périodiques de vorticité. La taille des structures de turbulence est comparable à celle observ e dans Gloerfelt *et al.*.

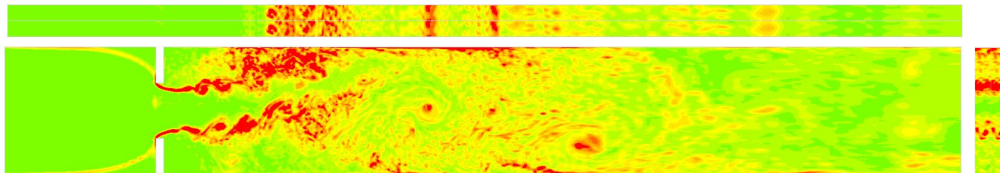


FIG. 3 – Champ de vorticité instantan e  $\|\omega\|$  (niveaux entre  $-5$  et  $5 \cdot 10^3$  s $^{-1}$ ). En haut, vue du dessus à  $y = 0.04$  m ; en bas à gauche, vue de face à  $z = 0.005$  m ; en bas à droite, section à  $x = 0.1$  m.

L'analyse des signaux de fluctuations de vitesse permet de déterminer la fréquence de coupure du calcul CFD ; ainsi, on trace la densité spectrale de puissance d'un signal de vitesse à un endroit où la turbulence est quasi isotropique (dans le jet, en-dehors des couches de cisaillement). La première partie du spectre suit  $f^{-5/3}$ , le changement de pente indiquant la fréquence maximale résolue par le calcul. Ici, la fréquence de coupure CFD est de l'ordre de  $3\,500$  Hz.

### 3.6 Sources de Lighthill et configuration du calcul acoustique

Sur la figure 4, on représente les sources acoustiques  $\nabla \cdot \bar{\bar{T}}$  instationnaires sur une région limit e contenant la majorité de ces sources.

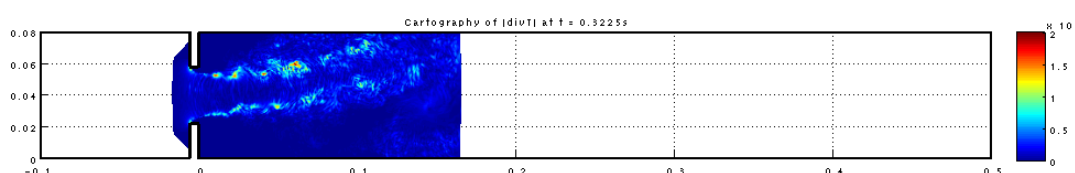


FIG. 4 – Magnitude de  $\nabla \cdot \bar{\bar{T}}$ , affich e sur la région où les sources de bruit sont effectivement calcul es.

Pour le calcul acoustique, on construit un maillage 2D raffiné au voisinage des sources, plus grossier ailleurs, avec une taille maximale de maille autorisant un calcul jusqu'à  $5000$  Hz.

Les sources de Lighthill importées dans le calcul acoustique sont celles contenues dans le plan médian du modèle CFD. Les conditions limites d'entrée et de sortie sont des bases modales qui modélisent des conduits semi-infinis, comme dans la configuration expérimentale.

### 3.7 Résultats acoustiques

Le calcul acoustique fréquentiel évalue la pression acoustique en tout point du domaine, ainsi que l'intensité acoustique  $I$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) rayonnée par les bases modales (via les conditions aux limites). On en déduit le niveau puissance  $L_p$  rayonné par chaque base modale en intégrant l'intensité sur la surface  $S$  de la base modale. Ici, le calcul acoustique est bidimensionnel mais on intègre sur la surface totale du conduit réel, soit  $S = 0.08 \times 0.1 \text{ m}^2$ , en supposant que la puissance rayonnée par la base modale ne dépend pas de la direction ( $Oz$ ). La table 1 reprend les résultats obtenus par le présent calcul en comparaison au calcul de Gloerfelt *et al.* et aux résultats expérimentaux de Van Herpe *et al.*.

	Puissance acoustique (dB)
Présent calcul	80.6
Gloerfelt <i>et al.</i>	79.0
Van Herpe <i>et al.</i> (exp.)	79.3

TAB. 1 – Puissance acoustique globale rayonnée par les deux extrémités du conduit.

## 4 Conclusions

Nous avons montré que, pour un écoulement interne à faible vitesse, il est possible d'effectuer un calcul aéroacoustique avec une méthode hybride basée sur des logiciels commerciaux, et d'obtenir des résultats satisfaisants en partant d'un modèle pourtant approximé (symétrie dans la troisième direction et calcul acoustique 2D). Des validations complémentaires sont nécessaires afin de confirmer les résultats présentés ici.

## Références

- Actran – User's Manual 2006 *Aeroacoustics solutions : Actran/TM and Actran/LA*. Version 1 of December 14<sup>th</sup>, 2005
- Gloerfelt, X., Lafon, P. 2006 Direct computation of the noise induced by a turbulent flow through a diaphragm in a duct at low Mach number. *Computers & Fluids, to appear*.
- Lighthill, M.J. 1952 On sound generated aerodynamically. Part I : General theory. *Proceedings of the Royal Society of London A*211 :564–587.
- Oberai, A.A., Roknaldin, F. & Hughes, T.J.R. 2000 Computational procedures for determining structural-acoustic response due to hydrodynamic sources. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* **190**, 345–361.
- Van Herpe, F., Crighton, D.G. & Lafon, P. 1995 Noise generation by turbulent flow in a duct obstructed by a diaphragm. *AIAA Paper 95-035*.