8.4 Exercice : des glaciations comme catastrophes

On s'intéresse aux propriétés d'un modèle ultra-simplifié de climat terrestre. Celui-ci décrit l'évolution de la température moyenne à la surface du globe T, seule quantité supposée pertinente.

La température moyenne découle d'un bilan d'énergie décrit par

$$c\dot{T} = R_{\mathrm{uv}} - R_{\mathrm{ir}} \tag{8.8}$$

traduisant que la puissance stockée à l'intérieur de l'atmosphère (membre de gauche ; dimensionnellement c est une chaleur spécifique effective) est la différence entre la puissance absorbée aux courtes longueurs d'onde R_{uv} et la puissance réémise aux grandes longueurs d'onde R_{ir}.

La puissance absorbée R_{uv} n'est qu'une fraction de la puissance reçue du soleil, appelée constante solaire et notée Q_0 :

$$R_{\mathrm{uv}} = Q_0(1-\alpha) \tag{8.9}$$

En effet, une fraction α est directement réfléchie vers l'espace. Cette fraction, appelée *albedo*, varie essentiellement en fonction de la nature du sol et du degré de couverture nuageuse. En première approximation on peut retenir que α est une fonction de la température T introduite plus haut. En effet, le pouvoir de réflexion du sol est surtout fonction de la présence de neige ou de glace, elle même dépendante de la température. Le rôle du couvert nuageux est plus délicat à évaluer. Ici, on supposera que α est une fonction continue linéaire par morceaux (hypothèse de Sellers[20]) :

$$\begin{array}{rll} T < T_{\mathrm{i}} : & \alpha = \alpha_{\mathrm{i}}\,, & \\ T_{\mathrm{i}} < T < T_{\mathrm{s}} : & \alpha = \alpha_{\mathrm{i}} + \beta\,(T - T_{\mathrm{i}}) & \beta = \dfrac{\alpha_{\mathrm{s}} - \alpha_{\mathrm{i}}}{T_{\mathrm{s}} - T_{\mathrm{i}}}\,, \\ T_{\mathrm{s}} < T : & \alpha = \alpha_{\mathrm{s}}\,. & \end{array}$$

Compte tenu des remarques précédentes on s'attend à trouver $\alpha_{\mathrm{s}} < \alpha_{\mathrm{i}}$, T_{i} représente une température en dessous de laquelle on est assuré de trouver un sol enneigé (α_{i} élevé) et T_{s} une température au dessus de laquelle le sol est en général dégagé (α_{s} faible).

On pourrait penser que la terre se comporte comme un corps noir de température T de sorte que l'on aurait $R_{\mathrm{ir}} \propto \sigma T^4$, selon la loi de Stephan. En fait, la situation est plus complexe car l'atmosphère n'est pas transparente aux rayons infra-rouges. Les gaz à effet de serre (surtout H_2O vapeur et CO_2) absorbent une partie du rayonnement de corps noir. On remplacera donc la loi de Stephan par une loi simplifiée de la forme

$$R_{\mathrm{ir}} = a + b(T - T_{\mathrm{i}}) \tag{8.10}$$

[20] W.D. Sellers, "A global climate model based on the energy balance of the earth-atmosphere system," J. Appl. Meteor. **8** (1969) 396–400.

où a et b sont deux constantes empiriques; on supposera $b > 0$ afin que $R_{\rm ir}$ reste une fonction croissante de T (hypothèse de Budyko[21]).

Les paramètres de $R_{\rm uv}$ étant supposés fixes, tracer sur une même figure $R_{\rm uv}$ et $R_{\rm ir}$ fonction de T et discuter graphiquement le nombre des points fixes du système dynamique (8.8–8.10) gouvernant la température en fonction de a à b fixé et tel que $b < \beta Q_0$ (la variation de a pourrait être due à une modification extrinsèque de l'effet de serre, *e.g.* d'origine anthropique).

Reprendre la discussion en supposant que les paramètres de $R_{\rm ir}$ sont fixes et que $R_{\rm uv}$ varie uniquement à travers Q_0 (pour des raisons d'origine astronomique).

Discuter la stabilité des différentes solutions de l'équation (8.8) dans un cas où celle-ci a 3 racines (on pourra tracer $R_{\rm uv} - R_{\rm ir}$ en fonction de T). Discuter l'origine physique des mécanismes assurant la stabilité des solutions extrêmes (*i.e.* analyser les rétroactions qui se mettent en place lors d'une fluctuation de température).

Montrer que si les paramètres orbitaux (terme Q_0) ou l'effet de serre (coefficient a) varient avec une amplitude suffisante mais assez lentement pour qu'à tout moment la solution en T soit celle du problème (8.8) avec la valeur instantanée des paramètres (suivi "adiabatique" du forçage), le climat de la terre peut passer d'une solution froide (âge glaciaire) à une solution chaude (époque interglaciaire) et vice-versa.

Le modèle de Budyko–Sellers (8.8–8.10) complété par un terme de bruit est celui qui a été utilisé pour mettre en évidence le rôle possible de la résonance stochastique signalé dans la note 8.

[21] M.I. Budyko, "The effect of solar radiation variations on the climate of the earth," Tellus **21** (1969) 611–619.