

TRAVAUX DIRIGÉS #5

**Le jeu du chaos – dimension de recouvrement**

Cet exercice montre comment générer une fractale classique (le joint -gasket- de Sierpinski) à partir d'une construction aléatoire. Dans une deuxième étape, on propose de calculer différentes dimensions de recouvrement.

1. On considère un triangle équilatéral de côté 1. A partir d'un point choisi aléatoirement à l'intérieur du triangle on construit le point suivant à l'aide de l'algorithme suivant : avec une probabilité égale (donc  $p = 1/3$ ), le nouveau point est le milieu entre le point de départ et le sommet 1 ou avec le sommet 2 ou avec le sommet 3. On répète cette opération un grand nombre de fois (on peut observer la naissance de la structure pour  $N$  croissant de 100 à 10000 et plus par exemple). Identifier l'objet qui apparaît progressivement (cette construction est un exemple de construction de fractales par IFS, *Iterated Function System*).
2. Calculer la dimension de recouvrement du joint de Sierpinski. Pour cela considérer des grilles de plus en plus fines (de côté  $\epsilon$ ) pavant le carré  $[0, 1] \times [0, 1]$  et compter le nombre de cases  $N$  contenant au moins un point de l'attracteur. On pourra faire varier  $\epsilon$  de  $1/8$  à  $1/128$  au maximum en veillant à prendre suffisamment de points pour définir l'attracteur (au moins 50000; attention les calculs sous Matlab seront longs!). Evaluer l'influence du nombre de points considérés et de la grille. Comparer votre estimation à la valeur théorique  $\ln(3)/\ln(2)$ .
3. Utiliser la même procédure pour estimer la dimension de l'attracteur de Hénon pour les valeurs classiques des paramètres  $a = 1.4$ ,  $b = 0.3$  (avantages ou inconvénients par rapport à la dimension de corrélation?).