Travaux dirigés : vorticité et tourbillons

Identification de structures tourbillonnaires

On considère la fimille d'écoulements bidimensionnels définis à partir de la fonction de courant $\psi = (\omega + s)/4x_1^2 + (\omega - s)/4x_2^2$ sur un domaine arbitraire $[0,1] \times [0,1]$.

1. Rappeler le sens de la fonction de courant, et calculer les composantes du champ de vitesse, de la vorticité, du champ de pression et des tenseurs $\boldsymbol{W}$ et $\boldsymbol{D}$.
2. Pour les trois cas suivants $s = 0$, $\omega = 0$, et $\omega = s$, caractériser et tracer sous Matlab l'écoulement. On calculera en particulier les valeurs propres du tenseur des déformations $\boldsymbol{D}$, et le champ de pression.
3. Discuter ces résultats dans l'optique de pouvoir identifier des structures tourbillonnaires à partir d'images du champ de vitesse. Placer ces écoulements dans un diagramme (D^2,W^2)

Quelques modèles de tourbillon non visqueux

1. Tourbillon de Taylor (1918). Le tourbillon de Taylor est défini par le champ de vitesse suivant :

$$u_\theta(r) = u_{\theta m} \frac{r}{r_c} e^{(1-(r/r_c)^2)/2}$$

   où $u_{\theta m}$ désigne la vitesse tangentielle maximale. Calculer la vorticité et la circulation de ce tourbillon. En considérant cet écoulement comme isentropique, déterminer l'expression du champ de pression et de densité de ce tourbillon.

2. Tourbillon de Kaufmann (1962) ou de Scully (1972). Le tourbillon de Kaufmann ou de Scully est défini par le champ de vitesse suivant :

$$u_\theta(r) = v_0 \frac{2r/r_0}{1 + (r/r_0)^2}$$

   Calculer le champ de vorticité, la circulation et la pression.

   Vatistas a généralisé l'expression du champ de vitesse :

$$u_\theta(r) = \frac{\Gamma}{r_0} \frac{1}{2\pi} \frac{r/r_0}{(1 + (r/r_0)^{2n})^{1/n}}$$

3. Comment peut-on comparer le champ de vitesse radial des modèles de tourbillon de Rankine, de Scully et de Vatistas pour $n = 2$ et $n = 4$?

Quelques modèles de tourbillon visqueux

à suivre !