$N^{\circ}$  d'ordre : 2007-41

**ANNÉE 2007** 

### THÈSE

présentée devant L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir le titre de DOCTEUR SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

#### Arganthaël BERSON

## VERS LA MINIATURISATION DES RÉFRIGÉRATEURS THERMOACOUSTIQUES : CARACTÉRISATION DU TRANSPORT NON-LINÉAIRE DE CHALEUR ET DES ÉCOULEMENTS SECONDAIRES

Soutenue le 13 Décembre 2007 devant la Commission d'Examen

#### JURY

Président : M. D. JUVÉ Examinateurs : M. Ph. BLANC-BENON (Directeur de thèse) M. P. LOTTON (Rapporteur) M. F. LUSSEYRAN M. L. MONGEAU (Rapporteur) M. M.E.H. TIJANI

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509 École Centrale de Lyon

# Remerciements

Ce travail, commencé en Octobre 2004, s'est déroulé au sein du Centre Acoustique du LMFA de l'Ecole Centrale de Lyon, Unité Mixte de Recherche associée au CNRS 5509. Il a été financé par une allocation de recherche MESR. Il s'inscrit également dans le cadre du projet ANR MicroThermAc NT051\_42101.

Je remercie tout d'abord Philippe Blanc-Benon, directeur de recherche au CNRS, de m'avoir proposé cette thèse et d'avoir fait en sorte que celle-ci se passe dans les meilleures conditions. Malgré ses nombreuses autres responsabilités, il a su se montrer très disponible et toujours prêt à m'orienter vers la bonne direction lorsque ce fut nécessaire. Je lui suis très reconnaissant de m'avoir fait confiance pour mener à bien ce travail.

Je remercie Pierrick Lotton, chargé de recherche du CNRS au LAUM, pour avoir accepté d'évaluer mon travail en qualité de rapporteur et pour ses commentaires toujours très pertinents. Par ailleurs, dans le cadre d'une collaboration entre le LMFA, le LAUM, et le TREFLE, au sein du projet ANR Micro-ThermAc, j'ai pu participer à de nombreux échanges très instructifs à propos de la thermoacoustique. C'est pourquoi je remercie plus largement l'ensemble de l'équipe thermoacoustique du LAUM (microtechnologues compris, bien évidemment), ainsi que mes collègues du TREFLE, pour leur accueil toujours sympathique et pour m'avoir fait profiter de leur expertise scientifique.

Luc Mongeau, Professeur à l'Université McGill de Montréal, m'a également fait l'honneur d'être rapporteur de mon travail de thèse. De plus, je le remercie grandement pour m'avoir invité et accueilli chaleureusement à l'Université de Purdue aux USA, pendant quelques semaines de l'automne 2005, afin d'y conduire des mesures d'anémométrie dans son dispositif thermoacoustique.

Je suis reconnaissant à Daniel Juvé, Professeur et Directeur du département de Mécanique des Fluides, Acoustique et Energétique de l'Ecole Centrale de Lyon, d'une part, pour m'avoir accueilli au sein de son équipe de recherche durant ces trois années et, d'autre part, pour avoir présidé le jury de cette thèse.

Je remercie également François Lusseyran, chargé de recherche du CNRS, et Hassan Tijani, docteuringénieur de l'Energy research Centre of the Netherlands, tous deux membres du jury, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et les discussions très instructives que nous avons pu avoir à différentes occasions.

Les mesures d'anémométrie à fil chaud à tension constante (CVA) ont été réalisées à l'aide d'un prototype prêté par Tao Systems. L'utilisation de ce système a été rendue possible par Geneviève Comte Bellot, professeur émérite de l'Ecole Centrale de Lyon, envers qui j'exprime toute ma gratitude pour m'avoir fait profiter de ses connaissances encyclopédiques à propos de l'anémométrie à fil chaud et du CVA.

Ce travail de thèse n'aurait sans doute pas été ce qu'il est sans les contributions des ingénieurs et techniciens du laboratoire pour la réalisation des dispositifs expérimentaux et la mise en oeuvre des systèmes de mesure. C'est pourquoi je tiens à remercier tout d'abord Christian Nicot pour m'avoir présenté le dispositif expérimental au début de ma thèse, et Emmanuel Jondeau pour son aide avec Labview et les différents systèmes de mesure. Je suis extrêmement reconnaissant à Jean Michel Perrin pour la réalisation de nombreuses pièces du dispositif expérimental et pour ses idées toujours bonnes pour résoudre les problèmes pratiques apparaissant lors de la mise en place des expériences. Et ce, toujours avec le sourire. L'expertise de Nathalie Grosjean et Marc Michard, en termes de mesures et d'analyse des données PIV, a également été primordiale dans l'aboutissement de mes travaux, et je les remercie de leur bonne humeur et de leur aide. J'associe également à ces remerciements Alexandre Azouzi, qui participe actuellement à la conception d'un démonstrateur thermoacoustique dans le cadre du projet ANR MicroThermAc, pour ses nombreux conseils et sa sympathie.

Mes remerciements s'adressent aussi aux membres de l'équipe du Centre Acoustique qui m'ont accompagné au cours de cette thèse, pour l'ambiance sympathique qu'ils font régner au laboratoire et les discussions fructueuses que j'ai pu avoir avec eux. Je salue plus particulièrement l'ensemble des thésards, stagiaires, et post-doctorants qui sont passés par le laboratoire durant ces trois dernières années (Julien, Vincent, Sébastien, Benjamin, Elena, Nicolas, Damien, Yannick, Cédric, Julien, Alexis, Misha, Tomasz, Paul, Johanna, Hélène, Jean-Baptiste, Benoît, Olivier, François, Azzedine, Benjamin, Thomas, et tous les autres), avec une mention spéciale à Cédric pour les heures passées à m'expliquer le fonctionnement de Comsol. Je tiens également à remercier Insu, Arthur et Jacques pour leur accueil et leur aide lors de mon séjour à l'université de Purdue.

J'en profite pour saluer mes amis : Jérome, Claire et Alice, Vincent et Mélodie, ainsi que les Danskala.

Enfin, je ne saurais exprimer tout ce que je dois à mes parents, mon frère et mes grands-parents, dont la confiance, le soutien inconditionnel et la bienveillance me sont précieux depuis toujours, ainsi qu'à Elisabeth pour son support de chaque instant et son amour.

# Résumé

La réfrigération thermoacoustique est basée sur la conversion de l'énergie d'une onde acoustique de fort niveau en flux de chaleur le long d'une plaque solide. Un réfrigérateur thermoacoustique typique est ainsi constitué d'un résonateur acoustique à onde stationnaire, alimenté par un haut-parleur, et d'un empilement de plaques solides (stack) le long duquel se développe un flux de chaleur. Ce flux est exploité grâce à des échangeurs thermiques disposés de part et d'autre du stack. Les échangeurs actuellement utilisés ne sont pas optimisés pour répondre aux spécificités des systèmes thermoacoustiques, ce qui limite l'efficacité de tels systèmes. Une meilleure compréhension des phénomènes impliqués dans le transport de chaleur entre le stack et les échangeurs thermiques est nécessaire pour la conception d'échangeurs efficaces, plus particulièrement à fort niveau acoustique où la théorie linéaire n'est plus valide.

Dans un premier temps, le transport non-linéaire de chaleur entre le stack et un échangeur lui faisant face est décrit à l'aide d'un modèle analytique unidimensionnel basé sur une approximation de temps de relaxation thermique. Ce modèle a été initialement développé par Gusev *et al.* (J. Sound Vib. **235**, 2000). Nos travaux étendent le modèle au cas d'un échangeur de dimensions finies et prend en compte une différence de température entre les plaques du stack et de l'échangeur. L'influence des paramètres géométriques et thermiques du modèle sur la génération d'harmoniques de température proche des extrémités des plaques est étudiée. L'optimisation de ces paramètres permet de maximiser le flux de chaleur disponible au niveau de l'échangeur, après avoir pris en compte les pertes par conduction retour.

Des études expérimentales sont conduites dans une maquette de réfrigérateur thermoacoustique à onde stationnaire de dimensions réduites permettant d'atteindre des niveaux acoustiques élevés (jusqu'à DR = 5%). Les fluctuations de température derrière le stack sont mesurées à l'aide de l'anémométrie fil froid à courant constant (CCA). Les fils froids sont calibrés dynamiquement dans le résonateur. Les résultats obtenus valident en partie le modèle analytique précédemment décrit. Par ailleurs, l'utilisation de l'anémométrie fil chaud à tension constante (CVA) dans l'onde acoustique stationnaire est étudiée. L'importance de phénomènes inertiels non pris en compte dans les calibrations stationnaires est mise en évidence et modélisée.

Enfin, l'écoulement derrière le stack thermoacoustique et entre le stack et les échangeurs est caractérisé par Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV). L'apparition à fort niveau acoustique d'oscillations des couches de cisaillement derrière le stack est observée. La caractérisation fine de l'échappement tourbillonnaire qui en découle permet de définir un critère pour le déclenchement de ces oscillations et fournit une base de données expérimentales pour les travaux futurs. Les oscillations des couches de cisaillement sont également présentes dans les espaces séparant le stack des échangeurs. La présence de structures tourbillonnaires à ces endroits multiplie les pertes par dissipation visqueuse par deux environ (en adimensionnel). L'étude statistique de l'écoulement entre les empilements montre que celui-ci n'est plus périodique à fort niveau acoustique. Les phénomènes observés vont influencer les performances globales du système.

# Abstract

Thermoacoustic refrigeration relies on the energy conversion from a high amplitude acoustic wave into a heat flux along a solid plate. A typical thermoacoustic refrigerator consists of a standing-wave acoustic resonator, driven by a loudspeaker, and a stack of solid plates along which heat is pumped. To exploit this flux, heat exchangers are located on both sides of the stack. The performances of conventional heat exchangers do not meet the specific requirements of thermoacoustic refrigerators, which limits the efficiency of the whole system. The design of efficient heat exchangers for thermoacoustic systems requires a better understanding of the mechanisms of heat transport from the stack to the heat exchangers, especially at high acoustic amplitudes, when linear theory is no longer valid.

A 1D analytical model based on a relaxation time approximation describes the nonlinear heat transport from the stack to one of the heat exchangers. Gusev *et al.* (J. Sound Vib. **235**, 2000) initiated the development of this model. We propose an extension of the initial model to a heat exchanger with finite length, which accounts for a temperature difference between the stack and the heat exchanger. The influence of the geometric and thermal parameters of the model on the generation of thermal harmonics close to the edges of the plates is studied. The parameters are optimized in order to achieve the highest heat flux available at the heat exchanger. Losses due to backward heat conduction are taken into account.

Experimental studies are performed inside a model of small-size standing-wave thermoacoustic cooler. High acoustic levels are achieved within the system (up to DR = 5%). Cold-wire anemometry in the constant-current mode (CCA) is used to measure the temperature fluctuations behind the stack. Cold wires are dynamically calibrated inside the resonator. Results partly validate the analytical model that is described previously. The use of hot-wire anemometry in the constant-voltage mode (CVA) to measure velocity fluctuations in a standing wave is considered. We emphasize the importance of inertial phenomena usually ignored by stationnary calibrations, and model their effect on the output signal of the hot-wire anemometer.

Finally, we perform Particle Image Velocimetry (PIV) measurements of the flow field behind a thermoacoustic stack, and within the gap separating the stack and a heat-exchanger. The shear layers flowing out of the stack oscillate at high acoustic level. Vortex shedding resulting from these oscillations is characterized. A criterion for the onset of oscillations is proposed and the experimental results provide a database for future studies. The oscillations of the shear layers are also observed within the gap between the stack and a heat-exchanger. Vortices increase the viscous dissipation within the gap approximately by a factor of two (for nondimensional dissipation). A statistic study of the flow between the stack and the heat-exchanger shows that the flow is no longer periodic at high acoustic level. These features are expected to affect the global performances of the system.

# Table des matières

R	emer	rciements	i
R	ésun	né	iii
A	bstra	act	$\mathbf{v}$
Ta	able	des matières.	1
$\mathbf{P}_{1}$	rinci	pales notations utilisées.	5
In	trod	luction générale.	9
	Bret	f rappel historique	9
	L'ef	fet thermoacoustique	10
		Effet thermoacoustique au dessus d'une plaque courte sans effets visqueux. $\ldots$	10
		Explication de l'effet thermoacoustique d'un point de vue lagrangien	13
	Enje	eux et axes de recherche en thermoacoustique	15
		Enjeux	15
		Axes de recherche.	16
	Obj	jectifs et plan de la thèse.	19
1	Pré	ésentation de la maquette de réfrigérateur thermoacoustique.	21
	1.1	Résonateur	21
	1.2	Caractéristiques des empilements thermoacoustiques (stacks)	23
	1.3	Champ acoustique à l'intérieur du résonateur	25
		1.3.1 Modes de propagation dans la partie rectiligne du résonateur	25
		1.3.2 Champ acoustique dans le résonateur avec pavillon	27
		1.3.3 Validation du modèle	29
		1.3.4 Quelques valeurs significatives des grandeurs acoustiques	29
	1.4	Gradient thermique induit par l'effet thermoacoustique le long du stack A	31
<b>2</b>	Etu	de analytique du transport de chaleur entre un stack et un échangeur de chaleur	
	dan	ns un réfrigérateur thermoacoustique à onde stationnaire.	33
	2.1	Travaux antérieurs sur le transfert thermique entre le stack et les échangeurs de chaleur	33
	2.2	Description du modèle analytique.	35
		2.2.1 Modélisation du champ de température	36
		2.2.2 Génération d'harmoniques de température	42
	2.3	Transport de chaleur entre le stack et l'échangeur.	44
		2.3.1 Estimation du flux de chaleur transporté à travers l'espace adiabatique	44

		2.3.2	Evolution du flux de chaleur en fonction de la distance $d$ entre le stack et l'échangeur				
			de chaleur.	52			
		2.3.3	Evolution du flux de chaleur en fonction de la longueur de l'échangeur $H$	53			
		2.3.4	Influence des coefficients de relaxation thermique $R_s$ et $R_h$	54			
		2.3.5	Influence de la différence de température $\Delta \theta$	55			
		2.3.6	Configuration optimale.	57			
	2.4	Concl	usion	58			
3	Me	Mesures des fluctuations de température et de vitesse dans un réfrigérateur thermoa-					
	cou	stique	à onde stationnaire par thermométrie fil froid et anémométrie fil chaud.	61			
	3.1	Introd	luction.	61			
	3.2	Princi	pe des mesures fil froid - fil chaud	62			
	3.3	Dispo	sitif expérimental	65			
		3.3.1	Maquette de réfrigérateur thermoacoustique	65			
		3.3.2	Dispositif de mesure des fluctuations de température par thermométrie fil froid à coursent constant $(CCA)$	67			
		9 9 9 9	Dispositif de megune des fluctuations de vitesse par anémométrie fil chaud à tension	07			
		0.0.0	Dispositin de mésure des nuctuations de vitesse par anemomètrie in chaud à tension constante $(CVA)$	68			
	2.4	Mogur	constance (OVA)	70			
	0.4	241	Calibration des file en terenérature	70			
		3.4.1	Cambration des ins en temperature	70			
		3.4.2	Mesures des fluctuations de température	70			
		3.4.3	Complusion	70			
	25	5.4.4 M		19			
	3.0	Mesur	Calibration mari stationnaine des fla	80			
		3.3.1 2 F 9	Calibration quasi-stationnaire des fils.	80			
		3.3.2 2 F 2	Methodes de calibration au premier ordre	82			
		3.3.3	Prise en compte de l'inertie thermique du ni	84			
		3.5.4	Prise en compte des pertes par conduction vers les broches	86			
		3.5.5	Analyse en ordre de grandeur de l'equation d'energie du fluide	88			
		3.5.6	Modélisation du transfert de chaleur entre le fil et le fluide l'entourant par éléments	00			
		0 5 7		90			
	0.0	3.5.7	Conclusion	97			
	3.0	Concr	usion	99			
4	Car	actéris	sation par Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV) des écoulement	S			
	seco	es derrière un stack thermoacoustique et au sein d'un couple stack - echange	ur				
	de e		r aux fortes amplitudes.	101			
	4.1	Introd		101			
	4.2	Dispo	sitif experimental.	104			
		4.2.1	Maquette de refrigerateur thermoacoustique.	104			
		4.2.2	Dispositif de Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV)	104			
		4.2.3	Ensemencement.	108			
		4.2.4	Analyse du champ de vitesse mesuré par PIV	109			
		4.2.5	Influence de la résolution spatiale sur l'estimation des gradients de vitesse : appli-				
			cation au calcul de la dissipation visqueuse dans un canal du stack	110			
	4.3	Valida	ation de la technique expérimentale : mesure de l'onde acoustique stationnaire dans				
		le réso	onateur en l'absence de stack	112			

	4.4	Mesur	e des couches limites oscillantes le long du stack	115
	4.5	4.5 Mesure de l'écoulement derrière un stack seul		
4.5.1 Description de l'écoulement : oscillation des couches limites derrière le stack				
			fortes amplitudes.	118
		4.5.2	Description de l'écoulement : profils de vitesse derrière le stack	122
		4.5.3	Caractérisation de l'écoulement : nombres adimensionnels	128
		4.5.4	Caractérisation des structures tourbillonnaires.	130
	4.6	Mesur	e de l'écoulement entre deux stacks	138
		4.6.1	Description qualitative de l'écoulement.	140
		4.6.2	Estimation de la dissipation visqueuse à travers l'espace séparant le stack de l'échange	eur
			chaud	147
		4.6.3	Perte de périodicité de l'écoulement à travers l'espace séparant le stack de l'échangeur	
			chaud	149
	4.7	Conclu	usion et perspectives.	150
Co	onclu	sion e	t perspectives.	153
Bi	bliog	raphie	2.	157
$\mathbf{A}$	nnex	es		166
A	Pho	togran	phies des dispositifs expérimentaux.	167
	G	8 <b>r</b>		
в	Con	stante	s du modele analytique du chapitre 2.	171
$\mathbf{C}$	Pre	miers	essais avec un couple stack - échangeur de chaleur micro-instrumenté.	175
	C.1	Dispos	sitif expérimental.	175
	C.2	Gradie	ent de température le long du stack	176
	C.3	Tempé	érature du couple stack - échangeur de chaleur	179
	C.4	Conclu	usion et améliorations à apporter.	179
D	Cha	mps n	noyens de vorticité	181
	D.1	Cartog	graphies de vorticité derrière le stack seul	181
		D.1.1	Stack A situé à $\tilde{x} = 65$ mm du fond du résonateur.	181
		D.1.2	Stack A situé à $\tilde{x} = 115$ mm	195
		D.1.3	Stack B situé à $\tilde{x} = 65$ mm du fond du résonateur.	205
	D.2	Cartog	graphies de vorticité entre les deux stacks	219
		D.2.1	Deux stacks A séparés d'une distance $g = 0.7$ mm	219
		D.2.2	Deux stacks A séparés d'une distance $g = 1.3$ mm	227
		D.2.3	Deux stacks A séparés d'une distance $g = 2.3$ mm	235
$\mathbf{Li}$	ste d	es pub	olications	243
$\mathbf{Li}$	ste o	les pe	rsonnes habilitées à diriger des recherches	<b>245</b>

# Principales notations utilisées

#### Lettres romaines

$a_w$	surchauffe du fil	
$\mathcal{A}$	aire d'un tourbillon	$[m^2]$
BR	coefficient de blocage	
$c_0$	célérité des ondes acoustiques	$[m.s^{-1}]$
$c_p$	capacité calorifique massique du fluide à pression constante	$[J.kg^{-1}.K^{-1}]$
$c_s$	capacité calorifique massique du solide	$[J.kg^{-1}.K^{-1}]$
$c_v$	capacité calorifique massique du fluide à volume constant	$[J.kg^{-1}.K^{-1}]$
$\mathcal{C}$	circulation d'un tourbillon	$[m^2.s^{-1}]$
d	distance non-dimensionnelle entre le stack et l'échangeur	
$d_{ac}$	déplacement particulaire acoustique	[m]
$d_w$	diamètre du fil	[m]
D	diffusivité thermique du fluide	$[m^2.s^{-1}]$
DR	drive-ratio= $P_{ac}/P_m$	
$e_0$	épaisseur des plaques du stack	[m]
$E_{CCA}$	tension de sortie de l'anémomètre CCA	[V]
f	fréquence	$[s^{-1}]$
$f_{osc}$	fréquence de l'onde acoustique	$[s^{-1}]$
g	distance entre la plaque et l'échangeur	[m]
h	coefficient d'échange thermique entre la plaque solide et le fluide	$[W.m^{-2}.K^{-1}]$
Н	longueur non-dimensionnelle de l'échangeur	
$I_w$	courant à travers le fil	[A]
J	$J_\omega - J_k$	
$J_k$	flux de chaleur normalisé perdu par conduction retour	
$J_{\nu}$	flux de chaleur normalisé perdu par dissipation visqueuse	
$J_{\omega}$	flux de chaleur thermoacoustique normalisé	
$k_f$	conductivité thermique	$[W.m^{-1}.K^{-1}]$
l	longueur des plaques du stack	[m]
$L_{res}$	longueur du résonateur	[m]
Nu	nombre de Nusselt	
P	pression dans le fluide	$[Pa=J.m^{-3}=kg.m^{-1}.s^{-2}]$
$P_{ac}$	amplitude de la pression acoustique au fond du résonateur	$[Pa=J.m^{-3}=kg.m^{-1}.s^{-2}]$
$\dot{q}_k$	flux de chaleur perdue par conduction retour	$[W.m^{-2}]$
$\dot{q}_{\nu}$	flux de chaleur perdue par frottements visqueux	$[W.m^{-3}]$
$\dot{q}_{\omega}$	flux de chaleur thermoacoustique	$[W.m^{-2}]$

R	coefficient de relaxation thermique	
$R_0$	résistance froide du fil	$[\Omega]$
$R_w$	résistance du fil	$[\Omega]$
Re	nombre de Reynolds	
St	nombre de Strouhal	
t	temps	[s]
$t_c$	correction d'inertie thermique	$[\mathbf{s}]$
T	température	[K]
$T_0$	température froide du fil $T_0 = T_m$	[K]
$T_f$	température de film	[K]
$\vec{u}$	vecteur vitesse	$[\mathrm{m.s^{-1}}]$
u	coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sur l'axe x	$[\mathrm{m.s}^{-1}]$
$u_{ac}$	amplitude maximale des oscillations de vitesse acoustique dans le résonateur	$[\mathrm{m.s}^{-1}]$
v	coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sur l'axe y	$[\mathrm{m.s^{-1}}]$
$V_s$	tension de sortie de l'anémomètre CCA	[V]
$V_w$	tension aux bornes du fil	[V]
$\dot{w}$	flux de travail	$[W.m^{-2}]$
x	direction longitudinale du réfrigérateur	[m]
$\tilde{x}$	distance depuis le fond du résonateur $L_{res} - x$	[m]
y	direction transversale du réfrigérateur dans le plan de mesure	[m]
z	direction transversale du réfrigérateur perpendiculaire au plan de mesure	[m]
$y_0$	demi-distance entre deux plaques du stack	[m]

#### Lettres grecques

$\alpha_0$	coefficient thermique de résistance du fil	$[^{\circ}C^{-1}]$
$\beta$	coefficient de dilatation thermique	$[K^{-1}]$
$\delta_{\kappa}$	épaisseur de couche limite thermique dans le fluide	[m]
$\delta_{\nu}$	épaisseur de couche limite visqueuse dans le fluide	[m]
$\Delta \theta$	différence de température moyenne adimensionnelle entre le stack et l'échangeur	
$\Phi$	Phase d'un cycle acoustique	[°]
$\gamma$	rapport des chaleurs spécifiques du fluide	
$\Gamma_2$	fonction $\Gamma_2$	
$\lambda$	longueur d'onde	[m]
$\mu$	viscosité dynamique du fluide	$[kg.m^{-1}.s^{-1}]$
ν	viscosité cinématique du fluide	$[m^2.s^{-1}]$
ω	pulsation de l'onde acoustique	$[s^{-1}]$
Ω	vorticité	$[s^{-1}]$
ρ	densité volumique	$[kg.m^{-3}]$
$\sigma$	nombre de Prandtl du fluide	
au	temps non-dimensionnel	
$\theta$	fluctuations de température non-dimensionnelles	
$\theta_0$	température moyenne non-dimensionnelle	
$\theta_1$	amplitude du fondamental des fluctuations de température non-dimensionnelle	

- $\theta_2$  amplitude du premier harmonique de température non-dimensionnelle
- $\xi$ distance normalisée par le déplacement acoustique

#### Indices

f	fluide
h	échangeur
m	grandeurs moyennes en temps
S	stack
W	fil
/	fluctuations totales

#### Symboles

$\operatorname{Re}[X]$	partie réelle de X
$X_{std}$	écart-type moyen de X
< X >	valeur moyenne de X

# Introduction générale.

#### Bref rappel historique.

La thermoacoustique est le domaine d'étude des interactions entre le champ acoustique et le champ thermique. Depuis des siècles, les souffleurs de verre se sont rendus compte que lorsque une bulle de verre était fortement chauffée au bout de son tube, il arrivait parfois que le verre "chante". Ce phénomène à été étudié expérimentalement par Sondhauss dès 1850 (Feldman, 1968) qui suggère notamment que la fréquence d'émission du son est reliée aux caractéristiques géométriques du tube. Une explication qualitative de ce phénomène est donnée par Lord Rayleigh cinquante ans plus tard environ (Rayleigh , 1945). Il faut attendre les années 1970 pour que Rott développe une théorie linéaire expliquant la conversion d'énergie thermique en énergie acoustique qui apparaît dans les tubes de Sondhauss (cf. Rott (1980), entre autres). Les travaux de Rott ont été synthétisés par Swift (Swift, 1988, 2002).

La théorie de Rott a depuis servi de base à de nombreux travaux sur les moteurs thermoacoustiques. Les premiers travaux expérimentaux de Yazaki (Yazaki et al., 1980) valident en partie la théorie linéaire de Rott. Plusieurs moteurs thermoacoustiques à onde stationnaire ont ensuite été construits, notamment par Swift (1992) ou encore Atchley (1994). Des études plus récentes portent également sur des moteurs thermoacoustiques à onde progressive, la plupart du temps de géométrie annulaire. Parmi elles, citons Yazaki et al. (1998), Backhaus et Swift (2000), Biwa et al. (2001), Penelet *et al.* (2002), Job *et al.* (2003), ou encore Lycklama à Nijeholt *et al.* (2005).

L'utilisation du phénomène inverse, à savoir l'utilisation de l'énergie acoustique pour pomper de la chaleur, est beaucoup plus récente. Il existe deux catégories de systèmes de réfrigération thermoacoustique. La première catégorie regroupe les tubes pulsés ("pulse tube") et les machines Stirling. Ces systèmes sont couramment utilisés en cryogénie. Leur développement provient des travaux de Ceperley (1979), qui montre que le cycle pression-vitesse de Stirling est semblable au cycle observé dans une onde acoustique progressive. L'utilisation d'une onde acoustique a ainsi permis de s'affranchir de toute pièce mobile dans les machines Stirling. Le système étudié ici ne rentre pas dans cette catégorie de machine thermoacoustique. Plus de détails sur les machines Stirling et les tubes pulsés sont disponibles dans les articles de synthèse de Radebaugh (1990) et Popescu *et al.* (2001).

La deuxième catégorie de système de réfrigération thermoacoustique, à laquelle appartient le système étudié ici, concerne les réfrigérateurs à onde stationnaire. Merkli et Thomann (1975b) ont les premiers observé le refroidissement des parois d'un tube à onde acoustique stationnaire proche des ventres de vitesse. Ce n'est qu'en 1983 que le premier réfrigérateur thermoacoustique à onde stationnaire est construit par Weathley *et al.* (1983). Les bases théoriques de la réfrigération thermoacoustique sont apparues à peu près en même temps grâce aux développements de la théorie linéaire par Merkli et Thomann (1975a), Rott (Rott (1980), par exemple), et Weathley *et al.* (1983). Ces travaux ont ensuite été synthétisés par Swift (cf. Swift (1988) et Swift (1992)). Depuis, de nombreux systèmes à onde stationnaire ont été développés et étudiés à travers le monde. Citons parmi d'autres les travaux de Hofler (1986), Atchley *et al.* (1990), Garrett *et al.* (1993), Bailliet *et al.* (2000b), Poese et Garrett (2000), Duffourd (2001), Tijani (2001), Mongeau *et al.* (2001), Aben et Zeegers (2006), Debesse *et al.* (2007), et le dispositif faisant l'objet de cette thèse (Berson et Blanc-Benon, 2007b). Citons également les travaux originaux de Poignand *et al.* (2007) qui utilisent un système à plusieurs haut-parleurs à la place du résonateur, pour générer une onde acoustique dont la phase est intermédiaire entre l'onde progressive et l'onde stationnaire.

#### L'effet thermoacoustique.

Le système de réfrigération à onde stationnaire faisant l'objet de notre étude est basé sur l'effet thermoacoustique. L'effet thermoacoustique résulte de l'interaction entre une onde acoustique et une plaque solide. Dans les couches limites thermiques et visqueuses le long d'une plaque solide, la relation de phase entre les oscillations acoustiques de pression et de vitesse est telle qu'un cycle thermodynamique est créé, permettant de convertir l'énergie acoustique en flux de chaleur ou, inversement, un flux de chaleur en énergie acoustique. Deux types de cycles thermodynamiques peuvent ainsi être générés par une onde acoustique. En présence d'une onde progressive, les oscillations de vitesse et de pression sont en phase et le cycle thermodynamique correspondant est réversible. Ce type de cycle thermodynamique est appelé cycle de Stirling et est utilisé dans les machines Stirling et dans les tubes pulsés. Le système étudié ici appartient à la deuxième catégorie de machines thermoacoustiques, basées sur un cycle irréversible pour lequel les oscillations de vitesse et de pression sont en quadrature. Ce type de cycle apparaît dans les ondes acoustiques stationnaire.

Notre étude porte donc sur l'effet thermoacoustique en tant que processus de conversion de l'énergie acoustique en flux thermique dans un résonateur acoustique. Le processus inverse de conversion de l'énergie thermique en énergie acoustique existe, mais nous nous concentrerons sur l'utilisation de l'effet thermoacoustique comme pompe à chaleur. Notons par ailleurs que des couplages thermoacoustiques sont également observés dans les tubes de Rijke (cf. Heckl (1988) par exemple) ou encore lors des phénomènes de combustion (cf. Dowling (1995) par exemple). Ces phénomènes sortent du cadre de notre étude et ne sont pas considérés ici. Dans ce paragraphe, l'effet thermoacoustique est tout d'abord mis en évidence au dessus d'une plaque solide seule, dans le cas simple d'une plaque courte et en négligeant les effets de la viscosité. Ensuite, l'effet thermoacoustique est décrit du point de vue Lagrangien, pour une meilleure appréhension physique du phénomène. Les démonstrations présentées dans ce paragraphe sont les cas les plus simples de la théorie linéaire de la thermoacoustique. Elles sont reprises de l'article de Swift (1988) faisant la synthèse de l'ensemble des travaux fondateurs de Rott (entre autres Rott (1980)).

#### Effet thermoacoustique au dessus d'une plaque courte sans effets visqueux.

Considérons tout d'abord le cas simple d'une plaque plane dans une onde acoustique stationnaire. Un schéma est proposé dans la figure i.1. L'onde acoustique stationnaire génère des fluctuations de vitesse u' selon l'axe du résonateur x, de pression P', de densité  $\rho'_f$  et de température T' qui oscillent harmoniquement à la fréquence  $f_{res} = \omega/(2\pi)$ ,  $\omega$  étant la pulsation des oscillations. Afin de mettre en évidence le phénomène de transport de chaleur par effet thermoacoustique de manière simple, les effets de la viscosité du fluide de travail sont négligés. Le champ de température oscillante au dessus de la plaque



FIG. i.1 – Schéma représentant une plaque dans une onde stationnaire générée dans un résonateur acoustique fonctionnant en mode demi-onde. Les profils des fluctuations des grandeurs acoustiques le long de l'axe du résonateur sont également schématisés.

est régi par l'équation générale d'énergie dans le fluide :

$$\rho T\left(\frac{\partial s}{\partial t} + \vec{u} \cdot \text{grad}s\right) = \operatorname{div}(k_f \operatorname{grad}T), \qquad (i.1)$$

avec T la température du fluide, s son entropie,  $\rho$  sa densité,  $k_f$  sa conductivité et  $\vec{u}$  le champ de vitesse (u, v) dans le plan (x, y). Cette équation est linéarisée autour des valeurs moyennes de la pression  $P_m$ , de la densité  $\rho_f$ , et de la température  $T_m$ . En ne gardant que les termes du premier ordre, elle s'écrit alors :

$$\rho_f T_m \left( \frac{\partial s'}{\partial t} + \vec{u'} \cdot \operatorname{grad} s_m \right) = \operatorname{div}(k_f \operatorname{grad} T').$$
(i.2)

La plaque a une longueur petite devant la longueur de l'onde acoustique  $(l \ll c_0/f_{res})$ , avec  $c_0$  la célérité du son dans le fluide de travail), et elle est placée loin des ventres et noeuds des grandeurs acoustiques. Cela permet de négliger les gradients des grandeurs acoustiques dans la direction de propagation de l'onde x. De plus les fluctuations d'entropie sont reliées aux fluctuations de température et de vitesse par la relation thermodynamique :

$$ds = \frac{c_p}{T_m} dT - \frac{\beta}{\rho_f} dP, \qquad (i.3)$$

avec  $\beta$  le coefficient de dilatation thermique du fluide, et  $c_p$  sa chaleur spécifique à pression constante. L'équation i.2 peut donc finalement s'écrire :

$$i\omega\rho_f c_p T' - k_f \frac{\partial^2 T'}{\partial y^2} = i\omega T_m \beta P' - \rho_m c_p \frac{\partial T_m}{\partial x} u'.$$
(i.4)

Par la suite le gradient de température moyenne selon la direction de propagation de l'onde sera noté  $\nabla T_m$ . Le champ de température oscillante est ainsi donné par la solution de l'équation i.4 :

$$T' = \left[\frac{\beta T_m}{\rho_m c_p} P' - \frac{\nabla T_m}{\omega} u'\right] \times \left[1 - e^{-(1+i)y/\delta_\kappa}\right],\tag{i.5}$$

11



FIG. i.2 – Parties réelles et imaginaires des fluctuations de température proche de la plaque solide, d'après l'équation i.5. — : partie réelle. – – : partie imaginaire.

où  $\delta_{\kappa} = \sqrt{2k_f/(\omega \rho_f c_p)}$  est l'épaisseur de couche limite thermique. Le premier terme de l'équation i.5 exprime les fluctuations de température adiabatiques dues aux oscillations de pression dans l'onde stationnaire. Le deuxième terme traduit la convection du gradient de température moyenne par les oscillations de vitesse. Loin de la plaque, en dehors de la couche limite thermique  $(y \gg \delta_{\kappa})$ , le facteur de droite dans l'équation i.5 tend vers 1 et les oscillations de température sont identiques à celles qui se produiraient sans plaque. En revanche, proche de la plaque solide, le terme en exponentiel de ce facteur n'est pas négligeable et va introduire à la fois une atténuation des oscillations de température et un déphasage. L'évolution de ce facteur  $[1 - exp(-(1 + i)y/\delta_{\kappa})]$  au dessus de la plaque est donnée dans la figure i.2. Sa partie réelle croît jusqu'à un maximum légèrement au dessus de 1 sur une distance de deux épaisseurs de couche limite thermique au dessus de la plaque, avant de tendre vers 1 loin de la plaque. Sa partie imaginaire, qui est nulle loin de la plaque, présente un maximum non négligeable aux environs d'une épaisseur de couche limite thermique au dessus de la plaque.

Les conséquences de l'apparition de ce retard de phase des oscillations de température proche de la paroi s'obervent en calculant le flux d'énergie convecté  $\langle \dot{q}_{\omega} \rangle$  par unité de surface, moyenné sur une période acoustique :

$$\langle \dot{q}_{\omega} \rangle = \frac{1}{2} \rho_f c_p \operatorname{Re}\left[ \langle u' T'^* \rangle \right] - \frac{1}{2} T_m \beta \operatorname{Re}\left[ \langle u' P'^* \rangle \right], \qquad (i.6)$$

où Re [] désigne la partie réelle d'une quantité, et  $\langle \rangle$  désigne la moyenne temporelle sur une période acoustique. Le deuxième terme de l'équation i.6 est nul dans une onde acoustique stationnaire puisque les fluctuations de vitesse et de pression sont en quadrature. Le flux d'énergie convecté se réduit donc au flux d'enthalpie. De plus, les fluctuations de vitesse et de température loin de la plaque étant également en quadrature, c'est la partie imaginaire des fluctuations de température qui est responsable du flux de chaleur le long de la plaque. Le flux d'énergie est intégré sur la largeur de la plaque  $l_z$  et sur la hauteur du domaine fluide de chaque côté de la plaque :

$$\dot{Q}_{\omega} = 2 \int_{0}^{l_{z}} \int_{0}^{\infty} \langle \dot{q}_{\omega} \rangle \,\mathrm{d}y \mathrm{d}z = -\frac{1}{4} l_{z} \delta_{\kappa} T_{m} \beta P' u' (\Gamma - 1), \qquad (i.7)$$

où  $\Gamma = \nabla T_m / \nabla T_{m,crit}$ , avec  $\nabla T_{m,crit}$  le gradient de température critique tel que le premier facteur de l'équation i.5 s'annule :

$$\nabla T_{m,crit} = \frac{\omega\beta T_m}{\rho_m c_p} \frac{P'}{u'},\tag{i.8}$$

Ce flux d'énergie est, dans des conditions ordinaires, très petit. C'est pourquoi l'effet thermoacoustique ne se fait pas ressentir dans la vie de tous les jours, lorsque l'on parle par exemple. Néanmoins, en présence d'une onde acoustique de fort niveau, comme il est possible d'en obtenir dans un résonateur acoustique, le flux thermoacoustique devient suffisament important pour pouvoir être observé et utilisé. En pratique, des empilements de plaques, appelés stack, sont utilisés pour optimiser la portion de la section du résonateur sur laquelle l'effet thermoacoustique se produit. Il est également possible d'utiliser des milieux poreux constitués de canaux de différentes formes (Arnott *et al.*, 1991), voire même des matériaux poreux plus classiques comme la laine de roche (Roh *et al.*, 2007). Dans la suite de ce manuscrit, nous utiliserons de manière générique le terme "stack" comme étant la partie du système où est exploité l'effet thermoacoustique.

Pour conclure ce paragraphe, le flux de travail moyen est donné par :

$$\langle \dot{w} \rangle = -\frac{\omega}{\rho_f} \left\langle i P' \rho'^* \right\rangle, \tag{i.9}$$

où les symboles sur lignés indiquent la moyenne sur une période acoustique de ces quantités fluctuantes. Le flux de travail moyen intégré sur un volume de fluide  $l_y \delta_{\kappa} dx$  autour de la plaque est finalement donné par :

$$\dot{W} = \frac{1}{4} l_y \delta_\kappa \mathrm{d}x \frac{T_m \beta^2 \omega}{\rho_f c_p} P'^2 (\Gamma - 1).$$
(i.10)

L'expression du flux de travail permet de mettre en évidence les deux types de fonctionnement des systèmes thermoacoustiques : pompe à chaleur et moteur. Lorsque  $\nabla T_m < \nabla T_{m,crit}$  ( $\Gamma - 1 < 0$ ), le flux de travail est négatif. L'énergie acoustique est donc absorbée par la plaque pour créer un flux de chaleur le long de cette dernière. Le système fonctionne comme une pompe à chaleur. En revanche, lorsque  $\nabla T_m > \nabla T_{m,crit}$  ( $\Gamma - 1 > 0$ ), le flux de travail est positif. Du travail est donc produit le long de la plaque, c'est à dire que l'énergie thermique est convertie en énergie acoustique. Le système fonctionne comme un moteur.

#### Explication de l'effet thermoacoustique d'un point de vue lagrangien.

Dans ce paragraphe, nous allons suivre l'évolution d'une particule fluide soumise à l'effet thermoacoustique au cours d'un cycle acoustique. Cette description lagrangienne est reprise de Swift (1988). Le cycle thermoacoustique d'un réfrigérateur est donné dans la figure i.3. Il peut être décomposé, de manière simplifiée, en quatre étapes distinctes :

- (a) : Soumise aux oscillations de vitesse de l'onde acoustique, la particule fluide se déplace vers le ventre de pression du résonateur.
- (b) : La particule fluide est à l'arrêt et subit une compression due aux fluctuations de pression acoustique. Sa température devenant plus chaude que celle de la plaque, elle donne de la chaleur à cette dernière par conduction thermique.



FIG. i.3 – Schéma d'un diagramme pression-volume du cycle d'une machine thermoacoustique fonctionnant en pompe à chaleur. Les échanges thermiques entre la plaque et le fluide sont représentés à différents instants du cycle. (a) : La particule fluide se déplace vers le ventre de pression. (b) : La particule fluide se comprime, s'échauffe et devient plus chaude que la plaque. La particule donne de la chaleur à la plaque. (c) : La particule fluide revient vers le nœud de pression. (d) : La particule fluide se détend, se refroidit et devient plus froide que la plaque. Cette dernière cède de la chaleur à la particule.

- (c) : A nouveau soumise aux oscillations de vitesse de l'onde acoustique, la particule fluide revient vers le nœud de pression du résonateur.
- (d) : La particule fluide est de nouveau à l'arrêt. Elle subit cette fois une détente due aux fluctuations de pression acoustique. Sa température devenant plus froide que celle de la plaque, cette dernière donne de la chaleur à la particule fluide par conduction thermique. Et le cycle recommence.

Evidemment, le cycle thermodynamique se produit en continue et non pas par étapes comme nous venons de le décrire. Cette représentation de l'effet thermoacoustique, bien qu'éloignée de la réalité, permet néanmoins d'appréhender le déroulement des mécanismes de transfert de chaleur mis en jeu dans l'effet thermoacoustique. Le déplacement d'une particule fluide au cours d'un cycle acoustique est en général petit devant la longueur de la plaque. Il faut donc imaginer une série de particules fluides disposées le long d'une plaque et se transmettant la chaleur petit à petit pour finalement obtenir un flux de chaleur le long de la plaque. A noter que, pour une pompe à chaleur le flux de chaleur est dirigé du côté froid de la plaque vers le côté chaud, se dernier se trouvant plus proche du ventre de pression. Dans le mode moteur, un cycle thermodynamique semblable se développe, mais qui évolue dans le sens opposé.

#### Enjeux et axes de recherche en thermoacoustique.

#### Enjeux.

En 1987, afin de contrevenir à l'accroissement du trou dans la couche d'ozone créé par le rejet de composés chlorés dans l'atmosphère par l'activité humaine, le protocole de Montréal a été signé par la communauté internationale, interdisant progressivement l'utilisation des CFC (chlorofluorocarbones) et des HCFC(hydrochlorofluorocarbones). Ces composés chlorés ont longtemps été utilisés dans les systèmes de réfrigération traditionnels basés sur des cycles de compression de la vapeur. Ils ont été remplacés par des fluides non chlorés (HFC, hydrofluorocabones), inoffensifs pour la couche d'ozone mais participant au réchauffement de la planète par leur contribution à l'effet de serre contre lequel le protocole de Kyoto à été signé par la communauté internationale et qui est entré en vigueur en 2005.

Parallèlement, les besoins en solutions de refroidissement ont considérablement augmenté au cours des dernières décennies. Notamment, outre le développement des systèmes de climatisation, la démocratisation de systèmes électroniques embarqués de plus en plus petits, mais aussi de plus en plus puissants, crée des besoins toujours accrus en terme d'évacuation de la chaleur (Conway et Punch, 2007). Dans ce contexte d'un besoin croissant de système réfrigérants avec un impact environnemental faible voire nul, les réfrigérateurs thermoacoustiques présentent de nombreux avantages parmi lesquels :

- Les fluides de travail les mieux adaptés aux systèmes thermoacoustiques sont des gazs neutres (Hélium, Argon, ...) dont l'impact environnemental est nul. Il est également possible d'utiliser l'air comme fluide de travail.
- Les systèmes thermoacoustiques ne nécessitent pas de pièces mobiles (outre la source dans certains cas) ce qui en fait des systèmes fiables et robustes. De plus aucune lubrification n'est nécessaire, ce qui permet d'utiliser ces systèmes dans des conditions extrêmes.
- Leur architecture simple laisse ouverte la voie vers la miniaturisation et l'intégration des systèmes



FIG. i.4 – Schéma représentant un réfrigérateur à onde stationnaire classique sur lequel sont indiqués les différents points faisant l'objet des recherches actuelles. ① : forme des résonateurs.
② : apparition d'écoulement moyen (streaming). ③ : fluide de travail. ④ : couplage source-résonateur, sources pour systèmes miniatures. ⑤ : fabrication des stacks, transport thermoa-coustique. ⑥ : Echange de chaleur entre le milieu extérieur et le réfrigérateur thermoacoustique.
⑦ : Caractérisation du transport de chaleur non-linéaire entre le stack et les échangeurs, effets de bords.

thermoacoustiques en vue du refroidissement des composants électroniques.

- Le couplage d'un moteur et d'un réfrigéateur thermoacoustiques permet de transporter de l'énergie thermique par le biais de l'onde acoustique. Ainsi, de la chaleur est convertie en onde acoustique par un moteur, cette onde alimentant ensuite un réfrigérateur. Ce type de système couplé a été développé pour la liquéfaction de gaz naturel en milieu offshore (Wollan *et al.*, 2002), et permet d'envisager des applications dans le domaine du recyclage d'énergie perdue (Spoelstra et Tijani, 2005).

Le développement industriel des systèmes thermoacoustiques est pour l'instant limité par leurs faibles performances. Pourtant, leur rendement (ou efficacité) maximal théorique avoisine les 50% du rendement (ou efficacité) de Carnot (Wetzel et Herman, 1997; Paek *et al.*, 2007). Les systèmes thermoacoustiques sont donc une alternative potentielle sérieuse aux systèmes de réfrigération traditionnels, et de nombreuses voies de développement sont en cours pour améliorer leurs performances.

#### Axes de recherche.

La plupart des recherches concernant les réfrigérateurs thermoacoustiques visent à améliorer leur efficacité. Les faibles performances obtenues jusqu'à présent sont dues à des pertes qui se répartissent sur les différents éléments d'un réfrigérateur thermoacoustique. Le schéma proposé dans la figure i.4 représente un réfrigérateur thermoacoustique à onde stationnaire classique, sur lequel sont indiqués les différents points à améliorer qui font l'objet de la plupart des recherches actuelles. Ces différents axes de recherche sont les suivants :

①: La forme du résonateur est étudiée afin de limiter les pertes par dissipation le long des parois.
 Hofler (1986) et Garrett *et al.* (1993) utilisent une sphère de grand volume pour changer la condition terminale du résonateur et ainsi limiter sa longueur, et donc les pertes par dissipation visqueuse.

Avec le même objectif, Tijani (2001) utilise un tube conique. A fort niveau, l'onde acoustique est susceptible de devenir non linéaire et des harmoniques supérieurs peuvent apparaître, qui nuisent aux performances du système. Gaitan et Atchley (1993) ont montré qu'un changement de section du résonateur réduit la génération d'harmoniques. Des études sur des formes de résonateur permettant d'atteindre des niveaux acoustiques très élevés ont notamment été proposées par Lawrenson *et al.* (1998), Ilinskii *et al.* (1998), Chun et Kim (2000) et Hamilton *et al.* (2001).

Des recherches sont également orientées vers la diminution de l'encombrement des systèmes thermoacoustiques. Poignand *et al.* (2007) proposent de remplacer le résonateur par un système à plusieurs sources, ce qui permet par ailleurs de modifier la phase entre les oscillations de pression et de vitesse. En vue de la miniaturisation, des systèmes radiaux (Lightfoot *et al.*, 1999; Chen *et al.*, 2002), des systèmes planaires, et de très petite taille (Symko *et al.*, 2004) ont aussi été étudiés.

- ②: Le "streaming" est un écoulement moyen d'ordre supérieur qui apparaît dans les systèmes oscillants à très fort niveau. Cet écoulement moyen nuit au performances du système. Le type de streaming observé dans les résonateurs acoustiques à onde stationnaire est le streaming de Rayleigh (Rayleigh , 1945). Une synthèse des travaux théoriques sur ce phénomène est donnée par Nyborg (1965). Citons également les travaux plus récents de Olson et Swift (1997), Gopinath et al. (1998), Bailliet et al. (2001), Waxler (2001), Marx et Blanc-Benon (2004b), So et al. (2006), incluant la présence d'un gradient de température dans leur théorie. La caractérisation expérimentale du streaming de Rayleigh dans un réfrigérateur thermoacoustique a notamment fait l'objet des travaux de Gaitan et al. (1994), Bailliet et al. (2001), ou encore Thompson (Thompson et Atchley, 2005a; Thompson et al., 2005b). A très fort niveau, le streaming peut devenir non-linéaire, ce qui a été étudié par Menguy et Gilbert (2000) et Boluriaan et Morris (2003) par exemple.
- ③ : Afin de maximiser l'effet thermoacoustique et limiter les pertes par effet visqueux, le nombre de Prandtl du fluide de travail, qui caractérise l'importance des effets visqueux par rapport aux effets thermique dans le fluide, doit être le plus bas possible. C'est pourquoi il est courant d'utiliser des gaz rares, ou des mélanges de gaz rares. Remarquons que les performances des systèmes thermoacoustiques sont augmentées lorsque le fluide de travail est sous pression (Swift, 2002). Une synthèse récente sur l'utilisation optimale des mélanges de gaz rares en thermoacoustique est fournie par Herman et Chen (2006b). A noter que Geller et Swift (2002) ont également mis en évidence la capacité des systèmes thermoacoustiques à pouvoir séparer deux gaz présents dans un mélange, sans toutefois pouvoir donner d'explication quantitative du phénomène. Enfin, l'utilisation de liquide comme fluide de travail a été envisagée par Swift *et al.* (1985).
- ① : Les mauvaises performances de la conversion de l'énergie électrique en énergie acoustique par la source sont responsables d'une grande partie des pertes observées dans les réfrigérateurs thermoa-coustiques. Dans la plupart des systèmes conçus jusqu'à maintenant, des sources électrodynamiques, plus ou moins proches des haut-parleurs grand public, ont été utilisées. Les travaux de Bailliet et al. (200b), Li et al. (2002), Tijani (2001), Marx et al. (2006) ou encore Paek et al. (2005b) montrent qu'il est nécessaire de prendre en compte le couplage entre la source et le résonateur dans le choix et le réglage de la source pour obtenir des performances optimales. Avec la tendance vers la miniaturisation des réfrigérateurs thermoacoustiques, des sources plus compactes sont nécessaires. Lihoreau et al. (2002) puis Fan et al. (2004) ont ainsi modélisé le couplage entre une cavité thermoacoustique et une source piézo-électrique. Des sources piézo-électriques ont été intégrées avec plus ou moins de succès dans des systèmes miniatures par Chen et al. (2002) ou encore Kwon et al. (2005). Des recherches ont également porté sur l'utilisation de sources thermoa-

coustiques alimentées par l'énergie solaire (Adeff et Hofler, 2000), ou par la récupération d'énergie perdue (Spoelstra et Tijani, 2005), ainsi que des sources aéro-acoustiques (Slaton et Zeegers , 2005).

(5): Le stack est la pièce centrale d'un réfrigérateur thermoacoustique. Le matériau du stack ne doit pas conduire la chaleur pour éviter la conduction retour par le solide, opposée au flux thermoacoustique. Sa fabrication n'est pas aisée étant donnée la différence de rapport d'échelle entre la taille du stack et la taille des pores, et la nécessité d'avoir des pores réguliers. Les géométries les plus couramment utilisées sont des empilements de plaques planes (Duffourd (2001); Swift (2002); Berson et Blanc-Benon (2007b) par exemple) ou encore des monolithes de céramique à pores carrés (Duffourd (2001), par exemple). Ces derniers présentent l'avantage d'être produits à grande échelle dans l'industrie automobile (pour les pots catalytiques). Des "pin-array stacks" (assemblage d'aiguilles) ont montré d'excellentes performances, mais les difficultés de fabrication de ce type de stack s'avèrent rédhibitoires(Swift et Keolian, 1993). La fabrication de stacks réguliers est d'autant plus problématique que les systèmes tendent vers la miniaturisation. Des stacks miniatures ont ainsi été réalisés à l'aide de micro-technologies par Penelet *et al.* (2006). D'autres équipes orientent leur recherche vers l'utilisation de divers matériaux poreux (Muelheisen *et al.*, 2005; Roh *et al.*, 2007). Notons également que Wakeland et Keolian (2002) ont étudié la faisabilité d'un réfrigérateur dépourvu de stack et constitué seulement des échangeurs.

Le flux de chaleur thermoacoustique le long du stack est décrit par la théorie linéaire de la thermoacoustique (Swift, 2002). Néanmoins, aux forts niveaux acoustiques requis pour des applications industrielles, la théorie linéaire n'est plus valide (Swift, 1992; Marx, 2003). Une description semianalytique plus précise des échanges thermiques le long du stack a été proposée par Watanabe *et al.* (1997), Yuan *et al.* (1997) et Karpov et Prosperetti (2002). La caractérisation analytique complète des mécanismes thermiques survenant le long du stack n'a été proposée que très récemment par Lotton *et al.* (2007). Cette dernière modélisation présente un bon accord quantitatif avec les expériences pour l'établissement du gradient de température le long du stack (cf. annexe C).

- (6): Le rôle des échangeurs de chaleur chaud et froid est primordial. Ce sont eux qui permettent d'exploiter le flux de chaleur thermoacoustique créé le long du stack en reliant ce dernier au milieu extérieur. L'utilisation d'échangeurs de chaleur est courante et maîtrisée dans un écoulement à vitesse moyenne non nulle, mais leur comportement dans un écoulement oscillant est très mal connu. Les échangeurs généralement utilisés en thermoacoustique sont des échangeurs classiques, composés de grilles ou d'ailettes de métal avec circulation d'eau (Swift, 2002; Paek et al., 2005a), qui ne sont pas conçu pour des applications en régime oscillant. Notons tout de même le développement récent par Swift et Backhaus (2004) de l'utilisation d'un échangeur où le fluide caloporteur est mis en mouvement par les oscillations à l'intérieur du résonateur. Plusieurs études expérimentales et théoriques ont cherché à déterminer le coefficient d'échange thermique des échangeurs en écoulement oscillant. Leurs références et plus de détails sont disponibles dans l'introduction du chapitre 2 de cette thèse.
- ⑦: Le transport non-linéaire de chaleur entre le stack et les échangeurs, ainsi que les phénomènes de bord apparaissant au voisinage des extrémités des empilements et dans les zones séparant le stack des échangeurs, font l'objet de cette thèse. La théorie linéaire, utilisée dans les algorithmes d'aide à la conception de systèmes thermoacoustiques (comme DeltaE, cf. Ward et Swift (1994)), ne prend pas en compte ce type de phénomènes. Or, des études numériques et analytiques ont montré l'apparition de structures tourbillonnaires derrière les empilements (Marx, 2003; Besnoin et Knio, 2004) ou encore la génération d'harmoniques de température proche des bords (Gusev et al., 2001; Marx et Blanc-Benon, 2005), qui ont une influence non négligeable sur le transport de

chaleur entre le stack et les échangeurs. Plus de références bibliographiques sont données dans les introductions des chapitres 2 et 4.

#### Objectifs et plan de la thèse.

La maîtrise des échanges thermiques entre le stack d'un réfrigérateur thermoacoustique à onde stationnaire et ses échangeurs de chaleur est un point crucial vers la conception de systèmes thermoacoustiques efficaces. Des études analytiques et numériques récentes (Gusev *et al.*, 2000; Marx, 2003; Besnoin et Knio, 2004) ont mis en évidence l'apparition de non-linéarités et d'effets de bords proche des extrémités des empilements, pour des niveaux acoustiques élevés comme ceux requis dans les systèmes à visée industrielle. Jusqu'à présent, les données expérimentales à propos de ces phénomènes manquent. L'objectif de cette thèse est donc de caractériser expérimentalement le transport non-linéaire de chaleur entre le stack et les échangeurs, ainsi que les effets de bords apparaissant au voisinage des extrémités du stack et des échangeurs. Pour ce faire, des techniques expérimentales spécifiques aux mesures dans les écoulements oscillants sont développées. La confrontation des résultats expérimentaux avec les modèles numériques et analytiques contribue à une meilleure connaissance de ces phénomènes, et à l'amélioration des méthodes de conception de réfrigérateurs thermoacoustiques efficaces, en vue d'une miniaturisation. Cette thèse fait suite aux précédents travaux expérimentaux de Duffourd (2001), et numériques de Marx (2003), effectués au LMFA.

Le chapitre 1 de cette thèse est consacré à la présentation de la maquette de réfrigérateur thermoacoustique faisant l'objet des études expérimentales présentées ici. Le champ acoustique à l'intérieur du résonateur à onde stationnaire est par ailleurs modélisé, et les performances thermiques que l'on peut attendre d'un tel système sont déterminées expérimentalement.

Dans le **chapitre 2**, un modèle analytique de transport non-linéaire de la chaleur entre un stack et un échangeur de chaleur, initialement développé par Gusev *et al.* (2000) et Gusev *et al.* (2001), est repris et étendu pour prendre en compte le caractère fini de l'échangeur, et la différence de température moyenne entre celui-ci et le stack. L'extension proposée permet de calculer le flux de chaleur transféré vers l'échangeur, en tenant compte des pertes de chaleur par conduction retour. Les résultats obtenus sont comparés avec les prédictions de la théorie linéaire. Différents mécanismes participant au transport de chaleur entre le stack et les échangeurs sont identifiés. Les paramètres du modèle sont optimisés pour obtenir le flux de chaleur maximum transporté entre le stack et l'échangeur.

Le chapitre 3 concerne la mesure des fluctuations de température et de vitesse dans un réfrigérateur thermoacoustique à l'aide de l'anémométrie fil froid et fil chaud. Ce type de technique expérimentale requiert une utilisation et des développements spécifiques aux écoulements oscillants à vitesse moyenne nulle ou proche de zéro. Les oscillations de température sont mesurées derrière le stack thermoacoustique à l'aide de l'anémométrie fil froid à courant constant (CCA). Les résultats, obtenus après une calibration dynamique adéquate, viennent valider en partie le modèle analytique présenté dans le chapitre précédent. La mesure de vitesse oscillante par anémométrie fil chaud à tension constante (CVA) est moins directe. En effet, divers phénomènes inertiels apparaissent dans les écoulements oscillant étudiés, qui rendent les techniques de calibration traditionnelles inutilisables. Ces phénomènes sont mis en évidence et modélisés. Les résultats obtenus ouvrent la voie vers le développement futur d'un modèle complet permettant la mesure précise par anémométrie fil chaud des fluctuations de vitesse en écoulement oscillant.

Le chapitre 4 porte sur la mesure par Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV) des champs de vitesse derrière le stack thermoacoustique et dans l'espace séparant le stack de l'échangeur lui faisant face. La technique expérimentale est présentée et validée. Dans un premier temps, la mesure de l'écoulement dans les couches limites oscillantes à l'intérieur des canaux du stack permet l'évaluation des pertes par dissipation visqueuse le long des plaques. Ensuite l'écoulement derrière le stack est caractérisé, pour des niveaux acoustiques élevés, mettant en évidence l'apparition d'oscillations des couches de vorticité dans le sillage des plaques, formant ainsi une allée tourbillonnaire. L'échappement tourbillonnaire est caractérisé, et un critère approché pour le déclenchement de ces oscillations est proposé. Les structures tourbillonnaires générées sont ensuite étudiées en détails, fournissant ainsi une base de données qui pourra servir de comparaison lors de travaux futurs. Enfin, l'écoulement entre un stack et l'échangeur lui faisant face est mesuré. Des oscillations semblables à celles précédemment décrites sont observées entre les empilements. Les pertes par dissipation visqueuse à travers l'espace séparant les empilements sont estimées et la perte de périodicité de l'écoulement due aux oscillations des couches de vorticité est mise en évidence.

Pour finir, les perspectives de ce travail seront évoquées dans la conclusion.

## Chapitre 1

# Présentation de la maquette de réfrigérateur thermoacoustique.

La maquette de réfrigérateur thermoacoustique, à l'aide de laquelle l'ensemble des études expérimentales présentées ici ont été effectuées, est décrite dans ce chapitre. Cette maquette est un modèle de réfrigérateur thermoacoustique à onde stationnaire. Les principales améliorations apportées par ce dispositif par rapport aux maquettes utilisées dans les études précédemment effectuées au LMFA (Duffourd, 2001) sont le faible encombrement, puisque la longueur du résonateur a été réduite d'un facteur 5 environ, et surtout la possibilité d'atteindre des niveaux de pression acoustique élevés à l'intérieur du résonateur, plus proches de cas réalistes : jusqu'à  $P_{ac} = 5000$ Pa (DR = 5%) contre une valeur maximale  $P_{ac} = 1500$ Pa (DR = 1.5%) pour Duffourd (2001). Il est ainsi possible d'étudier les non-linéarités et les effets de bords qui apparaissent à ces niveaux acoustiques élevés. Les caractéristiques des différents composants de la maquette, ainsi qu'un modèle analytique décrivant le champ acoustique à l'intérieur du résonateur vide sont proposés dans la suite de ce chapitre.

#### 1.1 Résonateur.

Un schéma du résonateur constituant le réfrigérateur thermoacoustique est donné dans la figure 1.1. Il est composé de trois blocs en plexiglas formant un tube rectiligne de section circulaire de diamètre  $2R_{res} = 30$ mm et ayant une longueur totale de  $L_c = x_f - x_p = 150$ mm. L'un des blocs peut être remplacé par un cylindre en verre de même section, avec des parois d'épaisseur 2mm. Ce cylindre en verre a subi un traitement optique spécifique, assurant le parallélisme des parois internes et externes. Il permet un accès optique de qualité à l'intérieur du résonateur, indispensable pour les mesures de vitesse par PIV présentées dans le chapitre 4. L'accès optique rend également possible le positionnement précis des fils chauffés vis-àvis du stack, dans le cadre du chapitre 3. Le résonateur est fermé à l'une de ses extrémités par un fond en plexiglas. Différents fonds ont été utilisés selon la technique de mesure à mettre en œuvre. Ils seront décrits plus en détails au début de chaque chapitre concerné. L'onde acoustique stationnaire est générée par un haut-parleur électrodynamique (Gelec BDM8760F) placé à l'autre extrémité du résonateur. L'adaptation entre la section du haut-parleur S(0) = 86mm et celle du résonateur  $S_{res}$  se fait à l'aide d'un convergent exponentiel de longueur  $L_p = 30$ mm. La longueur totale du résonateur est donc  $L_{res} = 180$ mm. La section S(x)du pavillon est donnée par la formule suivante :

$$S(x) = S(0)e^{2ax},$$
 (1.1)

#### avec $a = -26.5 \text{m}^{-1}$ .



FIG. 1.1 – Schéma de la maquette de réfrigérateur thermoacoustique.

Le haut-parleur est alimenté par un signal sinusoïdal monochromatique délivré par un système Siglab<sup>tm</sup> piloté par le logiciel Matlab<sup>tm</sup> depuis un ordinateur de bureau. Le système est excité à la résonance afin d'avoir une onde stationnaire de fort niveau dans le résonateur. Les niveaux de pression les plus élevés sont obtenus pour un fonctionnement dans le mode quart d'onde (la longueur du résonateur correspond à un quart de la longueur de l'onde acoustique), ce qui correspond à un fréquence de résonance  $f_{osc}\approx$  470 Hz. La fréquence de résonance va dépendre de la présence ou non du stack, de sa position, et des conditions expérimentales (température ambiante, humidité, ...). Elle sera déterminée avant chaque série de mesure par un balayage en fréquence. Précisons par ailleurs que le fluide de travail est l'air à pression ambiante. Dans ces conditions, les échelles de longueur caractéristiques de l'effet thermoacoustique que sont les épaisseurs de couche limite visqueuse et thermique prennent pour valeurs  $\delta_{\nu} = \sqrt{2\mu/\rho_f \omega} = 0.10$ mm et  $\delta_{\kappa} = \sqrt{2D/\omega} = 0.12$ mm, respectivement. Afin de limiter la taille de la couche limite visqueuse, lieu de pertes par dissipation visqueuse, par rapport à la taille de la couche limite thermique, au sein de laquelle se produit l'effet thermoacoustique, il aurait été préférable d'avoir pour fluide de travail un gaz avec un nombre de Prandtl  $\sigma = (\delta_{\nu}/\delta_{\kappa})^2$  plus faible que celui de l'air ( $\sigma_{air} = 0.7$ ). A cet effet, il est courant d'utiliser des mélanges de gaz rares sous pression (Tijani et al. (2002b) par exemple). Nos conditions expérimentales ne sont donc pas optimales en termes de performances mais elles ont été choisies pour d'évidentes raisons de facilité de manipulation. Les résultats obtenus pourront néanmoins être transposés aux cas de systèmes thermoacoustiques plus performants.

Le niveau de pression à l'intérieur du résonateur est contrôlé par un microphone 1/4'' Bruel & Kjaer au fond du résonateur ou affleurant à la paroi selon les situations. En effet, on montre dans le paragraphe 1.3

que l'onde acoustique peut être considérée comme plane, c'est à dire que la pression est uniforme dans une section du résonateur. Le microphone peut donc être situé au fond du résonateur, à la distance  $\tilde{x}_P = 7$ mm ou à  $\tilde{x}_P = 90$ mm selon les cas,  $\tilde{x} = L_{res} - x$  étant la distance depuis le fond du résonateur. La pression est donnée en tout point du résonateur à partir de la pression mesurée en utilisant le modèle présenté dans le paragraphe 1.3.2. Il a été possible d'obtenir des niveaux de pression acoustique jusqu'à  $P_{ac} = 5000$ Pa. Ce qui permet l'étude de différents régimes aérodynamiques pour une seule et même configuration géométrique (cf. chapitre 4). La température extérieure est également mesurée à l'aide d'un thermomètre électronique.

#### 1.2 Caractéristiques des empilements thermoacoustiques (stacks).

L'empilement thermoacoustique, appelé stack par la suite, est le siège de l'effet thermoacoustique. Deux types de stacks, A et B, ont été fabriqués "à la main" à partir de lamelles couvre-objet de microscopie en verre (conductivité thermique,  $k_s = 1.05 \text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ). Une photo du stack A est donnée dans la figure 1.2. Les caractéristiques des différents stacks sont rapportées dans le tableau 1.1 et un schéma des différentes grandeurs géométriques impliquées est donné dans la figure 1.3.



FIG. 1.2 – Vue rapprochée du stack A dans son support en Delrin. Le stack et le support sont peint en noir mat pour éviter les réflexions lors des mesures PIV.

Les lamelles, de dimensions  $18 \times 18 \text{mm}^2$  et d'épaisseur  $e_0 = 0.17 \text{mm}$ , sont empilées les unes sur les autres. Elles sont espacées par des cales en plastique d'épaisseur  $2y_0 = 0.40 \text{mm}$  environ pour le stack A, et  $2y_0 = 0.25 \text{mm}$  environ pour le stack B, collées sur les plaques de verre. L'épaisseur de la couche de colle ajoute quelques dixièmes de millimètres à l'espacement entre les plaques. Etant données les dimensions mises en jeu, la fabrication de tels empilements de plaques est très délicate. Un premier stack, qui sera appelé stack C dans le chapitre 4, a tout d'abord été réalisé et intégré dans un support en PVC circulaire d'épaisseur 2mm (cf. figure A.2). L'espacement entre les plaques du stack C ainsi que leurs épaisseurs sont les mêmes que pour le stack A. Les nombreuses difficultés rencontrées, tant pour couper les lamelles de verre à la bonne dimension, que pour assurer un bon parallélisme des plaques entre

Stack	А	В
$l \ (mm)$	18	18
$2y_0 (\mathrm{mm})$	0.41	0.27
$e_0 (\mathrm{mm})$	0.17	0.17
BR	0.39	0.34
$f_{osc}$ (Hz)	461	455
$\delta_{\nu} \ (\mathrm{mm})$	0.10	0.10

TAB. 1.1 – Caractéristiques géométriques des stacks A et B. l est la longueur des plaques,  $2y_0$  est l'espace entre les plaques,  $e_0$  est l'épaisseur des plaques, BR = est le coefficient de blocage, et  $\delta_{\nu}$  est l'épaisseur de couche limite visqueuse.



FIG. 1.3 – Schéma d'un canal d'un stack thermoacoustique.  $\delta_{\nu}$  et  $\delta_{\kappa}$  représentent les épaisseurs de couche limite visqueuse et thermique, respectivement.

elles, ajuster leurs bords, et empiler les lamelles avec un espacement régulier entre elles, ont fait que la régularité de la géométrie de ce premier stack n'a pas été jugée suffisament satisfaisante pour permettre l'exploration des phénomènes de bords faisant l'objet de cette thèse. C'est pourquoi nous avons choisi d'utiliser un support en Delrin permettant de faire tenir un empilement de forme parallélépipédique dans le résonateur. La fabrication des empilements est également rendue plus précise par l'utilisation d'un gabarit (cf. figure A.3(a)). Les stacks A et B ainsi obtenus sont composés de trente à quarante plaques environ (cf. figure A.3(b)). Ils sont ensuite collés sur leur support en Delrin par la face de la plaque inférieure, et recouverts de peinture noire mat pour éviter les réflexions parasites lors des mesures PIV (cf figure A.4(a)). Le plus grand soin a été apporté à leur fabrication et leur régularité s'est avérée suffisante pour nos études. Toutefois, dans la perspective de la miniaturisation des systèmes thermoacoustiques, il sera impératif de définir une méthode de fabrication de stacks appropriée, à l'aide de microtechnologies par exemple (Penelet *et al.*, 2006).

Le coefficient de blocage BR rapporté parmi les caractéristiques géométriques rend compte de l'obstruction de l'écoulement par le stack et son support. Il est défini comme le rapport entre la surface occupée par le fluide dans une section de résonateur et la surface totale de cette section :

$$BR = \frac{2y_0}{2y_0 + e_0} \times \left(1 - \frac{S_{solid}}{S_{res}}\right),\tag{1.2}$$

avec  $S_{solid}$  la surface du support du stack et  $S_{res}$  la section du résonateur. A noter que, dans ce document, le positionnement du stack est en général donné par l'abscisse  $x_c$  de son extrémité chaude (la plus proche du fond). Souvent, la notation dans le repère ayant pour origine le fond du résonateur,  $\tilde{x}_c = L_t - x_c$ , sera préférée (cf. figure 1.1).

Remarquons que la hauteur des canaux plans du stack est proche de la hauteur optimale pour les performances du système thermoacoustique. En effet, Tijani *et al.* (2002a) ont montré qu'un stack atteint des performances optimales lorsque ses plaques sont espacées de  $3\delta_{\kappa}$  environ, c'est à dire  $2y_0 \approx 0.36$ mm dans notre cas. Les résultats obtenus pour les stacks A et B pourront donc raisonnablement être réutilisés dans le cadre de la conception de systèmes thermoacoustiques efficaces.

#### 1.3 Champ acoustique à l'intérieur du résonateur.

Dans les expériences qui seront présentées par la suite, il est nécessaire de connaître en temps réel les grandeurs acoustiques (fluctuations de pression, vitesse et température) au point de mesure, pour pouvoir les contrôler à chaque instant. Une modélisation analytique simple du champ acoustique dans le résonateur permet de calculer ces grandeurs à partir de la pression acoustique mesurée en un point du résonateur. Il est tout d'abord vérifié que l'onde dans le résonateur est plane. Ensuite, le champ acoustique dans le résonateur est calculé, en prenant en compte le pavillon. Notons que le couplage entre la cavité résonante et le haut-parleur n'est pas pris en compte (Bailliet *et al.*, 2000b). Le modèle est validé expérimentalement et quelques valeurs significatives des grandeurs acoustiques sont données à la fin de ce paragraphe.

#### 1.3.1 Modes de propagation dans la partie rectiligne du résonateur.

Il s'agit dans ce paragraphe de déterminer les fréquences de coupure des différents modes afin de vérifier l'hypothèse d'onde plane. L'équation de propagation d'une onde acoustique dans un cylindre de rayon  $R_{res}$  est donnée par l'équation 1.3. L'onde est monochromatique de pulsation  $\omega$  et harmonique en

temps.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \psi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0, \qquad (1.3)$$

avec  $k = \omega/c_0$  le nombre de d'onde, avec  $c_0$  la célérité du son dans le fluide.  $\psi$  est le potentiel défini de la manière suivante :

$$P' = -\rho_f \frac{\partial \psi}{\partial t}, \tag{1.4}$$

$$u' = \frac{\partial \psi}{\partial x},\tag{1.5}$$

$$v' = \frac{\partial \psi}{\partial r}, \tag{1.6}$$

$$w' = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \psi}, \tag{1.7}$$

avec P', u', v' et w' la pression acoustique et les composantes de la vitesse dans l'espace  $(x, r, \psi)$  respectivement.  $\rho_f$  est la densité moyenne du fluide.

La solution de l'équation 1.3, d'après Bruneau (1998), est donnée pour une onde se propageant dans le sens des x positifs :

$$\psi(x, r, \psi, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m \cos(m\psi) + B_m \sin(m\psi) \right] J_m(k_r r) e^{i(k_x x - \omega t)},$$
(1.8)

avec m un nombre entier positif,  $A_m$  et  $B_m$  des constantes et  $J_m$  la fonction de Bessel de première espèce d'ordre m.  $k_r$ , le nombre d'onde dans la direction radiale, est relié à  $k_x$ , le nombre d'onde dans la direction axiale :

$$k_r^2 = k^2 - k_x^2. (1.9)$$

On considère les parois du tube comme étant rigides. On a ainsi une condition de vitesse nulle aux parois qui se traduit par :

$$J'_m(k_r R_{res}) = 0. (1.10)$$

L'équation 1.10 possède une infinité de racines  $\alpha_{ms}$ :

$$k_{rms}R_{res} = \pi \alpha_{ms}, \ m, s = 0, 1, 2...$$
(1.11)

Ainsi, le potentiel de vitesse (équation 1.8) peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\psi(x, r, \psi) = A_{00}e^{ikx} + \sum_{s=1}^{\infty} A_{0s}J_0\left(\pi\alpha_{0s}\frac{r}{R_{res}}\right)e^{i(k_{x0s}x)} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[A_{m0}\cos\left(m\psi\right) + B_{m0}\sin\left(m\psi\right)\right]J_m\left(\pi\alpha_{m0}\frac{r}{R_{res}}\right)e^{i(k_{xm0}x)} + \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty} \left[A_{ms}\cos\left(m\psi\right) + B_{ms}\sin\left(m\psi\right)\right]J_m\left(\pi\alpha_{ms}\frac{r}{R_{res}}\right)e^{i(k_{xms}x)}.$$
 (1.12)

26

Le premier terme de l'équation 1.12, pour m = s = 0, correspond au mode de propagation de l'onde plane. La somme sur m, pour s = 0, correspond à l'ensemble des modes radiaux pouvant se propager dans le cylindre. La somme sur s, pour m = 0, correspond à l'ensemble des modes tangentiels pouvant se propager dans le cylindre. Enfin la double somme sur s et sur m correspond à l'ensemble des modes composés de combinaisons de modes radiaux et tangentiels pouvant se propager dans le cylindre. Le mode d'onde plane se propage quelque soit la fréquence d'excitation. En revanche, les autres modes ne sont propagés que si la fréquence d'excitation est supérieure à une fréquence de coupure  $\Omega_{ms}$  définie par :

$$\Omega_{ms} = k_r c_0 = \pi \alpha_{ms} c_0 / R_{res}. \tag{1.13}$$

En effet, le nombre d'onde  $k_{xms}$  peut-être réécrit sous la forme suivante :

$$k_{xms} = k \sqrt{1 - \left(\frac{\Omega_{ms}}{\omega}\right)^2}.$$
(1.14)

Ainsi, si la fréquence d'excitation est inférieure à la fréquence de coupure du mode considéré  $\omega < \Omega_{ms}$ , le nombre d'onde  $k_{xms}$  est un nombre imaginaire et le mode ne sera pas propagé.

La plus petite racine de l'équation 1.10 apparaît pour le mode m = 1 et s = 0, et vaut  $\pi \alpha_{ms} = 1.841$ . Dans un cylindre de rayon  $R_{res} = 15mm$ , la plus petite fréquence de coupure pour laquelle un mode autre que le mode de l'onde plane puisse se propager vaut donc :

$$f_{10} = \frac{\Omega_{10}}{2\pi} = 1.841 \frac{c_0}{2\pi R_{res}} = 6700 \text{Hz}.$$

La fréquence de travail de la maquette de réfrigérateur thermoacoustique utilisée varie d'une dizaine de Hertz autour de  $f_{osc} = 470$ Hz. Elle est donc bien inférieure à la fréquence de coupure du premier mode autre que l'onde plane. Il en est de même pour les harmoniques supérieurs apparaissant aux fréquences  $2f_{osc}$  et  $3f_{osc}$  à fort niveau de pression acoustique. On en conclut donc que seule l'onde plane se propage dans le résonateur thermoacoustique.

#### 1.3.2 Champ acoustique dans le résonateur avec pavillon.

Le champ acoustique peut maintenant être décrit tout au long du résonateur, en prenant en compte le pavillon. Le couplage avec le haut-parleur n'est pas pris en compte, et l'on considère la source comme un piston délivrant un signal monochromatique. Il vient d'être montré que l'onde acoustique à l'intérieur du résonateur peut-être considérée comme plane aux fréquences considérées. Les composantes radiales et azimuthales du potentiel acoustique peuvent dès lors être supprimées. Il reste :

$$P' = -\rho_f \frac{\partial \psi}{\partial t}, \qquad (1.15)$$

$$u' = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \tag{1.16}$$

Ecrivons les équations de quantité de mouvement et de continuité lorsque la section du tube n'est pas constante (cf. Temkin (1981)). Pour des petites fluctuations de densité  $\rho'$  du fluide autour de leur valeur moyenne  $\rho_f$ , l'équation de continuité donne :

$$S(x)\frac{\partial\rho'}{\partial t} + \rho_f \frac{\partial}{\partial x}(u'S(x)) = 0, \qquad (1.17)$$

27

et la conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho_f \frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0. \tag{1.18}$$

La relation  $P'/\rho' = c_0^2$  permet de réécrire l'équation 1.17 :

$$\frac{\partial P'}{\partial t} + \rho_f c_0^2 \left( \frac{\partial u'}{\partial x} + u' \frac{\partial}{\partial x} (\ln S(x)) \right) = 0.$$
(1.19)

En introduisant le potentiel  $\psi$ , pour une onde monochromatique de pulsation  $\omega$ , l'équation 1.19 s'écrit finalement :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} (\ln S(x)) \frac{\partial \psi}{\partial x} + k^2 \psi = 0.$$
(1.20)

Par la suite les grandeurs au sein du tube rectiligne, entre les abscisses  $x_p$  et  $x_f$ , porteront l'indice c, et les grandeurs à l'intérieur du pavillon, entre les abscisses x = 0 et  $x_p$ , porteront l'indice p. La solution de l'équation 1.20 est donnée dans le pavillon par :

$$\psi_p = Ae^{-ax}e^{i(\sqrt{k^2 - a^2}x - \omega t)} + Be^{-ax}e^{-i(\sqrt{k^2 - a^2}x + \omega t)},$$
(1.21)

avec A et B des constantes d'intégration. Dans le tube rectiligne, la solution de l'équation 1.20 est donnée par :

$$\psi_c = Ce^{i(kx-\omega t)} + De^{-i(kx+\omega t)},\tag{1.22}$$

avec C et D des constantes d'intégration. Les conditions aux limites sont regroupées dans le système d'équations 1.23. On considère le fond du résonateur comme parfaitement réfléchissant (impédance infinie).

$$u'_c = 0, \text{ en } x = x_f,$$
 (1.23a)  
 $D'_c = D_c \text{ en } x = x_f$  (1.23b)

$$P'_c = P_{ac}, \text{ en } x = x_f, \tag{1.23b}$$

$$u'_{p} = u'_{c}, \text{ en } x = x_{p},$$
 (1.23c)

$$P'_c = P'_p, \text{ en } x = x_p, \tag{1.23d}$$

avec  $P_{ac}$  l'amplitude de la pression acoustique au fond du résonateur qui sera un paramètre d'entrée du modèle.

L'application des conditions aux limites (1.23) aux équations d'onde 1.21 et 1.22 permettent de déterminer les constantes d'intégration A, B, C et D:

– La condition de vites se nulle au fond du résonateur (1.23a) permet de déterminer D en fonction de C :

$$D = Ce^{2ikx_f}. (1.24)$$

- La condition de pression acoustique finie au fond du résonateur(1.23b) et la substitution de la constante D par son expression en fonction de C (1.24) permet de déterminer C:

$$C = \frac{P_{ac}}{i\omega\rho_f} \frac{1}{2e^{ikx_f}}.$$
(1.25)

- La condition de continuité des vitesses acoustiques en  $x_p(1.23c)$  permet de déterminer B en fonction
de  $A,\,C$  et D :

$$B = -\frac{ik\left(Ce^{ikx_p} - De^{-ikx_p}\right) + \left(a - i\sqrt{k^2 - a^2}\right)Ae^{\left(-a + i\sqrt{k^2 - a^2}\right)x_p}}{\left(a + i\sqrt{k^2 - a^2}\right)e^{-\left(a + i\sqrt{k^2 - a^2}\right)x_p}}.$$
(1.26)

– Finalement, la condition de continuité des pressions acoustiques en  $x_p(1.23d)$  permet de déterminer A:

$$A = \left[ Ce^{ikx_p} + De^{-ikx_p} + \frac{ik\left(Ce^{ikx_p} - De^{-ikx_p}\right)}{a + i\sqrt{k^2 - a^2}}e^{-(a + i\sqrt{k^2 - a^2})x_p} \right]$$
(1.27)

$$\times \left[ e^{(-a+i\sqrt{k^2-a^2})x_p} - \frac{a-i\sqrt{k^2-a^2}}{a+i\sqrt{k^2-a^2}} e^{-2ax_p} \right]^{-1}.$$
(1.28)

Le champ acoustique à l'intérieur du résonateur est ainsi décrit par les équations d'onde 1.21 et 1.22 dans lesquelles sont substituées les constantes par leurs expressions données dans les équations 1.24 à 1.27.

#### 1.3.3 Validation du modèle.

Afin de valider le modèle décrit dans le paragraphe précédent, le profil des fluctuations de pression acoustique est mesuré le long du résonateur puis comparé aux résultats analytiques. Pour ce faire, un microphone Bruel&Kjaer 1/4" est fixé sur une tige en métal passant par le fond du résonateur. Le microphone est déplacé le long de la partie rectiligne du résonateur pour obtenir le profil de pression. Le dispositif utilisé ne permet pas la mesure de pression à l'intérieur du pavillon. Néanmoins, le modèle servant à évaluer et contrôler les grandeurs acoustiques au niveau du stack, il suffit de valider le modèle dans la partie rectiligne du résonateur, là où est susceptible de se trouver le stack. Les résultats sont présentés dans la figure 1.4 pour un niveau de pression acoustique au fond du résonateur  $P_{ac} \approx 3000$ Pa. Il y a un très bon accord entre les mesures et le modèle, avec une erreur moyenne relative d'environ 1%. Le profil de pression acoustique correspondant au cas où le résonateur a une section constante sur l'ensemble de sa longueur est également représenté. Sans pavillon, la pression acoustique en tout point du résonateur est donnée par  $P_{ac} \cos(k\tilde{x})$ . A l'intérieur de la partie rectiligne du résonateur, le profil de pression acoustique calculé sans pavillon se superpose à celui calculé avec pavillon. La pression en un point de cette zone pourra donc être évaluée de cette façon.

### 1.3.4 Quelques valeurs significatives des grandeurs acoustiques.

Le tableau 1.2 présente les valeurs des grandeurs acoustiques P', u' et T' à plusieurs endroits du résonateur correspondant aux mesures présentées dans la suite de ce document. Les fluctuations de pression et de vitesse sont calculées à l'aide du modèle présenté dans le paragraphe 1.3.2. Les fluctuations de température sont reliées aux fluctuations de pression par la relation thermodynamique :

$$T' = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{T_m}{P_m} P', \qquad (1.29)$$

avec  $\gamma$  le rapport des chaleurs spécifiques du fluide à pression constante et à volume constant, et  $T_m$  et  $P_m$  valeurs moyennes de la température et de la pression.



FIG. 1.4 – Profil d'amplitude des fluctuations de pression acoustique le long du résonateur.  $\Box$ : mesures. — : modèle analytique. – – :  $P_{ac} \cos(k\tilde{x})$ . Le niveau de pression acoustique au fond du résonateur est  $P_{ac} = 2878$ Pa à la fréquence  $f_{osc} = 475$ Hz. La ligne verticale en pointillés indique le point de raccordement entre le pavillon et la partie rectiligne du résonateur.

$P_{ac}$	$\tilde{x}$	P'	u'	T'
(Pa)	(mm)	(Pa)	$(m.s^{-1})$	(K)
1000	37	950	0.8	0.8
	65	848	1.3	0.7
	115	549	2.0	0.5
3000	37	2849	2.3	2.4
	65	2542	3.8	2.1
	115	1646	6.0	1.4
5000	37	4748	3.8	4.0
	65	4237	6.4	3.6
	115	2744	10.1	2.3

TAB. 1.2 – Valeurs des grandeurs acoustiques P', u', et T' à différents endroits du résonateur correspondant aux mesures effectuées dans la suite de ce document.  $f_{res} = 470$ Hz.

### 1.4 Gradient thermique induit par l'effet thermoacoustique le long du stack A.

Ce paragraphe nous renseigne sur la différence de température que l'on peut attendre aux extrémités des stacks utilisés dans les expériences présentées au long de ce document. Des mesures de température aux extrémités des plaques du stack A sont effectuées à l'aide de thermocouples. Le stack est positionné tel que son extrémité chaude se trouve à  $\tilde{x}_c$  = 37mm du fond du résonateur, comme dans les mesures du chapitre 3, ainsi qu'à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, comme dans les mesures du chapitre 4. Un thermocouple de type K (Chromel-Alumel) est collé à chaque extrémité du stack A. Chaque thermocouple est collé entre deux plaques du stack. La mise en place des thermocouples est très délicate en raison de la fragilité des stacks. C'est pourquoi les thermocouples n'ont été installés qu'après avoir effectué l'ensemble des mesures présentées dans ce travail de thèse, et sur un stack A uniquement. Une photo du stack ainsi instrumenté est disponible dans l'annexe A (figure A.4(b)). Les températures mesurées pour différents niveaux de pression acoustique sont regroupées dans le tableau 1.3.  $T_c$  est la température du stack à son extrémité chaude, et  $T_f$  est la température du stack à son extrémité froide. Le stack est le siège d'un gradient de température atteignant 9.2K à 3000Pa. Bien que tous les paramètres du système ne soient pas optimisés en termes de performances (nombre de Prandtl élevé, pression moyenne atmosphérique, ...), l'effet thermoacoustique prend donc bien place le long du stack A, de manière non négligeable. A  $\tilde{x}_c = 65$ mm, le gradient de température est moindre, et diminue même à fort niveau de pression acoustique. Comme le montre l'évolution temporelle de la température aux extrémités du stack donnée dans la figure 1.5, à  $\tilde{x}_c = 65$ mm et à fort niveau de pression acoustique, l'échauffement des plaques, dû aux pertes par dissipation visqueuse, prend le dessus sur l'effet thermoacoustique. En effet, à cet endroit, l'effet thermoacoustique est moindre car le stack est plus éloigné de sa position optimale que lorsqu'il est situé à  $\tilde{x}_c = 37$ mm. Au contraire, l'amplitude des oscillations de vitesse étant élevée, car le stack est positionné plus proche du ventre de vitesse, les pertes par dissipation visqueuse sont plus importantes.

$\tilde{x}_c$	$P_{ac}$	$T_f - T_{amb}$	$T_c - T_{amb}$	$T_c - T_f$
(mm)	(Pa)	(K)	(K)	(K)
37	1000	-1.6	2.1	3.7
	2000	-4.3	2.5	6.8
	3000	-3.3	5.9	9.2
65	1000	-0.5	2	2.5
	2000	0.2	4.2	4.0
	3000	2.5	4.7	2.2

TAB. 1.3 – Températures mesurées aux extrémités du stack A, 500s après la mise en route du haut-parleur.



FIG. 1.5 – Evolution temporelle de la température aux extrémités du stack A.  $P_{ac} = 3000$ Pa. L'instant t = 0 correspond à la mise en fonctionnement du haut-parleur.

## Chapitre 2

# Etude analytique du transport de chaleur entre un stack et un échangeur de chaleur dans un réfrigérateur thermoacoustique à onde stationnaire.

# 2.1 Travaux antérieurs sur le transfert thermique entre le stack et les échangeurs de chaleur.

Nous avons noté dans le chapitre introductif l'importance de l'efficacité des échangeurs de chaleur disposés de part et d'autre du stack sur les performances globales des systèmes thermoacoustiques. Le rôle premier des échangeurs est d'amener la chaleur depuis l'extérieur vers l'extrémité froide du stack et d'évacuer la chaleur pompée par l'effet thermoacoustique depuis l'extrémité chaude du stack vers l'extérieur. Les systèmes thermoacoustiques nécessitent ainsi des échangeurs thermiques spécifiques, capables de transférer efficacement la chaleur entre le fluide de travail et l'extérieur dans une onde acoustique stationnaire. C'est à dire quand, contrairement à une utilisation standard dans un écoulement moyen, le fluide oscille autour d'une vitesse moyenne nulle avec des déplacements dont l'ordre de grandeur est la longueur des canaux des échangeurs (Garrett *et al.*, 1994).

Plusieurs études portent ainsi sur la caractérisation du transfert de chaleur par des échangeurs situés dans une onde acoustique stationnaire. L'objectif de ces études est de déterminer une loi de transfert de chaleur (généralement une corrélation entre le nombre de Nusselt et le nombre de Reynolds) comme il en existe pour les écoulements stationnaires (Incropera et De Witt, 1996). L'approche de Poese et Garrett (2000) consiste à adapter les lois de transfert de la chaleur classiquement utilisées dans les écoulements à vitesse constante au cas des échangeurs dans un écoulement purement oscillant (modèle Time-Averaged Steady-Flow Equivalent (TASFE)). Les corrélations modifiées du modèle TASFE sont obtenues en effectuant la moyenne temporelle sur une demi-période acoustique des corrélations en écoulement stationnaire. Swift (2002) a suggéré d'utiliser la valeur efficace des oscillations de vitesse dans le calcul de ces corrélations. Mozurkewich (2001) a cherché à déterminer expérimentalement, en utilisant le modèle TASFE, des lois de transfert de chaleur pour des échangeurs seuls placés dans un écoulement oscillant. Néanmoins, ces expériences se limitent à des géométries éloignées d'échangeurs potentiellement applicables aux systèmes thermoacoustiques. Paek *et al.* (2005a) ont récemment pris en compte le fait que le flux de chaleur ne soit pas identique durant les demi-périodes "aller" et "retour" d'un cycle acoustique, incluant ainsi dans ses corrélations l'influence du stack, ce qui améliore la précision des résultats. Citons enfin Piccolo et Pistone (2006) qui ont adopté une approche numérique pour déterminer les coefficients de transfert thermique et obtiennent des résultats en bon accord avec les expériences précédemment citées.

Il est par ailleurs nécessaire de considérer le couplage entre le stack et les échangeurs. Plusieurs modèles analytiques ont été développés afin de caractériser le transfert de chaleur entre les plaques du stack et de l'échangeur de chaleur dans une onde acoustique stationnaire. Mozurkewich (1998a) propose tout d'abord une description du transfert de chaleur transverse entre les plaques du stack et le fluide de travail, qui sert de base au développement d'un modèle unidimensionnel du transfert de chaleur longitudinal entre un stack et un échangeur accolé à celui-ci (Mozurkewich, 1998b). Ce modèle est basé sur une approximation de temps de relaxation, c'est à dire que le transfert thermique transverse entre le fluide et les plaques solides des empilements est caractérisé en moyenne dans une section du pore par un coefficient de relaxation (ou coefficient d'échange) et est proportionnel à la différence de température entre le stack et la paroi. C'est la même approximation de temps de relaxation qui est utilisée par Gusev et al. (2000) et Gusev et al. (2001), ainsi que dans le modèle présenté dans ce chapitre. D'autres modélisations du transfert de chaleur transverse sont possibles. Citons par exemple les travaux de Karpov et Prosperetti (2002) qui décrivent le transfert thermique transverse à l'aide de coefficients d'échanges non pas constants mais régis par une équation différentielle en fonction du temps. Néanmoins, leur modèle nécessite une résolution numérique. Liu et Garrett (2006) proposent eux de modéliser l'échange de chaleur entre la paroi et le fluide à l'aide d'un nombre de Nusselt complexe dépendant des fonctions de forme thermovisqueuses (ces fonctions de formes dérivées des travaux de Rott (1980) sont définies dans Swift (2002) par exemple). Parmi les travaux sur le transfert thermique entre stack et échangeurs, relevons également le modèle développé par Brewster et al. (1997), qui met en évidence des discontinuités de température entre le stack et les échangeurs, le modèle de Nika et al. (2005), s'appliquant aux micro-échangeurs, ou encore les simulations numériques de Herman et Chen (2006a), s'intéressant à l'influence des conditions limites thermiques à l'échangeur.

A l'exception des modèles développés par Gusev *et al.* (2000) et Gusev *et al.* (2001), et de celui de Karpov et Prosperetti (2002), les travaux précédemment cités s'appuient sur l'approximation dite de "champ moyen" (mean-field approximation). Cette approximation est couramment utilisée en thermoacoustique pour fermer les équations du problème. Elle néglige la contribution du gradient longitudinal des oscillations de température dans le transport convectif de chaleur, pour ne garder que la contribution du gradient thermique moyen. Gusev *et al.* (2000) ont montré que les effets non-linéaires laissés de côté par cette approximation participent de manière non négligeable au transport de chaleur proche des extrémités du stack et doivent être pris en considération.

Les caractéristiques géométriques et thermiques des échangeurs de chaleur ont une influence importante sur l'efficacité du transfert de chaleur entre le stack et les échangeurs. Suivant la théorie linéaire, Swift (1988) suggère qu'un échangeur de chaleur idéal a une longueur de l'ordre de deux déplacements acoustiques et est accolé aux extrémités du stack. Les simulations numériques de Worlikar et Knio (1999), basées sur la théorie linéaire et faisant l'hypothèse d'un contact thermique parfait entre le stack et l'échangeur, semblent confirmer ces valeurs. Au contraire, les simulations numériques directes plus récentes de Besnoin et Knio (2004) et de Marx et Blanc-Benon (2004a) montrent que la longueur d'échangeur optimale est généralement inférieure à deux déplacements acoustiques et qu'il est bénéfique pour le transfert de chaleur de séparer les plaques du stack et de l'échangeur de chaleur. Nous proposons ici d'identifier les mécanismes physiques principalement impliqués dans les transferts thermiques entre le stack et les échangeurs de chaleur ainsi que leurs relations avec les différents paramètres géométriques et thermiques des échangeurs de chaleur. L'objectif à terme étant de mettre au point un outil d'aide à la conception permettant de définir les caractéristiques géométriques des échangeurs de chaleur optimales pour le flux de chaleur transféré entre le stack et les échangeurs.

Dans ce chapitre, une extension du modèle de Gusev *et al.* (2000) au cas d'un échangeur de dimensions finies ayant une température moyenne différente de celle du stack est développée. Ce modèle est décrit dans le prochain paragraphe. Il est montré que le champ thermique proche des extrémités des plaques n'est pas linéaire et que des harmoniques de température sont générées. Le transport non-linéaire par effet thermoacoustique de la chaleur entre le stack et l'échangeur, séparés par un espace adiabatique, est étudié. Le flux de chaleur transporté vers l'échangeur est comparé aux prédictions de la théorie linéaire. La conduction retour vers le stack est par ailleurs estimée afin de calculer le flux de chaleur pouvant être extrait du système par l'échangeur chaud. Les influences des différents paramètres du modèle sur les transferts thermiques sont étudiées et différents mécanismes physiques impliqués dans ces transferts sont identifiés grâce aux comparaisons avec les simulations numériques précédemment citées. Finalement, une configuration optimale est calculée, pour laquelle le flux thermique extrait par l'échangeur de chaleur chaud est maximal.

### 2.2 Description du modèle analytique.

Le modèle analytique développé dans ce chapitre décrit le transport non-linéaire de chaleur par l'effet thermoacoustique entre un stack et un échangeur de chaleur lui faisant face à l'intérieur d'un réfrigérateur thermoacoustique à onde stationnaire. L'étude présentée reprend les modèles analytiques développés par Gusev et al. (2000), dans le cas de deux plaques semi-infinies se faisant face, et Gusev et al. (2001), dans le cas d'une plaque semi-infinie seule, et les étend au cas d'un stack semi-infini couplé à un échangeur de dimensions finies et dont les plaques sont à une température moyenne différente de la température moyenne des plaques du stack. Un schéma du problème modélisé est donné dans la figure 2.1. Sur cette figure,  $T_s$  est la température des plaques des empilements,  $T_m$  est la température moyenne du fluide de travail ainsi que la température des plaques du stack,  $T_m + \Delta T$  est la température moyenne des plaques de l'échangeur,  $\xi$  est la distance normalisée ayant pour origine l'extrémité du stack, d est la distance normalisée séparant le stack et l'échangeur de chaleur, H est la longueur normalisée de l'échangeur de chaleur, et enfin  $2y_0$  est la distance entre deux plaques du stack ou de l'échangeur. Ces notations seront définies plus précisément au cours de ce chapitre. Selon les formalismes utilisés dans ce chapitre, le flux thermoacoustique est dirigé de la gauche vers la droite sur le schéma. La configuration étudiée correspond donc au bord chaud du stack couplé à l'échangeur chaud dont le rôle est d'évacuer la chaleur hors du système thermoacoustique.

Le champ de température est modélisé à l'aide d'une approximation de temps de relaxation pour l'échange thermique entre les plaques et le fluide de travail. Les différences de régime thermodynamique entre le stack, l'échangeur et le fluide de travail sont responsables de l'apparition d'harmoniques de température au voisinage des extrémités des empilements. La description théorique du problème est donnée dans une première partie. Ensuite, l'influence des différents paramètres du modèle sur la génération d'harmoniques est étudiée.



FIG. 2.1 – Schéma de la configuration étudiée : un stack semi-infini (à gauche) est couplé à un échangeur de chaleur de longueur finie H (à droite). Les deux empilements sont séparés par une distance d et les plaques de l'échangeur sont à une température moyenne  $T_m + \Delta T$  différente des températures moyennes des plaques du stack et du fluide de travail  $T_m$ .

### 2.2.1 Modélisation du champ de température.

Le champ de température au dessus d'une plaque est régi par l'équation d'énergie (Landau et Lifshitz, 1987) :

$$\rho_f T\left(\frac{\partial s}{\partial t} + \vec{u} \cdot \tilde{\operatorname{grad}}s\right) = \sigma'_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \operatorname{div}(k_f \tilde{\operatorname{grad}}T),$$
(2.1)

avec T la température du fluide, s son entropie,  $\rho_f$  sa densité et  $k_f$  sa conductivité thermique.  $\vec{u}$  est le champ de vitesse dont les composantes sont  $u = u_1$  selon  $\vec{x_1} = \vec{x}$  la direction de propagation de l'onde acoustique stationnaire, et  $v = u_2$  selon l'axe  $\vec{x_2} = \vec{y}$  perpendiculaire au plaques du stack.  $\sigma'_{ij}$  est le tenseur des contraintes visqueuses.

Les hypothèses et approximations effectuées pour résoudre l'équation 2.1 sont les suivantes :

- La viscosité du fluide est négligée.
- Les plaques des empilements sont considérées comme minces. L'effet du blocage introduit par la présence du stack et de l'échangeur dans le résonateur est donc négligé. Le champ de vitesse est unidimensionnel v = 0 et homogène dans tout le domaine.
- La dépendance à la température des propriétés thermophysiques du fluide et du solide est négligée.
- La conduction axiale de la chaleur selon  $\vec{x}$  est négligée par rapport à la conduction dans les directions transverses  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .
- L'équation 2.1 est linéarisée autour des valeurs moyennes de la température  $T_m$  et de la pression  $P_m$

Avec ces hypothèses et en utilisant la relation de la thermodynamique suivante :

$$ds = \frac{c_p}{T} dT - \frac{\beta}{\rho} dp, \qquad (2.2)$$

où  $\beta$  est le coefficient de dilatation thermique du fluide, l'équation 2.1 peut se réécrire :

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + u' \frac{\partial T'}{\partial x} = \frac{\beta T_m}{\rho_f c_p} \left( \frac{\partial P'}{\partial t} + u' \frac{\partial P'}{\partial x} \right) + D \left( \frac{\partial^2 T'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial z^2} \right), \tag{2.3}$$

avec T', u' et P' respectivement les fluctuations de température, de vitesse et de pression autour de leurs valeurs moyennes  $T_m$ ,  $U_m = 0$  et  $P_m$ . La pression moyenne  $P_m$  vérifie la relation thermodynamique  $P_m = \rho_f c_p(\gamma - 1)/(\beta\gamma)$ ,  $\gamma = c_p/c_v$  étant le rapport des chaleurs spécifiques du fluide à pression constante  $c_p$  et à volume constant  $c_v$ .  $D = k_f/(\rho_f c_p)$  est la diffusivité thermique du fluide. L'ordre de grandeur du rapport du deuxième et du premier terme du membre de droite est  $d_{ac}/\lambda \ll 1$  ( $d_{ac}$  étant le déplacement acoustique défini plus loin dans cette section et  $\lambda$  la longueur de l'onde acoustique). Le deuxième terme du membre de droite peut donc être négligé. Notons ici que, contrairement à l'approximation de champ moyen classiquement utilisée en thermoacoustique, la contribution du gradient longitudinal des oscillations de température au transport convectif (deuxième terme du membre de gauche) n'est pas négligée. Le bilan de flux de chaleur à travers la section S d'un pore du stack (ou de l'échangeur) donne donc :

$$\iint_{S} \frac{\partial \overline{T'}}{\partial t} \mathrm{d}S + u' \iint_{S} \frac{\partial \overline{T'}}{\partial x} \mathrm{d}S = \frac{\beta T_m}{\rho_f c_p} \iint_{S} \frac{\partial \overline{P'}}{\partial t} \mathrm{d}S + D \iint_{S} \left(\frac{\partial^2 T'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial z^2}\right) \mathrm{d}S,\tag{2.4}$$

avec  $\overline{T'}$  et  $\overline{P'}$  les variations respectives de température et de pression intégrées sur la surface du pore. Des conditions limites de Neumann sont appliquées aux parois. Ainsi, en utilisant le théorème de Green et la loi de Newton pour l'expression du flux de chaleur entre la plaque solide et le fluide, le dernier terme de l'équation 2.4 s'écrit sous la forme :

$$D \iint_{S} \left( \frac{\partial^{2} T'}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} T'}{\partial z^{2}} \right) \mathrm{d}S = D \oint_{\Pi} \frac{\partial T'}{\partial n} \mathrm{d}\Pi$$
$$= D \oint_{\Pi} \frac{h}{k_{f}} (T'_{s} - T') \mathrm{d}\Pi, \qquad (2.5)$$

où n est la normale extérieure à la plaque,  $\Pi$  est le périmètre du pore, h est le coefficient d'échange entre le fluide et la plaque, et  $T'_s$  sont les fluctuations de température de la plaque solide autour de la température moyenne du fluide  $T_m$ . C'est à dire, pour une plaque solide de température moyenne  $T_s$ :  $T'_s = T_s - T_m$ . La température de la plaque est considérée constante et homogène. L'extension du modèle de Gusev *et al.* (2000) et Gusev *et al.* (2001) permet ainsi de prendre en compte une température de la plaque différente de la température moyenne du fluide. Dans ce cas, l'écart entre la température de la plaque et celle du fluide est noté  $\overline{\Delta T}$ :

$$\oint_{\Pi} T_s - T_m = \oint_{\Pi} T'_s = \overline{\Delta T}.$$
(2.6)

L'équation 2.4 s'écrit finalement,

$$\frac{\partial \overline{T'}}{\partial t} + u' \frac{\partial \overline{T'}}{\partial x} = \frac{\beta T_m}{\rho_f c_p} \frac{\partial \overline{P'}}{\partial t} - \Pi D \frac{h}{Sk_f} \left( \overline{T'} - \overline{\Delta T} \right).$$
(2.7)

Le coefficient du dernier terme du membre de droite de l'équation 2.7 représente l'inverse du temps de relaxation thermique  $1/\tau_R = (\Pi Dh)/(Sk_f)$ . Comme il a été précisé plus haut, le stack est considéré comme acoustiquement transparent. Le champ acoustique autour du stack est donc considéré comme identique

à celui dans le résonateur sans stack. Pour une onde monochromatique dans un résonateur demi-onde, la vitesse acoustique u', le déplacement particulaire  $d_{ac}$ , la pression acoustique P' et l'amplitude des fluctuations de température dues à l'onde acoustique dans un résonateur sans stack  $T'_{ad,0}$  sont définis dans les équations suivantes :

$$d_{ac} = d_{ac,0} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right),$$
  

$$u' = \omega d_{ac,0} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \sin \omega t,$$
  

$$P' = \rho_f \frac{\lambda \omega^2}{2\pi} d_{ac,0} \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cos \omega t,$$
  

$$T'_{ad,0} = -\frac{T_m}{P_m} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \rho_f \frac{\lambda \omega^2}{2\pi} d_{ac,0} \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right).$$
(2.8)

où  $d_{ac,0}$  est l'amplitude maximale du déplacement particulaire dans le résonateur et  $\omega$  est la pulsation d'oscillation. Introduisons les grandeurs non dimensionnelles suivantes :

$$\tau = \omega t, \quad R = \omega \tau_R, \quad \xi = \frac{x}{d_{ac}}$$
$$\tilde{\theta} = \theta - \Delta \theta = \frac{\overline{T'} - \overline{\Delta T}}{T'_{ad,0}}.$$
(2.9)

Ainsi l'équation 2.7 peut s'écrire sous forme non dimensionnelle :

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tau} + \sin \tau \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \xi} = \sin \tau - \frac{\tilde{\theta}}{R}.$$
(2.10)

On démontre à l'aide de la méthode des caractéristiques (Whitham, 1974) que l'équation 2.10 est équivalente au système d'équations suivant, la première équation décrivant la position d'une particule fluide en fonction du temps et la deuxième régissant l'évolution de sa température :

$$\begin{cases} \frac{d\xi}{d\tau} = \sin \tau. \\ \frac{d\tilde{\theta}}{d\tau} = \sin \tau - \frac{\tilde{\theta}}{R}. \end{cases}$$
(2.11)

Avant de résoudre ce système d'équations, donnons quelques précisions sur le coefficient de relaxation thermique R. Ce coefficient modélise les échanges thermiques entre la plaque et le fluide entourant celle-ci. Il tend vers 0 dans le cas d'un régime isotherme (la chaleur est transmise instantanément et entièrement à la plaque) tandis qu'il se rapproche de l'infini dans le cas d'un régime adiabatique (pas de transfert de chaleur). Le coefficient R dépend à la fois des propriétés thermophysiques du fluide, de la géométrie du stack considéré et du coefficient d'échange entre la plaque et le stack. Dans le cas d'un stack composé de pores de section plane, de largeur l et de hauteur  $2y_0$  (espace entre les plaques du stack), tels que  $l \gg 2y_0$ , on peut écrire R sous la forme :

$$R = \frac{\omega k_f}{Dh} \frac{y_0}{(1+2y_0/l)} \sim \frac{\omega k_f}{Dh} y_0.$$
 (2.12)

La valeur de R est proportionnelle à la distance  $2y_0$  entre les plaques du stack et inversement proportionnelle au coefficient d'échange h. Il est nécessaire de résoudre le problème de transfert de la chaleur transverse entre les plaques solides et le fluide de travail pour déterminer le coefficient d'échange h et donc R. Un tel modèle a été proposé par Mozurkewich (1998a), mais il n'est valable qu'au centre du stack, loin de ses extrémités. Dans la suite de cette étude, le paramètre R est considéré comme constant le long d'une même plaque et sera un paramètre d'entrée du modèle.

Le système d'équations 2.11 est résolu pour la configuration schématisée dans la figure 2.2. Le stack est semi-infini et occupe la zone de l'espace pour laquelle  $\xi \leq 0$ . L'extrémité du stack est donc placée à l'origine de l'axe des  $\xi$ . La zone occupée par le stack sera appelée zone 1. Le coefficient de relaxation pour cette zone est  $R_1 = R_s$ . La zone 2 est l'espace de dimension d entre le stack et l'échangeur. Dans cette zone, le régime thermodynamique est adiabatique  $R_2 = \infty$ . La zone 3, constituée de l'échangeur, a une longueur H et un coefficient de relaxation  $R_3 = R_h$ . Enfin l'espace infini derrière le stack,  $\xi \ge d + H$ , est adiabatique et donc  $R_4 = \infty$ .



FIG. 2.2 – Schéma représentant le domaine d'étude découpé en 4 zones avec des coefficients de relaxation différents.

Le déplacement des particules pendant un cycle acoustique  $(-\pi \leq \tau \leq \pi)$  est décrit par la solution de la première équation du système 2.11 :

$$\xi = \xi(\tau = -\pi) - 1 - \cos \tau = \xi_{-\pi} - 1 - \cos \tau, \qquad (2.13)$$

 $\xi_{-\pi}$  étant la position initiale de la particule au début du cycle acoustique. La particule se déplace donc tout d'abord vers les  $\xi$  négatifs avant de changer de sens (à  $\tau = \pi$ ) et revenir à sa position initiale. Suivant la position initiale de la particule, différents cas peuvent se produire : la particule "voyant" le stack uniquement, le stack et une partie de l'échangeur, l'échangeur uniquement, … Considérons le cas le plus général où la particule "voit" pendant une période acoustique une partie du stack, l'espace adiabatique, l'intégralité de l'échangeur et une partie de la zone adiabatique derrière l'échangeur. Le parcours d'une particule dans ce cas le plus général est schématisé dans la figure 2.3. Les frontières entre les différentes zones sont nommées (a),(b),(c),(d),(e) et (f), dans l'ordre dans lequel les particules vont croiser les frontières selon le formalisme utilisé ici.

Les différents instants auxquels une particule fluide passe par les frontières entre les différentes zones sont calculés à partir de la première équation du système 2.11 :

- La particule "croise le bord droit" de l'échangeur (instants (a) et (f)) :
  - $\tau_{\pm}(d+H) = \pm \arccos\left[\xi_{-\pi} 1 (d+H)\right]. \tag{2.14}$
- La particule "croise le bord gauche" de l'échangeur (instants (b) et (e)) :

$$\tau_{\pm}(d) = \pm \arccos(\xi_{-\pi} - 1 - d). \tag{2.15}$$

39



FIG. 2.3 – Schéma représentant le parcours d'une particule fluide au cours d'un cycle acoustique

- La particule "croise" le bord du stack (instants (c) et (d)) :

$$\tau_{\pm}(0) = \pm \arccos(\xi_{-\pi} - 1). \tag{2.16}$$

La température à l'intérieur de chacune des zones est décrite par la solution de la deuxième équation du système 2.11,

$$\tilde{\theta}_i = \frac{R_i}{1 + R_i^2} \sin \tau - \frac{R_i^2}{1 + R_i^2} \cos \tau + C_i exp\left(-\frac{\tau}{R_i}\right), \text{ pour } i = 1, 2, 3, 4,$$
(2.17)

où  $C_i$  sont des constantes d'intégration. Dans les zones adiabatiques (i = 2 et 4),  $R_i = \infty$  et l'équation 2.17 devient

$$\theta_i = -\cos\tau + C_i,\tag{2.18}$$

Les constantes d'intégration  $C_i$  sont déterminées à partir des conditions de continuité de la température aux frontières (a) à (e), en se rappelant que la température moyenne des plaques du stack est identique à la température moyenne du fluide ( $\Delta \theta = 0$  dans le stack, zone i = 1), et qu'il y a une différence de température moyenne  $\Delta \theta$  entre les plaques de l'échangeur et le fluide, c'est à dire également entre les plaques de l'échangeur et celles du stack :

$$\tilde{\theta_3} + \Delta \theta = \theta_4, \text{ pour } \tau = \tau_{\pm}(d+H)$$

$$\theta_2 = \tilde{\theta_3} + \Delta \theta, \text{ pour } \tau = \tau_{\pm}(d)$$

$$\theta_1 = \theta_2, \text{ pour } \tau = \tau_{\pm}(0)$$

Selon que la particule se déplace vers la gauche ou vers la droite, les constantes  $C_2$  et  $C_3$  peuvent être différentes. Par la suite, les indices a et b sont utilisés, correspondant aux constantes quand la particule va vers la gauche et vers la droite, respectivement. Finalement, les conditions de continuité nous donnent les équations 2.19 à 2.24.

(a)  $\tilde{\theta}_3 + \Delta \theta = \theta_4$ , à l'instant  $\tau = \tau_-(d+H) = -\arccos(\xi_{-\pi} - 1 - (d+H)),$ 

$$-\cos(\tau_{-}(d+H)) + C_{4} = \frac{R_{h}}{1+R_{h}^{2}}\sin(\tau_{-}(d+H)) - \frac{R_{h}^{2}}{1+R_{h}^{2}}\cos(\tau_{-}(d+H)) + C_{3a}exp\left(-\frac{\tau_{-}(d+H)}{R_{h}}\right) + \Delta\theta$$
(2.19)

(b)  $\tilde{\theta}_3 + \Delta \theta = \theta_2$ , à l'instant  $\tau = \tau_-(d) = -\arccos(\xi_{-\pi} - 1 - (d)),$ 

$$\frac{R_h}{1+R_h^2}\sin(\tau_-(d+H)) - \frac{R_h^2}{1+R_h^2}\cos(\tau_-(d+H)) + C_{3a}exp\left(-\frac{\tau_-(d)}{R_h}\right) + \Delta\theta = -\cos(\tau_-(d)) + C_{2a}exp\left(-\frac{\tau_-(d)}{R_h}\right) + C_{2a}exp\left(-\frac$$

(c)  $\theta_2 = \theta_1$ , à l'instant  $\tau = \tau_-(0) = -\arccos(\xi_{-\pi} - 1),$ 

$$-\cos(\tau_{-}(0)) + C_{2a} = \frac{R_s}{1 + R_s^2} \sin(\tau_{-}(0)) - \frac{R_s^2}{1 + R_s^2} \cos(\tau_{-}(0)) + C_1 exp\left(-\frac{\tau_{-}(0)}{R_s}\right)$$
(2.21)

(d)  $\theta_1 = \theta_2$ , à l'instant  $\tau = \tau_+(0) = +\arccos(\xi_{-\pi} - 1),$ 

$$\frac{R_s}{1+R_s^2}\sin(\tau_+(0)) - \frac{R_s^2}{1+R_s^2}\cos(\tau_+(0)) + C_1exp\left(-\frac{\tau_+(0)}{R_s}\right) = -\cos(\tau_+(0)) + C_{2b}$$
(2.22)

(e)  $\theta_2 = \tilde{\theta}_3 + \Delta \theta$ , à l'instant  $\tau = \tau_+(d) = +\arccos(\xi_{-\pi} - 1 - (d)),$ 

$$-\cos(\tau_{+}(d)) + C_{2b} = \frac{R_{h}}{1 + R_{h}^{2}}\sin(\tau_{+}(d)) - \frac{R_{h}^{2}}{1 + R_{h}^{2}}\cos(\tau_{+}(d)) + C_{3b}exp\left(-\frac{\tau_{+}(d)}{R_{h}}\right) + \Delta\theta \quad (2.23)$$

(f)  $\tilde{\theta}_3 + \Delta \theta = \theta_4$ , à l'instant  $\tau = \tau_+(d+h) = +\arccos(\xi_{-\pi} - 1 - (d+H)),$ 

$$\frac{R_h}{1+R_h^2}\sin(\tau_+(d+h)) - \frac{R_h^2}{1+R_h^2}\cos(\tau_+(d+h)) + C_{3b}exp\left(-\frac{\tau_+(d+h)}{R_h}\right) + \Delta\theta = -\cos(\tau_+(d+h)) + C_4$$
(2.24)

La résolution de ce système  $6 \times 6$  par inversion des matrices nous donne les constantes  $C_i$ . Ces constantes sont regroupées dans l'annexe B. La température  $\theta$  d'une particule fluide au cours d'un cycle acoustique est calculée en substituant les constantes obtenues dans l'équation 2.17. Pour illustrer ces résultats, les évolutions de la température de trois particules fluides en fonction de leur position sont présentées dans la figure 2.4. Différents comportements sont observés. Lorsque la particule fluide est au dessus d'une plaque, son évolution forme une courbe, ce qui donne lieu à une ellipse si la particule reste uniquement au dessus de la même plaque. Cela traduit le fait que la température de la particule n'évolue pas proportionnellement à la position (cf. équations 2.13 et 2.17). Au contraire, dans les zones adiabatiques entre le stack et l'échangeur et derrière l'échangeur, l'évolution de la température forme une droite car la position et la température de la particule évoluent toutes deux en cos  $\tau$  (cf. équations 2.13 et 2.18). Dans le cas de zones isothermes, la température resterait évidemment constante quelque soit la position dans ces zones.

Afin d'étudier le champ de température, il est plus commode d'abandonner la description Lagrangienne et d'observer plutôt l'évolution temporelle de la température en un point de l'espace. Pour cela, on repasse en description Eulerienne à l'aide de la relation 2.25 qui est substituée dans les expressions des constantes  $C_i$  de l'équation 2.17.

$$\xi_{-\pi} = \xi + 1 + \cos \tau. \tag{2.25}$$

Les oscillations de température finalement données par l'équation 2.17, dans laquelle il faut substituer l'équation 2.25 et les constantes  $C_i$  données en annexe, sont implémentées informatiquement à l'aide du



FIG. 2.4 – Evolution de la température d'une particule fluide en fonction de sa position au cours d'un cycle acoustique. Tracés pour des particules ayant pour position initiale – – :  $\xi(\tau = -\pi) =$  $-0.5, -\cdot - : \xi(\tau = -\pi) = 1.25, \text{ et } - : \xi(\tau = -\pi) = 2$ . Les valeurs des autres paramètres sont d = 0.5, H = 1, Rs = Rh = 1 and  $\Delta T = 0.1$ . Les positions initiales des particules sont indiquées par des croix. Les positions du stack et de l'échangeur sont symbolisées par des traits gras horizontaux et des traits pointillés verticaux.

logiciel Matlab<sup>tm</sup>. La transformée de Fourier des oscillations temporelles de température est calculée en tout point de l'espace. Nous obtenons ainsi les profils spatiaux de la température moyenne du fluide  $\theta_0$ , et des amplitudes des fluctuations de température du fluide à la fréquence fondamentale  $\theta_1$  et au premier harmonique supérieur  $\theta_2$  (fréquence  $2f_{osc}$ ), qui sont étudiés dans le paragraphe suivant.

### 2.2.2 Génération d'harmoniques de température.

Le passage en description Eulérienne donne l'évolution temporelle de la température en chaque point de l'espace. La figure 2.5(a) montre les fluctuations de température en différents points d'un stack seul ayant pour coefficient de relaxation  $R_s = 1$ . Les oscillations de température sont sinusoïdales en  $\xi = -2$ . En effet, aucune particule passant par  $\xi = -2$  ne dépasse le bord du stack au cours d'un cycle acoustique. En revanche, pour les positions comprises entre  $-2 < \xi \leq 0$ , les particules croisent le bord du stack. Dans ce cas, la température du fluide fluctue selon deux types de régimes thermodynamiques : le régime adiabatique et le régime caractérisé par  $R_s$ . Les oscillations près du bord du stack ne sont donc plus harmoniques. Ce résultat a déjà été montré par Gusev *et al.* (2001). La courbe 2.5(a) est d'ailleurs identique à la figure 2 de cette référence, à la contribution des fluctuations de température adiabatiques près (il faut retrancher les fluctuations de température adiabatique  $-cos\tau$  à la première courbe pour obtenir la deuxième).

De la même manière, la figure 2.5(b) représente les oscillations de température en différents points du même stack qui cette fois est couplé à un échangeur de chaleur. Ce dernier a un coefficient de relaxation  $R_h = R_s = 1$ , une longueur H = 1 et est séparé du stack par un espace adiabatique de longueur d = 0.5. En  $\xi = -2$  les fluctuations de température sont sinusoïdales car, comme précédemment, aucune particule passant par  $\xi = -2$  ne dépasse les bords du stack. Les particules passant aux points compris entre  $-2 < \xi \leq -1.5$  sont issues de zones ayant deux régimes thermodynamiques différents, comme dans le cas du stack seul, et les mêmes oscillations que sur la figure 2.5(a) sont observées. Les points  $-1.5 < \xi \leq -0.5$  voient passer des particules provenant à la fois du stack, de l'espace adiabatique entre le stack et l'échangeur, et de l'échangeur, auxquelles s'ajoutent des particules issues de l'espace adiabatique derrière l'échangeur pour les points  $-0.5 < \xi \leq 0$ . Les fluctuations de température en ces points sont donc d'autant plus déformées que passent des particules issues de zones aux régimes thermodynamiques différents.



FIG. 2.5 – Evolution temporelle de la température au cours d'un cycle acoustique en différents points d'un stack seul (a), et d'un stack couplé à un échangeur de dimensions finies d = 0.5 et H = 1 (b). — (gras) :  $\xi = -2, --: \xi = -1.5, \cdots : \xi = -1, -\cdot -: \xi = -0.5$ , et — :  $\xi = 0$ . Les coefficients de relaxation du stack et de l'échangeur sont  $R_s = R_h = 1$ . Le stack et l'échangeur sont à la même température que le fluide au repos  $\Delta T = 0$ .

Les déformations des fluctuations de température créées par les changements de régime de transfert de chaleur entre les différentes zones se traduisent par l'apparition d'harmoniques de température. Ces effets s'observent à travers les profils de la température moyenne, et des amplitude des fluctuations de température à la fréquence fondamentale et aux harmoniques supérieurs. Les figures 2.6 à 2.8 montrent l'influence de la distance entre le stack et l'échangeur, ainsi que de la longueur de ce dernier sur les profils de température moyenne ( $\theta_0$ ), et des amplitudes du fondamental ( $\theta_1$ ) et du premier harmonique ( $\theta_2$ ) de température. Lorsque la longueur de l'échangeur est fixée, H = 2, le champ de température dans la zone  $0 \leq d \leq 4$  est influencé par la présence des deux plaques. Au delà de d = 4, il n'y a pas d'interaction entre les plaques. Pour  $2 \leq d \leq 4$ , le champ de température moyenne au-dessus des plaques est identique à celui observé pour des plaques indépendantes. Seules les zones entre les plaques où passent des particules venant à la fois du stack et de l'échangeur sont modifiées : la température moyenne tend vers zéro, et  $\theta_1$  est plus élevé. Remarquons que le premier harmonique de température  $\theta_2$  est élevé derrière les bords de chaque plaque aux environs de d = 2. Pour  $0 \leq d \leq 2$ , la température moyenne tend vers zéro et  $\theta_1$ augmente dans l'espace adiabatique ainsi que sur les bords des plaques. Si la distance séparant les deux empilement est fixée, d = 0.5, nous observons une augmentation de la température moyenne au-dessus des deux plaques et dans les espaces adiabatiques d'autant plus forte que l'échangeur de chaleur est court. Cette augmentation se produit uniquement pour  $\xi \leq 2$ , traduisant probablement l'influence de particules en provenance du stack. Le fondamental de température augmente lui aussi derrière l'échangeur, jusqu'à la distance  $\xi = 2$ . En revanche, il est moins élevé dans l'espace entre le stack et l'échangeur, ainsi que sur le bord du stack. Toujours dans les même zones,  $\theta_2$  est lui plus faible que lorsque les plaques sont

indépendantes.

L'influence de la différence de température entre l'échangeur et le stack  $\Delta\theta$  ainsi que des coefficients de relaxation du stack et de l'échangeur sur le champ de température est également étudiée. La figure 2.9 présente les profils de  $\theta_0$ ,  $\theta_1$  et  $\theta_2$  pour un stack couplé à un échangeur de chaleur tels que d = 2, H = 1, et  $R_s = R_h = 1$ . Les profils sont représentés pour différentes valeurs de  $\Delta\theta$ . La température moyenne au dessus du stack ne varie pas avec  $\Delta\theta$ . En effet, l'échangeur étant séparé de d = 2 du stack, les particules issues de l'échangeur n'influent pas sur le champ de température au dessus du stack. Au dessus de l'échangeur,  $\theta_0$  varie évidemment autour de  $\Delta\theta$  mais la forme du profil de température ne change pas. La température moyenne dans les espaces adiabatiques entre le stack et l'échangeur et juste derrière l'échangeur évolue de telle sorte que les conditions de continuité sont respectées aux extrémités des plaques. Elle est donc d'autant plus élevée que  $\Delta\theta$  est grand. Au dessus du stack et de l'échangeur, les profils de  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont insensibles aux variations de  $\Delta\theta$ . Remarquons que ces deux quantités augmentent avec  $\Delta\theta$  derrière l'échangeur. En revanche, elles présentent un comportement opposé entre le stack et l'échangeur puisqu'elles diminuent lorsque  $\Delta\theta$  augmente.

Les figures 2.10 et 2.11 montrent les profils de  $\theta_0$ ,  $\theta_1$  et  $\theta_2$  pour un stack couplé à un échangeur de chaleur tels que d = 2, H = 3,  $\Delta \theta = 0$ , pour différentes valeurs de  $R_s$  et  $R_h$ . Tout d'abord, le stack et l'échangeur étant séparés par un espace de dimension d = 2, il est normal que le champ de température varie avec  $R_s$ , lorsque  $R_h$  est fixé, uniquement au dessus du stack et dans l'espace adiabatique entre les deux plaques comme on peut le voir sur la figure 2.10. De même, la figure 2.11 montre que le champ de température varie avec  $R_h$ , lorsque  $R_s$  est fixé, uniquement au dessus de l'échangeur et dans les espaces adiabatiques l'entourant. Le champ de température au dessus des plaques est influencé par le coefficient Rde ces dernières. Nous observons notamment que le gradient de température moyenne le long des plaques ainsi que l'amplitude de  $\theta_1$  sont d'autant plus forts que le coefficient R de la plaque est élevé. De nouveaux points d'inflexion apparaissent sur le profil de  $\theta_2$  lorsque R augmente. Lorsque R = 0.1, la température au dessus des plaques est presque constante puisque le régime thermodynamique tend vers un régime isotherme. Les coefficients de relaxation ont également une influence sur la température dans les espaces adiabatiques adjacents aux plaques, surtout pour  $R \leq 1$ . Au delà de R = 1, le champ de température varie peu avec R dans ces espaces.

### 2.3 Transport de chaleur entre le stack et l'échangeur.

Le modèle qui vient d'être décrit dans la partie précédente démontre la génération d'harmoniques de température proche des extrémités des plaques du stack et de l'échangeur. Gusev *et al.* (2000) a montré que, contrairement aux théories basées sur l'approximation de champ moyen traditionnellement utilisées en thermoacoustique (Swift (1988) par exemple), le modèle présenté ici permet de calculer le flux de chaleur transporté à travers l'espace adiabatique entre le stack et l'échangeur. Dans cette partie, l'influence des différents paramètres du problème sur le flux de chaleur est étudiée et les résultats sont comparés avec la théorie linéaire proposée par Swift (1988). Finalement, les paramètres du modèle sont optimisés pour maximiser le flux de chaleur transmis entre le stack et l'échangeur de chaleur chaud.

#### 2.3.1 Estimation du flux de chaleur transporté à travers l'espace adiabatique.

Le flux de chaleur  $\langle \dot{q}_{\omega} \rangle$  transporté par l'effet thermoacoustique est défini par Swift (1988) :

$$\langle \dot{q}_{\omega} \rangle = \frac{1}{2} \rho_f c_p \operatorname{Re}\left[ \langle u' T'^* \rangle \right] - \frac{1}{2} T_m \beta \operatorname{Re}\left[ \langle u' P'^* \rangle \right], \qquad (2.26)$$



FIG. 2.6 – Profils de température moyenne  $\theta_0$  en fonction de la position  $\xi$  et de la distance d entre le stack et l'échangeur pour H = 2 (a), et en fonction de la position  $\xi$  et de la longueur de l'échangeur H pour d = 0.5 (b). Les traits pleins noirs délimitent les extrémités du stack et de l'échangeur. (c) Profil de température moyenne pour d = 0.5 et H = 2. (d) Profil de température moyenne pour d = 0.5 et H = 2 et H = 2. (d) Profil de température moyenne pour d = 0.5 et H = 2 et H = 2. (d) Profil de température moyenne pour d = 0.5 et H = 1. Les traits en pointillés délimitent les extrémités du stack et de l'échangeur.  $R_s = R_h = 1$ 



FIG. 2.7 – Profils de l'amplitude du fondamental des fluctuations de température  $\theta_1$  en fonction de la position  $\xi$  et de la distance d entre le stack et l'échangeur pour H = 2 (a), et en fonction de la position  $\xi$  et de la longueur de l'échangeur H pour d = 0.5 (b). Les traits pleins noirs délimitent les extrémités du stack et de l'échangeur. (c) Profil de  $\theta_1$  pour d = 0.5 et H = 2. (d) Profil de  $\theta_1$  pour d = 0.5 et H = 0.25. (e) Profil de  $\theta_1$  pour d = 2 et H = 2. (d) Profil de  $\theta_1$  pour d = 0.5 et H = 1. Les traits en pointillés délimitent les extrémités du stack et de l'échangeur.  $R_s = R_h = 1$ 



FIG. 2.8 – Profils de l'amplitude du premier harmonique des fluctuations de température  $\theta_2$  en fonction de la position  $\xi$  et de la distance d entre le stack et l'échangeur pour H = 2 (a), et en fonction de la position  $\xi$  et de la longueur de l'échangeur H pour d = 0.5 (b). Les traits pleins noirs délimitent les extrémités du stack et de l'échangeur. (c) Profil de  $\theta_2$  pour d = 0.5 et H = 2. (d) Profil de  $\theta_2$  pour d = 0.5 et H = 0.25. (e) Profil de  $\theta_2$  pour d = 2 et H = 2. (d) Profil de  $\theta_2$  pour d = 0.5 et H = 1. Les traits en pointillés délimitent les extrémités du stack et de l'échangeur.  $R_s = R_h = 1$ 



FIG. 2.9 – Influence de  $\Delta\theta$  sur les profils de température. — :  $\Delta\theta = 0, --: \Delta\theta = 0.5$ , et  $-\cdot$ - :  $\Delta\theta = 2$ . d = 2, H = 1, et  $R_s = R_h = 1$ . (a) : température moyenne  $\theta_0$ . (b) : amplitude du fondamental de température  $\theta_1$ . (c) : amplitude du premier harmonique de température  $\theta_1$ . Les lignes verticales en pointillés délimitent les extrémités du stack et de l'échangeur.



FIG. 2.10 – Influence du coefficient de relaxation  $R_s$  sur le profil de température.  $\cdots : R_s = 0.1$ ,  $- : R_s = 1, --: R_s = 2, \text{ et } - \cdot - : R_s = 50. d = 2, H = 3, R_h = 1 \text{ et } \Delta \theta = 0.$  (a) : température moyenne  $\theta_0$ . (b) : amplitude du fondamental de température  $\theta_1$ . (c) : amplitude du premier harmonique de température  $\theta_2$ . Les lignes verticales en pointillés délimitent les extrémités du stack et de l'échangeur.



FIG. 2.11 – Influence du coefficient de relaxation  $R_h$  sur le profil de température.  $\cdots : R_h = 0.1$ ,  $- : R_s = 1, - - : R_h = 2, \text{ et } - \cdot - : R_h = 50. d = 2, H = 3, R_s = 1 \text{ et } \Delta \theta = 0.$  (a) : température moyenne  $\theta_0$ . (b) : amplitude du fondamental de température  $\theta_1$ . (c) : amplitude du premier harmonique de température  $\theta_2$ . Les lignes verticales en pointillés délimitent les extrémités du stack et de l'échangeur.

où Re[x] est la partie réelle de x,  $\langle x \rangle$  sa moyenne temporelle, et  $x^*$  son conjugué. Dans une onde acoustique stationnaire, comme c'est le cas ici, le déphasage de  $\pi/2$  entre les fluctuations de vitesse et de pression fait que le deuxième terme de l'équation 2.26 est nul. Le flux de chaleur transporté le long des plaques est donc équivalent au flux d'enthalpie.  $\langle \dot{q}_{\omega} \rangle$  s'exprime en W.m<sup>-2</sup>. Ce flux de chaleur s'écrit sous forme non-dimensionnelle à l'aide des relations de l'équation 2.8 :

$$J_{\omega} = \frac{\frac{1}{2}\rho_f c_p \operatorname{Re}\left[\langle u'T'^* \rangle\right]}{\frac{1}{2}\rho_f c_p \omega d_{ac} T'_{ad,0}}$$
  
$$\Leftrightarrow J_{\omega} = \langle \theta \sin(\tau) \rangle. \qquad (2.27)$$

Nous nous intéressons plus particulièrement au flux de chaleur transporté à travers l'espace adiabatique séparant le stack et l'échangeur, c'est à dire le flux de chaleur passant à travers la section d'abscisse  $\xi = 0$  où se situe l'extrémité de la plaque du stack. Par la suite, pour la simplicité des notations,  $J_{\omega}$ désignera donc  $J_{\omega}(\xi = 0)$ . Notons que le flux à l'extrémité de l'échangeur  $J_{\omega}(\xi = d)$  aurait également pu être choisi et donner les mêmes résultats du fait du caractère adiabatique de l'espace entre le stack et l'échangeur. Il est intéressant de noter que, lorsque l'équation 2.17 décrivant le champ de température au dessus d'une plaque est introduite dans l'équation 2.27, le flux d'énergie loin des extrémités de la plaque vaut  $J_{\omega}(\xi < -2) = R/[2(1+R^2)]$ , pour  $\Delta \theta = 0$ . Ainsi, le transport de chaleur par effet thermoacoustique est maximal lorsque R = 1 et vaut  $J_{\omega}(\xi < -2) = 0.25$ .

Dans un système thermoacoustique réel, la totalité du flux de chaleur transporté par l'effet thermoacoustique ne peut être transmise entre le stack et l'échangeur. Même en considérant l'échangeur comme "parfait", c'est à dire comme pouvant extraire la totalité du flux de chaleur qui lui parvient, pour le cas d'un échangeur chaud par exemple, une partie du flux de chaleur est perdue par conduction retour, opposée au sens du transport thermoacoustique, et par conduction vers le résonateur. En toute rigueur, il serait également nécessaire de prendre en compte l'échauffement dû aux frottements visqueux, ainsi que la dissipation de l'onde acoustique due à la relaxation thermique (Tijani *et al.*, 2004). Nous allons limiter notre étude à l'influence des paramètres du modèle sur le flux de chaleur transporté par l'effet thermoacoustique auquel sera retranchée l'estimation de la contribution des pertes par conduction retour. En effet, nous allons voir qu'il existe notamment une distance entre le stack et l'échangeur de chaleur optimale pour le transport de chaleur. Dans ses travaux, Besnoin (2001) a invoqué la conduction retour comme principale cause de la présence de cette distance optimale. Nous allons montrer que les non-linéarités du transport thermoacoustique sont également impliquées et ne doivent pas être négligées. Le flux de chaleur retour perdu par conduction thermique à travers l'espace entre le stack et l'échangeur (en W.m<sup>-2</sup>) peut être approché par (Incropera et De Witt, 1996) :

$$\langle \dot{q}_k \rangle = \frac{k_f}{d \cdot d_{ac}} \left[ \theta_0(\xi = d) - \theta_0(\xi = 0) \right] T'_{ad,0}.$$
 (2.28)

Le flux de chaleur perdu par conduction retour est rendu non-dimensionnel de la même manière que le flux de chaleur transporté par effet thermoacoustique :

$$J_k = \frac{\langle \dot{q}_k \rangle}{\frac{1}{2} \rho_f c_p \omega d_{ac} T'_{ad,0}}.$$
(2.29)

Le flux de chaleur que l'échangeur peut extraire, c'est à dire le flux de chaleur thermoacoustique

auquel on retranche les pertes par conduction retour, est noté :

$$J = J_{\omega} - J_k. \tag{2.30}$$

## 2.3.2 Evolution du flux de chaleur en fonction de la distance d entre le stack et l'échangeur de chaleur.

La figure 2.12 montre l'évolution du flux de chaleur en fonction de la longueur d de l'espace adiabatique. Les paramètres du modèle sont choisis arbitrairement :  $H = 1, R_s = 1, R_h = 0.8$  et  $\Delta \theta = 0$ . Les coefficients de relaxation  $R_s = 1$  et  $R_h = 0.8$  choisis sont a priori proches du régime optimal en présence d'un espace adiabatique entre le stack et l'échangeur. Les flux  $J_{\omega}$  et J sont représentés ainsi que le flux de chaleur extrait du stack d'après la théorie linéaire  $J_{lin}$ . Pour calculer ce dernier flux, nous nous basons sur les explications de Swift (1988) comme quoi seules les particules de fluides partant de l'échangeur pour arriver dans le stack (ou vice-versa) participent au transport de chaleur vers l'échangeur. Ainsi, d'après la théorie linéaire, la configuration optimale pour le couple stack-échangeur est d = 0 et H = 2 (à une épaisseur de couche limite thermique près). C'est pourquoi, comme nous l'observons sur la figure 2.12, lorsque H = 1 et que l'intégralité de l'échangeur est comprise dans la zone  $0 \le \xi \le 2$ , c'est à dire pour  $d \leq 1$ , seule la moitié des particules fluides susceptibles de participer au transport de chaleur thermoacoustique travaille. Le flux de chaleur transporté vers l'échangeur est donc constant et vaut la moitié du flux de chaleur thermoacoustique transporté le long des plaques du stack :  $J_{lin} = 0.25/2 = 0.13$ . Pour  $d \ge 1$ , une partie de l'échangeur se retrouve en dehors de la zone  $0 \le \xi \le 2$ , et aucune particule fluide issue de l'échangeur n'entre en contact thermique avec le stack au cours d'un cycle acoustique. Le flux de chaleur transporté vers l'échangeur décroît donc proportionnellement avec la longueur "utile" de l'échangeur. Lorsque la totalité de l'échangeur se situe en dehors de la zone  $0 \le \xi \le 2$ , aucun transport thermoacoustique de la chaleur n'est évidemment observé.

Le flux de chaleur thermoacoustique extrait du stack calculé à l'aide du modèle précédemment développé  $J_{\omega}$  évolue différemment avec la distance entre le stack et l'échangeur. Tout d'abord, nous constatons que  $J_{\omega}$  est plus élevé que le flux prédit par la théorie linéaire. Ce qui peut s'expliquer vraisemblablement par le fait que, contrairement à la vision très simplifiée qui vient d'être présentée dans le cadre de la théorie linéaire, les particules fluides échangent de la chaleur avec les plaques de manière continue et non pas seulement lorsqu'elles sont à leurs positions extrêmes. Pour H = 1, la totalité des particules fluides issues de la zone du stack  $-2 \leq \xi \leq 0$  peut donc participer au transport de chaleur vers l'échangeur lorsque  $d \leq 1$ . En revanche, lorsque  $d \geq 1$ , de manière analogue à ce qui a été expliqué plus haut, une partie de l'échangeur n'est plus en contact thermique avec des particules fluides issues du stack au cours d'un cycle acoustique. Il est plus surprenant, et contraire à l'intuition de Swift (1988), de remarquer que l'évolution du flux  $J_{\omega}$  avec la distance d présente un maximum aux environ de d = 0.3. L'augmentation de  $J_{\omega}$  avec d'apparaît principalement pour  $R_h < 1$  ( $R_s$  étant fixé à 1), c'est à dire pour un régime thermodynamique tendant vers le régime isotherme. Ce comportement a déjà été observé par Gusev et al. (2000) qui l'expliquent de la manière suivante : considérons un coefficient de relaxation équivalent pour le système "plaques et espace adiabatique", ce coefficient va être plus élevé que le coefficient de relaxation des plaques seules du fait de l'adiabaticité ajoutée par la présence de l'espace entre les deux plaques. Puisque le régime optimal pour le transport de la chaleur correspond à R = 1, la présence de l'espace adiabatique tend à augmenter le coefficient de relaxation équivalent et à le rapprocher de celui correspondant au régime optimal, compensant ainsi le caractère isotherme de l'échangeur. Le transfert de chaleur augmente donc.

L'existence d'un espacement optimal entre le stack et l'échangeur, permettant de maximiser le flux extrait du stack, a déjà été mise en évidence par Gusev *et al.* (2000), ainsi que par Besnoin (2001) et Marx (2003). Besnoin (2001) a invoqué la conduction retour comme cause principale de l'existence d'un tel maximum. L'évolution du flux de chaleur J incluant les pertes par conduction retour est également donnée dans la figure 2.12. La présence d'un maximum de flux à une distance d optimale est accentuée lorsque la conduction retour est considérée. Néanmoins, la contribution des non-linéarités du champ de température à ce comportement est du même ordre de grandeur. Il apparaît donc que le phénomène de conduction retour n'est pas la seule cause de la présence d'une distance d optimale, mais qu'il est également nécessaire de prendre en compte les effets sur le transport de chaleur des non-linéarités des oscillations de température précédemment observées.



FIG. 2.12 – Evolution des flux de chaleur calculés en fonction de la longueur d de l'espace adiabatique : — :  $J_{\omega}$ , - - :  $J = J_{\omega} - J_k$ , · · · :  $J_{lin}$ . H = 1,  $R_s = 1$ ,  $R_h = 0.8$  et  $\Delta \theta = 0$ .

## 2.3.3 Evolution du flux de chaleur en fonction de la longueur de l'échangeur H

L'évolution du flux de chaleur extrait du stack en fonction de la longueur de l'échangeur est représentée dans la figure 2.13. Les paramètres du modèle sont choisis arbitrairement : d = 1,  $R_s = 1$ ,  $R_h = 0.8$  et  $\Delta \theta = 0$ . Les flux  $J_{\omega}$  et J sont représentés ainsi que le flux de chaleur extrait du stack d'après la théorie linéaire  $J_{lin}$ . Le flux  $J_{lin}$  est calculé de manière analogue à celle décrite dans le paragraphe précédent. Le flux de chaleur transporté par l'effet thermoacoustique du stack vers l'échangeur croît proportionnellement à la longueur de l'échangeur située à l'intérieur de la zone  $0 \leq \xi \leq 2$ . Les parties de l'échangeur situées en dehors de cette zone ne participent pas au transport de chaleur du stack vers l'échangeur, c'est pourquoi le flux de chaleur  $J_{lin}$  ne varie plus avec la longueur de l'échangeur, et vaut  $J_{lin} = 0.25/2 = 0.13$  pour  $H \geq 1$  lorsque d = 1. L'évolution observée du flux de chaleur  $J_{\omega}$  est semblable : le flux de chaleur transporté vers l'échangeur croît avec la longueur de l'échangeur jusqu'à atteindre une valeur constante. La croissance n'est pas linéaire, et nous remarquons également que le flux de chaleur extrait du stack est plus important que celui prédit par la théorie linéaire, probablement pour les mêmes raisons que celles énoncées dans le paragraphe précédent. Le flux  $J_i$  incluant les pertes par conduction retour est également représenté. Les

pertes par conduction retour ont pour effet de diminuer le flux de chaleur transporté vers l'échangeur, mais ne modifient pas la forme de l'évolution du flux de chaleur en fonction de la longueur de l'échangeur.

Notons que les simulations numériques de Besnoin (2001) et Marx (2003) montrent qu'il existe une longueur optimale d'échangeur pour laquelle le flux de chaleur est maximal. Les mécanismes physiques vraisemblablement responsables de ce effet, tels que la dissipation de l'énergie acoustique par les frottements visqueux ou la distribution du transfert de chaleur transversal le long des plaques, devront être pris en compte dans les études futures.



FIG. 2.13 – Evolution des flux de chaleur calculés en fonction de la longueur H de l'échangeur : — :  $J_{\omega}$ , – – :  $J_{\omega} - J_k$ , · · · :  $J_{lin}$ . d = 1,  $R_s = 1$ ,  $R_h = 0.8$  et  $\Delta \theta = 0$ .

### **2.3.4** Influence des coefficients de relaxation thermique $R_s$ et $R_h$ .

Intéressons-nous maintenant à l'influence des coefficients de relaxation thermique du stack et de l'échangeur sur le flux extrait du stack. Il a été remarqué dans le paragraphe 2.3.1 que, le long d'une plaque et loin des extrémités, le flux est maximal pour R=1. La figure 2.14 montre l'évolution de  $J_{\omega}$  en fonction de  $R_h$  lorsque  $R_s = 1$  et en présence d'un espace adiabatique entre le stack et l'échangeur. Le flux de chaleur extrait du stack atteint un maximum pour  $R_h = 0.8$  environ, c'est à dire pour un coefficient de relaxation inférieur à 1. Cela vient corroborer l'explication donnée dans le paragraphe 2.3.1, à savoir que le flux de chaleur extrait du stack est maximum lorsque le coefficient de relaxation équivalent pour le système "plaques et espace adiabatique" tend vers 1.

Les coefficients de relaxation thermique du stack  $R_{s,opt}$  et de l'échangeur  $R_{h,opt}$  sont optimisés simultanément pour obtenir un maximum de flux  $J_{\omega,opt}$  à travers l'espace adiabatique. Les figures 2.15 (a) et (b) présentent respectivement les évolutions des coefficients  $R_{s,opt}$  et  $R_{h,opt}$  en fonction de la distance d. Le flux de chaleur maximal obtenu avec ces coefficients est donné dans la figure 2.15 (d), toujours en fonction de d. Plus l'espace adiabatique est grand, plus les coefficients  $R_{s,opt}$  et  $R_{h,opt}$  sont faibles, ce qui va encore dans le sens de l'explication proposée dans le paragraphe 2.3.1 : en augmentant l'espace adiabatique, le coefficient de relaxation thermique équivalent au système "plaques et espace adiabati-



FIG. 2.14 – Evolution du flux de chaleur extrait du stack en fonction du coefficient de relaxation de l'échangeur  $R_h$ . d = 0.2, H = 1.8,  $R_s = 1$  et  $\Delta \theta = 0$ .

que" augmente d'autant plus. La diminution des coefficients de relaxation des plaques permet ainsi de compenser cet ajout d'adiabaticité. Le coefficient de relaxation équivalent tend alors vers 1 et donne un maximum de flux de chaleur transporté à travers l'espace adiabatique. Comme nous l'avons déjà observé, plus l'échangeur est éloigné, plus le flux de chaleur à travers l'espace adiabatique est faible car la partie de l'échangeur recevant de la chaleur issue du stack est plus petite. Il est intéressant de remarquer que le rapport des coefficients de relaxation optimaux  $R_{h,opt}/R_{s,opt}$ , donné dans la figure 2.15 (c) en fonction de d, reste constant et vaut 1. (Les rapports obtenus pour d > 1.5 sont plus élevés que 1 à cause de problèmes d'instabilité du schéma d'optimisation. Ces problèmes se produisent pour des points pour lesquels les coefficients de relaxation sont faibles, tout comme le flux à travers l'espace adiabatique. Dans des cas pratiques, ces configurations ne nous intéressent pas, le flux de chaleur étant trop faible). Le flux maximum à travers le gap est donc obtenu lorsque  $R_{s,opt} = R_{h,opt}$ . En pratique, il est souhaitable d'avoir  $R_s$  le plus proche de 1 pour que le stack pompe le maximum de chaleur entre ses deux extrémités. En revanche, un échangeur est susceptible d'avoir plutôt un comportement isotherme et donc un coefficient de relaxation thermique  $R_h < 1$ . Dès lors, la présence d'un espace adiabatique est bénéfique pour le flux de chaleur  $J_{\omega}$ .

### **2.3.5** Influence de la différence de température $\Delta \theta$ .

Les études numériques de Marx (2003) et Besnoin et Knio (2004), ou encore les mesures de Swift (1992) et de Mozurkewich (2001) par exemple, montrent que le flux de chaleur entre le stack et l'échangeur varie en fonction de la différence de température entre ces deux éléments. Notons que cette différence de température est reliée à la différence entre la température de l'échangeur et la température du gaz au dessus de l'échangeur. Dans le cadre de notre modèle, ces deux quantités sont les mêmes :  $\Delta\theta$ .  $\Delta\theta$  varie avec le niveau de pression acoustique à l'intérieur du résonateur. En effet, Swift (1992) a observé que la différence entre la température de l'échangeur varie linéairement avec le niveau de pression acoustique. La figure 2.16 représente l'évolution du flux de chaleur J absorbé par l'échangeur en fonction de la différence de température  $\Delta\theta$ . Le flux de chaleur absorbé par



FIG. 2.15 – (a) : Evolution du coefficient de relaxation du stack  $R_{s,opt}$  optimisé pour le flux à travers l'espace adiabatique en fonction de d. (b) : Evolution du coefficient de relaxation de l'échangeur  $R_{h,opt}$  optimisé pour le flux à travers l'espace adiabatique en fonction de d. (c) : Evolution du rapport  $R_{h,opt}/R_{s,opt}$  en fonction de d. (d) : Flux maximal  $J_{\omega,opt}$  extrait du stack obtenu à partir de  $R_{h,opt}$  et  $R_{s,opt}$  en fonction de la longueur de l'espace adiabatique d. H = 2et  $\Delta \theta = 0$ .

l'échangeur décroît linéairement en fonction de  $\Delta\theta$ . Les paramètres du modèle correspondent à ceux de l'expérience de Mozurkewich (2001) à l'exception des coefficients de relaxation  $R_s = 1$  et  $R_h = 0.8$  qui sont choisis arbitrairement, comme dans les paragraphes précédents. La figure 2.16 permet de comparer les résultats issus des expériences de Mozurkewich (2001) à ceux du modèle analytique. Si les pentes obtenues sont différentes, les deux courbes présentent les même tendances (décroissance linéaire) et les valeurs obtenues sont du même ordre de grandeur.



FIG. 2.16 – Evolution du flux de chaleur J extrait du stack en fonction de la différence de température  $\Delta \theta$ . d = 0.33, H = 4.33,  $R_s = 1$  et  $R_h = 0.8$ . Modèle analytique : —. Mozurkewich (2001) : \*.

### 2.3.6 Configuration optimale.

Nous venons de voir que le flux de chaleur entre le stack et l'échangeur lui faisant face dépend de différents paramètres, à savoir :  $d, H, R_s, R_h$ , et  $\Delta \theta$ . Dans ce paragraphe, un ensemble optimal de ces paramètres est calculé pour maximiser le flux J absorbé par l'échangeur. L'optimisation se fera uniquement sur les paramètres d, H, et  $R_h$ . En effet, comme il a déjà été évoqué plus haut, il est souhaitable de fixer  $R_s = 1$  afin d'avoir le maximum de flux thermoacoustique le long des plaques du stack. De plus, le paragraphe précédent a montré que J dépend linéairement de  $\Delta\theta$ . Il n'est donc pas possible de faire une optimisation sur ce paramètre. Le tableau 2.1 présente l'ensemble des paramètres donnant le maximum de flux pour différents  $\Delta \theta$ . Les calculs sont effectués dans l'air à pression atmosphérique et température ambiante, avec  $P_{ac} = 3000$ Pa, f = 460Hz,  $2\pi x/\lambda = 0.55$  et  $y_0 = \delta_k/0.33$ . Ces paramètres ont été choisis car ils sont proches des paramètres des expériences présentées dans les chapitres suivants. Afin de compenser les pertes par conduction retour, plus  $\Delta \theta$  augmente, plus  $d_{opt}$  augmente également. Ce qui a pour conséquence de faire diminuer le coefficient de relaxation optimal  $R_{h,opt}$ , toujours selon l'explication donnée dans le paragraphe 2.3.1, puisque plus d est grand, plus  $R_h$  doit-être petit pour compenser l'adiabaticité introduite par l'espace entre les deux plaques. La longueur "optimale" de l'échangeur reste figée à H = 2 puisque nous avons vu que le flux de chaleur J ne varie pas au delà d'une certaine longueur d'échangeur. Comme nous l'avons dit plus haut, dans un cas réel, il sera nécessaire de prendre en compte des effets comme la dissipation visqueuse par exemple, et probablement de choisir un échangeur

$\Delta \theta$	$d_{opt}$	$H_{opt}$	$R_{H,opt}$	$J_{opt}$
-0.1	0.15	2.00	0.84	0.27
0	0.20	2.00	0.84	0.25
0.1	0.26	2.00	0.83	0.23
0.25	0.34	2.00	0.82	0.19
0.5	0.50	2.00	0.80	0.14

plus court. Finalement, le flux optimal absorbé par l'échangeur diminue lorsque la température augmente.

TAB. 2.1 – Ensembles de paramètres optimaux  $(d_{opt}, H_{opt}, R_{H,opt})$  maximisant le flux de chaleur  $J_{opt}$ , pour différentes différences de température  $\Delta \theta$ . Les calculs sont effectués dans l'air à pression atmosphérique et température ambiante, avec  $P_{ac} = 3000$ Pa, f = 460Hz,  $2\pi x/\lambda = 0.55$  et  $y_0 = \delta_k/0.33$ .

Intéressons nous à l'impact de cette optimisation sur le flux de chaleur absorbé par l'échangeur chaud. Pour cela le gain de flux de chaleur G obtenu avec un échangeur optimisé par rapport à un échangeur "standard" est défini par :

$$G = \frac{J_{opt} - J_{std}}{J_{std}},\tag{2.31}$$

où le flux de chaleur  $J_{std}$  est le flux de chaleur absorbé par l'échangeur pour les paramètres : d = 0, H = 2,  $R_s = 1$  et  $R_h = 1$ ,  $\Delta\theta$  étant choisie pareillement pour  $J_{std}$  et  $J_{opt}$ . (Les pertes par conduction retour ne sont pas prises en compte dans le calcul de  $J_{std}$ ). Ces paramètres correspondent aux paramètres proposés par Swift (1988), dans le cadre de la théorie linéaire, sans prendre en compte les effets de la dissipation visqueuse ou de la conduction retour. La figure 2.17 montre l'évolution du gain G en fonction de la différence de température. Le gain croît avec la température. Une évolution semblable a été observée par Besnoin (2001). Pour  $\Delta\theta = 0$ , le gain est légèrement inférieur à 1%. Pour  $\Delta\theta = 0.25$ , le gain vaut près de 5%, et il atteint 18% pour  $\Delta\theta = 0.5$ .

### 2.4 Conclusion.

Dans ce chapitre, un modèle analytique unidimensionnel décrivant le champ de température au voisinage de l'interface entre un stack thermoacoustique et un échangeur lui faisant face, séparés l'un de l'autre par un espace adiabatique, a été développé. Le cas d'un échangeur chaud a été étudié, mais des conclusions similaires peuvent être effectuées pour un échangeur froid. Ce modèle est une extension du modèle proposé par Gusev *et al.* (2000) et par Gusev *et al.* (2001), prenant en compte le caractère fini de l'échangeur ainsi que la différence entre la température de la plaque de l'échangeur et celle du stack. Le modèle est basé sur une approximation de temps de relaxation qui consiste à modéliser le transfert de chaleur transverse entre les plaques et le fluide à l'aide d'un paramètre phénoménologique : le coefficient de relaxation R. Au final, les paramètres du système sont les suivants : d, la longueur de l'espace entre le stack et l'échangeur ; H, la longueur de l'échangeur ;  $R_s$  et  $R_h$  les coefficients de relaxation respectifs du stack et de l'échangeur ; et  $\Delta \theta$  la différence entre les températures moyennes de l'échangeur et du stack.

Le modèle montre la génération d'harmoniques de température dans les zones situées à moins de deux



FIG. 2.17 – Evolution du gain de flux de chaleur G obtenu avec un échangeur optimisé par rapport à un échangeur "standard" en fonction de  $\Delta \theta$ .

déplacements acoustiques des extrémités des plaques. Ces anharmonicités sont dues aux changements de régime thermodynamique subis par les particules fluides au cours d'un cycle acoustique, selon que celles-ci se trouvent au dessus de l'une ou l'autre plaque ou dans une zone adiabatique. L'influence des différents paramètres du système sur la distribution spatiale de la température moyenne et des amplitudes des fluctuations de température, à la fréquence fondamentale et à la fréquence du premier harmonique, ont été étudiées.

Nous nous sommes également intéressés aux effets de ces non-linéarités du champs de température sur le transport de chaleur entre le stack et l'échangeur. En effet, le modèle présenté dans ce chapitre permet de calculer le flux de chaleur  $J_{\omega}$  transféré à travers l'espace adiabatique séparant le stack et l'échangeur. Ce flux de chaleur  $J_{\omega}$  est comparé au flux de chaleur prédit par la théorie linéaire. Les pertes par conduction retour vers le stack  $J_k$ , à travers ce même espace, sont également estimées et retranchées au flux de chaleur thermoacoustique pour donner le flux de chaleur J que peut absorber l'échangeur. Il est ainsi possible d'évaluer l'importance de ces pertes par rapport au flux de chaleur transféré à travers l'espace adiabatique. Les effets des frottements visqueux, des pertes de chaleur vers le fond, et de la dissipation due à la relaxation thermique ne sont pour le moment pas pris en compte. L'influence des différents paramètres du modèle sur le flux J est étudiée et des comparaisons avec les données de la littérature sont effectuées, lorsque cela est possible.

Il a ainsi été montré que, contrairement aux prédictions de la théorie linéaire (Swift, 1988) et conformément aux simulations numériques de Besnoin et Knio (2004) et Marx (2003) et au modèle de Gusev *et al.* (2000), la présence d'un espace adiabatique entre le stack et l'échangeur est bénéfique pour le flux. L'existence d'une distance optimale entre le stack et l'échangeur résulte des effets combinés des non-linéarités du flux thermique et de la conduction retour. Le modèle permet de retrouver les tendances observées dans la littérature. Le modèle n'a en revanche pas permis de mettre en évidence l'existence d'une longueur d'échangeur optimale, comme observé dans les études précédemment citées. Nous pensons que l'existence d'une longueur d'échangeur optimale serait due aux effets de mécanismes

physiques tels la dissipation par les frottements visqueux, ou encore la non-uniformité du transfert de chaleur transverse local près des extrémités des plaques (Marx (2003)), qui ne sont pas pris en compte dans le modèle développé ici. Par ailleurs les influences des paramètres  $R_s$  et  $R_h$  et de la différence de température  $\Delta \theta$  ont été étudiées.

Il a enfin été possible d'optimiser simultanément les paramètres  $(d_{opt}, H_{opt}, R_{h,opt})$  donnant un maximum de flux, pour différents  $\Delta\theta$ .  $(R_s = 1$  étant choisi tel que le transport de chaleur par effet thermoacoustique le long du stack soit maximal.) Le gain de flux de chaleur, par rapport à une configuration "standard"  $(d = 0, H = 2, R_s = R_h = 1)$ , vaut 1% pour  $\Delta\theta = 0, 5\%$  pour  $\Delta\theta = 0.25$ , et jusqu'à 18% pour  $\Delta\theta = 0.5$ . Ces résultats sont en bon accord qualitatif avec les simulations numériques de Besnoin et Knio (2004).

Le modèle analytique présenté a donc permis de retrouver des tendances observées à partir des résultats de simulations numériques et d'expériences issues de la littérature. Il a permis d'identifier les principaux mécanismes de transport de chaleur entre le stack et les échangeurs de chaleur. Son point faible principal reste la difficulté d'évaluer les paramètres R, ainsi que la différence de température  $\Delta \theta$ . L'évaluation de ces paramètres nécessite la résolution complète du problème de transfert de chaleur transverse entre le fluide et la plaque. Mozurkewich (1998a) a développé un tel modèle dans le cas d'un stack isolé thermiquement, mais celui-ci se limite à des zones situées loin des extrémités des plaques. De plus, Marx (2003) a montré que le transfert de chaleur transverse local n'est pas uniforme proche des extrémités des plaques, et notamment sur les échangeurs. Le coefficient de relaxation R n'est donc vraisemblablement pas uniforme à ces endroits non plus. Il sera toutefois intéressant, à l'avenir, d'extraire ces paramètres à partir de simulations numériques complètes d'un réfrigérateur thermoacoustique pour tenter de comparer les résultats de ces simulations à ceux des calculs analytiques. Des expériences pourront également être menées afin de vérifier la validité du modèle. A ce propos, des mesures des fluctuations de température derrière un stack seul par thermométrie fil froid sont présentées dans le chapitre suivant. Des extensions possibles du modèle concernent notamment la prise en compte du profil de vitesse à l'intérieur des pores du stack ou encore l'introduction d'un gradient de température sur la plaque. La conduction axiale dans le fluide pourrait également être modélisée en évaluant numériquement le terme correspondant dans l'équation d'énergie du fluide (cf. Matveev et al. (2006)). Il sera aussi intéressant d'étudier la possibilité de coupler ce modèle avec le modèle de développement du gradient de température le long du stack proposé par Lotton *et al.* (2007).

### Chapitre 3

# Mesures des fluctuations de température et de vitesse dans un réfrigérateur thermoacoustique à onde stationnaire par thermométrie fil froid et anémométrie fil chaud.

### 3.1 Introduction.

Les techniques de mesure de la température et de la vitesse d'un écoulement par anémométrie fil froid et fil chaud sont des techniques expérimentales couramment utilisées en mécanique des fluides. Elles sont basées sur la relation linéaire qui existe entre la résistance d'un fil métallique et sa température. C'est ainsi que, en faisant passer un courant électrique à travers ce fil, sa résistance peut être mesurée et sa température en être déduite. La mesure de température de l'écoulement par anémométrie fil froid découle directement de cette propriété. En effet, lorsque le courant est faible, la température du fil est très proche de celle du fluide entourant le fil, et la mesure de sa résistance donne directement accès à la température de l'écoulement. Lorsque le courant à travers le fil est élevé, le fil est chauffé par effet Joule et peut atteindre des températures bien supérieures à la température ambiante. Il est alors possible de relier la mesure de la température du fil à la vitesse de l'écoulement. En effet, King (1914) a le premier montré que le nombre de Nusselt, traduisant le transfert de chaleur entre le fluide et le fil, est relié au nombre de Reynolds, rendant compte de la vitesse de l'écoulement, par une loi de puissance. Notons que, suivant les conditions, il est également possible de mesurer la densité du fluide ou la concentration d'un gaz dans un mélange à l'aide de ces techniques de mesure. La mesure de la résistance du fil nécessite l'utilisation d'un conditionneur, couramment appelé anémomètre. Différents types d'anémomètres sont utilisés : l'anémomètre à courant constant (CCA), habituellement utilisé pour les mesures de température, l'anémomètre à température constante (CTA), souvent utilisé pour les mesures de vitesse, et l'anémomètre à tension constante (CTA), apparu plus récemment et qui regroupe les avantages des deux autres catégories d'anémomètre. Plus de détails sur les différents types d'anémomètres sont disponibles dans la première partie de ce chapitre. La littérature traitant des mesures fil froid et fil chaud est très fournie. Retenons parmi tous ces travaux quelques ouvrages de référence : Corrsin (1963), Bruun (1995) et Comte-Bellot (1998).

Dans ce chapitre, des mesures des fluctuations de température et de vitesse sont effectuées dans un réfrigérateur thermoacoustique. Plusieurs objectifs sont visés. Tout d'abord, la mesure des fluctuations de température aux abords du stack thermoacoustique doit permettre de valider les distortions du champ thermique observées dans les simulations numériques (Marx et Blanc-Benon, 2005) et prédites par le modèle développé dans le chapitre 2. Ensuite des mesures des fluctuations de vitesse derrière le stack par anémométrie fil chaud pourront être comparées aux résultats obtenus par vélocimétrie par imagerie de particules (PIV), qui seront présentées dans le chapitre 4. Les mesures de vitesse par anémométrie fil chaud poirront être continues par rapport aux mesures PIV dont la résolution temporelle est très limitée. Surtout, l'objectif, à terme, est de pouvoir mesurer les fluctuations de température et de vitesse de manière synchronisée, à l'aide d'un anémomètre à tension constante, afin d'accéder au flux d'enthalpie convecté par l'effet thermoacoustique. L'intérêt de développer ce type de mesure provient également du fait qu'il est plus facile, d'un point de vue pratique, d'intégrer des fils froid et/ou chauds à l'intérieur d'un système thermoacoustique "industriel" plutôt que d'utiliser des méthodes optiques de mesure qui sont limitées aux expériences de laboratoire.

Bien que de nombreuses recherches aient portées sur l'anémométrie fil froid et fil chaud, peu de travaux concernent les mesures dans des écoulements purement oscillants comme c'est le cas dans l'onde acoustique stationnaire d'un réfrigérateur thermoacoustique. Les spécificités des mesures des fluctuations de température et de vitesse inhérentes aux écoulements oscillants sont étudiées tout au long de ce chapitre. Après avoir rappelé brièvement les principes de l'anémométrie fil froid et fil chaud, puis décrit le dispositif expérimental, des mesures de température sont présentées dans la partie 3.4. Une méthode de calibration dynamique est utilisée, prenant en considération la réponse dynamique du fil aux oscillations de l'écoulement. La technique expérimentale est validée et permet les mesures de la température moyenne et de l'amplitude des fluctuations de température derrière le stack thermoacoustique. Ces mesures sont comparées avec le modèle analytique développé dans le chapitre 2, montrant notamment une bonne aptitude du modèle à prédire la position des maxima de fluctuation de température derrière le stack. La partie suivante porte sur la mesure des oscillations de vitesse. Il est montré que les calibrations classiques ne sont pas valides lorsque l'écoulement fluctue proche d'une vitesse moyenne nulle. Plusieurs phénomènes inertiels, apparaissant dans le fil mais aussi dans le fluide, sont modélisés et leur importance dans le cadre de mesures dans un écoulement oscillant est mise en évidence. Les résultats obtenus devraient permettre dans un avenir proche de développer un modèle complet permettant la mesure précise des fluctuations de vitesse dans un écoulement oscillant.

Le développement de ces techniques de mesure a été initié en collaboration avec l'équipe du Professeur Luc Mongeau à Purdue University, USA (maintenant Université McGill, Canada). Des mesures fil froid et fil chaud ont été effectuées à l'intérieur du réfrigérateur développé par cette équipe. Leur réfrigérateur est de type industriel et ne permet pas l'utilisation de mesures optiques (plus de détails sur ce dispositif sont disponibles dans Mongeau *et al.* (2001)). Néanmoins, les techniques expérimentales utilisées étant toujours en cours de développement, les mesures effectuées à Purdue University ne seront pas présentées ici.

### 3.2 Principe des mesures fil froid - fil chaud.

Regardons plus en détails le principe des fils froids et des fils chauds. Suivant Bruun (1995), le bilan des flux de chaleur sur une portion dz d'un fil de diamètre  $d_w$  traversé par un courant  $I_w$  et situé dans

un écoulement à la vitesse u et à la température  $T_a$  donne, en négligeant la radiation :

$$\mathrm{d}\dot{Q}_{el} = \mathrm{d}\dot{Q}_t + \mathrm{d}\dot{Q}_u + \mathrm{d}\dot{Q}_k. \tag{3.1}$$

Les différents termes de l'équation 3.1 sont :

– Le flux de chaleur dissipé par effet Joule  $d\dot{Q}_{el}$ , dû au passage du courant électrique dans le fil :

$$\mathrm{d}\dot{Q}_{el} = \frac{R_w I_w^2}{l_w} \mathrm{d}z,\tag{3.2}$$

avec  $R_w$  la résistance du fil à la température  $T_w$  et  $l_w$  sa longueur.

– La chaleur stockée par le fil  $d\dot{Q}_t$ , soit son inertie thermique :

$$\mathrm{d}\dot{Q}_t = \rho_w c_w \frac{\pi d_w^2}{4} \frac{\partial T_w}{\partial t} \mathrm{d}z,\tag{3.3}$$

avec  $\rho_w$  et  $c_w$  respectivement la densité et la capacité calorifique du fil.

– Le flux de chaleur évacué par convection forcée  $\mathrm{d}\dot{Q}_u$ :

$$\mathrm{d}\dot{Q}_u = \pi d_w h_w (T_w - T_a) \mathrm{d}z,\tag{3.4}$$

avec  $h_w$  le coefficient de transfert de la chaleur entre le fil et le fluide l'entourant. A l'aide de la loi de Newton, d $\dot{Q}_u$  peut aussi s'écrire :

$$\mathrm{d}\dot{Q}_u = \pi d_w \left(\frac{\partial T_w}{\partial n}\right)_{paroi} \mathrm{d}z = -\pi d_w \left(\frac{\partial T_a}{\partial n}\right)_{paroi} \mathrm{d}z,\tag{3.5}$$

avec n la normal sortante à la paroi du fil.

- Le flux de chaleur évacué par conduction le long du fil vers les broches de la sonde  $d\dot{Q}_k$ :

$$\mathrm{d}\dot{Q}_{k} = -k_{w}\frac{\pi d_{w}^{2}}{4}\frac{\partial^{2}T_{w}}{\partial z^{2}}\mathrm{d}z,$$
(3.6)

avec  $k_w$  la conductivité du fil.

L'équation 3.1 peut donc finalement se réécrire :

$$\rho_w c_w \frac{\pi d_w^2}{4} \frac{\partial T_w}{\partial t} = \frac{R_w I_w^2}{l_w} - \pi d_w h_w (T_w - T_a) + k_w \frac{\pi d_w^2}{4} \frac{\partial^2 T_w}{\partial z^2}.$$
(3.7)

Pour comprendre le principe de fonctionnement des fils froids - fils chauds, l'équation 3.7 est simplifiée. Pour cela les pertes par conduction de la chaleur vers les broches sont négligées :

$$\rho_w c_w \frac{\pi d_w^2}{4} \frac{\partial T_w}{\partial t} = \frac{R_w I_w^2}{l_w} - \pi d_w h_w (T_w - T_a).$$

$$(3.8)$$

Pour une surchauffe du fil très faible  $(a_w = (R_w - R_a)/R_a < 5\%$ ,  $R_a$  étant la résistance du fil à la température  $T_a$ ), le deuxième terme du membre de droite de l'équation 3.8, traduisant la convection forcée, est négligeable devant le premier terme du même membre. La résistance du fil ne dépend donc pas de la vitesse. De plus, la température du fil est approximativement celle du fluide l'entourant  $T_w \approx T_a$ .

On rappelle que la résistance du fil est directement reliée à sa température par la relation :

$$R_w = R_0 \left[ 1 + \alpha_0 (T_w - T_0) \right], \tag{3.9}$$

avec  $R_0$  la résistance du fil à froid, c'est à dire à la température  $T_0$  pour laquelle on connaît le coefficient thermique de résistance du fil  $\alpha_0$ . A faible surchauffe (fil froid), le fil mesure ainsi la température du fluide l'entourant.

Au contraire, lorsque la surchauffe est élevée (typiquement  $a_w \approx 0.8$ ), le terme de convection n'est plus négligeable devant le terme de dissipation par effet Joule. La résistance du fil ne dépend alors plus que du coefficient de transfert  $h_w$ . King (1914) a le premier exprimé la relation entre le coefficient de transfert de la chaleur et la vitesse pour un fil chaud. On appelle loi de King la corrélation :

$$Nu = A + BRe^{1/2},$$
 (3.10)

avec Nu =  $h_w d_w/k_f$  le nombre de Nusselt caractéristique de l'écoulement et Re =  $\rho_f u d_w/\mu$  son nombre de Reynolds. A et B sont des coefficients empiriques dépendants des caractéristiques du fil et du fluide. Par la suite, la loi de transfert de la chaleur a été décrite plus précisément par Collis et Williams (1959) par exemple, pour des écoulements tels que 0.02 < Re < 44:

$$\operatorname{Nu}\left(\frac{T_f}{T_a}\right)^{-0.17} = 0.24 + 0.56 \operatorname{Re}^{0.45},\tag{3.11}$$

avec  $T_f = (T_w + T_a)/2$  la température dite de film. Les valeurs des différents coefficients de ces équations varient avec les propriétés thermophysique du fluide entourant le fil. Ces lois sont valides pour des écoulements stationnaires ou soumis à de petites perturbations. De nombreuses études portent sur ce sujet, dont les références sont disponibles dans Bruun (1995) et Comte-Bellot (1998). En pratique, la loi de transfert, ou plus généralement la loi reliant la vitesse de l'écoulement à la sortie de l'anémomètre, sera déterminée par une calibration directe dans un écoulement dont la vitesse et la température sont contrôlées.

Suivant la surchauffe, il est donc possible de mesurer soit la température (fil froid), soit la vitesse (fil chaud). On note que, dans le cas d'une surchauffe "moyenne", le fil est sensible à la fois à la température et à la vitesse. Il est dès lors possible de mesurer ces deux quantités en effectuant des mesures à deux surchauffes différentes. Plus de détails sur cette méthode sont donnés dans Bruun (1995)(Ch.7). Différents types de conditionneurs, appelés par la suite anémomètres, permettent de mesurer la résistance du fil qui pourra ensuite être reliée à la température ou à la vitesse de l'écoulement. On distingue principalement trois types d'anémomètres :

- L'anémomètre à courant constant (CCA) : ce circuit électronique maintient le courant constant à travers le fil. Ce type d'anémomètre est actuellement utilisé principalement pour les mesures de température. Pour des mesures de vitesse, il est nécessaire de compenser l'inertie thermique du système. Le réglage de la compensation d'inertie thermique se fait manuellement et doit être recommencé chaque fois que les conditions expérimentales changent. L'anémomètre à température constante lui est donc généralement préféré pour les mesures de vitesse, étant plus simple à utiliser.
- L'anémomètre à température (résistance) constante (CTA) : ce circuit électronique maintient la température du fil (soit sa résistance) constante grâce à une boucle de rétroaction inclue dans le circuit. Ainsi, il n'y a plus de problème de temps de réponse dû à l'inertie thermique puisque
celui-ci est en théorie nul, et en pratique très faible. La très bonne réponse en fréquence de cet anémomètre permet de suivre des fluctuations ayant de fortes amplitudes et surtout la réponse est ajustée automatiquement en fonction des conditions expérimentales. En revanche, des instabilités électroniques peuvent apparaître pour des surchauffes  $a_w < 7\%$  (Bonnet et Alziary de Roquefort, 1980). C'est pourquoi ce mode de fonctionnement n'est pas adapté aux mesures de température. En présence d'une dérive de température, il faudra coupler les mesures de vitesse fil chaud avec une mesure de la température moyenne par un thermocouple par exemple.

L'anémomètre à tension constante (CVA) : ce circuit électronique maintient constante la tension aux bornes du fil. Ce type d'anémomètre est apparu récemment et est fabriqué par Tao Systems. Il reprend les avantages de l'anémomètre CTA, à savoir une large bande de réponse en fréquence, maintenue constante automatiquement lorsque les conditions expérimentales changent (Tao Systems, 2005, Technical note). De plus, contrairement aux systèmes CTA, l'anémomètre CVA ne présente pas d'instabilités à très faible surchauffe et permet donc la mesure de température. Entre autres avantages, le rapport signal sur bruit est élevé comparé aux autres types d'anémomètre (Weiss et Comte-Bellot, 2004), et il est également possible d'effectuer des mesures de vitesse en présence d'une dérive de température à l'aide d'un seul et unique capteur (Sarma et Comte-Bellot, 2002).

Comme il a déjà été évoqué plus haut, l'objectif, à terme, des techniques présentées dans ce chapitre est la mesure synchronisée des fluctuations de température et de vitesse dans un réfrigérateur thermoacoustique à l'aide d'un anémomètre CVA. Pour des questions techniques, le prototype d'anémomètre CVA dont nous avons pu disposer durant ce travail de thèse n'a pas une sensibilité suffisante pour pouvoir mesurer les fluctuations de température créées par l'onde acoustique. C'est pourquoi les fluctuations de température seront mesurées avec un anémomètre CCA. La technique de mesure des fluctuations de vitesse en écoulement purement oscillant sera tout de même développée pour un anémomètre CVA. Un nouveau prototype d'anémomètre à tension constante, avec une sensibilité améliorée, est en cours de développement par Tao Systems.

# 3.3 Dispositif expérimental.

# 3.3.1 Maquette de réfrigérateur thermoacoustique.

Un schéma de la maquette de réfrigérateur thermoacoustique dans laquelle les mesures fil froid fil chaud ont été effectuées est donné dans la figure 3.1. Les caractéristiques du résonateur et du stack sont données dans le chapitre 1 et des photographies sont disponibles dans l'annexe A (figure A.5) Le stack utilisé dans ce chapitre est de type A. Ses caractéristiques géométriques sont rappelées dans le tableau 3.1. Le stack est placé tel que son extrémité chaude (la plus proche du fond du résonateur) se situe à  $\tilde{x}_c = 37$ mm. Des mesures de la température aux extrémités des plaques du stack A ont été effectuées a posteriori, à l'aide de thermocouples (cf. paragraphe 1.4). Afin de pouvoir insérer la sonde fil froid ou fil chaud dans le résonateur, le fond en plexiglas comporte une ouverture à travers laquelle passe la sonde. L'étanchéité est assurée par une membrane en caoutchouc faisant office de joint. Dans cette configuration, il a été possible d'obtenir des niveaux de pression acoustique jusqu'à  $P_{ac} = 3000$ Pa. La température ambiante est contrôlée par un thermomètre électronique.

L'objectif de ces expériences est de caractériser les champs de température et de vitesse au voisinage des extrémités du stack. Il a été montré dans le chapitre précédent que le stack perturbe le champ



FIG. 3.1 – Schéma du dispositif expérimental pour les mesures fil froid - fil chaud.

	l (mm)	$\begin{array}{c}2y_{0}\\(\mathrm{mm})\end{array}$	$e_0$ (mm)	BR	$\begin{array}{c} f_{res} \\ (\mathrm{Hz}) \end{array}$	$\delta_{\nu}$ (mm)	$\delta_{\kappa}$ (mm)
Stack A	18	0.41	0.17	0.39	475	0.10	0.12

TAB. 3.1 – Caractéristiques du stack A.

de température et de vitesse dans une zone qui s'étale  $2d_{ac}$  derrière le stack. Aux niveaux de pression acoustique considérés, cette zone d'influence du stack s'étale sur quelques millimètres derrière le bord des plaques seulement. C'est pourquoi il est indispensable de positionner le fil avec une précision au dixième de millimètre au moins pour effectuer des mesures de qualité. A cette fin, le support du fil est fixé sur un système de positionnement dans les trois directions de l'espace, réglable par des tables de déplacement graduées au dixième de millimètre. Seul le réglage dans la direction de l'axe du résonateur pourra être modifié en cours de fonctionnement du réfrigérateur, pour des raisons d'étanchéité. Les réglages dans les directions transverses permettent uniquement le positionnement lors du montage du système. Des images du fil et du stack sont acquises avant chaque série de mesure à l'aide d'une caméra couplée à un objectif 12X Navitar<sup>tm</sup>. Un exemple d'image correspondant aux mesures présentées dans les paragraphes 3.4.2et 3.4.3 est donné dans la figure 3.2(a). Des zones de mesure de  $5.3 \times 7mm^2$  avec un grandissement de 1.45 environ sont obtenues. La caméra est calibrée avec une mire composée de disques de diamètre  $0.25 \pm 0.013mm$  et espacés de  $0.5 \pm 0.005mm$ . Une image de la mire est proposée dans la figure 3.2(b). Une fois les images numérisées, la calibration permet de mesurer la distance entre le stack et le fil avec une précision inférieure au dixième de millimètre correspondant à nos exigences.



FIG. 3.2 – (a) : Image d'une sonde fil froid derrière le stack thermoacoustique lors du positionnement du fil. L'image correspond aux mesures présentées dans les paragraphes 3.4.2 et 3.4.3.
(b) : Image de la mire de calibration utilisée pour le positionnement du fil. Les cercles ont un diamètre de 0.25mm et sont séparés de 0.5mm.

# 3.3.2 Dispositif de mesure des fluctuations de température par thermométrie fil froid à courant constant (CCA).

Les mesures des fluctuations de température par thermométrie fil froid se font à l'aide d'un anémomètre à courant constant (CCA). Par abus de langage, le terme "anémomètre" sera utilisé par la suite pour qualifier le conditionneur du fil, bien que celui-ci serve à la mesure des fluctuations de température et non pas de vitesse. On parlera également d'anémométrie fil froid. L'anémomètre en question est le module de température 90C20 d'un système Streamline de Dantec Dynamics<sup>tm</sup>. Le circuit électronique du conditionneur est donné dans la figure 3.3. Dans les mesures présentées, les filtres passe-haut et passe-bas ne sont pas activés. La tension de sortie est amplifiée par un gain  $100 \times Gain$ , avec Gain un gain réglable par l'utilisateur compris entre 1 et 8000. Une tension continue  $E_{offset}$  peut être ajustée pour que la tension

Mesurande	Mode	$d_w$	$l_w$	$I_w$	$V_w$	$R_0$	$T_0$	Matériau
		$(\mu m)$	(mm)	(mA)	(mV)	$(\Omega)$	$(^{\circ}C)$	
Température	CCA	1	0.4	0.1	-	56.03	24	Platine
Vitesse	CVA	2.5	1.25	-	450	11.43	30	Tungstène
Vitesse	CVA	5	1.25	-	400	3.51	25	Tungstène

TAB. 3.2 – Caractéristiques des fils utilisés dans les expériences présentées dans ce chapitre. Les caractéristiques des matériaux des fils sont données dans le tableau 3.3. Note : Les fils en tungstène sont enrobés de platine.

de sortie reste dans la gamme acceptée par l'anémomètre (0-10V). De la manière dont nous avons utilisé l'anémomètre, c'est à dire manuellement et non pas à l'aide d'un ordinateur, la tension continue n'est pas donnée directement. Il faudra donc la recalibrer à chaque nouvelle série de mesure. Finalement, la relation entre la tension de sortie de l'anémomètre  $E_{CCA}$  et la température du fil  $T_w$  s'écrit :

$$E_{CCA} = Gain \left[ 100I_w \left( R_0 + R_0 \alpha_0 (T_w - T_0) + r_l \right) - E_{offset} \right], \tag{3.12}$$

avec  $r_l = 0.97\Omega$  la résistance du support du fil et des cables reliant la sonde à l'anémomètre. La tension de sortie de l'anémomètre évolue linéairement avec la température du fil, cette dernière étant très proche de la température du fluide. Les paramètres du fil présents dans l'équation 3.12 sont connus, et donnés dans le tableau 3.2 pour les sondes utilisées dans les expériences présentées dans ce chapitre. Néanmoins il est toujours préférable, en pratique, d'effectuer une calibration directe du fil, pour s'affranchir de problèmes de précision des paramètres du fil qui peuvent également varier avec le vieillissement de la sonde (Weiss *et al.*, 2005).



FIG. 3.3 – Schéma du circuit électronique de l'anémomètre CCA utilisé pour les mesures de fluctuations de température. D'après Dantec (90C20 User's guide).

# 3.3.3 Dispositif de mesure des fluctuations de vitesse par anémométrie fil chaud à tension constante (CVA).

Les mesures des fluctuations de vitesse se font par anémométrie fil chaud à tension constante (CVA). L'anémomètre utilisé est un protoype prêté par Tao Systems. Il dispose d'une voie de mesure sur laquelle

Matériau	${}^{\circ}C^{-1}$	$k_w \\ W.m^{-1}.K^{-1}$	$\rho_w \\ kg.m^{-3}$	$c_w \\ J.kg^{-1}.K^{-1}$
Tungstène Platine	$0.0036 \\ 0.0042$	$\begin{array}{c} 178 \\ 71.6 \end{array}$	$19300 \\ 21450$	$\begin{array}{c} 130 \\ 130 \end{array}$

TAB. 3.3 – Ensemble des paramètres thermophysiques des matériaux des fils. Caractéristiques à  $T_w = 300K$ , d'après Incropera et De Witt (1996).

on peut régler la tension aux bornes du fil  $V_w$  avec un dispositif de compensation de l'inertie thermique, ajusté tel que la constante de temps du dispositif de compensation est  $t_c = R_{2a}R_{2b}C/(R_{2a}+R_{2b}) = 0.1$ ms, avec  $R_{2a}$ ,  $R_{2b}$ , et C des composants électroniques du circuit. Un schéma du circuit de l'anémomètre CVA est donné dans la figure 3.4.



FIG. 3.4 – Schéma du circuit électronique de l'anémomètre CVA utilisé pour les mesures de fluctuations de vitesse. D'après Comte-Bellot *et al.* (2004)

En considérant que la résistance  $R_d$  est grande devant les autres résistances du circuit, la tension de sortie  $V_s$  de l'anémomètre est reliée à la résistance du fil par l'équation suivante :

$$\frac{V_s}{V_w} = 1 + (R_{2a} + R_{2b}) \left( \frac{1}{R_w + r_l} + \frac{1}{R_F} + t_c \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left( \frac{1}{R_w + r_l} \right) \right),$$
(3.13)

avec  $R_{2a} = R_{2b} = 50\Omega$  et  $R_F = 400\Omega$  les résistances du circuit de l'anémomètre, et  $r_l$  la résistance du support et du cable de liaison. Il est ensuite nécessaire de relier la résistance du fil à la vitesse de l'écoulement à l'aide d'une calibration directe dans un écoulement dont on contrôle la vitesse et la température.

# 3.4 Mesures de température.

#### 3.4.1 Calibration des fils en température.

La technique de thermométrie fil froid ne donne pas accès directement à la température du fluide, mais nécessite une calibration reliant la tension de sortie de l'anémomètre à la température. Le fil fonctionne en mode à courant constant (CCA). Comte-Bellot (1998) propose, dans l'approximation des petites fluctuations, de relier les fluctuations de sortie de l'anémomètre  $E'_{CCA}$  autour de la tension moyenne  $E_{CCA}$  et les fluctuations de vitesse u' et de température T' autour de leurs valeurs moyennes respectives u et  $T_m$ , à l'aide de la relation suivante :

$$\frac{E'_{CCA}}{E_{CCA}} = s_u \frac{u'}{u} + s_T \frac{T'}{T_m},\tag{3.14}$$

avec  $s_u$  et  $s_T$  des coefficients de sensibilité de vitesse et de température, respectivement. Comte-Bellot (1998) montre que, dans le mode CCA, ces coefficients ont pour expression :

$$s_u = -\frac{1}{2}a_w f(u) \text{ et } s_T = \alpha_0 T_a (1 - \alpha_0 (T_a - T_0)), \qquad (3.15)$$

où  $a_w = (R_w - R_a)/R_a$  est la surchauffe, f(u) dépend de la loi d'échange thermique entre le fil et le fluide l'entourant (loi de King (King, 1914) par exemple),  $\alpha_0$  est le coefficient thermique de résistance du fil,  $T_a$  est la température du fluide, et  $T_0$  la température du fluide pour laquelle on connaît la résistance du fil non chauffé. Ces expressions permettent d'évaluer les coefficients de sensibilité à la vitesse et à la température pour un fil et une surchauffe donnés. En général, on ne connaît malheureusement pas avec suffisament de précision les propriétés du fil. C'est pourquoi il est nécessaire d'effectuer une calibration directe du système. Dans le cadre d'une utilisation standard, c'est à dire en présence d'un écoulement, il est recommandé par Comte-Bellot (1998) d'établir des courbes d'étalonnage du fil dans un écoulement uniforme pour lequel on peut faire varier la vitesse et la température (dans le cône potentiel d'un jet par exemple). Dans notre cas, il n'y a pas d'écoulement moyen. Il est donc nécessaire d'utiliser une méthode de calibration adaptée aux conditions expérimentales. Il est souhaitable de mesurer uniquement les fluctuations de température. Le courant à l'intérieur du fil est choisi le plus faible possible afin que le fil soit très peu surchauffé et insensible à la vitesse. Par la suite, il est donc considéré que  $s_u \approx 0$ .

Une première courbe d'étalonnage est obtenue dans une étuve. L'étuve est chauffée jusqu'à environ  $40^{\circ}C$  au-dessus de la température ambiante, puis se refroidit progressivement. Le fil froid est placé à l'intérieur de l'étuve et est relié à l'anémomètre CCA. Un thermocouple de type K (Chromel-Alumel), situé le plus près possible du fil froid, donne directement la température de l'air au voisinage du fil à l'aide d'un conditionneur adéquat (Omega Monogram MDSS41-TC). La figure 3.5 donne la courbe d'étalonnage pour un fil de diamètre  $d_w = 1\mu m$ , au travers duquel passe un courant  $I_w = 0.1mA$ . La tension de sortie de l'anémomètre croît linéairement avec la température, ce qui est conforme à l'équation 3.15. La loi d'étalonnage obtenue est :

$$T = AE_{CCA} + B = 565.38E_{CCA} - 7.3973.$$
(3.16)

Le coefficient  $s_T$  est estimé à partir de la courbe d'étalonnage, en prenant la tension de sortie pour une température donnée et la pente de la courbe :

$$s_T = \frac{T_m}{E_{CCA}} \frac{1}{A} = \frac{310}{0.56 \times 565.38} = 0.98 \approx 1.$$
(3.17)

Le coefficient de sensibilité à la température est très proche de 1, conformément aux estimations obte-



FIG. 3.5 – Courbe d'étalonnage en température d'un fil de diamètre  $d_w = 1\mu m$  dans une étuve chauffante. Le courant dans le fil est  $I_w = 0.1mA$ . On donne la tension de sortie de l'anémomètre divisée par le gain réglable de l'appareil. On obtient :  $T = 565.38E_{CCA} - 7.3973$ .

nues par Comte-Bellot (1998) à partir de l'équation 3.15. On note que le coefficient B dans l'équation 3.16 dépend du réglage de la tension continue  $(E_{offset})$  en sortie de l'anémomètre. Cette tension est ajustée afin que la tension de sortie de l'anémomètre soit comprise dans la gamme des tensions acceptées par celui-ci. Dans le mode de fonctionnement dans lequel nous avons utilisé l'anémomètre, il n'est pas possible d'avoir accès précisément à cette tension. Il est donc nécessaire de refaire la calibration du fil à chaque utilisation. C'est pourquoi, il est préférable de calibrer les fils directement à l'intérieur du résonateur acoustique. Pour cela, le fil est placé proche d'un ventre de pression, qui est aussi un ventre pour les fluctuations de température et où les fluctuations de vitesse sont nulles. En ce point, l'amplitude des fluctuations de température est directement reliée à l'amplitude des fluctuations de pression mesurées par le microphone par la relation thermodynamique :

$$\frac{T'}{T_m} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{P'}{P_m},\tag{3.18}$$

avec  $\gamma$  le rapport des chaleurs spécifiques du gaz, P' l'amplitude des fluctuations de pression, et  $P_m$ la pression moyenne. Lorsque le microphone n'est pas situé exactement à la même distance du fond que le fil, les fluctuations de température à l'endroit du fil sont calculées à l'aide du modèle proposé dans le chapitre 1. La figure 3.6 présente ainsi des courbes d'étalonnage pour des fils de différents diamètres, traversés par des courants différents. A noter que la tension est donnée après avoir été divisée par le gain réglable de l'anémomètre, et après avoir retranché la composante continue (coefficient B). En effet, comme il vient d'être précisé, ce coefficient dépend du réglage de la tension d'offset de l'anémomètre et doit donc être recalibré à chaque utilisation. Pareillement à la courbe obtenue dans l'étuve, l'amplitude des fluctuations de la tension de sortie de l'anémomètre croît linéairement avec l'amplitude des fluctuations de température. Le tableau 3.4 résume les pentes A des courbes d'étalonnage obtenues pour les différents fils, ainsi que les caractéristiques de ces derniers.

La sensibilité aux fluctuations de température du fil de diamètre  $2.5\mu m$  est environ deux fois plus



FIG. 3.6 – Courbes d'étalonnage en température de différents fils dans le résonateur acoustique. o :  $d_w=1\mu$ m,  $I_w = 0.1$ mA,  $f_{osc} = 468.4$ Hz.  $\triangle : d_w=2.5\mu$ m,  $I_w = 0.1$ mA,  $f_{osc} = 473.2$ Hz.  $\nabla : d_w=2.5\mu$ m,  $I_w = 0.1$ mA,  $f_{osc} = 921.2$ Hz.  $\Box : d_w=5\mu$ m,  $I_w = 0.5$ mA,  $f_{osc} = 474.4$ Hz. Les lignes en pointillés représentent les interpolations linéaires des différentes courbes. On donne la tension de sortie de l'anémomètre divisée par le gain réglable de l'appareil et sans composante continue. Les coefficients des courbes d'étalonnage sont donnés dans le tableau 3.4

$d_w$	$lpha_0$	$R_0$	$I_w$	$f_{osc}$	A	B	$H_{\omega}$
$(\mu m)$	$(\%.K^{-1})$	$(\Omega)$	(mA)	(Hz)	$(K.V^{-1})$	(K)	(dB)
1 (étuve)	0.36	56.03	0.1	0	565.38	-7.3973	-0.6
1	0.36	56.03	0.1	468.4	1075.83	+12.08	-3.4
2.5	0.42	10.93	0.1	473.2	6859.75	+12.10	-5.0
2.5	0.42	10.93	0.1	921.2	11433.34	+24.18	-7.2
5	0.42	3.51	0.5	474.4	7087.74	+15.00	-7.2

TAB. 3.4 – Paramètres issus des calibration des différents fils.

faible que celle du fil de diamètre  $1\mu$ m, pour le même courant  $I_w = 0.1$ mA et à des fréquences proches. Le fil de diamètre  $5\mu$ m à travers lequel passe un courant un peu plus élevé  $I_w = 0.5$ mA présente une sensibilité proche du fil de diamètre  $2.5\mu$ m, à la même fréquence. Il est important de remarquer que, pour le même fil traversé par le même courant, la sensibilité à la température diminue lorsque la fréquence augmente. En effet, la réponse fréquentielle du fil n'est pas plate à cause notamment de l'inertie thermique du fil. La réponse fréquentielle du fil dépend également des caractéristiques des broches sur lesquelles est fixé le fil. La réponse fréquentielle des fils froids aux oscillations de température a été étudiée par différents auteurs parmi lesquels Corrsin (1963), Højstrup *et al.* (1976) Bremhorst et Gilmore (1978) ou encore Paranthoen *et al.* (1982). Une liste plus complète de références à ce propos est disponible dans Bruun (1995).

Højstrup *et al.* (1976) proposent un modèle analytique permettant de calculer la fonction de transfert  $H_{\omega}$  qui est définie comme le rapport des amplitudes des oscillations de température du fil  $(T'_w)$  et des oscillations de température du fluide loin du fil  $(T'_a)$ . La température du fil est régie par l'équation 3.7. Cette équation peut se réécrire sous la forme suivante, pour un petit élément de fil :

$$C_1 \frac{\partial T_w}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_w}{\partial z^2} - \beta_1 T_w + C_2 T_a - C_3, \qquad (3.19)$$

avec les coefficients  $C_1, C_2, C_3$  et  $\beta_1$  définis par :

$$C_{1} = \frac{1}{D}, \qquad (3.20)$$

$$C_{2} = \frac{4h_{w}}{k_{w}d_{w}}, \qquad (3.20)$$

$$C_{3} = \frac{4I_{w}^{2}R_{a}(\alpha_{0}T_{a}-1)}{\pi k_{w}d_{w}^{2}l_{w}}, \qquad \beta_{1} = C_{2} - \frac{4I_{w}^{2}R_{a}\alpha_{0}}{\pi k_{w}d_{w}^{2}l_{w}}.$$

La résolution de l'équation 3.20, en considérant que les broches répondent aux fluctuations de température comme un filtre passe-bas de constante de temps  $\tau_p$ , mène à l'expression de la fonction de transfert  $H_{\omega}(z)$  le long du fil :

$$H_{\omega}(z) = \frac{C_2}{\beta_1 \left(1 + j\omega C_1 / \beta_1\right)} \left[ 1 - \frac{1 - \beta_1 / C_2 + j\omega(\tau_p - C_1 / C_2)}{1 + j\omega \tau_p} \times \frac{\cosh\left(\sqrt{\beta_1 + j\omega C_1} z\right)}{\cosh\left(\sqrt{\beta_1 + j\omega C_1} l_w / 2\right)} \right].$$
 (3.21)

De plus, Højstrup *et al.* (1976) prennent en compte l'influence des broches sur les fluctuations de la température du fluide proche du fil. En effet, une couche limite thermique existe autour des broches, à l'intérieur de laquelle la température du fluide, notée  $T'_{ap}$ , est donnée selon la distance r par rapport à l'axe des broches par :

$$T'_{ap}(r) = T'_a \left( 1 - \frac{j\omega\tau_p}{1+j\omega\tau_p} \times \frac{K_0(\sqrt{(2j)r/\delta_\kappa})}{K_0(\sqrt{(2j)r_p/\delta_\kappa})} \right),\tag{3.22}$$

avec  $r_p$  le rayon des broches,  $\delta_{\kappa}$  l'épaisseur de la couche limite thermique déjà définie précédemment, et  $K_0$  la fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce et d'ordre 0. Finalement, la fonction de transfert  $H_{\omega}$  des oscillations de température mesurées est intégrée sur la longueur du fil. Ce qui donne, toujours d'après Højstrup et al. (1976) :

$$H_{\omega} = \frac{2}{l_w} \int_{-l_w/2 + r_p}^{0} H_{\omega}(z) \frac{T'_{ap}(l_w/2 + z)}{T'_a} \mathrm{d}z.$$
(3.23)

La figure 3.7 montre les réponses en fréquence des différents fils considérés dans ce chapitre (voir leurs caractéristiques dans le tableau 3.2). Les réponses en fréquences sont calculées à partir de l'équation 3.23. Les courbes présentent deux fréquences de coupure. La fréquence de coupure la plus élevée correspond à l'inertie thermique du fil. L'autre fréquence de coupure, plus basse, est due aux effets de pertes de la chaleur par conduction vers les broches et à l'influence des broches sur les fluctuations de température autour du fil. A noter que cette fréquence de coupure basse due à l'influence des broches, ne peut être détectée lorsque la réponse fréquentielle du fil est déterminée par chauffage interne par exemple, d'où la nécessité de calibrer les fils directement dans le résonateur (Paranthoen et al., 1982). Plus le diamètre du fil est élevé, plus la fréquence de coupure due à l'inertie du fil est basse. Ainsi, l'atténuation augmente au delà de 100Hz, 500Hz, 1000Hz environ pour des fils de diamètre  $d_w = 5\mu m$ ,  $d_w = 2.5\mu m$  et  $d_w = 1\mu m$ , respectivement. Il apparaît donc que le fil de diamètre  $d_w = 1 \mu m$  soit le plus adapté à la mesure des fluctuations de température à la fréquence d'oscillation du réfrigérateur, et aux harmoniques supérieurs. La réponse en fréquence des différents fils a également été déterminée expérimentalement à l'aide d'un balayage en fréquence dans le résonateur. Pour ce faire, le fil est placé proche du fond du résonateur pour limiter l'influence des oscillations de vitesse. Les fluctuations de température sont déduites du modèle d'onde plane (cf. chapitre 1) à partir de mesures de pression réalisées à l'aide d'un microphone situé au même niveau que le fil, affleurant à la paroi. Les fréquences de coupure déterminées expérimentalement pour les fils de diamètre  $d_w = 2.5 \mu m$  et  $d_w = 1 \mu m$  sont plus basses que les fréquences de coupure théorique : autour de 100Hz et 500Hz respectivement. Les écarts avec les valeurs théoriques peuvent s'expliquer par la présence d'un enrobage de platine autour des fils, l'incertitude sur les paramètres géométriques des sondes ou encore leur vieillissement. Les résultats expérimentaux confirment la nécessité d'utiliser un fil de plus faible diamètre possible pour la mesure des fluctuations de température dans le résonateur thermoacoustique.

Les valeurs des fonctions de transfert  $H_{\omega}$  des différents fils utilisés peuvent également être estimées aux fréquences d'intérêt à partir de l'équation donnant la tension de sortie de l'anémomètre :

$$E_{CCA} = 100I(R_w + R_{leads}) - E_{offset}, \qquad (3.24)$$

où  $R_w$  est la résistance du fil correspondant à la température de celui-ci  $T_w$ , telle que  $R_w = R_0 [1 + \alpha_0 (T_w - T_0)]$ .  $R_{leads} = 0.970$  est la résistance du support du fil et du cable entre le fil et l'anémomètre. Une variation de tension  $\Delta E_{CCA}$  est donc reliée à une variation de température du fil  $\Delta T_w$  par :

$$\Delta E_{CCA} = 100 I R_0 \alpha_0 \Delta T_w. \tag{3.25}$$

La pente A de la courbe d'étalonnage permet d'introduire les fluctuations de température du fluide entourant le fil dans l'équation 3.25. Ce qui donne finalement, pour la fonction de transfert  $H_{\omega}$ :

$$H_{\omega} = \frac{\Delta T_w}{\Delta T_a} = (100AIR_0\alpha_0)^{-1}.$$
(3.26)

Les valeurs des fonctions de transfert ainsi calculées sont rapportées dans le tableau 3.4.



FIG. 3.7 – Réponses en fréquence de la fonction de transfert  $H_{\omega}$  entre les fluctuations de température dans le fluide et dans le fil. — :  $d_w = 1\mu m$ ,  $l_w = 0.4mm$ ,  $I_w = 0.1mA$ , Højstrup *et al.* (1976).  $\circ : d_w = 1\mu m$ ,  $l_w = 0.4mm$ ,  $I_w = 0.1mA$ , expérimental. – – :  $d_w = 2.5\mu m$ ,  $l_w = 1.25mm$ ,  $I_w = 0.1mA$ , Højstrup *et al.* (1976).  $\bigtriangledown : d_w = 2.5\mu m$ ,  $l_w = 0.1mA$ , expérimental. – – :  $d_w = 5\mu m$ ,  $l_w = 1.25mm$ ,  $I_w = 0.5mA$ , Højstrup *et al.* (1976).

### 3.4.2 Mesures de la température moyenne.

L'objectif de ce paragraphe, et du paragraphe suivant, est de confronter le modèle analytique donnant le champ de température proche des extrémités des plaques du stack développé dans le chapitre 2 aux données expérimentales issues des mesures fil froid. On s'intéresse tout d'abord à la mesure de la température moyenne derrière un stack seul. Le stack considéré est le stack A dont les caractéristiques ont été données plus haut dans le tableau 3.1. Il est positionné tel que son extrémité chaude se trouve à  $\tilde{x}_c = 37$ mm du fond du résonateur. La figure 3.8 montre les profils de température mesurés derrière le stack pour trois niveaux de pression différents en fonction de la distance  $x - x_c$  au stack. On estime, à partir des mesures fil froid, la température du côté chaud du stack et la différence de température  $\Delta T$  entre le côté chaud du stack et le fluide loin du stack. Cette différence de température, rendue adimensionnelle en la divisant par les fluctuations de température adiabatiques dues à l'onde acoustique  $\Delta \theta = \Delta T/T_{ad,0}$ , est un paramètre d'entrée du modèle développé dans le chapitre 2. Ces quantités sont présentées dans le tableau 3.5. Les températures moyennes calculées à l'aide de ce modèle analytique sont également représentées sur la figure 3.8. L'accord entre la température moyenne mesurée et celle prédite par le modèle n'est pas bon. Quelque soit le niveau de pression acoustique, la température moyenne décroît derrière le stack et se stabilise environ 4mm derrière le stack. Au contraire le modèle prédit que l'influence du stack sur la température moyenne est limitée à une zone de deux déplacements acoustiques derrière le stack, dont la longueur varie donc avec le niveau de pression acoustique. Ce qui laisse penser que le phénomène dominant qui régit la température moyenne derrière le stack est plutôt la conduction dans le fluide que les phénomènes non-linéaires précédemment décrits. En effet, Matveev et al. (2006) a comparé avec succès des mesures de température moyenne derrière l'échangeur d'un tube pulsé avec un modèle semi-analytique proche de celui présenté dans le chapitre 2 mais où la conduction est prise en compte. Le gradient de température proche des bords du stack est directement relié aux pertes de chaleur

à cet endroit. A 1000Pa, la température moyenne derrière le stack décroît linéairement avant d'atteindre la température ambiante (température dans le résonateur loin du stack). A 2000 et 3000Pa, la pente du profil de température est plus faible (en valeur absolue) proche du stack. Les différentes pentes sont indiquées en pointillés sur la figure 3.8. La zone où la pente est différente semble correspondre avec la zone des deux déplacements acoustiques derrière le stack. Cette observation, qui reste à valider sur de nouvelles mesures, pourrait traduire l'influence des non-linéarités du champ de température décrites dans le chapitre 2.



FIG. 3.8 – Profils de température moyenne derrière le stack A. Modèle analytique (cf. chapitre 2) : — · — :  $P_{ac} = 1000$ Pa,  $R_s = 1$ ,  $\Delta \theta = 3.25$ . – – :  $P_{ac} = 2000$ Pa,  $R_s = 1$ ,  $\Delta \theta = 2.70$ . — :  $P_{ac} = 3000$ Pa,  $R_s = 1$ ,  $\Delta \theta = 1.92$ . Mesures : • :  $P_{ac} = 1000$ Pa.  $\nabla$  :  $P_{ac} = 2000$ Pa.  $\Box$  :  $P_{ac} = 3000$ Pa. Les lignes en pointillés indiquent les différentes pentes des courbes à  $P_{ac} = 2000$ Pa et 3000Pa. Les stack est positionné tel que son extrémité chaude se situe à  $\tilde{x}_c = 37$ mm du fond du résonateur. Les mesures sont effectuées avec un fil de diamètre  $d_w = 1\mu$ m et de longueur  $l_w = 0.4$ mm, au travers duquel passe un courant d'intensité  $I_w = 0.1$ mA. Le support de sonde est droit.  $f_{osc} = 472$ Hz.

$P_{ac}$ (Pa)	$T_c$ (K)	$\Delta T$ (K)	$\Delta \theta$
1000	293.5	2.6	3.25
2000	298.4	4.3	2.70
3000	300.8	4.6	1.92

TAB. 3.5 – Température de l'extrémité chaude du stack A à différents niveaux de pression acoustique, extraite des mesures fil froid. Le stack est positionné tel que son extrémité chaude se trouve à  $\tilde{x}_c = 37$ mm du fond.  $f_{osc} = 472$ Hz.

# 3.4.3 Mesures des fluctuations de température.

L'amplitude des fluctuations de température derrière le stack A seul est mesurée dans ce paragraphe, dans la même configuration que précédemment. Les profils des amplitudes des fluctuations de température pour trois niveaux de pression acoustique différents sont présentés dans la figure 3.9. L'évolution de la composante à la fréquence fondamentale est montrée dans la figure 3.9(a), et l'évolution du premier harmonique est montrée dans la figure 3.9(b), en fonction de la distance au bord du stack  $x - x_c$  normalisée par le déplacement acoustique. Les fluctuations de température sont rendues non dimensionnelles de la même manière que dans le chapitre 2 (cf. équation 2.9). Sur cette même figure, sont également représentés les profils des fluctuations de température issus du modèle analytique du chapitre 2, avec  $R_s = 1$  pour coefficient de relaxation du stack et les différences de température  $\Delta \theta$  données dans le tableau 3.5. Il faut préciser que, contrairement à ce qui a été fait dans le chapitre 2, le blocage créé par la présence du stack dans le résonateur est pris en compte. Pour ce faire, la vitesse de la particule est simplement divisée par le coefficient de blocage du stack. Cela se traduit par un allongement de la zone derrière le stack qui subit l'influence de ce dernier. L'accord qualitatif entre les courbes analytiques et expérimentales semble plutôt bon à la fréquence fondamentale, les amplitudes des fluctuations présentant un maximum autour de  $\xi = 3$  environ. En revanche, les mesures du premier harmonique des fluctuations de température diffèrent totalement des résultats analytiques.



FIG. 3.9 – Profils des amplitudes des fluctuations de température non dimensionnelles derrière le stack A. (a) : à la fréquence fondamentale. (b) : au premier harmonique  $(2f_{res})$ . Modèle analytique (cf. chapitre 2) :  $\cdots$  :  $P_{ac} = 1000$ Pa,  $R_s = 1$ ,  $\Delta\theta = 3.25$ . – – :  $P_{ac} = 2000$ Pa,  $R_s = 1$ ,  $\Delta\theta = 2.70$ . – :  $P_{ac} = 3000$ Pa,  $R_s = 1$ ,  $\Delta\theta = 1.92$ . Mesures :  $\circ$  :  $P_{ac} = 1000$ Pa.  $\nabla$  :  $P_{ac} = 2000$ Pa.  $\Box$  :  $P_{ac} = 3000$ Pa. Le stack est positionné tel que son extrémité chaude se situe à  $\tilde{x}_c = 37mm$  du fond du résonateur. Les mesures sont effectuées avec un fil de diamètre  $d_w = 1\mu$ m et de longueur  $l_w = 0.4$ mm, au travers duquel passe un courant d'intensité  $I_w = 0.1$ mA. Le support de sonde est droit.  $f_{osc} = 475$ Hz.

La sonde fil froid utilisée pour ces mesures est une sonde droite. C'est à dire que le support du fil est rectiligne et se retrouve dans le même axe que le fil par rapport à la direction de propagation de l'onde acoustique. Ainsi durant une oscillation acoustique, une particule fluide dont la température est mesurée par le fil passe dans le voisinage du support du fil, ce qui modifie son comportement thermique. Afin de modéliser l'influence du support sur les oscillations de température, un coefficient de relaxation thermique  $R_p$  est attribué au support du fil. Ne pouvant déterminer avec précision le coefficient de relaxation thermique du support, nous avons choisi  $R_p = 1$ , la valeur de  $R_p$  influençant peu le profil des amplitudes des oscillations de température (cf. figure 2.11). La différence de température entre le stack et le support a été choisie comme étant nulle. Des comparaisons qualitatives entre les mesures normalisées par le maximum d'amplitude mesuré à chaque niveau de pression acoustique et les résultats analytiques normalisés de manière similaire sont données dans les figures 3.10(a) pour la fréquence fondamentale et 3.10(b) pour le premier harmonique. Les profils mesurés sont en bon accord qualitatif avec les profils calculés analytiquement en prenant en compte l'influence du support du fil. Il apparaît donc que les sondes droites sont à proscrire pour les mesures des fluctuations de température derrière le stack thermoacoustique, tandis que des sondes munies de broches courbées à angle droit, pour lesquelles le fil n'est plus dans le même axe que le support, seront préférées.



FIG. 3.10 – Profils des amplitudes des fluctuations de température non dimensionnelles derrière le stack A. (a) : à la fréquence fondamentale. (b) : au premier harmonique  $(2f_{res})$ . Modèle analytique prenant en compte l'influence du support de fil (cf. chapitre 2) : — :  $R_s = R_p = 1$ ,  $\Delta \theta = 0$ . Mesures :  $\circ : P_{ac} = 1000$ Pa.  $\nabla : P_{ac} = 2000$ Pa.  $\Box : P_{ac} = 3000$ Pa. Le stack est positionné tel que son extrémité chaude se situe à  $\tilde{x}_c = 37mm$  du fond du résonateur. Les mesures sont effectuées avec un fil de diamètre  $d_w = 1\mu m$  et de longueur  $l_w = 0.4mm$ , au travers duquel passe un courant d'intensité  $I_w = 0.1$ mA. Le support de sonde est droit.  $f_{osc} = 475$ Hz.

Des sondes fil froid coudées munies d'un fil de diamètre  $d_w = 1\mu m$  ne sont pas disponibles directement dans le commerce. Il est nécessaire de les fabriquer. Un banc de montage permettant cette opération est en cours de réalisation au LMFA, qui devra permettre à l'avenir d'utiliser de tels fils. En attendant, des mesures ont été effectuées à l'aide d'un fil de diamètre  $d_w = 2.5\mu m$  monté sur une sonde coudée. Comme nous l'avons vu précédemment, la réponse en fréquence d'un fil de tel diamètre n'est pas adaptée à nos mesures. Néanmoins, les profils d'amplitude des oscillations de température à la fréquence fondamentale présentés dans la figure 3.11 montrent un bon accord qualitatif avec le modèle. La position du maximum d'amplitude des fluctuations est notamment bien prédite par le modèle, comme nous pouvons le voir sur la figure 3.11(b), où les fluctuations de température sont normalisées par leur maximum. Les amplitudes des fluctuations de température aux harmoniques supérieurs n'ont pu être mesurées, le signal étant trop faible par rapport au bruit à ces fréquences.



FIG. 3.11 – Profils des amplitudes des fluctuations de température à la fréquence fondamentale derrière le stack A. (a) : non dimensionnelles. (b) : normalisées. Modèle analytique (cf. chapitre 2) :  $\cdots$  :  $P_{ac} = 1000$ Pa,  $R_s = 1$ ,  $\Delta\theta = 3.25$ . - :  $P_{ac} = 2000$ Pa,  $R_s = 1$ ,  $\Delta\theta = 2.70$ . - :  $P_{ac} = 3000$ Pa,  $R_s = 1$ ,  $\Delta\theta = 1.92$ . Mesures :  $\circ$  :  $P_{ac} = 1000$ Pa.  $\nabla$  :  $P_{ac} = 2000$ Pa.  $\Box$  :  $P_{ac} = 3000$ Pa. Le stack est positionné tel que son extrémité chaude se situe à  $\tilde{x}_c = 37mm$  du fond du résonateur. Les mesures sont effectuées avec un fil de diamètre  $d_w = 2.5\mu$ m et de longueur  $l_w = 1.25$ mm, au travers duquel passe un courant d'intensité  $I_w = 0.1$ mA. Le support de sonde est coudé.  $f_{osc} = 475$ Hz.

#### 3.4.4 Conclusion.

Des mesures des fluctuations de température ont été effectuées derrière un stack thermoacoustique, par la méthode des fils froids à courant constant (CCA). Les fils sont calibrés directement à l'intérieur du résonateur. Une calibration in situ est rendue nécessaire par la réponse fréquentielle du fil qui n'est pas plate mais présente deux fréquences de coupure, la première étant due à l'influence des broches sur les oscillations de température, et la deuxième relevant de l'inertie thermique du fil.

La température moyenne a tout d'abord été mesurée derrière le stack. La température décroît le long d'une zone s'étalant jusqu'à 4mm environ, quelque soit le niveau de pression acoustique. Les mesures ne s'accordent pas avec le modèle analytique proposé dans le chapitre 2. Il semble donc que, pour le champ de température moyenne, la conduction dans le fluide soit prédominante par rapport aux effets non-linéaires décrits par le modèle.

Les profils d'amplitude des fluctuations de température ont tout d'abord été mesurés à l'aide d'un fil froid de diamètre  $d_w = 1\mu m$  monté sur une sonde droite. Il est montré que la présence du support de sonde dans le même axe que le fil par rapport à la trajectoire des particules fluides influence le champ de température mesuré par le fil. Afin de modéliser l'influence du support sur le champ de température mesuré, un coefficient de relaxation thermique est attribué au support et le champ de température est calculé à l'aide du modèle présenté dans le chapitre 2. Les résultats analytiques obtenus montrent un bon accord qualitatif avec les mesures.

Des mesures ont ensuite été effectuées avec un fil de diamètre  $d_w = 2.5 \mu m$  monté sur une sonde coudée. Les profils d'amplitude des fluctuations de température à la fréquence fondamentale mesurés présentent un maximum aux environs de  $\xi = 3.5$ . La position du maximum d'amplitude est bien prédite par le modèle analytique, à condition de prendre en compte le blocage créé par la présence du stack dans le résonateur.

La réponse fréquentielle du fil de diamètre  $d_w = 2.5\mu$ m n'est pas suffisament bonne pour mesurer les harmoniques supérieurs des fluctuations de température. Un banc de montage qui permettra la fabrication de sondes coudées avec des fils de diamètre  $d_w = 1\mu$ m, ayant une réponse fréquentielle plus adaptée, est en cours de réalisation au LMFA. Des mesures avec de tels fils seront effectuées très prochainement.

# 3.5 Mesures de vitesse dans un écoulement oscillant à vitesse moyenne nulle.

L'anémométrie à fil chaud est une technique de mesure de la vitesse classique en mécanique des fluides, dont les méthodes d'utilisation sont bien connues pour la mesure d'écoulements stationnaires ou de turbulence par exemple (Comte-Bellot, 1998). Cet outil n'est en revanche pas initialement prévu pour la mesure des fluctuations de vitesse en écoulement oscillant autour d'une vitesse moyenne nulle, c'est à dire avec retournement du sens de l'écoulement. Nous allons voir que la méthode de calibration classiquement utilisée dans le cadre des écoulements à vitesse moyenne non nulle n'est pas valide dans une onde acoustique stationnaire. En effet, divers effets d'inertie, qui sont négligeables dans le cas d'un écoulement à vitesse moyenne non nulle, deviennent prédominant proche du retournement de l'écoulement. Dans les paragraphes qui vont suivre, ces effets sont mis en évidence et modélisés.

#### 3.5.1 Calibration quasi-stationnaire des fils.

Un signal de sortie de l'anémomètre est donné dans la figure 3.12. Ce signal est obtenu lorsque le fil est placé au centre d'un résonateur acoustique de longueur  $L_{res} = 86$ cm fonctionnant en mode demi-onde à la fréquence  $f_{res} = 210$ Hz. Le fil est donc situé au ventre de vitesse et à un noeud de pression. Les oscillations de vitesse à l'endroit du fil sont reconstituées à partir des mesures de pression effectuées au ventre de pression, à l'aide d'un modèle d'onde plane semblable à celui développé dans le chapitre 1. A noter que les signaux de sortie de l'anémomètre et de pression étant acquis simultanément et de manière synchronisée, aucun déphasage n'est introduit entre la sortie de l'anémomètre mesurée et celle prédite par le modèle. (A l'exception d'un éventuel retard dû à l'électronique de l'anémomètre, que nous n'avons pas mesuré.) Le fil considéré est en tungstène, de diamètre  $d_w = 2.5\mu$ m et de longueur  $l_w = 1.25$ mm. L'anémomètre CVA délivre une tension  $V_w = 450$ mV à travers le fil et la correction d'inertie thermique est réglée telle que  $t_c = 0.1$ ms. Les oscillations de vitesse acoustique sont sinusoïdales. Le fil chaud ne permet pas de détecter le sens de la vitesse. C'est pourquoi le signal de sortie de l'anémomètre a la forme d'une sinusoïde redressée.

Nous avons vu dans le paragraphe 3.2 que des lois relient la vitesse de l'écoulement au flux de chaleur entre le fil et le fluide (King, 1914; Collis et Williams, 1959). Ces lois sont données pour des écoulements stationnaires et, en pratique, leurs coefficients sont déterminées lors de la calibration du fil. Dans ce paragraphe, la réponse du fil dans l'onde acoustique est considérée comme pouvant être traitée de manière quasi-stationnaire. C'est à dire que la calibration du fil dans un écoulement stationnaire est appliquée à un écoulement purement oscillant.



FIG. 3.12 – Signal temporel de la tension en sortie de l'anémomètre mesurée au ventre de vitesse, pour un niveau de pression acoustique de 2000Pa dans le tube, à la fréquence  $f_{res} = 210$ Hz. Le fil est en tungstène, de diamètre  $d_w = 2.5 \mu$ m et de longueur  $l_w = 1.25$ mm. L'anémomètre CVA délivre une tension  $V_w = 450$ mV à travers le fil et la correction d'inertie thermique est réglée telle que  $t_c = 0.1$ ms.

La loi de calibration quasi-stationnaire est déterminée à partir des extrema de vitesse qui correspondent aux maxima de tension de sortie de l'anémomètre. Cette loi qui relie les maxima de tension de sortie à l'amplitude des oscillations de vitesse est donnée dans la figure 3.13(a). En effet, les dérivées temporelles de la vitesse et de la tension sont nulles à leurs extrema, comme dans le cas d'un écoulement stationnaire. Le niveau de pression acoustique varie entre 0 et 2000Pa, soient des amplitudes de vitesse à l'endroit de la mesure variant entre 0 et  $4.5 \text{m.s}^{-1}$ . La loi de transfert de chaleur correspondante est donnée dans la figure 3.13(b) en termes de nombre de Nusselt (Nu =  $h_w d_w/k_f$ ) en fonction du nombre de Reynolds (Re =  $\rho_f u_{ac} d_w/\mu$ ). Le nombre de Nusselt est évalué aux extrema de vitesse à partir de l'équation 3.8, le terme instationnaire étant nul :

$$Nu = \frac{\alpha_0 R_a}{\pi l_w k_f} \frac{V_w^2}{(R_w + r_L)(R_w - R_a)}.$$
(3.27)

La loi de transfert de chaleur Nu = f(Re) mesurée est comparée à la loi obtenue par Collis et Williams (1959) pour un écoulement stationnaire. Cette dernière loi est rappelée dans l'équation 3.11. Proche de Re = 0, l'écoulement est gouverné par la convection libre. Le nombre de Nusselt pour la convection libre (Nu<sub>fc</sub>) est donné par Incropera et De Witt (1996) :

$$\operatorname{Nu}_{fc} = \left[0.60 + \frac{0.387 \operatorname{Ra}^{1/6}}{\left[1 + (0.559/\sigma)^{9/16}\right]^{8/27}}\right]^2 = 0.38,$$
(3.28)

avec Ra = Gr $\sigma$  le nombre de Rayleigh, et Gr =  $(gd_w^3/\nu^2) [(T_w - T_a)/(T_w)]$  le nombre de Grashof, où g est la gravité. La loi de transfert mesurée est en bon accord avec la loi de Collis et Williams (1959) dans le domaine de validité de celle-ci (0.02 < Re < 44). Les écarts relevés proviennent vraisemblablement des incertitudes sur les propriétés du fil utilisées dans le calcul du nombre de Nusselt. Proche de Re = 0, le nombre de Nusselt mesuré est voisin de celui qui vient d'être estimé pour la convection libre. Le régime



FIG. 3.13 – (a) : Calibration du fil à partir des maxima de tension.  $max(V_s) = u_{ac}^{0.0386} + 2.89$ V. (b) : Loi de transfert de chaleur entre le fil et le fluide l'entourant. \* : données expérimentales. — : Collis et Williams (1959). – – – : convection libre.

d'écoulement est dans cette zone un régime mixte entre la convection forcée et la convection libre. La loi de transfert de chaleur quasi-stationnaire peut donc raisonnablement être déterminée à partir des maxima de tension de sortie et l'amplitude de vitesse. Cette méthode de calibration directement à l'intérieur du résonateur est très utile car elle permet d'éviter d'avoir à calibrer les fils dans une soufflerie d'étalonnage.

La calibration quasi-stationnaire est appliquée à la mesure de la vitesse oscillante dans l'onde acoustique. C'est à dire que les fluctuations de vitesse sont supposées suffisament lentes pour que les contributions des phénomènes instationnaires au transfert de chaleur soient négligeables. Les signaux de sortie de l'anémomètre mesurés et calculés à partir de la calibration quasi-stationnaire sont présentés dans la figure 3.14, pour une configuration identique à celle décrite plus haut, pour  $P_{ac} = 2000$ Pa. Les maxima de tension sont bien prédits par le modèle quasi-stationnaire. Néanmoins, proche du retournement de l'écoulement, l'hypothèse d'un écoulement quasi-stationnaire n'est pas valide, la tension de sortie étant fortement sous-estimée. De plus, le tension de sortie de l'anémomètre mesurée est en retard par rapport à la tension attendue. Des tendances similaires sont observées par Elger et Adams (1989) et les références citées dans cet article, mais ceux-ci ne proposent pas d'explication pour les phénomènes rapportés.

# 3.5.2 Méthodes de calibration au premier ordre.

Huelsz et Lopez-Alquicira (2001) proposent deux méthodes de calibration au premier ordre, spécifiques à la mesure de la vitesse dans une onde acoustique. Ces méthodes permettent de mesurer l'amplitude de fluctuations de vitesse purement sinusoïdales uniquement. La première méthode consiste à déterminer une courbe de calibration reliant l'amplitude des fluctuations de la tension de sortie de l'anémomètre  $(V_{s,f})$ à l'amplitude des oscillations de vitesse de l'écoulement. La deuxième méthode consiste à déterminer une courbe de calibration reliant la tension de base (tension au retournement de l'écoulement  $V_{s,b}$ ) à l'amplitude des oscillations de vitesse de l'écoulement. Les tensions  $V_{s,f}$  et  $V_{s,b}$  sont indiquées sur la figure 3.15. Les courbes de calibration obtenues à partir des tensions  $V_{s,f}$  et  $V_{s,b}$  sont données dans la figure 3.16. Les deux tensions  $V_{s,f}$  et  $V_{s,b}$  évoluent en lois de puissance pour  $u_{ac} > 1.2 \text{m.s}^{-1}$  environ. Pour  $u_{ac} < 1.2 \text{m.s}^{-1}$ , les courbes ont également été interpolées par des lois de puissance, mais la pente est plus



FIG. 3.14 – Signaux temporel de la tension en sortie de l'anémomètre. – – – : modèle quasi stationnaire (paragraphe 3.5.1). \* : données expérimentales. Les mesures sont effectuées au ventre de vitesse, pour un niveau de pression acoustique de 2000Pa dans le tube, à la fréquence  $f_{res} = 210$ Hz. Le fil est en tungstène, de diamètre  $d_w = 2.5\mu$ m et de longueur  $l_w = 1.25$ mm. L'anémomètre CVA délivre une tension  $V_w = 450$ mV à travers le fil et la correction d'inertie thermique est réglée telle que  $t_c = 0.1$ ms.

forte pour  $V_{s,f}$  et plus faible pour  $V_{s,b}$ . La calibration à partir de  $V_{s,f}$  a une sensibilité plus élevée. Elle pourra donc être préférée à la calibration à partir de  $V_{s,b}$  pour effectuer des mesures avec une meilleure précision.



FIG. 3.15 – Schéma indiquant l'amplitude des fluctuations de tension  $V_{s,f}$  et la tension de base  $V_{s,b}$ .



FIG. 3.16 – (a) : Calibration du fil à partir de l'amplitude des fluctuations de tension.  $V_{s,f} = u_{ac}^{1.0645} + 0.05$  V pour  $u_{ac} < 1.2$ m.s<sup>-1</sup> et  $V_{s,f} = u_{ac}^{0.3686} + 0.07$  V pour  $u_{ac} > 1.2$ m.s<sup>-1</sup>. (b) : Calibration du fil à partir de la tension de base.  $V_{s,b} = u_{ac}^{0.0137} + 2.83$  V pour  $u_{ac} < 1.2$ m.s<sup>-1</sup> et  $V_{s,b} = u_{ac}^{0.0271} + 2.82$  V pour  $u_{ac} > 1.2$ m.s<sup>-1</sup>.

Ces deux méthodes ont été utilisées avec succès par Huelsz *et al.* (2002) pour caractériser la couche limite visqueuse au dessus d'une plaque plane dans une onde acoustique stationnaire de faible niveau. Elles permettent de déterminer l'amplitude des oscillations de vitesse à la fréquence fondamentale des oscillations mais ne peuvent pas être utilisées pour mesurer des oscillations de vitesse plus complexes. Un exemple de signal de sortie de l'anémomètre obtenu derrière un stack thermoacoustique est donné dans la figure 3.17 avec le signal de vitesse correspondant mesuré par PIV. La vitesse oscillant avec une amplitude différente entre les phases où le fluide sort du stack ( $\Phi = 0^{\circ}$  à 180°) et celles où le fluide entre dans le stack ( $\Phi = 270^{\circ}$  à 360°), à cause du blocage induit par le stack, le signal de sortie de l'anémomètre présente deux types de maxima et deux types de minima. Les calibrations au premier ordre présentées ici ne peuvent prendre en compte ces effets. Il en est de même si un écoulement moyen de faible niveau (streaming) est superposé à l'onde acoustique. C'est pourquoi il est nécessaire de définir une méthode de calibration des fils chauds plus précise, pour la mesure dans un écoulement oscillant avec retournement.

#### 3.5.3 Prise en compte de l'inertie thermique du fil.

Le pararaphe 3.5.1 a mis en évidence que la calibration quasi-stationnaire n'est pas applicable dans les écoulements purement oscillants. Dans ce paragraphe, le modèle de transfert est amélioré en prenant en compte l'inertie thermique du fil. Pour cela, nous reprenons la démarche proposée par Comte-Bellot (1998) dans le cas de l'anémométrie à tension constante. Les bilans thermiques sont effectués sur un fil réel avec de l'inertie thermique (équation 3.29) et sur un fil idéal à l'équilibre (équation 3.30), après avoir négligé les pertes par conduction dans les broches :

$$\frac{m_w c_w}{R_a \alpha_0} \frac{\partial R_w}{\partial t} = R_w I_w^2 - f(u)(R_w - R_a), \qquad (3.29)$$

$$0 = R_w^* I_w^{*2} - f(u)(R_w^* - R_a), \qquad (3.30)$$

avec  $m_w$  la masse du fil.  $R_w$  est la résistance du fil réel,  $R_w^*$  la résistance du fil idéal, sans inertie thermique, et  $R_a$  la résistance du fil à la température ambiante  $T_a$ . f(u) est la loi de transfert de la



FIG. 3.17 – Exemples de signaux temporels obtenus derrière le canal d'un stack. (a) : Oscillations de vitesse mesurées par PIV. (b) : Signal de tension en sortie de l'anémomètre CVA. La mesure fil chaud est effectuée avec un fil et des réglages différents de ce présentés précédemment.

chaleur. Une loi de type loi de King :  $f(u) = A + Bu^n$  est habituellement choisie. Les paramètres A, B et n sont obtenus à partir de la calibration quasi stationnaire. L'anémomètre délivre une tension constante aux bornes du fil :  $R_w I_w = R_w^* I_w^* = V_w = cte$ . Il est possible de recombiner les équations 3.29 et 3.30 pour obtenir :

$$\frac{1}{V_w^2} \frac{m_w c_w}{R_a \chi} \frac{\partial R_w}{\partial t} = \frac{1}{R_w} - \frac{(R_w - R_a)}{(R_w^* - R_a)} \frac{1}{R_w^*}.$$
(3.31)

Cette équation ne dépend pas de la loi de transfert de la chaleur. Pour un meilleur accord avec les mesures, la résistance des cables de connection entre le fil et l'anémomètre  $r_L$  est prise en compte (Comte-Bellot *et al.* (2004)) :

$$\frac{1}{V_w^2} \frac{m_w c_w}{R_a \chi} \frac{\partial R_w}{\partial t} = \frac{R_w}{(R_w + r_l)^2} - \frac{(R_w - R_a)}{(R_w^* - R_a)} \frac{R_w^*}{(R_w^* + r_l)^2}.$$
(3.32)

L'équation du circuit de l'anémomètre CVA (équation 3.13) est rappelée. Elle relie la tension de sortie de l'anémomètre et la résistance du fil. Notons, que la résistance du cable de liaison est également prise en compte dans l'équation :

$$\frac{V_s}{V_w} = 1 + (R_{2a} + R_{2b}) \left( \frac{1}{R_w + r_L} + \frac{1}{R_F} + t_c \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left( \frac{1}{R_w + r_L} \right) \right),$$
(3.33)

avec  $V_s$  la tension de sortie de l'anémomètre,  $R_{2a}$ ,  $R_{2b}$  et  $R_F$  des résistances du circuit définies dans le schéma donné précédemment dans la figure 3.4, et  $t_c$  le paramètre de correction d'inertie thermique choisi par l'utilisateur de l'anémomètre. Notons que par la suite  $R_{2a} = R_{2b} = 50\Omega$ ,  $R_F = 400\Omega$  et  $t_c = 0.1$ ms.

Les équations 3.32 et 3.33 sont résolues à l'aide d'un algorithme Runge-Kutta d'ordre 4 en temps. Le modèle obtenu nous donne, sans aucune linéarisation, la tension de sortie de l'anémomètre CVA à partir de la résistance du fil idéal correspondant au fil réel utilisé, et vice versa. La résistance du fil idéal est directement reliée à la vitesse de l'écoulement par la loi de transfert de la chaleur issue de la calibration.

Dans la figure 3.18, un signal expérimental est comparé avec les signaux de sortie de l'anémomètre

prédits par le modèle complet et le modèle ne prenant pas en compte la résistance du cable, ainsi que le signal issu de la calibration quasi statique. La mesure est effectuée avec un fil de diamètre  $d_w = 2.5 \mu m$  et de longueur  $l_w = 1.25 mm$ , en tungstène. L'anémomètre CVA délivre une tension  $V_w = 450 mV$  à travers le fil et la correction d'inertie thermique est réglée telle que  $t_c = 0.1 ms$ . Le fil est placé à un ventre de vitesse et un noeud de pression dans un résonateur acoustique de longueur  $L_{res} = 86 cm$  fonctionnant en mode demi-onde à la fréquence  $f_{res} = 210 \text{Hz}$ . Le niveau de pression acoustique à l'intérieur du résonateur est  $P_{ac} = 2000 \text{Pa}$ . La vitesse acoustique servant d'entrée au modèle est calculée à partir des mesures de pression effectuées dans le résonateur. A l'aide d'un modèle d'onde plane semblable à celui développé dans le chapitre 1, le signal de vitesse est reconstitué à partir des amplitudes et phases des trois premiers harmoniques de pression mesurés près du haut-parleur. La loi de transfert de la chaleur est déterminée suivant la méthode de calibration quasi stationnaire décrite dans le paragraphe 3.5.1.

La figure 3.18 montre que les maxima de tension (correspondant à des extrema de vitesse) sont prédits correctement tant par le modèle complet que par le modèle quasi-stationnaire. Remarquons qu'il est nécessaire de prendre en compte la résistance du cable de connexion puisque lorsque celle-ci est omise la tension est surestimée. La prise en considération de l'inertie thermique du fil élève la tension de sortie de l'anémomètre aux points de retournement de l'écoulement, ce qui rapproche le signal prédit du signal mesuré. Néanmoins, les modèles échouent à prédire correctement la tension de sortie proche du changement de sens de l'écoulement. L'amplitude des oscillations, même en prenant en compte l'inertie thermique du fil, est fortement surestimée. Le signal expérimental présente également un retard de phase de quelques degrés par rapport au signal prédit par le modèle prenant en compte l'inertie du fil. Ce retard est plus important proche des points de rebroussement. La phase est néanmoins mieux prédite au niveau des maxima par rapport au signal issu du modèle sans inertie thermique. Il semble donc que d'autres phénomènes inertiels ont une influence non négligeable sur le comportement d'un fil chaud dans un écoulement purement oscillant, qui ne sont pas pris en compte par les modèles proposés jusqu'ici.

#### 3.5.4 Prise en compte des pertes par conduction vers les broches.

Jusqu'à présent les pertes dues à la conduction de la chaleur vers les broches du support du fil ont été négligées. Pourtant une partie de la chaleur émise par le fil est évacuée vers les broches. De nombreux auteurs se sont penchés sur la question des pertes vers les broches dans les fils chauds. Citons, entre autres, Corrsin (1963), Champagne *et al.* (1959), Freymuth (1979) ou plus récemment Morris et Foss (2003) et Li *et al.* (2004). L'équation d'énergie du fil a déjà été donnée dans l'équation 3.7. De manière similaire à ce qui a été fait pour le fil froid dans le paragraphe 3.4.1, cette équation peut se réécrire sous la forme suivante, pour un petit élément de fil :

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} + K_1 T_1 + K_2 - \frac{1}{D} \frac{\partial T_1}{\partial t} = 0, \qquad (3.34)$$

avec  $T_1 = T_w - T_a$ , et  $K_1$  et  $K_2$  les coefficients définis par :

$$K_1 = \frac{4I_w^2 R_a \alpha_0}{\pi k_w d_w^2 l_w} - \frac{4h_w}{k_w d_w},$$
(3.35)

$$K_2 = \frac{4I_w^2 R_a}{\pi k_w d_w^2 l_w}.$$
(3.36)

Le profil de température le long du fil obtenu à partir de l'équation 3.34 est donné, pour un anémomètre à courant constant (CCA) et dans le cas stationnaire par Corrsin (1963), lorsque les broches sont main-



FIG. 3.18 – Signaux temporel de la tension en sortie de l'anémomètre. – – – : modèle quasi stationnaire (paragraphe 3.5.1). · · · : modèle avec inertie thermique pour  $r_L = 0$  (équations 3.31 et 3.33). – : modèle avec inertie thermique pour  $r_L = 0.970\Omega$  (équations 3.32 et 3.33). \* : données expérimentales. Les mesures sont effectuées au ventre de vitesse, pour un niveau de pression acoustique de 2000Pa dans le tube, à la fréquence  $f_{res} = 210$ Hz. Le fil est en tungstène, de diamètre  $d_w = 2.5 \mu$ m et de longueur  $l_w = 1.25$ mm. L'anémomètre CVA délivre une tension  $V_w = 450$ mV à travers le fil et la correction d'inertie thermique est réglée telle que  $t_c = 0.1$ ms.

tenues à la température ambiante  ${\cal T}_a$  :

$$T_1 = \frac{K_2}{|K_1|} \left[ 1 - \frac{\cosh(\sqrt{|K_1|}z)}{\cosh(\sqrt{|K_1|}l_w/2)} \right],$$
(3.37)

en considérant que le coefficient de transfert  $h_w$  est constant le long du fil. Le profil de température le long du fil considéré dans cette étude est ainsi présenté dans la figure 3.19 pour un écoulement stationnaire de vitesse  $u = 4.5 \text{m.s}^{-1}$ . Cette figure montre bien que la température n'est pas uniforme le long du fil.

Afin de prendre en compte les pertes par conduction vers les broches dans un écoulement oscillant, l'équation 3.34 est résolue en conservant le terme instationnaire par la méthode des différences finies en espace et en temps. A noter que deux approximations sont effectuées. Tout d'abord, le coefficient  $h_w$ est déterminé à l'aide de la calibration quasi-stationnaire et est donc considéré comme constant le long du fil, ce qui n'est pas a priori le cas en réalité. De plus, en vertu de la loi d'Ohm, la tension électrique varie le long du fil. C'est pourquoi, bien que nous utilisions un anémomètre à tension constante, il est préférable de conserver l'expression de l'intensité dans l'équation 3.34. L'intensité variant avec le temps et dépendant de la résistance moyenne du fil, nous avons fait l'hypothèse que le pas de temps utilisé pour le calcul est suffisament petit pour que les variations d'intensité soient faibles et pour que l'intensité calculée au pas de temps précédent puisse être utilisée. Ce qui simplifie grandement les calculs.

Les fluctuations de tension de sortie de l'anémomètre ainsi obtenues sont données pour les conditions des mesures précédemment décrites et comparées avec ces mesures dans la figure 3.20. Remarquons tout d'abord que la tension de sortie de l'anémomètre présente une composante continue supérieure à la tension mesurée et que ses maxima de tension sont plus élevés. Ce décalage peut s'expliquer par le



FIG. 3.19 – Profil de température le long du fil dans un écoulement stationnaire de vitesse  $u = 4.5 \text{m.s}^{-1}$ . Le fil est en tungstène, de diamètre  $d_w = 2.5 \mu \text{m}$  et de longueur  $l_w = 1.25 \text{mm}$ . L'anémomètre CVA délivre une tension  $V_w = 450 \text{mV}$  à travers le fil.

fait que le coefficient  $h_w$  est déterminé à partir de la calibration stationnaire et correspond donc à un coefficient d'échange moyen et est différent d'un coefficient local. Une autre explication peut provenir de la température des broches, fixée ici à la température ambiante, mais qui n'est pas connue précisement. La courbe calculée à été décalée pour pouvoir la comparer avec les données expérimentales. La tension aux instants où l'écoulement se retourne est plus élevée lorsque les pertes par les broches sont considérées. Les pertes par les broches ne semblent pas induire de retard de phase.

## 3.5.5 Analyse en ordre de grandeur de l'équation d'énergie du fluide.

Dans ce paragraphe, l'importance de l'inertie du fluide négligée jusqu'à présent est montrée. Pour cela, une analyse en ordre de grandeur de l'équation d'énergie du fluide entourant le fil est effectuée. Cette équation s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = D \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \tag{3.38}$$

avec  $D = k_f / \rho_f c_p$  le coefficient de diffusivité thermique. Posons  $\theta = T$ , et  $\delta = x = y$ , les grandeurs caractéristiques de température et de longueur, respectivement. Les oscillations de vitesse sont considérées harmoniques, de pulsation  $\omega = 2\pi f_{res}$ :

$$u(x,t) = u_{ac}(x)\cos(\omega t), \qquad (3.39)$$

avec  $u_{ac}$  l'amplitude des fluctuations de vitesse au point de mesure. L'analyse en ordre de grandeur de l'équation 3.38 donne donc :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u(x,t)\frac{\partial T}{\partial x} = D\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right),$$

$$\sim \omega\theta \qquad \sim u(x,t)\frac{\theta}{\delta} \qquad \sim D\frac{\theta}{\delta^2} \qquad \sim D\frac{\theta}{\delta^2}.$$
(3.40)



FIG. 3.20 – Signaux temporel de la tension en sortie de l'anémomètre. – – : modèle sans conduction vers les broches. — : modèle avec conduction vers les broches. … : modèle avec conduction vers les broches décalé :  $V_s - 0.03$ V. \* : données expérimentales. Les mesures sont effectuées au ventre de vitesse, pour un niveau de pression acoustique de 2000Pa dans le tube, à la fréquence  $f_{res} = 210$ Hz. Le fil est en tungstène, de diamètre  $d_w = 2.5\mu$ m et de longueur  $l_w = 1.25$ mm. L'anémomètre CVA délivre une tension  $V_w = 450$ mV à travers le fil et la correction d'inertie thermique est réglée telle que  $t_c = 0.1$ ms.

Le déplacement acoustique est défini par  $d_{ac} = u_{ac}(x)/\omega$  et la vitesse de diffusion s'écrit  $u_D \sim D/\delta$ . Dans les applications nous concernant, l'échelle de longueur caractéristique de la couche limite thermique autour du fil est petite devant le déplacement acoustique  $\delta/d_{ac} \ll 1$ . Ainsi, lorsque la vitesse est élevée  $(\omega t \approx 0 + n\pi, n = 0, 1...\infty)$ , le premier terme de l'équation 3.38 est négligeable devant le deuxième :

$$\frac{u_{ac}(x)}{d_{ac}} \ll \frac{u_{ac}(x)\cos\omega t}{\delta}, \text{ pour } \cos\omega t \to 1.$$
(3.41)

L'écoulement est donc gouverné par la convection forcée. C'est pourquoi la méthode de calibration quasi stationnaire donne de bons résultats proche des maxima de vitesse. En effet, l'équation 3.38 sans son premier terme permet de déterminer la loi de transfert de chaleur en convection forcée dans le cas stationnaire (King, 1914), qui en pratique est obtenue par la calibration quasi-stationnaire.

En revanche, proche des points de retournement de l'écoulement, quand la vitesse tend vers 0 ( $\omega t \approx \pi/2 + n\pi$ ,  $n = 0, 1...\infty$ ), le terme inertiel (premier terme) devient prépondérant devant le terme convectif (deuxième terme) :

$$\frac{u_{ac}(x)}{d_{ac}} \gg \frac{u_{ac}(x)\cos\omega t}{\delta}, \text{ pour } \cos\omega t \to 0.$$
(3.42)

Le processus de diffusion de la chaleur dans le fluide est donc prépondérant par rapport à l'évacuation de la chaleur par convection forcée. Ce terme n'est pas considéré dans les méthodes de calibration précédemment proposées, c'est pourquoi celles-ci ne sont pas valides proche des retournements de l'écoulement.

La réponse transitoire du fluide entourant un fil chaud a tout d'abord été explorée numériquement par Strickland et Davis (1966), leur étude concernant la réponse d'un fil chauffé à des oscillations de vitesse

autour d'une moyenne non nulle sans retournement. Plus tard, Pedley (1975) a décrit analytiquement la couche limite thermique au dessus d'une plaque infinie dans un écoulement avec changement de sens de la vitesse. Pour tenir compte de la prédominance du terme d'inertie à faible vitesse, Pedley sépare un cycle d'oscillation en deux parties distinctes : la partie où la vitesse est élevée et l'écoulement gouverné par la convection forcée, pour laquelle le terme instationnaire est négligé, et la partie où la vitesse est faible et l'écoulement gouverné par la diffusion thermique, pour laquelle le terme de convection est négligé. Pedley fait l'hypothèse forte que le passage d'une partie à l'autre se fait sans transition et qu'il suffit alors de déterminer les instants délimitant les différentes parties. Pedley (1976b) a utilisé ce modèle pour des mesures dans un écoulement cisaillé (écoulement dans une artère) à l'aide d'une sonde film chaud. Les résultats obtenus présentent un accord qualitatif satisfaisant avec l'expérience compte tenu des hypothèses du modèle mais la précision n'est pas suffisante pour décrire quantitativement l'écoulement. En outre, Pedley ayant fait l'hypothèse d'une couche limite pleinement développée au dessus d'un plaque plane, l'adaptation au cas d'un fil chaud n'est pas triviale. A noter que Watkins et Herron (1978) ont étudié le cas d'une plaque semi-infinie à partir de simulations numériques. Ce modèle a été réutilisé plus récemment (Gomma et Al Taweel (2005) par exemple) pour mettre en évidence divers phénomènes, mais sans que sa précision soit améliorée suffisament.

Citons par ailleurs les travaux récents de Svetovoy *et al.* (2000) et Van Honschoten *et al.* (2004) dans le cadre du développement des sondes d'intensimétrie Microflown<sup>tm</sup>, dont le principe repose sur la mesure des fluctuations de vitesse acoustique par l'utilisation de deux fils chauds parallèles dans un canal rectangulaire. Ces auteurs ont modélisé le champ thermique oscillant dans le fluide autour d'une sonde Microflown<sup>tm</sup> à partir de l'équation d'énergie linéarisée dans ce fluide. Ces travaux se limitent aux cas des petites fluctuations de vitesse devant la vitesse moyenne, et ne sont donc pas applicables à notre problème.

Pour conclure ce paragraphe, nous avons vu que, dans le cas d'un écoulement purement oscillant, l'inertie thermique du fluide doit être prise en considération dans la loi de transfert de la chaleur entre le fil et le fluide. Précisons que, de manière similaire, l'inertie mécanique de l'écoulement ne doit pas être négligée. Pedley (1976a) a ainsi développé un modèle semblable à celui précédemment cité pour une couche limite visqueuse au dessus d'une plaque plane infinie dans un écoulement avec retournement. Dans le prochain paragraphe, ces phénomènes inertiels sont explorés à l'aide d'une simulation numérique par éléments finis.

# 3.5.6 Modélisation du transfert de chaleur entre le fil et le fluide l'entourant par éléments finis.

#### Présentation du modèle numérique.

Afin de mettre en évidence l'importance du terme d'inertie dans l'équation d'énergie du fluide proche du retournement de l'écoulement, le transfert de chaleur entre le fil et le fluide l'entourant est simulé numériquement par la méthode des éléments finis, à l'aide du logiciel Comsol<sup>tm</sup> 3.3. Le problème modélisé consiste en un cylindre chauffé de longueur infinie placé dans un écoulement oscillant, l'axe du cylindre étant perpendiculaire à la direction des oscillations. Le problème est bidimensionnel et présente une symmétrie axiale selon le diamètre du cylindre parallèle à la direction des oscillations. Le domaine de calcul est schématisé dans la figure 3.21. La partie fluide du domaine est rectangulaire, de dimensions  $1000 \times 100 \mu m^2$  et suffisamment grande pour que le champ de température ne soit pas perturbé par les conditions aux frontières. Au centre de l'arête inférieure du domaine fluide, un demi-disque solide



FIG. 3.21 – Schéma du domaine de calcul. Le domaine solide (BC) a été agrandi pour une meilleure lisibilité.



FIG. 3.22 – Vue rapporchée du maillage du domaine de calcul proche du fil.

représente le fil chauffé. Les domaines fluides et solides sont discrétisés en éléments finis (cf. figure 3.22) dont les fonctions de forme sont des polynômes de Lagrange quadratiques. L'équation d'énergie est résolue dans le fil (équation 3.8) et dans le fluide (équation 3.38). Pour le fil, le terme source est calculé dans le cas d'un anémomètre à tension constante (CVA). Notons que les pertes dans les broches sont négligées puisque le fil est considéré comme infini. Les conditions imposées aux frontières sont les suivantes :

- Sur les frontières DE, EF, et FA : la température est fixée à la température ambiante,  $T = T_a$ .
- Sur les frontières AB, BC extérieure, et CD : la condition de symétrie impose un flux de chaleur nul à travers les frontières,  $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ .
- Sur la frontière intérieure BC, la continuité du flux de chaleur est assurée.

Notre objectif se limitant à mettre en évidence les effets d'inertie apparaissant dans l'équation d'énergie, la viscosité du fluide entourant le fil est négligée et les oscillations de l'écoulement sont considérées comme évoluant de manière quasi-stationnaire. C'est à dire que le terme instationnaire des équations de Navier-Stokes est négligé, donc le champ de vitesse de l'écoulement oscillant autour du fil u(t) est calculé à partir du champ de vitesse stationnaire  $u_{stat}$  tel que  $u(x, y, t) = u_{stat}(x, y)f(t)$ . Panton (1996) donne la solution analytique du champ de vitesse décrivant l'écoulement autour d'un cylindre à bas Reynolds dans le cas stationnaire et lorsque la viscosité est négligée :



FIG. 3.23 – Lignes de courant autour du fil chauffé. L'écoulement est stationnaire :  $u_{\infty} = 5 \text{m.s}^{-1}$ .

$$u_{stat}(x,y) = u_{\infty} \times \left[1 + \left(\frac{d_w}{2(x^2 + y^2)}\right)^2 \times (y^2 - x^2)\right],$$
 (3.43)

$$v_{stat}(x,y) = u_{\infty} \times \left[ -\left(\frac{d_w}{2(x^2+y^2)}\right)^2 \times 2xy \right], \qquad (3.44)$$

avec  $(u_{stat}, v_{stat})$  le champ de vitesse stationnaire dans le plan (x, y), et  $u_{\infty}$  la vitesse selon x loin du cylindre. Ainsi, le champ de vitesse correspondant à l'écoulement oscillant est défini par :

$$u(x, y, t) = u_{stat}(x, y) \times \cos\left(2\pi f_{res}t\right).$$
(3.45)

La figure 3.23 donne un exemple de lignes de courant autour du fil calculées à partir de l'équation 3.45 pour  $u_{\infty} = 5 \text{m.s}^{-1}$ .

#### Ecoulement stationnaire.

L'équation d'énergie est tout d'abord résolue pour un écoulement stationnaire. Les calculs sont effectués pour les paramètres thermophysiques du fluide et du fil donnés à la température de film dans le tableau 3.6. Des cartographies du champ de température autour du fil sont données plus loin dans les figures 3.25(a) et 3.26(a), pour  $u_{\infty} = 5 \text{m.s}^{-1}$  et  $u_{\infty} = 0 \text{m.s}^{-1}$  respectivement. La figure 3.24 donne la loi de transfert entre le fil et le fluide l'entourant. La loi reliant le nombre de Nusselt moyen autour du fil et le nombre de Reynolds est comparée à la loi empirique proposée par Collis et Williams (1959) et déjà donnée dans l'équation 3.11, ainsi qu'aux résultats expérimentaux présentés dans le paragraphe 3.5.1. La courbe calculée croît plus rapidement que la courbe issue des données expérimentales. Cette différence provient de l'absence de la viscosité du fluide dans la simulation alors qu'elle est implicitement prise en compte lors des expériences. En effet, la viscosité a pour effet de ralentir l'écoulement proche du fil et donc de diminuer l'évacuation de la chaleur par convection, ce qui a pour conséquence de diminuer le nombre de Nusselt. Lorsque Re  $\approx 0$ , la loi donnée par Collis et Williams (1959) n'est plus valide mais les deux autres courbes évoluent de manière semblable. En définitive, en faisant l'hypothèse de fluide non visqueux, les résultats expérimentaux ne pourront être retrouvés quantitativement à partir des simulations numériques, mais ces dernières vont permettre de mettre en évidence les phénomènes inertiels présents dans l'équation d'énergie, en écoulement oscillant (cf. paragraphe 3.5.5).

#### Ecoulement oscillant : mise en évidence des phénomènes d'inertie.

Dans ce paragraphe, les résultats obtenus numériquement pour les écoulements oscillants sont comparés avec les résultats qui auraient été obtenus si l'écoulement se comportait de manière quasi-stationnaire,

Fil	$\alpha_0$	$k_w$	$ ho_w$	$c_w$
	$^{\circ}$ C <sup>-1</sup>	$W.m^{-1}.K^{-1}$	$\rm kg.m^{-3}$	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
Tungstène	0.0036	150	19300	137
Fluide	μ	$k_{f}$	$\rho_f$	$c_p$
	$\rm kg.m^{-1}.s^{-1}$	$W.m^{-1}.K^{-1}$	$kg.m^{-3}$	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
Air	$2.19.10^{-5}$	$31.9.10^{-3}$	0.933	1014

TAB. 3.6 – Ensemble des paramètres thermophysiques du fil et du fluide. Caractéristiques données à la température de film  $T_f = (T_w + T_a)/2 \approx 375K$ , d'après Incropera et De Witt (1996).



FIG. 3.24 – Loi de transfert de chaleur entre le fil et le fluide l'entourant en écoulement stationnaire.  $\circ$  : modèle numérique sans viscosité. \* : mesures. — : Collis et Williams (1959).



(b)  $u_{\infty}(t) = 5 \text{m.s}^{-1}$ , oscillant :  $u_{ac} = 5 \text{m.s}^{-1}$  à  $f_{res} = 210 \text{Hz}$ 

FIG. 3.25 – Champ de température autour du fil chauffé. L'écoulement est stationnaire :  $u_{\infty} = 5 \text{m.s}^{-1}$ .

c'est à dire si le terme instationnaire de l'équation d'énergie était négligeable. Des champs de températures autour du fil chauffé sont tout d'abord présentés dans les figures 3.25 et 3.26, pour différents cas. La figure 3.25(a) montre le champ de température autour du fil pour un écoulement stationnaire tel que  $u_{\infty} = 5 \text{m.s}^{-1}$ , tandis que la figure 3.25(b) présente le même champ de température mais dans le cas d'un écoulement oscillant, tel que  $u_{ac} = 5 \text{m.s}^{-1}$ , à l'instant où la vitesse est maximale et vaut donc  $u_{\infty}(t) = 5 \text{m.s}^{-1}$ . De même, la figure 3.26(a) montre le champ de température autour du fil sans écoulement  $u_{\infty} = 0 \text{m.s}^{-1}$ , tandis que la figure 3.26(b) présente le même champ de température mais dans le cas d'un écoulement oscillant, tel que  $u_{ac} = 5 \text{m.s}^{-1}$ , à l'instant où la vitesse est maximale et vaut donc  $u_{\infty}(t) = 5 \text{m.s}^{-1}$ , tandis que la figure 3.26(b) présente le même champ de température mais dans le cas d'un écoulement oscillant, tel que  $u_{ac} = 5 \text{m.s}^{-1}$ , à l'instant où la vitesse est maximale et vaut donc  $u_{\infty}(t) = 0 \text{m.s}^{-1}$ .

Lorsque la vitesse est nulle, la température diffuse radialement et le champ de température ne varie pas selon la direction azimutale. Au contraire, en présence d'un écoulement la température est convectée et le champ de température perd sa symétrie. Les champs de température pour  $u_{\infty}(t) = 5 \text{m.s}^{-1}$  présentés dans les figures 3.25(a) et 3.25(b) pour les cas stationnaires et instationnaires, sont identiques. En revanche, même si il est difficile de le distinguer sur les figures 3.26(a) et 3.26(b), le champ de température lorsqu'il n'y a pas d'écoulement et celui correspondant à l'instant de retournement de l'écoulement dans un écoulement oscillant, ne sont pas exactement identiques. En effet, la couche limite thermique est plus mince dans le cas d'un écoulement oscillant que sans écoulement.

Ce phénomène est mis en évidence de manière plus claire dans les figures 3.27(a) et (b). Dans ces figures, la distribution du nombre de Nusselt local le long du périmètre du fil est donnée en coordonnées polaires pour les mêmes cas qui viennent d'être décrits. La figure 3.27(a) montre ainsi les distributions du nombre de Nusselt pour un écoulement stationnaire de vitesse  $u_{\infty} = 5 \text{m.s}^{-1}$ , et au maximum de vitesse pour un écoulement oscillant d'amplitude  $u_{\infty}(t) = 5 \text{m.s}^{-1}$ . La vitesse est dirigée de la gauche vers la droite sur la figure. Comme attendu, le nombre de Nusselt est plus élevé proche du point d'arrêt, tradui-



(b)  $u_{\infty}(t) = 0 \text{m.s}^{-1}$ , oscillant :  $u_{ac} = 5 \text{m.s}^{-1}$  à  $f_{res} = 210 \text{Hz}$ 

FIG. 3.26 – Champ de température autour du fil chauffé. L'écoulement est stationnaire :  $u_{\infty} = 0 \text{m.s}^{-1}$ .

sant une couche limite thermique plus mince sur la partie amont du cylindre par rapport à la partie aval. Le point intéressant à remarquer est que la distribution du nombre de Nusselt est strictement identique, que ce soit dans l'écoulement stationnaire ou au maximum de l'écoulement oscillant. Les distributions du nombre de Nusselt sans écoulement et à l'instant où la vitesse est nulle dans un écoulement oscillant d'amplitude  $u_{\infty}(t) = 5 \text{m.s}^{-1}$  sont données dans la figure 3.27(b). La distribution du nombre de Nusselt est ici symétrique, c'est à dire que le nombre de Nusselt est identique le long du périmètre du fil. En revanche, contrairement au cas précédent, la valeur du nombre de Nusselt est plus élevée pour l'écoulement oscillant est plus mince que pour l'écoulement stationnaire proche du point de retournement et donc que l'échange thermique est plus élevé.

Les évolutions différentes du transfert de chaleur au cours d'un cycle acoustique entre un écoulement stationnaire et un écoulement oscillant sont mises en évidence dans la figure 3.28. Cette figure montre l'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds au cours d'une demi-période acoustique, s'étalant d'un minimum de vitesse à un maximum, pour des écoulements oscillants d'amplitude  $u_{ac} = 3\text{m.s}^{-1}$ ,  $u_{ac} = 5\text{m.s}^{-1}$  et pour un écoulement stationnaire tel que  $u_{ac} = 5\text{m.s}^{-1}$  (c'est à dire une suite d'écoulements stationnaires de vitesses comprises entre  $u = -5\text{m.s}^{-1}$  et  $u = 5\text{m.s}^{-1}$ ). Comme il vient d'être observé, le nombre de Nusselt au point de rebroussement est plus élevé pour un écoulement oscillant que pour le cas quasi-stationnaire. Le nombre de Nusselt au point de rebroussement augmente avec l'amplitude des oscillations. Les fluctuations du nombre de Nusselt présentent également un retard de phase proche du point de rebroussement par rapport au cas quasi-stationnaire, tandis que les fluctuations sont en phase au extrema de vitesse. Le retard de phase augmente lui aussi avec l'amplitude des oscillations. Ces résultats sont en bon accord qualitatifs avec le transfert de chaleur au dessus d'une plaque plane infinie obtenu par Pedley (1976b).



FIG. 3.27 – Distribution du nombre de Nusselt local le long de la surface du fil en coordonnées polaires.  $\circ$ : stationnaire.  $\times$ : écoulement oscillant à  $u_{ac} = 5 \text{m.s}^{-1}$  et  $f_{res} = 210 \text{Hz}$ .



FIG. 3.28 – Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds au cours d'un cycle acoustique. — : quasi-stationnaire. – – : oscillant,  $u_{ac} = 5 \text{m.s}^{-1}$ . … : oscillant,  $u_{ac} = 3 \text{m.s}^{-1}$ .  $f_{res} = 210 \text{Hz}$ .

Les conséquences de ces phénomènes sur la tension de sortie de l'anémomètre CVA sont présentées dans la figure 3.29. Comme précédemment, la tension de sortie de l'anémomètre est donnée au cours d'un demi cycle acoustique pour le cas quasi stationnaire et le cas d'un écoulement oscillant tel que  $u_{ac} = 5\text{m.s}^{-1}$ ,  $f_{res} = 210\text{Hz}$ . La tension de sortie de l'anémomètre étant directement reliée au transfert de chaleur entre le fil et le fluide, les courbes évoluent de la même manière que pour le nombre de Nusselt. A savoir, proche du retournement de l'écoulement, la tension de sortie est plus élevée dans le cas oscillant que dans le cas stationnaire et présente un retard de phase. Ce retard de phase ne s'observe pas proche des extrema de vitesse où l'approximation de l'écoulement quasi-stationnaire est valide. Rappelons que, dans ces simulations, l'inertie thermique du fil est prise en compte et que la tension de sortie calculée dans le cas quasi-stationnaire correspond ici à la tension de sortie calculée dans le paragraphe 3.5.3 mais dans le cas d'un écoulement non visqueux. La prise en considération de l'inertie thermique du fluide remonte les points de rebroussement et introduit un retard de phase. La tension de sortie ainsi calculée présente donc un meilleur accord avec la tension effectivement mesurée, d'après les observations du paragraphe 3.5.3. Afin de pouvoir effectuer une comparaison quantitative il sera nécessaire à l'avenir de prendre en compte les effets visqueux dans le modèle numérique.

# 3.5.7 Conclusion.

Dans cette partie, la technique de mesure de vitesse par anémométrie fil chaud à tension constante a été étudiée dans un écoulement oscillant autour d'une vitesse nulle. Ce type de mesure est largement utilisé en mécanique des fluides dans des écoulements à vitesse moyenne non nulle ne présentant pas de changement de sens de la vitesse. Le principe de l'anémométrie fil chaud repose sur la relation directe entre la vitesse de l'écoulement et le transfert de chaleur entre le fil et le fluide. Pour des mesures dans un écoulement classique (écoulement dans un conduit, jet, ...), la loi de transfert de chaleur est habituellement déterminée lors d'une calibration dans un écoulement stationnaire. Cette calibration inclut implicitement les effets de longueur finie du fil, ou encore de la viscosité par exemple. Souvent, pour les mesures de turbulence par exemple, la loi de transfert est linéarisée autour de la vitesse de l'écoulement



FIG. 3.29 – Evolution de la tension de sortie de l'anémomètre au cours d'un demi cycle acoustique. — : quasi-stationnaire. × : oscillant.  $u_{ac} = 5 \text{m.s}^{-1}$ ,  $f_{res} = 210 \text{Hz}$ .

moyen, considérée comme grande devant les fluctuations turbulentes.

Dans le cas d'un écoulement oscillant, avec retournement du sens de la vitesse, il est nécessaire de considérer les phénomènes inertiels dont une calibration dans un écoulement stationnaire ne peut rendre compte. Ces différents phénomènes agissent proche des instants auxquels l'écoulement se retourne. La calibration quasi-statique est en effet valide au voisinage des extrema de vitesse, ce qui a permis à différents auteurs de proposer des calibrations au premier ordre par le passé (Elger et Adams, 1989; Huelsz et Lopez-Alquicira, 2001). Ces calibrations ne permettent néanmoins que la mesure de l'amplitude d'oscillations sinusoïdales et ne peuvent être utilisées dans des écoulements plus complexes comme ceux observés derrière un stack thermoacoustique (cf. chapitre 4). Dans cette partie, nous avons mis en évidence un ensemble de phénomènes inertiels non négligeables proche du retournement de l'écoulement et leur influence sur le signal de sortie de l'anémomètre a été étudiée. Ainsi, dans un écoulement oscillant, il est nécessaire de prendre en considération :

- L'inertie thermique propre au fil qui, proche du retournement de l'écoulement, tend à augmenter le transfert de chaleur et introduit un retard de phase.
- Les pertes de chaleur par conduction vers les broches qui tendent à augmenter le transfert de chaleur proche du retournement de l'écoulement.
- La diffusion de la chaleur dans le fluide entourant du fil qui, proche du retournement de l'écoulement, tend à augmenter le transfert de chaleur et introduit un retard de phase.

Tous ces phénomènes ne sont pas pris en compte lors d'une calibration dans un écoulement stationnaire et influent fortement sur les signaux obtenus en sortie de l'anémomètre. Notons que l'influence des effets visqueux n'a pas été étudiée dans cette partie. Néanmoins les similitudes entre les couches limites oscillantes thermiques et visqueuses au dessus d'une plaque plane infinie rapportées dans la littérature (Pedley, 1976a; Swift, 1988) laissent penser que, dans le cas d'un fil chaud, les conséquences des effets visqueux sur le transfert de chaleur seront de même type que les conséquences de la diffusion de la chaleur dans le fluide autour du fil.

A l'avenir, l'ensemble de ces phénomènes, y compris les effets visqueux, devront être pris en compte dans un unique modèle qui pourra être validé quantitativement à partir des mesures dans le résonateur vide. Dès lors, la résolution du problème inverse devrait permettre de retrouver la vitesse instantanée à partir de la tension de sortie de l'anémomètre. Il serait également intéressant d'étudier la possibilité de prendre en compte certains de ces phénomènes inertiels de manière approchée afin de simplifier le modèle et réduire les temps de calcul dans la perspective d'une résolution inverse.

# **3.6** Conclusion.

L'anémométrie fil froid et fil chaud a été utilisée pour mesurer les fluctuations de température et de vitesse dans un réfrigérateur thermoacoustique à onde stationnaire. Notre objectif principal, à terme, est la mesure synchronisée de ces deux quantités, à l'aide de l'anémométrie à tension constante (CVA), afin d'avoir accès au flux d'enthalpie convecté par l'effet thermoacoustique. Ces techniques de mesure sont couramment utilisées en mécanique des fluides, pour la mesure de turbulence notamment. Néanmoins, leur utilisation dans un écoulement oscillant autour d'une vitesse moyenne proche de zéro est moins commune et nécessite de prendre en considération les spécifités inhérentes à ce type d'écoulement.

Tout d'abord, La température est mesurée par anémométrie fil froid à courant constant (CCA). La réponse fréquentielle d'un fil froid dans un écoulement oscillant n'est pas plate mais présente deux fréquences de coupure dues à l'inertie thermique du fil et à l'influence des broches sur le champ de température mesuré. Ainsi, pour la mesure des oscillations de température à la fréquence de travail de la maquette de réfrigérateur et aux harmoniques supérieurs, il est souhaitable d'utiliser un fil de diamètre  $d_w = 1\mu m$  maximum. Le fil est calibré directement à l'intérieur du résonateur.

Dans un premier temps, le profil de température moyenne est mesuré derrière le stack. Les résultats expérimentaux diffèrent des prédictions du modèle analytique développé dans le chapitre 2. Il semblerait que le mécanisme principal responsable du profil de température moyenne soit la conduction thermique, comme l'ont observé Matveev *et al.* (2006). La conduction thermique n'est pas prise en compte dans notre modèle analytique.

Les profils d'amplitude des fluctuations de température derrière le stack sont ensuite mesurés. Il est montré que l'utilisation d'une sonde droite dont le support est dans le même axe que le fil, perturbe le champ de température oscillante à mesurer. En attribuant un coefficient de relaxation thermique au support de sonde, le modèle analytique développé dans le chapitre 2 a été utilisé pour montrer cet effet. Des mesures ont également été effectuées avec un fil de diamètre  $d_w = 2.5\mu$ m monté sur une sonde coudée. Les résultats montrent l'apparition d'un maximum d'amplitude des oscillations de température à la fréquence fondamentale. Les résultats expérimentaux et le modèle analytique sont en bon accord qualitatif. Notamment, la position du maximum d'amplitude des fluctuations est correctement prédite par le modèle. Les amplitudes des fluctuations de température aux fréquences des harmoniques supérieurs n'ont pu être mesurées, le signal étant trop faible par rapport au bruit de mesure. Un banc de montage permettant la fabrication de sondes coudées munies de fils froids de diamètre  $1\mu$ m est en cours d'élaboration au LMFA. De nouvelles campagnes expérimentales sont prévues très prochainement avec ces fils dont la réponse fréquentielle sera plus adaptée à nos conditions expérimentales. Dans la partie suivante, la mesure des fluctuations de vitesse à l'aide de l'anémométrie à tension constante (CVA) dans un résonateur acoustique est étudiée. Il est montré qu'une calibration quasistationnaire classique n'est pas valide dans le cas d'un écoulement oscillant. Notamment, la vitesse de l'écoulement proche des instants auxquels celui-ci se retourne est mal prédite. Les phénomènes inertiels qui ne sont pas pris en compte dans les calibrations quasi-stationnaires sont modélisés et leur importance aux instants de retournement de l'écoulement est mise en évidence. Sont ainsi modélisées : l'inertie thermique du fil, les pertes par conduction par les broches, ainsi que l'importance de la conduction de la chaleur du fil vers le fluide l'entourant. Les effets visqueux, qui devraient avoir des conséquences semblables à celles dues à la diffusion de la chaleur dans le fluide, sera également à prendre en compte à l'avenir. Proche du retournement de l'écoulement, ces différents phénomènes tendent à augmenter le transfert de chaleur et à induire un retard de phase entre le transfert de chaleur et les oscillations de vitesse. En revanche, la calibration stationnaire est valide proche des extrema de vitesse.

Les résultats obtenus vont servir à développer un modèle complet qui, grâce à une résolution du problème inverse, devrait permettre une mesure des fluctuations de vitesse précise, même lorsque celles-ci ne sont pas purement sinusoïdales, comme c'est le cas derrière un stack thermoacoustique. Les recherches à venir pourront donc s'orienter vers le développement d'un tel modèle. Il serait également intéressant d'étudier la possibilité de prendre en compte certains de ces phénomènes inertiels de manière approchée (en essayant de modifier le coefficient du terme instationnaire de l'équation 3.7 par exemple) afin de réduire le temps de calcul dans la perspective d'une résolution du problème inverse.
## Chapitre 4

Caractérisation par Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV) des écoulements secondaires derrière un stack thermoacoustique et au sein d'un couple stack - échangeur de chaleur aux fortes amplitudes.

## 4.1 Introduction.

Nous nous intéressons dans ce chapitre à l'étude expérimentale de l'écoulement proche des extrémités des plaques du noyau thermoacoustique, constitué soit d'un stack seul, soit d'un couple stack - échangeur de chaleur, à des niveaux acoustiques élevés. En effet, le champ aérodynamique à cet endroit est fortement couplé au champ thermique, et influe donc sur les performances globales du système thermoacoustique (cf. Marx (2003) par exemple). La technique de mesure utilisée est la Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV), qui est une mesure optique du champ de vitesse. Le champ de vitesse est calculé à partir de deux images de l'écoulement prises à deux instants différents. L'écoulement est auparavant ensemencé de traceurs réfléchissant la lumière d'un laser qui éclaire la zone de mesure. L'intervalle de temps entre les images est suffisament petit pour que le déplacement des traceurs puisse être évalué par des algorithmes de corrélations adéquats. Dès lors, connaissant le déplacement des traceurs durant un intervalle de temps défini, il est possible de calculer le champ de vitesse dans la zone de mesure. De plus amples détails à propos de cette technique de mesure sont donnés dans Raffel *et al.* (1998).

Cette étude s'inscrit dans le prolongement des travaux de Duffourd (2001) qui a mesuré, avec cette même technique expérimentale, l'écoulement derrière un stack seul à faible niveau de pression acoustique. Les niveaux acoustiques à l'intérieur du résonateur sont ici plus élevés et plus proches de niveaux attendus dans le cadre d'applications pratiques ( $DR \leq 5\%$  au lieu de  $DR \leq 1.5\%$  chez Duffourd (2001)). A de tels niveaux apparaissent des régimes d'écoulement intermédiaires entre le régime d'écoulement à faible niveau observé par Duffourd (2001) et le régime turbulent. L'écoulement à l'intérieur des espaces séparant le stack des échangeurs est également exploré pour la première fois expérimentalement. Précisons que seules les caractéristiques aérodynamiques de l'écoulement sont considérées dans ce chapitre.

Plusieurs études numériques récentes concernent l'étude de l'écoulement dans un réfrigérateur thermoacoustique. Cao *et al.* (1996) ont, les premiers, simulé l'effet thermoacoustique au dessus d'une plaque isotherme unidimensionnelle, en résolvant les équations de Navier-Stokes bidimensionnelles. Worlikar et Knio (1996) ont calculé l'écoulement aux bords d'une plaque de stack bidimensionnelle, tandis que Besnoin et Knio (2004) ont décrit l'écoulement aux bords de la même plaque couplée à un échangeur de chaleur. Ces deux dernières études sont basées sur une approximation de faible nombre de Mach. Des simulations, basées sur la résolution des équations de Navier-Stokes bidimensionnelles complètes, avec des conditions aux limites spécifiques prenant en compte la réflexion de l'onde sur le fond du résonateur pour une meilleur représentation du champ acoustique, ont permis d'étudier le cas d'une plaque de stack isotherme unidimensionnelle (Ishikawa et Mee, 2002; Marx et Blanc-Benon, 2005), d'une plaque unidimensionnelle couplée à un échangeur de chaleur (Marx et Blanc-Benon, 2004a), et d'une plaque bidimensionnelle seule (Marx, 2003).

L'ensemble de ces études montrent que le transfert de chaleur aux extrémités des plaques et entre le stack et les échangeurs est fortement influencé par le champ aérodynamique. Herman et al. (1998) ont obtenu des conclusions semblables à partir des mesures du champ thermique au dessus d'une plaque soumise à un gradient thermique dans un écoulement oscillant. Ces auteurs ont ainsi montré que le champ de température obtenu par interférométrie holographique est influencé par des tourbillons générés aux extrémités des plaques du stack (Wetzel et Herman, 2000). Plusieurs travaux expérimentaux ont cherché à caractériser les écoulements et à mesurer les champs de vitesse instationnaire dans les systèmes thermoacoustiques, bien que la plupart des études expérimentales se concentrent sur les mesures de performance (Poese et Garrett, 2000; Paek et al., 2005a). Citons tout d'abord Huelsz et Ramos (1998) et Huelsz et al. (2002) qui ont exploré les couches limites thermiques et visqueuses au dessus d'une plaque dans un résonateur acoustique à l'aide de mesures fil froid - fil chaud. Mais une technique de mesure optique non intrusive est préférable dans ce genre de situation, et ces mêmes auteurs (Castrejón-Pita et al., 2006) ont montré que l'Anémométrie Laser Doppler (LDA) et la PIV donnent, dans les mêmes conditions, des résultats de meilleure qualité. L'écoulement à l'intérieur d'un résonateur acoustique a pour la première fois été mesuré à l'aide de la LDA par Taylor (1976). Cette technique de mesure optique, donnant une mesure locale de la vitesse en un point unique, a également été utilisée par Bailliet et al. (2000a) et Biwa et al. (2001) pour mesurer la puissance acoustique dans un résonateur thermoacoustique, ainsi que par Thompson et Atchley (2005a) pour des mesures d'écoulement redressé ("streaming"). Pour notre étude, la PIV a été préférée à la LDA car elle permet de mesurer un champ de vitesse à l'intérieur d'une zone de mesure étendue, et non pas en un point unique. La PIV est initialement dédiée aux mesures dans des écoulements traditionnels, pour des mesures de turbulence par exemple (Raffel et al., 1998; Bailly et Comte-Bellot, 2003). Ce n'est que depuis récemment que cette technique est utilisée dans le but de mesurer des vitesse acoustiques, sans écoulement moyen. Humphreys et al. (1998) ont ainsi effectué des mesures PIV de la vitesse acoustique dans un tube à impédance. Hann et Greated (1997) ont développé une méthode non conventionnelle pour extraire la vitesse acoustique dans une onde stationnaire à partir du spectre d'images PIV multi-exposées. Une revue plus exhaustive de l'utilisation de la LDA et de la PIV pour mesurer des vitesses acoustiques et des écoulements redressés est disponible dans Campbell et al. (2000). La mesure par PIV des écoulements au sein des réfrigérateurs thermoacoustiques est un domaine qui attire tout récemment l'attention de plusieurs équipes de recherche. Outre les études expérimentales effectuées au LMFA, des travaux de Duffourd (2001) aux résultats présentés de thèse, en passant par Blanc-Benon et al. (2003), Berson et al. (2007a), et Berson et Blanc-Benon (2007b), citons tout d'abord

les recherches de Debesse *et al.* (2007), qui ont développé une technique de reclassement spécifique permettant d'effectuer des mesures PIV dans un résonateur thermoacoustique sans synchronisation. Aben et Zeegers (2006) utilisent la PIV pour étudier la transition vers la turbulence dans les couches limites acoustiques le long des plaques des stacks, à très fort niveau d'amplitude. Enfin, Mao *et al.* (2007) utilisent une technique expérimentale identique à celle développée par Duffourd (2001) pour tenter de caractériser l'écoulement dans les canaux du stack, proche des extrémités.

Au cours de ce chapitre, nous allons mettre en évidence l'apparition d'échappement tourbillonnaire derrière les plaques du stack. Ces structures tourbillonnaires sont générées par les oscillations des couches de cisaillement sortant dans le prolongement des couches limites visqueuses oscillant le long des plaques du stack. L'étude de l'échappement tourbillonnaire derrière des objets de différentes formes dans un écoulement à vitesse moyenne non nulle a fait l'objet de nombreuses études disponibles dans la littérature. Citons entre autres Zdravkovich (2003) qui regroupe l'ensemble des connaissances acquises récemment sur l'écoulement derrière des cylindres. L'étude de l'échappement tourbillonnaire derrière une plaque plane, semblable aux plaques d'un stack, est proposée par Nakamura et al. (1991). L'écoulement derrière un objet oscillant (ou le cas d'un objet dans un écoulement oscillant avec composante continue non nulle) a été étudié par Bearman (1984) ou encore Detemple-Laake et Eckelmann (1989). Très peu d'études sont consacrées à l'échappement tourbillonnaire issu d'un objet placé dans un écoulement purement oscillant. Citons toutefois les travaux de Williamson (1985) à propos d'un cylindre dans un écoulement purement sinusoïdal. Les oscillations des couches de cisaillement derrière le stack, que nous observerons dans ce chapitre, semblent également proches, a priori, de l'apparition d'une onde de tourbillons ("vortex wave") derrière l'élargissement brusque d'un conduit à l'intérieur duquel l'écoulement est purement oscillant. Cette onde de tourbillons à fait l'objet des travaux de Sobey (1985), Tutty et Pedley (1993), et De-Blois et al. (1993). Néanmoins, plusieurs caractéristiques des écoulements étudiés dans la littérature ne correspondent pas aux résultats de nos mesures. C'est pourquoi nous pensons que l'écoulement derrière un stack thermoacoustique ne peut pas être classé strictement dans l'une ou l'autre de ces catégories mais possède ses propres spécificités. Un des objectifs de ce chapitre est donc de contribuer à la meilleure compréhension de l'écoulement derrière un stack thermoacoustique.

Ce chapitre est organisé de la façon suivante. La première partie est consacrée à la présentation du dispositif expérimental de PIV et des outils d'analyses utilisés ainsi qu'à l'estimation de l'erreur commise sur les gradients spatiaux de vitesse en fonction de la résolution spatiale des mesures. La méthode est ensuite validée par la mesure de l'écoulement dans le résonateur sans stack. Dans la partie suivante, nous nous intéressons à l'écoulement à l'intérieur des canaux du stack. La dissipation par frottements visqueux le long des plaques est estimée à partir du champ de vitesse dans les canaux et comparée à la dissipation théorique. Le paragraphe 4.5 est dédié à l'étude de l'écoulement derrière un stack seul à fort niveau de pression acoustique dans le résonateur. L'apparition d'oscillations des couches de cisaillement derrière les plaques du stack à fort niveau acoustique est mise en évidence. Un critère approché pour le déclenchement de ces oscillations est proposé pour des géométries de stack proches de celles étudiées. Des outils avancés de mécanique des fluides sont également utilisés pour caractériser les structures tourbillonnaires, fournissant ainsi une base de données expérimentales pour les études futures. Enfin, dans la dernière partie, l'écoulement entre deux stacks, représentant un couple stack - échangeur de chaleur, est caractérisé pour différentes distances séparant les deux empilements. L'apparition de structures tourbillonnaires entre les deux empilements à fort niveau acoustique augmente les pertes par dissipation visqueuse et fait perdre sa periodicité à l'écoulement en cet endroit ce qui aura des conséquences sur les performances globales du système thermoacoustique.

## 4.2 Dispositif expérimental.

## 4.2.1 Maquette de réfrigérateur thermoacoustique.

Les mesures sont effectuées dans la maquette de réfrigérateur thermoacoustique décrite dans le chapitre 1. Dans la première partie de ce chapitre, l'écoulement derrière deux types de stacks est étudié : le stack A et le stack B, dont les caractéristiques géométriques sont rappelées dans le tableau 4.1. Les écoulements mesurés sont comparés à des données issues de la littérature, correspondant aux stacks C, D et E, dont les géométries sont également rapportées dans le tableau 4.1. Le stack C correspond aux résultats expérimentaux de Berson et Blanc-Benon (2006, Document interne). Il présente des caractéristiques semblables à celles du stack A, avec un coefficient de blocage plus faible grâce à un support réduit mais une qualité de fabrication moindre. Le stack D correspond à un empilement de plaques épaisses de même épaisseur que celles du stack utilisé par Duffourd (2001). Les résultats pour le stack D proviennent de Berson et al. (2007a). Enfin, les données pour le stack E sont issues des résultats des études numériques de Besnoin (2001). Plus de détails sur les configurations C, D et E sont disponibles dans les références correspondantes. Les mesures de l'écoulement entre deux empilements représentant un couple stack échangeurs de chaleur, présentées dans le paragraphe 4.6, sont effectuées entre deux stacks A.

Stack	А	В	С	D	Е
l (mm)	18	18	24	25	_
$2y_0 (\mathrm{mm})$	0.41	0.27	0.42	1	0.93
$e_0 (\mathrm{mm})$	0.17	0.17	0.17	1	0.47
BR	0.39	0.34	0.62	0.5	0.66
$f_{osc}$ (Hz)	461	455	464	210	110
$\delta_{\nu} \ (\mathrm{mm})$	0.10	0.10	0.10	0.15	0.21

TAB. 4.1 – Caractéristiques des différentes configurations de stack. l est la longueur des plaques,  $2y_0$  est l'espace entre les plaques,  $e_0$  est l'épaisseur des plaques,  $BR = (2y_0/(2y_0 + e_0)) \times (1 - S_{solid}/S_{res}))$  est le coefficient de blocage, avec  $S_{solid}$  la surface du support du stack et  $S_{res}$  la section du résonateur.  $\delta_{\nu} = \sqrt{\nu/(\pi f_{osc})}$  est l'épaisseur de couche limite visqueuse, avec  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide.

## 4.2.2 Dispositif de Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV).

Le dispositif de PIV est présenté dans la figure 4.1. Des photos de l'installation sont également disponibles dans l'annexe A (figures A.6 et A.7). Les images sont acquises à l'aide d'une caméra numérique LaVision FlowMaster 3 couplée à un objectif zoom Navitar  $12\times$ . La taille du capteur CCD de la caméra est  $8.6 \times 6.9$ mm<sup>2</sup> soit  $1280 \times 1024$ pix<sup>2</sup>. L'objectif, muni de sa bague allonge  $1\times$  et de sa bonnette  $0.5\times$ , permet de viser des zones de mesure comprises entre  $30.1 \times 23.9$ mm<sup>2</sup> et  $3.6 \times 2.9$ mm<sup>2</sup>, à une distance de travail fixe d'environ 17cm de l'objet. Soient des grandissements de 0.4 à 2.4 respectivement. A noter que des zones de mesure inférieures au millimètre carré peuvent être obtenues à l'aide de cet objectif, mais la distance de travail dans ce cas (environ 3cm) n'est pas adaptée à notre dispositif. La caméra est placée perpendiculairement à la direction d'oscillation et de sorte que l'on voie le fluide à l'intérieur du stack. Elle est située à la place du lecteur dans la figure 4.1.

La zone de mesure est éclairée par un laser Nd : YAG à deux cavités de longueur d'onde  $\lambda_{laser} = 532$ nm délivrant des impulsions durant 3 à 5 ns avec une énergie de 50 mJ. Le plan laser est parallèle à l'axe du



FIG. 4.1 – Schéma du dispositif expérimental pour les mesures PIV. La caméra est placée hors du plan du schéma, à la place du lecteur. La zone délimitée en tirets, près du stack, représente la zone de mesure.

résonateur et perpendiculaire aux plaques du stack. L'éclairement se fait à travers une fenêtre en verre située au fond du résonateur ou, dans le cas des mesures à deux stacks, par les parois de l'accès optique. L'ajustement du temps  $\delta t$  entre deux impulsions laser est un paramètre important : trop grand, la vitesse varie entre deux impulsions laser introduisant une erreur de mesure importante; trop petit, le déplacement des particules entre deux images n'est pas suffisant pour que les algorithmes de corrélation du logiciel Davis 7.0 fonctionnent correctement, et la vitesse mesurée est également entachée d'erreurs. Les choix de  $\delta t$  pour les différents cas présentés plus loin dans ce chapitre ainsi que l'erreur commise sur la vitesse sont donnés dans le tableau 4.2.

La fréquence maximale de répétition entre les paires d'impulsions laser est  $f_{laser} = 15$ Hz, mais la fréquence d'acquisition du système global est limitée par la caméra ( $f_{cam} = 2$ Hz). L'onde acoustique oscillant à  $f_{osc} = 460$ Hz environ, notre système n'a pas une résolution temporelle suffisante pour décrire l'écoulement. C'est pourquoi nous avons recours aux moyennes de phase, dont le principe est schématisé dans la figure 4.2. L'onde acoustique étant un phénomène périodique, le laser et la caméra sont déclenchés par un signal TTL synchronisé avec le signal électrique alimentant le haut-parleur. Un retard  $\tau$  entre le signal TTL et le déclenchement du laser et de la caméra est défini dans le logiciel de contrôle. En ajustant  $\tau$ , différentes phases d'une période acoustique sont acquises. Ainsi une période acoustique est découpée en trente-deux phases temporellement équidistantes. La phase  $\Phi = 0^{\circ}$  est définie comme l'instant pour lequel la pression acoustique est nulle, et la vitesse maximale, l'écoulement étant dirigé vers le haut-parleur. Pour chaque phase, cinquante champs instantanés sont mesurés et enregistrés simultanément avec le signal de pression.

Section	Zone de mesure	$P_{ac}$	$\delta t$	$err_{\delta t}$	$err_{\delta t}/u_{ac}$
	$(mm^2)$	(Pa)	$(\mu s)$	${ m m.s^{-1}}$	(%)
4.3	$30.1 \times 23.9$	1000	15	0.05	4.3
		5000	3	0.05	0.9
4.4	$3.6 \times 2.9$	1000	5	0.02	1.5
		2000	2.5	0.02	0.72
		3000	1.7	0.02	0.5
		4000	1.17	0.02	0.3
		5000	1	0.02	0.3
4.5	$10.2 \times 8.2$	1000	15	0.05	4.3
		2000	7	0.05	2.0
		3000	5	0.05	1.5
		4000	3.5	0.05	1.0
		5000	3	0.05	0.9
4.6	$6.6 \times 5.3$	1000	8	0.03	2.3
		2000	4	0.03	1.2
		3000	2.6	0.03	0.8
		4000	2	0.03	0.6
		5000	1.5	0.03	0.4

TAB. 4.2 – Estimation de l'erreur commise sur la mesure de vitesse acoustique due aux variations de vitesse entre deux impulsions laser. L'erreur est définie par :  $err_{\delta t} = [u'(t) - u'(t + \delta t)]$ .  $u_{ac}$  est l'amplitude des fluctuations de vitesse sinusoïdales, à la fréquence  $f_{osc} = 460$ Hz. Les erreurs sont calculées pour  $\tilde{x} = 65$ mm.



FIG. 4.2 – Schéma de la synchronisation du système PIV pour les moyennes de phase. En haut, le signal temporel de vitesse découpé en 32 phases par période acoustique. Au milieu le signal TTL synchronisé sur le signal électrique alimentant le haut-parleur. En bas les impulsions laser correspondant aux acquisitions. Les deux impulsions sont séparées d'un temps  $\delta t$ . Sur le schéma, le retard  $\tau$  est ajusté pour l'acquisition de la dixième phase d'une période ( $\Phi = 112.5^{\circ}$ ).

La caméra est calibrée à l'aide d'une mire collée sur un support réglable en hauteur introduit par le fond du résonateur. La mire est en mylar blanc sur lequel sont imprimés des disques noirs de diamètre  $0.25 \pm 0.013$ mm et espacés de  $0.5 \pm 0.005$ mm. Une image de la mire est proposée dans un chapitre précédent, figure 3.2(b). Pour chaque série de mesure, une première calibration est effectuée : la mire est placée affleurante à la tranche laser et la mise au point est faite sur les points de la mire. La détection des points de la mire et la calibration sont effectuées automatiquement à l'aide du logiciel Davis 7.0. Cette première calibration permet de vérifier les champs de vitesse mesurés au cours des expériences. La mise au point étant généralement légèrement ajustée pour obtenir les meilleures images de particules possibles, il est nécessaire de refaire une calibration a posteriori durant laquelle la hauteur de la mire est cette fois ajustée, sans modifier la mise au point. Il a été vérifié lors de la calibration que la courbure de la partie centrale du résonateur, sur laquelle sera fait l'ensemble des mesures présentées par la suite, est suffisament faible pour que les déformations optiques puissent être négligées. Les déformations sont en revanche importantes proche des parois, ce qui nous empèche par exemple de visualiser les couches limites aux parois du résonateur.

Finalement, les champs de vitesse sont calculés à partir des images à l'aide du logiciel commercial LaVision Davis 7.0. Des itérations multiples des algorithme de corrélation, avec décalage des fenêtres et des taille de fenêtres décroissantes au cours des itérations, permettent d'obtenir des champs de vitesse avec une résolution spatiale et un rapport signal sur bruit élevés. Une bonne résolution spatiale est en effet primordiale pour l'estimation des gradients spatiaux de vitesse, comme nous allons le voir dans le paragraphe 4.2.5. Sauf précision, les tailles finales des fenêtres d'interrogation des mesures présentées sont  $16 \times 16$  pix<sup>2</sup> avec 50% de recouvrement.

## 4.2.3 Ensemencement.

L'ensemencement est effectué par un générateur de fumée Dantec (9010D0901 SPT Smoke Generator). Le générateur consiste en un compresseur qui injecte des gouttes d'huile de paraffine ( $\rho_p \approx 800$ kg.m<sup>-3</sup>) dans un four, fournissant ainsi un brouillard de microgoutelettes. D'après les données du constructeur, le diamètre moyen des microgoutelettes est  $d_p = 1.5\mu$ m, et ne dépasse pas  $d_p = 4\mu$ m. Les plus grosses particules sont filtrées à l'aide de plusieurs grilles en cuivre situées à l'extrémité du tube de sortie du générateur. La fumée en sortie de ce tuyau est à la température ambiante. Elle est introduite dans le résonateur par très petite quantité à l'aide d'un tube capillaire traversant le fond du résonateur. Un second tube capillaire est relié à un réservoir d'eau permettant d'évacuer la surpression dans le résonateur, induite par l'injection des particules, tout en maintenant l'étanchéité du système. La fumée est injectée alors que le haut-parleur fonctionne. Puis on attend quelques instants que l'ensemencement soit homogène avant d'effectuer les acquisitions. Des particules sont réinjectées régulièrement afin de compenser les pertes par fuites et par dépôt le long des parois du résonateur. Ce dernier point rend également nécessaire le nettoyage régulier des parois de l'accès optique.

L'écoulement considéré étant oscillant, les particules vont présenter une inertie par rapport aux déplacements du fluide. Il faut donc s'assurer que les particules d'ensemencement suivent bien l'écoulement à la fréquence d'oscillation de l'onde. Dans son article de synthèse, Melling (1997) propose une méthode pour calculer la réponse en fréquence des particules d'ensemencement. Pour cela il considère une particule isolée et sphérique. La densité du fluide de la particule étant très grande devant celle du fluide de travail ( $\rho_p \gg \rho_f$ , le fluide de travail étant l'air à température ambiante), l'équation du mouvement de la particule peut s'écrire :

$$\rho_p \frac{\pi d_p^3}{6} \frac{\mathrm{d}u'_p}{\mathrm{d}t} = -3\pi\mu d_p \left( u'_p - u'_f \right), \tag{4.1}$$

avec  $u'_p$  et  $u'_f$  les vitesses instantanées des particules d'ensemencement et du fluide respectivement. Le rapport de ces deux vitesses  $\eta = u'_p/u'_f$  est calculé à partir de l'équation 4.1. On considère que l'ensemencement suit l'écoulement lorsque  $\eta > 0.99$ . La figure 4.3 propose ainsi les courbes de réponse en fréquence pour différents diamètres de particules d'ensemencement. La fréquence de coupure des particules de diamètre moyen  $d_p = 1.5\mu$ m que nous utilisons,  $f(\eta = 0.99) \approx 4$ kHz, est supérieure à la fréquence d'oscillation de l'écoulement. Les plus grosses particules  $d_p = 4\mu$ m produites par le générateur de fumée ont une fréquence de coupure bien inférieure,  $f(\eta = 0.99) \approx 560$ Hz. Néanmoins, cette fréquence de coupure reste supérieure à la fréquence d'oscillation de l'écoulement et la quantité de particules de ce diamètre introduites dans le résonateur est faible puisque, comme il a été précisé plus haut, les goutelettes les plus grosses sont filtrées. L'utilisation de microgoutelettes d'huile de paraffine comme particules d'ensemencement apparaît donc appropriée pour nos mesures.



FIG. 4.3 – Courbes de réponse en fréquence des particules d'ensemencement dans un écoulement oscillant, d'après l'équation 4.1. Les particules sont des goutelettes d'huile de paraffine dans l'air.

## 4.2.4 Analyse du champ de vitesse mesuré par PIV.

L'exploitation des champs de vitesse mesurés par PIV nécessite l'utilisation d'outils d'analyse adaptés aux écoulements observés. Ainsi, les champs de vitesse et de vorticité permettent une visualisation globale de l'écoulement. Nous avons par ailleurs utilisé des outils d'analyse avancés permettant la détection et la caractérisation fine des structures tourbillonnaires. Il a ainsi été possible de calculer la position et les frontières des tourbillons ainsi que leur circulation et leur aire.

L'écoulement est visualisé à l'aide de la vorticité, qui permet de rendre compte des gradients de vitesse dans les couches limites ainsi que des structures tourbillonnaires. La vorticité  $\Omega$  est définie, dans le plan de mesure, par :

$$\Omega = \frac{1}{2} \left( \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} \right),\tag{4.2}$$

avec (u, v) les composantes des vecteurs vitesse dans le plan de mesure (x, y). Afin de caractériser plus précisément les structures tourbillonnaires, il est nécessaire de définir un critère déterminant les frontières des tourbillons. Différents critères d'identification des tourbillons ont été proposés dans la littérature. Citons notamment les critères Q (Dubief et Delcayre, 2000),  $\lambda_2$  (Jeong and Hussain, 1995) et  $\Gamma_2$  (Graftieaux *et al.*, 2001). Les deux premiers critères, Q et  $\lambda_2$ , nécessitent le calcul des gradients spatiaux de vitesse, tout comme la vorticité. Les gradients spatiaux de vitesse sont sensibles au bruit de mesures et, de plus, il est montré dans le paragraphe suivante que leur estimation dépend de la résolution des mesures PIV. Le critère  $\Gamma_2$  sera donc préféré et utilisé dans l'ensemble de ce chapitre. En effet, la fonction  $\Gamma_2$  ne dépend pas des gradients spatiaux de vitesse mais est définie en tout point M de coordonnées  $\vec{x} = (x, y)$  par :

$$\Gamma_2\left(\vec{x}\right) = \frac{1}{S} \iint_{M' \in S} \sin\theta \mathrm{d}x' \mathrm{d}y',\tag{4.3}$$

avec S un disque de centre M et  $\theta$  l'angle entre  $\vec{x}' - \vec{x}$  et  $\vec{u}(M') - \vec{u}(M)$ , M' étant un point de coordonnées  $\vec{x}' = (x', y')$  dans le disque S, et  $\vec{u}(M) = (u(M), v(M))$  la vitesse en un point M. Les grandeurs impliquées dans le calcul de la fonction  $\Gamma_2$  sont schématisées dans la figure 4.4. Cette fonction est adimensionnelle et comprise entre  $2/\pi$  et 1 lorsque l'écoulement est localement dominé par la rotation. Elle permet donc de détecter les frontières des tourbillons par seuillage mais ne rend pas compte de leur "intensité". Pour rendre compte de l'"intensité" des tourbillons, la circulation  $\mathcal{C}$  le long des contours de  $|\Gamma_2| = 2/\pi$  est calculée :

$$\mathcal{C} = \oint_{|\Gamma_2|=2/\pi} u \mathrm{d}x + v \mathrm{d}y.$$
(4.4)

Graftieaux *et al.* (2001) proposent également un critère semblable à  $\Gamma_2$  permettant de détecter le centre des tourbillons. Ce critère, dénommé  $\Gamma_1$ , présente en effet un extremum local au centre des tourbillons. Malheureusement,  $\Gamma_1$  n'est pas valide lorsque les tourbillons sont convectés, comme c'est le cas içi. Pour détecter le centre d'un tourbillon, il faudrait donc, localement, se placer dans son repère de convection avant de calculer  $\Gamma_1$ . C'est à dire que le champ de vitesse à l'intérieur de la surface S du tourbillon doit être transposé dans un repère se déplaçant à la vitesse de convection du tourbillon. En pratique, nous avons vérifié que les centres identifiés par cette méthode sont très proches des maxima de la fonction  $|\Gamma_2|$ , cette dernière prenant en compte la vitesse de convection du tourbillon par définition. Pour des raisons de facilité de mise en oeuvre, c'est donc la détection des maxima de  $|\Gamma_2|$  que nous avons choisie pour l'identification du centre des tourbillons. L'aire des tourbillons  $\mathcal{A}$  sera également calculée comme étant l'aire comprise à l'intérieur des contours  $|\Gamma_2| = 2/\pi$ .

# 4.2.5 Influence de la résolution spatiale sur l'estimation des gradients de vitesse : application au calcul de la dissipation visqueuse dans un canal du stack.

Certains des outils d'analyse des données qui viennent d'être présentés nécessitent le calcul des gradients spatiaux de vitesse. Il en est de même pour d'autres quantités nous intéressant comme la dissipation visqueuse. Cette dernière est définie dans le cas bidimensionnel par (Landau et Lifshitz, 1987) (W.m<sup>-3</sup>) :

$$\dot{q}_{\nu} = 2\mu \left[ \left( \frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{3} \left( \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 \right].$$
(4.5)

Les dérivées spatiales des vitesses sont estimées par différences finies centrées. Par exemple, on calcule la dérivée de la vitesse  $u'_m$  par rapport à y au point de maillage m:

$$\frac{\partial u'_m}{\partial y} \approx \frac{u'_{m+1} - u'_{m-1}}{2\Delta y},\tag{4.6}$$



FIG. 4.4 – Schéma représentant les grandeurs impliquées dans le calcul de la fonction  $\Gamma 2$ .

avec  $\Delta y$  la distance entre deux points de maillage successifs.  $1/\Delta y$  sera dénommée résolution du maillage par la suite. Les points adjacents aux parois du stack et aux bords des zones de mesure sont calculés par différences finies décentrées. La résolution du maillage est déterminée par la taille des pixels de l'image et la taille des fenêtres d'interrogation de l'algorithme de PIV. La taille des pixels de l'image dépend des dimensions de la zone de mesure. Par exemple pour une zone de mesure de  $5 \times 4$ mm<sup>2</sup>, la taille d'un pixel de l'image vaut : 1pix = 5/1280 = 4/1024 = 0.0039mm. La taille des fenêtres d'interrogation la plus petite possible tout en limitant le bruit de mesure. La taille des fenêtres d'interrogation est notamment limitée par la nécessité, pour les algorithmes de corrélation du système PIV, d'avoir plusieurs particules d'ensemencement dans une fenêtre pour pouvoir calculer précisément la vitesse.

Une manière simple d'évaluer l'influence de la résolution du maillage sur l'estimation des gradients de vitesse est d'estimer l'erreur faite sur l'estimation de la dissipation visqueuse dans un canal du stack. Le profil de vitesse à l'intérieur d'un canal plan à l'intérieur duquel les effets visqueux le long des parois ne sont pas négligeables ( $\delta_{\nu}$  n'est pas négligeable devant  $2y_0$ ), est calculé par Swift (1988), à partir de l'équation de conservation de la quantité de mouvement linéarisée :

$$u'(x,y) = \frac{i}{\rho_f \omega} \frac{1}{BR} \frac{\partial P'(x)}{\partial x} \left( 1 - \frac{\cosh[(1+i)y/\delta_{\nu}]}{\cosh[(1+i)y_0/\delta_{\nu}]} \right).$$
(4.7)

A noter que Arnott *et al.* (1991) proposent un modèle similaire pour des canaux de sections diverses, qui est équivalent au modèle de Swift (1988) pour un canal plan. On peut considérer la vitesse comme unidimensionnelle à l'intérieur du stack et négliger le gradient de vitesse selon la direction de l'onde acoustique x. Ainsi la dissipation visqueuse moyennée sur la section du canal du stack et sur une période acoustique est donnée par :

$$\langle \dot{q}_{\nu,th} \rangle = \frac{1}{2y_0} \int_0^{2y_0} \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \mu \left(\frac{\partial u'(x,y,t)}{\partial y}\right)^2 \mathrm{d}t \mathrm{d}y.$$
(4.8)

111

En développant l'équation 4.8, Lotton *et al.* (2007) obtiennent finalement, en  $W.m^{-3}$ :

$$\langle \dot{q}_{\nu,th} \rangle = \frac{\mu}{4y_0 \delta_\nu} \frac{\sinh(2y_0/\delta_\nu) - \sin(2y_0/\delta_\nu)}{|\cosh^2[(1+i)y_0/\delta_\nu]|}.$$
(4.9)

L'erreur relative entre les dissipations visqueuses moyennes théoriques  $\langle \dot{q}_{\nu,th} \rangle$  et estimées à partir des mesures PIV  $\langle \dot{q}_{\nu} \rangle$ , est ainsi donnée par :

$$err_{\dot{q}_{\nu}} = \frac{\langle \dot{q}_{\nu} \rangle - \langle \dot{q}_{\nu,th} \rangle}{\langle \dot{q}_{\nu,th} \rangle}.$$
(4.10)

Les erreurs dans l'estimation de la dissipation visqueuse pour les différents cas étudiés par la suite sont présentés dans le tableau 4.3. L'erreur croît avec la distance entre les points de maillage. L'erreur dépend également du décalage du maillage par rapport aux parois des plaques, comme on peut le voir dans le tableau 4.3 où deux cas extrêmes sont rapportés. La différence entre les erreurs commises dans le cas le plus favorable (noté avec l'exposant f) et le cas le plus défavorable (noté avec l'exposant d) est importante car les gradients spatiaux les plus élevés, qui contribuent le plus à la dissipation, se trouvent très proches des parois. L'écart entre les erreurs dues au positionnement du maillage par rapport aux plaques est tout de même moins important quand la résolution est élevée. Dans les sections 4.5 et 4.6, la dissipation (et donc les gradients de vitesse) peut être fortement sous-estimée, ce dont il faudra tenir compte si l'on souhaite donner une description quantitative de l'écoulement.

Section	Zone de mesure $(mm^2)$	Taille fenêtre	$\Delta y/\delta_{\nu}$	$err^f_{\dot{q}_{ u}} \ (\%)$	$err^d_{\dot{q}_{\nu}}$ (%)
$4.4 \\ 4.5 \\ 4.6$	$3.6 \times 2.9$ $10.2 \times 8.2$ $6.6 \times 5.3$	$16 \times 16 \text{pix}^2, \text{ ov.} 50\%$ $16 \times 16 \text{pix}^2, \text{ ov.} 50\%$ $16 \times 16 \text{pix}^2, \text{ ov.} 50\%$	$0.23 \\ 0.64 \\ 0.41$	2.7 17.6 16.6	$14.1 \\ 52.4 \\ 44.0$

TAB. 4.3 – Erreur moyenne commise sur l'estimation de la dissipation visqueuse dans un canal du stack, due à la résolution du maillage, pour les différents cas étudiés dans les paragraphes suivants. La dissipation visqueuse est estimée pour un canal du stack A situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm du fond, à la fréquence d'excitation  $f_{osc} = 460$ Hz. L'exposant f correspond au positionnement du maillage le plus favorable, et l'exposant d au plus défavorable.

## 4.3 Validation de la technique expérimentale : mesure de l'onde acoustique stationnaire dans le résonateur en l'absence de stack.

La technique de mesure de vitesse par PIV présentée ici a déjà été utilisée et validée lors d'études précédentes effectuées au laboratoire (Duffourd, 2001; Blanc-Benon et al., 2003; Berson et al., 2007a). La validation de la technique expérimentale s'effectue pour un résonateur sans stack à l'intérieur duquel on connaît le champ acoustique, calculé dans le chapitre 1. Les mesures sont effectuées pour des champs d'acquisition de  $30.1 \times 23.9 \text{mm}^2$  centrés sur le point d'abscisse  $\tilde{x} = 65 \text{mm}$  depuis le fond du résonateur. La zone de mesure couvre la totalité de la section du résonateur. Néanmoins, les mesures proches des parois du résonateur (et notamment les couches limites) ne sont pas utilisables en raison de la présence de réflexions parasites et, surtout, de fortes déformations optiques dues à la courbure du résonateur à cet endroit. La figure 4.5 présente des champs de vitesse mesurés dans le résonateur sans stack pour  $P_{ac} = 1000$ Pa et  $P_{ac} = 5000$ Pa. Pour chaque niveau de pression, trois phases sont représentées :  $\Phi = 0^{\circ}$ ,  $\Phi = 180^{\circ}$ , et  $\Phi = 270^{\circ}$ . Les champs de vitesses sont issus de la moyenne de 50 champs instantanés. Dans une section, la vitesse est uniforme. Ce qui confirme l'hypothèse d'onde plane. Pour les deux niveaux de pression acoustique considérés, aucune turbulence n'est observée. Le champ acoustique reste laminaire. En effet, le nombre de Reynolds de l'écoulement, tel qu'il est défini par Merkli et Thomann (1975a), prend pour valeur, à  $P_{ac} = 5000$ Pa :

$$Re = \sqrt{2} \frac{u' \delta_{\nu}}{\nu} \approx 61, \tag{4.11}$$

avec  $\nu = \mu/\rho_a$  la viscosité cinématique du fluide de travail. La valeur du nombre de Reynolds de l'écoulement considéré est bien inférieure à la valeur critique  $\operatorname{Re}_{crit} = 400$  donnée par Merkli et Thomann (1975a), pour laquelle un écoulement oscillant devient turbulent.

$\begin{aligned} P_{ac}(x=0) \\ (Pa) \end{aligned}$	$H_2/H_1$ (%)	$H_3/H_1$ (%)
1000Pa	0.3	0.3
5000Pa	2.9	0.3

TAB. 4.4 – Taux d'harmoniques de pression au fond du résonateur à différents niveaux de pression acoustique.

Le champ de vitesse acoustique théorique est calculé à partir des mesures de la pression acoustique au fond du résonateur. Les niveaux de pression acoustique à l'intérieur du résonateur étant élevés, on voit apparaître des harmoniques supérieurs, multiples de la fréquence d'excitation du résonateur, qu'il faut prendre en compte. Les taux d'harmoniques  $H_m$  de pression à la fréquence  $mf_{osc}$  sont donnés dans le tableau 4.4, pour  $P_{ac} = 1000$ Pa et  $P_{ac} = 5000$ Pa. La décomposition du signal en série de Fourier permet de déterminer les amplitudes des harmoniques ainsi que leurs phases  $\phi_m$  respectives. Le signal de pression mesuré au fond du résonateur par le microphone  $P_{ac}(x_f, t)$  étant ainsi donné par :

$$P_{ac}(x_f, t) = H_1 \cos(2\pi f_{osc}t + \phi_1) + H_2 \cos(2\pi 2 f_{osc}t + \phi_2) + H_3 \cos(2\pi 3 f_{osc}t + \phi_3) + ...,$$
(4.12)

le signal de vitesse théorique  $u'_{th}(x,t)$  peut être calculé en tout point x du résonateur :

$$u'_{th}(x,t) = F(x,H_1,f_{osc})\sin(2\pi f_{osc}t+\phi_1) + F(x,H_2,2f_{osc})\sin(2\pi 2f_{osc}t+\phi_2) + F(x,H_3,3f_{osc})\sin(2\pi 3f_{osc}t+\phi_3) + \dots,$$
(4.13)

avec  $F(x, H_m, mf_{osc})$  la fonction permettant de déterminer l'amplitude des fluctuations de vitesse en un point du résonateur x et pour un niveau de pression  $H_m$  au fond du résonateur, à la fréquence  $mf_{osc}$ . La fonction F dans la partie rectiligne du résonateur est donnée par l'équation 1.22 que l'on rappelle ici :

$$F(x, H_m, m f_{osc}) = \operatorname{Re}\left[ik_m \left(Ce^{ik_m x} - De^{-ik_m x}\right)\right], \qquad (4.14)$$

avec  $k_m = 2\pi m f_{osc}/c_0$  le nombre d'onde, et C et D les constantes définies dans le chapitre 1



FIG. 4.5 – Champs de vitesse acoustique dans le résonateur sans stack. A gauche :  $P_{ac} = 1000$ Pa. A droite :  $P_{ac} = 5000$ Pa. De haut en bas :  $\Phi = 0^{\circ}$ ,  $\Phi = 180^{\circ}$ , et  $\Phi = 270^{\circ}$ .  $\tilde{x} = 65$ mm. Par soucis de clarté, le champ de vitesse est sous-échantilloné : un vecteur sur deux est représenté.

(équations 1.25 et 1.24). Pour plus de simplicité dans les notations, l'amplitude du premier harmonique de vitesse sera par la suite dénommé  $u_{ac} = F(x, H_1, f_{osc})$ . L'évolution au cours d'une période acoustique de la vitesse dans une section de résonateur est comparée au modèle analytique dans la figure 4.6, pour deux niveaux de pression acoustique  $P_{ac} = 1000$ Pa et  $P_{ac} = 5000$ Pa. Les erreurs sont estimées et données dans le tableau 4.5. La moyenne sur une période acoustique de l'erreur absolue est calculée, ainsi que la moyenne de l'erreur relative par rapport à l'amplitude de la vitesse  $u_{ac}$ . L'erreur relative moyenne vaut environ 5%. On observe donc un bon accord quantitatif entre les résultats expérimentaux et le modèle, jusqu'à  $P_{ac} = 5000$ Pa.



FIG. 4.6 – Evolution de l'amplitude des fluctuations de vitesse au cours d'une période acoustique.  $\circ$ : mesures à  $P_{ac} = 1000$ Pa.  $\Box$ : mesures à  $P_{ac} = 5000$ Pa. – – : vitesse théorique (cf. chapitre 1).  $\tilde{x} = 65$ mm.

$\begin{aligned} P_{ac}(x=0) \\ (Pa) \end{aligned}$	$\begin{array}{c} \langle u' - u'_{th} \rangle \\ (m.s^{-1}) \end{array}$	$ \begin{array}{c} \langle u' - u'_{th} \rangle / u_{ac} \\ (\%) \end{array} $
1000Pa	0.07	5.6
5000Pa	0.30	4.8

TAB. 4.5 – Estimation de l'erreur moyenne entre les mesures de vitesse oscillante et le modèle théorique (cf. chapitre 1).  $\tilde{x} = 65$ mm.

## 4.4 Mesure des couches limites oscillantes le long du stack.

Duffourd (2001) puis Berson et al. (2007a) ont mesuré les profils de vitesse à l'intérieur des canaux de stacks thermoacoustiques. Les cas étudiés dans ces travaux correspondent à des canaux plans et de section carré (Duffourd, 2001) de hauteur  $2y_0 \approx 6.5\delta_{\nu}$ . Nous effectuons ici les mesures des couches limites oscillantes dans le stack A où l'espacement entre les plaques vaut  $2y_0 = 4.1\delta_{\nu}$ . La mesure est effectuée dans le

stack à 1mm environ depuis le bord chaud. Les mesures plus à l'intérieur du stack ne sont pas possibles à cause de problèmes d'alignement du laser avec le stack qui créent des zones d'ombre le long des plaques. La difficulté principale de ces mesures réside en effet dans ces problèmes d'alignement entre le plan laser, le stack, et la caméra. Aux dimensions considérées, de légers défauts d'alignement ou de planéité des plaques du stack peuvent altérer fortement la qualité des images. La taille de la zone de mesure est  $3.6 \times 2.9$  mm<sup>2</sup>. Les champs de vitesse sont calculés à partir de fenêtres d'interrogation de  $16 \times 16$  pix<sup>2</sup> avec 50% de recouvrement ( $16 \times 16$ pix<sup>2</sup>, ov.50%). Les profils de vitesse obtenus à différents instants au cours d'une période acoustique sont donnés dans la figure 4.7, pour deux niveaux de pression acoustique différents :  $P_{ac} = 1000$ Pa et  $P_{ac} = 4000$ Pa. Des mesures à  $P_{ac} = 5000$ Pa ont également été effectuées mais se sont révélées inexploitables à cause de l'encrassement des parois du résonateur par l'ensemencement. Les points extrêmes des courbes sont situés sur les plaques du stack, où la vitesse est nulle et sont donnés pour référence. Les mesures sont interpolées par le modèle linéaire décrit dans l'équation 4.7. Le profil de vitesse à l'intérieur des canaux n'est pas uniforme, mais influencé par les effets visqueux. Conformément aux prédictions du modèle, le retournement de l'écoulement se produisant à  $\Phi = 90^{\circ}$  et  $\Phi = 270^{\circ}$  en l'absence de stack s'effectue d'abord dans les couches limites. Ainsi le fluide le long des parois s'écoule dans un sens opposé à celui du fluide situé au centre du canal à ces phases. L'amplitude des fluctuations de vitesse mesurées, en moyenne sur la section du canal, est très proche de celle prédite (erreur inférieure à 6% de la vitesse moyenne prédite). Les mesures présentent donc un bon accord quantitatif avec le modèle.

Le flux de chaleur  $\dot{q}_{\nu}$  dissipé par les frottements visqueux à l'intérieur d'un canal du stack est estimé à partir des mesures PIV. La dissipation est calculée selon la procédure décrite dans le paragraphe 4.2.5, à partir de l'équation 4.8 et en calculant la dérivée spatiale de la vitesse par différences finies. Les flux de chaleur dissipée par frottements visqueux en moyenne sur une section de canal et sur une période acoustique sont donnés dans le tableau 4.6 pour différents niveaux de pression acoustique. Les dissipations mesurées présentent une erreur relative entre 4 et 16% des pertes calculées analytiquement d'après l'équation 4.9 ( $\langle \dot{q}_{\nu,th} \rangle$ ), ce qui est satisfaisant étant donnée l'erreur due à la résolution des mesures (cf. paragraphe 4.2.5). A l'avenir, la précision des mesures de la dissipation par les frottements visqueux dans les couches limites pourra être améliorée en utilisant un maillage parfaitement aligné sur les parois des plaques du stack. L'utilisation d'une technique de flot optique pour le calcul des champs de vitesse permettrait également d'améliorer fortement la résolution spatiale des mesures (Quénot *et al.*, 1998).

$\begin{array}{c} P_{ac} \\ (Pa) \end{array}$	$\langle \dot{q}_{\nu} \rangle$ $(W.m^{-3})$	$\langle \dot{q}_{\nu,th} \rangle$ $(W.m^{-3})$	$ \frac{\left(\left\langle \dot{q}_{\nu}\right\rangle - \left\langle \dot{q}_{\nu,th}\right\rangle\right)}{\left(\%\right)} $
1000Pa	4436	4234	4.8
2000 Pa	19557	16938	15.5
3000 Pa	31909	38110	16.3
4000Pa	57839	67752	14.7

TAB. 4.6 – Estimation des pertes par dissipation visqueuse à l'intérieur des canaux du stack A. La dissipation est moyennée sur une période et sur une section du stack située à 1mm environ du bord chaud du stack ( $\tilde{x} = 65$ mm).



FIG. 4.7 – Profils de vitesse à l'intérieur des canaux du stack A pour  $P_{ac} = 1000$ Pa (a), et pour  $P_{ac} = 4000$ Pa (b).  $\circ$ : mesures. – – : interpolation par le modèle analytique (cf. équation 4.7). Les profils sont donnés pour une section du stack située à 1mm environ du bord chaud du stack ( $\tilde{x} = 65$ mm).

## 4.5 Mesure de l'écoulement derrière un stack seul.

L'écoulement derrière un stack thermoacoustique seul a déjà fait l'objet d'études expérimentales par Duffourd (2001) à faibles niveaux de pression acoustique ( $P_{ac} \leq 1500Pa$ ,  $u_{ac} \leq 3.6 \text{m.s}^{-1}$ ). Deux types de stacks ont été étudiés alors, présentant des écoulements différents : stacks constitués de plaques épaisses ( $e_0 \approx 6.7\delta_{\nu}$ ) ou de plaques fines ( $e_0 \approx 1\delta_{\nu}$ ). Duffourd (2001) a notamment observé l'apparition de structures tourbillonnaires attachées aux extrémités des plaques épaisses. Ces résultats ont été confirmés par les simulations numériques de Blanc-Benon et al. (2003) et Marx (2003). Des mesures semblables ont été effectuées par la suite, dans le même réfrigérateur thermoacoustique, mais pour des niveaux de pression atteignant 2000Pa et avec un stack de plaques épaisses possédant un coefficient de blocage plus élevé que celui de Duffourd (2001). Ces mesures, rapportées dans Berson et al. (2007a), montrent un début de détachement des tourbillons générés aux extrémités des plaques.

Les mesures présentées dans ce paragraphe ont été effectuées avec les stacks A et B, pour différents niveaux de pression compris entre 1000Pa et 5000Pa. Les plaques de ces stacks ont la même épaisseur que les plaques fines de Duffourd (2001), pour lesquelles aucun détachement tourbillonnaire n'avait été observé. L'espacement entre les plaques,  $2y_0 = 3.4\delta_{\kappa}$  pour le stack A et  $2y_0 = 2.3\delta_{\kappa}$  pour le stack B, est proche de l'espacement optimal défini par Tijani *et al.* (2002a). La géométrie de ces stacks est donc proche de géométries qui pourraient être choisies en vue d'une application pratique. Les stacks sont placés à la position  $\tilde{x}_c = 65mm$ , ainsi que  $\tilde{x}_c = 115mm$  pour le stack A. Les stacks présentent un fort coefficient de blocage dû à leur support, obstruant une partie du résonateur. Cela permet d'atteindre, à l'intérieur des canaux des stack, des amplitudes de vitesse oscillante pouvant atteindre jusqu'à 20m.s<sup>-1</sup>.

Dans ce chapitre, seuls quelques extraits des mesures effectuées seront présentés pour appuyer l'analyse. Une collection de mesures plus exhaustive est disponible dans l'annexe D.

## 4.5.1 Description de l'écoulement : oscillation des couches limites derrière le stack aux fortes amplitudes.

Les champs de vorticité derrière le stack A placé à  $\tilde{x}_c = 115mm$  sont donnés dans les figures 4.9 et 4.10 pour  $P_{ac} = 1000$ Pa et  $P_{ac} = 4000$ Pa respectivement. Les mesures sont issues de la moyenne de phase de cinquante champs instantanés. La figure 4.8 aide à situer les phases représentées sur les figures 4.9 et 4.10 dans un cycle acoustique.

A  $\Phi = 0^{\circ}$ , l'écoulement est dirigé vers le haut-parleur et rentre dans le stack du côté représenté sur les figures. A  $P_{ac} = 1000$ Pa comme à  $P_{ac} = 4000$ Pa, les zones de forte vorticité se trouvent le long des plaques du stack, dans les couches limites oscillantes décrites dans le paragraphe précédent. On note que, en raison d'un léger défaut d'alignement entre l'axe du laser et les plaques du stack, les parois inférieures des plaques sur les figures ne sont pas correctement éclairées. C'est pourquoi la vorticité à ces endroits est bruitée et l'écoulement mal décrit. Néanmoins, ce défaut n'affecte pas la qualité des mesures effectuées à l'extérieur du stack.

A  $P_{ac} = 1000$ Pa, durant les phases sortantes  $(u' > 0, \Phi = 90^{\circ} à 270^{\circ})$ , des couches de cisaillement, présentes le long des plaques du stack à cause des effets de la viscosité, s'étendent en dehors du stack sur plusieurs millimètres. L'écoulement est similaire à celui observé par Duffourd (2001). A  $P_{ac} = 4000$ Pa, durant les phases  $\Phi = 90^{\circ}$  à 168.75°, c'est à dire quand l'écoulement est sortant et accélère, les couches de cisaillement se prolongent également derrière le stack, pareillement au cas  $P_{ac} = 1000$ Pa. A partir



FIG. 4.8 – Vitesse au cours d'une période acoustique. Les phases représentées sur les figures 4.9 et 4.10 sont signalées par des cercle ( $\circ$ ). Une vitesse négative signifie que l'écoulement est dirigé vers le haut parleur, tandis qu'une vitesse positive indique que l'écoulement est dirigé vers le fond du résonateur et sort donc du côté chaud du stack qui est visualisé dans les figures 4.9 et 4.10.

de  $\Phi = 180^{\circ}$ , au maximum de vitesse, les couches de cisaillement commencent à osciller. Jusqu'à  $\Phi =$ 270°, quand l'écoulement décélère, les oscillations des couches de cisaillement génèrent des structures tourbillonnaires contrarotatives qui se détachent pour former une allée de tourbillons derrière chaque plaque du stack. Comme dans le cas des plaques épaisses (Berson et al., 2007a), les tourbillons tournant dans des sens différents se décalent rendant l'écoulement asymétrique. Besnoin et Knio (2004) observent des types d'écoulements semblables dans leurs simulations numériques. A noter que la gravité est dirigée en dehors du plan de mesure et ne peut donc être rendue responsable ni de l'asymétrie de l'écoulement ni du déclenchement des oscillations. De plus l'écoulement est bidimensionnel comme le montre la figure 4.11. Cette figure montre les champs de vitesse dans le plan (x,z) à  $P_{ac} = 5000$ Pa et  $\Phi = 225^{\circ}$ , derrière le stack A. La vitesse w' dans la direction z est hors du plan de mesure des figures 4.9 et 4.10. Les mesures ont été effectuées en pivotant le stack de 90° autour de l'axe du résonateur. Des fronts de vorticité parallèles aux bords du stack correspondant aux allées tourbillonnaires sont visibles sur le champ de vitesse u'(figure 4.11(a)). La vitesse selon la direction z n'est pas nulle, mais elle est faible comparée à la vitesse dans la direction x. La présence d'écoulement dans cette direction est probablement due aux effets de blocage du stack et aux défauts de régularité entre ses différents canaux. Néanmoins, aucun écoulement régulier traduisant la présence de structures tridimensionnelles liées à l'échappement tourbillonnaire n'est détecté. Le caractère bidimensionnel de l'écoulement est de plus confirmé par les simulations numériques 2D de Besnoin et Knio (2004) qui obtiennent des topologies d'écoulement semblables à celles observées dans nos mesures.

Revenons aux figures 4.9 et 4.10. A  $P_{ac} = 1000$ Pa, des zones de vorticité persistent durant la phase entrante et sont visibles jusqu'à  $\Phi = 337.5^{\circ}$  environ, longtemps après le changement de sens de la vitesse (cf. Annexe D). A  $P_{ac} = 4000$ Pa, des structures tourbillonnaires résiduelles sont également observées au delà de  $\Phi = 270^{\circ}$  mais se dissipent plus tôt dans le cycle acoustique comparé au cas à plus faible niveau de pression. En effet, dès  $\Phi = 303.75^{\circ}$ , il n'y a plus aucune trace des structures tourbillonnaires derrière le



FIG. 4.9 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 115$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 2.0$ m.s<sup>-1</sup>. Les échelles de vorticité sont choisies de sorte que la dynamique des couleurs soit semblable à celle de la figure 4.10.



FIG. 4.10 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 4000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 115$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 8.0$ m.s<sup>-1</sup>. Les échelles de vorticité sont choisies de sorte que la dynamique des couleurs soit semblable à celle de la figure 4.9.



FIG. 4.11 – Champs de vitesse derrière le stack A pivoté de 90°. (a) : champ de vitesse u' dirigé parallèlement à l'axe du résonateur. (b) : champ de vitesse w' dirigé parallèlement aux bords des plaques du stack (hors du plan de mesure des figures 4.9 et 4.10).  $P_{ac} = 5000$ Pa,  $\Phi = 225^{\circ}$  et  $\tilde{x}_c = 65$ mm.

stack. L'apparition de structures tourbillonnaires derrière le stack est importante car elle a une influence sur le flux de chaleur. En effet, Marx (2003) souligne l'importance du couplage entre les phénomènes aérodynamiques et le flux de chaleur transporté aux extrémités des plaques, les zones de vorticité aux extrémités augmentant le transfert à travers la tranche des plaques. Notamment, Marx (2003) a montré que, dans le cas des plaques épaisses, et dans une moindre mesure dans le cas des plaques minces, le flux de chaleur au cours d'une période acoustique est rendu assymétrique par la présence des zones de forte vorticité derrière les plaques du stack. Ce qui laisse penser que la persistance plus ou moins longue de zones de vorticité derrière le stack en fonction du niveau de pression acoustique modifie le transfert de chaleur à cet endroit.

## 4.5.2 Description de l'écoulement : profils de vitesse derrière le stack.

Les figures 4.14 à 4.17 montrent respectivement les profils des vitesses u' et v' le long de l'axe du résonateur, pour toutes les phases d'une période acoustique qui ont été acquises. Les profils représentés sont donnés pour trois ordonnées situées le long de la paroi supérieure d'une plaque de stack  $(y_1)$ , au centre d'un canal  $(y_2)$ , et le long de la paroi inférieure d'une plaque de stack  $(y_3)$ . Un schéma récapitulatif est proposé dans la figure 4.12.



FIG. 4.12 – Schéma explicatif des lignes selon les quelles les profils des figures 4.14 à 4.17 sont tracés.

Tout d'abord, l'effet de blocage du stack est visible sur les profils de vitesse u' (figures 4.14 et 4.15). En effet, l'amplitude de la vitesse axiale à l'intérieur des canaux du stack est supérieure à celle à l'extérieur du stack, par conservation du débit. On le remarque notamment pour les phases entrantes ( $\Phi = 0^{\circ}$  à  $90^{\circ}$  et  $\Phi = 270^{\circ}$  à  $360^{\circ}$ ), où le saut de vitesse se produit à l'intérieur d'une zone inférieure à 1mm autour des extrémités du stack. Notons que le champ de vitesse n'est pas très bien décrit proche des parois, à l'intérieur des canaux, pour des raisons d'éclairement précédemment citées. C'est ainsi que des irrégularités sont observées aux extrémités des plaques sur les profils correspondant aux ordonnées  $y_1$ et  $y_3$ , par exemple. Ces irrégularités sont vraisemblablement des artefacts dus à des réflexions du laser sur l'arête des plaques. Les amplitudes de vitesse aux ordonnées  $y_1$  et  $y_3$  sont légèrement inférieures à l'amplitude de vitesse au centre du canal  $(y_2)$  car les profils sont mesurés proche de la plaque où la vitesse axiale est plus faible à cause des effets de viscosité. Lors des phases sortantes ( $\Phi = 90^\circ$  à 270°), l'extension des couches de vorticité précédemment décrites se traduit par une augmentation de la vitesse u' derrière le stack. Cette augmentation s'étend progressivement au cours de la demi-période sortante. Des oscillations spatiales de la vitesse apparaissent pendant les phases de décélération ( $\Phi = 180^\circ$  à 270°). Ces oscillations spatiales sont à relier avec l'apparition de structures tourbillonnaires, décrites précédemment.

On les retrouve également sur les profils de vitesse v' donnés dans les figures 4.16 et 4.17. La vitesse transversale est, hors perturbations, nulle puisqu'on est dans le cas d'une onde plane. A partir de  $\Phi =$ 90°, lorsque l'écoulement commence à sortir du stack, la vitesse transversale devient positive le long de  $y_3$  et négative le long de  $y_1$ . Ce phénomène est similaire, dans une moindre mesure, aux phénomènes observés sur les plaques épaisses (Duffourd, 2001; Berson et al., 2007a) pour lesquels l'écoulement tend à s'enrouler autour des arêtes vives des bords des plaques du stack. Les profils décroissent légèrement, probablement à cause des effets du blocage du stack qui déforment les lignes de courant en sortie du stack (cf. figure 4.13). Dès  $\Phi = 168.75^{\circ}$ , c'est à dire juste avant le maximum de vitesse axiale, des oscillations spatiales apparaissent sur les profils de vitesse v'. Les oscillations surviennent tout d'abord dans la direction transversale (vitesse v') avant d'être observées sur les profils de vitesse axiale u'. L'amplitude des oscillations est au début plus élevée aux ordonnées  $y_1$  et  $y_3$  qu'au centre du canal  $(y_2)$  avant qu'un niveau comparable soit atteint pour les trois profils. La vitesse transversale voit l'amplitude de ses oscillations croître durant une grande partie de la phase sortante de décélération de l'écoulement ( $\Phi = 180^{\circ}$  à 247.5° environ), avant d'observer une décroissance se prolongeant au delà de la fin de la phase sortante. Des résidus des oscillations de la vitesse transverse persistent en effet pendant la majeure partie de la phase entrante ( $\Phi = 270^{\circ}$  à 360° et  $\Phi = 0^{\circ}$  à 90°).



FIG. 4.13 – Schéma des déformations des lignes de courant induite par la présence du support du stack obstruant une partie du résonateur.

Les oscillations de vitesse présentent un période spatiale marquée que nous allons essayer de caractériser dans le paragraphe 4.5.3. Il est également intéressant de remarquer que les perturbations se propagent légèrement plus loin que la distance  $2d_{ac}$  depuis les bords du stack, correspondant à la distance que peut effectuer une particule fluide au cours d'un cycle acoustique, dans le résonateur sans stack. Cette caractéristique se retrouve dans l'ensemble des mesures effectuées, qu'il y ait apparition d'oscillations ou non.

Les observations effectuées dans ce paragraphe donnent des informations précieuses sur l'écoulement



-20 \_20 2 3 4 X(mm) 5 6 0 2 3 X(mm) (s/m)r n(m/s) -20 -20 3 4 X(mm) 3 X(mm) 2 0 2 10 n(m/s) n(m/s) -20 -2 3 4 X(mm) 3 X(mm) 2 4 10 (s/ш)n n(m/s) econoriese -20 0 2 3 4 X(mm) 5 6 7 2 3 X(mm) 4 3 4 X(mm)

(s/m)r

FIG. 4.14 – Profils de vitesse u' le long de l'axe du résonateur au cours d'un cycle acoustique. Les profils sont donnés pour différentes ordonnées schématisée dans la figure  $4.12: - : y_1, - : y_2, et - : y_3$ . Les lignes pointillées verticales délimitent les bords du stack, et la distance  $2d_{ac}$  par rapport à ceux-ci.  $P_{ac}=3000\mathrm{Pa}$  et  $\tilde{x}_c=115\mathrm{mm}.$ 

(m/s)

 $\Phi = 0^{\circ}, 22.5^{\circ}, 45^{\circ} \text{ et } 67.5^{\circ}$ 



FIG. 4.15 – Profils de vitesse u' le long de l'axe du résonateur au cours d'un cycle acoustique. Les profils sont donnés pour différentes ordonnées schématisée dans la figure 4.12 : – – :  $y_1$ , — :  $y_2$ , et – · :  $y_3$ . Les lignes pointillées verticales délimitent les bords du stack, et la distance  $2d_{ac}$  par rapport à ceux-ci.  $P_{ac} = 3000$ Pa et  $\tilde{x}_c = 115$ mm.



FIG. 4.16 – Profils de vitesse v' le long de l'axe du résonateur au cours d'un cycle acoustique. Les profils sont donnés pour différentes ordonnées schématisée dans la figure  $4.12: - : y_1, - : y_2, et - : y_3$ . Les lignes pointillées verticales délimitent les bords du stack, et la distance  $2d_{ac}$  par rapport à ceux-ci.  $P_{ac} = 3000$ Pa et  $\tilde{x}_c = 115$ mm.

3 4 X(mm)

X(mm)

3 4 X(mm)

3 4 X(mm)

 $\Phi = 0^{\circ}, 22.5^{\circ}, 45^{\circ} \text{ et } 67.5^{\circ}$ 

v(m/s)

(m/s)/

(m/s)

3 4 X(mm)

3 4 X(mm)

3 4 X(mm)

3 4 X(mm)

(m/s)/

v(m/s)

(m/s)

(s/m)/



FIG. 4.17 – Profils de vitesse v' le long de l'axe du résonateur au cours d'un cycle acoustique. Les profils sont donnés pour différentes ordonnées schématisée dans la figure 4.12 : – – :  $y_1$ , — :  $y_2$ , et – · :  $y_3$ . Les lignes pointillées verticales délimitent les bords du stack, et la distance  $2d_{ac}$  par rapport à ceux-ci.  $P_{ac} = 3000$ Pa et  $\tilde{x}_c = 115$ mm.

derrière un stack thermoacoustique. Elles pourront servir de bases pour le développement de modèles permettant de mieux comprendre les mécanismes de ces oscillations et éventuellement de prédire leur apparition, et serviront de comparaisons pour la validation de ces modèles ou d'éventuelles simulations numériques.

## 4.5.3 Caractérisation de l'écoulement : nombres adimensionnels.

Les oscillations des couches limites apparaissent aux forts niveaux de pression acoustique, c'est à dire lorsque l'amplitude des oscillations de vitesse est élevée. La figure 4.18 présente les champs de vorticité à la phase  $\Phi = 225^{\circ}$  pour quatre niveaux de pression acoustique différents :  $P_{ac} = 1000$ , 2000, 3000 et 4000Pa. Le stack A est toujours situé à  $\tilde{x}_c = 115$ mm. Les oscillations des couches limites se développent à partir de  $P_{ac} = 2000$ Pa et sont de plus en plus marquées au fur et à mesure que la pression acoustique augmente.



FIG. 4.18 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à différents niveaux de pression acoustique.  $\Phi = 225^{\circ}$  et  $\tilde{x}_c = 115$ mm.

Des nombres adimensionnels sont calculés afin d'essayer de caractériser le déclenchement des oscillations des couches de cisaillement derrière le stack. Le nombre de Reynolds (Re), le nombre de formation  $T^*$  ainsi que le nombre de Strouhal St sont étudiés. Ces différents nombres sont calculés à partir des résultats de plusieurs études expérimentales et numériques issues de la littérature. Les caractéristiques de chaque configuration, et notamment les géométries des différents stacks, ont été présentées plus haut dans le tableau 4.1. Les nombres adimensionnels obtenus sont regroupés dans le tableau 4.7.

Le nombre de Reynolds est estimé d'après la formule de Merkli et Thomann (1975a). Il est basé sur la valeur efficace de la vitesse théorique à l'intérieur des canaux du stack, c'est à dire en prenant en compte le blocage, et l'épaisseur de couche limite visqueuse :

$$Re_{\delta_{\nu}} = \sqrt{2} \frac{u' \delta_{\nu}}{B R \nu},\tag{4.15}$$

Comme on l'a déjà précisé, Merkli et Thomann (1975a) ont montré que la transition d'un écoulement purement oscillant vers la turbulence se produit pour un nombre de Reynolds critique  $Re_{\delta_{\nu}} < 400$  environ. Les nombres de Reynolds correspondant au nombre de Reynolds à l'instant d'une période acoustique pour lequel l'oscillation des couches de cisaillement est pour la première fois observée ( $Re_{\delta_{\nu}}^{onset}$ ) sont rapportés dans le tableau 4.7. Tous sont bien inférieurs à la valeur critique du nombre de Reynolds donnée par Merkli et Thomann (1975a) et, de manière plus générale, le nombre de Reynolds maximal à

Stack	А	А	В	С	D	Е
	$(x_c = 65 \text{ mm})$	$(x_c = 115 \text{ mm})$				
$Re^{onset}_{\delta_{\nu}}$	94	99	108	60	102	_
$Re_{2y_0}^{onset}$	385	406	292	252	680	_
$Re_{e_0}^{onset}$	160	168	184	102	680	_
$T_{onset}^*$	6.4	6.8	9.4	6.0	5.6	_
$St_{\delta_{\nu}}$	0.12	0.12	0.14	0.11	0.07	0.10
$St_{e_0}$	0.20	0.20	0.25	0.19	0.44	0.23
$St_{2y_0}$	0.48	0.48	0.39	0.46	0.44	0.46

TAB. 4.7 – Nombres de Reynolds et nombre de formation au déclenchement des oscillation, et nombres de Strouhal basés sur différentes longueur caractéristiques, pour les différentes configurations étudiées. Les caractéristiques de chaque configuration sont données dans le tableau 4.1.

l'intérieur des canaux d'un stack atteint durant ces expériences se limite à  $Re_{\delta_{\nu}} = 198$ . L'écoulement reste donc laminaire dans l'ensemble des mesures et les phénomènes instationnaires observés ne semblent pas procéder d'un régime d'écoulement turbulent. Des nombres de Reynolds basés sur la distance entre deux plaques des stacks ( $Re_{2y_0}^{onset}$ ) ainsi que sur l'épaisseur des plaques ( $Re_{e_0}^{onset}$ ) ont également été estimés aux instants du déclenchement des oscillations. Aucune valeur du nombre de Reynolds caractéristique du déclenchement des oscillations ne se dégage des résultats rassemblés dans le tableau 4.7.

Le nombre de formation de l'écoulement, qui est le rapport du déplacement de fluide sur le diamètre hydraulique d'un canal, ici  $T_{onset}^* = 2d_{ac}/(BR2y_0)$ , est également estimé aux instants du déclenchement des oscillations. Le nombre de formation permet habituellement, dans le cas de tourbillons annulaires générés dans un jet pulsé, de caractériser le détachement du tourbillon de tête de l'écoulement sortant ("head vortex", qui est le premier tourbillon généré). Gharib *et al.* (1998) ou encore Zhao et al. (2000) ont montré que le détachement du tourbillon de tête se produit toujours pour un nombre de formation universel  $T_{onset}^* = 4$ . D'après les résultats collectés dans le tableau 4.7, aucune valeur universelle pour le nombre de formation caractéristique des oscillations des couches de cisaillement n'apparaît.

Finalement différents nombres de Strouhal St sont donnés dans le tableau 4.7. Le nombre de Strouhal est un fréquence non dimensionnelle caractérisant l'échappement tourbillonnaire définie par :

$$St_D = \frac{f_{shed}D}{u_{conv}} = \frac{D}{\Delta x},\tag{4.16}$$

avec  $f_{shed}$  la fréquence d'échappement,  $u_{conv}$  la vitesse de convection des tourbillons,  $\Delta x$  la distance entre deux paires consécutives de tourbillons, et D une longueur caractéristique de l'écoulement. Des nombres de Strouhal sont calculés à partir de différentes grandeurs caractéristiques de l'écoulement :  $\delta_{\nu}$ ,  $e_0$ , et  $2y_0$ . La distance entre deux paires de tourbillons  $\Delta x$  est la distance entre les centres des tourbillons, comme indiqué sur la figure 4.19. Pour chaque configuration, les nombres de Strouhal présentés sont des nombres moyens obtenus à partir de l'ensemble des nombres de Strouhal calculés derrière chaque plaque du stack dans le champ de mesure, pour chaque phase d'un cycle acoustique pour laquelle il y a de l'échappement tourbillonnaire et pour chaque niveaux de pression acoustique.

Les mesures montrent tout d'abord que le nombre de Strouhal moyen ne dépend pas du nombre de Reynolds. C'est à dire que quelle que soit l'amplitude de la vitesse acoustique, la périodicité spatiale des



FIG. 4.19 – Cartographie de vorticité, contours de  $|\Gamma_2| = 2/\pi$  et centres des tourbillons pour un champ moyen derrière le stack A à  $P_{ac} = 4000$ Pa,  $\Phi = 202.5^{\circ}$  et  $\tilde{x}_c = 115$ mm.

oscillations des couches de cisaillement reste identique. A partir des données collectées dans le tableau 4.7, nous constatons que les nombres de Strouhal basés sur l'espace entre les plaques  $D = 2y_0$  prennent des valeurs très proches  $St_{2y_0} \approx 0.44 \pm 10\%$  pour les différentes configuration étudiées. Cette valeur du nombre de Strouhal, caractéristique de l'écoulement derrière le stack, est obtenue pour des configurations de stack proches de configurations pratiques ( $2.7 < 2y_0/\delta_{\nu} < 6.7$ ). Nous allons donc pouvoir tenter de proposer un critère pour le déclenchement des oscillations des couches de cisaillement, qui pourra être utilisé lors des phases de conception d'un système thermoacoustique.

Un critère approché est proposé pour prédire le déclenchement des oscillations des couches de cisaillement. En effet, nous avons vu que les perturbations de l'écoulement s'étendent sur une distance proche de  $2d_{ac}$  depuis les bords du stack. La comparaison avec la période spatiale des oscillations des couches de cisaillement permet de définir un critère pour l'apparition des oscillations :

$$2d_{ac} > \frac{2y_0}{St_{2y_0}}.$$
(4.17)

En effet, la période spatiale des oscillations étant fixée par le nombre de Strouhal, les oscillations ne peuvent pas se développer si les couches de cisaillement ne s'étalent pas au delà d'une période spatiale durant un cycle acoustique. En pratique, ce critère sous estime la distance critique pour laquelle les oscillations apparaissent car le premier tourbillon n'est pas généré exactement derrière les plaques du stack mais plus en aval de l'écoulement. Néanmoins, cela permet d'estimer de manière approchée lors de la phase de conception d'un système si, aux niveaux de pression escomptés, les couches de cisaillement risquent d'osciller.

A l'avenir, il sera instructif d'étudier des géométries de stack plus variées pour obtenir des lois plus générales entre le nombre de Strouhal et les proprietés des stacks. Dans la perspective d'une meilleure compréhension des mécanismes menant aux oscillations des couches de cisaillement derrière le stack, le paragraphe suivant porte sur la caractérisation fine des structures tourbillonnaires générées par les oscillations. Les résultats ainsi obtenus pourront faire l'objet de comparaisons avec des études futures, numériques ou analytiques.

#### 4.5.4 Caractérisation des structures tourbillonnaires.

Les outils d'analyse présentés dans le paragraphe 4.2.4 permettent d'étudier plus en détails les structures tourbillonnaires générées par les oscillations des couches de cisaillement derrière le stack. Dans le paragraphe précédent, la détection des centres des tourbillons a déjà permis d'estimer le nombre de Strouhal caractéristique de l'échappement tourbillonnaire. Dans ce paragraphe, nous proposons en plus d'estimer l'aire moyenne des tourbillons à partir de la détection de leur frontières et leur circulation moyenne. La répétabilité de l'échappement tourbillonnaire d'une période à l'autre d'un cycle acoustique est également observée.

On rappelle que les mesures PIV sont synchronisées avec le signal d'alimentation du haut-parleur et que, pour chaque phase sélectionnée d'un cycle acoustique, cinquante champs de vitesse instantanés sont acquis. En pratique, l'écoulement derrière le stack n'est pas rigoureusement périodique. Une procédure d'analyse consistant à déterminer les caractéristiques de tourbillons moyens à partir des champs instantanés est proposée. Cette méthode est plus rigoureuse que le calcul direct des caractéristiques des tourbillons à partir des champs de vitesse moyens. En effet, les fluctuations des positions des tourbillons modifient les champs de vitesses moyens de sorte que les caractéristiques des tourbillons sont altérées. Par exemple, considérons le cas de deux champs instantanés comportant chacun un tourbillon appelé A. Les tourbillons A sont strictement identiques sur chaque champ instantané mais situés à des positions légèrement différentes. Le calcul du champ de vitesse moyen à partir des deux champs instantanés produit un tourbillon B aux caractéristiques différentes des deux tourbillons A initiaux du fait du décalage de leurs positions respectives. Il apparait donc plus rigoureux de considérer comme tourbillon moyen un tourbillon possédant les caractéristiques du tourbillon A et ayant pour position le barycentre des positions des deux tourbillons A initiaux. Les différentes étapes de la procédure d'analyse sont illustrées, pour un cas donné, dans la figure 4.20 :

- 1. Calcul de la position des centres, de l'aire et de la circulation des tourbillons pour chaque champs de vitesse instantané acquis pour une phase donnée. (cf. figure 4.20(a)).
- 2. Calcul de la densité de probabilité (PDF) de la position des centres. (cf. figure 4.20(b)). La PDF correspond au nombre de tourbillons présents dans une même fenêtre d'interrogation.
- 3. Les positions voyant des maxima locaux de densités de probabilité supérieurs à un seuil (PDF> 3 par exemple), sont choisies comme coordonnées d'initialisation des centres des tourbillons moyens. Une zone de dimensions choisies par l'utilisateur est définie, centrée autour de chaque centre d'initialisation, qui va permettre de calculer les tourbillons moyens. (cf. figure 4.20(c)).
- 4. Pour chaque zone, le barycentre de l'ensemble des centres inclus dans cette zone donne les coordonnées du centre du tourbillon moyen. Les moyennes de l'aire et de la circulation de l'ensemble des centres inclus dans la même zone donnent l'aire et la circulation du tourbillon moyen. Les écarttypes sur la position des centres, l'aire et la circulation des tourbillons moyens sont également calculés. A noter que les zones comprenant moins de 15 centres ne sont pas considérées comme valides. (cf. figure 4.20(d))
- 5. La dernière étape consiste à fusionner les doublons, c'est à dire quand l'on détecte deux tourbillons ou plus au lieu d'un seul. On considère qu'il y a doublon lorsque deux tourbillons ou plus sont très proches et tournent dans le même sens. Lorsque un doublon est détecté, les coordonnées du centre du tourbillon moyen correspondant sont calculées à partir du barycentre des coordonnées des tourbillons faisant doublons (cf. figure 4.20(e)). La figure montre que les centres des tourbillons moyens calculés par cette méthode sont très proches des centres calculés à partir du champ de vitesse

moyen. Les aires et circulations des tourbillons moyens sont également calculés (cf. figure 4.20(f) et (g)).

L'utilisation de cette procédure nous permet d'effectuer les observations suivantes. La figure 4.21 montre le profil de l'aire des tourbillons moyens en fonction de l'abscisse de leur centre, derrière le stack A à  $P_{ac} = 3000$ Pa,  $\tilde{x}_c = 115$ mm, et pour les phases  $\Phi = 202.5^{\circ}$  à  $225^{\circ}$ . Sont reportés sur la figure les centres acquis aux phases précisées, sur la totalité de la zone de mesure  $(10.2 \times 8.2 \text{mm}^2)$ . Les données sont interpolées linéairement, ce qui montre que l'aire des tourbillons augmente avec leur éloignement depuis les bords du stack.

De la même manière, la figure 4.22 présente les profils de la circulation des tourbillons moyens en fonction de l'abscisse de leur centre, derrière le stack A à  $P_{ac} = 3000$ Pa,  $\tilde{x}_c = 115$ mm et pour les phases  $\Phi = 202.5^{\circ}$  à  $225^{\circ}$ . Les centres reportés sur la figure sont ceux acquis aux phases précisées, sur la totalité de la zone de mesure  $(10.2 \times 8.2 \text{mm}^2)$ . L'interpolation linéaire des données montre que les circulations des tourbillons tournant dans le sens direct et des tourbillons tournant dans le sens indirect sont semblables et ne varient que très peu avec l'éloignement depuis les bords du stack.

Les évolutions de l'aire moyenne et de la circulation moyenne des tourbillons moyens au cours d'une période acoustique sont présentées dans la figure 4.23, pour le stack A et le stack B à  $P_{ac} = 5000$ Pa et  $\tilde{x}_c = 65$ mm. Les aires et circulations sont moyennées sur l'ensemble des tourbillons dans la zone de mesure  $(10.2 \times 8.2 \text{mm}^2)$ . Seules les phases comprises entre  $\Phi = 180^\circ$  et 303.75° sont représentées qui sont des phases sortantes de décélération ( $\Phi = 180^{\circ}$  à 270°) et quelques phases entrantes ( $\Phi = 281.25^{\circ}$ à 303.75°). Elles correspondent aux phases durant lesquelles l'échappement tourbillonnaire est observé. Les autres phases ne sont pas représentées car les tourbillons détectés ne participent pas à l'échappement tourbillonnaire et ne sont donc pas significatifs. La figure 4.23(a) montre que l'aire moyenne des tourbillons croît linéairement durant la phase de décélération de l'écoulement. Au contraire, leur circulation moyenne, donnée dans la figure 4.23(b), présente un maximum aux environs de  $\Phi = 247.5^{\circ}$ . Les fluctuations de circulation moyenne sont donc déphasées de 67.5° environ par rapport à aux oscillation de vitesse, soit un retard approximatif de  $3T_{ac}/16$ ,  $T_{ac}$  étant la période acoustique. Il est intéressant de remarquer que Marx (2003) a obtenu, dans le cadre de plaques épaisses, un déphasage semblable de  $2T_{ac}/16$  environ entre le flux de chaleur aux extrémités des plaques et les oscillations de vitesse. Marx (2003) a attribué ce déphasage à la présence de tourbillons derrière les plaques du stack qui influent sur le transfert de chaleur. Le couplage entre les tourbillons et le transfert de chaleur semble donc être confirmer par nos observations sur l'évolution temporelle de la circulation des tourbillons.

La figure 4.24 présente les évolutions des aires moyennes et circulations moyennes des tourbillons en fonction de l'amplitude des oscillations de vitesse à l'endroit des mesures. L'aire  $\langle \mathcal{A} \rangle$  et la circulation  $\langle \mathcal{C} \rangle$  sont moyennées sur l'ensemble des tourbillons dans la zone de mesure  $(10.2 \times 8.2 \text{mm}^2)$  ainsi que sur les phases procédant de l'échappement tourbillonnaire ( $\Phi = 180^\circ$  à  $303.75^\circ$ ). L'aire des tourbillons varie très peu avec l'amplitude de la vitesse. Ce qui laisse penser que l'aire des tourbillons dépend uniquement de la géométrie du stack. En revanche, la circulation des tourbillons croît linéairement avec l'amplitude de la vitesse. A noter que, de manière générale sur les deux dernières figures présentées (4.23 et 4.24), la circulation et l'aire des tourbillons moyens semblent légèrement inférieures pour le stack B que pour le stack A. Mais la différence entre les deux stacks est peu marquée et il serait nécessaire de faire des expériences avec des géométries de stack plus variées afin de pouvoir tirer des conclusions au sujet de l'influence de la géométrie du stack sur l'aire et la circulation des tourbillons.

Bien que le nombre de champs instantanés acquis par phase soit trop faible pour obtenir des résultats pleinement convergés, des statistiques sur les fluctuations des grandeurs associées aux structures tourbillonnaires sont calculées. Le nombre de champs instantanés acquis par phase a été limité par les contraintes expérimentales telles la qualité de l'ensemencement et la nécessité d'avoir des conditions expérimentales qui varient peu au cours d'une série de mesures. Les écarts-types des coordonnées des centres des tourbillons moyens, de leur circulation et de leur aire sont calculés et présentés dans les figures 4.25 et 4.26. On définit l'écart-type d'une quantité X par :

$$X_{std}(x) = \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \left(\bar{X}(x) - X_n(x)\right)^2\right]^{\frac{1}{2}},$$
(4.18)

avec  $\overline{X}(x)$  la valeur moyenne de X calculée à partir de N = 50 champs instantanés  $X_n(x)$  acquis à chaque phase. Puisque les mesures sont synchronisées sur le signal d'alimentation du haut-parleur, l'écart-type d'un phénomène parfaitement périodique est par définition nul. Les écarts-types présentés sont moyennés sur l'ensemble des phases de l'échappement tourbillonnaire ( $\Phi = 180^{\circ}$  à 303.75°). Les valeurs relatives des écart-types de l'aire et de la circulation des tourbillons sont données, c'est à dire que les écart-types sont rapportés à leur valeur moyenne et exprimés en pourcentage. Les évolutions des écarts-types des coordonnées des centres  $(x^{centre} \text{ et } y^{centre})$  données dans la figure 4.25 en fonction de l'amplitude des oscillations de vitesse montrent une croissance linéaire des écarts-types, tant selon l'axe du résonateur que dans la direction transverse. C'est à dire que plus l'amplitude des oscillations de vitesse est élevée, plus la position des tourbillons n'est pas répétable d'une période à une autre. L'écart-type de la coordonnée transverse de la position des tourbillons  $\langle y_{std}^{centre} \rangle$  est plus élevé pour le stack B que pour le stack A. Cela semble provenir du fait que, dû aux difficultés de fabrication, les canaux du stack B sont moins réguliers que ceux du stack A. L'écoulement derrière le stack B est donc plus irrégulier que derrière le stack A et plus sensible aux perturbations. Les écart-types de l'aire des tourbillons, représentés dans la figure 4.26(a), montrent que l'aire des tourbillons ne devient pas moins périodique lorsque l'amplitude des oscillations de vitesse augmente. En revanche, on observe sur la figure 4.26(b) une décroissance de l'écarttype de la circulation des tourbillons moyens lorsque l'amplitude des oscillations augmentent. Néanmoins, son niveau reste élevé, traduisant une mauvaise répétabilité d'une période à l'autre.

La figure 4.27 permet d'illustrer la perte de périodicité de l'écoulement derrière le stack augmentant avec l'amplitude des oscillations de vitesse. Ainsi les cartographies de vorticité calculée à partir du champ moyen, de densité de probabilité de la position des centres ainsi que de vorticité calculée à partir de deux champs de vitesse instantanés choisis aléatoirement parmi les 50 champs acquis, sont proposées pour deux niveaux de pression acoustiques différents :  $P_{ac} = 2000$ Pa et  $P_{ac} = 4000$ Pa. Les mesures sont effectuées derrière le stack A, situé à  $\tilde{x}_c = 115$ mm et à la phase  $\Phi = 236.25^{\circ}$ . A faible niveau, la répétabilité des mesures est bonne comme le montrent les pics marqués de la densité de probabilité, traduisant une bonne reproductibilité des positions des centres des tourbillons, et les deux champs de vorticité instantanés qui paraissent être très semblables. Au contraire, à fort niveau, l'écoulement n'est plus périodique. La cartographie de densité de probabilité montre des taches étendues traduisant des variations sur la position des tourbillons, tout comme les champs de vorticité instantanés qui sont cette fois très différents. A  $P_{ac} = 4000$ Pa, l'écoulement s'avère très irrégulier. Ce qui laisse penser qu'on s'approche, à de tels niveaux d'amplitude, d'un régime d'écoulement turbulent.

On rappelle que les résultats sur les écart-types sont à considérer avec précaution puisque, étant donné le faible nombre de statistiques à notre disposition, ces dernières sont très sensibles à des évenements accidentels. Ces évenements accidentels ne sont pas significatifs de l'échappement tourbillonnaire et altèrent les statistiques lorsqu'elles sont effectuées sur un trop faible nombre d'échantillons. Or comme il vient d'être observé, l'écoulement devient très irrégulier à fort niveau d'amplitude. C'est pourquoi il nous semble plus pertinent de s'intéresser à l'écart-type de la vitesse qui, s'il ne permet pas de décrire les caractéristiques des structures tourbillonnaires, permet néanmoins de distinguer lorsque l'écoulement est globalement reproductible d'une période à l'autre ou non. Ainsi la figure 4.28 présente les écarts types



(a) Champ de vorticité instantané, contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  et centres des tourbillons du champs instantané (+).



(b) Densité de probabilité (PDF) de la position des centres des tourbillons instantanés sur 50 images.



(c) Densité de probabilité (PDF) de la position des centres des tourbillons instantanés, position des maxima locaux de PDF ( $\times$ ), et des zones de calcul des tourbillons moyens (—).



(d) Densité de probabilité (PDF) de la position des centres des tourbillons instantanés, position des maxima locaux de PDF ( $\times$ ), et des centres des tourbillons moyens ( $\times$ ).

FIG. 4.20 – Illustrations des différentes étapes de la procédure d'analyse des structures tourbillonnaires. Stack A,  $P_{ac} = 3000$ Pa,  $\Phi = 213.75^{\circ}$  et  $\tilde{x}_c = 115$ mm.



(e) Champ de vorticité instantané, contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$ , centres des tourbillons moyens calculés par cette méthode, après élimination des doublons (\*), et centres des tourbillons calculés à partir du champ de vitesse moyen ( $\circ$ ).



(f) Aire des tourbillons moyens. \* : vorticité négative (sens indirect) et \* : vorticité positive (sens direct).



(g) Circulation des tourbillons moyens.  $\ast$  : vorticité négative (sens indirect) et  $\ast$  : vorticité positive (sens direct).

FIG. 4.20 – (suite) Illustrations des différentes étapes de la procédure d'analyse des structures tourbillonnaires. Stack A,  $P_{ac} = 3000$ Pa,  $\Phi = 213.75^{\circ}$  et  $\tilde{x}_c = 115$ mm.



FIG. 4.21 – Profils de l'aire des tourbillons moyens en fonction de l'abscisse de leur centre. Stack A à  $P_{ac} = 3000$ Pa,  $\tilde{x}_c = 115$ mm, et pour les phases  $\Phi = 202.5^{\circ}$  à  $225^{\circ}$ .



FIG. 4.22 – Profils de circulation des tourbillons moyens en fonction de l'abscisse de leur centre. Stack A à  $P_{ac} = 3000$ Pa,  $\tilde{x}_c = 115$ mm, et pour les phases  $\Phi = 202.5^{\circ}$  à  $225^{\circ}$ .



FIG. 4.23 – Evolutions de l'aire moyenne (a) et de la circulation moyenne (b) des tourbillons moyens en fonction de la phase. Seule les phases  $\Phi = 180^{\circ}$  à 303.75° sont représentées, qui correspondent aux phases sortantes et à quelques phases entrantes durant lesquelles les tourbillons persistent.  $\circ$ : Stack A.  $\Box$ : Stack B.  $P_{ac} = 5000$ Pa, et  $\tilde{x}_c = 65$ mm.


FIG. 4.24 – Evolution de l'aire moyenne (a) et de la circulation moyenne (b) des tourbillons moyens en fonction de la vitesse au point  $\tilde{x}_c$ .  $\circ$  : Stack A,  $\tilde{x}_c = 65$ mm.  $\Box$  : Stack B,  $\tilde{x}_c = 65$ mm.  $\diamond$  : Stack A,  $\tilde{x}_c = 115$ mm.



FIG. 4.25 – Evolution de l'écart-type de la position des centres des tourbillons moyens en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique au point  $\tilde{x}_c$ . (a) :  $\langle x_{std}^{centre} \rangle$ . (b) :  $\langle y_{std}^{centre} \rangle$ . Les écarts-types sont moyennés sur l'ensemble des phases sortantes.  $\circ$  : Stack A,  $\tilde{x}_c = 65$ mm.  $\Box$  : Stack B,  $\tilde{x}_c = 65$ mm.  $\diamond$  : Stack A,  $\tilde{x}_c = 115$ mm.

relatifs de vitesse, moyennés sur une période acoustique et sur la totalité de la zone de mesure derrière le stack, en fonction de l'amplitude des oscillations de vitesse. L'écart-type augmente avec l'amplitude des oscillations de vitesse. Il est plus élevé pour le stack B que pour le stack A, ce qui peut s'expliquer, comme on l'a déjà précisé, par les défauts de régularité du stack B dus à des difficultés de fabrication.

Pour conclure cette partie, nous précisons que si les observations sur l'aire et la circulation des tourbillons moyens qui viennent d'être proposées ne permettent pas de tirer de conclusions contribuant directement à l'amélioration des systèmes thermoacoustiques, elles sont néanmoins importantes car elles pourront servir de base et de comparaison aux études futures à la fois sur les mécanismes de déclenchement des oscillations des couches de cisaillement, et sur le couplage entre les structures tourbillonnaires et le



FIG. 4.26 – Evolution des écart-types de l'aire (a) et de la circulation (b) des tourbillons moyens en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique au point  $\tilde{x}_c$ . Les écarts-types sont moyennés sur l'ensemble des phases sortantes et rapportés à leur valeur moyenne.  $\circ$  : Stack A,  $\tilde{x}_c = 65$ mm.  $\Box$  : Stack B,  $\tilde{x}_c = 65$ mm.  $\diamond$  : Stack A,  $\tilde{x}_c = 115$ mm.

transfert de chaleur aux extrémités des plaques du stack.

#### 4.6 Mesure de l'écoulement entre deux stacks.

Le modèle analytique de Gusev *et al.* (2000), ainsi que son extension proposée dans le chapitre 2 du présent document, tout comme les études numériques récentes de Marx et Blanc-Benon (2004a) et Besnoin et Knio (2004), montrent que la présence d'un espace entre un stack thermoacoustique et les échangeurs de chaleur bénéficie aux performances des systèmes thermoacoustiques. Les résultats présentés dans ce paragraphe sont, à notre connaissance, les premières données expérimentales caractérisant l'écoulement à travers l'espace séparant un stack thermoacoustique et un échangeur lui faisant face. Seuls les travaux de Besnoin et Knio (2004) décrivent un tel écoulement, aux fortes amplitudes, à partir des résultats de leurs simulations numériques. Ces auteurs montrent que la topologie de l'écoulement dans cet espace influence fortement le transfert de chaleur entre le stack et les échangeurs. C'est pourquoi la caractérisation de l'écoulement au sein des espaces séparant le stack des échangeurs est primordiale dans la perspective de concevoir des échangeurs de chaleur optimisés pour les systèmes thermoacoustiques.

Dans nos expériences, le couple stack-échangeur chaud est modélisé par un ensemble de deux stacks aux caractéristiques semblables. Ces stacks sont de type A (cf tableau 4.1). Un premier stack est placé à la distance  $\tilde{x}_c = 65$ mm du fond du résonateur (à gauche sur les résultats présentés dans ce chapitre). Le deuxième stack, jouant le rôle de l'échangeur chaud, est placé en regard du premier, plus près du fond du résonateur. Ce deuxième stack pourra être appelé échangeur par la suite. Il est situé à droite sur les mesures présentées dans ce chapitre. Les deux stacks sont séparés par des cales en plastique permettant d'espacer les extrémités des plaques de g = 0.7, 1.3, et 2.3mm environ. Le plus grand soin a été apporté pour que les plaques des deux stacks soient parallèles entre elles et le plus possible en face les unes des autres. Malgré les défauts de régularité des stack inhérents à leur méthode de fabrication, des mesures de qualité satisfaisante ont été obtenues. Un schéma de la configuration est donné dans la figure 4.29 et une photographie de la configuration est disponible en annexe dans la figure A.7(b). Comme précédemment,



FIG. 4.27 – Illustration de la perte de periodicité de l'écoulement derrière le stack à fort niveau. (a) et (b) : champs de vorticité moyens. (c) et (d) : densité de probabilité des positions des centres. (e), (f), (g) et (h) : champs de vorticité instantanés. Les champs (e) et (f) et les champs (g) et (h) correspondent à champs instantanés différents choisis aléatoirement. Stack A situé à  $\tilde{x}_c = 115$ mm.



FIG. 4.28 – Ecart-type de vitesse moyenné sur une période acoustique et sur la totalité de la zone de mesure derrière le stack en fonction de l'amplitude des fluctuations de vitesse.  $\circ$  : Stack A,  $\tilde{x}_c = 65$ mm.  $\Box$  : Stack B,  $\tilde{x}_c = 65$ mm.  $\diamond$  : Stack A,  $\tilde{x}_c = 115$ mm.

seuls quelques extraits des mesures sont présentés dans cette partie. Une collection plus exhaustive de résultats est proposée dans l'annexe D.

Dans un premier temps une description qualitative de l'écoulement entre les deux empilements est proposée. L'apparition des oscillations des couches de cisaillement dans le prolongement des couches limites à l'intérieur des stacks est observée à fort niveau acoustique, de manière similaire à ce qui a été décrit dans la partie précédente pour un stack seul. Les pertes de chaleur par dissipation visqueuse à travers l'espace entre le stack et l'échangeur sont calculées à partir des mesures du champ de vitesse. Nous nous intéressons en particulier à l'influence de la présence de structures tourbillonnaires entre les deux empilements sur ces pertes de chaleur. Enfin, la répétabilité de l'écoulement d'une période acoustique à une autre est étudiée.

#### 4.6.1 Description qualitative de l'écoulement.

Les figures 4.30 à 4.33 montrent les champs de vorticité et les contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  à travers l'espace séparant les deux stacks pour quatre cas correspondant respectivement à  $P_{ac} = 1000$ Pa avec un espace de dimension  $g = 2.6 \times (2d_{ac}) = 2.3$ mm et  $g = 0.8 \times (2d_{ac}) = 0.7$ mm, et à  $P_{ac} = 5000$ Pa avec un espace de dimension  $g = 0.5 \times (2d_{ac}) = 2.3$ mm et  $g = 0.2 \times (2d_{ac}) = 0.7$ mm. L'éclairement de la zone de mesure se fait par le côté du cylindre en verre. C'est pourquoi seul l'écoulement entre les deux stacks est mesuré, et non pas l'écoulement à l'intérieur des canaux. Les résultats présentés sont issus des moyennes de phase calculées à partir de cinquante champs instantanés. Les phases représentées sur les figures 4.30 à 4.33 sont les mêmes que celles représentées sur les figures 4.9 et 4.10. La figure 4.8 proposée plus haut aide à situer ces phases dans un cycle acoustique.

A  $P_{ac} = 1000$ Pa, il n'y a pas d'échappement tourbillonnaire. Quand  $g > 2d_{ac}$  (figure 4.30), une particule de fluide sortant d'un des deux stacks n'atteint jamais l'autre stack au cours d'une période acoustique. L'écoulement derrière les plaques n'est donc pas perturbé par la présence d'un autre stack. L'écoulement est semblable à celui observé derrière un stack seul, c'est à dire que les couches limites



FIG. 4.29 – Schéma de la configuration stack - échangeur chaud. La zone délimitée en tirets, près du stack, représente la zone de mesure.

oscillantes le long des plaques s'étendent hors du stack pour former des langues de vorticité. A noter que, en raison du gradient spatial de l'amplitude des oscillations de vitesse, les couches de cisaillement s'étendent moins loin en sortie de l'échangeur (localisé plus proche du noeud de vitesse) que en sortie du stack. Lorsque  $g < 2d_{ac}$  (figure 4.31), une particule fluide peut entrer dans les deux stacks au cours d'un cycle acoustique. Les deux stacks ne sont plus indépendants. Les couches de cisaillement sortant d'un canal du stack s'étendent à travers l'espace séparant le stack et l'échangeur, avant de rentrer dans le canal de l'échangeur situé en face. Aux fortes amplitudes, à  $P_{ac} = 5000$ Pa, les couches de cisaillement oscillent et des tourbillons se forment dans l'espace séparant le stack et l'échangeur. Les oscillations sont semblables à celles observées derrière le stack seul et présentent également un bon accord qualitatif avec les résultats numériques de Besnoin et Knio (2004)(figure 20). Là encore, les couches limites n'oscillent pas durant les phases où le fluide s'écoule vers le haut-parleur et sort de l'échangeur car la vitesse à laquelle le fluide est expulsé de l'échangeur est plus faible que la vitesse à laquelle le fluide est expulsé du stack, en raison du gradient spatial de l'amplitude des oscillations de vitesse acoustique. A  $P_{ac} = 5000$ Pa et g = 0.7mm (figure 4.33), la distance séparant le stack de l'échangeur est inférieure à la distance  $\Delta x$  entre deux tourbillons pour l'échappement tourbillonnaire derrière un stack seul. En effet, d'après les résultats précédemment obtenus dans le paragraphe 4.5.3, la distance entre les tourbillons derrière le stack A est  $\Delta x = 2y_0/St = 0.41/0.48 = 0.85$ mm. D'après notre critère, aucun échappement tourbillonnaire n'est donc attendu dans ce cas, en accord avec Besnoin et Knio (2004) qui montrent que les oscillations des couches de cisaillement n'apparaissent que pour des espaces entre le stack et l'échangeur suffisament grands. Néanmoins, les couches de cisaillement observées dans la figure 4.33 semblent osciller et des structures tourbillonnaires apparaissent entre les deux stacks. De nouvelles investigations sont nécessaires pour vérifier si ces oscillations sont de même nature que dans le cas d'une distance plus grande entre les deux stacks, ou si cela provient de la présence d'un faible décalage entre les plaques du stack et de l'échangeur.

Les oscillations des couches de cisaillement créent des structures tourbillonnaires à l'intérieur de l'espace séparant le stack de l'échangeur. Lorsque les deux stacks sont suffisament proches, les structures tourbillonnaires générées par un écoulement sortant du stack, par exemple, vont perturber l'écoulement



FIG. 4.30 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de  $g = 2.6 \times (2d_{ac}) = 2.3$ mm, à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm. Les échelles de vorticité sont choisies de sorte que la dynamique des couleurs soit semblable à celle des figures 4.33 et 4.32.



FIG. 4.31 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de  $g = 0.8 \times (2d_{ac}) = 0.7$ mm, à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm. Les échelles de vorticité sont choisies de sorte que la dynamique des couleurs soit semblable à celle des figures 4.33 et 4.32.



FIG. 4.32 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de  $g = 0.5 \times (2d_{ac}) = 2.3$ mm, à  $P_{ac} = 5000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm. Les échelles de vorticité sont choisies de sorte que la dynamique des couleurs soit semblable à celle des figures 4.31 et 4.30.



FIG. 4.33 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de  $g = 0.2 \times (2d_{ac}) = 0.7$ mm, à  $P_{ac} = 5000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm. Les échelles de vorticité sont choisies de sorte que la dynamique des couleurs soit semblable à celle des figures 4.31 et 4.30.



(b)  $P_{ac} = 5000$ Pa,  $g \approx 0.3 \times (2d_{ac}) = 4.87$ mm,  $\Phi = 270^{\circ}$ , d'après Besnoin et Knio (2004)

FIG. 4.34 – (a) Champ de vitesse et contours de  $|\Gamma_2| = 2/\pi$  à l'intérieur d'un canal de l'échangeur issus des mesures présentées dans ce chapitre. (b) Cartographies de température et champ de vitesse (d'après Besnoin et Knio (2004)). Sur la figure (a), Le champ de vitesse est sous-échantilloné pour une meilleure lisibilité (un vecteur vitesse sur deux selon l'axe du résonateur).

à l'intérieur des canaux de l'échangeur, comme on peut le voir sur la figure 4.34(a). Cette figure présente le champ de vitesse et les contours de  $|\Gamma_2| = 2/\pi$  à l'intérieur d'un canal de l'échangeur, pour g = 1.3mm,  $P_{ac} = 5000$ Pa,  $\Phi = 258.75^{\circ}$  et  $\tilde{x}_c = 65$ mm. Pour effectuer cette mesure, l'éclairement laser se fait par le fond du résonateur, comme pour le cas d'un stack seul. La zone située entre les deux stacks n'est éclairée que par la lumière sortant des canaux. Il existe donc des zones d'ombres derrière les plaques du stack, et les mesures à ces endroits ne sont donc pas significatives.

La figure 4.34(a) montre donc que les oscillations des couches de cisaillement pénètrent à l'intérieur des canaux de l'échangeur. La fonction  $\Gamma_2$  met en évidence la présence de structures tourbillonnaires le long des plaques, qui alternent entre la paroi supérieure et la paroi inférieure. L'écoulement dans le canal oscille en passant entre ces structures tourbillonnaires. Un résultat similaire est obtenu par Besnoin et Knio (2004) et présenté dans la figure 4.34(b). Des oscillations de l'écoulement sont détectées à l'intérieur du canal, ainsi que des structures tourbillonnaires agencées de façon semblable aux structures observées expérimentalement. Le champ de température est également représenté sur la figure 4.34(b). Le couplage entre les phénomènes aérodynamiques et le transfert de chaleur est clairement visible sur cette figure, où les tourbillons observés le long des plaques correspondent à des zones où la température est plus faible, et donc où le transfert de chaleur entre les plaques et le fluide sera différent.

## 4.6.2 Estimation de la dissipation visqueuse à travers l'espace séparant le stack de l'échangeur chaud.

De l'énergie acoustique est perdue sous forme de chaleur à travers l'espace séparant le stack de l'échangeur, par dissipation visqueuse. Dans ce paragraphe, nous étudions l'influence de l'apparition de structures tourbillonnaires entre les deux empilements sur la dissipation due aux frottements visqueux. Le flux de chaleur  $j_{\nu}$  par dissipation visqueuse moyenné sur l'espace séparant le stack de l'échangeur  $S_{gap}$ (où  $S_{gap} = g \times h_{mes}$ , avec  $h_{mes}$  la hauteur de la zone mesurée sur les figures 4.30 à 4.33) et normalisé par le flux d'enthalpie thermoacoustique théorique le long du stack s'écrit :

$$j_{\nu} = \frac{g}{\frac{1}{2}\rho_f c_p u_{ac}(x) T_{ad,0}(x)} \times \frac{1}{S_{gap}} \int_{S_{gap}} \dot{q}_{\nu} \mathrm{d}S,$$
(4.19)

avec  $T_{ad,0}(x)$  l'amplitude des oscillations de températures dues à l'onde acoustique et  $\dot{q}_{\nu}$  la dissipation visqueuse locale définie précédemment dans l'équation 4.5. L'évolution de la dissipation  $j_{\nu}$  au cours d'un cycle acoustique est proposée dans la figure 4.35, pour différentes distances entre les deux empilements et différents niveaux de pression acoustique. La dissipation présente un déphasage avec les oscillations de vitesse. Ces dernières atteignent un extremum en  $\Phi = 0^{\circ}$  et  $\Phi = 180^{\circ}$ , tandis que la dissipation observe des maxima avec un retard compris entre  $1/16T_{ac}$  et  $1.5/16T_{ac}$  sur les oscillations de vitesse,  $T_{ac}$  étant la période acoustique. En comparaison, ces retards sont inférieurs à ceux observés par Marx (2003) entre le flux de chaleur aux bords des plaques d'un stack seul et les oscillations de vitesse ( $2/16T_{ac}$  environ), et à ceux observés dans le paragraphe 4.5.4 entre la circulation des tourbillons et les oscillations de vitesse ( $3/16T_{ac}$ ). Ainsi la plupart de l'énergie dissipée par les frottements visqueux est perdue pendant les phases de décélération du fluide. La dissipation est plus faible pendant la moitié de cycle où l'écoulement est dirigé vers le haut-parleur (vers la gauche sur les images), traduisant le fait que les couches de cisaillement sont expulsées moins vite de l'échangeur que du stack, à cause du gradient spatial de vitesse acoustique.

La figure 4.36 présente l'évolution du flux de chaleur dû aux frottements visqueux moyenné sur une période acoustique :

$$J_{\nu} = \frac{1}{T_{ac}} \int_{T_{ac}} j_{\nu} \mathrm{d}t, \qquad (4.20)$$

147



FIG. 4.35 – Evolution du flux de chaleur dû à la dissipation par frottements visqueux  $j_{\nu}$  au cours d'un cycle acoustique.  $\circ: P_{ac} = 1000$ Pa,  $u_{ac} = 1.3$ m.s<sup>-1</sup>.  $\Box: P_{ac} = 3000$ Pa,  $u_{ac} = 3.8$ m.s<sup>-1</sup>.  $\diamond: P_{ac} = 5000$ Pa,  $u_{ac} = 6.3$ m.s<sup>-1</sup>.

en fonction de l'amplitude des fluctuations de vitesse acoustique. Ainsi normalisé, le flux  $J_{\nu}$  doit rester constant en fonction de l'amplitude des oscillations de vitesse lorsque l'écoulement n'est pas perturbé (dans les couches limites à l'intérieur des canaux du stack par exemple). Une forte augmentation du flux de chaleur créé apparaît entre  $u_{ac} = 1.3 \text{m.s}^{-1}$  et  $u_{ac} = 3.8 \text{m.s}^{-1}$ , où la dissipation est presque doublée. En revanche, la dissipation varie très peu entre  $u_{ac} = 3.8 \text{m.s}^{-1}$  et  $u_{ac} = 6.3 \text{m.s}^{-1}$ . L'augmentation subite de la dissipation coïncide avec les oscillations des couches limites et l'apparition de structures tourbillonnaires au sein de l'écoulement. Le flux de chaleur induit par frottements visqueux varie avec l'amplitude des oscillations de vitesse de manière semblable quelque soit la distance entre les empilement. Néanmoins, il est d'autant plus élevé que les deux empilements sont éloignés. En effet, nous avons déjà vu que plus les empilements sont éloignés, plus les structures tourbillonnaires peuvent se développer, ce qui augmente donc les pertes par dissipation. Ces résultats pourront être utilisés pour tenir compte de la chaleur supplémentaire générée par les structures tourbillonnaires dans des modèles analytiques de transfert de chaleur entre le fluide et les bords des empilements, comme celui développé par Lotton *et al.* (2007) ou celui décrit dans le chapitre 2.



FIG. 4.36 – Evolution du flux de chaleur dû aux frottements visqueux  $J_{\nu}$  en fonction de l'amplitude des oscillations de vitesse acoustique.  $\circ : g = 0.7$ mm.  $\Box : g = 1.3$ mm.  $\diamond : g = 2.3$ mm.

## 4.6.3 Perte de périodicité de l'écoulement à travers l'espace séparant le stack de l'échangeur chaud.

Il a été montré dans le paragraphe 4.5.4 que l'écoulement derrière les plaques d'un stack seul perd sa périodicité aux amplitudes des oscillations de vitesse élevées. Afin de caractériser la répétabilité d'une période à l'autre de l'écoulement entre le stack et l'échangeur, l'écart-type de la vitesse moyenné sur une période acoustique et sur l'espace séparant le stack de l'échangeur est calculé d'après l'équation 4.18 donnée plus haut. La figure 4.37 montre l'évolution de  $\langle u_{std} \rangle$ , l'écart-type moyen de la vitesse rapporté à l'amplitude de la vitesse acoustique  $u_{ac}(x)$ , en fonction de l'amplitude de la vitesse acoustique, pour différentes distances séparant le stack de l'échangeur. L'écart-type relatif croît avec l'amplitude des oscillations de vitesse. A  $u_{ac} = 1.3$ m.s<sup>-1</sup> et  $u_{ac} = 3.8$ m.s<sup>-1</sup>, quelque soit la distance entre le stack et l'échangeur, les écarts-types de vitesse valent environ 6.5% et 9.5%, respectivement. A ces niveaux, l'écoulement fluctue donc raisonnablement d'une période acoustique à l'autre et est considéré comme périodique. A  $u_{ac} = 6.3$ m.s<sup>-1</sup>, l'écart-type voit une augmentation importante et varie selon la distance séparant le stack de l'échangeur. Plus la distance g est grande, plus l'écart-type est important. Pour g = 2.3mm, l'écarttype relatif moyen atteint jusqu'à 29%. Dans cette configuration l'écoulement n'est plus périodique. Pour g = 0.7mm, l'augmentation est plus faible puisque l'écart-type vaut 15%. L'écart-type correspondant à la distance g = 1.3mm prend une valeur intermédiaire 23%. Comme discuté précédemment, plus l'espace entre les empilements est grand, plus les oscillations des couches de cisaillement sortant des canaux des stacks peuvent se développer. Or, nous avons vu dans le paragraphe 4.5.4 que ces oscillations sont reliées à la perte de périodicité de l'écoulement aux fortes amplitudes. C'est pourquoi l'écart-type augmente avec la distance entre les empilements. Ce phénomène est accentué par la présence du deuxième stack qui, en bloquant l'échappement tourbillonnaire, le perturbe d'autant plus.



FIG. 4.37 – Ecart-type relatif de vitesse, moyenné sur une période acoustique et sur l'espace séparant le stack de l'échangeur, en fonction de l'amplitude des fluctuations de vitesse.  $\circ$  : g = 0.7mm,  $\Box$  : g = 1.3mm,  $\diamond$  : g = 2.3mm.

La perte de périodicité de l'écoulement entre le stack et l'échangeur, aux fortes amplitudes, a été signalée par Besnoin (2001), d'après les résultats de ses simulations numériques. Ces travaux ont montré que les fluctuations de l'écoulement entre le stack et l'échangeur influent sur le transfert de chaleur entre le stack et les échangeurs. Ainsi, la non périodicité de l'écoulement engendre, à fort niveau, des oscillations de la puissance de refroidissement du système thermoacoustique. Ces oscillations se produisent à une fréquence plus basse que la fréquence acoustique, pour des amplitudes pouvant atteindre 10% de la puissance de refroidissement moyenne dans les cas testés par Besnoin (2001).

#### 4.7 Conclusion et perspectives.

Dans ce chapitre, une méthode de mesure de la vitesse acoustique par Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV) a été utilisée pour caractériser l'écoulement au voisinage d'un noyau thermoacoustique. Cette méthode, déjà utilisée par Duffourd (2001), est basée sur la synchronisation de l'acquisition avec le signal acoustique et sur les moyennes de phase pour mesurer un écoulement oscillant à une fréquence bien supérieure à la fréquence d'acquisition du système de mesure. La technique expérimentale est validée par la mesure de l'écoulement dans le résonateur vide, montrant un bon accord avec le modèle analytique développé dans le chapitre 1. Elle est ensuite appliquée à la mesure de l'écoulement à l'intérieur des canaux du stack thermoacoustique. Les pertes par dissipation visqueuse à l'intérieur des canaux, qui nécessitent l'évaluation des gradients spatiaux de vitesse, sont estimées et, là encore, montrent un accord satisafaisant avec la modélisation analytique. A l'avenir une mesure plus précise des pertes par frottement visqueux à l'intérieur des canaux du stack pourra être effectuée en améliorant la résolution spatiale des images, c'est à dire en augmentant le grossissement, et en positionnant le maillage des fenêtres d'interrogation de manière adéquate par rapport aux parois des canaux.

Dans ses travaux expérimentaux précédemment effectués au LMFA, Duffourd (2001) a exploré l'écoulement derrière différentes géométries de stacks, à faible niveau de pression acoustique ( $DR \leq 1500$ Pa). L'étude présentée ici s'attache à décrire l'écoulement derrière des stacks thermoacoustiques à des niveaux de pression acoustique plus élevés, plus proches de ceux rencontrés dans des systèmes visant l'industrialisation ( $DR \leq 5\%$ ). Précisons que les géométries des stacks étudiés sont également proches de géométries pratiques. Aux fortes amplitudes, l'apparition d'oscillations des couches de cisaillement, qui sont expulsées des canaux du stack dans le prolongement des couches limites visqueuses, est mise en évidence. Des allées asymmétriques de paires de tourbillons contrarotatifs sont ainsi générées dans le sillage des plaques du stack. Les estimations de nombres adimensionnels montrent tout d'abord que, en dépit de la formation de structures tourbillonnaires, l'écoulement reste laminaire. Une valeur caractéristique du nombre de Strouhal basé sur l'espace entre les plaques du stack,  $St_{2y_0} \approx 0.44 \pm 10\%$ , se dégage de nos mesures ainsi que des données expérimentales et numériques issues de la littérature. Un critère très approximatif, basé sur ce nombre de Strouhal, est proposé. Il permet de déterminer pendant la phase de conception si l'écoulement derrière le stack est susceptible d'osciller ou non.

Une étude approfondie des structures tourbillonnaires est également proposée. La position, l'aire et la circulation des tourbillons sont calculées pour deux géométries de stack différentes. Cette collection de données pourra servir de base de réflexion pour contruire un modèle permettant de mieux comprendre les mécanismes de déclenchement des oscillations. Elle pourra aussi permettre d'effectuer des comparaisons avec d'éventuelles simulations numériques. L'analyse statistique des différentes données montre que l'écoulement perd sa périodicité lorsque l'amplitude de la vitesse acoustique est élevée, à cause des oscillations des couches de cisaillement.

L'écoulement au sein de l'espace séparant le stack d'un modèle d'échangeur est ensuite mesuré, pour différentes distances entre les deux empilements. A notre connaissance, la seule description d'un tel écoulement dans la littérature est issue des études numériques de Besnoin et Knio (2004). Comme pour le cas du stack seul, des oscillations des couches de cisaillement apparaissent entre les deux empilements, générant ainsi des structures tourbillonnaires. Le développement des oscillations des couches de cisaillement croît avec l'amplitude des oscillations de vitesse acoustique mais aussi avec la distance séparant le stack de l'échangeur, conformément aux résultats de Besnoin et Knio (2004). Nous observons que les tourbillons ainsi générés peuvent entrer dans les canaux de l'empilement opposé, et modifier le transfert de chaleur entre le stack et l'échangeur comme l'ont montré Besnoin et Knio (2004). Le flux de chaleur perdu par dissipation visqueuse dans l'espace entre les deux empilements est estimé. D'après nos résultats, la dissipation moyenne adimensionnelle  $J_{\nu}$  est multipliée par 2 environ en présence d'échappement tourbillonnaire. Enfin, les oscillations des couches limites de cisaillement rendent l'écoulement non périodique aux fortes amplitudes de vitesse acoustique, comme dans le cas du stack seul.

Nous ne pouvons actuellement pas déterminer si la présence d'échappement tourbillonnaire est bénéfique ou non au transfert de chaleur entre le stack et les échangeurs. Mais il est clair que l'échappement tourbillonnaire a des conséquences non négligeables sur les échanges de chaleur entre les deux empilements. De plus, Besnoin (2001) a montré que la perte de périodicité de l'écoulement, associée aux oscillations des couches de cisaillement aux fortes amplitudes, est responsable d'oscillations basse fréquence de la puissance réfrigérante du système. C'est pourquoi il sera intéressant à l'avenir d'orienter les recherches vers une meilleure compréhension des phénomènes menant aux oscillations des couches de cisaillement derrière les plaques du stack et vers la détermination d'un critère précis caractérisant le déclenchement de ces oscillations. D'un point de vue expérimental, la mesure et la caractérisation du champ thermique et du transfert de chaleur entre le stack et les échangeurs sont les prochaines étapes à franchir. Par exemple, le champ de température oscillante pourra être mesuré par anémométrie fil froid (cf. chapitre 3), tandis que les flux de chaleur pourront être mesurés à l'aide de thermocouples ou de fluxmètres directement intégrés dans les plaques du stacks. De tels capteurs sont en cours de développement au LAUM (Université du Maine), qui ont fait l'objet de premiers tests encourageants au LMFA durant ce travail de thèse (cf. annexe C). A noter que, dans le cadre de la miniaturisation des systèmes thermoacoustiques, ces études ne pourront être effectuées qu'à la condition d'avoir des empilements de plaques aux propriétés géométriques régulières. Ce qui nécessite un effort important au niveau des techniques de fabrication étant données les dimensions concernées.

## Conclusion et perspectives.

Cette thèse porte sur l'étude analytique et expérimentale d'un réfrigérateur thermoacoustique à onde stationnaire, fonctionnant à fort niveau acoustique. Elle fait suite aux travaux effectués depuis une dizaine d'années au Laboratoire de Mécanique des fluides et d'Acoustique de l'Ecole Centrale de Lyon (LMFA), en collaboration avec le Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM). Les travaux abordent plus précisément l'exploration de phénomènes de transport non-linéaire de la chaleur entre le stack et les échangeurs de chaleur, ainsi que les effets de bords, et notamment les écoulements secondaires, apparaissant aux extrémités du stack et des échangeurs. Les résultats obtenus contribuent à une meilleure compréhension de ces phénomènes et au développement de techniques de mesures adaptées aux systèmes thermoacoustiques. Ils ouvrent ainsi la voie vers des outils de conception de systèmes efficaces, en vue d'une miniaturisation.

Dans un premier temps, le transport non-linéaire de chaleur entre le stack et un échangeur lui faisant face fait l'objet d'un modèle analytique 1D. L'objectif est d'identifier les mécanismes physiques impliqués dans le transport de chaleur entre le stack et les échangeurs, et d'étudier l'incidence des caractéristiques géométriques et thermiques des échangeurs sur ces mécanismes, et donc sur les performances des échangeurs. Le modèle proposé est une extension d'un modèle initialement développé par l'équipe du LAUM (Gusev *et al.*, 2000, 2001) mettant en évidence l'apparition d'oscillations harmoniques de température proche des extrémités des empilements, qui influence le transport hydrodynamique de chaleur entre un stack et un échangeur. Le modèle est basé sur une approximation de temps de relaxation pour modéliser le transfert de chaleur entre une plaque d'un empilement et le fluide de travail. L'extension proposée prend en compte les dimensions finies de l'échangeur, ainsi qu'une différence de température moyenne entre les plaques du stack et de l'échangeur. L'apparition d'harmoniques de température aux voisinages des extrémités des plaques est montrée. L'influence des différents paramètres géométriques et thermiques du modèle sur la génération d'harmoniques est étudiée.

Le modèle permet de calculer le flux de chaleur transporté à travers l'espace séparant le stack de l'échangeur. Les résultats sont comparés aux prédictions de la théorie linéaire. Une estimation des pertes dues à la conduction thermique retour est prise en compte dans le calcul du flux de chaleur effectivement disponible au niveau de l'échangeur. Une étude paramétrique et une optimisation des paramètres du modèle sont proposées. La configuration optimale pour le flux de chaleur disponible au niveau de l'échangeur s'avère être différente de celle suggérée par la théorie linéaire. En effet, il apparaît que la présence d'un espace adiabatique entre le stack et chaque échangeur de chaleur améliore les performances du système. Il ressort de cette étude que la configuration optimale du couplage entre le stack et les échangeurs est définie par les effets combinés du transport non-linéaire et de la conduction retour de la chaleur. En revanche, les résultats ne mettent pas en évidence l'existence d'une longueur d'échangeur optimale, contrairement à ce qui a été observé dans les simulations numériques de la littérature. La cause en est vraisemblablement que plusieurs effets, comme la dissipation par les frottements visqueux, ne sont pas pris en compte dans le modèle. Les résultats des simulations numériques de Marx (2003) nous laissent également penser que la non-uniformité du transfert de chaleur transverse local proche des extrémités des plaques (non prise en compte dans le modèle) joue un rôle important dans le couplage thermique entre le stack et les échangeurs de chaleur.

Le principal point faible du modèle est la difficulté d'estimer certains paramètres d'entrée comme les coefficients de relaxation thermique des plaques. C'est dans cette direction que doivent s'orienter les recherches futures, et des comparaisons du modèle pourront être effectuées avec des simulations numériques à partir desquelles les paramètres d'entrée du modèle seront déterminés. L'objectif à terme étant de disposer d'un outil d'aide à la conception d'échangeurs de chaleur thermoacoustiques efficaces.

La suite de la thèse porte sur des études expérimentales. Les expériences sont conduites dans une maquette de réfrigérateur thermoacoustique de faible encombrement, à l'intérieur de laquelle des niveaux acoustiques élevés peuvent être atteints (jusqu'à DR = 5%). Les stacks utilisés sont des empilements de plaques planes parallèles de petite taille, spécialement conçus au LMFA. Leurs caractéristiques géométriques sont proches de celles attendues dans des réfrigérateurs thermoacoustiques efficaces.

Les fluctuations de température et de vitesse dans le réfrigérateur thermoacoustique sont mesurées à l'aide de l'anémométrie fil froid et fil chaud. L'objectif, à terme, de cette étude est la mesure synchronisée de ces deux quantités à l'aide de l'anémométrie à tension constante (CVA), donnant ainsi accès au flux d'enthalpie convecté par l'effet thermoacoustique. Bien que couramment utilisée en mécanique des fluides, l'anémométrie fil froid et fil chaud nécessite l'utilisation de techniques de calibration propres aux écoulements fluctuant autour d'une vitesse nulle, c'est à dire qui présentent un retournement du sens de la vitesse. Des méthodes de mesure spécifiques aux systèmes thermoacoustiques sont ainsi développées.

Les caractéristiques du prototype d'anémomètre CVA qui nous a été prêté par Tao Systems ne permettent pour l'instant pas l'utilisation de fils froids suffisament fins pour notre application. C'est pourquoi les fluctuations de température derrière le stack sont mesurées par anémométrie fil froid à courant constant (CCA). Les fils sont calibrés dynamiquement directement à l'intérieur du résonateur acoustique et leur réponse en fréquence est caractérisée. Les résultats montrent que le modèle analytique développé dans le premier chapitre ne permet pas de décrire correctement le champ de température moyenne derrière le stack. Celui-ci semble en effet régi par la conduction thermique, non prise en compte dans le modèle. Il est montré que l'utilisation d'une sonde droite, dans le sillage du fil perturbe les mesures des fluctuations de température, même lorsque le fil est lui-même très peu sensible aux fluctuations de vitesse. L'utilisation d'une sonde coudée à permis la mesure du profil de l'amplitude des oscillations de température à la fréquence fondamentale derrière le stack. Les résultats obtenus sont en bon accord qualitatif avec les prédictions du modèle. Notamment, la position du maximum d'amplitude prévue par le modèle est en très bon accord avec les données expérimentales. Des développements sont en cours au LMFA pour fabriquer des sondes fil froid coudées munies d'un fil de diamètre plus fin que ceux utilisés dans cette étude, afin de pouvoir mesurer les profils des fluctuations de température derrière le stack aux harmoniques supérieurs.

La mesure des fluctuations de vitesse par anémométrie CVA dans un écoulement fluctuant autour d'une vitesse nulle ou proche de zéro est moins directe. Dans une première approche, la loi stationnaire de transfert de chaleur entre le fil et le fluide l'entourant est déterminée directement dans le résonateur acoustique. Cette calibration basée sur la mesure des maxima de tension, correspondant aux extrema de vitesse, permet de retrouver les lois de transfert de chaleur habituellement observées dans les écoulement stationnaires. Néanmoins, l'application de ces lois à un écoulement oscillant autour d'une vitesse moyenne nulle, c'est à dire en considérant que l'écoulement est quasi-stationnaire, sous-estime fortement le transfert de chaleur entre le fil et le fluide aux instants où l'écoulement se retourne. Ces écarts proche du retournement de l'écoulement sont dus à divers phénomènes inertiels que nous avons mis en évidence et modélisé : l'inertie thermique du fil, les pertes par conduction thermique vers les broches, et la diffusion de la chaleur dans le fluide entourant le fil. Les effets visqueux seront également à prendre en considération dans les études futures. Le développement d'un modèle numérique complet, incluant l'ensemble de ces phénomènes inertiels, est à l'étude. A partir de ce modèle, l'utilisation de méthodes de résolution inverse du problème devrait permettre de calibrer le fil et de mesurer précisement les fluctuations de vitesse dans un écoulement fluctuant autour d'une vitesse nulle.

La dernière partie de cette thèse porte sur la caractérisation par Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV) du champ de vitesse oscillante derrière le stack, et dans l'espace séparant le stack d'un échangeur lui faisant face. Il s'agit de caractériser les écoulements secondaires apparaissant à fort niveau derrière le stack et entre le stack et les échangeurs, et d'évaluer des grandeurs comme la dissipation de la chaleur par les frottements visqueux. La technique expérimentale utilisée reprend celle précédemment développée au LMFA par Duffourd (2001). La mesure de vitesse oscillante est permise grâce à la synchronisation de l'ensemble des acquisitions avec le signal d'alimentation du haut-parleur. La méthode expérimentale est tout d'abord validée dans le résonateur seul. L'hypothèse d'onde plane effectuée dans le modèle proposé dans le chapitre 1 est validée. La vitesse est ensuite mesurée dans les couches limites oscillantes à l'intérieur d'un canal de stack. Le flux de chaleur perdu par dissipation visqueuse est estimé à partir de ces mesures et montre un accord satisfaisant avec le flux calculé analytiquement, quel que soit le niveau acoustique.

L'observation de l'écoulement derrière le stack montre l'apparition de couches de cisaillement s'étendant hors du stack lorsque le fluide est expulsé, dans le prolongement des couches limites oscillantes. A fort niveau de pression acoustique, ces couches de cisaillement oscillent, créant ainsi des allées asymétriques de paires de tourbillons contrarotatifs derrière les plaques du stack. L'échappement tourbillonnaire est caractérisé à l'aide de nombre adimensionnels. Notamment, l'évaluation du nombre de Reynolds montre que l'écoulement reste laminaire. Un nombre de Strouhal basé sur l'espacement entre les plaques du stack prend une valeur constante  $St_{2y_0} = 0.44 \pm 10\%$  pour l'ensemble des géométries testées, et celles issues de la littérature. Un critère approché pour le déclenchement des oscillations est défini, basé sur ce nombre de Strouhal. Des outils d'analyse avancés issus de la mécanique des fluides sont utilisés afin de caractériser plus en détails les structures tourbillonnaires. Une base de données contenant le contour, la position du centre, la circulation et l'aire des tourbillons générés derrière le stack est ainsi constituée. Elle pourra servir de comparaison avec des modèles analytiques ou numériques fluturs, permettant de mieux comprendre les mécanismes des oscillations des couches de cisaillement.

Enfin, l'écoulement entre un stack et un modèle d'échangeur lui faisant face est mesuré. Les oscillations des couches de cisaillement, accompagnées de l'apparition de structures tourbillonnaires, précédemment décrites sont également mises en évidence à fort niveau. Les observations faites sont en bon accord qualitatif avec les résultats des simulations numériques de Besnoin et Knio (2004). Les pertes par dissipation visqueuse à travers l'espace séparant le stack de l'échangeur sont estimées. Sous forme non dimensionnelle, elles sont presque doublées en présence d'échappement tourbillonnaire. Enfin, une première étude statistique du champ de vitesse entre les deux empilements montre la perte de périodicité de l'écoulement, qui n'est plus reproductible d'une période acoustique à une autre. Besnoin (2001) a également observé ce phénomène qui aurait pour conséquence l'oscillation de la puissance réfrigérante du système global.

Les travaux présentés ici ouvrent diverses perspectives de recherche. Dans l'immédiat, le modèle analytique développé au chapitre 2 doit être validé plus avant. Pour cela, on peut envisager d'effectuer des comparaisons avec les codes de calculs développés au LMFA par Marx (2003) en prenant de soin d'évaluer les paramètres d'entrée du modèle lors des simulations. Il serait intéressant de prendre en compte des phénomènes pour l'instant négligés dans le modèle, comme l'effet de la dissipation visqueuse ou la conduction axiale par exemple. Une possible extension consisterait à coupler ce modèle analytique avec celui de l'établissement du gradient de température le long du stack développé par Lotton *et al.* (2007). Une description du système complet stack - échangeurs serait alors fournie.

L'utilisation de l'anémométrie fil froid et fil chaud pour la mesure des fluctuations de température et de vitesse dans le réfrigérateur thermoacoustique demande encore quelques efforts de recherche. Des tests avec des fils froids différents sont prévus très prochainement afin de vérifier la mesure des harmoniques supérieurs de température derrière le stack. Par ailleurs, Tao Systems travaille actuellement sur un nouveau prototype d'anémomètre CVA qui devrait permettre la mesure de températures oscillantes, contrairement au prototype dont nous disposons actuellement. Concernant la mesure des oscillations de vitesse, le développement d'un modèle complet des échanges de chaleur entre un fil chaud et le fluide l'entourant est en cours. La résolution du problème inverse basé sur ce modèle devrait permettre la mesure précise des vitesses fluctuantes derrière le stack. L'objectif final reste la mesure synchronisée des fluctuations de vitesse et de température, donnant accès au flux d'enthalpie. Pour cela, il sera également nécessaire de mesurer les relations de phase entre les différents signaux.

Un premier critère pour le déclenchement des oscillations des couches de cisaillement derrière le stack est proposé. Une modélisation des mécanismes mis en jeu dans ce phénomène est néanmoins nécessaire afin de déterminer un critère plus précis et pouvoir contrôler ces oscillations. Une prochaine étape consistera à déterminer si ces oscillations sont bénéfiques ou non pour les performances des systèmes thermoacoustiques. Pour ce faire, des stacks micro-technologiques, avec dispositifs de mesure intégrés (thermocouples, capteurs de flux, ...), sont en cours de développement au LAUM (cf. annexe C). Des mesures PIV couplées avec ces stacks instrumentés apporteront des informations précieuses sur les mécanismes de transfert de chaleur entre le stack et les échangeurs.

Dans le cadre du projet ANR MicroThermoAc NT051\_42101, piloté par le LMFA en collaboration avec le LAUM et le TREFLE (Bordeaux), un prototype de réfrigérateur thermoacoustique miniature est en cours de développement. Il s'agit de mettre en commun l'ensemble des connaissances acquises en réfrigération thermoacoustique dans ces laboratoires depuis une dizaine d'années pour concevoir un démonstateur performant. Le prototype en est actuellement au stade de la conception. Le couple thermoacoustique (stack et échangeurs de chaleur) demande notamment une attention particulière, tant d'un point de vue de la conception que de la fabrication. Des premiers tests sont espérés au premier trimestre de l'année 2008.

## Bibliographie

- Aben P., Zeegers J.C.H. (2006), High-amplitude oscillatory gas flow in interaction with solid boundaries. 8ème Congrès Français d'Acoustique, Tours 2006. CD-ROM.
- Adeff J.A., Hofler T.J. (2000), Design and construction of a solar-powered, thermoacoustically driven, thermoacoustic refrigerator. J. Acoust. Soc. Am. 107, L37-L42.
- Arnott P.W., Bass H.E., Raspet R. (1991), General formulation of thermoacoustics for stacks having arbitrarily shaped pore cross sections. J. Acoust. Soc. Am. 90, 3228-3237.
- Atchley A. A., Hofler T. J., Muzzerall M. L., Kite M. D., Ao C. (1990), Acoustically generated temperature gradients in short plates. J. Acoust. Soc. Am. 88, 251-263.
- Atchley A. A. (1994), Analysis of the initial build-up of oscillations in a thermoacoustic prime mover below onset of self-oscillations. J. Acoust. Soc. Am. 96, 370-375.
- Backhaus S., Swift G.W. (2000), A thermoacoustic-Stirling heat engine : detailed study. J. Acoust. Soc. Am. 107, 3148-3166.
- Bailliet H., Lotton P., Bruneau M., Gusev V., Valiere J.C., Gazenbel B. (2000a), Acoustic power flow measurement in a thermoacoustic resonator by means of laser Doppler anemometry (LDA) and microphonic measurement. Appl. Acoust. 60, 1-11.
- Bailliet H., Lotton P., Bruneau M., Gusev V. (2000b), Coupling between electrodynamic loudspeakers and thermoacoustic cavities. Acta Acustica united with Acustica 86, 363-373.
- Bailliet H., Gusev V., Raspet R., Hiller R.A. (2001), Acoustic streaming in closed thermoacoustic devices. J. Acoust. Soc. Am. 110, 1808-1821.
- Bailly C., Comte-Bellot G. (2003), Turbulence, Ch. 10, ed. CNRS.
- Bearman P.W. (1984), Vortex shedding from oscillating bluff bodies, Ann. Rev. Fluid Mech. 16, 195-222.
- Berson A., Blanc-Benon Ph., Rapport ANR MicroThermoAc NT051\_42101 LMFA (Document interne), Décembre 2006.
- Berson A., Michard M., Blanc-Benon Ph. (2007a), Measurement of acoustic velocity in the stack of a thermoacoustic refrigerator using Particle Image Velocimetry, Heat and Mass Transfer, *disponible en ligne*. DOI: 10.1007/s00231-007-0316-x.
- Berson A., Blanc-Benon Ph. (2007b), Nonperiodicity of the flow within the gap of a thermoacoustic couple at high amplitudes, J. Acoust. Soc. Am. **122**, EL122-EL127.

- Besnoin E. (2001), Numerical study of thermoacoustic heat exchangers. PhD Thesis, The Johns Hopkins University, 2001.
- Besnoin E., Knio O. (2004), Numerical study of thermoacoustic heat exchangers. Acta Acustica united with Acustica **90**, 432-444.
- Biwa T., Ueda Y., Yazaki T., Mizutani U. (2001), Work flow measurements in a thermoacoustic engine. Cryogenics, 41, 305-310.
- Blanc-Benon Ph., Besnoin E., Knio O. (2003), Experimental and computational visualization of the flow field in a thermoacoustic stack. C.R. Mécanique **331**, 17-24.
- Boluriaan S., Morris P. (2003), Numerical simulation of acoustic streaming in high amplitude standing waves. AIAA-2003-3152.
- Bonnet J.P., Alziary de Roquefort T. (1980), Determination and optimization of frequency response of constant temperature hot-wire anemometers in supersonic flows. Rev. Sci. Instrum. **51**, 234-239.
- Bremhorst K., Gilmore D.B. (1978), Influence of end conduction on the sensibility to stream temperature fluctuations of a hot-wire anemometer. Int. J. Heat Mass Transf. **21**, 145-154.
- Brewster J.R., Raspet R., Bass H.E. (1997), Temperature discontinuities between elements of thermoacoustic devices. J. Acoust. Soc. Am. **102**, 3355-3360.
- Bruneau M. (1998), Manuel d'acoustique fondamentale, Ch. 5, ed. Hermès.
- Bruun H.H. (1995), Hot-wire anemometry, Ch. 2, ed. Oxford University Press.
- Campbell M., Cosgrove J.A., Greated C.A., Jack S., Rockliff D. (2000), Review of LDA and PIV applied to the measurement of sound and acoustic streaming. Opt. Laser Technol. **32**, 3456-3464.
- Cao N., Olson J.R., Swift G.W., Chen J. (1996), Energy flux density in a thermoacoustic couple. J. Acoust. Soc. Am. 99, 3456-3464.
- Castrejón-Pita J.R., Castrejón-Pita A.A., Huelsz G., Tovar R.,(2006), Experimental demonstration of the Rayleigh acoustic viscous boundary layer theory. Physical Review E. **73**, n° 036601.
- Ceperley P.H. (1979), A pistonless Stirling engine the traveling wave heat engine. J. Acoust. Soc. Am. 66, 1508-1513.
- Champagne F.H., Sleicher C.A., Wehrmann O.H. (1967), Turbulence measurements with inclined hot wires : Part 1. Heat transfer experiments with inclined hot wire. J. Fluid Mech. 28, 153-175.
- Chen R.L., Chen Y.C., Chen C.L., Tsai C., Denatale J. (2002), Development of miniature thermoacoustic refrigerators. AIAA-2002-0206.
- Chun Y.D., Kim Y.H. (2000), Numerical analysis for nonlinear resonant oscillations of gas in axisymmetric closed tubes. J. Acoust. Soc. Am. 108, 2765-2774.
- Collis D.C., Williams M.J. (1959), Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds number. J. Fluid Mech. 6, 357-384.
- Comte-Bellot G. (1998), Hot-wire anemometry. The handbook of fluid dynamics, Ch. 34, ed. R.W. Johnson.

- Comte-Bellot G., Weiss J., Béra J.Ch. (2004), Lead-resistance effects in a constant voltage anemometer. Rev. Sci. Instrum. 75, No.6, 2075-2081.
- Conway P., Punch J. (2007), Micro-acoustic challenges for thermal management of electronic systems. International Congress on Ultrasonics, Vienne, 9-13 Avril 2007, proceedings à paraître.
- Corrsin S. (1963), Handbuch der physik, Turbulence : experimental methods. Springer-Verlag, 524-587.
- Dantec (90C20 User's guide), Temperature module 90C20, Installation and user's guide.
- Debesse P., Baltean Carlès D., Lusseyran F., François M.X. (2007), Analyse expérimentale des effets non linéaires dans les systèmes thermoacoustiques. 18ème Congrès Français de Mécanique, Grenoble 2007, n° 1121.
- DeBlois B.M., Sobey I.J., Alani S. (1993), Characteristics of the vortex wave. J. Fluid. Mech. 253, 27-43.
- Detemple-Laake E., Eckelmann H. (1989), Phenomenology of Kármán vortex streets in oscillatory flow. Exp. Fluids. 7, 217-227.
- Dowling A.P. (1995), The calculation of thermoacoustic oscillations. J. of Sound and Vibration 180, 557-581.
- Dubief Y., Delcayre F. (2000), On coherent-vortex identification in turbulence. Journal of Turbulence. 1, 2075-2081.
- Duffourd S. (2001), Réfrigérateur thermoacoustique : études analytiques et expérimentales en vue d'une miniaturisation. Thèse de doctorat 2001-06, Ecole Centrale de Lyon.
- Elger D. F., Adams R. L., Dynamic hot-wire anemometer calibration using an oscillating flow. Journal of Physics E - Scientific Instruments 22 (1989), 166-172.
- Fan L., Zhang S.Y., Wang B.R. (2004), Coupling between thermoacoustic resonance pipes and piezoelectric loudspeakers studied by equivalent circuit method. J. Acoust. Soc. Am. 120, 1381-1387.
- Feldman K.T. (1968), Review of the literature on Sondhaus thermoacoustic phenomena. J. of Sound and Vibration 7, 71-82.
- Freymuth P., Engineering estimate of heat conduction loss in constant temperature thermal sensors. TSI Quart. 5, Issue 3, (1979).
- Gaitan D.F., Atchley A.A. (1993), Finite amplitude standing waves in harmonic and anharmonic tubes. J. Acoust. Soc. Am. 93, 2489-2495.
- Gaitan D.F., Gospinath A., Atchley A.A. (1994), Experimental study of acoustic turbulence and streaming in a thermoacoustic stack. J. Acoust. Soc. Am. 94, 3320.
- Garret S.L., Adeff J.A., Hofler T.J. (1993), Thermoacoustic refrigerator for space applications. J. Thermophys. Heat Transf. 7, 595-599.
- Garrett S.L., Perlins D.K., Gopinath A. (1994), Thermoacoustic refrigerator heat exchangers : design, analysis and fabrication. Heat Transfer 1994, proceedings of the Tenth International Heat Transfer Conference, edited by G.F. Hewitt (Inst. of Chem. Engineers, Londres, 1994), Vol 4, 375-380.

- Geller D.A., Swift G.W. (2002), Saturation of thermoacoustic mixture separation. J. Acoust. Soc. Am. 111, 1675-1684.
- Gharib M., Rambod E., Shariff K. (1998), A universal time scale for vortex ring formation. J. Fluid. Mech. 360, 121-140.
- Gomaa H., Al Tawel A.M. (2005), Effect of oscillatory motion on heat transfer at vertical flat surfaces. Int. J. Heat Mass Transfer 48, 1494-1504.
- Gopinath A., Tait N.L., Garrett S.L. (1998), Thermoacoustic streaming in a resonant channel : the time-averaged temperature distribution. J. Acoust. Soc. Am. 103, 1388-1405.
- Graftieaux L., Michard M., Grosjean N. (2001), Combining PIV, POD and vortex identification algorithms for the study of unsteady turbulent swirling flows. Meas. Sci. Technol. 12, 1422-1429.
- Gusev V., Lotton P., Baillet H., Job S., Bruneau M. (2001), Thermal wave harmonics generation in the hydrodynamical heat transport in thermoacoustics. J. Acoust. Soc. Am. **109**, 84-90.
- Gusev V., Lotton P., Baillet H., Job S., Bruneau M. (2000), Relaxation-time approximation for analytical evaluation of temperature field in a thermoacoustic stack. J. of Sound and Vibration **235**, 711-726.
- Hamilton M.F., Ilinskii Y.A., Zabolotskaya E.A. (2001), Linear and nonlinear frequency shifts in acoustical resonators with varying cross sections. J. Acoust. Soc. Am. **110**, 109-119.
- Hann D.B., Greated C.A. (1997), Particle image velocimetry for the measurement of mean and acoustic particle velocities. Meas. Sci. Technol. 8, 656-660.
- Heckl M.A. (1988), Active control of the noise from a Rijke tube. J. of Sound and Vibration 124, 117-133.
- Herman C., Kang E., Wetzel M. (1998), Expanding the applications of holographic interferometry to the quantitative visualization of oscillatory thermofluid processes using temperature as tracer. Exp. Fluids 24, 431-446.
- Herman C., Chen Y. (2006a), A simplified model of heat transfer in heat exchangers and stack plates of thermoacoustic refrigerators. Heat and Mass Transf. 42, 901-917.
- Herman C., Travnicek Z. (2006b), Cool sound : the future of refrigeration? Thermodynamic and heat transfer issues in thermoacoustic refrigeration. Heat and Mass Transf. **42**, 492-500.
- Hofler J. (1986), Thermoacoustic refrigerator design and performance. PhD Thesis, University of California, San Diego, 1986.
- Højstrup J., Larsen S. E., Rasmussen K. (1976), Dynamic calibration of temperature wires in still air. DISA Information September 1976, 22-30.
- Huelsz G., Ramos E. (1998), Temperature measurements inside the oscillatory boundary layer produced by acoustic waves. J. Acoust. Soc. Am. 103, 1532-1537.
- Huelsz G., Lopez-Alquicira F. (2001), Hot wire anemometry in acoustic waves. Exp. Fluids 30, 283-285.
- Huelsz G., Lopez-Alquicira F., Ramos E. (2002), Velocity measurements in the oscillatory boundary layer produced by acoustic waves. Exp. Fluids **32**, 612-615.

- Humphreys W.M., Bartram S.M., Parrott T.L., Jones M.G. (1998), Digital PIV measurements of acoustic particle displacements in a normal incidence impedance tube. 20th AIAA advanced measurement and ground testing technology conference, Albuquerque, NM. AIAA Paper 98-2611.
- Ilinskii Y.A., Lipkens B., Lucas T.S., Van Doren T.W., Zabolotskaya E.A. (1998), Nonlinear standing waves in acoustical resonator. J. Acoust. Soc. Am. **104**, 2664-2674.
- Incropera F. P., DeWitt D. P. (1996), Fundamentals of heat and mass transfer, Chp 3, ed. Wiley, 4th edition.
- Ishikawa H., Mee D.J. (2002), Numerical investigations of flow and energy fields near a thermoacoustic couple. J. Acoust. Soc. Am. 111, 831-839.
- Jeong J., Hussain F. (1995), On the identification of a vortex, J. Fluid. Mech. 285, 69-94.
- Job S., Gusev V., Lotton P., Bruneau M. (2003), Acoustic streaming measurements in annular thermoacoustic engines. J. Acoust. Soc. Am. 113, 1892-1899.
- Karpov S., Prosperetti A. (2002), A nonlinear model of thermoacoustic devices. J. Acoust. Soc. Am. 112, 1431-1444.
- Kim Y. T., Suh S. J., Kim M. G. (1998), Linear resonant duct thermoacoustic refrigerator having regenerator stacks. Proc. 16th international congress on acoustics, Seattle, Washington, USA, 20-26 June 1998, 821-822.
- King L. V. (1914), On the convection of heat from small cylinders in a stream of fluid : determination of the convection constants of small platinum wires with applications to hot-wire anemometry. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A 214, 373-432.
- Kwon Y.S., El-Gendy H., Symko O.G. (2005), Ultrasonic thermoacoustic cooler. J. Acoust. Soc. Am. 118, 1927.
- Landau L. D., Lifshitz E. M. (1987), Fluid mechanics, Ch. 5, ed. Pergamon press, 2nd edition.
- Lawrenson C.C., Lipkens B., Lucas T.S, Perkins D.K., Van Doren, T.W. (1998), Measurements of macrosonic standing waves in oscillating closed cavities. J. Acoust. Soc. Am. 104, 623-636.
- Li. Y., Minner B.L., Chiu G.T.C, Mongeau L., Braun J.E. (2002), Adaptive tuning of an electrodynamically driven thermoacoustic cooler. J. Acoust. Soc. Am. 111, 1251-1258.
- Li J.D., McKeon B.J., Jiang W., Morrison J.F., Smits A.J. (2004), The response of hot wires in high Reynolds number turbulent pipe flow. Meas. Sci. Technol. 15, 789-798.
- Lightfoot J.A., Arnott W.P., Bass H.E., Raspet R. (1998), Experimental study of a radial mode thermoacoustic cooler. J. Acoust. Soc. Am. 111, 1251-1258.
- Lihoreau B., Lotton P., Bruneau M., Gusev V. (2002), Piezoelectric source exciting termoacoustic resonator : analytical modelling and experiment. Acta Acustica united with Acustica 88, 986-997.
- Liu J., Garrett S.L. (2006), Relationship between Nusselt number and the thermoviscous (Rott) functions. J. Acoust. Soc. Am. 119, 1457-1462.

- Lotton P., Blanc-Benon Ph., Bruneau M., Gusev V., Duffourd S., Mironov M., Poignand G. (2007), Transient regime in thermoacoustic refrigerator : mean temperature profile evolution inside the stack.J. Acoust. Soc. Am., *soumis pour publication*, 2007.
- Lycklama à Nijeholt, Tijani M.E.H., Spoelstra S. (2005), Simulation of a travelling-wave thermoacoustic engine using computational fluid dynamics. J. Acoust. Soc. Am. **118**, 2265-2270.
- Mao X., Yu Z., Jaworski A.J. (2007), Oscillating flow in a parallel-plate stack of a standing wave thermoacoustic resonator : PIV measurements within the entrance region. International Congress on Ultrasonics, Vienne, 9-13 Avril 2007, proceedings à paraître.
- Marx D. (2003), Simulation numérique d'un réfrigérateur thermoacoustique. Thèse de doctorat 2003-34, Ecole Centrale de Lyon, 2003.
- Marx D., Blanc-Benon Ph. (2004a), Numerical simulation of stack-heat exchangers coupling in a thermoacoustic refrigerator. AIAA Journal **42**(7), 1338-1347.
- Marx D., Blanc-Benon Ph. (2004b), Computation of mean velocity field above a stack plate in a thermoacoustic refrigerator. C.R. Mécanique 332, 867-874.
- Marx D., Blanc-Benon Ph. (2005), Computation of the temperature distortion in the stack of a standingwave thermoacoustic refrigerator. J. Acoust. Soc. Am. 118 (2005), 2993-2999.
- Marx D., Mao X., Jaworki A.J. (2006), Acoustic coupling between the loudspeaker and the resonator in a standing-wave thermoacoustic device. Appl. Acoust. 67 (2006), 402-419.
- Matveev K. I., Swift G. W., Backhaus S. (2006), Temperatures near the interface between an ideal heat exchanger and a thermoal buffer tube or pulse tube. Int. J. Heat Mass Transfer **49**, 868-878.
- Matveev K. I., Swift G. W., Backhaus S. (2007), Analytical solution for temperature profiles at the ends of thermal buffer tubes. Int. J. Heat Mass Transfer **50**, 897-901.
- Melling A. (1997), Tracer particles and seeding for particle image velocimetry. Meas Sci Technol 8, 1406-1416.
- Menguy L., Gilbert J. (2000), Non-linear acoustic streaming accompanying a plane stationary wave in a guide. Acta Acust. 86, 249-259.
- Merkli P., Thomann H. (1975a), Transition to turbulence in oscillating pipe flow. J. Fluid. Mech. 68, 567-575.
- Merkli P., Thomann H. (1975b), Thermoacoustic effects in a resonance tube. J. Fluid. Mech. 70, 161-177.
- Mongeau L., Alexander A., Minner B.L., Paek I., Braun J.E. (2001), Experimental investigations of an electro-dynamically driven thermoacoustic cooler. Proceedings of the 2001 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, American Society of Mechanical Engineers, New York, 2001, 1-12.
- Morris S.C., Foss J.F. (2003), Transient thermal response of a hot-wire anemometer. Meas. Sci. Technol. 14, 251-259.
- Mozurkewich G. (1998a), Time-average temperature distribution in a thermoacoustic stack. J. Acoust. Soc. Am. **103**, 380-388.

- Mozurkewich G. (1998b), A model for heat transfer in thermoacoustics. J. Acoust. Soc. Am. **103**, 3318-3326.
- Mozurkewich G. (2001), Heat transfer from transverse tubes adjacent to a thermoacoustic stack. J. Acoust. Soc. Am. **110**, 841-847.
- Muelheisen R.T., Beamer C.W.IV, Tinianov B.D. (2005), Measurements and empirical model of the acoustic properties of reticulated vitreous carbon. J. Acoust. Soc. Am. **117**, 536-544.
- Nakamura Y., Ohya Y., Tsuruta H. (1991), Experiments on vortex shedding from flat plates with square leading and trailing edges. J. Fluid Mech. 222, 437-447.
- Nika Ph., Bailly Y., Guermeur F. (2005), Thermoacoustics and related oscillatory heat and fluid flows in micro heat exchangers. Int. J. Heat Mass Transfer 48, 3773-3792.
- Nyborg W.L. (1965), Acoustic streaming. Physical acoustics, Ch. 11, ed. W.P Mason.
- Olson J.R., Swift G.W. (1997), Acoustic streaming in pulse tube refrigerators : tapered pulse tube. J. Acoust. Soc. Am. **37**, 769-776.
- Paek I., Braun J.E., Mongeau L. (2005a), Characterizing heat transfer coefficients for heat exchangers in standing wave thermoacoustic coolers. J. Acoust. Soc. Am. 118, 2271-2280.
- Paek I., Mongeau L., Braun J.E. (2005b), A method for estimating the parameters of electrodynamic drivers in thermoacoustic coolers. J. Acoust. Soc. Am. 117, 185-193.
- Paek I., Braun J.E., Mongeau L. (2007), Evaluation of standing-wave thermoacoustic cycles for cooling applications. Int. J. Refrigeration. 30, 1059-1071.
- Panton R.L. (1996), Incompressible flow, Ch. 18, ed. Wiley, 2nd edition.
- Paranthoen P., Petit C., Lecordier J.C. (1982), The effect of the thermal prong-wire interaction on the response of a cold wire in gaseous flows (air, argon and helium). J. Fluid Mech. **124**, 457-473.
- Pedley T.J. (1975), A thermal boundary layer in a reversing flow. J. Fluid. Mech. 67, 209-225.
- Pedley T.J. (1976a), Viscous boundary layers in reversing flow. J. Fluid. Mech. 74, 59-79.
- Pedley T.J. (1976b), Heat transfer from a hot film in reversing shear flow. J. Fluid. Mech. 78, 513-534.
- Penelet G., Gaviot E., Gusev V., Lotton P., Bruneau M. (2002), Experimental investigation of transient nonlinear phenomena in an annular thermoacoustic prime-mover : observation of a double-treshold effect. Cryogenics. 42, 527-532.
- Penelet G., Lotton P., Gusev V., Poignand G., Bruneau M., Gaviot E., Durand S., Camberlein L., Blanc-Benon Ph. (2006), Thermoacoustique : principe et perspectives en microfluidique. La Houille Blanche 4, 1-6.
- Piccolo A., Pistone G. (2006), Estimation of heat transfer coefficients in oscillating flows : the thermoacoustic case. Int. J. Heat Mass Transf. 49, 1631-1642.
- Poese M.E., Garrett S.L. (2000), Performance measurements on a thermoacoustic refrigerator driven at high amplitudes. J. Acoust. Soc. Am. 107, 2480-2486.

- Poignand G., Lihoreau B., Lotton P., Gaviot E., Bruneau M., Gusev V. (2007), Optimal acoustic fields in compact thermoacoustic refrigerators. Appl. Acoust. 68, 642-659.
- Popescu G., Radcenco V., Gargalian E., Ramany Bala P. (2001), A critical review of pulse-tube cryogenerator research. Int. J. Refrigeration. 24, 230-237.
- Quénot G.M., Pakleza J., Kowalewski T.A. (1998), Particle image velocimetry with optical flow. Exp. Fluids. 25, 177-189.
- Raffel M., Willert C., Kompenhans J., Particle Image Velocimetry, a practical guide. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1998.
- Radebaugh R. (1990), A review of pulse-tube refrigeration. Adv. Cryog. Eng. 35, 1191-1205.
- Rayleigh L. (1945), The theory of sound. Dover, New York, 2nd ed., 1945.
- Roh H.S., Raspett R., Bass H.E. (2007), Parallel capillary tube-based extension of thermoacoustic theory for random porous media. J. Acoust. Soc. Am. **121**, 1413-1422.
- Rott N. (1980), Thermoacoustics. Advances in Applied Mechanics. 20, 135-175.
- Sarma G. R., Comte-Bellot G. (2002), Automated constant voltage anemometer for measurements with temperature drifts. Rev. Sci. Instrum. **73**, 1313-1317.
- Slaton W.V., Zeegers J.C.H. (2005), An aeroacoustically driven thermoacoustic heat pump. J. Acoust. Soc. Am. 117, 3628-3635.
- So. J.H., Swift G.W., Backhaus S. (2006), An internal streaming instability in regenerators. J. Acoust. Soc. Am. 120, 1898-1909.
- Sobey I.J. (1985), Observation of waves during oscillatory cannel flow. J. Fluid. Mech. 151, 395-426.
- Spoelstra S., Tijani M.E.H. (2005), Thermoacoustic heat pumps for energy savings. Séminaire "Boundary crossing acoustics" de l'Acoustical Society of the Netherlands, 23 Novembre 2005.
- Strickland W.T.J., Davis S.H.J. (1966), Transient response of the fluid surrounding a hot wire. I&EC Fundamentals. 5, 38-42.
- Svetovoy V.B., Winter I.A. (2000), Model of the microflown microphone. Sensors and Actuators 86, 171-181.
- Swift G.W., Migliori A., Hofler T., Wheatley J. (1985), Theory and calculations for an instrinsically irreversible acoustic prime mover using liquid sodium as primary working fluid. J. Acoust. Soc. Am. 78, 767-781.
- Swift G. W. (1988), Thermoacoustic engines. J. Acoust. Soc. Am. 84, 1145-1180.
- Swift G. W. (1992), Analysis and performance of a large thermoacoustic engine. J. Acoust. Soc. Am. 92, 1551-1563.
- Swift G. W., Keolian R.M. (1993), Thermoacoustics in pin-array stacks. J. Acoust. Soc. Am. 94, 941-943.
- Swift G. W. (2002), Thermoacoustics : a unifying perspective for some engines and refrigerators, Chp 8, ed. Acoustical Society of America, New York.

- Swift G.W., Backhaus S. (2004), A resonant, self-pumped, circulating thermoacoustic heat exchanger. J. Acoust. Soc. Am. 116, 2923-2938.
- Symko O.G., Abdel-Rahman E., Kwon Y.S., Emmi M., Behunin R. (2004), Design and development of high-frequency thermoacoustic engines for thermal management in microelectronics. Microelectronics J. 35, 185-191.
- Tao Systems (2005), Constant Voltage Anemometer, Technical note, www.taosystems.com/products.
- Taylor K.J. (1976), Absolute measurement of acoustic particle velocity. J. Acoust. Soc. Am. 59, 691-694.
- Temkin S. (1981), Elements of acoustics. Wiley, 1981.
- Thompson M.W., Atchley A.A. (2005a), Simultaneous measurement of acoustic and streaming velocities in a standing wave using laser Doppler anemometry. J. Acoust. Soc. Am. **117**, 1828-1838.
- Thompson M.W., Atchley A.A., Maccarone M.J. (2005b), Influences of a temperature gradient and fluid inertia on acoustic streaming in a standing wave. J. Acoust. Soc. Am. **117**, 1839-1849.
- Tijani M.E.H. (2001), Loudspeaker-driven thermo-acoustic refrigeration, PhD Thesis, TU Eindhoven, Pays-Bas, 2001.
- Tijani M.E.H., Zeegers J.C.H., de Waele A.T.A.M. (2002a), The optimal stack spacing for thermoacoustic refrigeration. J. Acoust. Soc. Am. **112**, 128-133.
- Tijani M.E.H., Zeegers J.C.H., de Waele A.T.A.M. (2002b), Prandtl number and thermoacoustic refrigerators. J. Acoust. Soc. Am. **112**, 134-143.
- Tijani M.E.H., Spoelstra S., Bach P.W. (2004), Thermal-relaxation dissipation in thermoacoustic systems. Appl. Acoust. **165**, 1-13.
- Tutty O.R., Pedley T.J. (1993), Oscillatory flow in a stepped channel. J. Fluid. Mech. 247, 179-204.
- Van Honschoten J.W., Krijnen G.J.M., Svetovoy V.B., De Bree H.E., Elwenspoek M.C. (2004), Analytical model of a two-wire thermal sensor for flow and sound measurements. J. Micromech. Microeng. 14, 1468-1477.
- Wakeland R.S., Keolian R.M. (2002), Thermoacoustics with idealized heat exchangers and no stack. J. Acoust. Soc. Am. 111, 2654-2664.
- Ward W.C., Swift G.W., (1994), Design environment for low-amplitude thermoacoustic engines. J. Acoust. Soc. Am. 95, 3671-3672. (DeltaE, disponible en ligne www.lanl.gov/projects/thermoacoustics.)
- Watanabe M., Prosperetti A., Yuan H. (1997), A simplified model for linear and nonlinear processes in thermoacoustic prime movers. PartI : model and linear theory. J. Acoust. Soc. Am. **102**, 3484-3496.
- Watkins C.B., Herron I.H. (1978), Laminar shear layer due to a thin flat plate oscillatinf with zero mean velocity. J. Fluids. Eng. 100, 367-373.
- Waxler R. (2001), Stationary velocity and pressure gradients in a thermoacoustic stack. J. Acoust. Soc. Am. 109, 2739-2750.
- Wheatley J., Hofler T., Swift G.W, Migliori A. (1983), An intrisically irreversible thermoacoustic heat engine. J. Acoust. Soc. Am. 74, 153-170.

- Weiss J., Comte-Bellot G. (2004), Electronic noise in a constant voltage anemometer. Rev. Sci. Instrum. **75** (2004), 1290-1296.
- Weiss F., Paranthoen P., Lecordier J.C. (2005), Frequency response of a cold-wire in a flow seeded with oil particles. Experiments in Fluids **39**, 935-940.
- Wetzel M., Herman C. (1997). Design optimization of thermoacoustic refrigerators, Int. J. Refrig. 20, 3-21.
- Wetzel M., Herman C. (1999). Experimental study of thermoacoustic effect on a single plate part II : Heat transfer., Heat and Mass Transfer **35**, 433-441.
- Wetzel M., Herman C. (2000). "Experimental study of thermoacoustic effect on a single plate part I : Temperature fields.", Heat and Mass Transfer 36, 7-20.
- Whitham G. B. (1974), Linear and nonlinear waves, Chp 7, ed. John Wiley & Sons.
- Williamson C.H.K. (1985), Sinusoidal flow relative to circular cylinders. J. Fluid. Mech. 155, 141-174.
- Wollan J.J., Swift G.W., Backhaus S.N., Gardner D.L. (2002), Development of a thermoacoustic natural gas liquefier. AIChE meeting, New Orleans, LA, 11-14 Mars 2002.
- Worlikar A.S., Knio O.M. (1996), Numerical simulation of a thermoacoustic refrigerator. Part I: Unsteady adiabatic flow around the stack. J. Comput. Phys. **127**, 424-451.
- Worlikar A.S., Knio O.M. (1999), Numerical study of oscillatory flow and heat transfer in a loaded thermoacoustic stack. Num. Heat. Transf. Part A : Applications. **35**, 49-65.
- Yazaki T., Tominaga A., Narahara Y. (1980), Experiments on thermally driven acoustic oscillations of gaseous Helium. Journal of low temperature physics 41, 45-60.
- Yazaki T., Iwata A., Maekawa T., Tominaga A. (1998), Traveling wave thermoacoustic engine in a looped tube. Phys. Rev. Lett. 81, 3128-3131.
- Yuan H., Karpov S., Prosperetti A. (1997), A simplified model for linear and nonlinear processes in thermoacoustic prime movers. Part II : nonlinear oscillations. J. Acoust. Soc. Am. 102, 3497-3506.
- Zdravkovich M.M. (2003), Flow around circular cylinder, Oxford University Press.
- Zhao W., Frankel S., Mongeau L. (2000), Effects of trailing edge instability on vortex ring formation. Physics of Fluids **12**, 589-596.

### Annexe A

# Photographies des dispositifs expérimentaux.



FIG. A.1 – Vue générale de la maquette de réfrigérateur thermoacoustique. Le haut-parleur est disposé à gauche. On peut distinguer le stack à travers l'accès optique, à la moitié du résonateur environ.



FIG. A.2 – Vue en gros plan du stack C dont les caractéristiques sont données dans le tableau 4.1.



FIG. A.3 – Procédé de fabrication des stacks A et B. (a) : gabarit permettant le bon alignement des plaques des stacks. (b) Empilements A (cales rouges) et B (cales grises) sans support.



FIG. A.4 – Vues en gros plan du stack A. (a) : Stack A dans son support en Delrin. Le stack et le support sont peint en noir mat pour éviter les réflexions lors des mesures PIV. (b) Stack A instrumenté d'un thermocouple à chaque extrémité.



FIG. A.5 – Mesures fil froid - fil chaud du chapitre 3. (a) : Vue générale du dispositif expérimental de mesure fil froid -fil chaud. Le haut-parleur est situé à droite sur la photo. A gauche, le système de déplacement de la sonde est visible. La sonde traverse le fond du résonateur. (b) Vue rapprochée du fil proche du stack à travers l'accès optique.



FIG. A.6 – Mesures PIV du chapitre 3. (a) : Vue générale du dispositif expérimental de mesure fil froid -fil chaud. Le haut-parleur est situé à gauche sur la photo. La caméra est placée au dessus de l'accès optique. L'extrémité de l'optique du laser est visible en bas à droite de l'image. L'éclairement se fait par le fond du résonateur. (b) Vue rapprochée du fond du résonateur dédié aux mesures PIV. Le fond est composé d'un accès optique, de l'arrivée de deux tubes capillaires et d'une prise de pression.



FIG. A.7 – Mesures PIV du chapitre 3. (a) : Vue rapprochée du stack éclairé par le laser. Le plan lumineux est parallèle à l'axe du résonateur et perpendiculaire aux plaques du stack. (b) Vue rapprochée de deux stacks placés l'un en face de l'autre, représentant un couple stack - échangeur de chaleur.

#### Annexe B

# Constantes du modèle analytique du chapitre 2.

Les constantes d'intégration  $C_i$  du modèle analytique présenté dans le chapitre 2 sont obtenues par la résolution du système  $6 \times 6$  composé des équations 2.19 à 2.24. Dans ces équations, on a posé

$$\tau_{\xi_{-\pi}}(X) = \arccos(\xi_{-\pi} - 1 - X)$$

Les constantes sont données par les équations B.1 à B.6 :

- Derrière l'échangeur (zone 4)

$$C_4 = \frac{D_{C_4}}{(1+R_h^2)(1+R_s^2)\sinh\left(\frac{\tau_{\xi-\pi}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi-\pi}(d)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi-\pi}(0)}{R_s}\right)}$$
(B.1)

avec,  ${\cal D}_{C_4}$  le numérateur défini comme suit :

$$D_{C_4} = \left[ (R_h^2 - R_s^2) \cos(\tau_{\xi_{-\pi}}(d)) + (1 + R_h^2) d \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) - \left[ (1 + R_h^2)(1 + R_s^2)\Delta\theta \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) - \left[ R_h(1 + R_s^2) \sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(d)) - R_s(1 + R_h^2) \sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) + \left[ (1 + R_s^2) \cos(\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)) \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) + \left[ (1 + R_h^2)(1 + R_s^2)\Delta\theta \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) + \left[ R_h(1 + R_s^2) \sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \right]$$

- Premier passage dans l'échangeur (zone 3)

$$C_{3a} = \frac{D_{C_{3a}}}{(1+R_h^2)(1+R_s^2)\sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right)}$$
(B.2)

avec,  $D_{C_{3a}}$  le numérateur défini comme suit :

$$D_{C_{3a}} = \left[ (R_h^2 - R_s^2) \cos(\tau_{\xi_{-\pi}}(d)) + (1 + R_h^2) d \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)}{R_h}\right) - \left[ (1 + R_h^2)(1 + R_s^2) \Delta\theta \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)}{R_h}\right) - R_h(1 + R_s^2) \sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(d)) \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)}{R_h}\right) + R_s(1 + R_h^2) \sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)}{R_h}\right) + R_h(1 + R_s^2) \sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right)$$

– Premier passage entre l'échangeur et le stack (zone 2)

$$C_{2a} = \frac{D_{C_{2a}}}{(1+R_h^2)(1+R_s^2)\sinh\left(\frac{\tau_{\xi-\pi}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi-\pi}(d)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi-\pi}(0)}{R_s}\right)}$$
(B.3)

avec,  $D_{\mathcal{C}_{2a}}$  le numérateur défini comme suit :

$$D_{C_{2a}} = \left[ (1+R_s^2)\cos(\tau_{\xi_{-\pi}}(d)) \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \\ + \left[ (1+R_h^2)(1+R_s^2)\Delta\theta \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \\ - \left[ R_h(1+R_s^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(d)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \\ + \left[ R_h(1+R_s^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)) \right] \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \\ + \left[ (1+R_h^2)\cos(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \left[ \left( \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \right] \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0) \right] \\ +$$

– Dans le stack (zone 1)

$$C_1 = \frac{D_{C_1}}{(1+R_h^2)(1+R_s^2)\sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right)}$$
(B.4)

avec,  ${\cal D}_{C_1}$  le numérateur défini comme suit :

$$D_{C_{1}} = -\left[ (R_{h}^{2} - R_{s}^{2}) \cos(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) + (1 + R_{s}^{2})d \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H) - \tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_{h}}\right) + \left[ (1 + R_{h}^{2})(1 + R_{s}^{2})\Delta\theta \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H) - \tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_{h}}\right) - R_{h}(1 + R_{s}^{2})\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(d))\cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H) - \tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_{h}}\right) + R_{s}(1 + R_{h}^{2})\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0))\cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H) - \tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_{h}}\right) + \left[ R_{h}(1 + R_{s}^{2})\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)) \right]$$

172
– Deuxième passage entre le stack et l'échangeur (zone 2)

$$C_{2b} = \frac{D_{C_{2b}}}{(1+R_h^2)(1+R_s^2)\sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right)}$$
(B.5)

avec,  $D_{{\cal C}_{2b}}$  le numérateur défini comme suit :

$$D_{C_{2b}} = \left[ (1+R_s^2) \cos(\tau_{\xi_{-\pi}}(d)) \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \\ + \left[ (1+R_h^2)(1+R_s^2)\Delta\theta \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \\ - \left[ R_h(1+R_s^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(d)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \\ + \left[ R_h(1+R_s^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)) \right] \exp\left(-\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \\ + \left[ (1+R_h^2)\cos(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \right] \left[ \left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h}\right) + \left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h}\right) \\ + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_h}\right) + \left[ R_s(1+R_h^2)\sin\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R$$

– Deuxième passage dans l'échangeur (zone 3)

$$C_{3b} = \frac{D_{C_{3b}}}{(1+R_h^2)(1+R_s^2)\sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d+H)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h} + \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right)}$$
(B.6)

avec,  $D_{C_{3b}}$  le numérateur défini comme suit :

$$D_{C_{3b}} = \left[ (R_h^2 - R_s^2) \cos(\tau_{\xi_{-\pi}}(d)) + (1 + R_h^2) d \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)}{R_h}\right) - \left[ (1 + R_h^2)(1 + R_s^2) \Delta\theta \right] \sinh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)}{R_h}\right) - R_h(1 + R_s^2) \sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(d)) \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)}{R_h}\right) + R_s(1 + R_h^2) \sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(0)) \cosh\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right) \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)}{R_h}\right) + \left[ R_h(1 + R_s^2) \sin(\tau_{\xi_{-\pi}}(d + H)) \right] \exp\left(\frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(d)}{R_h} - \frac{\tau_{\xi_{-\pi}}(0)}{R_s}\right)$$

## Annexe C

# Premiers essais avec un couple stack - échangeur de chaleur micro-instrumenté.

Dans cette annexe, la température des extrémités des plaques d'un couple stack - échangeur de chaleur est mesurée. L'originalité de ces expériences provient du fait que les empilements sont instrumentés et comportent en leur sein des capteurs de température. L'instrumentation des pièces à été effectuée par E.Gaviot et L.Camberlein de l'équipe de microtechnologie de l'ENSIM (Université du Maine), dans le cadre du projet ANR MicroThermoAc NT051\_42101. (Projet dans lequel s'inscrit également cette thèse.) L'objectif initial de ces mesures était, outre de vérifier la faisabilité de l'utilisation des empilements instrumentés, de mesurer avec une bonne résolution spatiale la distribution de température moyenne proche des extrémités des plaques du stack et de l'échangeur, et d'effectuer des comparaisons avec le modèle développé dans le chapitre 2. Malheureusement, plusieurs contretemps techniques nous ont empêché de mesurer correctement le profil spatial de température recherché. C'est pourquoi nous ne présentons dans cette annexe que quelques résultats encourageants obtenus lors des premiers tests du dispositif. La technique de fabrication des stacks est en cours d'amélioration, afin de résoudre les problèmes pratiques rencontrés.

#### C.1 Dispositif expérimental.

Les expériences sont effectuées dans la maquette de réfrigérateur thermoacoustique présentée dans le chapitre 1. Deux empilements ont été fabriqués : un stack et un "échangeur", dont des photographies sont présentées dans les figures C.1(a) et C.2(a). Chaque empilement est monté dans un support en PVC de diamètre extérieur 30mm et d'épaisseur 2mm. Le stack est constitué de plaques de Kapton, qui est un matériau faiblement conducteur de la chaleur ( $k_{s,stack} = 0.15W.m^{-1}.K^{-1}$ ). La longueur des plaques du stack est  $l_{stack} = 30mm$  et leur épaisseur est  $e_{0,stack} = 0.13mm$ . Les plaques sont séparées les unes des autres par des cales en plastique d'épaisseur  $2y_{0,stack} = 0.6mm$ . Néanmoins la technique de fabrication utilisée est imprécise et l'espace entre les plaques peut varier d'un canal à l'autre. L'échangeur est un empilement plus court composé de plaques de tôle de fer, matériau conducteur de la chaleur ( $k_{s,HX} = 80W.m^{-1}.K^{-1}$ ), de longueur  $l_{HX} = 5mm$ . L'épaisseur des plaques et leur espacement sont identiques à ceux des plaques du stack. Les caractéristiques géométriques du stack et de l'échangeur sont résumées dans le tableau C.1.

	l	$2y_0$	$e_0$	Matériau	$k_s$
	(mm)	(mm)	(mm)		$W.m^{-1}.K^{-1}$
Stack	30	0.6	0.13	Kapton	0.15
Echangeur de chaleur	5	0.6	0.13	Fer	80

TAB. C.1 – Caractéristiques du stack et de l'échangeur instrumentés.

La plaque centrale du stack est instrumentée de thermocouples, permettant la mesure de la température moyenne de la plaque. Huit thermocouples sont placés à l'une des extrémités de la plaque, espacés régulièrement entre 0.5 et 1.5mm du bord. A l'autre extrémité, un unique thermocouple est situé à 1mm du bord. Les thermocouples sont de type T (cuivre-constantan) et ont été disposés sur la plaque en Kapton par dépot métallique. Le même type de plaque en kapton instrumentée est utilisé pour l'échangeur. En effet, les thermocouples ne pouvant être déposés sur une plaque en fer, une plaque en kapton instrumentée est collée sur la plaque centrale de l'échangeur. De même que pour le stack, la plaque instrumentée de l'échangeur comporte huit thermocouples d'un côté, un au milieu, et un dernier de l'autre côté de la plaque. Des photographies des plaques instrumentées sont données dans les figures C.1(b) et C.2(b).

La mesure des températures par les thermocouples est conditionnée par un système d'acquisition National Instruments SCXI 1000, piloté par le logiciel Labview depuis un PC. La pression acoustique à l'intérieur du résonateur est contrôlée par un microphone Bruel&Kjaer 1/4", placé au fond du résonateur. La température moyenne dans le résonateur est mesurée par un thermocouple de type K, placé loin des empilements.



FIG. C.1 – Photographies du stack instrumenté. (a) : vue de dessus du stack. (b) : vue rapprochée de la plaque centrale instrumentée.

### C.2 Gradient de température le long du stack.

Nous cherchons tout d'abord à déterminer la position du stack à l'intérieur du résonateur menant à la différence de température  $T_c - T_f$  entre les extrémités du stack la plus élevée. La différence de température



FIG. C.2 – Photographies de l'échangeur instrumenté. (a) : vue de l'échangeur. (b) : vue rapprochée de la plaque centrale instrumentée.

est mesurée pour différentes positions du stack. Les résultats sont présentés dans la figure C.3, pour trois niveaux de pression acoustique. Les données expérimentales sont normalisées par leur maximum et comparées à la différence de température prédite par la théorie linéaire (Atchley *et al.*, 1990) :

$$T_{c} - T_{f} = \left[\frac{1}{4} \frac{P_{ac}^{2} \delta_{\kappa} (1 + \sqrt{\sigma})}{\rho_{f} c_{0} \left[(k_{stack} e_{0} + 2k_{f} y_{0})/l\right] (1 + \sigma)} \sin(2\frac{\omega}{c_{0}} x_{s})\right] \times \left[1 + \frac{1}{4} \frac{P_{ac}^{2} \delta_{\kappa} (1 - \sigma \sqrt{\sigma})}{\left[(k_{stack} e_{0} + 2k_{f} y_{0})/l\right] \rho_{f} l T_{m} \omega (\gamma - 1) (1 - \sigma^{2})} (1 - \cos(2\frac{\omega}{c_{0}} x_{s}))\right]^{-1},$$
(C.1)

où  $x_s$  est la position du centre du stack. Conformément à la théorie, les profils expérimentaux présentent une forme sinusoïdale qui se déforme lorsque le niveau de pression acoustique augmente. Avec l'élévation du niveau de pression acoustique, la position du maximum de différence de température se rapproche du fond du résonateur. Les tendances observées sont en bon accord avec l'équation C.1. Néanmoins, cette dernière échoue à prédire correctement la position du maximum de différence de température. Surtout, les valeurs (non normalisées) obtenues expérimentalement pour la différence de température sont environ six fois plus faibles que celles prédites. Duffourd (2001) a également observé un mauvais accord quantitatif entre ses résultats expérimentaux et l'équation C.1, tout comme Kim et al. (1998) qui proposent d'utiliser un coefficient correctif pour améliorer l'accord entre expérience et modèle. Il est donc préférable de comparer les mesures à un modèle plus complet, comme celui proposé par Lotton et al. (2007). Ce modèle unidimensionnel du transfert de chaleur le long des plaques du stack est comparé aux données expérimentales dans la figure C.4 qui présente l'évolution temporelle de la température aux deux points extrêmes du stack placé à  $\tilde{x}_f = 75$ mm et pour  $P_{ac} = 3000$ Pa. L'accord entre le modèle et les mesures est satisfaisant étant donné que nous avons ajusté les paramètres du modèle manuellement. A noter que Lotton et al. (2007) obervent un bon accord entre leur modèle et les données expérimentales recueillies par Duffourd (2001).



FIG. C.3 – Profil de la différence de température entre les extrémités du stack en fonction de la position du stack dans le résonateur. La différence de température est normalisée par son maximum.  $P_{ac} = 1000$ Pa :  $\circ$  (expérimental) et — (équation C.1).  $P_{ac} = 2000$ Pa :  $\Box$  (expérimental) et  $\cdots$  (équation C.1).  $P_{ac} = 3000$ Pa :  $\diamond$  (expérimental) et -- (équation C.1).



FIG. C.4 – Evolution temporelle de la température aux points extrêmes du stack. — : données expérimentales. – – – : modèle analytique (cf. Lotton *et al.* (2007)).  $P_{ac} = 3000$ Pa,  $\tilde{x}_f = 75$ mm. Les paramètres du modèle ont été ajustés manuellement :  $h_l = 182$ W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup> est le coefficient de perte du côté froid,  $h_0 = 92$ W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup> est le coefficient de perte du côté chaud, et  $h_{lat} = 10$ W.m<sup>-3</sup>.K<sup>-1</sup> est le coefficient de perte latéral.

### C.3 Température du couple stack - échangeur de chaleur.

Dans ce paragraphe, nous considérons le couple stack - échangeur de chaleur. Le stack est placé tel que son extrémité froide (du côté du haut-parleur) se situe à  $\tilde{x}_f = 75$ mm du fond du résonateur. L'échangeur se trouve en face du côté froid du stack, séparé de ce dernier par des cales en plastiques. Les évolutions temporelles de la température sur les plaques du stack et de l'échangeur sont données dans la figure C.5, pour  $P_{ac} = 3000$ Pa. Deux cas sont illustrés. Lorsque le stack et l'échangeur sont séparés d'une distance g supérieure à deux fois le déplacement acoustique ( $g = 6d_{ac}$ , figure C.5(a)), aucune particule fluide issue d'un des empilements ne peut atteindre l'autre empilement. Le stack et l'échangeurs se comportent de manière indépendante et aucune influence de l'un sur l'autre n'est relevée. En revanche, lorsque le stack et l'échangeur sont séparés d'une distance g inférieure à deux fois le déplacement acoustique  $(g = 0.6d_{ac})$ figure C.5(b)), les particules fluides issues du stack entrent en contact thermique avec l'échangeur au cours d'un cycle acoustique, et vice versa. Le couplage entre les deux empilements se traduit par une élévation de la température du côté froid du stack, par rapport au cas où  $g > 2d_{ac}$ , et par un abaissement de la température de l'échangeur, en dessous de la température du côté froid du stack. En effet, de la chaleur est extraite de l'échangeur par effet thermoacoustique, d'où une température plus basse. La température de l'échangeur "fixe" la température du côté froid du stack. Ces résultats sont cohérents avec les observations de Duffourd (2001) pour le couplage entre un stack et un échangeur.



FIG. C.5 – Evolution temporelle de la température sur les plaques du stack et de l'échangeur selon la distance séparant les deux empilements.  $P_{ac} = 3000$ Pa,  $\tilde{x}_f = 75$ mm.

#### C.4 Conclusion et améliorations à apporter.

Des premiers tests ont permis de valider la faisabilité de l'utilisation d'un couple stack - échangeur de chaleur instrumenté pour la mesure de température sur les plaques des empilements. Les positions du stack dans le résonateur donnant une différence de température entre les extrémités du stack maximale ont pu être déterminées. Quelques résultats illustrant le couplage entre le stack et l'échangeur de chaleur ont également été présentés. On pourra, à l'avenir, comparer les profils de température mesurés avec les résultats du modèle analytique développé par Lotton *et al.* (2007), en ajustant les paramètres du modèle de manière plus précise. Il serait également intéressant d'essayer d'adapter ce modèle pour étudier l'évolution de la température le long du couple stack - échangeur de chaleur.

L'objectif initial de ces mesures était d'observer le profil de température très proche des extrémités des empilements afin d'effectuer des comparaisons avec le modèle analytique décrit dans le chapitre 2. Malheureusement, des problèmes techniques sont apparus au cours des expériences, nous empêchant de les mener à bien. Notamment, plusieurs thermocouples n'ont pas pu être utilisés car les soudures ou les pistes métalliques ont cassé durant les manipulations. La fragilité des stacks et de la connectique rendent les empilements instrumentés très délicats à manipuler. Des solutions à ces problèmes de connectiques sont en cours d'étude. La question d'un étalonnage précis des thermocouples se pose également pour les mesures futures. Il s'agit de définir une méthode permettant de déterminer l'offset et la sensibilité de chacun des thermocouples. En théorie, chaque thermocouple est identique, mais des essais (non présentés dans ce document) montrent des comportements erratiques qui nécessitent la vérification de la sensibilité de chaque thermocouple.

# Annexe D

# Champs moyens de vorticité

Les résultats issus des mesures PIV décrites dans le chapitre 4 sont collectés dans cette annexe. Les cartographies de vorticité présentées sont issues de la moyenne des cinquantes champs instantanés acquis pour chaque phase. On rappelle que la phase  $\Phi = 0^{\circ}$  correspond à un instant pour lequel la pression acoustique est nulle et la vitesse maximale, dirigée vers le haut-parleur. Les échelles de vorticité sont choisies de sorte que la dynamique des couleurs soit semblable pour les différents cas.

### D.1 Cartographies de vorticité derrière le stack seul

D.1.1 Stack A situé à  $\tilde{x} = 65$ mm du fond du résonateur.



FIG. D.1 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 1.3$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.2 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 1.3$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.3 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 2000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 2.6$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.4 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 2000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 2.6$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.5 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 3000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 3.9$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.6 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 3000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 3.9$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.7 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 4000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 5.2$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.8 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 4000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 5.2$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.9 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 4500$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 5.85$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.10 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 4500$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 5.85$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.11 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 5000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 6.5$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.12 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 5000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 6.5$ m.s<sup>-1</sup>.

**D.1.2** Stack A situé à  $\tilde{x} = 115$ mm



FIG. D.13 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 115$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 2.0$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.14 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 115$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 2.0$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.15 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 2000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 115$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 4.0$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.16 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 2000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 115$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 4.0$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.17 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 3000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 115$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 6.0$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.18 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 3000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 115$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 6.0$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.19 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 4000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 115$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 8.0$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.20 – Cartographies de vorticité derrière le stack A à  $P_{ac} = 4000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 115$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 8.0$ m.s<sup>-1</sup>.

D.1.3 Stack B situé à  $\tilde{x} = 65$ mm du fond du résonateur.



FIG. D.21 – Cartographies de vorticité derrière le stack B à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 1.3$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.22 – Cartographies de vorticité derrière le stack B à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 1.3$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.23 – Cartographies de vorticité derrière le stack B à  $P_{ac} = 2000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 2.6$ m.s<sup>-1</sup>.


FIG. D.24 – Cartographies de vorticité derrière le stack B à  $P_{ac} = 2000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 2.6$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.25 – Cartographies de vorticité derrière le stack B à  $P_{ac} = 3000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 3.9$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.26 – Cartographies de vorticité derrière le stack B à  $P_{ac} = 3000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 3.9$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.27 – Cartographies de vorticité derrière le stack B à  $P_{ac} = 4000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 5.2$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.28 – Cartographies de vorticité derrière le stack B à  $P_{ac} = 4000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 5.2$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.29 – Cartographies de vorticité derrière le stack B à  $P_{ac} = 4500$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 5.85$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.30 – Cartographies de vorticité derrière le stack B à  $P_{ac} = 4500$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 5.85$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.31 – Cartographies de vorticité derrière le stack B à  $P_{ac} = 5000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 6.5$ m.s<sup>-1</sup>.



FIG. D.32 – Cartographies de vorticité derrière le stack B à  $P_{ac} = 5000$ Pa. Le coté chaud du stack représenté sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm, où l'amplitude de la vitesse acoustique est :  $u_{ac}(\tilde{x}_c) = 6.5$ m.s<sup>-1</sup>.

- D.2 Cartographies de vorticité entre les deux stacks
- D.2.1 Deux stacks A séparés d'une distance g = 0.7mm.



FIG. D.33 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 0.7mm, à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.34 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 0.7mm, à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.35 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 0.7mm, à  $P_{ac} = 3000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.36 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 0.7mm, à  $P_{ac} = 3000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.37 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 0.7mm, à  $P_{ac} = 5000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.38 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 0.7mm, à  $P_{ac} = 5000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.

**D.2.2** Deux stacks A séparés d'une distance g = 1.3mm.



FIG. D.39 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 1.3mm, à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.40 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 1.3mm, à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.41 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 1.3mm, à  $P_{ac} = 3000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.42 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 1.3mm, à  $P_{ac} = 3000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.43 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 1.3mm, à  $P_{ac} = 5000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.44 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 1.3mm, à  $P_{ac} = 5000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.

**D.2.3** Deux stacks A séparés d'une distance g = 2.3mm.



FIG. D.45 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 2.3mm, à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.46 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 2.3mm, à  $P_{ac} = 1000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.47 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 2.3mm, à  $P_{ac} = 3000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.48 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 2.3mm, à  $P_{ac} = 3000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.49 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 2.3mm, à  $P_{ac} = 5000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.



FIG. D.50 – Cartographies de vorticité et contours de  $|\Gamma_2 = 2/\pi|$  entre deux stacks A séparés de g = 2.3mm, à  $P_{ac} = 5000$ Pa. Le coté chaud du stack de gauche sur les figures est situé à  $\tilde{x}_c = 65$ mm.

## Liste des publications

• Publications dans des revues à comité de lecture

BERSON A., MICHARD M., BLANC-BENON PH., 2007, Measurement of acoustic velocity in the stack of a thermoacoustic refrigerator using particle image velocimetry, *Heat and Mass Transfer*, disponible en ligne (DOI : 10.1007/s00231-007-0316-x).

BERSON A., BLANC-BENON PH., 2007, Nonperiodicity of the flow within the gap of a thermoacoustic couple at high amplitudes, *J. Acoust. Soc. Am.* 122(4), pp. EL122-127.

## • Congrès internationaux

BERSON A., BLANC-BENON PH., MONGEAU L., PAEK I., 2006, Hot wire anemometry for the measurement of temperature and velocity fluctuations inside a thermoacoustic cooler, 151th ASA Meeting, June 5 - 9, Providence, USA, J. Acoust. Soc. Am. 119(5), p. 3415.

BERSON A., BLANC-BENON PH., 2007, PIV Measurements of the flow close to the edges of a thermoacoustic core : generation of asymmetric vortex streets at high drive ratio, *International Congress on Ultrasonics*, April 9 - 13, Vienna, Austria, actes détaillés à paraître.

BERSON A., BLANC-BENON PH., 2007, High-resolution particle image velocimetry (PIV) measurements of the flow inside the stack-heat exchanger couple of a thermoacoustic refrigerator driven at high amplitudes, 153th ASA Meeting, June 4 - 8, Salt Lake City, USA, J. Acoust. Soc. Am. 121(5), p. 3195.

BERSON A., BLANC-BENON PH., GUSEV V., 2007, An analytical model for the design of optimized heat exchangers for thermoacoustic systems, 154th ASA Meeting, November 27 - December 1, New Orleans, USA.

• Congrès nationaux

BERSON A., MICHARD M., BLANC-BENON PH., NICOT CH., 2005, Caractérisation par PIV des écoulements secondaires dans une maquette de réfrigérateur thermoacoustique, *11ème Colloque de visualisation et traitement d'image en mécanique des fluides, FLUVISU 11*, 7 - 9 Juin, Ecully, France, actes détaillés sur CD-ROM.

BERSON A., PAEK I.S., MONGEAU L., BLANC-BENON PH., 2006, Mesures par anémométrie fil chaud-fil froid des fluctuations de vitesse et de température à l'intérieur d'un réfrigérateur thermoacoustique, 8ème

Congrès français d'acoustique, 24 - 27 Avril, Tours, France, actes détaillés sur CD-ROM, pp. 745-748.

BERSON A., BLANC-BENON PH., MICHARD M., 2006, Ecoulements secondaires aux extrémités du stack d'un réfrigérateur thermoacoustique : mesure des champs de vitesse oscillante à l'aide de la PIV, *8ème Congrès français d'acoustique*, 24 - 27 Avril, Tours, France, actes détaillés sur CD-ROM, pp. 749-752.

BERSON A., BLANC-BENON PH., MICHARD M., 2006, Techniques expérimentales pour la mesure des fluctuations de température et de vitesse à l'intérieur d'un réfrigérateur thermoacoustique, en vue d'une miniaturisation, *Microfluidics 2006*, 12 - 14 Décembre, Toulouse, France, actes détaillés sur CD-ROM, n°82.
## École Centrale de Lyon

#### Liste des personnes habilitées à diriger des recherches

NOM Prénom	Corps grade	Laboratoire	Établissement
AURIOL Philippe	Professeur	AMPERE	ECL
BEROUAL Abderrahmane	Professeur	AMPERE	ECL
BURET François	Maître de conférences	AMPERE	ECL
JAFFREZIC-RENAULT Nicole	Directeur de recherche	AMPERE	CNRS/ECL
KRAHENBUHL Laurent	Directeur de recherche	AMPERE	CNRS/ECL
MARTELET Claude	Professeur	AMPERE	ECL
NICOLAS Alain	Professeur	AMPERE	ECL
NICOLAS Laurent	Directeur de recherche	AMPERE	CNRS/ECL
SIMONET Pascal	Chargé de recherche	AMPERE	CNRS/ECL
THOMAS Gérard	Professeur	AMPERE	ECL
VOLLAIRE Christian	Maître de conférences	AMPERE	ECL
HELLOUIN Yves	Maître de conférences	DER EEA	ECL
LE HELLEY Michel	Professeur	DER EEA	ECL
GUIRALDENQ Pierre	Professeur émérite	DER STMS	ECL
VINCENT Léo	Professeur	DER STMS	ECL
LOEHAC Jean-Pierre	Maître de conférences	ICJ	ECL
MAITRE Jean-Francois	Professeur émérite	ICJ	ECL
MARION Martine	Professeur	ICJ	ECL
MOUSSAOUI Mohand	Professeur	ICJ	ECL
MUSY François	Maître de conférences	ICJ	ECL
ROUY MIRONESCU Elisabeth	Professeur	ICJ	ECL
ZINE Abdel-Malek	Maître de conférences	ICJ	ECL
DAVID Bertrand	Professeur	ICTT	ECL
CALLARD Anne-Ségolène	Maître de conférences	INL	ECL
CLOAREC Jean-Pierre	Maître de conférences	INL	ECL
GAFFIOT Frédéric	Professeur	INL	ECL
GAGNAIRE Alain	Maître de conférences	INL	ECL
GARRIGUES Michel	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
GENDRY Michel	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
GRENET Geneviève	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
HOLLINGER Guy	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
JOSEPH Jacques	Professeur	INL	ECL
KRAWCZYK Stanislas	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL

MARTIN Jean-René	Professeur émérite	INL	ECL
O'CONNOR Ian	Maître de conférences	INL	ECL
PHANER-GOUTORBE Magali	Professeur	INL	ECL
ROBACH Yves	Professeur	INL	ECL
SEASSAL Christian	Chargé de recherche	INL	CNRS/ECL
SOUTEYRAND Eliane	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
TARDY Jacques	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
VIKTOROVITCH Pierre	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
CHEN Liming	Professeur	LIRIS	ECL
BAILLY Christophe	Professeur	LMFA	ECL
BERTOGLIO Jean-Pierre	Directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
BLANC-BENON Philippe	Directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
BOGEY Christophe	Chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CAMBON Claude	Directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CARRIERE Philippe	Chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CHAMPOUSSIN Jean-Claude	Professeur émérite	LMFA	ECL
COMTE-BELLOT Geneviève	Professeur émérite	LMFA	ECL
FERRAND Pascal	Directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
GALLAND Marie-Annick	Maître de conférences	LMFA	ECL
GODEFERD Fabien	Chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
HENRY Daniel	Directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
JEANDEL Denis	Professeur	LMFA	ECL
JUVE Daniel	Professeur	LMFA	ECL
LE RIBAULT Catherine	Chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
LEBOEUF Francis	Professeur	LMFA	ECL
PERKINS Richard	Professeur	LMFA	ECL
ROGER Michel	Professeur	LMFA	ECL
SCOTT Julian	Professeur	LMFA	ECL
SHAO Liang	Chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
SIMOENS Serge	Chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
TREBINJAC Isabelle	Maître de conférences	LMFA	ECL
BENAYOUN Stéphane	Professeur	LTDS	ECL
CAMBOU Bernard	Professeur	LTDS	ECL
COQUILLET Bernard	Maître de conférences	LTDS	ECL
DANESCU Alexandre	Maître de conférences	LTDS	ECL
FOUVRY Siegfrid	Chargé de recherche	LTDS	CNRS/ECL
GEORGES Jean-Marie	Professeur émérite	LTDS	ECL
GUERRET Chrystelle	Chargé de recherche	LTDS	CNRS/ECL
HERTZ Dominique	Past	LTDS	ECL
ICHCHOU Mohamed	Maître de conférences	LTDS	ECL
JEZEQUEL Louis	Professeur	LTDS	ECL
JUVE Denyse	Ingénieur de recherche	LTDS	ECL
KAPSA Philippe	Directeur de recherche	LTDS	CNRS/ECL
LE BOT Alain	Chargé de recherche	LTDS	CNRS/ECL
LOUBET Jean-Luc	Directeur de recherche	LTDS	CNRS/ECL

MARTIN Jean-Michel	Professeur	LTDS	ECL
MATHIA Thomas	Directeur de recherche	LTDS	CNRS/ECL
MAZUYER Denis	Professeur	LTDS	ECL
PERRET-LIAUDET Joël	Maître de conférences	LTDS	ECL
SALVIA Michelle	Maître de conférences	LTDS	ECL
SIDOROFF François	Professeur	LTDS	ECL
SINOU Jean-Jacques	Maître de conférences	LTDS	ECL
STREMSDOERFER Guy	Professeur	LTDS	ECL
THOUVEREZ Fabrice	Professeur	LTDS	ECL
TREHEUX Daniel	Professeur	LTDS	ECL
VANNES André-Bernard	Professeur émérite	LTDS	ECL

dernière page de la thèse

### **AUTORISATION DE SOUTENANCE**

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 avril 2002,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur Ph. BLANC-BENON

et les rapports de

Monsieur P. LOTTON Chargé de Recherche CNRS (HDR) - Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine LAUM-UMR CNRS 6613 - Avenue Olivier Messiaen - 72085 LE MANS cedex 09

Et de

Monsieur L. MONGEAU Professeur - Department of Mechanical Engineering - McGill University - Mc Donald Engineering Building 817 Sherbrooke Street West - Montréal, QC - Canada - H3A 2K6

#### Monsieur BERSON Arganthaël

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de DOCTEUR

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE (MEGA)

Fait à Ecully, le 6 décembre 2007

P/Le Directeur de l'E.C.L. RALE Directeur des Etudes JOSEPH

# Abstract

Thermoacoustic refrigeration relies on the energy conversion from a high amplitude acoustic wave into a heat flux along a solid plate. A typical thermoacoustic refrigerator consists of a standing-wave acoustic resonator, driven by a loudspeaker, and a stack of solid plates along which heat is pumped. To exploit this flux, heat exchangers are located on both sides of the stack. The performances of conventional heat exchangers do not meet the specific requirements of thermoacoustic refrigerators, which limits the efficiency of the whole system. The design of efficient heat exchangers for thermoacoustic systems requires a better understanding of the mechanisms of heat transport from the stack to the heat exchangers, especially at high acoustic amplitudes, when linear theory is no longer valid.

A 1D analytical model based on a relaxation time approximation describes the nonlinear heat transport from the stack to one of the heat exchangers. Gusev *et al.* (J. Sound Vib. **235**, 2000) initiated the development of this model. We propose an extension of the initial model to a heat exchanger with finite length, which accounts for a temperature difference between the stack and the heat exchanger. The influence of the geometric and thermal parameters of the model on the generation of thermal harmonics close to the edges of the plates is studied. The parameters are optimized in order to achieve the highest heat flux available at the heat exchanger. Losses due to backward heat conduction are taken into account.

Experimental studies are performed inside a model of small-size standing-wave thermoacoustic cooler. High acoustic levels are achieved within the system (up to DR = 5%). Cold-wire anemometry in the constant-current mode (CCA) is used to measure the temperature fluctuations behind the stack. Cold wires are dynamically calibrated inside the resonator. Results partly validate the analytical model that is described previously. The use of hot-wire anemometry in the constant-voltage mode (CVA) to measure velocity fluctuations in a standing wave is considered. We emphasize the importance of inertial phenomena usually ignored by stationnary calibrations, and model their effect on the output signal of the hot-wire anemometer.

Finally, we perform Particle Image Velocimetry (PIV) measurements of the flow field behind a thermoacoustic stack, and within the gap separating the stack and a heat-exchanger. The shear layers flowing out of the stack oscillate at high acoustic level. Vortex shedding resulting from these oscillations is characterized. A criterion for the onset of oscillations is proposed and the experimental results provide a database for future studies. The oscillations of the shear layers are also observed within the gap between the stack and a heat-exchanger. Vortices increase the viscous dissipation within the gap approximately by a factor of two (for nondimensional dissipation). A statistic study of the flow between the stack and the heat-exchanger shows that the flow is no longer periodic at high acoustic level. These features are expected to affect the global performances of the system.