

N° d'ordre : 2002-35

ANNÉE 2002

THÈSE

présentée devant
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir
le titre de DOCTEUR
SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Nicolas BLAIRON

EFFETS DE LA TOPOGRAPHIE SUR LA PROPAGATION DES
ONDES ACOUSTIQUES DANS L'ATMOSPHÈRE :
MODÉLISATION AVEC L'ÉQUATION PARABOLIQUE ET
VALIDATION SUR UN SITE EXTÉRIEUR

Soutenue le 19 décembre 2002 devant la Commission d'Examen

JURY

Présidente :	Mme	D. HABAULT
Examineurs :	M.	M. BÉRENGIER (Rapporteur)
	M.	Ph. BLANC-BENON
	M.	G. A. DAIGLE (Rapporteur)
	M.	D. JUVÉ
	M.	P. MALBÉQUI

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509
École Centrale de Lyon

THÈSE

présentée devant
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir
le titre de DOCTEUR
SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Nicolas BLAIRON

EFFETS DE LA TOPOGRAPHIE SUR LA PROPAGATION DES
ONDES ACOUSTIQUES DANS L'ATMOSPHÈRE :
MODÉLISATION AVEC L'ÉQUATION PARABOLIQUE ET
VALIDATION SUR UN SITE EXTÉRIEUR

Soutenue le 19 décembre 2002 devant la Commission d'Examen

JURY

Présidente : Mme D. HABAULT

Examineurs : M. M. BÉRENGIER (Rapporteur)
M. Ph. BLANC-BENON
M. G. A. DAIGLE (Rapporteur)
M. D. JUVÉ
M. P. MALBÉQUI

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509
École Centrale de Lyon

T 1896
Ecole Centrale de Lyon
BIBLIOTHEQUE
36, avenue Guy de Collongue
F - 69134 ECULLY CEDEX

Remerciements

Je remercie Daniel Juvé, directeur du Centre Acoustique, pour m'avoir accueilli au laboratoire, pour m'avoir donné conseils et encouragements et pour avoir accepté de participer au jury de la thèse. Je tiens à remercier les autres du membres du jury pour avoir accepté de juger ce travail. Mes remerciements vont d'abord à Madame la Présidente, Dominique Habault, qui a jugé un travail ne correspondant pas tout à fait à son domaine d'étude. Son regard en est d'autant plus objectif. Je tiens à remercier Gilles Daigle dont les travaux font référence au-delà des frontières canadiennes. C'est un honneur que d'avoir sa présence pour la soutenance. Ses remarques pertinentes ont permis de compléter le travail. Je remercie aussi Michel Bérengier qui a suivi mon travail depuis le début. Ses conseils et ses encouragements m'ont beaucoup aidé. Je lui suis reconnaissant d'avoir organisé la campagne de mesures en extérieur. Je remercie Patrice Malbéqui qui a apporté son expérience sur le sujet avec une grande précision. Je tiens aussi à remercier mon directeur de thèse, Philippe Blanc-Benon, pour m'avoir proposé ce sujet de thèse et pour m'avoir aidé dans sa réalisation. J'ai également pu profiter de ses vastes connaissances dans le domaine de la propagation acoustique.

J'associe à ces remerciements Laurent Dallois pour sa grande disponibilité tout au long de ce travail ; ses aides sur les questions numériques et physiques ont été précieuses.

Je remercie aussi les personnes du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, des Laboratoires Régionaux des Ponts et Chaussées, de l'Ecole Centrale de Nantes et de l'INRA pour les échanges dans le cadre du programme "Caractérisation micrométéorologique et acoustique de sites non plans" et pour m'avoir écouté patiemment. Je remercie spécialement Philippe L'hermitte pour m'avoir beaucoup aidé lors des mesures en extérieur.

Je voudrais aussi remercier l'ensemble des personnes du Centre Acoustique pour les échanges fructueux et l'ambiance détendue qui m'a accompagné pendant ces trois ans. Mes pensées amicales vont vers Christophe, Christophe, Xavier, Laurent, Olivier, David, Nadine, Koji, Maria. Je souhaite bon courage à Olivier, David et Nadine pour conclure leur travail de thèse avec brio. Je salue Pierre pour sa bonne humeur et son aide précieuse en tant que chef informatique. Je remercie aussi Evelynne pour sa disponibilité.

Enfin, je remercie ma famille et ma belle famille pour leur soutien et leur confiance. Mes dernières pensées vont vers ma femme qui m'apporte tant de bonheurs.

Résumé

Au cours des dix dernières années, les études analytiques, numériques et expérimentales sur la propagation acoustique au-dessus de sols plans et hétérogènes ont été nombreuses. La modélisation de la propagation acoustique pour des conditions extérieures complexes impose cependant de prendre en compte l'influence conjuguée de la topographie du terrain et des conditions météorologiques. Un site extérieur près de Saint-Berthevin (France) a été choisi pour étudier l'influence des conditions météorologiques sur la propagation du bruit routier.

Dans cette étude, nous présentons une méthode qui permet de calculer la propagation d'une onde acoustique au-dessus d'un terrain non plan dans des conditions extérieures réalistes. L'algorithme de calcul de la propagation acoustique est basé sur la résolution d'une équation parabolique grand angle dans laquelle les termes de vitesse du vent et de température sont présents. Une condition à la limite d'impédance peut être introduite dans le schéma numérique. Nous proposons plusieurs modèles d'impédance pour le sol. L'étude de l'atmosphère comme milieu de propagation permet de définir une forme réaliste des profils moyens de vent et de température. Nous donnons aussi une modélisation d'un champ turbulent de vitesse et d'un champ turbulent de température.

Dans notre approche, l'effet de la topographie sur la propagation acoustique est prise en compte en utilisant une transformation du domaine de résolution adaptée à la topographie du terrain. Cette approche numérique est validée sur deux cas géométriques où des solutions analytiques peuvent être obtenues : discontinuité simple (pente positive et négative) et cylindre convexe ou concave dans un milieu homogène ou inhomogène.

Notre étude comporte aussi un volet expérimental. Sur un site extérieur non plan, nous mesurons l'impédance du sol, la température, la vitesse et la direction du vent et l'atténuation du niveau acoustique. Cette expérience permet d'avoir accès à des valeurs d'atténuation acoustique et à des valeurs des paramètres météorologiques mesurées simultanément. Nous pouvons donc évaluer l'influence de la topographie sur la propagation des ondes acoustiques (zone d'ombre, diffraction), ainsi que l'effet de l'état de l'atmosphère sur la propagation (réfraction). Le modèle de propagation est testé avec les paramètres mesurés (topographie, impédance, météorologie). Les résultats du modèle sont ensuite comparés aux valeurs mesurées. Cette comparaison permet de valider expérimentalement le modèle de propagation.

Abstract

During the last decade the propagation of sound above plane and heterogeneous grounds has been extensively studied analytically, numerically and experimentally. However in complex environments the modelling of outdoor noise pollution implies to take into account the mixed influence of the terrain topography and of the atmospheric conditions. An outdoor site near Saint-Berthevin (France) has been selected to study the influence of the meteorological conditions on traffic noise.

In our work we developed a method to calculate the sound propagation above a non flat ground in realistic outdoor conditions. The pressure field is calculated with a wide-angle parabolic equation. An impedance boundary condition is introduced in the numerical scheme. Different impedance models for the ground have been tested. Realistic mean profiles of wind and temperature can be imposed in the model. We also propose a model for a turbulent field of wind velocity and temperature which can be used in the propagation model.

In our approach the effects of the topography are modelled using rotated systems of coordinates in order to treat the ground as a succession of flat domains. This numerical approach is validated on two geometrical cases for which an analytical solution can be derived : single ground discontinuity (positive or negative slope) and cylinder (convex or concave) in homogeneous or inhomogeneous medium.

An experimental study of outdoor sound propagation completes the numerical aspects of the thesis. For two days we measured above a non flat terrain the ground impedance, the wind velocity, the direction of the wind and the values of acoustic attenuation up to 100 meters. We use a point impulsive source. These measurements give us simultaneous values of the meteorological parameters and of acoustic attenuation. From these measurements we can deduce the effects of the topography (shadow zone, diffraction) and the effects of an inhomogeneous medium (refraction) on the acoustic propagation. The propagation model is tested with the measured parameters (topography, impedance, meteorology). The numerical results are then compared with the measured acoustic attenuation values. This comparison experimentally validates the propagation model.

Table des matières

Introduction	3
1 La propagation acoustique en extérieur	7
1.1 Les équations d'onde	7
1.1.1 L'équation d'onde standard en milieu homogène au repos	7
1.1.2 L'équation d'onde avec indice effectif	8
1.1.3 L'équation d'onde en milieu en mouvement à vitesse uniforme	10
1.1.4 L'équation d'onde en milieu inhomogène en mouvement	10
1.2 Les méthodes de résolution	11
1.2.1 Les formulations analytiques	13
1.2.2 L'équation parabolique	21
1.3 Les études expérimentales sur la propagation acoustique	31
1.3.1 Les mesures en laboratoire	32
1.3.2 Les mesures en extérieur	32
2 Modélisation de la propagation acoustique au-dessus d'un sol plan	35
2.1 L'approximation paraxiale de l'équation des ondes	36
2.1.1 Equation parabolique standard	36
2.1.2 Equations paraboliques pour les milieux en mouvement	40
2.2 Résolution numérique de l'équation parabolique	41
2.2.1 La méthode Split-Step Padé (n,n)	42
2.2.2 Schéma numérique	43
2.2.3 Conditions aux limites	44
2.3 Modélisation de la source	45
2.3.1 Solution initiale gaussienne	45
2.3.2 Solution initiale gaussienne adaptée	48
2.4 Modélisation de l'impédance	48
2.4.1 Définition et modèles	49
2.4.2 Formulation analytique de la pression au-dessus d'un sol à impédance . .	50
2.4.3 Prise en compte de l'impédance dans l'équation parabolique	52

2.5	L'atmosphère comme milieu de propagation	54
2.5.1	Profils moyens de vent et de température	56
2.5.2	Fluctuations turbulentes de vent et de température	58
2.6	Validation de la méthode	63
2.6.1	Propagation sur un sol plan dans une atmosphère homogène et au repos .	64
2.6.2	Propagation sur un sol plan avec un écoulement uniforme	65
2.6.3	Propagation sur un sol plan dans une atmosphère présentant un profil de vent logarithmique	68
2.6.4	Propagation sur un sol plan dans une zone d'ombre avec la présence d'une turbulence thermique	69
2.7	Résolution tridimensionnelle de l'équation parabolique	70
2.7.1	Splitting d'opérateur	71
2.7.2	Validation de la méthode	72
2.8	Conclusion	75
3	Modélisation de la propagation acoustique au-dessus d'un sol non plan	77
3.1	Description du modèle de propagation sur sol non plan	77
3.2	Directivité du champ diffracté autour du coin	79
3.2.1	Cas montant	79
3.2.2	Cas descendant	82
3.3	Comparaison avec un calcul analytique	84
3.3.1	Rupture de pente positive	85
3.3.2	Rupture de pente négative	93
3.4	Comparaison avec un calcul utilisant une transformation conforme	103
3.4.1	Cas convexe	103
3.4.2	Cas concave	107
3.4.3	Cas d'un gradient de célérité	109
3.5	Propagation au-dessus d'une colline	113
3.6	Conclusion	114
4	Etude expérimentale de la propagation acoustique en extérieur	117
4.1	Le site	117
4.2	Impédance du sol	119
4.3	Conditions météorologiques	120
4.4	Mesures acoustiques	128
4.5	Sensibilité du modèle	129
4.5.1	Position de la source et des microphones	129
4.5.2	Valeur de l'impédance	130
4.6	Comparaison entre les résultats des mesures et du modèle	131

4.6.1	Cas de propagation descendant	131
4.6.2	Cas montant	141
4.7	Variabilité du niveau acoustique	150
4.7.1	A courte distance	150
4.7.2	A longue distance	151
4.8	Conclusion	152
Conclusion		155
A Influence du modèle d'impédance		159
B Directivité de la source utilisée pour les mesures		165
C Valeurs des paramètres météorologiques		167
D Photographies du site et de l'appareillage		171

Introduction

Un son dans l'atmosphère est une onde de pression. Une onde monofréquentielle consiste en une succession de compressions et de dépressions qui alternent en temps et en espace. Les sons émis à très basses fréquences (<100 Hz) peuvent se propager sur de très longues distances. Les premières expériences menées sur la propagation en extérieur concernaient la détermination de la vitesse du son. Marin Mersenne (1588-1648) suggéra de mesurer l'intervalle de temps entre le moment de l'explosion et le moment de réception du bruit suivant un coup de feu émis à une distance connue (Pierce [86]). En 1666, Samuel Pepys remarqua que les sons émis lors d'une bataille entre les flottes anglaises et hollandaises étaient entendus clairement en certains lieux mais pas à d'autres à la même distance ou même plus près (Attenborough [6]). Ces observations mettent en évidence l'influence des conditions météorologiques sur la propagation acoustique. C'est dans un premier temps la propagation en milieu sous-marin qui fut étudiée de manière intensive pendant et après la première guerre mondiale avec l'avènement des sous-marins. L'étude de la propagation acoustique en milieu atmosphérique s'est ensuite développée pour des applications militaires (détection et identification de sources) et civiles.

Les applications civiles de l'étude de la propagation acoustique atmosphérique concernent par exemple la prévision et le contrôle du bruit des infrastructures de transport (routes, voies ferrées, aéroports) et des sources industrielles. Des mesures de propagation du son permettent aussi de déterminer l'état de l'atmosphère (Ostashev [82]). Enfin, l'étude de la propagation acoustique apporte une meilleure compréhension de certains aspects de la communication chez les animaux (Larom *et al.* [72]).

Objectifs du travail

Le sujet du travail est l'étude de la propagation du son dans un environnement extérieur complexe. Les facteurs environnementaux que nous souhaitons prendre en compte sont la topographie du terrain, la nature et l'état du sol et l'état de l'atmosphère. Nous caractériserons l'atmosphère par les profils moyens de température et de vent et leur fluctuations turbulentes. Les facteurs environnementaux sont pour certains indépendants du temps (topographie); parmi eux certains ont des propriétés qui varient spatialement (nature du sol). Les autres évoluent avec une échelle de temps de l'ordre de la journée (état du sol), de l'heure (profil moyen de vent ou température)

ou de la seconde (fluctuations turbulentes). Un des objectifs est d'avoir une estimation de la variabilité des mesures de niveaux sonores en fonction des conditions météorologiques. Cette estimation de la variabilité permet de définir un intervalle de confiance pour les prévisions. Notons que l'étude s'inscrit en partie dans le cadre d'une collaboration entre le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées et l'Ecole Centrale de Lyon (Blairon *et al.* [18]). La définition d'un intervalle de confiance pour les prévisions entre dans le cadre des aspects réglementaires de la pollution sonore due au bruit routier.

Une partie de l'étude consiste en la modélisation physique de la propagation acoustique dans l'atmosphère. La propagation d'une onde est décrite par une équation d'onde. Les facteurs environnementaux doivent aussi être modélisés; en particulier, la réaction de l'onde sur le sol en fonction de la fréquence, la forme des profils de vent et de température et les fluctuations turbulentes de vent et de température.

Afin d'avoir accès au niveau de bruit à une distance donnée de la source, nous développerons une méthode numérique permettant de résoudre le problème de propagation. L'application des résultats du travail dans le cas de l'impact environnemental du bruit routier impose de développer une méthode de résolution numérique permettant d'évaluer le niveau acoustique pour de grandes distances de propagation (plusieurs centaines de mètres) et sur un large spectre de fréquences (25-4000 Hz). L'intérêt de la simulation numérique est d'une part d'évaluer l'influence des paramètres environnementaux sur la propagation acoustique et d'autre part d'avoir la possibilité d'effectuer des prévisions si les paramètres environnementaux sont connus.

Nous souhaitons enfin compléter cette étude par des mesures d'atténuation du niveau acoustique sur un site présentant une topographie non plane. Les paramètres météorologiques (vent et température) seront enregistrés pendant toute la durée des mesures acoustiques. Ces résultats expérimentaux contrôlés serviront de validation pour la modélisation.

Organisation du mémoire

Le rapport est divisé en quatre parties. A titre d'introduction, nous rappelons dans la première partie les équations d'onde décrivant la propagation d'une onde dans un milieu fluide. Nous donnons ensuite les grandes classes de méthodes permettant de résoudre ces équations en tenant compte des paramètres environnementaux. Cette étude bibliographique nous permet de choisir la méthode de résolution la plus adaptée au cas de la propagation au-dessus d'un sol courbe. Enfin, nous faisons une synthèse des études expérimentales sur l'influence du terrain (topographie, impédance) ou des paramètres météorologiques sur la propagation acoustique. Nous nous intéressons en particulier aux études dans lesquelles les paramètres météorologiques et la pression acoustique sont mesurés simultanément.

Dans la deuxième partie, nous indiquons tous les aspects de la modélisation et de la simulation numérique de la propagation acoustique dans le cas d'un sol plan. Les équations d'onde sont

simplifiées en des équations de nature parabolique. Le schéma numérique choisi permet d'avoir une grande validité angulaire de la solution. Une condition à la limite d'impédance peut être introduite dans le schéma numérique. Nous proposons plusieurs modèles pour décrire l'impédance d'un sol. Les paramètres météorologiques peuvent également être intégrés dans les équations paraboliques. Nous donnons la forme des profils de vent, de température et de célérité du son que nous imposons dans les calculs. Nous donnons aussi une modélisation d'un champ turbulent de vitesse et d'un champ turbulent de température. Le modèle de propagation est validé sur des cas test par comparaison avec des solutions analytiques.

Dans la troisième partie, nous développons un modèle de propagation acoustique en extérieur sur un sol non plan. Ce modèle est l'extension du modèle décrit dans la deuxième partie pour un sol plan. Nous étudions les limites de la validité du modèle en terme d'angle de pente par comparaison des résultats fournis par les simulations numériques avec les résultats obtenus par des méthodes analytiques. Nous donnons à la fin du chapitre un exemple d'application du modèle à un cas complexe, celui de la propagation acoustique au-dessus d'une colline dans une atmosphère inhomogène.

La dernière partie est consacrée à l'étude expérimentale de la propagation acoustique en extérieur sur un site non plan. Nous décrivons la procédure expérimentale mise en œuvre : mesures de l'impédance du sol, mesures des paramètres météorologiques et mesures de l'atténuation du niveau acoustique. Cette expérience permet d'accéder à des valeurs d'atténuation acoustique et à des valeurs des paramètres météorologiques mesurées simultanément. Nous avons donc accès à l'influence de la topographie sur la propagation des ondes acoustiques ainsi qu'à l'effet de l'état de l'atmosphère sur la propagation. Le modèle de propagation est testé avec les paramètres mesurés (topographie, météorologie). Les résultats du modèle sont ensuite comparés aux valeurs d'atténuation mesurées. Cette comparaison permet de valider expérimentalement le modèle de propagation.

Chapitre 1

La propagation acoustique en extérieur

Ce premier chapitre précise les équations d'onde décrivant la propagation acoustique dans un espace libre. Il existe différentes équations pour le cas d'un milieu homogène, le cas d'un milieu en mouvement à vitesse uniforme et le cas d'un milieu inhomogène. Ces équations peuvent être résolues par différentes classes de méthodes. Nous retenons dans ce chapitre les méthodes permettant de résoudre les équations de propagation dans un environnement extérieur complexe : topographie non plane, sol à impédance et inhomogénéités de l'atmosphère. Nous donnons à la fin de ce chapitre une synthèse des études expérimentales de la propagation acoustique. Nous nous intéressons aux études mettant en évidence les effets de la topographie du terrain et de l'atmosphère sur la propagation acoustique.

1.1 Les équations d'onde

1.1.1 L'équation d'onde standard en milieu homogène au repos

L'équation d'onde est obtenue à partir des équations de la mécanique des fluides : la conservation de la masse, la conservation de la quantité de mouvement, la conservation de l'entropie et une équation d'état.

L'approximation de fluide parfait est utilisée. Cette approximation est peu limitative. En effet, le terme de viscosité n'est important que pour les petites échelles de longueur. Il faudrait l'introduire pour étudier des phénomènes à très hautes fréquences ou dans un espace clos (propagation dans un tube par exemple). Dans le cas d'un milieu au repos, on suppose de plus que l'entropie est constante.

Les variables de pression, de densité, de vitesse et d'entropie sont écrites comme la somme d'un écoulement de base stationnaire vérifiant les équations de la mécanique des fluides (p_0 en Pa, ρ_0 en m.s^{-3} , $\mathbf{v}_0$ en m.s^{-1} et s_0 en J.K^{-1}) et d'une perturbation (p , ρ , $\mathbf{v}$ et s), l'ensemble étant solution des équations de la mécanique des fluides. Cette perturbation est appelée perturbation acoustique. On se place dans le cadre de l'acoustique linéaire : les perturbations acoustiques sont supposées faibles par rapport au champ moyen. Les perturbations non linéaires seront donc né-

gligées. Cette décomposition en une partie moyenne et une perturbation acoustique est injectée dans les équations de la mécanique des fluides. En ne considérant que les termes de l'ordre des fluctuations, on obtient les équations de l'acoustique linéaire pour un fluide parfait. La combinaison de ces équations donne une équation d'onde ne portant que sur le terme de perturbation de la pression p :

$$\left[\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] p(\mathbf{r}, t) = -\hat{S}\delta(\mathbf{r}) \quad (1.1)$$

où c est appelé célérité du son et est défini comme $c = \sqrt{(\partial p / \partial \rho)_s}$. Dans le cas d'un gaz parfait, $c = \sqrt{\gamma R T_0}$, où γ est le rapport des chaleurs spécifiques, R la constante des gaz parfait et T_0 la température moyenne du milieu. Δ est l'opérateur Laplacien; par exemple, dans un repère cartésien: $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$.

Le terme de droite de l'équation (1.1) correspond à une source ponctuelle placée en $\mathbf{r}$ et d'amplitude $\hat{S}$.

Cette équation est linéaire en temps. Il n'y a pas de couplage fréquentiel pour une source multifréquentielle. Une source monochromatique de fréquence f imposera une variation temporelle en $\exp(-i\omega t)$ à toutes les variables acoustiques dans le domaine de propagation. La pulsation ω (en s^{-1}) est définie en fonction de la fréquence comme: $\omega = 2\pi f$. Soit $\hat{p}(\omega)$ l'amplitude complexe de la pression acoustique pour la pulsation ω . En injectant une fonction de la forme $\hat{p}(\mathbf{r}, \omega) \exp(-i\omega t)$ dans l'équation (1.1), on obtient l'équation de Helmholtz:

$$\left[\Delta + \frac{\omega^2}{c^2} \right] \hat{p}(\mathbf{r}, \omega) = -\hat{S}\delta(\mathbf{r}) \quad (1.2)$$

Cette équation est exacte dans le cas d'un milieu homogène et au repos. Elle reste valable quand seule la célérité du milieu change et que ce changement n'est pas associé à un changement de densité ou de pression. Supposons ces conditions réunies. Pour rendre compte des variations locales de la célérité, nous introduisons un paramètre μ tel que l'indice de réfraction du milieu s'écrive $n = c_0/c = 1 + \mu$. c_0 est une célérité de référence en m.s^{-1} . Nous introduisons aussi la variable $\epsilon = (c_0/c)^2 - 1 \simeq 2\mu$ traduisant les variations de l'indice de réfraction. En fonction de ce paramètre ϵ , l'équation précédente (Eq. 1.2) s'écrit:

$$[\Delta + k_0^2(1 + \epsilon)] \hat{p}(\mathbf{r}, \omega) = -\hat{S}\delta(\mathbf{r}) \quad (1.3)$$

où $k_0 = \omega/c_0$ (en m^{-1}).

1.1.2 L'équation d'onde avec indice effectif

Dans le cas d'un milieu instationnaire, c'est-à-dire dans lequel sont présents des vitesses moyennes et des fluctuations turbulentes, l'onde acoustique est convectée par les profils moyens et

diffractée par les gradients du champ de vitesse. Une solution pour intégrer un champ de vitesse à l'équation d'onde est d'utiliser une célérité du son effective. Dans cette approche conventionnelle, l'atmosphère en mouvement est remplacée par un milieu au repos dans lequel la célérité effective du son est $c_{eff} = c + v_x$, où v_x est la composante du vent dans la direction de propagation entre la source et le récepteur.

Une justification à l'introduction de cette célérité effective peut être donnée en utilisant la théorie de l'acoustique géométrique. La vitesse de déplacement d'un front d'onde, $\mathbf{v}_\phi$, le long d'un rayon est donnée par la formule:

$$\mathbf{v}_\phi = c\boldsymbol{\nu} + \mathbf{v}_0$$

où $\mathbf{v}_0$ est la vitesse de convection du milieu et $\boldsymbol{\nu}$ est le vecteur unitaire perpendiculaire au front d'onde (voir figure 1.1).

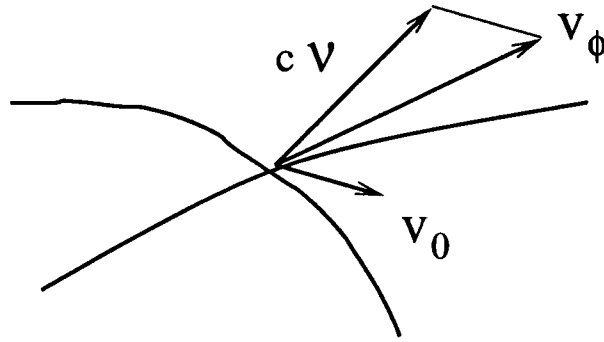


FIG. 1.1 – Composition de la vitesse du milieu et de la célérité de l'onde.

Soit $\hat{\mathbf{v}}_\phi$ le vecteur unitaire donnant la direction et le sens du vecteur $\mathbf{v}_\phi$. Dans le cas où le nombre de Mach $M = v_0/c_0 \ll 1$ (v_0 est la norme du vecteur $\mathbf{v}_0$), on a : $\hat{\mathbf{v}}_\phi \sim \boldsymbol{\nu}$. La célérité effective, définie comme la vitesse locale du front d'onde, est alors donnée par:

$$c_{eff} = \mathbf{v}_0 \cdot \hat{\mathbf{v}}_\phi + c\boldsymbol{\nu} \cdot \hat{\mathbf{v}}_\phi \approx c + \mathbf{v}_0 \cdot \boldsymbol{\nu}$$

Lorsque la source et le récepteur sont près du sol, la direction de propagation est à peu près horizontale et l'équation de propagation utilisant une célérité du son effective peut être utilisée. Cependant, dans de nombreux problèmes d'acoustique atmosphérique, les ondes réfléchies, réfractées et celles diffractées par le champ turbulent se propagent dans des directions qui diffèrent de l'axe horizontal. Une erreur proportionnelle à la distance de propagation s'accumule alors dans l'estimation de la phase de l'onde. Cette erreur peut amener des incertitudes quant au positionnement des interférences sur de longues distances (Dallois [37], Li [76]). Dans ce cas, il faut prendre en compte les termes de vitesse dans l'équation d'onde.

1.1.3 L'équation d'onde en milieu en mouvement à vitesse uniforme

Nous donnons dans ce paragraphe l'équation d'onde décrivant la propagation d'une onde acoustique dans un milieu homogène en mouvement uniforme. Les grandeurs p_0 , ρ_0 et $\mathbf{v}_0$ sont supposées constantes. Une équation de propagation exacte dans un milieu à vitesse uniforme $\mathbf{v}_0$ peut être obtenue à partir des équations de la mécanique des fluides linéarisées. Elle s'écrit (Ostashev [82]):

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right]^2 p(\mathbf{r}, t) = c^2 \Delta p(\mathbf{r}, t) \quad (1.4)$$

Si l'échelle caractéristique L des variations spatiales de la vitesse est grande devant la longueur d'onde λ , il est encore raisonnable d'utiliser l'équation (1.4) pour évaluer la pression acoustique en présence d'un champ de vitesse non uniforme. Dans le cas où $\lambda/L \ll 1$, l'opérateur $(\mathbf{v}_0 \cdot \nabla)^2$ peut être remplacé par $v_i v_j \nabla_i \nabla_j$. Pour une onde monochromatique $\hat{p}(\mathbf{r}, \omega)$, l'équation (1.4) s'écrit (Dallois [37], Ostashev *et al.* [84]):

$$\left[\Delta + k_0^2(1 + \epsilon) + \underbrace{2ik\sqrt{1 + \epsilon}M_i \nabla_i}_{(1)} + \underbrace{M_i M_j \nabla_i \nabla_j}_{(2)} \right] \hat{p}(\mathbf{r}, \omega) = 0 \quad (1.5)$$

$M_i = v_i/c_0$ est le nombre de Mach de la composante i du vecteur vitesse $\mathbf{v}_0$.

Lorsque le vecteur vitesse $\mathbf{v}_0$ est nul, nous retrouvons bien l'équation d'onde standard (1.3). Les termes supplémentaires (1) et (2) dans l'équation (1.5) contiennent les effets du mouvement du milieu. Le terme principal $2ik\sqrt{1 + \epsilon}M_i \nabla_i$ est proportionnel au nombre de Mach et à la dérivée spatiale de la pression. Il est maximum quand la direction de l'onde est alignée avec le vecteur vitesse. Ce terme représente la convection de l'onde par le champ de vitesse. Le deuxième terme supplémentaire $M_i M_j \nabla_i \nabla_j$ est du deuxième ordre en nombre de Mach et est proportionnel à la dérivée seconde spatiale de la pression.

1.1.4 L'équation d'onde en milieu inhomogène en mouvement

Dans un milieu inhomogène en mouvement, où un champ de vitesse et un champ de gradient de vitesse sont présents, le champ de pression est solution de l'équation suivante (Dallois [37]):

$$\left[\Delta + k_0^2(1 + \epsilon) - \underbrace{\left(\nabla \ln \frac{\rho}{\rho_0} \right) \cdot \nabla}_{(1)} + \underbrace{\frac{2ik_0}{c_0} \mathbf{v}_0 \cdot \nabla}_{(2)} + \underbrace{\frac{2i}{\omega} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}}_{(3)} \right] \hat{p}(\mathbf{r}, \omega) = 0 \quad (1.6)$$

La comparaison de l'équation (1.6) avec l'équation de Helmholtz (1.3) fait apparaître des termes supplémentaires: le terme (2) représente la diffraction de l'onde acoustique par des dipôles et le terme (3) par des quadripôles à travers les termes de gradients du champ de vitesse.

L'équation (1.6) permet donc de prendre en compte la diffraction de l'onde par la turbulence plus précisément que l'équation de Helmholtz. Notons que l'amplitude du terme de gradient (3) est d'ordre λ/L par rapport au terme de convection (2). Dans la suite de l'étude, nous considérerons que la densité ρ est uniforme. Ainsi, le terme (1) disparaît dans l'équation (1.6).

Conclusion

Nous avons rassemblé dans cette partie trois formes différentes d'équations d'onde pour la propagation du son dans un milieu fluide. L'équation d'onde standard a été la plus utilisée dans la littérature. Elle est exacte dans le cas d'un milieu au repos ou présentant un gradient de température. Elle peut être utilisée dans le cas d'un profil de vent en introduisant une célérité du son effective. Les deux autres équations (Eq. 1.5 et 1.6) décrivent la propagation dans un milieu en mouvement, sans tenir compte toutefois des effets de la variation de la densité du milieu. La première (Eq. 1.5) est exacte dans un milieu en mouvement uniforme. Elle peut aussi être utilisée dans le cas d'un milieu localement uniforme. Cette équation est d'ordre 2 en nombre de Mach. L'équation (1.6) est elle d'ordre 1 en nombre de Mach. La prise en compte de la convection est donc moins satisfaisante avec l'équation (1.6). En revanche, cette équation d'onde comprend un terme de gradient du champ de vitesse. Ce terme décrit la diffraction de l'onde par le milieu. En résumé, l'équation (1.5) est exacte pour la prise en compte de la convection de l'onde par le champ moyen. Elle peut être donc utilisée pour l'étude de la propagation acoustique dans des milieux à forts nombres de Mach. Dallois [38] utilise cette équation pour étudier la diffraction d'une onde acoustique par un vortex. La seconde (Eq. 1.6) est destinée à des cas où la vitesse varie sur de courtes distances, créant de forts gradients, comme ceux de la propagation en milieux turbulents. Blanc-Benon *et al.* [21] et Dallois *et al.* ([40],[39]) utilisent cette équation pour étudier l'influence de la turbulence atmosphérique sur la propagation acoustique en extérieur.

Nous montrerons l'intérêt d'utiliser les équations contenant les termes de vent (Eq. 1.5 et 1.6) sur certains cas test.

1.2 Les méthodes de résolution

Dans cette partie, nous proposons une étude bibliographique des différentes méthodes de résolution des équations exposées précédemment. Cette étude a pour but d'inventorier ces différentes méthodes selon leur efficacité à traiter le problème que nous nous sommes posés. La méthode choisie devra permettre d'évaluer la propagation acoustique sur de longues distances (de l'ordre du kilomètre), au-dessus d'un terrain non plan et caractérisé par la valeur de son impédance (variable en fonction de la distance), dans une atmosphère dont les propriétés changent avec la distance de propagation et l'altitude et éventuellement le temps (fluctuations).

Il existe des formulations analytiques permettant de calculer la propagation acoustique au-dessus de géométries non planes simples. Nous donnons ci-après (paragraphe 1.2.1) ces formulations analytiques dans le cas de la propagation au-dessus d'une rupture de pente et dans le cas de la propagation au-dessus d'une surface convexe ou concave. Les expressions analytiques ne permettent pas de traiter un problème complexe (succession de ruptures de pente ou atmosphère inhomogène). Elles nous seront cependant utiles pour valider des méthodes plus évoluées sur des cas à géométrie simple.

Le problème de la propagation d'une onde acoustique au-dessus d'une surface non plane peut être traité par la méthode des rayons (Candel [24], Vermorel [102]). Cette méthode est de type haute-fréquence et permet de visualiser les trajets sonores. Elle peut prendre en compte les mouvements du milieu de propagation et une condition d'impédance. Le problème de la propagation au-dessus d'une frontière quelconque peut de plus être traité avec cette méthode. Certains phénomènes physiques ne peuvent cependant pas être pris en compte dans l'approximation de l'acoustique géométrique linéaire : la diffraction de l'onde acoustique sur les irrégularités du terrain et la diffusion par la turbulence. Une étude récente utilise la méthode des rayons pour évaluer l'influence de la météorologie sur la propagation du son dans une vallée (Heimann et Gross [61]). Cette méthode permet d'accéder à certains résultats intéressants sur les fluctuations du niveau acoustique en fonction des paramètres météorologiques journaliers (voir [61]) mais ses limites (diffraction ignorée) nous ont incité à utiliser une autre méthode.

Nous signalons que certains auteurs (Gabillet *et al.* [51]) utilisent la méthode des faisceaux gaussiens. Cette méthode permet de résoudre l'équation d'onde d'une manière similaire à la méthode de tracé de rayons. La solution associe à chaque rayon un faisceau avec une amplitude gaussienne normale au rayon. La solution du champ de pression pour une source donnée est alors construite comme la superposition de faisceaux gaussiens passant à une certaine distance du récepteur. La méthode des faisceaux gaussiens permet de supprimer certains artéfacts de la méthode de tracé de rayons qui apparaissent dans les zones d'ombre ou au niveau des caustiques.

Nous mentionnons aussi la méthode par éléments de frontière (Boundary Elements Method)(Hamdi [58]). La méthode par éléments de frontière est un outil numérique puissant pour calculer le rayonnement acoustique au-dessus d'un écran anti-bruit (Premat *et al.* [89]). Le phénomène de diffraction de l'onde acoustique est bien pris en compte par la méthode. Cependant, il n'est pas possible de calculer la propagation dans une atmosphère en mouvement ; on doit en effet connaître la fonction de Green du problème, qui est inconnue dans ce cas. On peut au mieux étudier la propagation dans une atmosphère présentant un gradient de célérité en couplant la méthode par éléments de frontière avec des méthodes par modes normaux [89]. De plus, l'utilisation de la méthode BEM reste limitée à des distances de propagation de l'ordre de quelques mètres en raison du temps de calcul des potentiels de simple et double couche (Defrance et Gabillet,

[41]). Cette méthode n'apparaît donc pas satisfaisante pour résoudre le problème posé.

Nous nous intéressons aux méthodes utilisant l'équation parabolique (Lee *et al.* [74]). Les études sur les ondes électromagnétiques ont permis le développement d'approximations des équations d'onde (Leontovich et Fock [75]). Cette approximation est nommée équation parabolique. La méthode utilisant l'approximation parabolique a été ensuite largement utilisée en acoustique sous-marine (Tappert [99]) et atmosphérique (Chevret *et al.* [26]). Dans le cas de la propagation au-dessus d'une surface plane, l'équation parabolique permet de prendre en compte l'ensemble des paramètres environnementaux que nous nous sommes fixés (sol à impédance variable, atmosphère dont la célérité varie avec la distance et l'altitude, turbulence atmosphérique). Dans le cas d'un sol non plan, il existe un certain nombre de méthodes utilisant l'équation parabolique; celles-ci sont détaillées dans le paragraphe 1.2.2.

1.2.1 Les formulations analytiques

Nous donnons dans ce paragraphe des formulations analytiques permettant d'évaluer le niveau sonore derrière un obstacle à la géométrie simple. Ces formulations nous seront utiles pour valider les résultats obtenus avec notre modèle de propagation sur sol non plan. Des formulations analytiques existent dans le cas de la propagation au-dessus d'un coin et dans les cas de la propagation d'une onde acoustique au-dessus d'un cylindre convexe ou concave. Le modèle que nous développons étant bidimensionnel, nous donnons des expressions analytiques pour des géométries bidimensionnelles.

1.2.1.1 Propagation d'une onde acoustique au-dessus d'un coin

Pour résoudre le problème de la diffraction d'une onde acoustique par un coin (figure 1.2), Pierce [86] utilise la méthode par intégrale de contour. Considérons une source ponctuelle harmonique dans le plan (x,y) ; on cherche alors une amplitude complexe de pression p qui satisfasse l'équation de Helmholtz partout au-dessus du coin excepté en $\mathbf{x}_s$ (position de la source). Près de $\mathbf{x}_s$, p doit être de la forme $\hat{S}/\sqrt{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|}$. La pression p doit aussi satisfaire la condition limite de réflexion sur la paroi rigide $\frac{\partial p}{\partial \phi} = 0$ sur les faces $\phi = 0$ et $\phi = \gamma$ du coin. γ est l'angle intérieur du coin. $\hat{S}$ est l'amplitude complexe de la source. L'équation de Helmholtz dans le repère (x,y) s'écrit:

$$(\Delta + k_0^2) p(\mathbf{x}) = -\hat{S} \delta(\mathbf{x}_s - \mathbf{x}) \quad (1.7)$$

où k_0 est le nombre d'onde de l'onde émise par la source.

De plus, la solution doit satisfaire la condition de rayonnement de Sommerfeld à l'infini: $\lim_{r \rightarrow \infty} r \left(\frac{\partial p}{\partial r} + i k_0 p \right) = 0$.

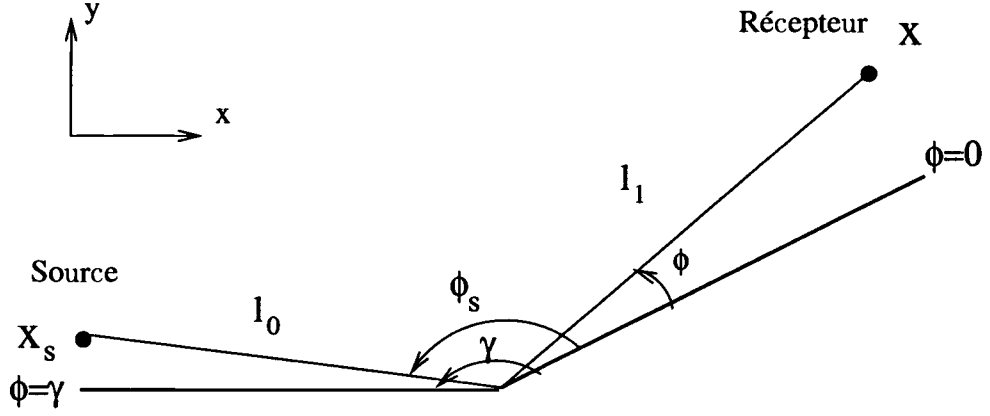


FIG. 1.2 – Définition des paramètres du problème de la diffraction par un coin.

La solution du problème en espace libre est donnée par la fonction de Green:

$$\mathcal{G}(\zeta) = -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(k_0 \mathcal{R}(\zeta)) \quad (1.8)$$

où $H_0^{(2)}$ est la fonction de Hankel de deuxième espèce et d'ordre 0. La fonction $\mathcal{R}(\zeta)$, où ζ est un complexe, s'écrit:

$$\mathcal{R}(\zeta) = (l_0^2 + l_1^2 - 2l_0 l_1 \cos \zeta)^{1/2}$$

où l_0 et l_1 sont respectivement les distances de la source au coin et du récepteur au coin. Ainsi, $\mathcal{R}(\phi - \phi_s)$ représente le trajet direct entre la source et le récepteur et $\hat{S}\mathcal{G}(\phi - \phi_s)$ serait la solution de l'équation (1.7) sans le coin. ϕ et ϕ_s sont respectivement les angles localisant le récepteur et la source (voir figure 1.2).

La fonction $\mathcal{G}(\zeta - \phi)$ vérifie l'équation de Helmholtz. Le principe de superposition impose que n'importe quelle intégrale de contour de la forme

$$p = \hat{S} \int_C f(\zeta) \mathcal{G}(\zeta - \phi) d\zeta \quad (1.9)$$

satisfasse l'équation de Helmholtz, quelles que soient la position du contour C dans le plan imaginaire et la fonction $f(\zeta)$. Le but est de trouver la fonction f et le contour C tels que (1.9) vérifie les conditions aux limites du problème et la condition de Sommerfeld.

Partie géométrique du champ acoustique

Pierce [86] établit une solution asymptotique pour le terme correspondant à la partie géométrique (AG) du champ acoustique:

$$p_{AG} = \hat{S} \sum_l \mathcal{G}(2\gamma l - \phi_S - \phi) + \hat{S} \sum_l \mathcal{G}(2\gamma l + \phi_S - \phi) \quad (1.10)$$

où les deux sommes s'étendent sur des valeurs entières de l pour lesquelles les arguments de la fonction $\mathcal{G}$ sont compris entre $-\pi$ et π . γ est l'angle entre les côtés du coin suivant le sens trigonométrique direct (voir figure 1.2).

Dans le cas d'une **rupture de pente positive** (voir figure 1.3), $\pi/2 < \gamma < \pi$, les seuls termes possibles sont ceux dont les arguments des fonctions de Green sont:

- $\phi_S - \phi$: ce terme représente le trajet direct entre la source et le récepteur (rayon que l'on appellera $r1$). Ce rayon est toujours présent.
- $2\gamma - \phi_S - \phi$: ce terme représente le rayon simplement réfléchi sur la face ($\phi = \gamma$) (rayon $r2$). Ce rayon est présent si $\phi > 2\gamma - \phi_S - \pi$.
- $-\phi_S - \phi$: ce terme représente le rayon simplement réfléchi sur la face ($\phi = 0$) (rayon $r3$). Ce rayon est présent si $\phi < \pi - \phi_S$.
- $-2\gamma + \phi_S - \phi$: ce terme représente le rayon doublement réfléchi sur la face ($\phi = 0$) puis la face ($\phi = \gamma$) (rayon $r4$). Ce rayon est présent si $\phi < \pi + \phi_S - 2\gamma$.

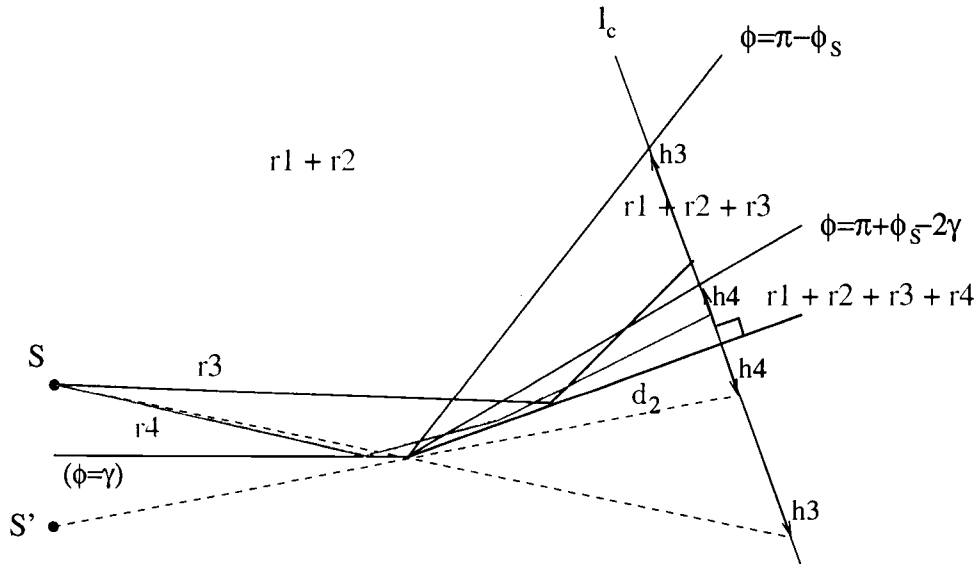


FIG. 1.3 – Description en terme de rayons de la propagation au-dessus d'un coin. Les rayons direct et réfléchi $r1$ et $r2$ contribuent au champ de pression tout le long de l_c ; $r3$ contribue à p jusqu'à la hauteur $h3$ et $r4$ jusqu'à la hauteur $h4$.

Si l'on considère une ligne l_c de réception du signal acoustique perpendiculaire à la pente et située à une distance d_2 du coin (voir figure 1.3), les deux premiers rayons ($r1$ et $r2$) sont toujours présents (on se place dans un cas où $2\gamma - \phi_S - \pi < 0$). Deux rayons supplémentaires ($r3$ et $r4$)

sont présents en fonction de la hauteur du récepteur: un rayon réfléchi sur la face $\phi = \gamma$ (pour les hauteurs inférieures à une valeur que l'on notera h_3) et un rayon doublement réfléchi (pour les hauteurs inférieures à une valeur que l'on notera h_4).

Dans le cas d'une **rupure de pente négative** (voir figure 1.4), $\pi < \gamma < \frac{3}{2}\pi$, il existe un chemin direct si $\phi > \phi_s - \pi$, un chemin réfléchi par la face $\phi = 0$ si $\phi < \pi - \phi_s$ et un chemin réfléchi par la face $\phi = \gamma$ si $\phi > 2\gamma - \phi_s - \pi$; les deux dernières possibilités s'autoexcluent mutuellement. Si $\phi_s > \pi$ et $\phi < \phi_s - \pi$, il n'y a ni trajet direct, ni trajet réfléchi. Dans ce cas, le récepteur est dans la zone d'ombre, et l'estimation du champ acoustique nécessite d'évaluer la partie du champ total correspondant au champ diffracté.

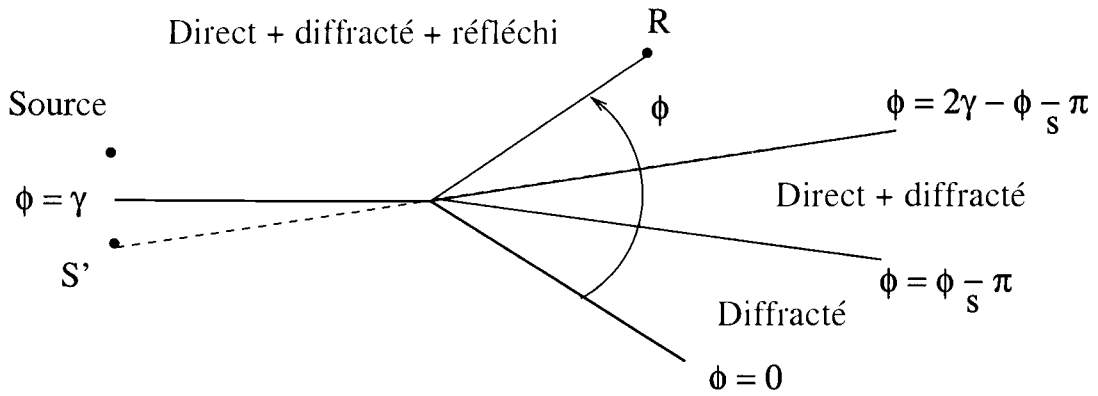


FIG. 1.4 – Description en terme de rayons de la propagation au-dessus d'un coin (cas descendant). Selon la position du récepteur, le champ acoustique est la somme des contributions d'un terme de diffraction, du rayon direct et/ou du rayon réfléchi. D'après Pierce [86].

Partie diffractée du champ acoustique

Dans l'évaluation de l'intégrale de contour représentant le champ acoustique total (Eq. 1.9), le terme restant une fois évaluée la partie associée au champ géométrique est appelé le champ diffracté, p_{diff} .

En se plaçant dans l'hypothèse de champ lointain ($kl_0 \gg 1$ et $kl_1 \gg 1$) et en utilisant la variable $\nu = \pi/\gamma$, Pierce [86] donne une expression asymptotique du champ diffracté:

$$p_{diff} = \hat{S}\mathcal{G}(L) \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} \sum_{+,-} \frac{\sin \nu\pi}{[1 - \cos \nu\pi \cos \nu(\phi \pm \phi_s)]^{1/2}} A_D \left(\left(\frac{k_0 l_0 l_1}{\pi L} \right)^{1/2} M_\nu(\phi \pm \phi_s) \right) \quad (1.11)$$

$$\text{avec } \begin{cases} M_\nu(\phi) = \frac{\cos \nu\pi - \cos \nu\phi}{\nu(1 - \cos \nu\pi \cos \nu\phi)^{1/2}} \\ A_D(X) = \text{sign}(X)[f(|X|) - ig(|X|)] \end{cases}$$

avec $L = l_0 + l_1$. $\mathcal{G}$ est la fonction de Green définie par (Eq. 1.8). f et g sont des fonctions de Fresnel auxiliaires définies comme suit:

$$\begin{cases} f(X) = \left(\frac{1}{2} - S(X)\right) \cos\left(\frac{1}{2}\pi X^2\right) - \left(\frac{1}{2} - C(X)\right) \sin\left(\frac{1}{2}\pi X^2\right) \\ g(X) = \left(\frac{1}{2} - C(X)\right) \cos\left(\frac{1}{2}\pi X^2\right) + \left(\frac{1}{2} - S(X)\right) \sin\left(\frac{1}{2}\pi X^2\right) \end{cases}$$

Les fonctions précédentes sont définies en fonction des intégrales de Fresnel (Abramowitz et Stegun [1]) :

$$\begin{cases} C(X) = \int_0^X \cos\left(\frac{1}{2}\pi t^2\right) dt \\ S(X) = \int_0^X \sin\left(\frac{1}{2}\pi t^2\right) dt \end{cases}$$

L'équation (1.11) donne une expression asymptotique du champ diffracté en champ lointain pour des valeurs de γ entre 0 et 2π . Le champ asymptotique total est $p_{AG} + p_{diff}$, où p_{AG} est donné par l'équation (1.10).

Nous remarquons que la quantité $A_D(X)$ est discontinue en $X = 0$ car $\lim_{X \rightarrow 0^+} A_D(X) = (1 - i)/2$ et $\lim_{X \rightarrow 0^-} A_D(X) = -(1 - i)/2$. Le cas $X = 0$ correspond à des valeurs de ϕ telles que $M_\nu(\phi \pm \phi_s) = 0$, c'est-à-dire $\cos \nu(\phi \pm \phi_s) = \cos \nu\pi$.

Calculons alors la valeur du saut de pression à la discontinuité:

$$\begin{aligned} \Delta p_{diff} &= \hat{S}\mathcal{G}(L) \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} \sum_{+,-} \frac{\sin \nu\pi}{[1 - \cos \nu\pi \cos \nu(\phi \pm \phi_s)]^{1/2}} ((1 - i)/2 + (1 - i)/2) \\ &= -\hat{S}\mathcal{G}(L) \end{aligned}$$

Le champ total est continu. Chaque saut de la pression p_{diff} est compensé par un saut de la pression p_{AG} . Pour le démontrer, considérons la ligne de discontinuité en $\phi_{disc} = \phi_s - \pi$ (voir figure 1.4). Si ϕ est inférieur à ϕ_{disc} , on est dans la zone d'ombre pour le terme du champ de l'acoustique géométrique $\hat{S}\mathcal{G}(\phi_s - \phi)$, la discontinuité de p_{AG} vaut donc $\hat{S}\mathcal{G}(L)$. Le champ total $p_{AG} + p_{diff}$ est donc continu en ϕ_{disc} .

Une expression asymptotique de $A_D(X)$ permet d'avoir le comportement de p_{diff} avec la fréquence. Si l'on se place en dehors des zones de discontinuité, alors $M_\nu(\phi \pm \phi_s)$ est différent de zéro et $A_D(X)$ peut être approximé par son expression asymptotique $1/\pi X$. La partie diffractée du champ acoustique p_{diff} (Eq. 1.11) se réduit alors à:

$$p_{diff} = \frac{\hat{S}}{2\gamma} \left(\frac{2\pi}{k_0 l_0 l_1} \right)^{1/2} \mathcal{G}(L) e^{i\pi/4} \sum_{+,-} D_\nu(\phi \pm \phi_s)$$

$$\text{avec } D_\nu(\phi) = \frac{\sin \nu\pi}{\cos \nu\pi - \cos \nu\phi}$$

Cette formulation asymptotique montre que la partie diffractée du champ acoustique décroît plus vite avec la fréquence que la partie géométrique du champ acoustique (Eq. 1.10) avec un facteur $1/\sqrt{k_0}$. La partie géométrique du champ acoustique est donc une approximation du champ total valable pour les hautes fréquences.

D'autres auteurs se sont intéressés à la formulation analytique du problème de diffraction par un coin. Rasmussen [91] reprend la formulation de Kouyoumjian et Pathak [71] qui utilise la théorie géométrique de la diffraction. Kawai [70] a comparé de nombreuses approximations hautes fréquences du problème de la diffraction par un coin. Il en ressort que la solution de Kouyoumjian et Pathak est très précise, même pour des longueurs d'onde relativement grandes par rapport à la taille d de l'objet diffractant ($\lambda \sim 4d$).

En utilisant les notations de la figure 1.2, la partie diffractée du champ de pression s'écrit:

$$p_{diff} = \mathcal{G}(L) \left[V\left(\frac{l_0 l_1}{L}, \phi - \phi_S\right) + V\left(\frac{l_0 l_1}{L}, \phi + \phi_S\right) \right], \quad (1.12)$$

$$\text{avec} \quad \begin{cases} V(A, \theta) = V^+(A, \theta) + V^-(A, \theta), \\ V^\pm = -\frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi k_0 A}} \frac{1}{2\mu} \cot\left(\frac{\pi \pm \theta}{2\mu}\right) F'(X^\pm(\theta)), \\ X^\pm = 2k_0 A \cos^2\left(\frac{2N^\pm \mu \pi - \theta}{2}\right), \\ F'(x) = -2i\sqrt{x}e^{ix} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} e^{i\tau^2} d\tau = -2i\sqrt{x}e^{-ix} F(\sqrt{x}). \end{cases}$$

avec $\mu = \gamma/\pi$ et $L = l_0 + l_1$. F est une intégrale de Fresnel ($F(x) = \int_x^\infty e^{i\tau^2} d\tau$). N^+ et N^- sont définis par:

$$N^+ = \begin{cases} 0 & \text{pour } \theta \geq \pi \\ 1 & \text{pour } \theta < \pi \end{cases} \quad \text{et} \quad N^- = \begin{cases} -1 & \text{pour } \theta > -\pi + 2\gamma \\ 0 & \text{pour } -\pi + 2\gamma \geq \theta \geq -\pi \\ 1 & \text{pour } \theta < -\pi \end{cases}$$

1.2.1.2 Diffraction par une surface convexe ou concave

Le problème de la propagation d'une onde au-dessus d'une surface convexe a d'abord été étudié dans le cas des ondes électromagnétiques (Fock [50]). L'analogie avec la propagation d'une onde sur un terrain plan dans une atmosphère avec un certain profil de célérité du son avait alors été identifiée. Bien que ces analyses aient été développées dans le cadre de la théorie des ondes électromagnétiques, le principe a été utilisé ensuite pour l'acoustique sous-marine (Perkeris [85]) puis pour l'acoustique atmosphérique par Seckel et Keller ([96],[95]).

Les cas de la propagation au-dessus d'une surface convexe et d'une surface convexe sont présentés ici.

a. Cas d'une surface convexe

L'analogie bilinéaire

En s'appuyant sur des travaux antérieurs (voir les pages 469-478 de Pierce [86]), Berry et Daigle [13] ont suggéré que le champ acoustique au-dessus d'un cylindre de grand rayon dans une atmosphère homogène était analogue au champ acoustique au-dessus d'un sol plan avec un gradient de célérité variant selon un profil bilinéaire. Le profil de célérité suggéré est le suivant:

$$c(z) = c(0)/\sqrt{1 + 2z/R_0} = c(0) \left(1 - \frac{z}{R_0} - \frac{2z^2}{3R_0^2} + o\left(\left(\frac{z}{R_0}\right)^2\right) \right) \quad (1.13)$$

où R_0 est le rayon de courbure du cylindre et z est l'altitude au-dessus du sol. Un développement limité au premier ordre en z/R_0 de c montre que $c(0)/R_0$ correspond au gradient de célérité négatif près du sol ($z/R_0 \ll 1$).

En utilisant cette analogie, il est possible d'établir une formulation analytique du champ de pression au-dessus d'un cylindre. On note r l'abscisse curviligne le long de la section circulaire du cylindre. Dans l'hypothèse où la longueur d'onde d'intérêt est très petite devant le rayon de courbure R_0 , le champ de pression $p^{(b)}$ (b pour bilinéaire) dû à un monopole peut être exprimé comme suit [13]:

$$p^{(b)}(r, z) \simeq S_0 \frac{\pi e^{i\pi/6}}{l} \sum_n \frac{Ai[(\tau_n - z_s/l)e^{i2\pi/3}] Ai[(\tau_n - z/l)e^{i2\pi/3}] H_0^{(1)}(K_n r)}{(q^2 - \tau_n) [Ai(\tau_n e^{i2\pi/3})]^2} \quad (1.14)$$

où S_0 est l'amplitude de la source monopolaire, z_s et z sont respectivement la hauteur de la source et celle du récepteur. La fonction de Hankel, la fonction de Airy et la dérivée de la fonction de Airy sont notées respectivement $H_0^{(1)}$, Ai et Ai' . L'épaisseur l de la couche d'onde rampante, une valeur q proportionnelle à l'admittance et le facteur d'échelle adimensionnelle τ sont donnés respectivement par:

$$\begin{cases} l = (R_0/2k_0^2)^{1/3}, \\ q = ik_0\beta l \text{ et} \\ \tau = (\kappa^2 - k_0^2)l^2, \end{cases}$$

où β est la valeur de l'admittance normalisée de la surface. Les valeurs τ_n sont obtenues en résolvant l'équation aux valeurs propres suivante:

$$e^{i2\pi/3} Ai'(\tau e^{i2\pi/3}) - q Ai(\tau e^{i2\pi/3}) = 0$$

Champ acoustique au-dessus d'un cylindre infini

Di et Gilbert [46] ont considéré le problème bidimensionnel de la propagation du son au-dessus d'un cylindre convexe ou concave. Dans leur étude, ils montrent par une méthode de transformation conforme que la propagation au-dessus d'un cylindre dans une atmosphère homogène est analogue à la propagation au-dessus d'un sol plan dans une atmosphère où le gradient de célérité du son varie exponentiellement (la démonstration est reprise dans la partie 1.2.2.3 de ce chapitre). Dans le cas où le cylindre a un rayon R_0 , le profil de célérité du son a la forme suivante:

$$c(z) = c_0 \exp(-z/R_0) = c(0) \left(1 - \frac{z}{R_0} + \frac{z^2}{2R_0^2} + o\left(\left(\frac{z}{R_0}\right)^2\right) \right) \quad (1.15)$$

Les résultats obtenus avec l'analogie bilinéaire (Eq. 1.14) et l'analogie exponentielle (Eq. 1.20) ont été comparées à des résultats de mesures de Berry et Daigle [13] par Li et Attenborough [77]. Dans ces mesures, le rayon du cylindre est de 5 mètres et le récepteur se situe dans la zone d'ombre. La comparaison montre que l'analogie exponentielle donne des niveaux en très bon accord avec les mesures alors que l'analogie bilinéaire donne des niveaux qui se comparent difficilement avec les mesures. Ces comparaisons montrent que l'analogie exponentielle est plus rigoureuse que l'analogie bilinéaire.

b. Cas d'une surface concave

Les études sur la propagation d'une onde acoustique au-dessus d'une surface concave sont moins nombreuses que dans le cas convexe. Wang et Li [105] évaluent la validité de l'analogie entre la propagation au-dessus d'une surface concave dans une atmosphère homogène et la propagation sur sol plan avec un profil de célérité du son bilinéaire. Cette analogie a été suggérée dans le cas d'un sol convexe par Berry et Daigle [13]. Dans le cas concave, le profil de célérité $c(z)$ bilinéaire s'écrit en fonction de la hauteur z au-dessus du cylindre ($z \ll R_0$) [105]:

$$c(z) = c(0)/\sqrt{1 - 2z/R_0} = c(0) \left(1 + \frac{z}{R_0} - \frac{2z^2}{3R_0^2} + o\left(\left(\frac{z}{R_0}\right)^2\right) \right) \quad (1.16)$$

R_0 est le rayon de courbure de la surface concave. Au premier ordre en z/R_0 , $c(0)/R_0$ peut être interprété comme le gradient de la célérité du son.

Comme pour le cas convexe, l'utilisation d'une transformation conforme du domaine au-dessus de la surface concave permet d'établir une formule analytique de la propagation au-dessus

d'un cylindre infiniment long (Wang et Li [105]). La transformation mathématique fait apparaître une analogie rigoureuse entre la propagation au-dessus d'un cylindre infiniment long dans une atmosphère homogène et la propagation sur sol plan avec un profil de célérité du son exponentiel:

$$c(z) = c(0) \exp(z/R_0) = c(0) \left(1 + \frac{z}{R_0} + \frac{z^2}{2R_0^2} + o\left(\left(\frac{z}{R_0}\right)^2\right) \right) \quad (1.17)$$

Wang et Li [105] utilisent une méthode d'éléments de frontière pour évaluer le champ acoustique au-dessus d'un cylindre concave. Les paramètres du calcul sont: un rayon de 2.5 mètres, une hauteur de la source et du récepteur de 0.1 mètres et une distance de propagation entre 0.1 et 2.5 mètres. La fréquence de la source est de 2915 Hz. Cette solution de référence est comparée aux résultats des deux formulations analytiques (Eq. 1.16 et 1.17). La comparaison montre que contrairement au profil bilinéaire, la prévision pour le profil exponentiel s'accorde bien avec les calculs avec la méthode d'éléments de frontière. Ceci montre que l'analogie doit se construire avec un profil exponentiel plutôt que bilinéaire. Wang et Li [105] présentent aussi une série de mesures au-dessus d'un cylindre concave. Les paramètres de l'installation sont analogues à ceux des simulations numériques présentées dans le paragraphe précédent. Les résultats donnés par la formule analytique utilisant l'analogie exponentielle sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux alors que la comparaison des résultats expérimentaux avec les prévisions donnés par la formule analytique utilisant le profil bilinéaire est moins satisfaisante.

Ces résultats montrent que l'analogie bilinéaire n'est pas rigoureusement exacte. En revanche, l'analogie exponentielle qui apparaît formellement dans les calculs de Di et Gilbert [46] est bien vérifiée par comparaison avec d'autres méthodes de calculs (éléments de frontière) et par l'expérience (Wang et Li [105]).

Conclusion

Les méthodes analytiques nous serviront de référence pour le cas simple du coin (deux droites semi-infinies). De plus, l'analogie entre la propagation au-dessus d'une surface convexe ou concave et la propagation au-dessus d'une surface plane dans une atmosphère avec un gradient de célérité exponentiel sera utilisée dans la méthode de l'équation parabolique et cette solution servira de référence dans le cas de la propagation au-dessus d'un cylindre.

1.2.2 L'équation parabolique

L'équation parabolique est une méthode d'une grande précision pour calculer la propagation dans un environnement complexe dans lequel l'impédance du sol est variable (Gauvreau [53]) et pour prendre en compte un profil moyen de température et sa fluctuation turbulente dans l'atmosphère (Chevret [25], Chevret *et al.* [26]). De plus, la résolution numérique de cette équation

est relativement peu coûteuse en terme d'espace de stockage nécessaire et de temps de résolution, ce qui permet de réaliser des calculs sur de très grandes distances (plusieurs kilomètres).

L'équation parabolique est obtenue à partir de l'équation de Helmholtz (1.3) et a l'expression suivante:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - ik_0 Q \right) p(\mathbf{r}) = 0$$

où $Q^2 = n^2 + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. On note Q la racine carrée de l'opérateur Q^2 . La résolution de l'équation parabolique se fait pas à pas à partir d'une condition initiale.

Différents développements ont été utilisés pour appliquer la méthode dans le cas d'un sol non plan. La méthode la plus classique est celle qui consiste à traiter l'environnement comme une succession de régions indépendantes. Dans le cas d'un sol en pente, cela revient à considérer le sol comme une succession de marches d'escalier. Les méthodes alternatives utilisent un repère variable en fonction de la topographie.

1.2.2.1 Domaines indépendants (marches d'escalier)

On peut utiliser les méthodes de calcul de la propagation acoustique (équation parabolique, modes normaux (Evans [49]), fast-field program (Raspet *et al.* [92])) dans un environnement dont les propriétés dépendent de la distance en considérant cet environnement comme une succession de régions à l'intérieur desquelles les caractéristiques physiques du milieu sont supposées constantes avec la distance (voir schéma 1.5). Cette méthode a été utilisée dans le cas de la propagation sous-marine avec l'équation parabolique par Jensen et Kuperman [66]. Dans le cas de la propagation sous-marine, on fait l'hypothèse que l'environnement est composé de deux milieux fluides: les sédiments (indice de célérité du son n_2) et l'eau (indice n_1) dont la frontière matérialise le fond de l'océan. Cette décomposition de l'environnement en domaines dont les propriétés sont indépendantes avec la distance donne une représentation du fond de l'océan en marches d'escalier; cette représentation a donné son nom à la méthode.

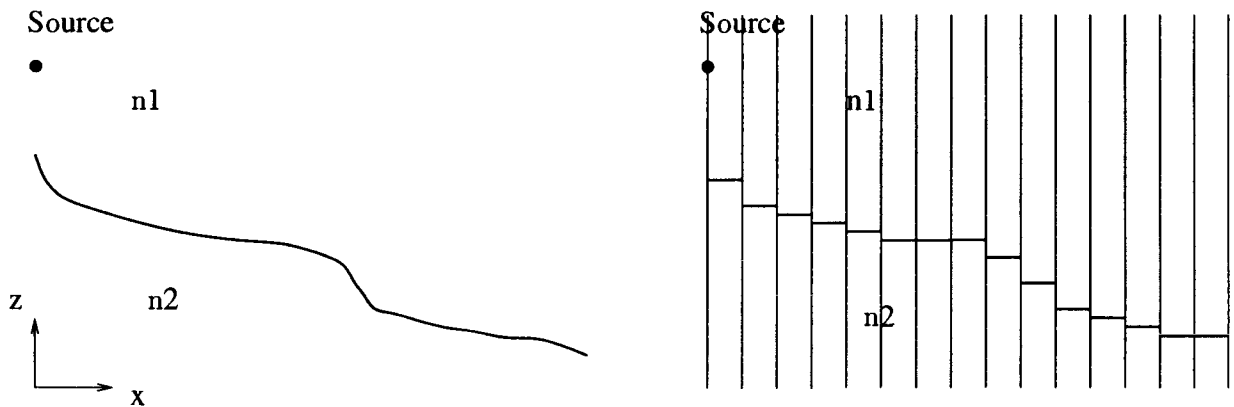


FIG. 1.5 – Discretisation d'un sol d'océan en pente pour une résolution avec l'équation parabolique.

Pour des problèmes dont la géométrie dépend peu de la distance, cette approche donne des solutions précises dans de nombreux cas (Collins [30]). Cependant, pour un problème test dans lequel le fond de l'océan a une pente inférieure à 3 degrés et pour lequel on considère une distance de propagation de 3 kilomètres (Jensen et Ferla [65]), cette approche donne une erreur de 2 dB par rapport à une solution de référence au problème donnée par une méthode de modes normaux (Evans [49]). Collins [30] propose une explication à cette erreur. Dans l'équation parabolique n'intervient qu'une dérivée avec la distance. Ainsi, une seule condition initiale peut être imposée au début de chaque région. Il n'est donc pas possible d'imposer à la fois la continuité de la pression et de la composante normale de la vitesse sur la frontière verticale entre deux domaines. Des corrections asymptotiques utiles existent pour l'équation parabolique. Dans ce but, Lee et McDaniel [73] ont modifié une méthode pour une interface horizontale afin de l'adapter au cas d'une interface en pente (voir aussi Robertson [93] dans un cas de propagation atmosphérique).

La méthode par marches d'escalier est également utilisée dans le domaine de l'acoustique atmosphérique. Galindo [52] utilise l'équation parabolique pour calculer la propagation d'une onde acoustique au-dessus d'une rupture de pente. La pente est représentée par une succession de marches. Sur la partie horizontale des marches, l'algorithme est utilisé comme pour une propagation sur sol plan. Pour traiter le cas d'une interface verticale (pas $j + 1$ sur la figure 1.6), le champ acoustique sur l'interface (ordonnée $i - 1$ et i) est mis à zéro. La valeur du champ sur le coin (ordonnée i') est interpolée à partir des valeurs du champ au pas $j + 1$ (points d'ordonnées i et $i + 1$).

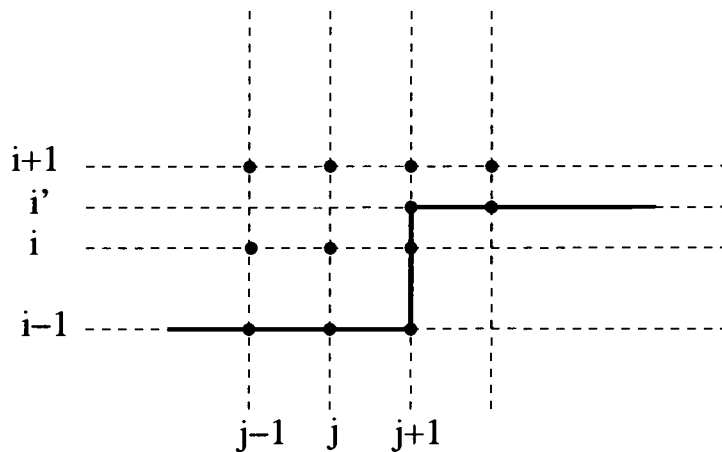


FIG. 1.6 – Maillage autour d'une interface verticale dans la méthode par marches.

Les résultats de cette méthode sont comparés à des mesures sur maquette [52]. La comparaison montre que la méthode est valable pour des pentes faibles (10 degrés) et pour des fréquences supérieures à 500 Hz. Cette limite est contraignante pour calculer la propagation du bruit routier dont le spectre s'étale entre 25 Hz et 4000 Hz. De plus, les pentes en bord de route peuvent être plus importantes. Nous souhaitons avoir un modèle qui puisse traiter des pentes jusqu'à 30 degrés.

Prise en compte de l'onde retour

La méthode par marches d'escalier peut être améliorée en calculant en plus de l'onde aller, l'onde retour (DeSanto [44], Collins et Evans [32], West et Lam [108]). Le champ acoustique en sortie de domaine est utilisée comme condition initiale au calcul de propagation de l'onde retour. Le calcul de l'onde retour prend en compte les réflexions sur les interfaces verticales en additionnant à chaque interface verticale le champ réfléchi calculé lors du calcul direct.

L'évaluation de l'onde retour (ou *backscattering*) est nécessaire lorsque le champ rétropropagé est intense. Ce cas se produit lorsque des obstacles de grande taille sont présents sur le trajet de l'onde acoustique (écran, habitations, ...). Nous montrerons (chapitre 3) que dans le cas de la propagation au-dessus d'une pente positive, même forte (40 degrés), le champ rétropropagé peut être négligé par rapport au champ direct.

Nous venons d'inventorier les méthodes utilisant une discrétisation du terrain en domaines indépendants. La méthode des marches d'escalier ne permet pas de prendre rigoureusement en compte l'interaction entre l'onde acoustique et la pente. Cette méthode amènera nécessairement une erreur dans l'évaluation du niveau de pression. Nous donnons dans la suite trois méthodes traitant plus rigoureusement le problème de la propagation au-dessus d'un sol non plan.

1.2.2.2 Rotation du domaine

Dans un article de 1990, Collins [30] propose de traiter le cas de la propagation acoustique dans l'océan sur un fond en pente en introduisant dans l'équation parabolique une direction principale de propagation parallèle au fond (*Rotated Parabolic Equation*). Cette méthode permet de calculer le champ de pression acoustique avec une précision supérieure à celle fournie par la méthode dite *stairsteps*.

Dans le modèle proposé, l'équation de propagation est résolue dans un repère de coordonnées (t, n) avec t tangent à la surface et n normal à la surface. La résolution de l'équation des ondes dans ce nouveau repère permet d'assurer la continuité de la pression et de la composante normale de la vitesse avec la distance de propagation (la continuité de ces deux variables n'est pas assurée dans les méthodes dites *stairsteps*). L'utilisation du nouveau repère élimine donc la difficulté du traitement de la condition à la limite sur le fond de l'océan. Dans le nouveau repère, cependant, la surface de l'océan devient une ligne en pente. Cette surface doit donc être décomposée en régions indépendantes selon la méthode dite *stairsteps* afin d'imposer la condition de sortie pour la pression. A condition de choisir une discrétisation verticale assez petite, cette approximation est satisfaisante pour imposer la condition de sortie pour la pression.

L'utilisation de cette méthode sur le cas test d'une propagation au-dessus d'un fond d'océan en pente (Jensen et Ferla [65]) montre que la méthode permet d'atteindre la précision de la méthode de référence (modes normaux).

1.2.2.3 Utilisation de l'analogie exponentielle

Di and Gilbert [46] utilisent la technique des transformations conformes pour calculer le champ de pression au-dessus d'un sol décomposé en une succession de portions de cylindres. Dans cette méthode, le calcul du champ de pression au-dessus d'une frontière cylindrique est remplacé par un calcul sur une surface plane dans une atmosphère dont le profil de célérité du son est déterminé en fonction du rayon de courbure de la surface cylindrique initiale (voir schéma 1.7).

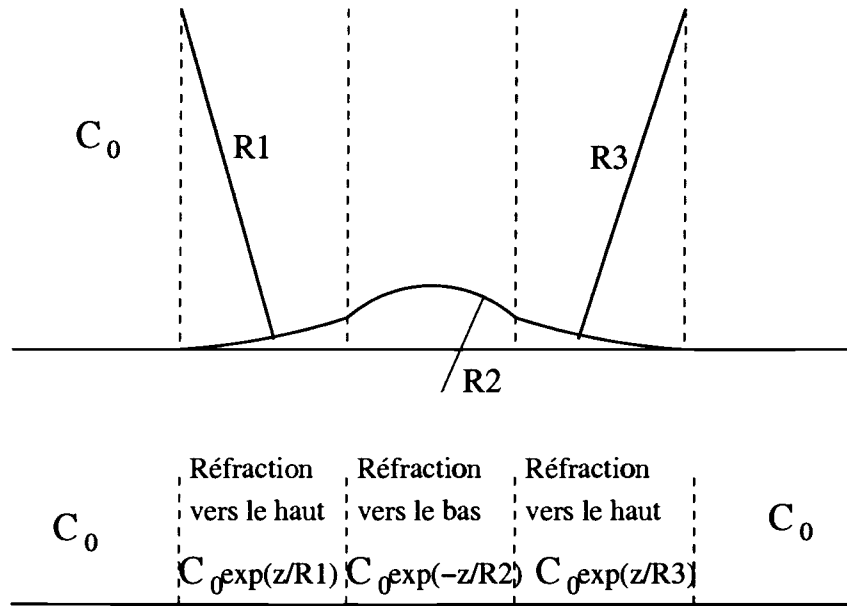


FIG. 1.7 – Schéma de la méthode utilisant l'analogie exponentielle. En haut: une colline dans le domaine physique, où la surface a été divisée en 5 domaines. En bas: les domaines transformés. c_0 est une célérité du son de référence. R_1 , R_2 et R_3 sont les courbures respectives des portions de terrains cylindriques.

Développons les transformations mathématiques induites par le changement de repère sur l'équation des ondes de Helmholtz. Le repère (r, z) est défini par rapport au repère cartésien (x, y) (voir figure 1.8).

L'équation de Helmholtz en milieu homogène dans le repère cartésien (x, y) pour une source d'amplitude $\hat{S}$ placée en (x_s, y_s) s'écrit:

$$(\Delta_{x,y} + k_0^2) p(x, y) = -\hat{S} \delta(x - x_s) \delta(y - y_s) \quad (1.19)$$

Evaluons l'expression de l'opérateur Laplacien dans le repère (r, z) :

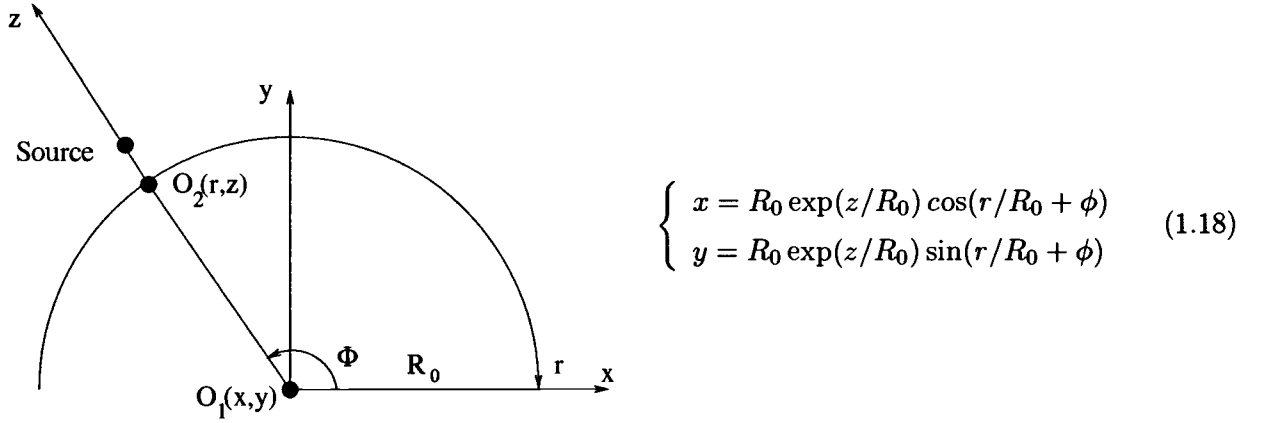


FIG. 1.8 – Définition des repères utilisés dans le calcul de transformation conforme.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial r^2} = -\frac{y}{R_0} \left(-\frac{y}{R_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{R_0} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{x}{R_0} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) + \frac{x}{R_0} \left(-\frac{1}{R_0} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{y}{R_0} \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} + \frac{x}{R_0} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{y}{R_0} \left(\frac{y}{R_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{R_0} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{x}{R_0} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) + \frac{x}{R_0} \left(\frac{1}{R_0} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{y}{R_0} \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} + \frac{x}{R_0} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \end{cases}$$

où R_0 est le rayon de courbure du cylindre. La transformation conforme définie par les équations (1.18) implique donc que:

$$\Delta_{x,y} = \exp(-2z/R_0) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) = \exp(-2z/R_0) \Delta_{r,z}$$

L'équation de propagation dans le nouveau repère s'écrit donc:

$$(\Delta_{r,z} + k_0^2 \exp(2z/R_0)) p(r,z) = -\hat{S} \exp(2z/R_0) \delta(r - r_s) \delta(z - z_s)$$

Cette même équation peut s'écrire:

$$\begin{cases} \left(\Delta_{r,z} + k_0^2 \left(\frac{c_0}{c(z)} \right)^2 \right) p(r,z) = -\hat{S} \exp(2z/R_0) \delta(r - r_s) \delta(z - z_s) \\ c(z) = c_0 \exp(-z/R_0) \end{cases} \quad (1.20)$$

où c_0 est une célérité du son de référence dans l'atmosphère homogène.

L'équation de propagation dans le repère (r,z) (Eq. 1.20) peut ainsi être écrite de manière similaire à l'équation de Helmholtz dans le repère cartésien (x,y) (Eq. 1.19). Le développement des calculs fait toutefois apparaître une modification dans le profil de célérité du son: le profil est défini par une fonction exponentielle décroissante avec z . L'écriture de l'équation de propagation sous la forme (1.20) est à l'origine du nom de l'analogie: analogie exponentielle.

Pour un cylindre concave, on définit une transformation conforme similaire. L'équation à résoudre dans le nouveau repère est la suivante:

$$\begin{cases} \left(\Delta_{r,z} + k_0^2 \left(\frac{c_0}{c(z)} \right)^2 \right) p(r,z) = -\hat{S} \exp(-2z/R_0) \delta(r - r_s) \delta(z - z_s) \\ c(z) = c_0 \exp(z/R_0) \end{cases} \quad (1.21)$$

Dans le repère (r,z) , l'équation de propagation (1.21) est similaire à l'équation de Helmholtz (1.19) dans le repère cartésien. Le développement des calculs fait toutefois apparaître une modification dans le profil de célérité du son: le profil est défini par une fonction exponentielle croissante avec z .

L'avantage de résoudre le problème dans le repère (r,z) est que la condition de réflexion est à considérer le long de l'axe r . Cette méthode peut donc être programmée à partir d'un code de propagation sur sol plan dans lequel on peut inclure un profil de célérité.

La méthode présente cependant des difficultés. Sur l'exemple proposé par Di et Gilbert (figure 1.7) cinq domaines se succèdent. Le calcul est fait avec un code utilisant l'équation parabolique. À partir d'une solution initiale, le code, qui fonctionne avec une résolution pas à pas (on obtient le champ en $x + \Delta x$ à partir du champ en x), fournit le champ de pression dans le domaine 1. L'évaluation du champ dans le domaine 2 nécessite de connaître une solution initiale à l'entrée du domaine 2. Cette solution initiale est interpolée à partir des valeurs du champ de pression du domaine 1. Le procédé se répète jusqu'au domaine 5. L'interpolation est une source d'erreur, d'autant plus grande que dans une section cylindrique le long d'une normale au sol les points du maillage de résolution (r,z) projetés dans le repère cartésien (x,y) sont à une distance du sol qui croît de façon exponentielle. Les données météorologiques (vent, turbulence), qui sont d'ordinaire données selon une altitude h linéaire par rapport au sol, doivent être interpolées sur le maillage (r,z) . Cette interpolation est également une source d'erreur. Il est de plus peu commode de décomposer une surface quelconque en une succession de surfaces cylindriques.

1.2.2.4 Développement d'une méthode exacte pour un terrain faiblement irrégulier

Sack et West [94] ont développé une nouvelle équation parabolique (*Generalised Terrain Parabolic Equation*) tenant compte d'une transformation du domaine de résolution définie en fonction de la topographie du terrain. La méthode présentée par Sack et West est applicable pour des terrains dont les variations du profil sont faibles avec la distance de propagation. La transformation suit le profil du terrain et est intégrée dans une nouvelle équation parabolique avec des paramètres dépendants du pas d'avancement.

Considérons un profil de terrain $H(x)$ dans un repère (x,y) . On définit alors le repère (ξ,η) avec les équations (1.2.2) (voir figure 1.9). On définit aussi $H'(x) = \frac{dH}{dx}$ et $H''(x) = \frac{d^2H}{dx^2}$.

L'équation de Helmholtz dans le nouveau repère (ξ,η)

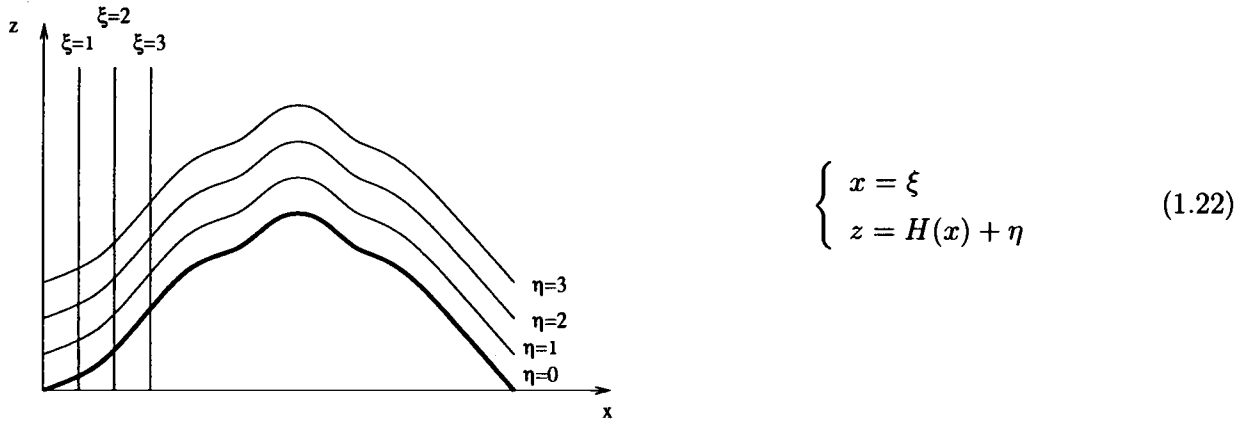


FIG. 1.9 – Définition du repère utilisé dans l'équation parabolique de Sack et West.

Cette équation peut être exprimée pour la variable ϕ . ϕ est la partie du champ acoustique variant lentement avec ξ : $p = \exp(ik_0\xi)\phi(\xi, \eta)$. Dans le repère (ξ, η) , l'équation de propagation s'écrit (Sack et West [94]):

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + 2ik_0 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - k_0^2 \phi - 2H' \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi \partial \eta} + ik_0 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) - H'' \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + (1 + (H')^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + k^2 \phi = 0 \quad (1.23)$$

Obtention d'une équation parabolique grand angle

Une équation parabolique grand angle est obtenue à partir de l'équation de Helmholtz (1.23):

$$\left[\frac{i}{2k_0} L_1(\phi) + 2ik_0 \phi - 2H' \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right]_a^b + I_\alpha + I_\chi + I_\gamma = 0$$

Cette équation permet de calculer le champ en $\xi + \Delta\xi = b$ à partir du champ en $\xi = a$. L_1 est un opérateur qui ne contient que des dérivées en η :

$$L_1 = \alpha \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} - \beta \frac{\partial}{\partial \eta} + \gamma$$

$$\text{avec } \alpha(\xi) = 1 + (H')^2, \beta(\xi) = 2ik_0 H' + H'' \text{ et } \gamma(\xi) = k(\eta)^2 - k_0^2$$

$$\text{et } I_\alpha = \int_a^b \alpha(\xi) \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} d\xi, I_\chi = \int_a^b \chi(\xi) \frac{\partial \phi}{\partial \eta} d\xi \text{ et } I_\gamma = \int_a^b \gamma(\eta, \xi) \phi$$

Le coefficient χ est donné par: $\chi(\xi) = H'' - 2ik_0 H'$.

Moyennant certaines hypothèses, les intégrales I_α, I_χ et I_γ sont exprimées ainsi:

$$\begin{cases} I_\alpha \simeq A_\alpha \frac{\partial^2 \phi(a)}{\partial \eta^2} + B_\alpha \frac{\partial^2 \phi(b)}{\partial \eta^2}, R = \alpha \\ I_\chi \simeq A_\chi \frac{\partial \phi(a)}{\partial \eta} + B_\chi \frac{\partial \phi(b)}{\partial \eta}, R = \chi \\ I_\gamma \simeq A_\gamma \phi(a) + B_\gamma \phi(b), R = \gamma \end{cases}$$

$$\text{avec } \begin{cases} A_n \simeq \Delta\xi \left(\frac{R(a)}{3} + \frac{R(b)}{6} \right) \\ B_n \simeq \Delta\xi \left(\frac{R(a)}{6} + \frac{R(b)}{3} \right) \end{cases}$$

La méthode proposée par Sack et West permet de calculer la propagation d'une onde acoustique au-dessus d'un terrain non plan. Ils ont développé une équation parabolique prenant en compte l'interaction entre l'onde et la topographie du terrain. La méthode se montre fiable pour des pentes pouvant atteindre une inclinaison de 35 degrés [94]. Cependant, les variations de la pente suivant la direction de propagation x doivent rester faibles sur une distance de propagation de l'ordre de 3 à 4 longueurs d'onde acoustique (West et Lam [109]).

Cette méthode est actuellement l'une des plus satisfaisantes pour calculer la répartition d'un champ de pression au-dessus d'une surface courbe. La méthode est développée pour une atmosphère homogène. Le modèle peut prendre en compte des modifications de l'indice de célérité du son dans le milieu de propagation à travers le nombre d'onde k (West et Lam [108], Noordhoek et Salomons [81], Kampanis N. A. [68]). La limite de la méthode est de ne pas utiliser les équations paraboliques incluant des termes de vitesse; en utilisant les équations (1.5) ou (1.6), les phénomènes de convection ou diffraction de l'onde seraient alors pris en compte de manière plus précise.

Conclusion

Nous venons de présenter les différentes méthodes qui ont été utilisées jusqu'alors pour traiter du problème de la propagation dans un environnement complexe et au-dessus d'un sol non plan. Ces méthodes sont rassemblées dans le tableau 1.1 ci-dessous. Les références sont notées dans le tableau 1.2.

Paramètres Méthodes	rayons	BEM	éq. parabolique	légendes
impédance	***	***	***	
profil de température (ou célérité)	***	*	***	o: prise en compte impossible
profil de vitesse du vent	***	o	***	*: prise en compte partielle
topographie (réflexion)	***	***	***	***: prise en compte
topographie (diffraction)	o	***	***	

TAB. 1.1 – *Avantages et inconvénients de certaines méthodes pour le calcul de la propagation acoustique dans un environnement complexe.*

Nous n'avons pas fait part des méthodes analytiques dans les tableaux. Ces méthodes sont limitées à des cas géométriques simples (propagation au-dessus d'un coin ou d'une surface cylindrique). Nous les utiliserons comme solution de référence pour ces cas simples pour valider notre modèle.

Paramètres Méthodes	rayons	BEM	équation parabolique
impédance	Chien [27]	Hamdi [58]	Gauvreau [53]
profil de température (ou célérité)	Candel [24]	Premat <i>et al.</i> [89]	Chevret [26]
profil de vitesse du vent	Candel [24]	o	Dallois <i>et al.</i> [40]
topographie	Heimann <i>et al.</i> [61]	Premat <i>et al.</i> [89]	Sack et West [94] Collins [30]

TAB. 1.2 – *Références relatives au tableau précédent (tableau 1.1).*

Les méthodes analysées dans l'étude bibliographique sont la méthode des rayons, la méthode par éléments de frontière et la méthode de l'équation parabolique. Certaines méthodes, pourtant utilisées dans le cas des milieux stratifiés, comme la méthode par modes normaux (Evans [49]) ou le fast-field program (Raspet *et al.* [92]) ont été écartées car elles ne sont pas applicables pour traiter une interface sol-air non plane.

La méthode des rayons permet de prendre en compte tous les paramètres extérieurs que nous nous sommes fixés. Elle a l'avantage de donner une visualisation des trajets sonores et de pouvoir traiter le cas des milieux en mouvement. L'évaluation du niveau acoustique est cependant difficile avec cette méthode; en particulier dans les zones où les rayons ne sont pas présents comme les zones d'ombre. De plus, la méthode des rayons ne permet pas de calculer la partie diffractée du champ acoustique qui est présente quand la topographie n'est pas régulière ou quand l'atmosphère est turbulente.

La méthode par éléments de frontière (BEM), basée sur l'utilisation de la fonction de Green du problème en atmosphère libre, ne pourra traiter le cas de la propagation dans une atmosphère en mouvement. De plus, c'est une méthode qui engendre un coût numérique très élevé: la pression en un point est évaluée à partir de potentiels de couche calculés sur un maillage recouvrant l'ensemble des surfaces du problème. Ces potentiels sont calculés en inversant un problème impliquant l'ensemble des points du maillage. Le coût de cette inversion réduit l'utilisation de la méthode à des problèmes bidimensionnels et de petites tailles par rapport à la longueur d'onde considérée. Cette méthode peut être utilisée, par exemple, pour traiter le problème d'un écran dans une atmosphère homogène. Cette méthode n'a pas été retenue pour développer notre modèle car tous les paramètres ne peuvent être pris en compte, en particulier une atmosphère inhomogène.

La méthode la plus longuement étudiée dans cette partie est celle concernant l'équation parabolique. La méthode de l'équation parabolique est utilisée depuis les années 1970 en acoustique (Tappert [99]). Cette méthode permet de tenir compte de l'impédance (fixe ou variable) du sol. Des paramètres atmosphériques peuvent également être imposés: profil de célérité du son et turbulence atmosphérique. Un des aspects positifs de l'équation parabolique est qu'elle prend en compte la diffraction du champ par les gradients de vitesse présents dans un champ turbulent. Cette caractéristique n'est pas partagée par la méthode des rayons. Récemment le problème de

la propagation dans un milieu en mouvement a été traité par Ostashev *et al.* [84] et Dallois *et al.* [40] (voir aussi Godin [55]). Les problèmes environnementaux ont amené de nombreux auteurs à développer des méthodes utilisant l'équation parabolique pour traiter le cas de la propagation au-dessus d'un sol en pente. Les méthodes utilisant une décomposition de l'espace en domaines indépendants (méthodes des marches d'escalier) sont apparues les premières en acoustique sous-marine. Ces méthodes apportent une solution au problème dont la précision est limitée par une prise en compte inexacte de l'interface eau (ou air)/sol. Les méthodes les plus abouties jusqu'alors utilisent une modification du repère de résolution en fonction de la distance et de la topographie du terrain. La *Generalised Terrain Parabolic Equation* de Sack et West permet de traiter n'importe quel terrain à condition que la fonction définissant la topographie soit de classe C^2 . Cette méthode exclut de prendre en compte la propagation au-dessus de ruptures brusques où le champ diffracté est important. La *Rotated Parabolic Equation* de Collins permet de traiter la cas de la propagation au-dessus d'un océan de pente constante. Le système de coordonnées subit une rotation de manière à avoir un axe parallèle au sol.

L'étude bibliographique nous montre qu'il existe des approches utilisant l'équation parabolique pour traiter le problème de la propagation au-dessus d'un sol non plan. La méthode de l'équation parabolique s'est également révélée efficace pour traiter de l'effet de l'impédance du sol et de l'ensemble des paramètres météorologiques (profils moyens et fluctuations turbulentes de vent et de température). Il semble donc possible de développer un modèle utilisant l'équation parabolique pour calculer la propagation dans un environnement complexe présentant un sol courbe et des inhomogénéités atmosphériques. Ce modèle sera présenté dans le chapitre 2 dans le cas d'un sol plan avec l'effet de l'impédance et de l'atmosphère et dans le chapitre 3 pour la prise en compte du sol courbe.

Pour conclure sur les méthodes destinées au calcul de la propagation acoustique, nous citons les travaux récents de Blumrich et Heimann [22] et de Ostashev *et al.* [83]. Les méthodes développées utilisent une résolution des équations de Euler linéarisées, jusqu'alors plutôt réservée au domaine de l'aéroacoustique (Bailly [7] et Bogey [23]). Ces méthodes offrent une résolution temporelle du problème; les phénomènes météorologiques évoluant avec le temps sont donc mieux pris en compte que dans les méthodes résolvant le problème dans l'espace des fréquences. Ces méthodes ne peuvent cependant actuellement traiter que les cas de propagation sur de faibles distances de propagation (quelques dizaines de mètres) car leur coût numérique est très élevé (espace de stockage, temps de calcul).

1.3 Les études expérimentales sur la propagation acoustique

Dans cette partie, nous faisons un inventaire des mesures de pression acoustique permettant l'étude de l'influence des paramètres environnementaux sur la propagation acoustique. Nous nous intéressons aux mesures contrôlées dans lesquelles les fluctuations de vent ou de température sont

enregistrées pendant les mesures acoustiques. Nous nous intéressons aussi aux mesures effectuées dans le cas de sols courbes. Nous mentionnons d'abord les études faites en laboratoire et ensuite celles faites en extérieur.

1.3.1 Les mesures en laboratoire

Durant les 15 dernières années, plusieurs séries de mesures en laboratoire ont été faites dans le but de mettre en évidence l'analogie existant entre la propagation au-dessus d'une surface cylindrique et la propagation au-dessus d'un sol plan avec un profil de célérité exponentiel. Ces mesures ont été faites par Berry et Daigle [13] en 1988, Bérengier *et al.* ([12],[11]) en 1989, Berthelot et Zhou [14] en 1993, Li *et al.* [77] en 1997 et Wang et Li [105] en 1999.

D'autres mesures ont permis de quantifier l'effet d'un écoulement sur la propagation au-dessus d'un obstacle (Barrière et Gabillet [10]) et l'effet de la turbulence sur la propagation au-dessus d'une surface convexe (Wasier [106]). Enfin, des travaux plus théoriques sur l'effet d'une turbulence d'origine cinématique ou thermique sur la propagation acoustique ont été réalisées à l'Ecole Centrale de Lyon par Ph. Blanc-Benon ([19] et [20]).

1.3.2 Les mesures en extérieur

Des mesures visant à étudier les effets atmosphériques sur la propagation sont effectuées depuis de nombreuses années. Parmi les plus récentes, nous retenons les expérimentations de Daigle *et al.* ([35], [34], [36]) et Havelock *et al.* ([60], [59]). Dans ces expérimentations, des mesures acoustiques (atténuation du niveau acoustique, fluctuations de la phase et de l'amplitude) et météorologiques (profils moyens de la vitesse du vent et de la température et leurs fluctuations turbulentes) ont été réalisées conjointement. Ces mesures ont permis aux auteurs de mettre en évidence les différents phénomènes intervenant dans la propagation acoustique dans l'atmosphère: réfraction par les gradients moyens et diffraction par la turbulence (ou "scattering" en anglais).

Wilson et Thomson [111] ont pu mesurer les contributions relatives des fluctuations de température et de vitesse dans l'atmosphère à la variance de la célérité du son.

Zouboff *et al.* [113] ont analysé des mesures météorologiques pour établir des classes indiquant dans quelle probabilité sont présents simultanément dans l'atmosphère de forts gradients de vent et de température.

A l'Institut de St-Louis, Voisin [103] a effectué des mesures des gradients moyens de température et de vitesse et des fluctuations turbulentes de la température et de la vitesse dans la basse atmosphère afin de quantifier l'effet de l'état de l'atmosphère dans un algorithme de localisation de source. Naz et Parmentier ont également effectué des mesures où l'on dispose de l'acoustique et de l'aérologie [80].

Les mesures en extérieur de propagation au-dessus d'obstacles ou d'un sol courbe sont plus rares. Citons l'étude de Barrière [9]; cette étude montre l'influence de la présence d'une forêt en

bordure de route et des profils moyens de vent et de température sur l'atténuation du niveau acoustique à grande distance. Rasmussen [91] a effectué des mesures de propagation en extérieur au-dessus de butes de faibles dimensions (quelques mètres) pour l'étude du bruit routier; dans cette étude, cependant, les paramètres météorologiques n'ont pas été mesurés.

Cette étude bibliographique sur les mesures de propagation en extérieur montre qu'il existe peu de données sur la propagation sur de longues distances au-dessus de surfaces courbes. Il nous paraît donc pertinent de mener une expérimentation sur un site complexe présentant des ruptures d'impédance et des ruptures de pentes. De plus, il nous paraît intéressant d'effectuer des mesures météorologiques afin d'étudier l'influence couplée de la topographie et de l'état de l'atmosphère sur la propagation des ondes acoustiques. L'étude expérimentale comportera donc des mesures simultanées de l'impédance du sol, des mesures météorologiques (vent, température) et des mesures d'atténuation acoustique.

Chapitre 2

Modélisation et simulation numérique de la propagation acoustique au-dessus d'un sol plan

L'analyse bibliographique a montré que la méthode de l'équation parabolique était un choix pertinent pour traiter le problème de la propagation acoustique dans un environnement complexe. Nous rappelons les facteurs environnementaux que nous souhaitons intégrer dans le modèle: la nature du sol (valeur de son impédance) et la topographie, l'état moyen de l'atmosphère (profil de vent et de température) et les fluctuations turbulentes de la vitesse du vent et de la température. Afin de découpler le problème, nous montrons dans ce chapitre la construction du modèle dans le cas d'un sol plan.

Chevret *et al.* [26] ont développé une méthode numérique permettant de calculer la propagation au-dessus d'un sol à impédance et dans une atmosphère présentant des fluctuations scalaires (profil moyen de vent ou de célérité du son et turbulence scalaire). D'autres phénomènes ont ensuite été pris en compte: rupture d'impédance et diffraction par un écran (Gauvreau [53]). Plus récemment, Dallois [37] a développé des équations paraboliques permettant de tenir compte de la nature vectorielle du champ de vitesse (vent moyen et turbulence cinématique).

Dans ce chapitre, nous nous proposons de revenir sur la méthodologie permettant de calculer numériquement la propagation d'une onde acoustique dans le cadre de l'approximation parabolique. Nous revenons sur la modélisation de la source. Nous indiquons un modèle d'impédance du sol. Nous voyons ensuite comment modéliser les profils moyens de température et de vent dans l'atmosphère et leur prise en compte dans l'équation de propagation. Nous donnons un modèle de fluctuations turbulentes pour l'indice de réfraction pouvant être utilisé avec l'équation de propagation. Enfin, nous donnons l'amorce d'une méthode permettant de résoudre l'équation parabolique dans un espace tridimensionnel.

2.1 L'approximation paraxiale de l'équation des ondes

2.1.1 Equation parabolique standard

Nous considérons le problème bidimensionnel de la propagation d'une onde acoustique monochromatique (de nombre d'onde k_0) dans un milieu au repos et dans lequel seule la célérité du son est susceptible de varier spatialement. Le repère choisi est un repère orthonormé $(0, \mathbf{x}, z)$. Dans ce repère, la position d'un point est donnée par $\mathbf{r} = (x, z)$. La solution du problème, en espace libre et en dehors des sources, est donnée par la solution de l'équation de Helmholtz:

$$(\Delta + k_0^2(1 + \epsilon)) p(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.1)$$

où $\epsilon = (c_0/c(\mathbf{r}))^2 - 1$. Nous choisissons une direction privilégiée de propagation de l'onde: l'axe $\mathbf{x}$. L'équation de Helmholtz peut s'écrire:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_0^2 \left(1 + \epsilon + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right) p(\mathbf{r}) = 0$$

Formellement, cette équation peut être écrite sous la forme suivante:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + ik_0 \mathcal{Q} \right) \left(\frac{\partial}{\partial x} - ik_0 \mathcal{Q} \right) p(\mathbf{r}) + ik_0 \left(\frac{\partial}{\partial x} \mathcal{Q} - \mathcal{Q} \frac{\partial}{\partial x} \right) p(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.2)$$

où $\mathcal{Q}^2 = 1 + \epsilon + \xi$ avec $\xi = \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. On note $\mathcal{Q}$ la racine carrée de l'opérateur $\mathcal{Q}^2$.

Si les opérateurs $\mathcal{Q}$ et $\frac{\partial}{\partial x}$ commutent (c'est le cas lorsque le milieu est stratifié) alors le second terme du membre de gauche de (2.2) s'annule et l'équation se découple en deux équations paraboliques, l'une caractérisant une onde se propageant vers les x croissants p^+ et l'autre une onde se propageant vers les x décroissants p^- :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial x} - ik_0 \mathcal{Q} \right) p^+(\mathbf{r}) = 0 \\ \left(\frac{\partial}{\partial x} + ik_0 \mathcal{Q} \right) p^-(\mathbf{r}) = 0 \end{cases}$$

Nous retenons l'équation caractérisant la propagation de l'onde vers les x croissants:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - ik_0 \mathcal{Q} \right) p(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.3)$$

L'équation parabolique (2.3) est ensuite écrite pour la variable $\phi(\mathbf{r})$ définie comme l'enveloppe de $p(\mathbf{r})$:

$$\phi(\mathbf{r}) = p(\mathbf{r}) \exp(-ik_0 x)$$

Ce changement de variable permet d'écrire une équation parabolique dont le champ solution $\phi(\mathbf{r})$ ne contient plus les variations rapides selon x :

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{r})}{\partial x} = ik_0(\mathcal{Q} - 1)\phi(\mathbf{r}) \quad (2.4)$$

La difficulté réside ensuite dans le calcul de la racine carrée de l'opérateur $\mathcal{Q}^2 = 1 + \epsilon + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. Le développement le plus simple pour évaluer la racine carrée de l'opérateur $\mathcal{Q}^2$ est d'utiliser un développement de Taylor d'ordre 1:

$$\mathcal{Q} = \sqrt{1 + \epsilon + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}} = 1 + \frac{1}{2} \left(\epsilon + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \quad (2.5)$$

Cette approximation est valable pour de faibles valeurs des paramètres: $\epsilon \ll 1$ et $\frac{\partial^2}{\partial z^2} \ll 1$. Nous supposons que les fluctuations de l'indice de célérité sont faibles. La condition $\frac{\partial^2}{\partial z^2} \ll 1$ nous donne une zone de validité angulaire du développement. En effet, si l'on considère une onde plane se propageant suivant une direction faisant un angle θ avec l'axe principal de propagation x , la condition $\frac{\partial^2}{\partial z^2} \ll 1$ sera d'autant mieux vérifiée que l'angle θ est faible.

L'équation parabolique (2.4) s'écrit alors, en fonction du développement de $\mathcal{Q}$ (Eq. 2.5) et de μ ($\epsilon = 2\mu + \mu^2$):

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{r})}{\partial x} = \frac{ik_0}{2} \left(2\mu + \mu^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \phi(\mathbf{r}) \quad (2.6)$$

La racine carrée de l'opérateur $\mathcal{Q}^2$ peut être évaluée avec des développements d'ordre supérieur à 1 afin d'augmenter l'angle de validité de l'opérateur $\mathcal{Q}$ (Thomson et Chapman [101]). Claerbout [28] et Collins [31] proposent d'utiliser une approximation de Padé:

$$\mathcal{Q} = \frac{1 + p\mathcal{L}}{1 + q\mathcal{L}}$$

où $\mathcal{L} = \mathcal{Q}^2 - 1$, $p = 3/4$ et $q = 1/4$ (Collins [31]). L'équation parabolique (Eq. 2.4) s'écrit alors:

$$[1 + q\mathcal{L}] \frac{\partial \phi(\mathbf{r})}{\partial x} = ik_0[(p - q)\mathcal{L}] \phi(\mathbf{r}) \quad (2.7)$$

Cette équation est une équation grand angle que nous désignerons dans la suite sous le nom de WAPE (pour *Wide-Angle Parabolic Equation*). Cette équation peut être résolue en utilisant un schéma de Crank-Nicholson pour l'avancement en x et un schéma aux différences finies centrées pour la variable z . Dans le paragraphe 2.2, nous proposons une autre méthode de résolution de

l'équation (2.4) permettant d'obtenir une validité angulaire supérieure à celle de l'équation (2.7), cette méthode est appelée *Split-Step Padé* (n,n).

Cette équation WAPE peut être utilisée, dans le cas d'un milieu en mouvement, avec l'approximation de célérité du son effective. Cette approximation limite cependant la validité de l'équation et il est plus satisfaisant de travailler avec des équations paraboliques obtenues à partir d'équations d'onde tenant compte explicitement des termes de vitesse du vent (voir paragraphe 2.1.2).

Afin de quantifier les validités angulaires respectives des deux précédents développements de l'opérateur de propagation Q (Taylor à l'ordre 1 et Padé (1,1)), nous traitons le cas d'une onde plane se propageant en espace libre bidimensionnel dans un milieu uniforme et au repos. Supposons que l'onde plane se propage selon une direction θ définie comme l'angle entre le vecteur d'onde $\mathbf{k}$ et la direction principale de propagation x choisie pour la résolution de l'équation parabolique. Cette configuration est représentée sur la figure 2.1.

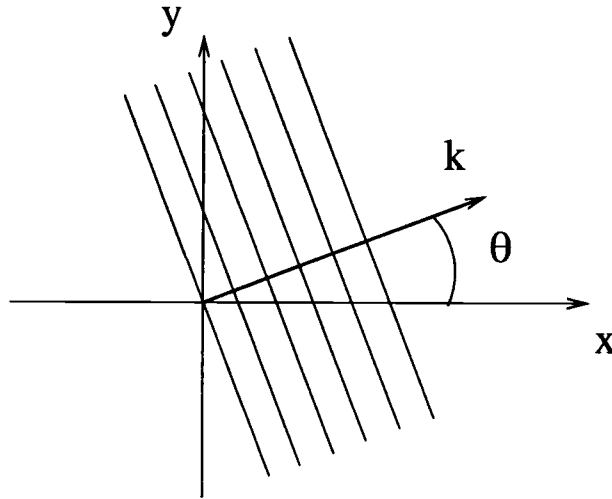


FIG. 2.1 – Schéma d'une onde plane se propageant avec un angle θ par rapport à la direction principale de propagation x .

L'onde plane solution de l'équation de Helmholtz 2.1 pour un milieu au repos a la forme suivante:

$$p(x,z) = \hat{S} \exp(ik_0(x \cos \theta + z \sin \theta))$$

Son enveloppe ϕ a donc l'expression suivante:

$$\phi_{hel}(x,z) = \hat{S} \exp(ik_0(x(\cos \theta - 1) + z \sin \theta)) \quad (2.8)$$

Dans le cas du développement de Taylor à l'ordre 1, l'équation parabolique (2.6) pour un milieu au repos ($\mu=0$) a la forme suivante:

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{r})}{\partial x} = \frac{ik_0}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \phi(\mathbf{r}) \quad (2.9)$$

Nous cherchons à présent la solution analytique de cette équation dans le cas d'une onde plane. La solution initiale à considérer est l'expression de ϕ_{hel} (Eq. 2.8) pour $x = 0$, soit:

$$\phi_0(z) = \hat{S} \exp(ik_0 z \sin \theta)$$

L'équation (2.9) se résoud en passant dans l'espace de Fourier associé à la variable z . On obtient la solution suivante:

$$\phi_{tay}(x, z) = \hat{S} \exp(ik_0(-x \frac{\sin^2 \theta}{2} + z \sin \theta)) \quad (2.10)$$

En comparant les solutions (2.8) et (2.10), on constate que l'approximation de l'opérateur $\mathcal{Q}$ par un développement de Taylor introduit une erreur sur la phase de la solution. Cette erreur a pour valeur $e = |\phi_{tay} - \phi_{hel}| = |k_0 x (\cos \theta - 1 + \frac{\sin^2 \theta}{2})|$. L'erreur sur la phase est du 4ème ordre en θ . En revanche, le développement de $\mathcal{Q}$ n'introduit pas d'erreur sur l'amplitude la solution. L'erreur sur la phase est tracée sur la figure 2.2 pour une distance $k_0 x = 100$. L'erreur est inférieure à 0.1 radian pour les angles θ inférieurs à 17 degrés. L'équation parabolique (2.6) est ainsi dite équation parabolique petit angle.

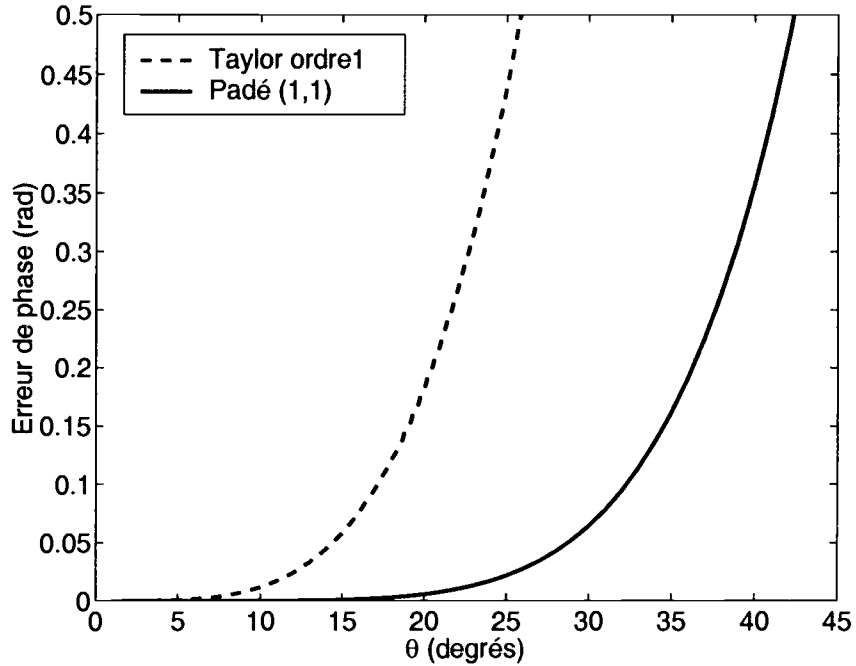


FIG. 2.2 – Erreur de phase entre la solution exacte ϕ_1 et la solution donnée par l'équation parabolique ϕ_2 pour un développement de Taylor à l'ordre 1 et un développement de Padé (1,1) en fonction de l'angle de propagation de l'onde plane θ pour une distance $k_0 x = 100$.

Vérifions que le développement de l'opérateur $\mathcal{Q}$ par l'approximation de Padé (1,1) augmente l'angle de validité. La solution analytique pour une onde plane de l'équation parabolique (2.7) est la suivante:

$$\phi_{pad}(x,z) = \hat{S} \exp \left(ik_0 \left(-x \left(\frac{\sin^2 \theta}{2} + \frac{\sin^4 \theta}{8} \right) + z \sin \theta \right) \right) \quad (2.11)$$

L'erreur sur la phase par rapport à la solution en onde plane de l'équation de Helmholtz a pour valeur $e = |\phi_{pad} - \phi_{hel}| = |k_0 x (\cos \theta - 1 + \frac{\sin^2 \theta}{2} + \frac{\sin^4 \theta}{8} + z \sin \theta)|$. Avec le développement de Padé (1,1), l'erreur sur la phase est inférieure à 0.1 radian jusqu'à un angle de 32 degrés pour une distance $k_0 x = 100$ (voir figure 2.2). L'équation parabolique (2.7) est ainsi nommée équation parabolique grand angle.

2.1.2 Equations paraboliques pour les milieux en mouvement

Nous avons donné dans la première partie des équations d'onde (Eq. 1.5 et 1.6) décrivant la propagation d'une onde acoustique dans une atmosphère inhomogène. Ces équations ont été transformées dans le cadre de l'approximation parabolique en des équations paraboliques grand angle par Ostashev *et al.* [84] et Dallois *et al.* [40] pour un espace bidimensionnel $(0, \mathbf{x}, \mathbf{z})$. Dans une première étape, les auteurs précédents écrivent l'équation d'onde comme la somme de deux termes: la dérivée seconde dans la direction de propagation et un opérateur contenant tous les autres termes de l'équation d'onde. Cette opération conduit à une équation de la forme:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_0^2 \mathcal{Q}^2 \right) p(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.12)$$

où $\mathcal{Q}^2$ est l'opérateur de propagation. La seconde étape consiste à extraire de l'équation précédente (Eq. 2.12) le terme correspondant à l'onde se propageant dans le sens des x croissants. Si le milieu varie lentement avec la distance de propagation x , le commutateur $[\frac{\partial}{\partial x}, \mathcal{Q}]$ peut être négligé et, en procédant comme dans le cas de l'équation d'onde standard, on obtient:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - ik_0 \mathcal{Q} \right) p(\mathbf{r}) = 0$$

où $\mathcal{Q}$ est la racine carrée de $\mathcal{Q}^2$. Cette racine $\mathcal{Q}$ est évaluée par l'approximation de Padé donnant une validité angulaire de ± 40 degrés autour de la direction de propagation (voir Ostashev *et al.* [84]).

En utilisant ensuite les approximations décrites dans Ostashev *et al.* [84], les équations d'onde (Eq. 1.5 et 1.6) décrivant la propagation d'une onde acoustique dans une atmosphère inhomogène peuvent être transformées en des équations paraboliques présentant une grande validité angulaire. Ces équations sont écrites pour la variable ϕ représentant la partie lentement variable

selon $\mathbf{x}$.

L'équation d'onde pour les milieux présentant des inhomogénéités de vitesse de grande échelle (Eq. 1.5) est transformée en une équation parabolique grand angle (MW-WAPE pour *Mean Wind Wide-Angle Parabolic Equation*) ayant la forme suivante:

$$[1 + q\mathcal{F}_1 - ipk\mathcal{M}_1 - qk^2\mathcal{M}_1^2] \frac{\partial \phi}{\partial x} = ik[(p - q)\mathcal{F}_1 + ik(p - q)\mathcal{M}_1 - iqk\mathcal{M}_1\mathcal{F}_1 + qk^2\mathcal{M}_1^2]\phi \quad (2.13)$$

avec

$$\mathcal{F}_1 = \frac{1}{c^2 - v_x^2} \left[c_0^2 + 2ic_0 \frac{v_z}{k} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{c^2 - v_z^2}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] - 1,$$

$$\text{et } \mathcal{M}_1 = \frac{2v_x}{k(c^2 - v_x^2)} \left(ic_0 - \frac{v_z}{k} \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

et $p = 3/4$ et $q = 1/4$ (coefficients du développement de Padé (1,1)).

De manière similaire, l'équation d'onde pour les milieux inhomogènes en mouvement (Eq. 1.6) est transformée en une équation parabolique grand angle (TW-WAPE pour *Turbulent Wind Wide-Angle Parabolic Equation*) ayant la forme suivante:

$$[1 + q\mathcal{F}_2 - ipk\mathcal{M}_2] \frac{\partial \phi}{\partial x} = ik[(p - q)\mathcal{F}_2 + ik(p - q)\mathcal{M}_2 - \frac{iq}{k}\mathcal{M}_2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}]\phi \quad (2.14)$$

avec

$$\mathcal{F}_2 = \epsilon + \frac{2i}{k} \left(\frac{\partial M_x}{\partial x} + M_z \frac{\partial}{\partial z} \right) + \frac{1}{k^2} \left[1 + \frac{2i}{k} \left(\frac{\partial M_x}{\partial x} - \frac{\partial M_z}{\partial z} \right) \right] \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$\text{et } \mathcal{M}_2 = \frac{2i}{k} M_x - \frac{2i}{k^3} \left(\frac{\partial M_x}{\partial z} - \frac{\partial M_z}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

2.2 Résolution numérique de l'équation parabolique

Nous avons donné dans le paragraphe précédent les équations paraboliques que nous utilisons pour calculer la propagation dans les milieux en mouvement. Ces équations ont été obtenues en utilisant une approximation de Padé de l'opérateur de propagation $\mathcal{Q}^2$. Dans cette partie, nous indiquons un autre développement de l'opérateur de propagation $\mathcal{Q}^2$, appelé Split-Step Padé (n,n), permettant d'obtenir un angle de validité de la solution supérieur à celui obtenu par une approximation de Padé d'ordre 1. Nous donnons ensuite un schéma numérique de résolution et une méthode pour traiter les conditions aux limites.

2.2.1 La méthode Split-Step Padé (n,n)

La méthode Split-Step Padé a été proposée par Collins en 1993 [31]. En utilisant la définition de l'exponentiel d'un opérateur (Dallois [37]) et en supposant que les opérateurs $\mathcal{Q}$ et $\frac{\partial}{\partial x}$ commutent, l'équation (2.4) peut être intégrée entre x et $x + \Delta x$:

$$\phi(x + \Delta x, z) = \exp \left[\int_x^{x+\Delta x} ik_0(\mathcal{Q} - 1)dx \right] \phi(x, z)$$

Nous nous plaçons dans l'hypothèse d'un milieu stratifié. La commutativité de $\mathcal{Q}$ et $\frac{\partial}{\partial x}$ est donc acquise. Dans cette hypothèse, l'expression précédente s'écrit encore:

$$\phi(x + \Delta x, z) = \exp[ik_0\Delta x(\mathcal{Q} - 1)]\phi(x, z)$$

En fonction de l'opérateur $\mathcal{L} = \mathcal{Q}^2 - 1$, l'équation précédente s'écrit:

$$\phi(x + \Delta x, z) = \exp[ik_0\Delta x(\sqrt{1 + \mathcal{L}} - 1)]\phi(x, z)$$

L'opérateur $\exp[ik_0\Delta x(\sqrt{1 + \mathcal{L}} - 1)]$ peut être approximé par un produit de fractions rationnelles (voir Dallois [37]) et l'équation précédente s'écrit:

$$\phi(x + \Delta x, z) = \prod_{j=1}^n \frac{1 + \mu_j \mathcal{L}}{1 + \nu_j \mathcal{L}} \phi(x, z) \quad (2.15)$$

Pour le calcul des coefficients μ_j et ν_j , on pourra se référer à Dallois [37].

Vérifions que l'ordre 1 du développement donne bien le même schéma que celui décrit par (Eq.2.7). A l'ordre 1, les coefficients μ_1 et ν_1 ont pour valeur (Dallois [37]):

$$\mu_1 = \frac{1 + ik_0\Delta x}{4} \text{ et } \nu_1 = \frac{1 - ik_0\Delta x}{4}$$

Le schéma obtenu à partir de (Eq. 2.15) est donc:

$$\left(1 + \frac{1}{4}(1 - ik_0\Delta x)\mathcal{L}\right)\phi(x + \Delta x) = \left(1 + \frac{1}{4}(1 + ik_0\Delta x)\mathcal{L}\right)\phi(x) \quad (2.16)$$

L'équation (2.16) correspondant au schéma Padé (1,1) est bien identique à l'équation (2.7). La plupart des calculs seront faits avec un ordre de développement égal à 1. Dans le cas contraire, l'ordre du développement sera précisé.

2.2.2 Schéma numérique

Considérons le cas où l'opérateur $\mathcal{L} = Q^2 - 1$ est associé à un milieu non uniforme:

$$\mathcal{L} = \epsilon + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Nous utilisons la notation $\phi_m^n = \phi(m\Delta x, n\Delta z)$. L'opérateur est discrétisé en utilisant un schéma aux différences finies centrées du deuxième ordre:

$$\mathcal{L}\phi_m^n = \epsilon_m^n \phi_m^n + \frac{\phi_m^{n+1} - 2\phi_m^n + \phi_m^{n-1}}{k_0^2 \Delta z^2} \quad (2.17)$$

L'équation à discrétiser est l'équation 2.15 obtenue avec le développement de Split-Step Padé. Si l'on considère le développement à l'ordre 1 (Eq. 2.16) et si l'on utilise la discrétisation de l'opérateur $\mathcal{L}$ (Eq. 2.17), on obtient:

$$\left(1 + \frac{1 - ik\Delta x}{4} \left(\epsilon_{m+1}^n - \frac{2}{k_0^2 \Delta z^2}\right)\right) \phi_{m+1}^n + \frac{1 - ik\Delta x}{4k_0^2 \Delta z^2} (\phi_{m+1}^{n+1} + \phi_{m+1}^{n-1}) = \left(1 + \frac{1 + ik\Delta x}{4} \left(\epsilon_m^n - \frac{2}{k_0^2 \Delta z^2}\right)\right) \phi_m^n + \frac{1 + ik\Delta x}{4k_0^2 \Delta z^2} (\phi_m^{n+1} + \phi_m^{n-1}) \quad (2.18)$$

Cette équation définit deux matrices $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$:

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} B_1 & C_1 & & \\ A_1 & & \ddots & \\ & \ddots & & C_{N-1} \\ & & A_{N-1} & B_N \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} B_n = 1 + \frac{1 - ik\Delta x}{4} \left(\epsilon_{m+1}^n - \frac{2}{k_0^2 \Delta z^2}\right) \\ A_n = C_N = \frac{1 - ik\Delta x}{4k_0^2 \Delta z^2} \end{cases}$$

et

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} E_1 & F_1 & & \\ D_1 & & \ddots & \\ & \ddots & & F_{N-1} \\ & & D_{N-1} & E_N \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} E_n = 1 + \frac{1 + ik\Delta x}{4} \left(\epsilon_m^n - \frac{2}{k_0^2 \Delta z^2}\right) \\ D_n = F_N = \frac{1 + ik\Delta x}{4k_0^2 \Delta z^2} \end{cases}$$

Le système à résoudre s'écrit:

$$\mathcal{A}\phi_{m+1} = \mathcal{B}\phi_m \quad (2.19)$$

Les matrices $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont des matrices tridiagonales. Ces matrices tridiagonales peuvent facilement être inversées en utilisant une décomposition LU par l'algorithme de Thomas [3].

Stabilité du schéma numérique

Afin d'étudier la stabilité du schéma numérique (Eq. 2.18), on considère une perturbation $\phi(\mathbf{r}) = \Phi(x) \exp(i\omega z)$. On utilise ensuite le schéma (2.18) pour calculer le taux d'amplification de la perturbation entre les pas m et $m + 1$:

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1 - ik\Delta x}{4} \left(\epsilon_{m+1}^n - \frac{2}{k_0^2 \Delta z^2}\right)\right) \Phi_{m+1}^n e^{i\omega n \Delta z} + \frac{1 - ik\Delta x}{4k_0^2 \Delta z^2} \left(\Phi_{m+1}^{n+1} e^{i\omega(n+1)\Delta z} + \Phi_{m+1}^{n-1} e^{i\omega(n-1)\Delta z}\right) \\ &= \left(1 + \frac{1 + ik\Delta x}{4} \left(\epsilon_{m+1}^n - \frac{2}{k_0^2 \Delta z^2}\right)\right) \Phi_m^n e^{i\omega n \Delta z} + \frac{1 + ik\Delta x}{4k_0^2 \Delta z^2} \left(\Phi_m^{n+1} e^{i\omega(n+1)\Delta z} + \Phi_m^{n-1} e^{i\omega(n-1)\Delta z}\right) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Dans l'hypothèse d'un milieu stratifié, la variance de l'indice de célérité du son n'évolue pas avec la distance de propagation x ($\epsilon_{m+1} = \epsilon_m$). Les termes des membres de gauche et de droite de l'équation (2.20) sont donc complexes conjugués et le taux d'amplification de la perturbation vaut:

$$\left| \frac{\Phi_{m+1}}{\Phi_m} \right| = 1$$

Ainsi, dans l'hypothèse de milieu stratifié, le schéma numérique utilisé est inconditionnellement stable quelque soit la taille des pas de discrétisation Δx ou Δz . Nos expériences numériques nous ont fait choisir une discrétisation $\Delta x = \Delta z = 0.1 - 0.2 \lambda$, où λ est la longueur d'onde.

Notons qu'on ne sait pas démontrer que le schéma (Eq. 2.18) est inconditionnellement stable si le milieu n'est pas stratifié. La stabilité du schéma n'est pas inconditionnelle non plus quand une condition à la limite d'impédance est imposée.

2.2.3 Conditions aux limites

Le schéma numérique décrit ci-avant permet le calcul de propagation dans une atmosphère libre. La troncature du domaine de résolution dans la direction verticale entraîne des réflexions parasites qu'il faut éliminer. Une solution classique (Chevret [25]) consiste à introduire une zone tampon en bordure de domaine afin d'atténuer le champ acoustique près de la paroi. Nous choisissons une fonction d'amortissement de forme gaussienne:

$$\phi_m^n = \phi_m^n \cdot \exp\left(-\left(\frac{n - n_{amort}}{N - n}\right)^2\right) \quad \text{pour } n \geq n_{amort}$$

N est le nombre de points de maillage (dans la direction z) et n_{amort} le point de maillage où commence la zone tampon. Nous utilisons une zone tampon commençant à 0.7 ou 0.8 fois la hauteur du domaine.

2.3 Modélisation de la source

Nous avons donné dans le paragraphe précédent le schéma numérique permettant de résoudre une équation parabolique décrivant la propagation d'une onde dans une direction. Le schéma montre que la solution au pas x peut être calculée à partir du champ acoustique au pas $x + \Delta x$. Le calcul est donc initialisé à partir de la forme du champ acoustique au pas $x = 0$. Cette solution initiale est choisie en fonction de la nature et de la forme de la source. Dans ce travail nous utiliserons des sources ponctuelles.

Il existe différentes solutions initiales pour l'équation parabolique permettant de calculer le rayonnement d'une source ponctuelle. Une revue de ces solutions initiales est donnée par Galindo [52]. Les solutions initiales les plus classiques sont analytiques et ont des formes de gaussiennes. Ce sont ces solutions initiales que nous utiliserons dans la suite du travail et dont nous donnons les propriétés dans la suite du paragraphe. La solution initiale peut aussi être calculée en utilisant une méthode proposée par Collins [33]: une formule analytique donne le champ de pression à quelques longueurs d'onde de la source (distance r_0), on utilise ensuite une équation parabolique dans le sens des x décroissants avec la solution initiale précédemment calculée en r_0 pour déterminer la condition initiale en $x = 0$.

2.3.1 Solution initiale gaussienne

Tappert [99] propose d'utiliser une condition initiale gaussienne dans la résolution numérique de l'équation parabolique pour représenter une source ponctuelle. Soit $\phi(0, z)$ la solution initiale gaussienne:

$$\phi(0, z) = A \exp\left(-\frac{z^2}{W^2}\right)$$

Il reste à déterminer les coefficients A et W . W sera appelé l'ouverture de la source. La détermination des coefficients A et W se fait en utilisant cette condition initiale avec l'équation parabolique (2.6) obtenue avec le développement de Taylor à l'ordre 1 et pour une atmosphère homogène:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{i}{2k_0} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad \text{avec} \quad \phi(0, z) = A \exp\left(-\frac{z^2}{W^2}\right) \quad (2.21)$$

L'on identifiera ensuite la solution de l'équation parabolique avec la solution analytique pour une source ponctuelle pour déterminer les coefficients A et W .

La première étape de résolution du problème (Eq. 2.21) se fait en passant dans l'espace de Fourier pour la variable conjuguée de z , k_z . La solution $\tilde{\phi}(x, k_z)$ tenant compte de la condition initiale est:

$$\tilde{\phi}(x, k_z) = A \exp\left(-\frac{z^2}{W^2}\right) \exp\left(-\frac{i}{2k_0} k_z^2 x\right)$$

La transformation de Fourier de l'espace associé à k_z vers l'espace associé à z nous permet d'obtenir la solution $\phi(x, z)$:

$$\phi(x, z) = -\frac{AW}{\sqrt{2x/k_0 - iW^2}} \exp\left(\frac{iz^2}{2x/k_0 - iW^2} - \frac{i\pi}{4}\right)$$

La norme au carré de ϕ s'écrit:

$$|\phi(x, z)|^2 = \frac{A^2 W^2}{\sqrt{4x^2/k_0^2 + W^4}} \exp\left(\frac{-z^2 W^2}{4x^2/k_0^2 + W^4}\right)$$

Au second ordre en z/x , on a:

$$|\phi(x, z)|^2 = \frac{A^2 W^2}{\sqrt{4x^2/k_0^2 + W^4}} \left(1 - \frac{k_0 z^2 W^2}{4x^2}\right) \quad (2.22)$$

La solution analytique de l'équation de Helmholtz pour une source ponctuelle $p(0, z) = -\delta(z)$ donne une décroissance de l'amplitude de pression en $1/\sqrt{r}$:

$$p_{ana}(x, z) = -\frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} \exp\left(-ik_0 r + \frac{i\pi}{4}\right) \quad (2.23)$$

où r est la distance entre la source et le récepteur (voir figure 2.3).

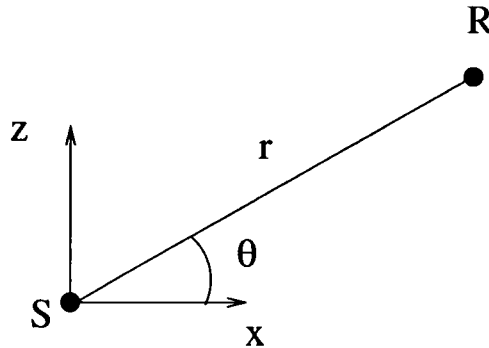


FIG. 2.3 – Positions de la source (S) et du récepteur (R).

La norme au carré approximée au second ordre en z/x pour la variable ϕ s'écrit donc:

$$|\phi_{ana}(x, z)|^2 = \frac{1}{8\pi k_0 x} \left(1 - \frac{z^2}{2x^2}\right) \quad (2.24)$$

Le raccordement des solutions précédentes (Eq.2.22 et 2.24) pour le champ lointain permet d'évaluer les paramètres A et W . On trouve $W = \sqrt{2}/k_0$ et $A = 1/2\sqrt{2\pi}$. La solution initiale gaussienne qui sera utilisée dans les calculs aura donc la forme suivante:

$$\phi(0,z) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{k_0^2 z^2}{2}\right) \quad (2.25)$$

Pour estimer dans quelle mesure il est précis d'utiliser la source gaussienne pour calculer le rayonnement acoustique d'une source ponctuelle, nous comparons la solution donnée par cette source en utilisant le schéma numérique décrit dans le paragraphe précédent et la solution analytique pour une source ponctuelle. Sur la figure 2.4, nous avons tracé l'amplitude de pression relative à 100 mètres de la source le long d'une ligne perpendiculaire à la direction de propagation calculé analytiquement (Eq. 2.23) et avec l'équation parabolique grand angle (Eq. 2.7) avec la condition initiale gaussienne. On choisit la fréquence 340 Hz; la condition de champ lointain est donc bien vérifiée.

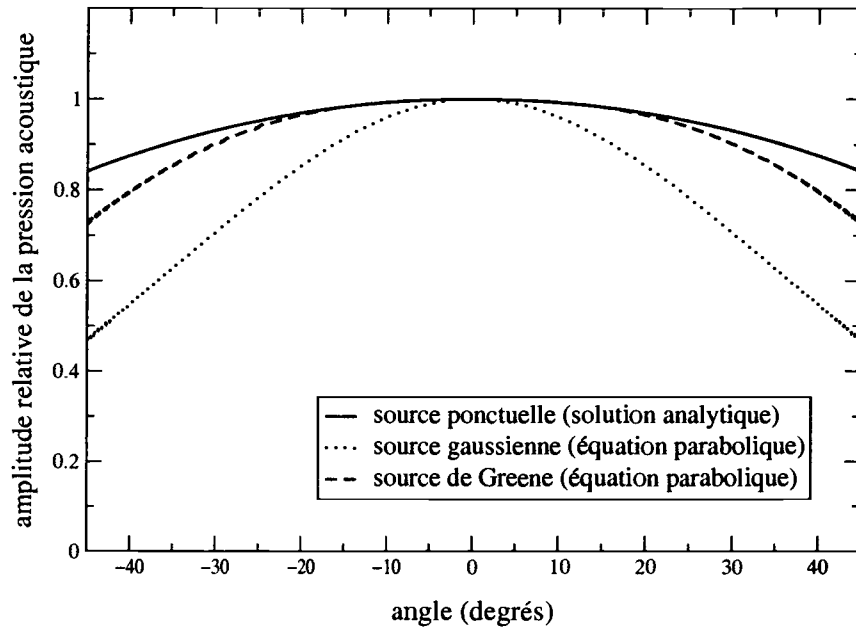


FIG. 2.4 – Validité angulaire du schéma Padé(1,1) en fonction de la forme de la source.

L'utilisation de l'équation parabolique grand angle avec la source gaussienne donne une erreur relative à la solution analytique inférieure à 1 pourcent jusqu'à un angle de 5 degrés. Notons que les coefficients de la source gaussienne ont été évalués en utilisant l'équation parabolique petit angle 2.21. La solution gaussienne obtenue n'est donc pas parfaitement adaptée à l'équation parabolique grand angle. Nous donnons dans le paragraphe suivant une solution gaussienne mieux adaptée à l'équation parabolique grand angle.

2.3.2 Solution initiale gaussienne adaptée

Dans le cadre de calculs utilisant une équation parabolique grand angle, Greene [56] propose d'utiliser une source gaussienne adaptée pour représenter le rayonnement d'une source ponctuelle. La source proposée tient compte de la forme du développement de la racine de l'opérateur de propagation (Padé(1,1)). Les coefficients de la fonction parabolique présente dans l'expression analytique de la source sont choisis pour optimiser la validité angulaire de la solution de l'équation parabolique:

$$\phi(0,z) = k_0^{1/2} (1.45 - 0.42 * k_0^2 z^2) \exp \left(-\frac{k_0^2 z^2}{3.05} \right) \quad (2.26)$$

Cette source est de forme gaussienne pondérée par une fonction parabolique. Sur la figure 2.4, nous avons tracé l'amplitude relative de pression sur une ligne perpendiculaire à la direction de propagation et à 100 mètres de la source. Nous constatons que l'utilisation de cette source gaussienne adaptée comme condition initiale dans un calcul avec une équation parabolique grand angle donne un angle de validité plus grand que celui obtenu avec la solution gaussienne non pondérée. La source gaussienne adaptée donne une erreur relative à la solution analytique inférieure à 1 pourcent jusqu'à un angle de 22 degrés.

Conclusion

La mise en oeuvre numérique de l'équation parabolique nécessite de développer une solution initiale pour modéliser une source ponctuelle. La solution classique est une source de forme gaussienne. L'utilisation d'une source gaussienne adaptée (Greene) au développement de l'opérateur de propagation permet d'augmenter sensiblement l'angle de validité de la solution. Dans les cas où le problème à traiter demandera un angle de validité important de la solution, nous utiliserons la source de Greene.

2.4 Modélisation de l'impédance

L'onde acoustique est très sensible à la nature du sol au-dessus duquel elle se propage. La prise en compte de l'interaction d'une onde et d'une surface se fait en introduisant la notion d'impédance de la surface. On donne dans ce paragraphe le modèle permettant de déterminer l'impédance d'une surface en fonction de paramètres mesurables. On explique ensuite comment la valeur de cette impédance est utilisée dans la modélisation de la condition aux limites du problème de propagation. La définition de la source doit aussi être modifiée dans le cas de la propagation au-dessus d'un sol à impédance finie. Les modifications du code de calcul dues à la présence d'un sol à impédance sont validées par comparaison avec une formulation analytique du problème.

2.4.1 Définition et modèles

L'impédance d'un matériau définit le rapport entre la pression et la vitesse acoustique. La connaissance de l'impédance du sol Z dans le cas de la propagation atmosphérique permet donc d'écrire une condition à la limite pour p sur le sol:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=0} + ik_0 \beta p = 0 \quad (2.27)$$

où $\beta = Z_0/Z$ est l'admittance normalisée du sol. Z_0 est l'impédance spécifique de l'air et vaut :

$$Z_0 = \rho_0 c_0$$

où ρ_0 est la densité de l'air (en kg.m^{-3}). L'impédance s'exprime en $\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$. Nous supposons que le sol est à réaction locale pour utiliser cette notion d'impédance.

L'estimation de l'impédance Z dans des situations réalistes de propagation extérieure est assez complexe: elle passe par la mesure d'un certain nombre de propriétés caractéristiques du sol. Il existe plusieurs modèles pour évaluer Z . Parmi ces modèles, nous retiendrons celui de Delany et Bazley [42]:

$$Z = \rho_0 c_0 [1 + 0.0571 X^{-0.754} + i 0.087 X^{-0.732}] \quad (2.28)$$

X est un paramètre sans dimension égal à: $X = \rho_0 f / \sigma$. σ est la résistance au passage de l'air du sol, exprimée en $\text{N.m}^{-4}.\text{s}$. Ce paramètre intrinsèque au matériau doit être mesuré. Allard [2] suggère les limites suivantes pour l'utilisation de la loi en fonction du paramètre X : $0.01 < X < 1.0$.

Attenborough a proposé nombre de modèles intégrant en plus de la résistance au passage de l'air du sol, sa porosité Ω , le facteur de forme des pores s_p et le facteur de forme des grains n' . La tortuosité T est calculée avec la relation: $T = \Omega^{-n'}$. Le modèle utilisant ces quatre paramètres indépendants est appelé modèle à 4 paramètres et s'écrit (voir Attenborough [4] et Hess *et al.* [62]):

$$Z = \frac{1}{k_b} \left(\frac{4}{3} \frac{T}{\Omega} + i \frac{2s_p^2 \sigma}{\pi \rho_0 f} \right) \quad (2.29)$$

où

$$k_b = \sqrt{\gamma \Omega} \left(\left(\frac{4}{3} - \frac{\gamma - 1}{\gamma} N_{pr} \right) \frac{T}{\Omega} + i \frac{2s_p^2 \sigma}{\pi \rho_0 f} \right)^{0.5} \quad (2.30)$$

avec γ le rapport des capacités calorifiques et N_{pr} le nombre de Prandtl.

Ce modèle prend en compte plus de facteurs physiques que le modèle de Delany et Bazley; son utilisation est cependant difficile car tous les facteurs ne sont pas accessibles facilement à la mesure.

En outre, nous avons vérifié que l'utilisation de ce dernier modèle dans un calcul de propagation donnait des résultats proches d'un calcul utilisant le modèle de Delany et Bazley. Le cas test choisi est l'évaluation du niveau relatif de pression au-dessus d'un sol plan à impédance finie pour une source placée à 2 mètres de hauteur et un récepteur placé à 25 mètres de la source et à 2 mètres de hauteur. La référence de pression est le niveau calculé pour un récepteur placé à 10 mètres de la source et à 2 mètres de hauteur. Ces positions géométriques de la source, de la référence et du récepteur sont représentées sur le schéma 2.5.

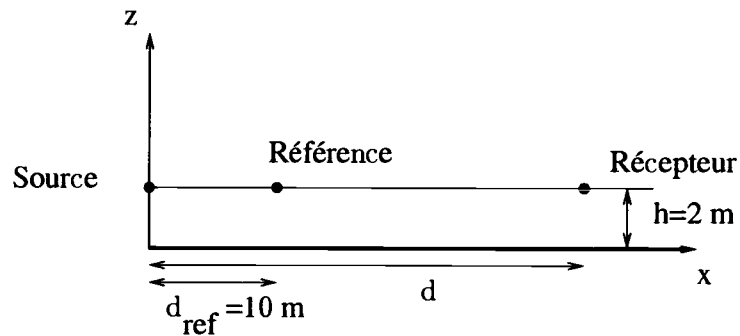


FIG. 2.5 – Positions de la source, de la référence et du récepteur.

Les paramètres physiques du sol retenus pour le calcul sont tirés de l'article de Hess *et al.* [62] et ont pour valeurs: $\sigma = 200.10^3 \text{ N.m}^{-4}.\text{s}$, $\Omega = 0.44$, $s_p = 0.375$ et $T = 1.5$. La valeur de c_0 est prise à 343 m.s^{-1} . Le calcul du niveau relatif de pression est fait pour le modèle de Delany et Bazley (1 paramètre) et pour le modèle de Attenborough (4 paramètres) (voir figure 2.6). Le calcul est fait en utilisant la formulation analytique décrite dans le paragraphe suivant.

Les deux modèles donnent des résultats proches (voir figure 2.6). Nous utiliserons le modèle classique de Delany et Bazley. Le modèle à quatre paramètres n'est pas utilisable facilement car il faut déterminer la forme des pores et des grains, ainsi que la porosité, ce qui n'est pas toujours possible sur site.

2.4.2 Formulation analytique de la pression au-dessus d'un sol à impédance

Chien et Soroka [27] donnent une expression analytique qui permet de calculer la propagation d'une onde acoustique ponctuelle unitaire au-dessus d'un sol plan à impédance finie. Cette expression analytique nous permettra de valider l'introduction de la condition d'impédance dans la méthode de l'équation parabolique. Notons qu'on peut trouver une formulation mathématique exacte au problème dans Habault et Filippi [57].

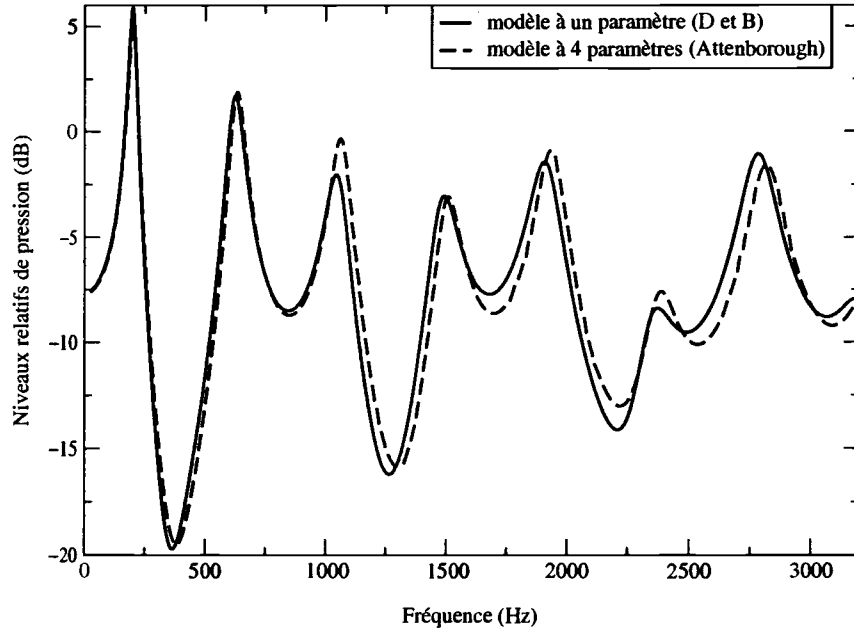


FIG. 2.6 – *Propagation au-dessus d'un sol à impédance finie. Comparaison des modèles d'impédance à 1 et 4 paramètres. $h_s = h_r = 2$ m. Distance : 25 mètres. $\sigma = 200 \cdot 10^3 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$.*

La géométrie du problème (position de la source et du récepteur) est définie sur la figure 2.7.

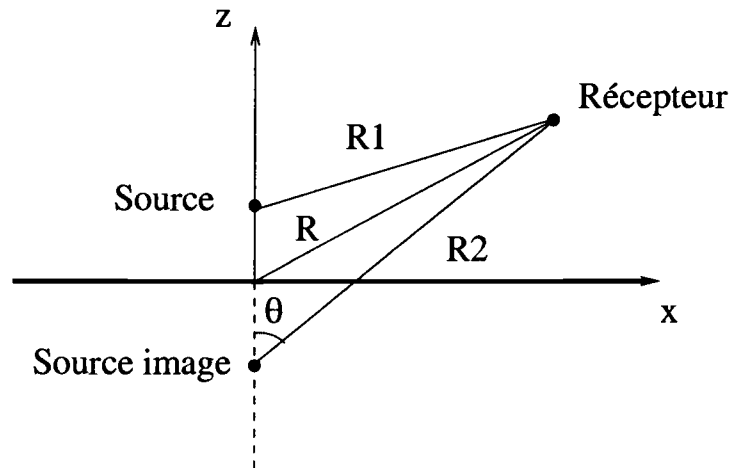


FIG. 2.7 – *Positions de la source et du récepteur.*

R_1 et R_2 sont respectivement la distance entre la source et le récepteur et la distance entre la source-image et le récepteur. R est la distance entre le milieu du segment défini par la position de la source et de la source-image et le récepteur. θ est l'angle entre l'axe x et le rayon réfléchi.

On suppose que la partie réelle de β , admittance normalisée du sol, est positive. Si $|\beta|^2 \ll 1$ et $k_0 R \gg 1$, l'expression approchée pour le champ de pression est donnée par [27] :

$$p(\mathbf{r}) = \frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 R_1}} e^{ikR_1} + (R_p(\theta) + [1 - R_p(\theta)]F(w)) \frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 R_2}} e^{ikR_2} \quad (2.31)$$

R_p est le coefficient de réflexion des ondes planes et s'écrit pour un sol à réaction locale :

$$R_p(\theta) = \frac{\cos(\theta) - \beta}{\cos(\theta) + \beta} \quad (2.32)$$

Le terme $[1 - R_p(\theta)]F(w)$ de l'équation (2.31) est une correction pour les ondes sphériques. La fonction $F(w)$ est donnée par :

$$F(w) = 1 + i\sqrt{\pi}we^{-w^2} \operatorname{erfc}(-iw) \quad (2.33)$$

Le complémentaire de la fonction erreur $\operatorname{erfc}(-iw)$ est résolu en utilisant une routine de librairie. Le paramètre w est donné par :

$$w = \sqrt{0.5ikR_2}(\beta + \cos(\theta)) \quad (2.34)$$

2.4.3 Prise en compte de l'impédance dans l'équation parabolique

Modification du schéma numérique

La condition de réflexion sur un sol à impédance (Eq. 2.27) doit être intégrée au schéma numérique de résolution de l'équation parabolique. La condition (2.27) est d'abord exprimée en fonction de la variable ϕ puis discrétisée selon z . On trouve les détails techniques de l'implémentation numérique de cette condition dans Chevret [25] ou Gauvreau [53].

La condition d'impédance (Eq. 2.27) s'écrit avec la variable ϕ :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} + ik_0\beta\phi = 0 \quad (2.35)$$

Il est nécessaire d'introduire un point fictif ϕ_0 situé à l'altitude $-\Delta z$ pour discrétiser l'équation (2.35) autour du point d'altitude 0:

$$\frac{\phi_2 - \phi_0}{2\Delta z} + ik_0\beta\phi_1 = 0$$

Cette condition d'impédance est introduite dans le schéma numérique (2.19) en modifiant les coefficients B_1 , C_1 , E_1 et F_1 des premières lignes des matrices $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$:

$$\begin{cases} B_1 = 1 + \frac{1 - ik\Delta x}{4} \left(\epsilon_{m+1}^1 - \frac{2}{k_0^2 \Delta z^2} \right) + 2ik_0\beta\Delta z \frac{1 - ik\Delta x}{4k_0^2 \Delta z^2} \\ C_1 = 2 \frac{1 - ik\Delta x}{4k_0^2 \Delta z^2} \\ E_1 = 1 + \frac{1 + ik\Delta x}{4} \left(\epsilon_m^1 - \frac{2}{k_0^2 \Delta z^2} \right) + 2ik_0\beta\Delta z \frac{1 + ik\Delta x}{4k_0^2 \Delta z^2} \\ F_1 = 2 \frac{1 + ik\Delta x}{4k_0^2 \Delta z^2} \end{cases}$$

Dans le cas d'un sol parfaitement réfléchissant ($\beta = 0$), on montre par la même analyse que celle développée dans le paragraphe 2.2 que le schéma numérique est inconditionnellement stable. Dans le cas où les termes liés à l'impédance du sol sont non nuls, le schéma n'est plus inconditionnellement stable et il faudra s'assurer au cas par cas qu'aucune erreur d'arrondi ne s'amplifie avec l'avancement spatial.

Modification de la forme de la source

La prise en compte d'un sol à impédance dans un calcul de propagation utilisant l'équation parabolique impose de modifier la forme de la condition initiale. Di et Gilbert [45] proposent une source de type gaussien. L'amplitude de la source image est modulée par un coefficient de réflexion:

$$\phi(0,z) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left(\exp\left(-\frac{k_0^2(z-z_s)^2}{2}\right) + \frac{1-\beta}{1+\beta} \exp\left(-\frac{k_0^2(z+z_s)^2}{2}\right) \right) \quad (2.36)$$

z_s est la hauteur de la source. Dans cette solution initiale apparaît β , l'admittance normalisée du sol.

Validation

L'implémentation de la condition d'impédance dans le code utilisant l'équation parabolique doit être validée. La solution de référence choisie est celle de Chien et Soroka [27]. Dans le code utilisant l'équation parabolique, nous utilisons le modèle de source (2.36) et le modèle d'impédance de Delany et Bazley (2.28).

Le cas test choisi est la propagation au-dessus d'un sol plan en atmosphère homogène. La source et le récepteur sont tous les deux à une hauteur de 2 mètres; le récepteur est à 25 mètres de la source. Le niveau de référence est celui d'un récepteur placé à 10 mètres de la source et à 2 mètres de hauteur. Les niveaux relatifs de pression à 25 mètres sont évalués par rapport au niveau de référence. La géométrie du problème est représentée sur le schéma 2.5. La gamme de fréquences choisie est 20-3200 Hz. Cette gamme correspond à la gamme d'un spectre de bruit routier. Nous choisissons une valeur de la résistance au passage de l'air de $200 \cdot 10^3 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$. Cette valeur est caractéristique d'un sol herbeux. Nous traçons sur la figure 2.8 les niveaux relatifs de pression calculés par la solution analytique et l'équation parabolique. Pour comparaison, nous traçons les niveaux relatifs calculés analytiquement pour un sol parfaitement réfléchissant.

Le résultat du calcul avec l'équation parabolique dans le cas d'un sol à impédance est en très bon accord avec le résultat analytique (voir figure 2.8). La comparaison des niveaux acoustiques dans les cas d'un sol rigide et d'un sol à impédance finie montre que la propagation acoustique est très sensible à la nature du sol. On ne pourra évaluer précisément le niveau acoustique qu'à condition de connaître précisément la valeur de l'impédance du sol.

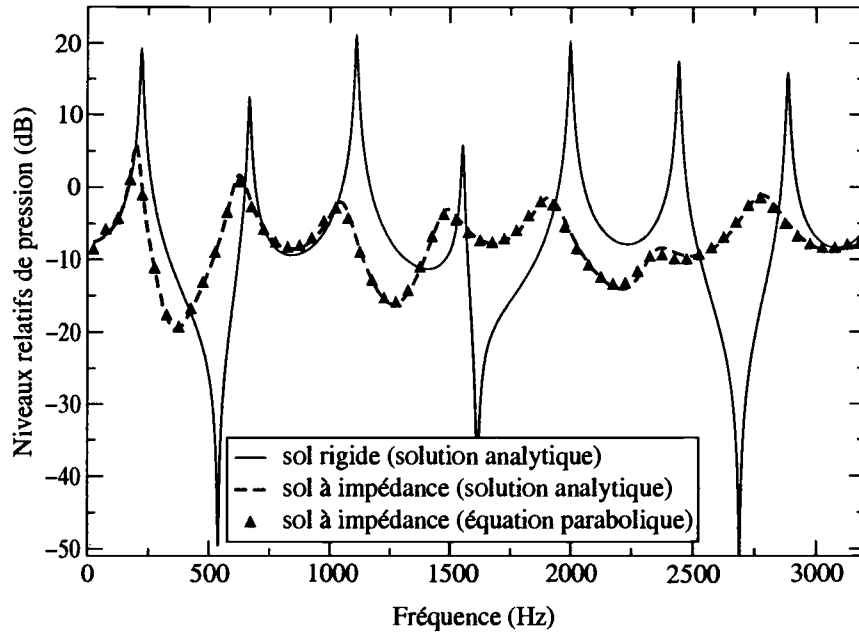


FIG. 2.8 – Propagation au-dessus d'un sol à impédance finie. $h_s = h_r = 2$ m. Distance: 25 mètres. Impédance du sol: $200 \cdot 10^3 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$.

Conclusion

La comparaison avec les formulations analytiques nous montrent que la méthode de l'équation parabolique est très précise pour évaluer la propagation d'une onde acoustique au-dessus d'un sol à impédance finie.

L'évaluation du bruit routier rend parfois nécessaire la prise en compte d'une rupture d'impédance. Dans des configurations réelles (propagation du son en bordure de route par exemple), la valeur de la résistance au passage de l'air σ passe brutalement d'une valeur élevée ($300000 \cdot 10^3 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$ pour le béton bitumineux) à une valeur plus faible ($200 \cdot 10^3 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$ pour un sol engazonné par exemple). Les études de Galindo [52] ou Gauvreau [53] indiquent que la méthode de l'équation parabolique rend compte précisément d'une rupture d'impédance.

2.5 L'atmosphère comme milieu de propagation

La propagation acoustique en extérieur dépend fortement de l'état de l'atmosphère. L'effet principal de l'atmosphère est exercé par les gradients de vent et de température qui sont la cause de la réfraction des ondes acoustiques. D'autres paramètres sont toutefois importants dans certaines situations: la température et l'humidité déterminent le degré d'absorption de l'énergie acoustique, la diffraction par les fluctuations turbulentes de température et de vent est le mécanisme par lequel le son se trouve présent derrière un écran ou dans une zone d'ombre. Une revue sur la propagation en extérieur a été faite, par exemple, par Piercy *et al.* [87].

L'état de l'atmosphère dépend de nombreux paramètres: l'ensoleillement, l'hygrométrie, la topographie, la végétation, Les irrégularités de terrain, les obstacles et les facteurs de rugosité

modifient les échanges d'énergie (chaleur latente, radiation) et de masse (eau) entre le sol et l'air et influencent ainsi les paramètres atmosphériques. La topographie exerce ainsi une influence directe et indirecte (via l'atmosphère) sur la propagation des ondes acoustiques.

Pour déterminer ce qui le plus approprié pour un problème donné, il est utile de définir la couche limite atmosphérique et la couche de surface. La couche limite atmosphérique est définie comme étant la partie de l'atmosphère dont la structure change directement en réponse du réchauffement radiatif du sol et de son refroidissement qui ont lieu au cours d'un jour (Stull [97]). Cette couche s'étend entre quelques centaines et quelques milliers de mètres (voir figure 2.9). La couche de surface se définit usuellement comme la couche représentant un dixième de la hauteur de la couche limite. Pour les distances de propagation ne dépassant pas 1 km, il est suffisant de considérer la couche de surface (Wilson et Noble [112]). Pour des distances entre 5 et 10 km, les structures de la couche limite au-dessus de la couche de surface doivent être mesurées ou modélisées.

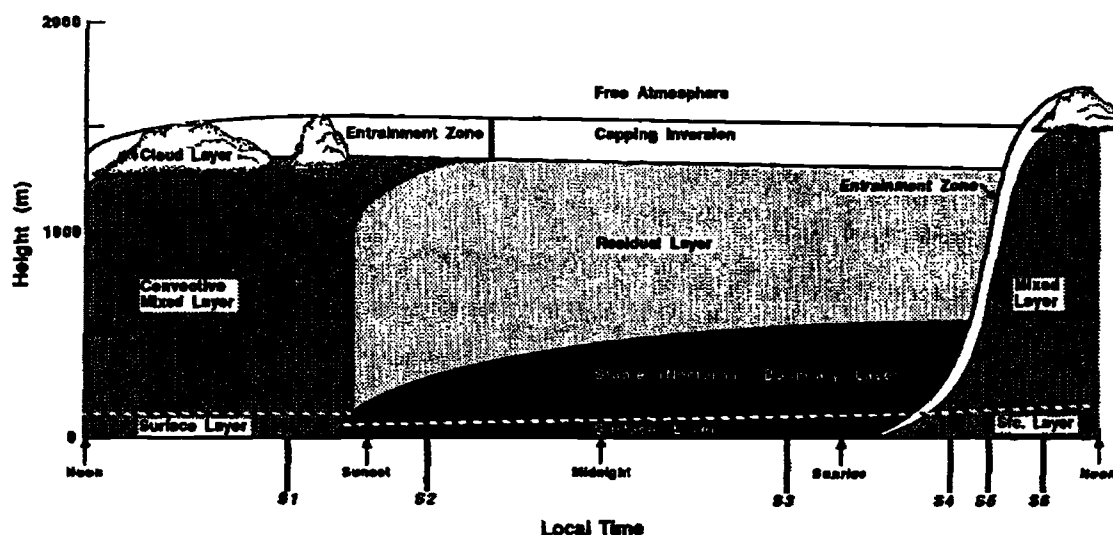


FIG. 2.9 – Evolution de la couche limite atmosphérique en fonction de l'heure de la journée. D'après Stull [97].

La prévision du niveau de bruit en extérieur nécessite de connaître précisément les conditions météorologiques. Les profils moyens de vent et de température contrôlent la réfraction de l'énergie acoustique vers le haut ou vers le sol. Les fluctuations turbulentes de la vitesse du vent et de la température déterminent la diffraction par la turbulence (*scattering* en anglais). Une situation mettant en évidence les deux phénomènes précédents est représentée sur la figure 2.10. Dans des conditions de réfraction vers le haut (quand la célérité du son décroît avec l'altitude

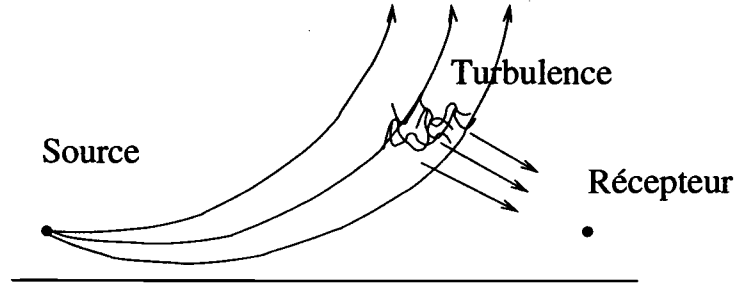


FIG. 2.10 – *Diffraction de l'énergie acoustique par la turbulence vers une zone d'ombre.*

à cause d'un vent contraire à la propagation ou un gradient de température négatif), les rayons acoustiques s'incurvent vers le haut. La zone d'ombre acoustique formée ne contient pas d'énergie dans cette description d'acoustique géométrique. Les mesures de Wiener et Keast [110] ont montré que de l'énergie acoustique est présente dans cette zone d'ombre et il est généralement admis que c'est la diffraction de l'onde acoustique par la turbulence qui est responsable de la présence d'énergie dans cette zone. Ce cas nous montre qu'il est nécessaire de connaître à la fois les profils moyens de vent et de température et le spectre de turbulence responsable de la diffraction pour avoir une estimation du niveau acoustique dans une zone d'ombre.

Dans cette partie, nous donnons une modélisation des profils moyens de vent et de température que l'on peut utiliser dans le cadre de la propagation acoustique. Nous donnons ensuite une modélisation des fluctuations turbulentes de vent et de température qu'il faut prendre en compte pour avoir une bonne estimation du niveau acoustique dans les zones d'ombre.

2.5.1 Profils moyens de vent et de température

Un moyen de déterminer les profils moyens de vent et de température est d'utiliser des mesures avec des anémomètres et des thermomètres montés sur des tours météorologiques (Voisin [103]). Ces mesures peuvent être utilisées pour déterminer des profils empiriques (profil logarithmique) ou des profils obtenus à partir de théories de similitude. Nous présentons dans ce paragraphe ces profils, utilisés dans le cadre de la propagation atmosphérique.

Profils logarithmiques

Le profil de vitesse de forme logarithmique est caractérisé par deux échelles: la vitesse de frottement u_* et la hauteur de rugosité z_0 . Ce profil a la forme suivante:

$$u(z) = \frac{u_*}{k_v} \ln \left(\frac{z + z_0}{z_0} \right) \quad (2.37)$$

où k_v est la constante de von Kármán. Le paramètre z_0 est caractéristique de la rugosité de la surface et peut être considéré comme la hauteur d'un obstacle type. On donne ci-après (tableau

2.1) quelques valeurs types de la hauteur de rugosité.

Nature du terrain	Hauteur de rugosité (m)
eau	10^{-4}
herbe rase	10^{-2}
pâturage	0.2
banlieue	0.6
forêt, ville	1 à 5

TAB. 2.1 – *Hauteur de rugosité dans différents environnements. D'après Gauvreau [53].*

Le paramètre u_*/k_v peut être déterminé en ajustant la valeur de la vitesse donnée par le modèle à des valeurs de vitesse mesurées à plusieurs hauteurs.

Le profil de température peut aussi être décrit par un profil logarithmique:

$$T(z) = T_0 + \frac{T_*}{k_v} \ln \left(\frac{z + z_0}{z_0} \right) \quad (2.38)$$

Méthodes de similitude

Une autre forme de profil peut être obtenue en utilisant une méthode de similitude. Les méthodes de similitude permettent de décrire un phénomène physique avec un nombre réduit de variables, ce qui autorise une adimensionnalisation. A cause de la complexité de la turbulence atmosphérique, il n'existe pas de similitude qui soient applicable à toutes les situations météorologiques. Parmi les plus populaires, on retiendra celle de Monin et Obukhov [79] pour la couche de surface atmosphérique. Dans cette similitude, les variables clefs du problème sont la vitesse de frottement u_* , le flux surfacique de chaleur Q_s , le paramètre de flottabilité de Boussinesq $\beta = g/T_s$ (où g est l'accélération gravitationnelle et T_s la température surfacique) et la hauteur au-dessus du sol z . La similitude de Monin et Obukhov utilise aussi le paramètre adimensionnel z/L_0 , où $L_0 = -u_*^3/k_v\beta Q_s$ est appelée longueur de Obukhov et k_v est la constante de von Kármán. La similitude conduit à l'expression suivante des profils de vent et de température:

$$\begin{cases} u(z) = \frac{u_*}{k_v} [\ln(z/z_0) - \Psi_m(z/L_0) + \Psi_m(z_0/L_0)] \\ T(z) = T_0 + \frac{T_*}{k_v} [\ln(z/z_0) - \Psi_h(z/L_0) + \Psi_h(z_0/L_0)] \end{cases} \quad (2.39)$$

où z_0 est la hauteur de rugosité, T_0 est la température à $z = z_0$. Les fonctions Ψ_m et Ψ_h ont les expressions suivantes:

$$\begin{cases} \Psi_m(z) = \ln [(1 + x^2(z))(1 + x(z))^2/8] - 2 \arctan(x(z)) + \pi/2 \text{ pour } L_0 < 0 \text{ (cas instable)} \\ \Psi_m(z) = -5z/L_0 \text{ pour } L_0 > 0 \text{ (cas stable)} \end{cases} \quad (2.40)$$

$$\text{et } \begin{cases} \Psi_h(z) = \ln \left[\left((1 + x^2(z)) / 2 \right)^2 \right] \text{ pour } L_{MO} < 0 \text{ (cas instable)} \\ \Psi_h(z) = -5z/L_0 \text{ pour } L_0 > 0 \text{ (cas stable)} \end{cases} \quad (2.41)$$

La fonction $x(z)$ vaut $x(z) = (1 - 16z/L_0)$.

Les conditions sont instables quand le gradient de température est négatif; cette condition est rencontrée typiquement de jour quand le sol est réchauffée par le soleil. Les conditions météorologiques sont dites stables quand le gradient de température est positif; ce cas se produit typiquement de nuit quand le sol est plus froid que l'air.

La similitude est un outil satisfaisant pour déterminer les profils moyens de vent et de température. La similitude impose cependant de déterminer empiriquement les constantes qui apparaissent dans les fonctions Ψ_m et Ψ_h ; la mesure de la vitesse du vent en un point au-dessus du sol et celle de la température en deux points permet d'accéder à tous les paramètres.

Pour notre étude expérimentale, nous disposerons d'un mât météorologique équipé d'anémomètres à hélice et de thermomètres placés à 1, 3 et 10 mètres au-dessus du sol. Ces mesures nous permettront de déterminer un profil moyen de vent et de température. Par simplicité, nous opterons pour une forme de profil logarithmique.

2.5.2 Fluctuations turbulentes de vent et de température

La propagation acoustique est fortement influencée par la turbulence atmosphérique, qui participe en particulier au phénomène de diffraction des ondes acoustiques (voir Tatarski [100]). La modélisation de la turbulence atmosphérique est difficile car les échelles des structures turbulentes s'étalent sur un large spectre (quelques millimètres à plusieurs centaines de mètres). Les mesures des fluctuations de la vitesse du vent et des fluctuations de la température permettent d'accéder à certaines grandeurs statistiques de ces paramètres météorologiques (Voisin [104]).

Ces grandeurs statistiques sont les variances σ_v et σ_T des fluctuations de la vitesse du vent et de la température. Les échelles de longueurs L_v et L_T des fluctuations turbulentes de la vitesse du vent et de la température sont estimées à partir des fonctions de corrélation des fluctuations, que l'on représente approximativement par des fonctions de forme gaussienne (Daigle *et al.* [35]). Ces grandeurs statistiques mesurables permettent de déterminer la variance $\langle \mu^2 \rangle$ de l'indice de réfraction défini par: $n = 1 + \mu = c_0/c$. En écrivant $T = T_0 + \delta T$ et $V = V_0 + \delta V$, on obtient:

$$c = c_0(1 + \delta T/T_0)^{1/2} + V_0 \cos \theta (1 + \delta V/V_0)$$

où θ est l'angle entre la direction moyenne du vent et la direction de propagation. L'équation précédente permet d'obtenir une expression de $\langle \mu^2 \rangle$ en fonction des paramètres météorologiques mesurables (Daigle *et al.* [36]):

$$\langle \mu^2 \rangle = \left(\frac{\sigma_v \cos \theta}{c_0} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_T}{T_0} \right)^2$$

Des mesures des fluctuations de la vitesse du vent et de la température en plusieurs points et sur des durées d'une dizaine de minutes pendant plusieurs jours ont permis à Daigle *et al.* [35] de mesurer les grandeurs statistiques σ_v , σ_T , L_v et L_T pour différents types de conditions météorologiques (voir figure 2.11). Ces valeurs pourront être utilisées dans des modélisations de la turbulence atmosphérique quand les mesures des paramètres turbulents n'ont pas été réalisées.

Day	Description	σ_v (m/s)	σ_T (°C)	$\langle \mu^2 \rangle$ ($\times 10^{-4}$)	L_v (m)	L_T (m)
1	None recorded	0.7 (0.1)	0.8 (0.3)	...	0.5 (0.1)	0.9 (0.2)
2	Bright sunny day, no clouds	1.1 (0.2)	1.1 (0.2)	...	1.2 (0.2)	1.3 (0.2)
3	Hazy sun, 30% thin clouds, high winds	0.9 (0.2)	0.7 (0.1)	...	1.1 (0.3)	1.7 (0.7)
4	Clear and sunny, no clouds	0.5 (0.1)	0.9 (0.2)	7.7	0.5 (0.1)	1.0 (0.2)
5	Evening, no clouds, light winds	0.2 (0.1)	0.7 (0.6)	10.8	0.5 (0.1)	...
6	Sunny with variable clouds (overcast) stiff SW breeze	0.8 (0.2)	0.4 (0.1)	4.8	1.2 (0.2)	1.2 (0.5)

FIG. 2.11 – Valeurs de paramètres turbulents mesurées par Daigle *et al.* [35]

Les simulations numériques directes de la turbulence atmosphérique sont limitées par les capacités informatiques actuelles. Les méthodes les plus utilisées sont de type Large Eddy Simulation (simulations des grandes échelles). Les travaux sur la simulation de la turbulence concernant des applications pour la propagation acoustique ont été réalisées par Gilbert *et al.* [54], Pénelon [88] ou Juvé *et al.* [67]. Ces simulations ont cependant une résolution trop faible (quelques mètres) pour être utilisées dans des calculs de propagation où les longueurs d'onde sont de l'ordre de quelques dizaines de centimètres. Les petites structures turbulentes doivent donc être modélisées par d'autres techniques (Karweit *et al.* [69] ou Gilbert [54] *et al.*).

Nous donnons dans cette partie une modélisation de la partie aléatoire du champ de vitesse développée par Karweit *et al.* [69].

Synthèse de la turbulence par modes de Fourier aléatoires

Le champ turbulent de vitesse $\mathbf{u}$ est décrit à partir de ses composantes dans l'espace de Fourier par l'intégrale suivante:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \int \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{x} \cdot \mathbf{k}} d\mathbf{k} = \int \left[\hat{u}(\mathbf{k}) e^{i\psi(\mathbf{k})} \boldsymbol{\sigma}(k) \right] e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} d\mathbf{k}$$

Le champ de vitesse $\mathbf{u}$ étant réel, on a également l'égalité:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2} \int \left(\hat{u}(\mathbf{k}) e^{i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} + \psi(\mathbf{k})]} \boldsymbol{\sigma}(k) + \hat{u}(\mathbf{k}) e^{-i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} + \psi(\mathbf{k})]} \boldsymbol{\sigma}(k) \right) d\mathbf{k} \\ &= \int \hat{u}(\mathbf{k}) \cos[\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} + \psi(\mathbf{k})] \boldsymbol{\sigma}(k) d\mathbf{k} \end{aligned}$$

Cette relation est alors discrétisée en N modes de Fourier:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = 2 \sum_{n=1}^N \hat{u}_n \cos(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} + \psi_n) \boldsymbol{\sigma}_n$$

où $\hat{u}_n$, ψ_n , $\mathbf{k}_n$ et $\boldsymbol{\sigma}_n$ sont respectivement le module, la phase, le nombre d'onde et le vecteur unitaire portant la vitesse, du mode n de la série de Fourier. En imposant à ce champ turbulent d'être incompressible, il vient pour tout n :

$$\nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}) = -2 \sum_{n=1}^N \hat{u}_n \sin(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} + \psi_n) \mathbf{k}_n \cdot \boldsymbol{\sigma}_n = 0$$

Cette expression montre que la direction du vecteur unitaire $\boldsymbol{\sigma}_n$ portant le mode n dans l'espace physique doit être perpendiculaire au vecteur d'onde $\mathbf{k}_n$. En tenant compte de cette contrainte, on adopte alors les notations de la figure 2.12 pour définir le repère $(\mathbf{k}'_1, \mathbf{k}'_2, \mathbf{k}'_3)$:

$$\mathbf{k}'_1 = \begin{vmatrix} \cos \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \\ -\sin \theta \end{vmatrix} \quad \mathbf{k}'_2 = \begin{vmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \\ 0 \end{vmatrix} \quad \mathbf{k}'_3 = \mathbf{k}'_1 \times \mathbf{k}'_2 = \begin{vmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ -\cos \theta \end{vmatrix}$$

où $0 \leq \theta \leq \pi$ et $0 \leq \phi \leq \pi$. Les coordonnées des vecteurs $\mathbf{k} = k \mathbf{k}'_3$ et $\boldsymbol{\sigma} = \cos \alpha \mathbf{k}'_1 + \sin \alpha \mathbf{k}'_2$, avec $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, sont alors données respectivement par:

$$\mathbf{k} = k \begin{vmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \\ -\cos \theta \end{vmatrix} \quad \boldsymbol{\sigma} = \begin{vmatrix} \cos \alpha \cos \theta \cos \phi - \sin \alpha \sin \phi \\ \cos \alpha \cos \theta \sin \phi + \sin \alpha \cos \phi \\ -\cos \alpha \sin \theta \end{vmatrix}$$

L'isotropie s'obtient en ne donnant aucune direction privilégiée au vecteur $\mathbf{k}$ sur la demi-sphère de rayon k . Cette équiprobabilité est assurée en égalant $dS/2\pi k^2$ à $p(\mathbf{k})d\mathbf{k}$. Les densités de probabilité des variables aléatoires θ et ϕ doivent donc vérifier:

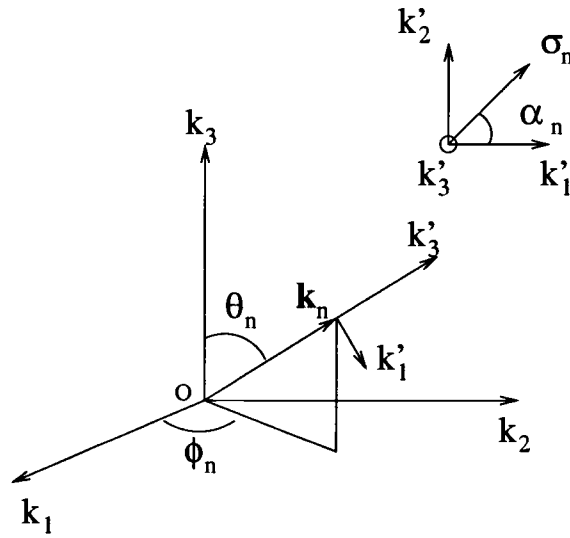


FIG. 2.12 – Notations pour la représentation des modes dans l'espace de Fourier.

$$\frac{k \sin \theta d\phi k d\theta}{2\pi k^2} = p(\theta)d\theta p(\phi)d\phi$$

L'isotropie du champ peut être obtenue avec le choix suivant des lois de probabilité: $p(\theta) = \sin \theta/2$, $p(\phi) = 1/\pi$ et $p(\alpha) = 1/2\pi$. Enfin, en choisissant la phase ψ uniforme entre 0 et 2π , on impose un champ de vitesse homogène, c'est-à-dire sans dépendance par rapport à l'origine du repère. On a ainsi construit avec ces choix un champ homogène et isotrope. Calculons alors l'énergie cinétique k_t de ce champ. En désignant par $\bar{x}$ l'espérance mathématique de la variable x , l'énergie cinétique du champ est:

$$k_t = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} = 2 \sum_n \sum_m \hat{u}_n \hat{u}_m [\cos(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} + \psi_n) \cos(\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{x} + \psi_m) \sigma_n \cdot \sigma_m]$$

Les N réalisations étant indépendantes pour les variables α , θ , ϕ et ψ , la double somme se réduit alors à:

$$k_t = 2 \sum_{n=1}^N \hat{u}_n^2 [\cos^2(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} + \psi_n)] = \sum_{n=1}^N \hat{u}_n^2$$

Dans cette méthode, on suppose connu le spectre $E(k)$ de l'énergie cinétique turbulente. La discrétisation de ce dernier permet d'exprimer l'amplitude des N modes:

$$\hat{u}_n = \sqrt{E(k_n) \Delta k_n}$$

Pratiquement, on adopte le maillage spectral suivant, connaissant k_{min} et k_{max} et le nombre de modes N :

$$\begin{aligned}
dk_l &= \frac{\ln k_{max} - \ln k_{min}}{N - 1} \\
k_n &= \exp[\ln k_{min} + (n - 1)dk_l] \quad \text{pour } n = 1, \dots, N \\
\Delta k_n &= k_{min}[\exp(ndk_l) - \exp((n - 1)dk_l)] \quad \text{pour } n = 1, \dots, N
\end{aligned}$$

Cette discrétisation logarithmique permet d'avoir une discrétisation assez fine pour les petites échelles de la turbulence tout en limitant le nombre de modes total.

Pour déterminer l'amplitude $\hat{u}_n$ de chaque mode n , on doit postuler de la forme du spectre de l'énergie cinétique turbulente. Une des formes les plus employées est celle de von Kármán et Pao (voir Hinze [63]):

$$E(k) = \tilde{\alpha} \sigma_u^2 k_e \frac{(k/k_e)^4}{[1 + (k/k_e)^2]^{17/6}} \exp \left[-2 \left(\frac{k}{k_\eta} \right)^2 \right]$$

où k_e est le nombre d'onde lié aux grosses structures, k_η est le nombre d'onde de Kolmogorov et $\tilde{\alpha}$ est une constante ($\tilde{\alpha} \approx 1.453$). k_e s'exprime en fonction de l'échelle intégrale de longueur L ($k_e \approx 0.747/L$). Dans la suite du travail, nous nous intéressons à des cas de propagation bidimensionnels. Dans une géométrie bidimensionnelle, le spectre a pour forme (Dallois [40]):

$$E(k) = \frac{8}{9} \frac{\sigma_u^2}{k_e} \frac{(k/k_e)^3}{[1 + (k/k_e)^2]^{14/6}} \exp \left[-2 \left(\frac{k}{k_\eta} \right)^2 \right] \quad (2.42)$$

où $k_e = 0.586/L$ et $k_\eta = 5.92/l$. l est l'échelle interne de la turbulence.

Les paramètres choisis pour synthétiser le champ turbulent sont: un nombre de modes $N = 1024$, une échelle externe de la turbulence $L = 2$ mètres, une échelle interne $l = 5.10^{-3}$ mètres et une borne inférieure du spectre $k_{min} = 2.10^{-3} \times 2\pi/L$ (en m^{-1}) et une borne supérieure du spectre $k_{max} = 2.10^2 \times 2\pi/L$ (en m^{-1}). La valeur de la variance σ_u peut être obtenue par la mesure ou en utilisant des valeurs standards (voir le tableau de la figure 2.11). Nous donnons sur la figure 2.13 le spectre d'énergie cinétique (2.42) pour une valeur de $\sigma_u = 1$.

On peut également représenter par la méthode des modes de Fourier une turbulence synthétique décrivant les fluctuations μ d'un champ scalaire $n = c_0/c = 1 + \mu$ (typiquement liées aux fluctuations δT de température autour de la température moyenne T_0 : $n \sim 1 - \delta T/2T_0$). Dans ce cas, le spectre d'énergie associé aux fluctuations a pour forme (Chevret [25]):

$$G(k) = \frac{5\pi}{3} L^{-5/3} \langle \mu^2 \rangle \frac{k}{[k^2 + (1/L)^2]^{11/6}} \exp \left[\left(-\frac{k}{k_\eta} \right)^2 \right] \quad (2.43)$$

Cette modélisation de la turbulence par modes de Fourier a été étendue aux cas des milieux dépendants de temps par Bailly *et al.* [8] et Juvé *et al.* [67] et au cas des milieux inhomogènes

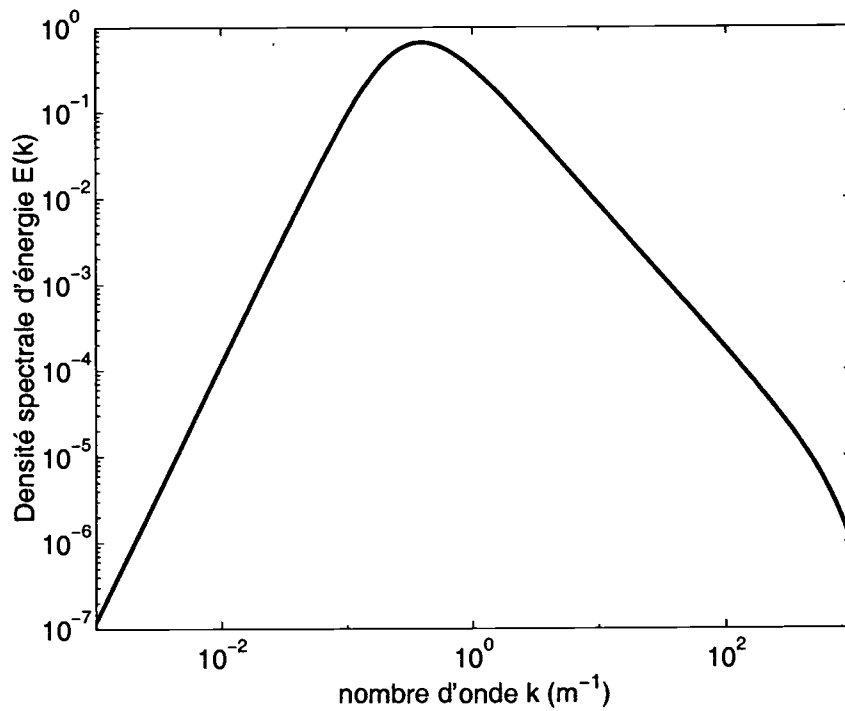


FIG. 2.13 – Densité spectrale d'énergie pour une turbulence cinématique homogène et isotrope.

et anisotropes par Wert *et al.* [107] et Dallois *et al.* [39]. Cependant, les paramètres gouvernant l'évolution des fluctuations turbulentes avec le temps et l'altitude sont souvent inconnus et difficilement accessibles avec l'expérience. Aussi, nous utiliserons la modélisation des fluctuations turbulentes avec la méthode des modes de Fourier et les spectres d'énergie (2.42) et (2.43) décrivant une turbulence homogène et isotrope avec comme paramètres d'entrée les grandeurs météorologiques relevées dans le tableau de la figure 2.11.

L'atmosphère est un lieu de phénomènes très complexes (évoluant avec le temps, à différentes échelles ...) influant sur la propagation acoustique. Il est donc nécessaire d'introduire certains paramètres météorologiques dans notre modèle de propagation. Les profils moyens de vent et de température sont modélisés par une loi logarithmique dont les constantes seront déterminées par des mesures *in situ* de vent et de température. Les fluctuations turbulentes pourront être modélisées par la méthode des modes de Fourier.

2.6 Validation de la méthode

Nous souhaitons vérifier la précision des schémas numériques utilisés dans la résolution des équations paraboliques (standard, MW-WAPE et TW-WAPE) dans le cas d'une atmosphère libre ou en mouvement. Nous utilisons aussi la méthode de génération de la turbulence par modes de Fourier pour évaluer le niveau acoustique dans une zone d'ombre créée par un gradient de célérité du son négatif.

2.6.1 Propagation sur un sol plan dans une atmosphère homogène et au repos

Nous choisissons le cas d'une source ponctuelle placée à deux mètres du sol et émettant dans la bande 20-3200 Hz. Le sol est parfaitement réfléchissant. Le récepteur est placé à une distance de 20 mètres et à deux mètres du sol. Cette configuration est représentée sur la figure 2.14.

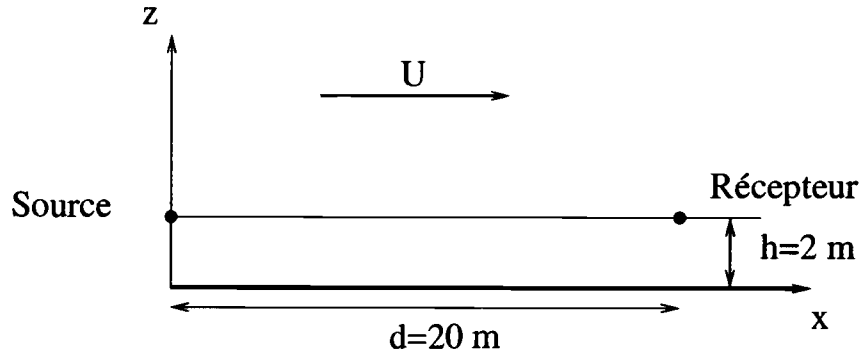


FIG. 2.14 – Schéma représentant la géométrie du cas test pour les équations paraboliques.

La solution analytique au problème est donnée en utilisant la méthode des images: la pression au récepteur est la somme d'une onde directe provenant de la source et d'une autre onde directe provenant de l'image de la source par rapport au sol. L'expression de chacune de ces ondes est solution de l'équation de Helmholtz (Eq. 2.1). La solution de (Eq. 2.1), pour une source dont l'amplitude de la source est donnée par $p(0,z) = -\delta(z)$, est la fonction de Green bidimensionnelle spectrale:

$$\mathcal{G}(r,\omega) = -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(kr) \quad (2.44)$$

où $H_0^{(2)}$ est la fonction de hankel de 2ème espèce, d'ordre 0 et r est la distance entre la source et récepteur (voir figure 2.14). En champ lointain géométrique ($kr \gg 1$), on peut remplacer $H_0^{(2)}$ par son équivalent:

$$H_0^{(2)}(kr) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} \exp\left(-ik_0 r + \frac{i\pi}{4}\right) \quad (2.45)$$

Dans le cas d'une source et d'un récepteur placés au-dessus d'un sol rigide et dans l'hypothèse de champ lointain, la pression au niveau du récepteur est donc donnée par:

$$p(x,z) = -\frac{i}{4} \sum_{i=1,2} \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 R_i}} \exp\left(-ik_0 R_i + \frac{i\pi}{4}\right) \quad (2.46)$$

La géométrie du problème est définie sur la figure 2.7.

Sur la figure 2.15, on trace le niveau de pression pour le cas test ($D=20$ mètres, $h_s = h_m = 2$ mètres) dans un cas homogène calculé par les trois équations paraboliques (standard, MW-WAPE et TW-WAPE) et la solution analytique. On trace les niveaux de pression en dB sans référence, l'équation parabolique étant initialisée par une source gaussienne (Eq. 2.25).

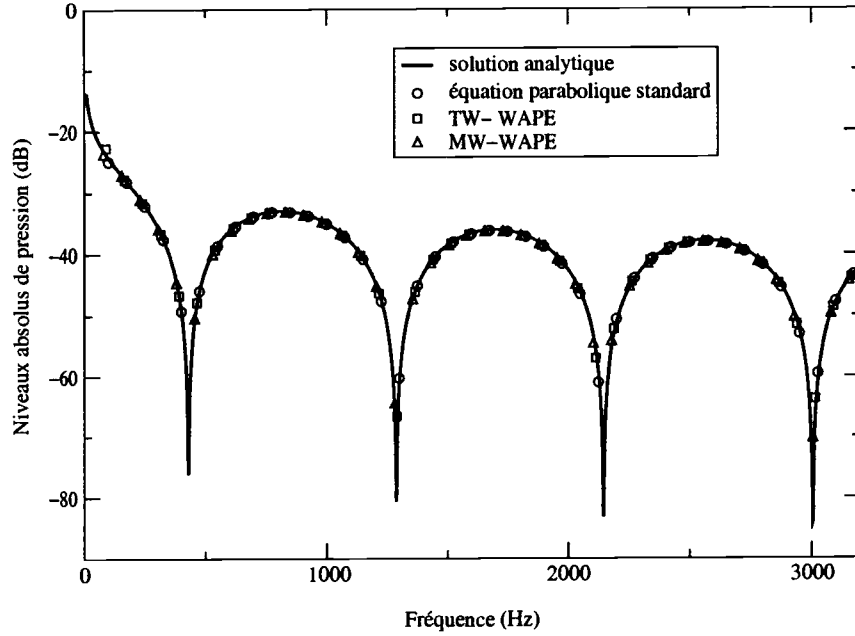


FIG. 2.15 – Validation des schémas numériques (équation parabolique standard, MW-WAPE et TW-WAPE) par comparaison avec une solution analytique. $D = 20$ m, $h_s = h_m = 2$ m.

Dans le cas d'une atmosphère homogène, le schéma numérique utilisé pour résoudre les trois équations paraboliques (standard, MW-WAPE et TW-WAPE) est très précis. Les équations paraboliques donnent un résultat en parfaite coïncidence avec la solution analytique pour la bande de fréquence 20-3200 Hz (voir figure 2.15).

2.6.2 Propagation sur un sol plan avec un écoulement uniforme

Le cas test choisi présente des caractéristiques communes à celui décrit dans le paragraphe précédent (sol rigide, source et récepteur à 2 mètres du sol, distance entre la source et le récepteur de 20 mètres). A la différence du premier cas test, on considère un vent constant dans la direction de propagation et d'amplitude 10 m.s^{-1} .

En atmosphère libre, la solution de l'équation d'onde convectée (Eq. 1.4) dans sa forme spectrale dans un espace bidimensionnel est la fonction de Green 2-D convectée¹:

1. On considère ici le cas d'un écoulement moyen avec une composante constante U dans la direction principale de propagation de l'onde x (voir figure 2.14)

$$\mathcal{G}(r, \omega) = -\frac{i}{4\beta} \exp\left(i \frac{Mkr \cos \theta}{\beta^2}\right) H_0^{(2)}\left(\frac{k}{\beta^2 r_\beta}\right) \\ r \rightarrow \infty -\frac{i}{4\beta} \sqrt{\frac{2\beta^2}{\pi k r_\beta}} \exp\left(-i \frac{k}{\beta^2} [r_\beta - Mr \cos \theta] + i \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.47)$$

avec $\beta^2 = 1 - M^2$, $M = U/c$ et $r_\beta = \sqrt{(r \cos \theta)^2 + \beta^2 (r \sin \theta)^2}$. θ est l'angle entre l'axe horizontal et la droite passant par la source et le récepteur comme défini sur la figure 2.3.

Dans le cas d'une propagation au-dessus d'un sol rigide, on utilise, comme dans le cas de l'atmosphère homogène, la méthode des images, pour calculer la pression acoustique.

Nous traçons sur la figure 2.16 le niveau de pression à 20 mètres de la source calculé avec la formulation analytique (Eq. 2.47), l'équation parabolique standard et les équations paraboliques tenant compte de la nature vectorielle de la vitesse du vent (MW-WAPE, TW-WAPE). L'équation parabolique standard est utilisée avec une célérité effective pour tenir compte du terme de vitesse. On trace les niveaux de pression en dB sans référence, l'équation parabolique étant initialisée par une source gaussienne (Eq. 2.25).

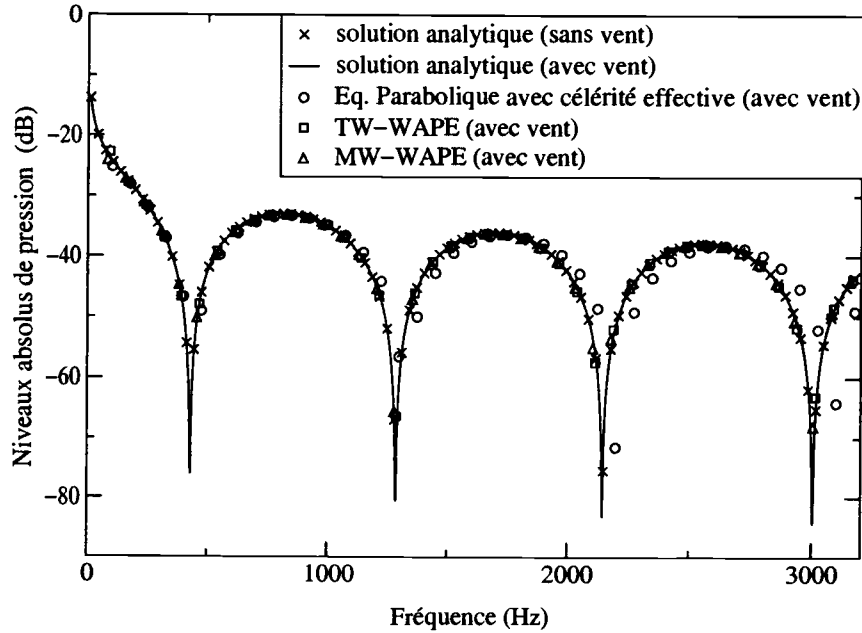


FIG. 2.16 – Validation des schémas numériques (équation parabolique standard, MW-WAPE et TW-WAPE) par comparaison avec une solution analytique. $D = 20$ m, $h_s = h_m = 2$ m. $U = 10 \text{ m.s}^{-1}$.

Dans le cas d'un vent constant, les équations paraboliques tenant compte de la nature vectorielle de la vitesse du vent vectorielles (MW-WAPE, TW-WAPE) donnent des résultats en parfait accord avec la formulation analytique pour la gamme de fréquence 20-3200 Hz (voir figure 2.16). En revanche, le résultat donné par l'équation parabolique standard n'est pas en très bon accord avec la solution analytique. Le terme de vent est pris en compte dans l'équation parabolique standard à travers un terme de célérité effective. Cette approximation induit une erreur dans

le calcul la phase de l'onde et ne permet pas d'obtenir un résultat précis dans le cas d'un vent constant.

L'effet d'un vent constant sur la propagation acoustique pour de faibles nombres de Mach est très faible: les solutions analytiques pour les cas avec et sans vent sont quasiment identiques (voir figure 2.16). Dallois [37] montre que la contribution du champ de vitesse à faible nombre de Mach ($M = U/c_0$) sur le déphasage en champ lointain est proportionnel à $4M \frac{h_m h_s}{D^2}$. Cette contribution est très faible dans la configuration traitée; il est donc normal que les solutions analytiques pour les cas avec et sans vent donnent des solutions quasiment identiques.

Nous proposons un autre exemple d'utilisation des équations paraboliques sous un vent constant. Nous avons choisi des paramètres plus réalistes ($U = 2 \text{ m.s}^{-1}$) et une distance de propagation de 100 mètres. La hauteur de la source et du récepteur sont de 2 mètres. Le niveau est donné en dB pour la gamme de fréquences 20-3200 Hz (figure 2.17). On trace les niveaux de pression en dB sans référence, l'équation parabolique étant initialisée par une source gaussienne (Eq. 2.25).

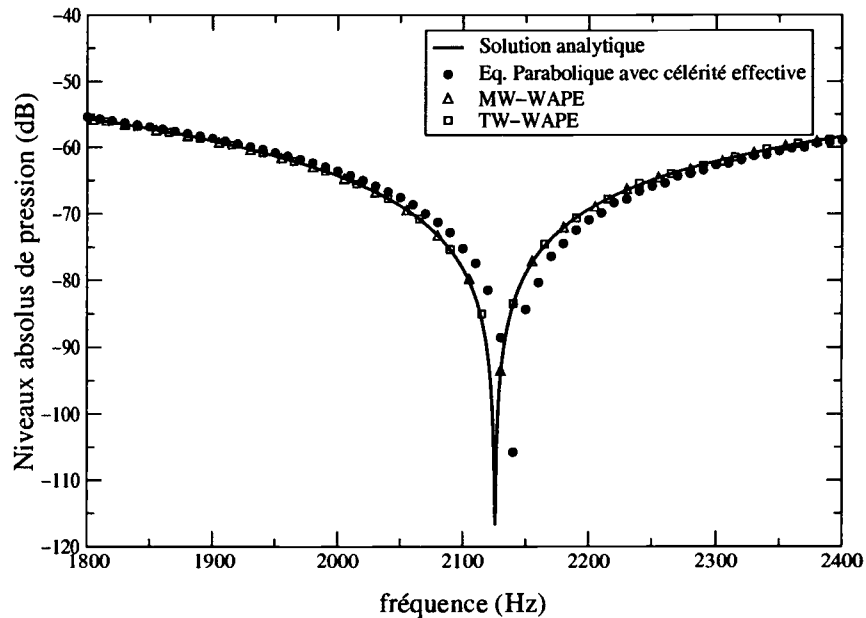


FIG. 2.17 – Validation des schémas numériques (équation parabolique standard, MW-WAPE et TW-WAPE) par comparaison avec une solution analytique. $D = 100 \text{ m}$, $h_s = h_m = 2 \text{ m}$. $U = 2 \text{ m.s}^{-1}$.

A la distance de 100 mètres, une seule interférence est présente sur la gamme 20-3200 Hz. Nous avons fait un zoom autour de cette fréquence. Nous constatons que dans des conditions réalistes de vitesse du vent ($U = 2 \text{ m.s}^{-1}$) l'utilisation de l'équation parabolique avec indice effectif engendre une erreur d'une trentaine de hertz sur la position de l'interférence. L'utilisation de l'équation TW-WAPE ou MW-WAPE est donc plus précise dans ce cas. La solution donnée par l'équation parabolique avec célérité effective reste toutefois très satisfaisante.

2.6.3 Propagation sur un sol plan dans une atmosphère présentant un profil de vent logarithmique

Nous souhaitons à présent quantifier l'effet d'un profil logarithmique sur la propagation des ondes acoustiques. Nous avons vu dans la section précédente (*L'atmosphère comme milieu de propagation*) que l'on pouvait modéliser les profils de vent par une fonction de type logarithme :

$$u(z) = a \ln \left(\frac{z + z_0}{z_0} \right)$$

où a est le paramètre de réfraction et z_0 est la hauteur rugosité. Pour un cas de propagation en bordure d'une infrastructure routière au-dessus d'une végétation de type pâturage, nous choisissons une valeur de $z_0 = 0.1$ m. Nous considérons un profil de réfraction modéré avec $a = 0.5$.

La distance de propagation considérée est 20 mètres. La source et le récepteur sont placés à une hauteur de 2 mètres.

Nous traçons sur la figure 2.18 le niveau de pression obtenu dans un cas sans profil de vent et dans un cas avec le profil de vent décrit ci-dessus. Pour le cas sans profil de vent, nous utilisons une solution analytique. Pour le cas de la propagation avec un profil de vent, nous utilisons chacune des trois équations paraboliques déjà utilisées (l'équation parabolique standard avec célérité effective, l'équation parabolique TW-WAPE et l'équation parabolique MW-WAPE).

La source utilisée est une gaussienne: $\phi(0,z) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{k_0^2 z^2}{2}\right)$ (Eq. 2.25). Les niveaux acoustiques sont donnés en décibels ($20 \log p$) sans référence.

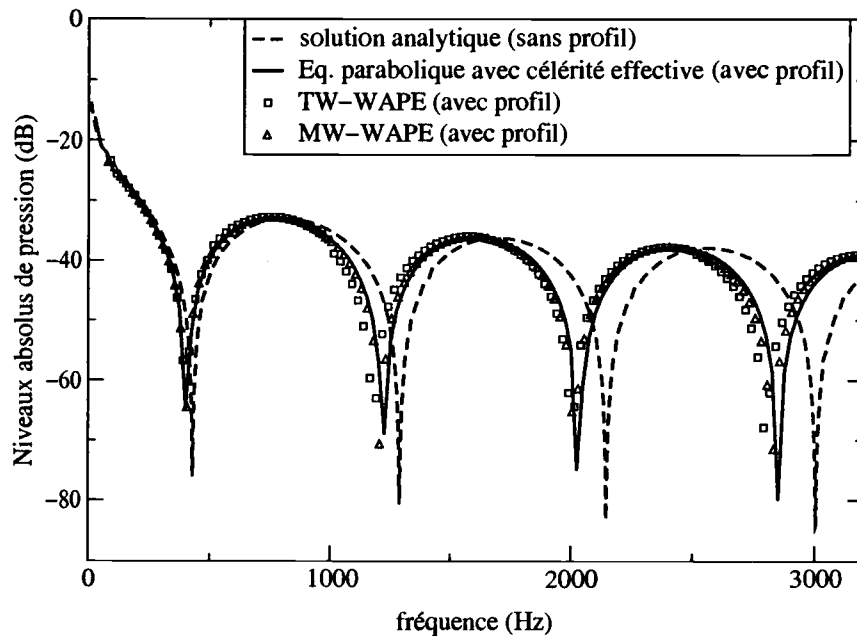


FIG. 2.18 – *Effet d'un profil de vent logarithmique sur la propagation des ondes acoustiques.* $D = 20$ m, $h_s = h_m = 2$ m. $u(z) = 0.5 \times \ln \left(\frac{z+z_0}{z_0} \right)$.

La figure 2.18 nous montre qu'un profil de vent logarithmique a un effet sensible sur la position des interférences. Les interférences sont en effet déplacées vers les basses fréquences dans le cas

d'une propagation à travers un profil de vent logarithmique par rapport au cas d'une propagation dans une atmosphère neutre. Cette tendance a été calculée par Li [76] dans le cas d'un profil de vent linéaire. Dans le cas où le gradient du profil est négatif, la position des interférences est déplacée vers la droite par rapport au cas sans vent.

Dans le cas d'un profil de vent logarithmique, il n'existe pas de formulation analytique simple donnant accès à la pression acoustique. Li [76] propose une approximation valable pour les hautes fréquences dans le cas d'un profil de vent linéaire et met en évidence des différences en terme de longueur de trajet acoustique entre un calcul utilisant une célérité du son effective et l'approximation incluant les termes de vitesse. Les équations paraboliques prenant en compte les propriétés vectorielles d'un champ de vitesse de vent (TW-WAPE et MW-WAPE) ont été validées dans le cas d'un vent constant. Dans le cas du profil logarithmique, nous les utilisons comme solution de référence. Ces équations donnent des résultats très proches (voir figure 2.18). L'équation parabolique utilisée avec une célérité effective donne un résultat très satisfaisant par rapport au résultat donné par les équations TW-WAPE et MW-WAPE. L'équation parabolique avec une célérité du son effective pourra donc être utilisée dans des conditions de propagation en extérieur.

2.6.4 Propagation sur un sol plan dans une zone d'ombre avec la présence d'une turbulence thermique

Le cas choisi correspond à une configuration de mesures de Wiener et Keast [110] et avait été retenu par Chevret [25] pour valider la méthode de génération de la turbulence par modes de Fourier. Ce cas correspond à la propagation d'une onde acoustique dans une zone d'ombre créée par un gradient de célérité négatif et mettant en évidence le phénomène de diffraction de l'énergie acoustique par la turbulence (voir l'illustration de ce phénomène sur la figure 2.10). Nous donnons ici les résultats d'un calcul utilisant l'équation parabolique standard avec et sans turbulence.

Dans l'exemple retenu, la source est à 3.7 mètres du sol et émet à la fréquence de 424 Hz. Le gradient de célérité choisi pour le calcul est le suivant : $c(z) = 340 - 0.5 \ln\left(\frac{z+z_0}{z_0}\right)$ avec une hauteur de rugosité choisie égale à $z_0 = 0.05$ m. Nous traçons sur la figure 2.19 les niveaux relatifs de pression par rapport au champ libre obtenus avec le gradient de célérité pour un cas avec turbulence et un cas sans turbulence. Les niveaux sont donnés pour un récepteur à 1.5 mètres du sol. La valeur de la résistance au passage de l'air est fixée à $300 \cdot 10^3 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$ et l'impédance est déterminée avec la loi de Delany et Bazley (Eq. 2.28). La turbulence est générée avec la méthode des modes de Fourier (paragraphe 2.5.2); le spectre choisi correspond à une turbulence d'origine thermique et est donné par (Eq. 2.43). Les paramètres météorologiques retenus sont une échelle interne de la turbulence $l = 0.05$ m, une échelle externe $L = 1.1$ m et une variance des fluctuations d'indice $\langle \mu^2 \rangle = 2.10^{-6}$. 100 modes de Fourier sont utilisés pour générer la turbulence. Le niveau acoustique dans le cas turbulent est obtenu en moyennant les niveaux obtenus pour

34 réalisations de la turbulence. Pour valider le calcul avec turbulence, nous traçons en points noirs les valeurs du niveau relatif de pression mesurées par Wiener et Keast.

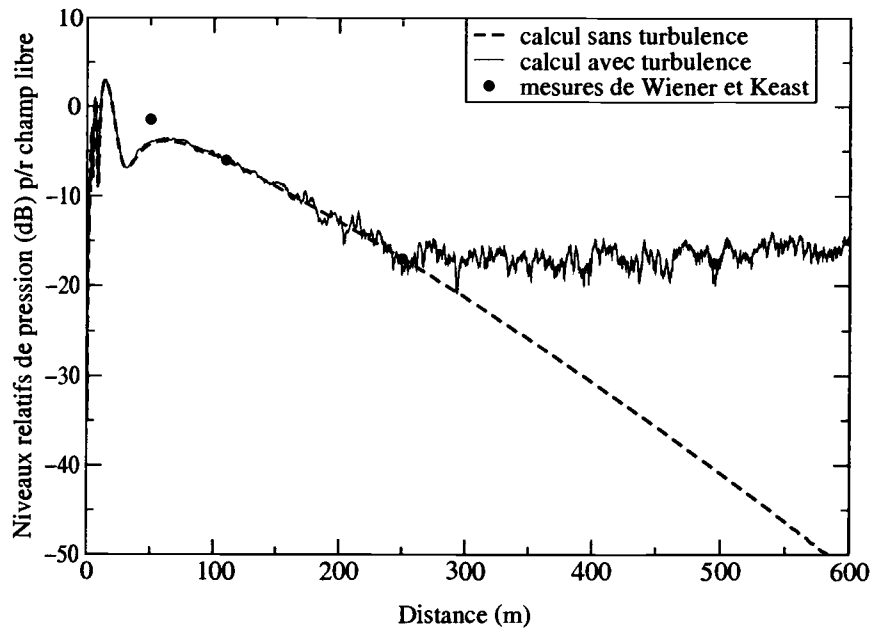


FIG. 2.19 – Propagation du son dans une zone d'ombre avec et sans turbulence. $f = 424\text{Hz}$. $h_s = 3.7\text{ m}$ et $h_r = 1.5\text{ m}$.

Dans une description déterministe, l'effet d'un gradient de célérité négatif est de créer une zone d'ombre acoustique dans laquelle le niveau acoustique est nul: ce résultat est obtenu en utilisant l'équation parabolique sans turbulence (figure 2.19). Les mesures en extérieur Wiener et Keast [110] montrent toutefois que le niveau acoustique relatif au champ libre n'est pas nul dans la zone d'ombre mais reste constant après une certaine distance de propagation. Le modèle de turbulence utilisé avec l'équation parabolique permet bien de retrouver ce pallier dû à la diffraction ("scattering" en anglais) de l'onde acoustique par la turbulence.

2.7 Résolution tridimensionnelle de l'équation parabolique

Nous décrivons dans ce paragraphe une méthode permettant de résoudre l'équation des ondes en milieu homogène dans un espace tridimensionnel. Comme dans le cas bidimensionnel, l'équation de Helmholtz est approximée pour donner une équation parabolique.

Collino et Joly [29] ont développé une famille de développements d'opérateurs de propagation par la méthode de splitting. Les développements sont effectués dans un repère cartésien et autorisent de grands angles de validité pour l'équation. C'est cette méthode que nous utilisons. Nous donnons dans cette partie la description de la méthode de splitting d'opérateur et la validation de cette méthode dans le cas de la propagation en espace libre par comparaison avec la solution analytique du problème.

On peut aussi utiliser une transformée de Fourier (FFT) pour résoudre l'équation parabolique

en 3 dimensions (Hugon-Jeannin [64], Juvé *et al.* [67]). D'autres auteurs utilisent la *GF-PE* (pour *Green's Function Parabolic Equation*) pour une résolution tridimensionnelle (Di et Gilbert [47]). La méthode de splitting a été déjà utilisée pour un repère cylindrique par Delrieux [43] et Malbéqui [78].

2.7.1 Splitting d'opérateur

L'approximation parabolique de l'équation de Helmholtz conduit à une équation de la forme suivante dans le repère cartésien (x, y_1, y_2) :

$$i \frac{d\phi}{dx} - A\phi = 0 \quad (2.48)$$

avec $A^2 = k^2 n^2 + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2}$. x est la direction de propagation et y_1 et y_2 les directions transverses.

En considérant la définition de l'exponentiel d'un opérateur défini dans Joly et Collino [29], la solution de (2.48) s'écrit alors:

$$\phi(x + \Delta x) = \exp(-iA\Delta x)\phi(x)$$

Supposons à présent que l'on puisse décomposer l'opérateur A comme la somme de deux termes:

$$A = A_1 + A_2$$

Cette décomposition de l'opérateur A permet d'écrire la solution de (Eq. 2.48) comme:

$$\phi(x + \Delta x) = \exp(-iA_1\Delta x) \exp(-iA_2\Delta x)\phi(x)$$

ou, de manière équivalente:

$$\begin{cases} \phi_{int}(x + \Delta x) = \exp(-iA_2\Delta x)\phi(x) \\ \phi(x + \Delta x) = \exp(-iA_1\Delta x)\phi_{int}(x) \end{cases} \quad (2.49)$$

L'équation (2.48) se résout en deux étapes: la première ligne du système (2.49) permet de calculer un champ intermédiaire ϕ_{int} , la deuxième ligne permet d'obtenir le champ total en $\phi(x + \Delta x)$. Chaque étape se résout en utilisant une approximation de l'exponentiel d'un opérateur (voir paragraphe 2.1.1) et les techniques décrites pour résoudre l'équation parabolique en deux dimensions (paragraphe 2.2).

Cette méthode de splitting peut être étendue à plus de deux opérateurs. Joly et Collino [29] utilisent une décomposition de l'opérateur A selon 4 directions pour résoudre l'équation (2.48). Le système d'équations proposé est le suivant:

$$\begin{cases} i \frac{d\phi}{dx} - A\phi = 0 \\ A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \\ A_j = kb \left(-k^2 - a \frac{\partial^2}{\partial y_j^2} \right)^{-1} \frac{\partial^2}{\partial y_j^2}, \quad j = 1, 2 \\ A_{\pm} = k\beta \left(-k^2 - \alpha \left(\frac{\partial^2}{\partial y_1} \pm \frac{\partial}{\partial y_2} \right)^2 \right)^{-1} \left(\frac{\partial}{\partial y_1} \pm \frac{\partial}{\partial y_2} \right)^2 \end{cases} \quad (2.50)$$

où $a = 1/3$, $b = 1/4$, $\alpha = 1/6$ et $\beta = 1/8$. La résolution de l'équation 2.50 peut être faite en quatre étapes. Après une discrétisation des opérateurs d'ordre 2, on obtient quatre séries de système tridiagonaux comme illustré sur la figure 2.20.

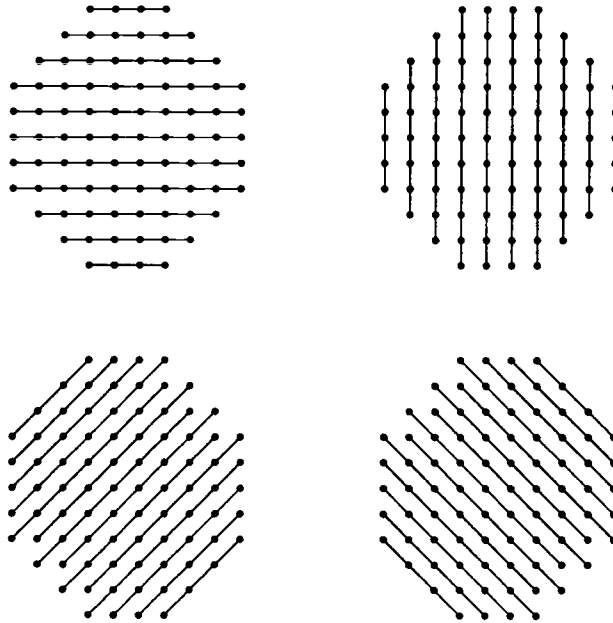


FIG. 2.20 – Représentation schématique des quatre étapes de *splitting*. A chaque étape, un système tridiagonal doit être résolu le long de chaque ligne.

2.7.2 Validation de la méthode

Nous considérons une onde acoustique monochromatique de fréquence 340 Hz. La source est située à l'origine du repère $(0, y_1, y_2, x)$. Nous étudions la propagation dans la direction x . La taille des mailles dans les trois directions est de 0.1 mètre. La source utilisée dans la résolution numérique est de forme gaussienne.

Sur la figure 2.21 est tracée l'amplitude de la pression acoustique en fonction de la distance. Nous donnons sur la figure 2.22 une visualisation de la répartition de pression dans deux plans: le plan (y_1, y_2) pour $z = 5$ mètres et le plan (y_2, x) pour $y_1 = 0$.

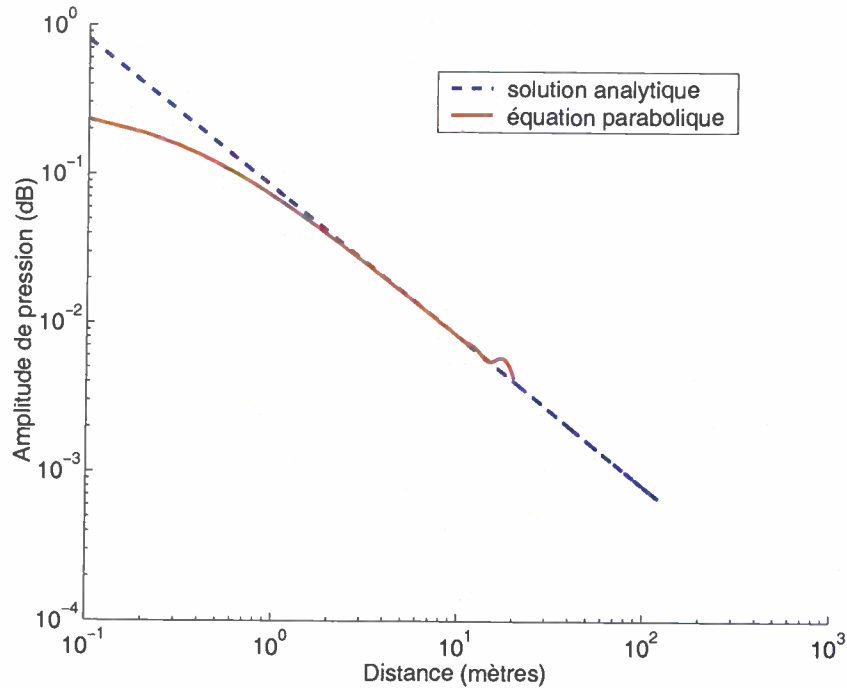


FIG. 2.21 – *Évaluation de la décroissance de l'amplitude de la pression en fonction de la distance par deux méthodes: solution analytique et équation parabolique.*

La figure 2.21 montre qu'après le champ proche (à partir de $z = 3$ mètres soit une distance équivalente à trois longueurs d'onde), la méthode de l'équation parabolique donne la décroissance en $1/r$ de l'amplitude du champ de pression. Le calcul diverge à partir de $z = 10$ mètres. Des cartographies (non tracées ici) nous montrent que cette divergence est due aux réflexions parasites en bordure de domaine. Pour effectuer des calculs sur de plus grandes distances sans que le calcul soit perturbé par ces réflexions parasites, il faudrait agrandir la taille du domaine de résolution dans les directions transversales.

La cartographie à droite sur la figure 2.22 nous permet d'observer la décroissance en $1/r$ de l'amplitude du champ de pression dans le plan (y_1, y_2) dans un cône de propagation autour de l'axe principale de propagation défini par $(y_1 = 0 \text{ et } y_2 = 0)$. Cette limitation de la validité angulaire est inhérente à l'approximation parabolique. La cartographie de gauche montre que la projection de l'amplitude de pression selon un plan perpendiculaire à la direction de propagation donne une répartition de l'amplitude selon des lignes isoniveaux circulaires et centrés sur $(y_1 = 0 \text{ et } y_2 = 0)$, ce qui est conforme à la solution analytique.

Nous donnons sur la figure 2.23 une estimation de la validité de la méthode. Nous traçons l'erreur relative e de l'amplitude de la pression par rapport à la solution analytique à une distance de 5 mètres de la source le long des deux directions orthogonales y_1 et y_2 ($e = (p_{ep} - p_{ana})/p_{ana}$).

La figure 2.23 donne une estimation quantitative de la validité de la méthode. L'erreur rela-

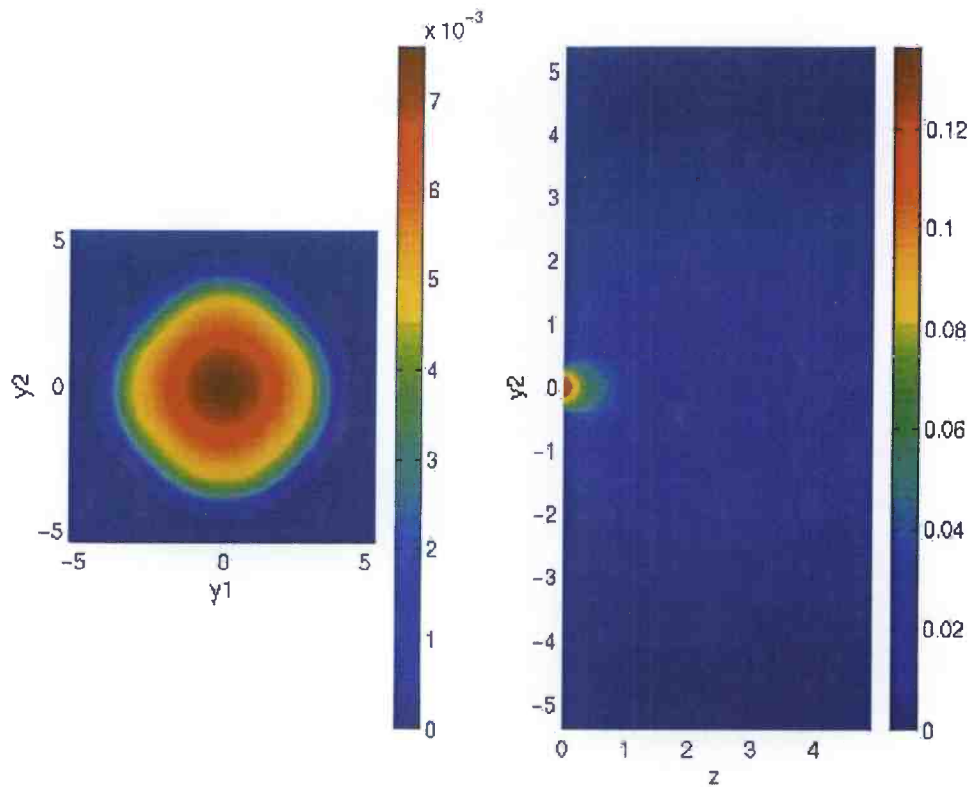


FIG. 2.22 – Représentation de l'amplitude de pression selon deux plans: (y_1, y_2) pour $z = 5$ mètres à gauche et (y_2, z) pour $y_1 = 0$ à droite. Les distances sont en mètres et les amplitudes de pression en Pascal.

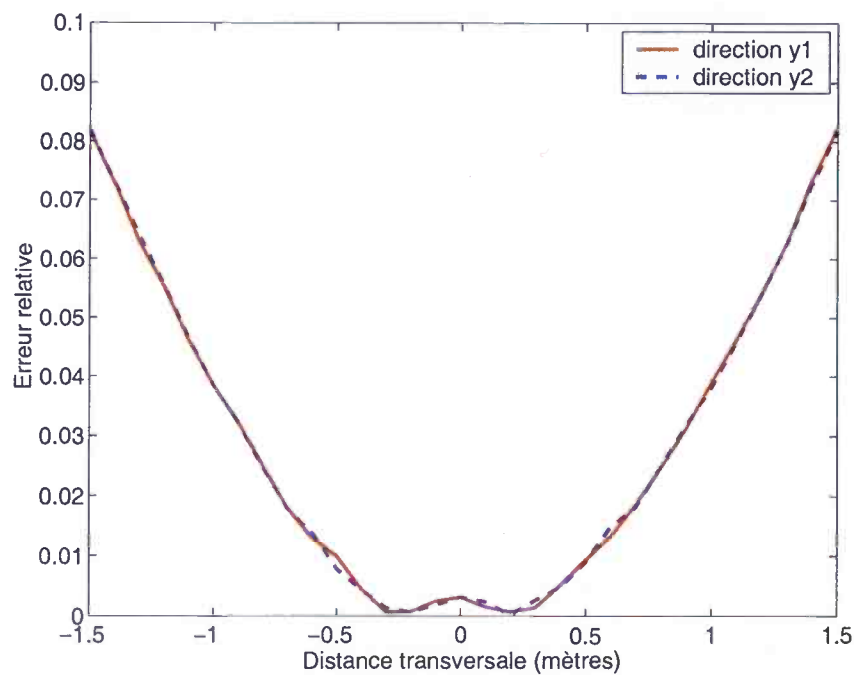


FIG. 2.23 – Erreur relative sur l'amplitude pression à $z = 5$ mètres selon les directions y_1 et y_2 par rapport à la solution analytique.

tive de l'amplitude de la pression à $z = 5$ selon les directions y_1 et y_2 montre que le niveau calculé est conforme à la solution analytique dans un angle de 5.7 degrés avec une erreur inférieure à 1 %.

Les effets tridimensionnels de la topographie et de l'atmosphère sur la propagation des ondes acoustiques peuvent être non négligeables (Delrieux [43]); il est donc important d'avoir une modélisation tridimensionnelle de ces effets. Dans cette partie, nous avons jeté les bases d'une approche tridimensionnelle de résolution de l'équation parabolique. Cette approche est satisfaisante dans le cas d'une propagation en espace libre pour un milieu au repos. Elle pourra être étendue au cas de sol avec impédance, au cas de réflexion dans la direction transversale par rapport à la direction de propagation. Il est également possible de résoudre par cette méthode des équations paraboliques avec des termes de vent dans la direction transverse (Eq. 1.5 et 1.6) et ainsi de voir les effets d'un vent latéral sur la propagation.

2.8 Conclusion

La méthode de l'équation parabolique permet de calculer la répartition du champ de pression sur de longues distances. C'est une méthode précise qui peut prendre en compte les différents facteurs intervenant sur la propagation des ondes acoustiques en extérieur. On dispose en particulier de modèles permettant de prendre en compte dans le calcul de propagation l'impédance du sol, un profil moyen de vent ou de température et une atmosphère turbulente.

Dans la partie suivante, nous proposons un modèle permettant de prendre en compte la topographie d'un site non plan dans le calcul de propagation des ondes acoustiques.

Chapitre 3

Modélisation et simulation numérique de la propagation acoustique au-dessus d'un sol non plan

Dans cette partie, nous décrivons la construction d'un modèle permettant de calculer la propagation acoustique au-dessus d'un site non plan. Ce développement est un prolongement du modèle de propagation sur sol plan décrit dans la partie précédente et permet ainsi d'utiliser tous les développements déjà effectués, en particulier pour la prise en compte d'impédance et des fluctuations de l'atmosphère.

L'analyse bibliographique nous a montré la nécessité d'effectuer un changement du repère de résolution en fonction de la distance et de la topographie du terrain. Dans la première partie, nous expliquons comment la topographie est prise en compte. Nous donnons ensuite une validation du modèle sur des géométries simples. Nous donnons à la fin du chapitre un exemple d'application du modèle pour évaluer la propagation dans un environnement complexe.

3.1 Description du modèle de propagation sur sol non plan

Dans le chapitre 2, nous avons décrit un modèle de propagation bidimensionnel utilisant l'équation parabolique. L'étude bibliographique nous a montré que l'adaptation d'une méthode utilisant l'équation parabolique à une géométrie non plane nécessite d'effectuer un changement de repère (Sack et West [94] ou Collins [30]).

Nous choisissons de découper le sol non plan en une succession de segments. A chaque rupture de pente, nous imposons une rotation du repère de résolution (t, n) , afin que l'axe t reste parallèle à la surface du sol (voir figure 3.1)(Blairon *et al.* [15], [16], [17]).

Dans le cas d'une rupture de pente, le calcul s'effectue dans deux domaines successifs. Supposons connue la solution initiale du domaine 1 (figure 3.1); le calcul est mené jusqu'à la droite l_1 . Pour continuer le calcul dans le domaine 2, il nous faut déterminer la condition initiale pour

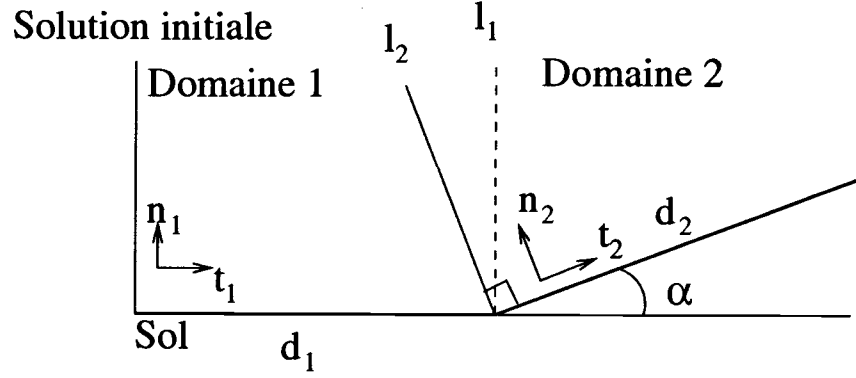


FIG. 3.1 – Domaines de calcul dans le cas d'une pente positive.

ce domaine sur la droite l_2 . On utilise pour ce faire la continuité de la pression acoustique entre les deux domaines. Si l'on appelle $p_1 = \phi_1 e^{ik_0 t_1}$ et $p_2 = \phi_2 e^{ik_0 t_2}$ les pressions respectives dans les zones 1 et 2 du plan, la continuité de la pression le long de l_2 s'écrit:

$$\phi_2(0, n_2) = \phi_1(t_1|_{l_2}, n_1|_{l_2}) e^{ik_0 t_1|_{l_2}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} t_1|_{l_2} = d_1 - n_2 \sin \alpha \\ n_1|_{l_2} = n_2 \cos \alpha \end{cases} \quad (3.1)$$

d_1 est la longueur du premier domaine. Ce champ $\phi_2(0, n_2)$ définit une condition initiale qui autorise le calcul dans le domaine 2.

Dans le cas d'une rupture de pente négative (voir figure 3.2), il est nécessaire de calculer le champ acoustique du domaine 1 sur une longueur plus grande que celle du domaine lui-même. Il doit être connu jusqu'à la droite l_1 afin de pouvoir évaluer le champ initial du deuxième domaine le long de l_2 .

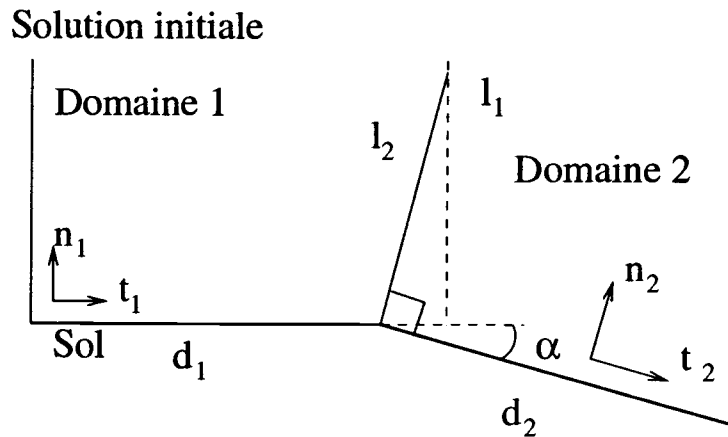


FIG. 3.2 – Domaines de calcul dans le cas d'une pente négative.

Cette méthode peut être étendue à un nombre de domaines supérieur à 2. On pourra ainsi déterminer la propagation d'une onde acoustique au-dessus d'une surface quelconque à la condi-

tion que celle-ci puisse être décomposée en une succession de domaines plans.

La détermination du champ initial pour le deuxième domaine se fait à partir de valeurs calculées dans le premier domaine. Les valeurs $\phi_1(t_1|_{l_2}, n_1|_{l_2})e^{ik_0 t_1|_{l_2}}$ ne coïncident cependant pas nécessairement avec les valeurs du maillage du premier domaine. La solution numérique est d'utiliser une procédure d'interpolation qui, à partir des valeurs sur le maillage, évalue la pression sur n'importe quel point du domaine. Nous utilisons une subroutine utilisant des fonctions de type spline bicubique (voir Press *et al.* [90]).

3.2 Directivité du champ diffracté autour du coin

Dans cette partie, nous donnons la directivité du champ diffracté autour du coin. Cette étude permet d'évaluer la partie rétropropagée du champ acoustique, qui n'est pas prise en compte dans le calcul par succession de domaines. L'évaluation de cette partie rétropropagée nous donnera donc les conditions de validité du code en fonction des paramètres du problème: l'angle de la pente et la fréquence de la source.

3.2.1 Cas montant

Le cas test choisi est une partie plane de 100 mètres suivie d'une partie en pente (angle α)(voir figure 3.3). La partie diffractée du champ acoustique est évaluée sur un arc de cercle C situé à 10 mètres du coin.

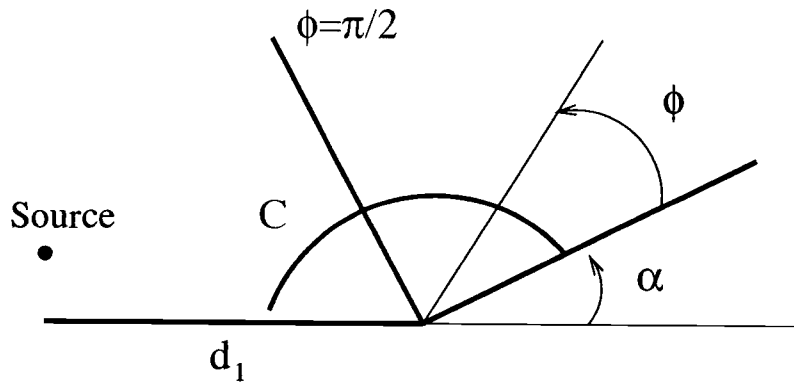


FIG. 3.3 – L'onde acoustique est diffractée par la rupture de pente positive (angle α). Le champ diffracté est évalué le long de l'arc de cercle C situé à 10 m du coin.

Nous avons évalué la grandeur $g_1 = \frac{\int_0^{\pi/2} |p_{diff}|^2 d\phi}{\int_0^{\pi-\alpha} |p_{diff}|^2 d\phi}$ (la valeur de p_{diff} est prise le long de C). Cette grandeur représente la partie de l'énergie du champ diffracté qui est émise dans la direction de la pente (entre $\phi = 0$ et $\phi = \pi/2$). Le complément de cette partie, $1 - g_1$, représente la partie

de l'énergie du champ diffracté qui n'est pas prise en compte dans la méthode par succession de domaines (voir tableau 3.1). L'erreur de la méthode par succession de domaines est donc d'autant plus grande que cette valeur $1 - g_1$ est grande. Dans cette partie, le champ diffracté p_{diff} est évalué avec la formulation de Rasmussen (Eq. 1.12).

Les paramètres que l'on a fait varier sont :

- la fréquence : 500, 1000 et 2000 Hz
- l'angle α : 10, 20, 30 et 40 degrés.

Fréquence (Hz)	500	1000	2000
Pente (degrés)			
10	5.10^{-4}	4.10^{-4}	3.10^{-4}
20	2.10^{-3}	2.10^{-3}	1.10^{-3}
30	5.10^{-3}	4.10^{-3}	3.10^{-3}
40	1.10^{-2}	8.10^{-3}	6.10^{-3}

TAB. 3.1 – *Evaluation du paramètre $1 - g_1$, indicateur de la fraction d'énergie acoustique diffractée rétropropagée, dans le cas montant.*

Dans la gamme de paramètres choisie, les valeurs de $1 - g_1$ nous montrent que la partie rétropropagée du champ diffracté (dans une direction $\phi > \pi/2$) est toujours inférieure à 1 % du champ diffracté total. On constate aussi que cette partie rétropropagée augmente quand la pente augmente ou quand la fréquence baisse. La méthode par succession de domaines sera donc limitée par ces deux facteurs.

On donne ci-après la directivité du champ diffracté $\frac{|p_{diff}(\phi)|^2}{\int_0^{\pi-\alpha} |p_{diff}(\phi)|^2 d\phi} \times 100$ évaluée le long de l'arc de cercle C, à 10 mètres du coin, pour la fréquence de 500 Hz et pour une pente positive d'angle $\alpha=10$ degrés (figure 3.4).

La courbe de directivité montre deux discontinuités dans le champ diffracté le long de la ligne C (figure 3.4). Nous avons vu dans le paragraphe 1.2.1 que les discontinuités du champ diffracté (Eq. 1.11) coïncident avec celles du champ géométrique et sont situées pour une pente positive aux angles : $\phi = \pi + \phi_s - 2\gamma$ et $\phi = \pi - \phi_s$. Dans le cas choisi, $\phi_s = 168.85$ degrés (position de la source) et $\gamma = 170$ degrés ($\gamma = \pi - \alpha = 170$ degrés) ; les discontinuités sont donc situées en $\phi = 8.85$ degrés et en $\phi = 11.15$ degrés. On retrouve bien ces angles sur la figure 3.4. On constate que le lobe contenant l'énergie diffractée est centré sur la valeur $\phi = 10$ degrés égale à l'angle α de la pente ; cette position du lobe au-dessus de la pente est donnée par la formulation analytique (Eq. 1.11). Sur la figure 3.4, on voit que l'énergie diffractée rétropropagée ($\phi > 90$ degrés) est pratiquement nulle ; c'est ce que nous avons calculé dans le tableau 3.1.

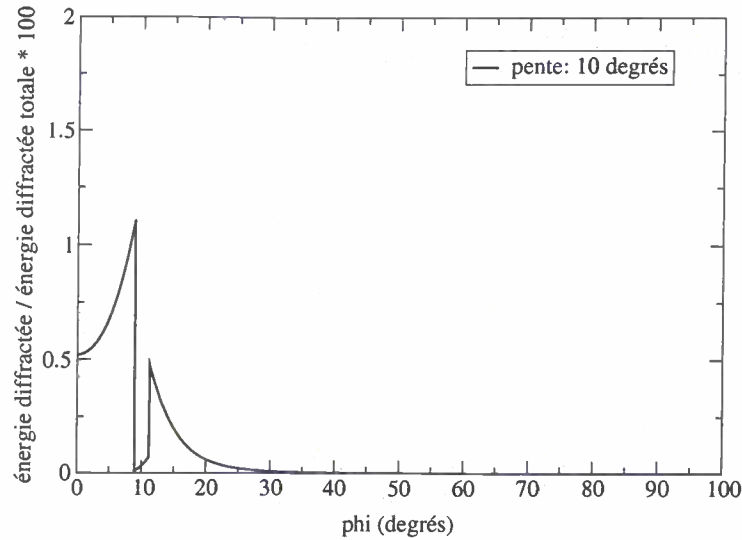


FIG. 3.4 – Directivité du champ diffracté le long de la ligne C située à 10 m du coin pour la fréquence de 500 Hz et pour une pente de 10 degrés.

Sur la figure 3.5 est tracée la directivité du champ diffracté pour d'autres valeurs de l'angle de la pente ($\alpha = 10, 20, 30$ et 40 degrés) pour la fréquence de 500 Hz (à gauche) et de 2000 Hz (à droite).

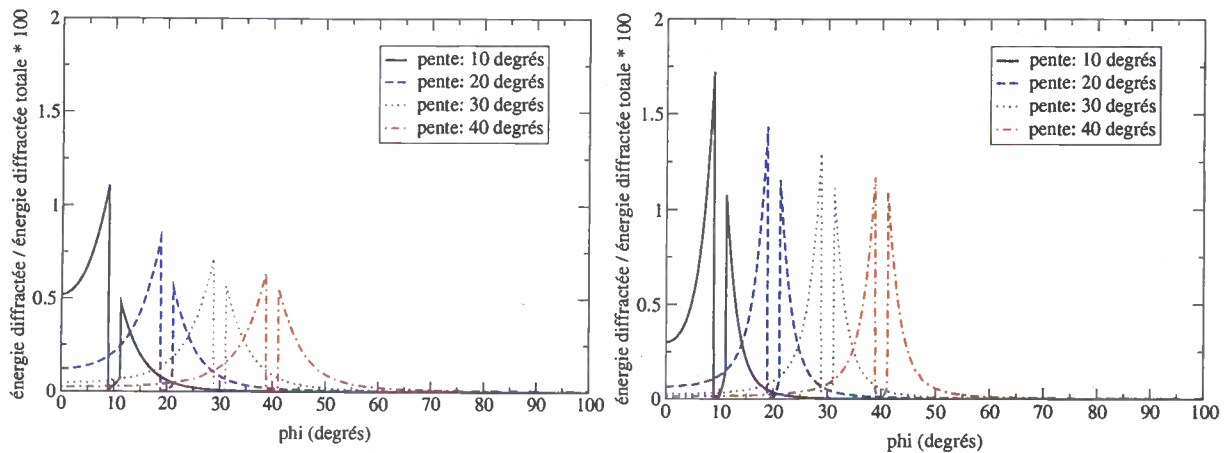


FIG. 3.5 – Directivité du champ diffracté le long de la ligne C située à 10 m du coin pour la fréquence de 500 Hz (à gauche) et de 2000 Hz (à droite).

On constate sur la figure 3.5 que le lobe contenant l'énergie diffractée est centré sur un angle ϕ (par rapport à la pente) égal à l'angle α de la pente. Ainsi, plus l'angle α de la pente est grand, plus l'énergie rétropropagée est importante. L'effet d'une augmentation de la fréquence sur la directivité est le rétrécissement du lobe contenant l'énergie diffractée.

Une deuxième quantité a été évaluée pour quantifier l'erreur introduite quand on utilise la méthode par succession de domaines. Dans cette méthode, le champ initial du domaine 2 est évalué à partir des valeurs du champ du domaine 1 (voir figure 3.1). Le champ initial ne tient donc

pas compte de la diffraction par le coin. Afin d'évaluer si cette approximation est satisfaisante, on a calculé le rapport $r = \frac{\int_{l_2} p_{diff}^2 dn}{\int_{l_2} p_{tot}^2 dn}$ entre l'énergie diffractée et l'énergie acoustique totale le long de la ligne $\phi = \pi/2$ (voir tableau 3.2).

Fréquence (Hz)	500	1000	2000
Pente (degrés)			
10	6.10^{-5}	3.10^{-5}	2.10^{-5}
20	3.10^{-4}	1.10^{-4}	7.10^{-5}
30	6.10^{-4}	3.10^{-4}	2.10^{-4}
40	1.10^{-3}	6.10^{-4}	3.10^{-4}

TAB. 3.2 – Rapport r entre l'énergie diffractée et l'énergie totale le long de $\phi = \pi/2$ dans le cas montant.

Le rapport entre l'énergie diffractée et l'énergie totale le long de $\phi = \pi/2$ reste donc inférieur à 0.1 % pour la gamme de paramètres choisis. Ce rapport augmente avec l'angle de la pente et quand la fréquence baisse. La précision de la méthode décroît donc pour les fortes pentes ou pour les basses fréquences.

3.2.2 Cas descendant

Un cas test similaire est choisi dans le cas de la pente descendante: une partie plane de 100 mètres suivi d'une partie en pente (angle α) (voir figure 3.6).

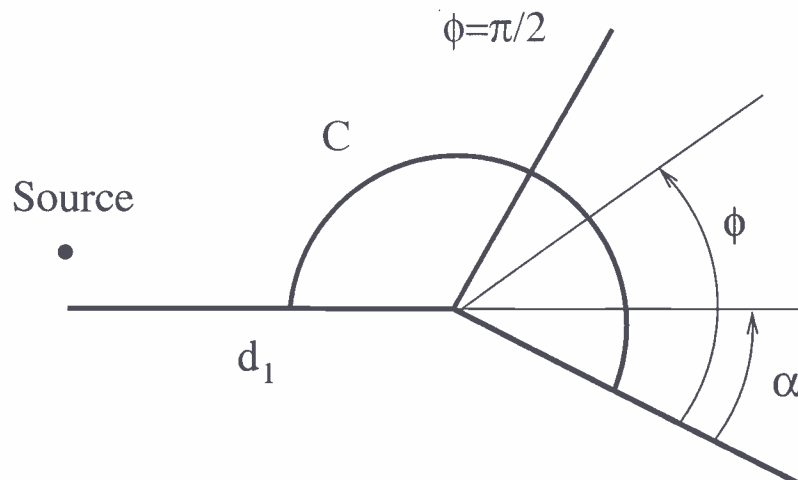


FIG. 3.6 – L'onde acoustique est diffractée par la rupture de pente négative (angle α). Le champ diffracté est évalué le long de l'arc de cercle C situé à 10 mètres du coin.

Nous avons évalué la grandeur $1-g_1$ (avec $g_1 = \frac{\int_0^{\pi/2} |p_{diff}|^2 d\phi}{\int_0^{\pi+\alpha} |p_{diff}|^2 d\phi}$) représentant l'énergie diffractée rétropropagée par rapport à l'énergie diffractée totale (p_{diff} est évaluée le long de la courbe C située à 10 mètres du coin) (voir tableau 3.3).

Fréquence (Hz)	500	1000	2000
Pente (degrés)			
10	5.10^{-4}	3.10^{-4}	3.10^{-4}
20	2.10^{-3}	1.10^{-3}	1.10^{-3}
30	4.10^{-3}	3.10^{-3}	2.10^{-3}
40	8.10^{-3}	6.10^{-3}	5.10^{-3}

TAB. 3.3 – *Evaluation du paramètre $1-g_1$, indicateur de la fraction d'énergie acoustique diffractée rétropropagée, dans le cas descendant.*

On remarque les mêmes comportements pour la quantité $1-g_1$ dans le cas descendant que dans le cas montant: la partie rétropropagée par rapport au champ total reste inférieure à 1 %. C'est pour les pentes fortes et les basses fréquences que la partie rétropropagée est la plus grande.

On donne ci-après la directivité du champ diffracté $\frac{|p_{diff}(\phi)|^2}{\int_0^{\pi+\alpha} |p_{diff}(\phi)|^2 d\phi} \times 100$ évaluée le long de l'arc de cercle C pour la fréquence de 1000 Hz et pour les pentes $\alpha=10, 20, 30$ et 40 degrés (figure 3.7).

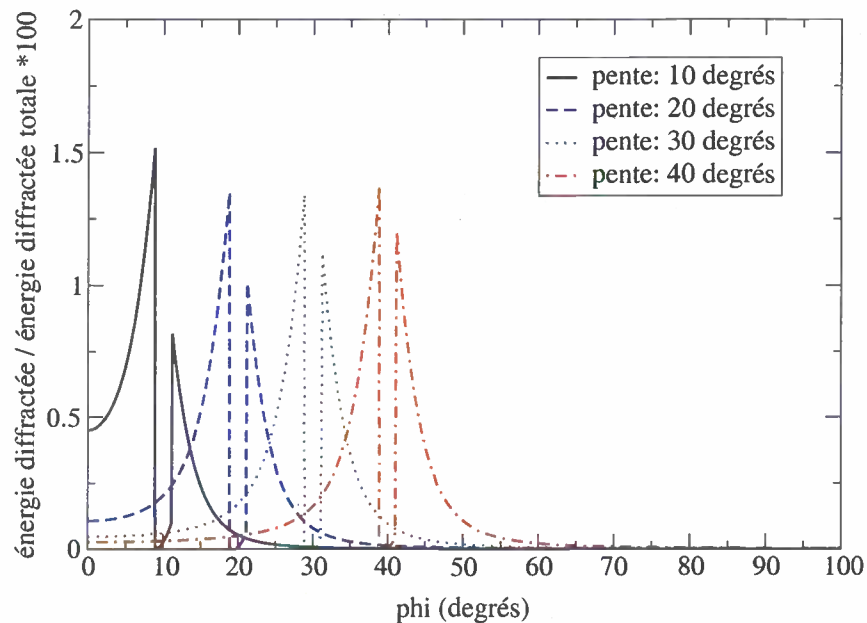


FIG. 3.7 – *Directivité du champ diffracté le long de la ligne C située à 10 m du coin pour la fréquence de 1000 Hz.*

On observe sur la figure 3.7, comme dans le cas de la pente montante, que le lobe contenant l'énergie diffractée est centré sur un angle ϕ égal à l'angle de la pente. Ainsi, la partie rétropro-

pagée augmente quand l'angle de la pente augmente.

Nous avons également évalué le rapport $r = \frac{\int_{l_2} p_{diff}^2 dn}{\int_{l_2} p_{tot}^2 dn}$ entre l'énergie du champ diffracté et l'énergie du champ total le long de la droite $\phi = \pi/2$, pour les mêmes paramètres (voir tableau 3.4).

Fréquence (Hz)	500	1000	2000
Pente (degrés)			
10	2.10^{-5}	1.10^{-5}	5.10^{-6}
20	9.10^{-5}	4.10^{-5}	2.10^{-5}
30	2.10^{-4}	1.10^{-4}	6.10^{-5}
40	5.10^{-4}	3.10^{-4}	1.10^{-4}

TAB. 3.4 – Rapport r entre l'énergie diffractée et l'énergie totale le long de $\phi = \pi/2$ dans le cas descendant.

Dans le cas descendant, le rapport entre l'énergie diffractée et l'énergie totale le long de $\phi = \pi/2$ est inférieur à 0.05 % (voir tableau 3.4).

L'analyse de la directivité du champ diffracté et de son importance par rapport au champ total le long de la ligne $\phi = \pi/2$, dans les cas montants et descendants, nous a montré que le champ diffracté est émis dans la direction de propagation. D'autre part, le rapport entre l'énergie du champ diffracté et le champ total reste inférieur à 0.1% le long de ligne $\phi = \pi/2$ où est évalué le champ initial dans la méthode par succession de domaines.

Ces résultats nous indiquent que l'erreur introduite dans la détermination du champ initial dans la méthode par succession de domaines est faible. On peut donc espérer avoir une solution satisfaisante au-dessus de la pente par la méthode par succession de domaines dans la gamme de paramètres choisie: des angles inférieurs à 40 degrés et des fréquences supérieures à quelques centaines de Hertz.

Dans la partie suivante, nous comparons les niveaux de pression donnés par la méthode par succession de domaines et par les formulations analytiques.

3.3 Comparaison avec un calcul analytique

Dans cette partie, nous cherchons à valider la méthode de succession de domaines exposée précédemment. Nous appliquons cette méthode à un cas où une solution analytique peut être donnée. Ce cas est celui d'une rupture de pente simple (succession de deux domaines) avec une pente positive ou négative. Un calcul de diffraction fournit une solution de référence.

3.3.1 Rupture de pente positive

Les cas définis pour la comparaison sont une partie plane de 60 mètres (d_1) suivie d'une pente de 40 mètres (d_2) (voir figure 1.3). La surface est parfaitement réfléchissante. L'atmosphère est homogène.

Les paramètres que l'on fait varier sont:

- l'angle α de la pente: nous avons fait des calculs pour des angles de 10, 20 et 40 degrés,
- la fréquence de la source: nous avons fait des calculs pour des fréquences de 340 et 2000 Hz.

Les paramètres fixes du calcul sont:

- le maillage: $dx=dz=\lambda/10$,
- la hauteur de la source: $h_s = 2$ mètres.

Dans les calculs, nous sommes amenés à comparer la solution de l'équation parabolique et une solution analytique. Nous n'utilisons pas, sauf lorsque c'est précisé, de niveau de référence à une distance donnée. Les amplitudes calculées correspondent pour la solution de l'équation parabolique à la source gaussienne utilisée (Eq. 2.25): $\phi(0,z) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{k_0^2 z^2}{2}\right)$. Cette condition initiale permet le raccordement en champ lointain avec la solution analytique de l'équation de Helmholtz, dont la solution en 2D s'écrit: $p_{ana}(x,z) = -\frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} \exp\left(-ik_0 r + \frac{i\pi}{4}\right)$.

Nous donnons dans un premier temps des cartographies représentant la répartition de l'amplitude du champ acoustique autour du coin pour la fréquence de 340 Hz et pour des pentes de 10, 20 et 40 degrés (voir figures 3.8, 3.9 et 3.10). Sur chacune de ces cartographies, on donne en haut à gauche le champ géométrique, en haut à droite le champ diffracté et en bas le champ total. Le champ diffracté est calculé avec la formulation de Pierce (voir l'étude bibliographique ou Pierce [86]).

Les cartographies (3.8, 3.9 et 3.10) donnent des informations qualitatives sur le champ acoustique autour du coin. Le champ diffracté est d'un niveau inférieur au champ géométrique (environ 20 pourcents) et il est émis dans la direction de propagation.

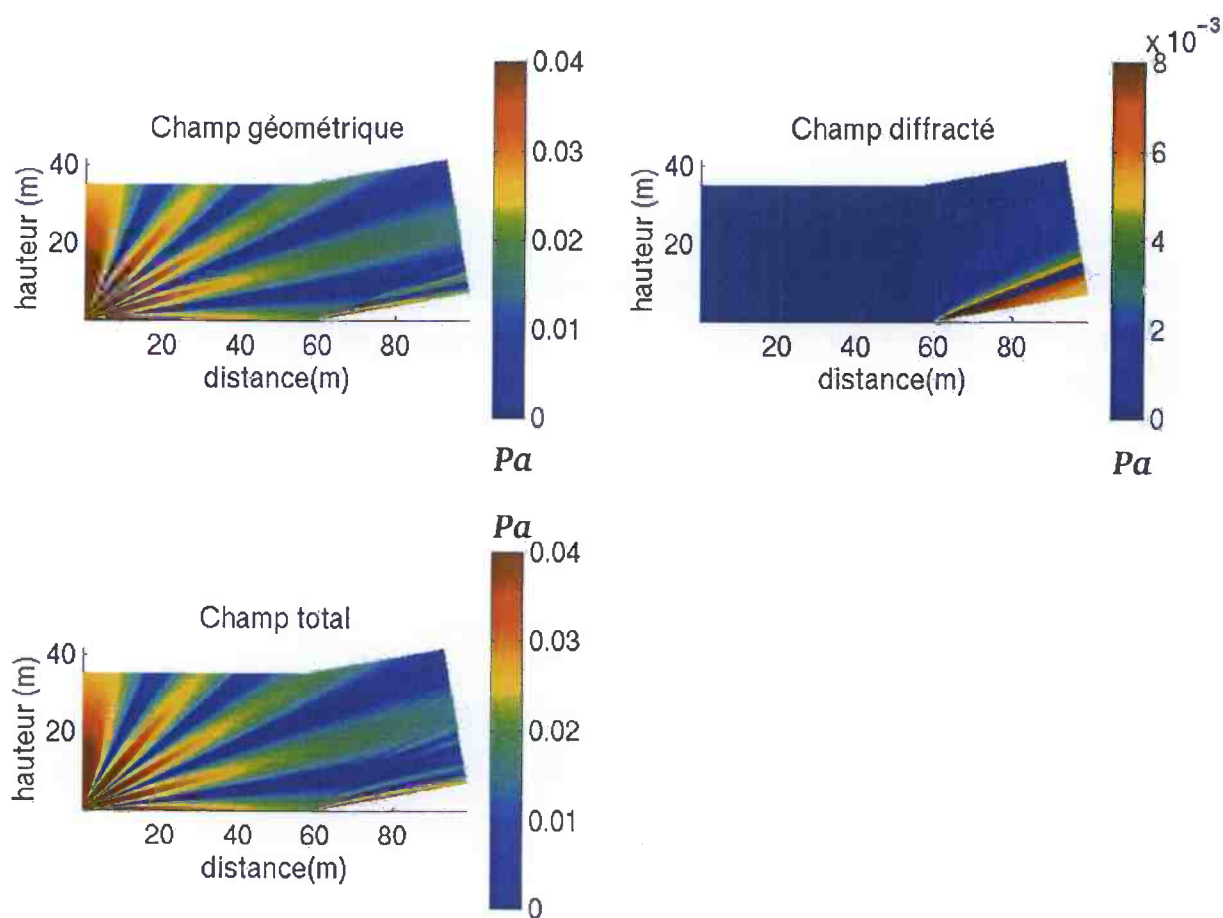
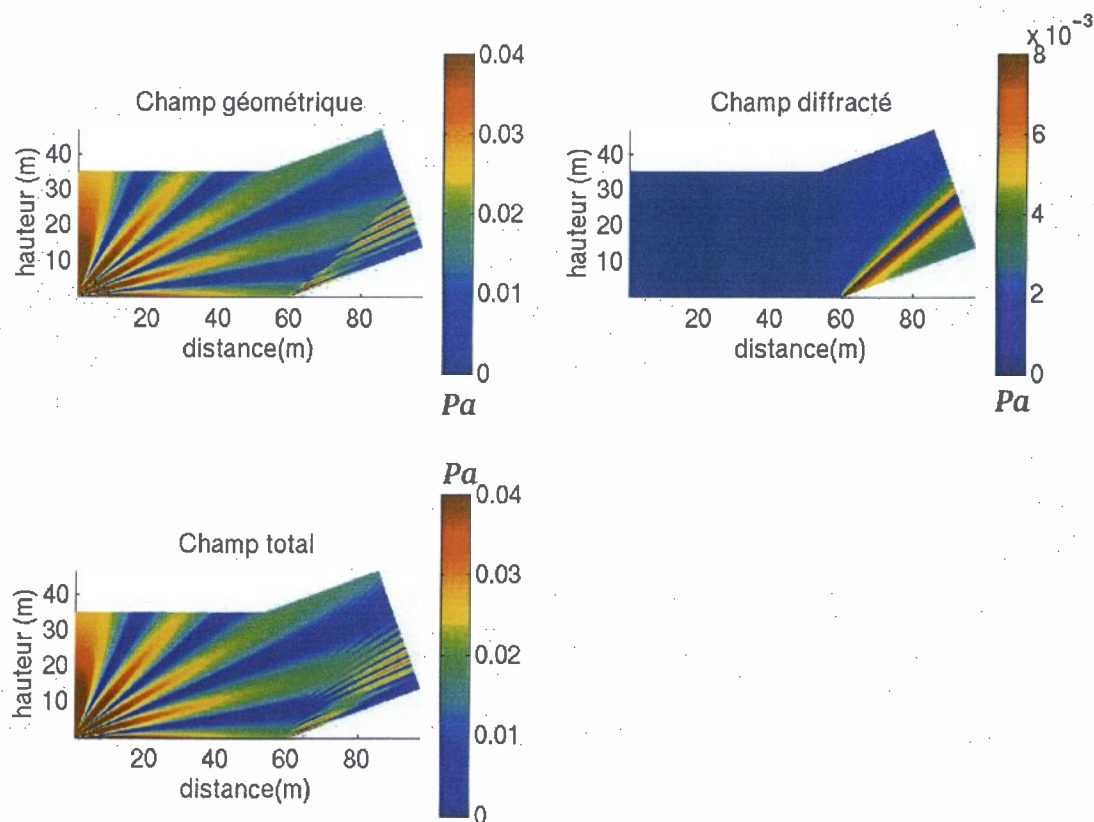
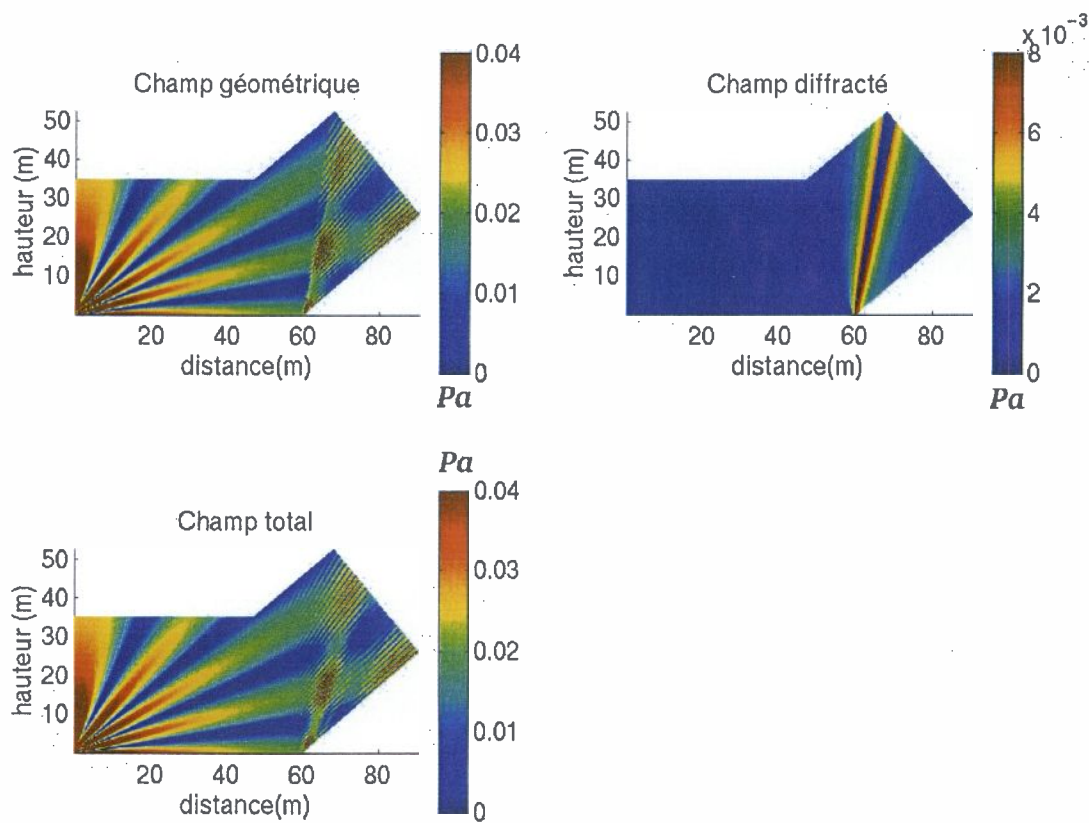


FIG. 3.8 – Les différentes contributions du champ de pression: le champ géométrique (en haut à gauche) et le champ diffracté (en haut à droite). Le champ total est donné en bas. Les paramètres du problème sont une source de 340 Hz et un angle de 10 degrés.

FIG. 3.9 - $f = 340$ Hz et $\alpha = 20$ degrés.FIG. 3.10 - $f = 340$ Hz et $\alpha = 40$ degrés.

Nous donnons sur le même cas test (fréquence de 340 Hz et pentes de 10, 20 et 40 degrés) les cartographies donnant la répartition de l'amplitude de pression calculée par la méthode de succession de domaines utilisant l'équation parabolique (p_{ep}) (cartographies intitulées *Equation parabolique* sur la figure 3.11). Ces cartographies sont à comparer avec celles des figures 3.8, 3.9 et 3.10 intitulées *Champ total* et représentant la solution calculée avec la formulation analytique. Sur ces cartographies, l'unité utilisée est le Pascal. On donne aussi une visualisation de la validité de la méthode par succession de domaines en représentant la différence du logarithme des amplitudes de pression calculées par cette méthode et par la solution analytique ($20 \log(p_{ana}/p_{ep})$). (cartographies intitulées *Estimation de l'erreur* sur la figure 3.11).

Les cartographies (figure 3.11) montrent la zone de validité de la méthode par succession de domaines dans l'évaluation de la répartition de la pression acoustique autour d'un coin. On remarque en premier lieu que la validité de la méthode utilisant l'équation parabolique est limitée à un certain cône autour de la direction principale de propagation. Cette limitation angulaire est due à la forme de la condition initiale utilisée dans le calcul (gaussienne) et au développement de l'opérateur de propagation. Ce qui nous intéresse particulièrement est la zone après la rupture de pente et près du sol. La différence des logarithmes de l'amplitude de pression après la rupture de pente reste inférieure à la valeur de 1 dB pour les pentes de 10 et 20 degrés et de 2 dB pour la pente de 40 degrés pour la région située près du sol.

Afin d'avoir une estimation plus quantitative de la précision de la méthode de succession de domaines, nous avons tracé, toujours sur le même cas test (fréquence de 340 Hz et pentes de 10, 20 et 40 degrés), l'amplitude de la pression sur la ligne l_c perpendiculaire à la pente et à 40 mètres du coin (voir figure 3.12). γ est l'angle intérieur du coin.

L'amplitude de pression est calculée analytiquement (champ géométrique et champ total) et par la méthode par succession de domaines (voir les figures 3.13 (a), (b) et (c)).

Les courbes tracées sur les figures 3.13 (a), (b) et (c) montrent la validité de la méthode par succession de domaines pour des pentes de 10, 20 et 40 degrés. Nous avons tracé en vert l'amplitude de pression calculée analytiquement pour la partie purement géométrique du champ acoustique et en rouge l'amplitude de pression composée du champ géométrique et du champ diffracté. La différence de ces deux courbes met en évidence la partie diffractée du champ de pression. Les courbes obtenues avec l'équation parabolique (carrés noirs et cercles bleus) montrent en particulier que la méthode par succession de domaines donne accès à la partie diffractée du champ acoustique. La méthode par succession de domaines est limitée par l'angle d'ouverture de l'équation parabolique, déterminé par le développement de l'opérateur de propagation et l'angle de validité de la source; il est donc normal que la comparaison entre la méthode par succession de domaines et la solution analytique soit moins bonne pour les hauteurs élevées et pour les pentes

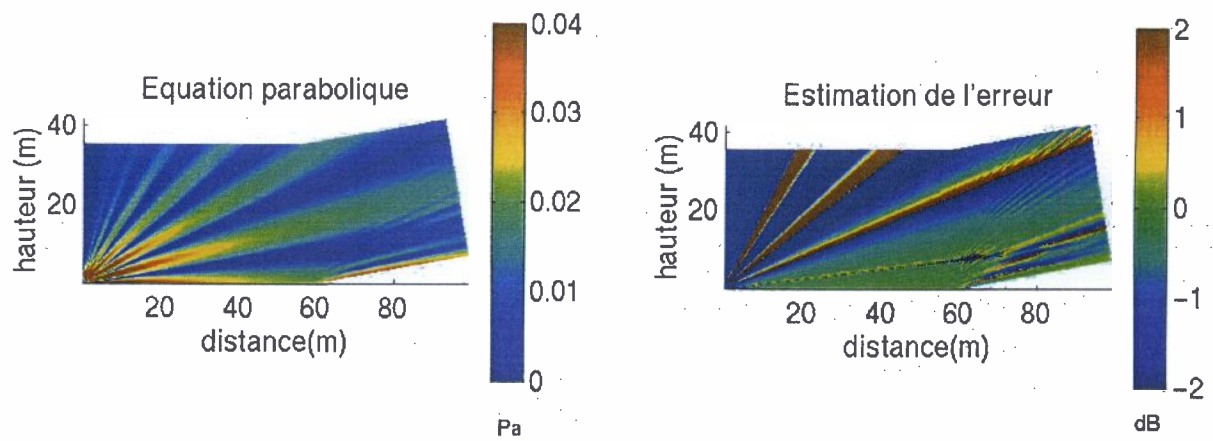
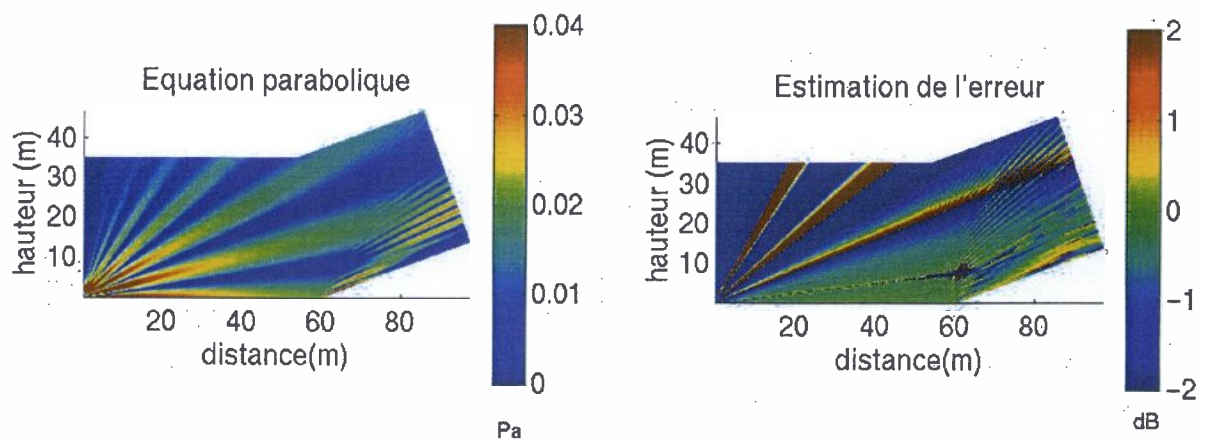
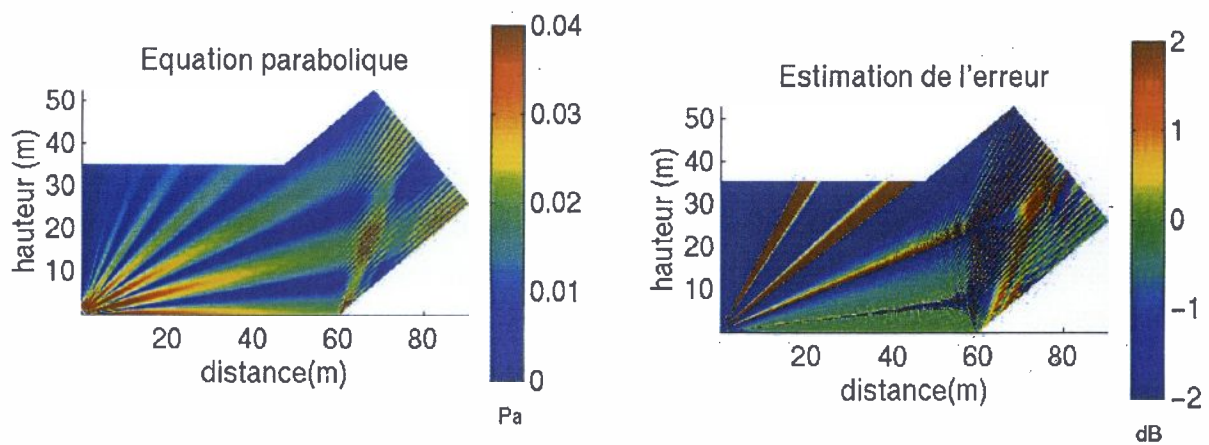
(a) $\alpha = 10^\circ$ (b) $\alpha = 20^\circ$ (c) $\alpha = 40^\circ$

FIG. 3.11 – Champ de pression calculé avec la méthode de succession de domaines pour différents angle de pente (à gauche) et différence de niveau par rapport à la solution analytique (à droite). La fréquence est 340 Hz.

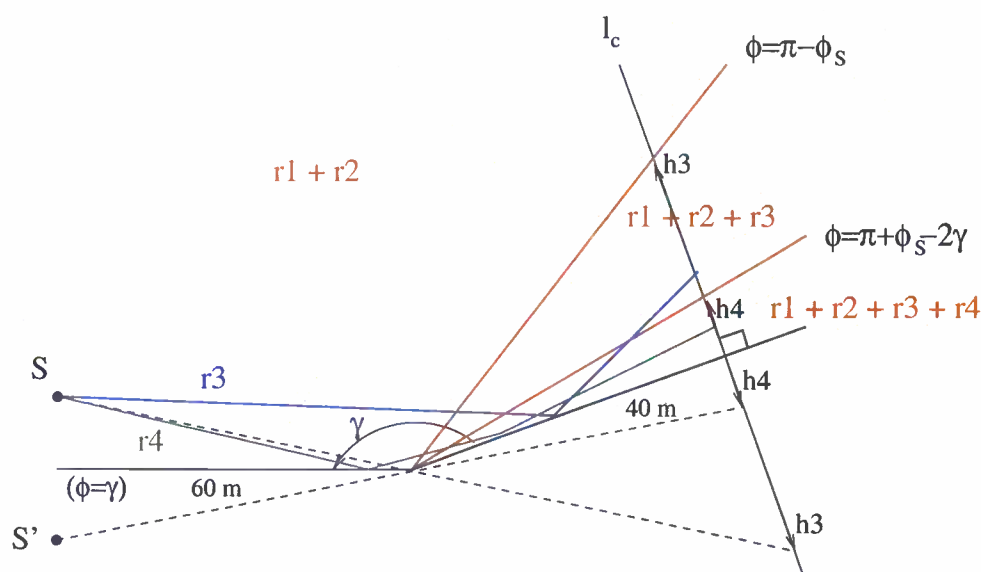


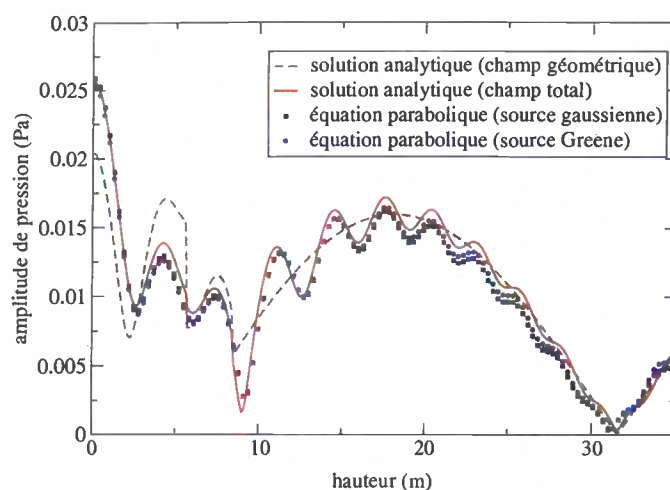
FIG. 3.12 – Description en terme de rayons de la propagation au-dessus d'un coin. Les rayons direct et réfléchi $r1$ et $r2$ contribuent à p tout le long de l_c ; $r3$ contribuent à p jusqu'à la hauteur $h3$ et $r4$ jusqu'à la hauteur $h4$. Distance de propagation: 60 m + 40 m.

fortes. Afin d'augmenter l'angle de validité de la solution, nous avons testé l'équation parabolique avec une source de Greene. Nous constatons que l'utilisation d'une source de Greene à la place d'une source gaussienne améliore légèrement l'angle de validité de la solution.

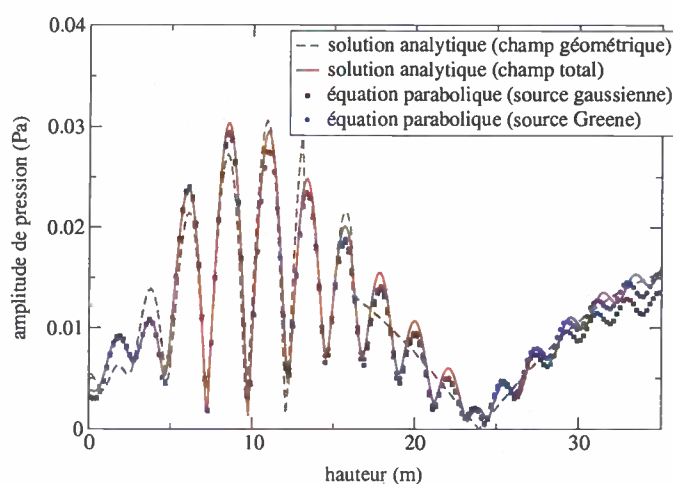
Nous donnons sur les figures suivantes 3.14 (a), (b) et (c) l'amplitude de la pression sur la ligne l_c perpendiculaire à la pente et à 40 mètres du coin (voir figure 1.3) pour la fréquence de 2000 Hz (pentes de 10, 20 et 40 degrés). L'amplitude de pression est calculée analytiquement (champ géométrique et champ total) et par la méthode par succession de domaines.

Les figures 3.14 (a), (b) et (c) nous montrent que la précision de la méthode par succession de domaines est également satisfaisante à haute fréquence (2000 Hz) pour des pentes jusqu'à 40 degrés.

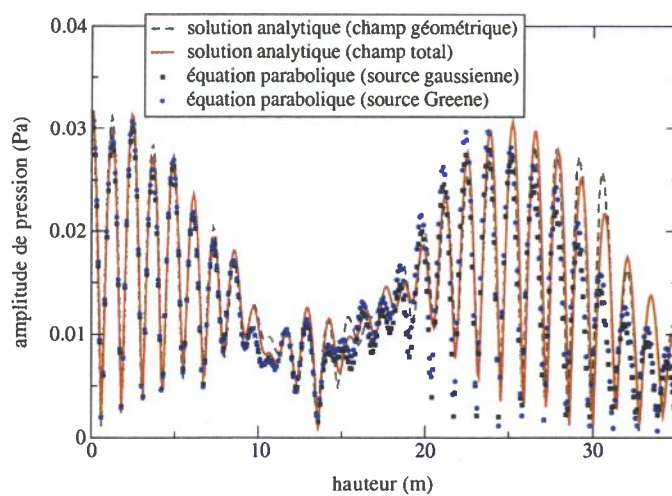
Le cas test de la figure 3.12 est utilisé à nouveau pour évaluer la validité de la méthode par succession de domaines dans un cas où la source acoustique est placée plus près de la rupture de pente (20 m) et plus près du sol (1 m). Ce cas est plus difficile pour la validation car la solution donnée par l'équation parabolique dont la validité est limitée avec un angle d'une vingtaine de degrés ne pourra donner une comparaison satisfaisante avec la solution analytique que sur une faible hauteur au-dessus du sol. La gamme de paramètres testée est la suivante: fréquences de 340 Hz (figure 3.15) et 2000 Hz (figure 3.16) et pentes de 10, 20 et 30 degrés. Notons qu'avec une source placée à 20 mètres du sol, il n'est pas possible de calculer le champ de pression pour une pente de 40 degrés avec la méthode par succession de domaines; dans la détermination du



(a) Pente: 10 degrés.

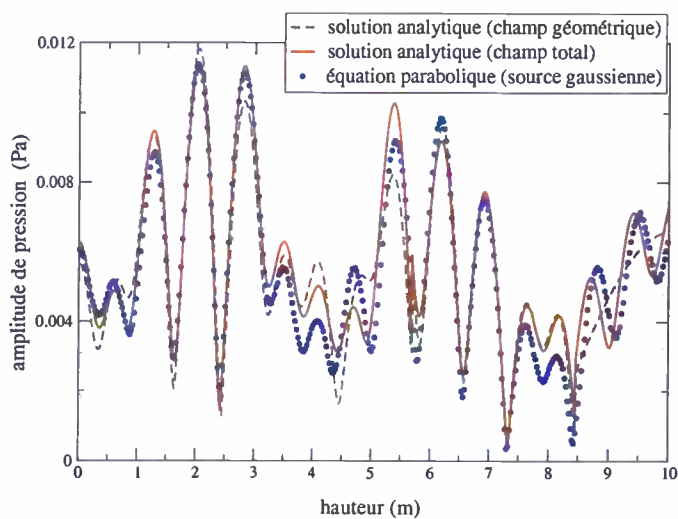


(b) Pente: 20 degrés.

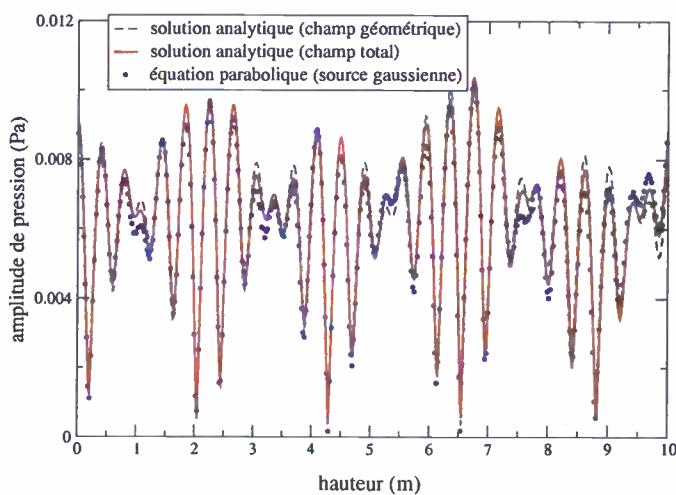


(c) Pente: 40 degrés.

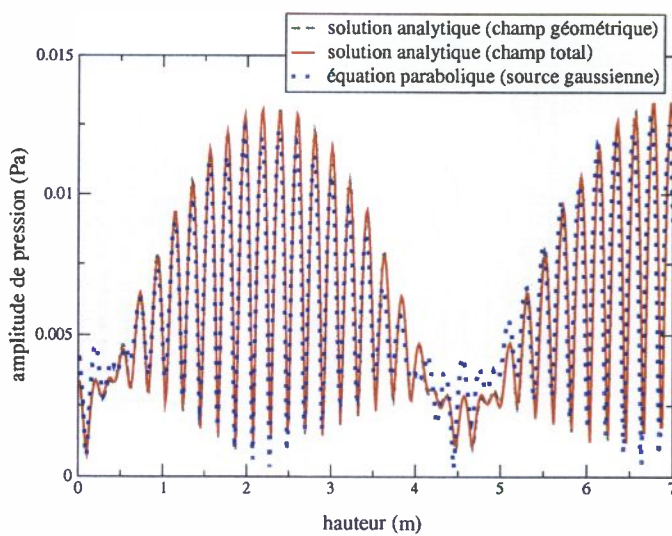
FIG. 3.13 – Amplitude de pression le long de l_c calculée par trois méthodes. Source: 340 Hz. Distance: 60 m+40 m.



(a) Pente: 10 degrés.



(b) Pente: 20 degrés.



(c) Pente: 40 degrés.

FIG. 3.14 – Amplitude de pression le long de l_c calculée par trois méthodes. Source: 2000 Hz. Distance: 60 m+40 m.

champ initial pour le domaine 2, la ligne l_2 n'est plus incluse dans le premier domaine de calcul (voir la figure 3.1). Nous nous limiterons donc à une pente maximum de 30 degrés. Les niveaux d'amplitude de la pression sont calculés sur une ligne perpendiculaire à la pente et à 30 mètres du coin.

La comparaison entre les résultats donnés par la méthode par succession de domaines et la solution analytique (ligne rouge) est très bonne dans le cas où la source acoustique est placée près de la rupture de pente (20 mètres) (figure 3.15). Comme nous l'avions remarqué dans le cas test précédent, la méthode par succession de domaines (carrés noirs et cercles bleus) permet de calculer la contribution du terme de diffraction du champ acoustique. Cette partie est non négligeable dans le cas d'une rupture de pente et correspond à la différence entre le champ total et le champ géométrique (en pointillés verts). Dans ce cas test, la ligne où est évaluée l'amplitude de pression est relativement près de la source (environ 50 longueurs d'ondes). Il est donc normal de constater une limitation de la validité de la solution avec l'équation parabolique avec la hauteur, surtout pour une pente élevée (30 degrés). L'utilisation de la source de Greene, permettant d'augmenter la validité angulaire de la solution, est utile dans ce cas (voir en particulier la figure 3.15 (b)).

Pour une source placée près du coin (20 mètres) et émettant à la fréquence de 2000 Hz, la méthode par succession de domaine donne des résultats très satisfaisants pour des hauteurs jusqu'à 12 mètres au-dessus du sol (voir figure 3.16).

3.3.2 Rupture de pente négative

Nous testons dans cette partie la validité du code par succession de domaines dans le cas d'une pente négative (voir figure 3.17). Les cas de comparaison choisis sont similaires à ceux choisis dans le cas du rupture de pente positive: une partie plane de 60 mètres suivie d'une pente de 40 mètres. Les surfaces sont parfaitement réfléchissantes.

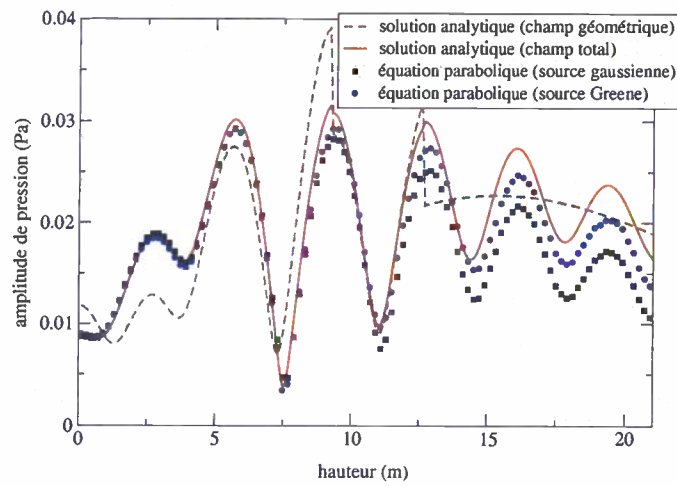
Les paramètres que l'on fait varier sont:

- l'angle α de la pente: nous avons fait des calculs pour des angles de 10, 20 et 40 degrés,
- la fréquence de la source: nous avons fait des calculs pour des fréquences de 340 et 2000 Hz.

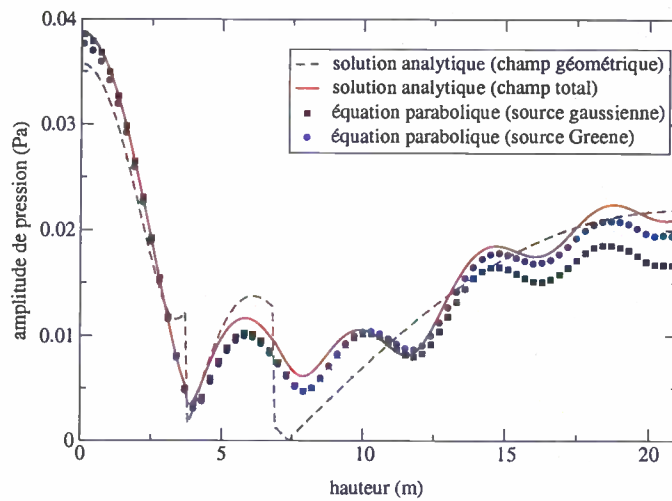
Les paramètres fixes du calcul sont:

- le maillage: $dx=dz=\lambda/10$,
- la hauteur de la source: $h_s = 2$ mètres.

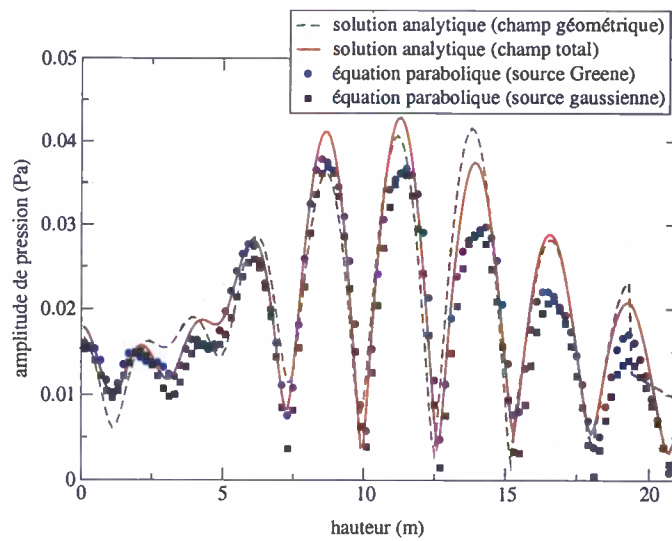
Dans les calculs, nous sommes amenés à comparer la solution de l'équation parabolique et une solution analytique. Nous n'utilisons pas, sauf lorsque c'est précisé, de niveau de référence à une distance donnée. Les amplitudes calculées correspondent pour la solution de l'équation pa-



(a) Pente: 10 degrés.

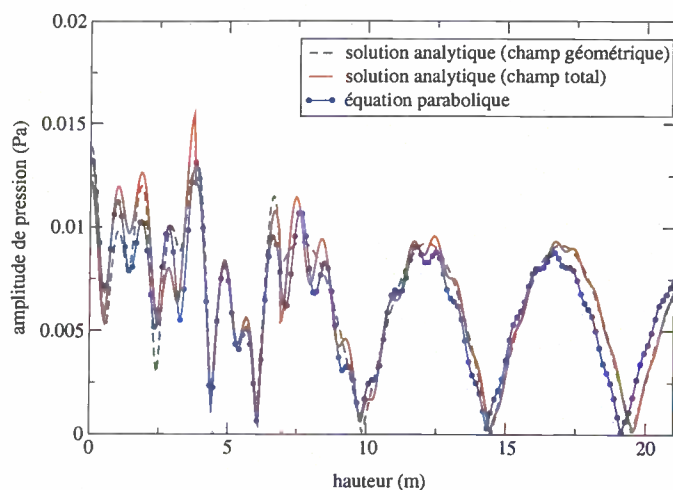


(b) Pente: 20 degrés.

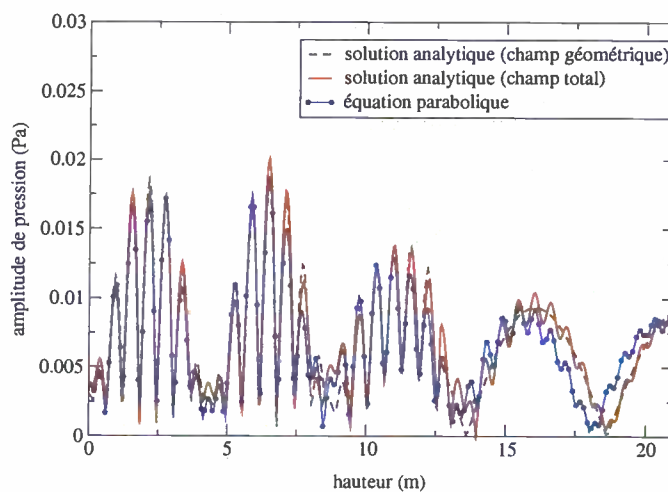


(c) Pente: 30 degrés.

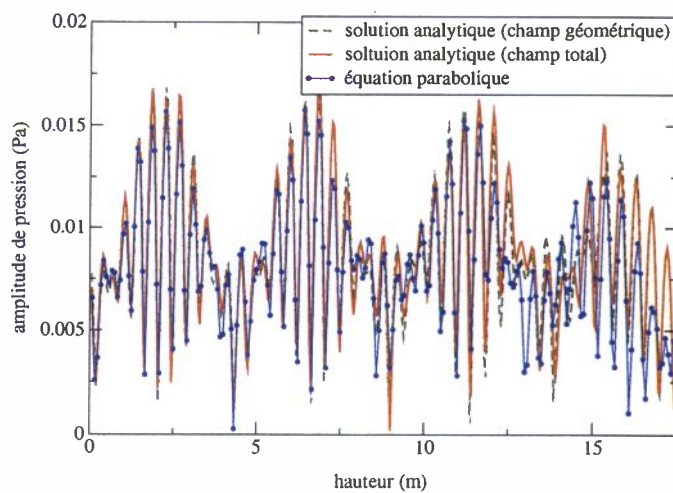
FIG. 3.15 – Amplitude de pression le long de l_c calculée par trois méthodes. Source: 340 Hz. Distance: 20 m+30 m.



(a) Pente: 10 degrés.



(b) Pente: 20 degrés.



(c) Pente: 30 degrés.

FIG. 3.16 – Amplitude de pression le long de l_c calculée par trois méthodes. Source: 2000 Hz. Distance: 20 m+30 m.

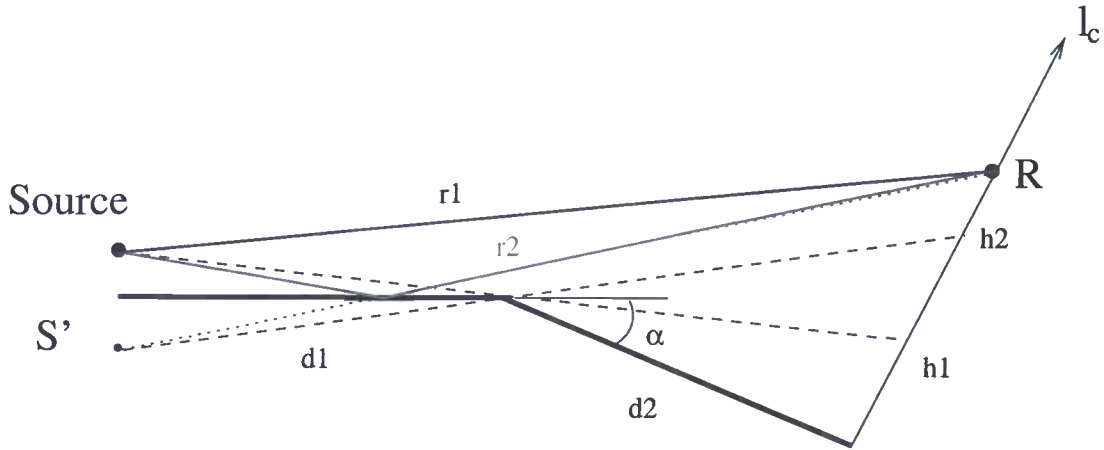


FIG. 3.17 – Représentation schématique du cas test pour la propagation d'une onde acoustique au-dessus d'une pente descendante.

rabolique à la source gaussienne utilisée (Eq. 2.25): $\phi(0,z) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{k_0^2 z^2}{2}\right)$. Cette condition initiale permet le raccordement en champ lointain avec la solution analytique de l'équation de Helmholtz, dont la solution en 2D s'écrit: $p_{ana}(x,z) = -\frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} \exp\left(-ik_0 r + \frac{i\pi}{4}\right)$.

Nous donnons dans un premier temps des cartographies représentant la répartition de l'amplitude du champ acoustique autour du coin pour la fréquence de 340 Hz et pour des pentes de 10, 20 et 40 degrés (voir figures 3.18, 3.19 et 3.20). Sur chacune de ces cartographies, on donne en haut à gauche le champ géométrique, en haut à droite le champ diffracté et en bas le champ total. Le champ diffracté est calculé avec la formulation de Pierce (voir l'étude bibliographique ou Pierce [86]).

Les cartographies (3.18, 3.19 et 3.20) nous montrent que la partie diffractée du champ acoustique n'est pas négligeable par rapport à la partie géométrique. Le champ diffracté est particulièrement intense au niveau de la frontière entre la zone insonifiée par le champ géométrique et la zone d'ombre. Dans la zone d'ombre, seule la partie diffractée du champ est non nulle.

Nous donnons sur le même cas test (fréquence de 340 Hz et pentes de 10, 20 et 40 degrés) les cartographies donnant la répartition de l'amplitude de pression calculée par la méthode de succession de domaines utilisant l'équation parabolique. On donne aussi une visualisation de la validité de la méthode par succession de domaines en représentant la différence des logarithmes des amplitudes de pression calculées par cette méthode et par la solution analytique ($20 \log(p_{ana}/p_{ep})$). Ces cartographies sont tracées sur la figures 3.21.

La cartographie 3.21 montre la zone de validité de la méthode par succession de domaines dans l'évaluation de la répartition de la pression acoustique autour d'un coin. On remarque en premier lieu que la validité de la méthode utilisant l'équation parabolique est limitée à un cer-

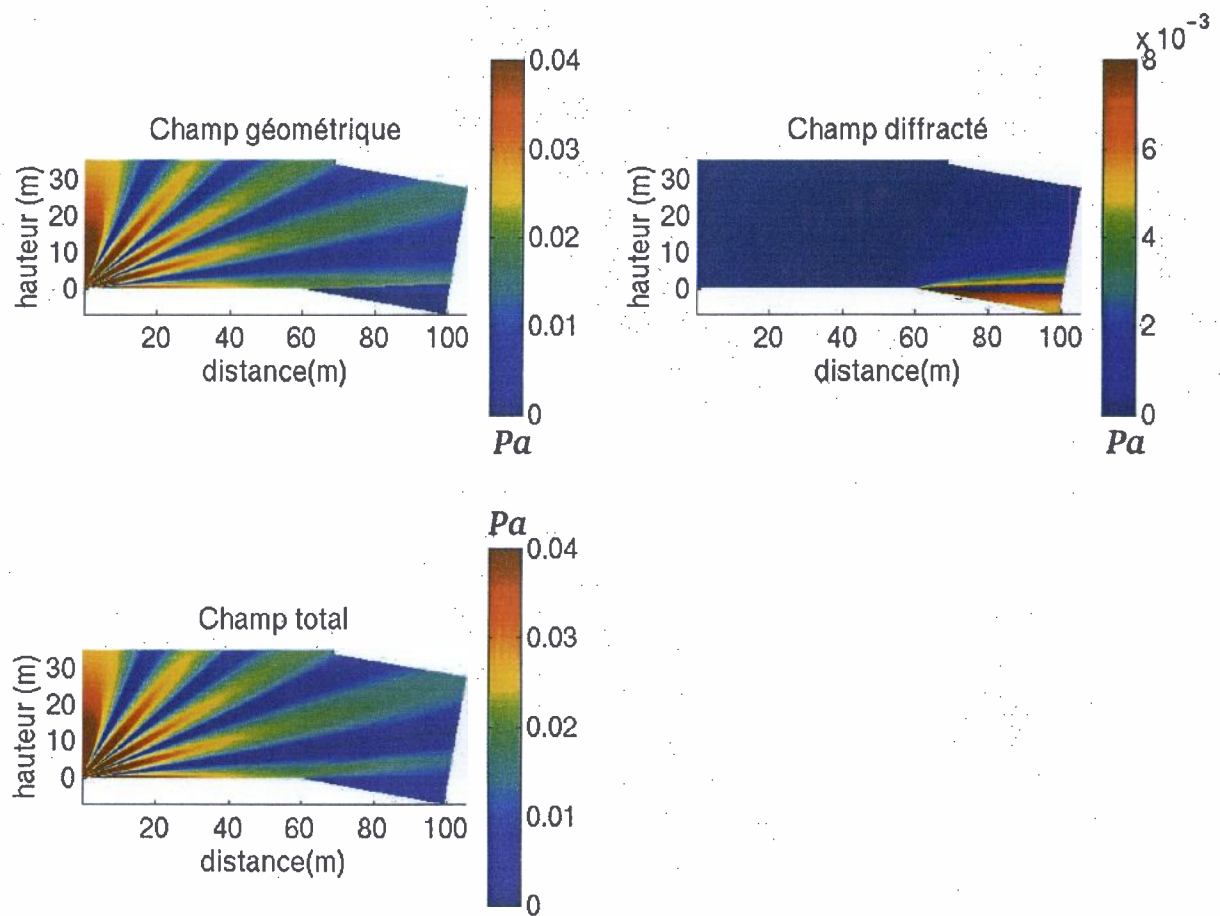
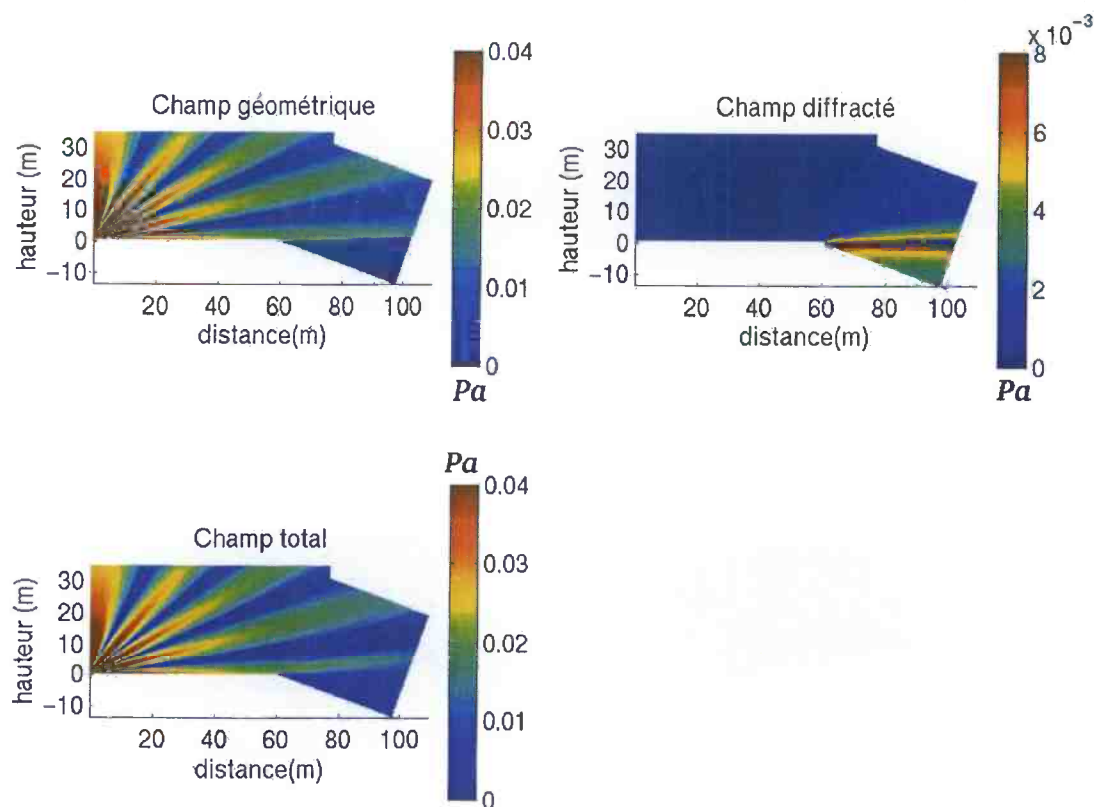
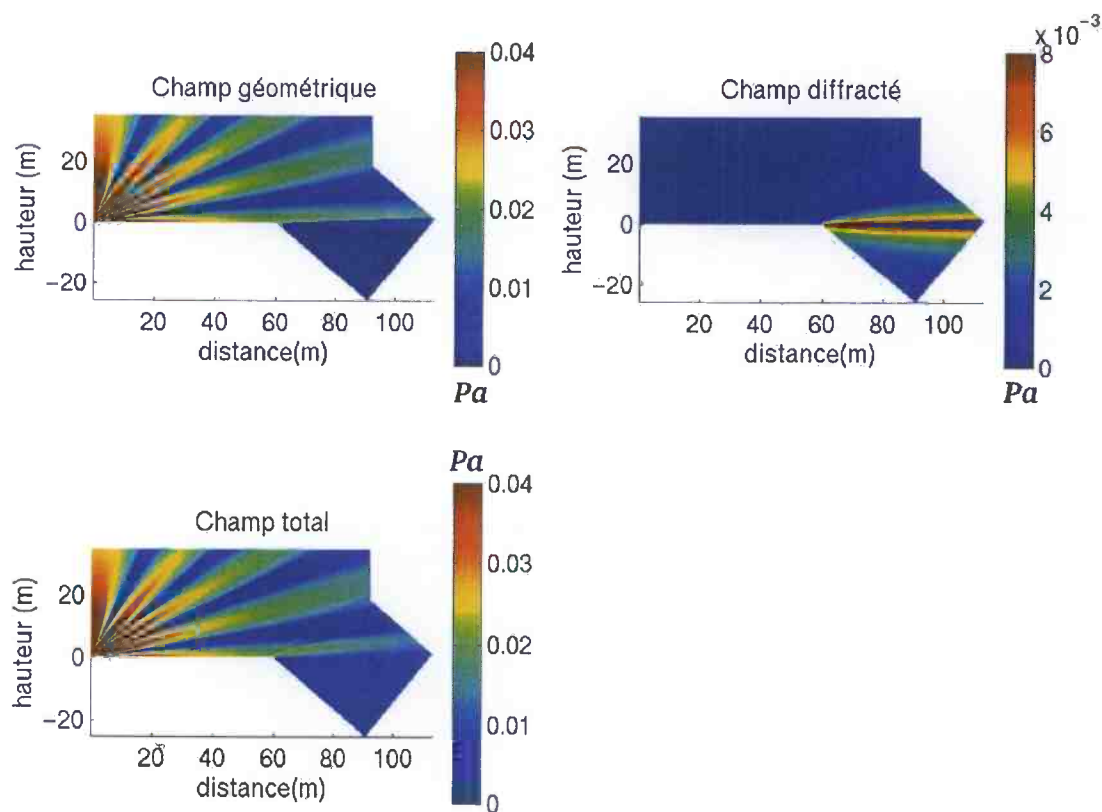


FIG. 3.18 – Les différentes contributions du champ de pression: le champ géométrique (en haut à gauche) et le champ diffracté (en haut à droite). Le champ total est donné en bas. Les paramètres du problème sont une source de 340 Hz et un angle de 10 degrés.

FIG. 3.19 – $f = 340$ Hz et $\alpha = 20$ degrés.FIG. 3.20 – $f = 340$ Hz et $\alpha = 40$ degrés.

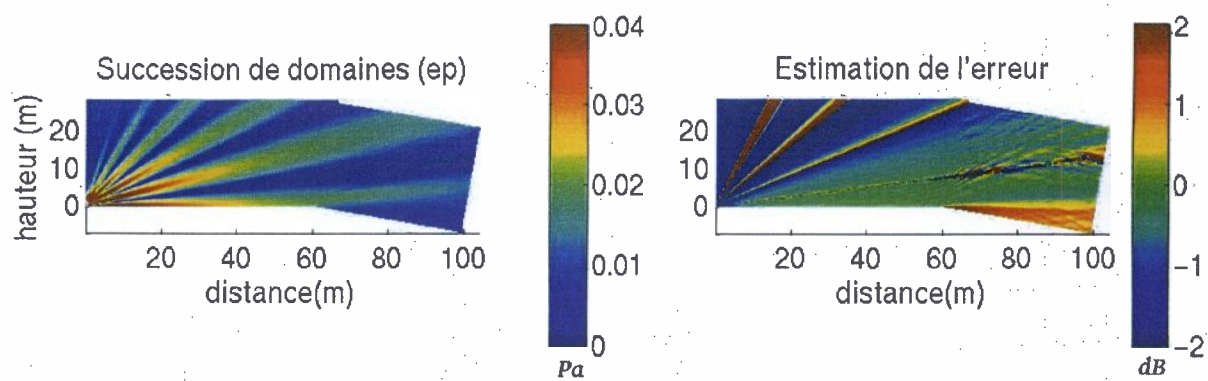
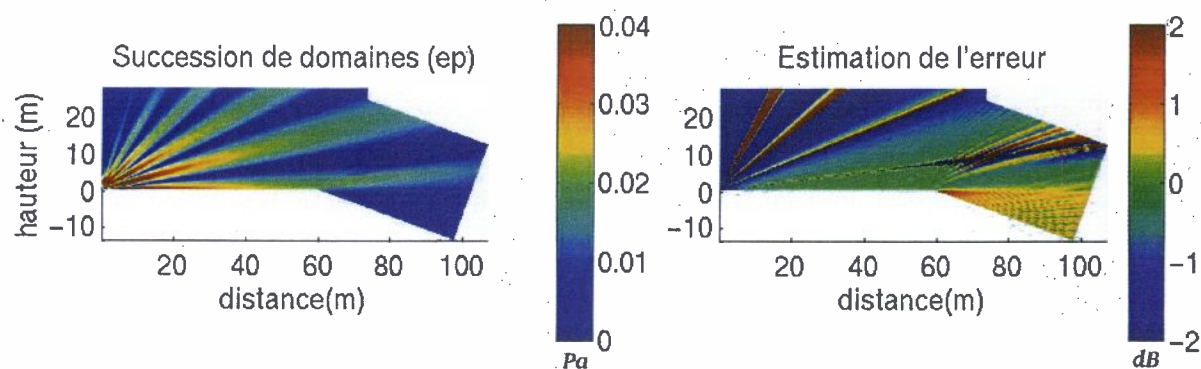
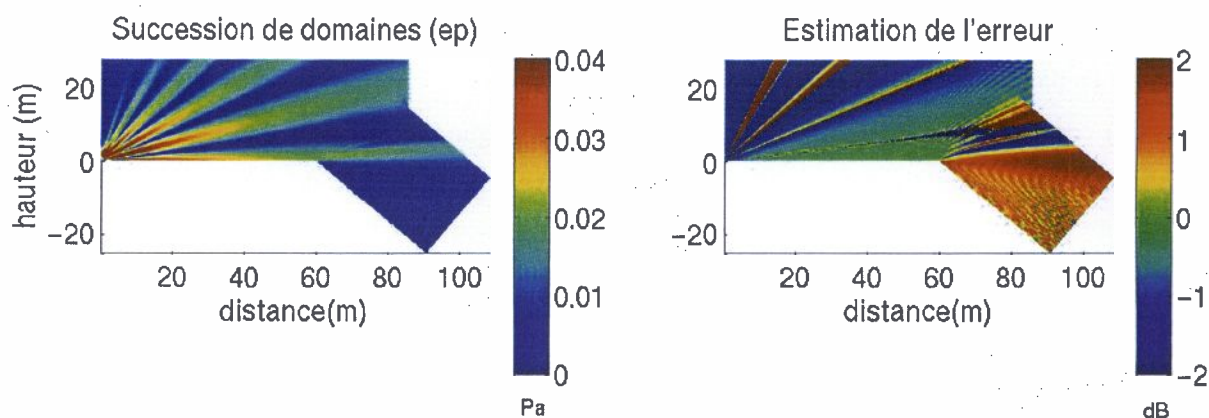
(a) $\alpha = 10^\circ$ (b) $\alpha = 20^\circ$ (c) $\alpha = 40^\circ$

FIG. 3.21 – Champ de pression calculé avec la méthode de succession de domaines pour différents angle de pente (à gauche) et différence de niveau par rapport à la solution analytique (à droite). La fréquence est 340 Hz.

tain cône autour de la direction principale de propagation. Cette limitation angulaire est due à la forme de la condition initiale utilisée dans le calcul (gaussienne) et au développement de l'opérateur de propagation. Ce qui nous intéresse particulièrement est la zone après la rupture de pente et près du sol. Les cartographies représentant la différence en dB de la pression calculée par la solution de référence et par la méthode utilisant l'équation parabolique montre que cette différence reste inférieure à la valeur de 1 dB pour les pentes de 10 et 20 degrés et de 2 dB pour la pente de 40 degrés.

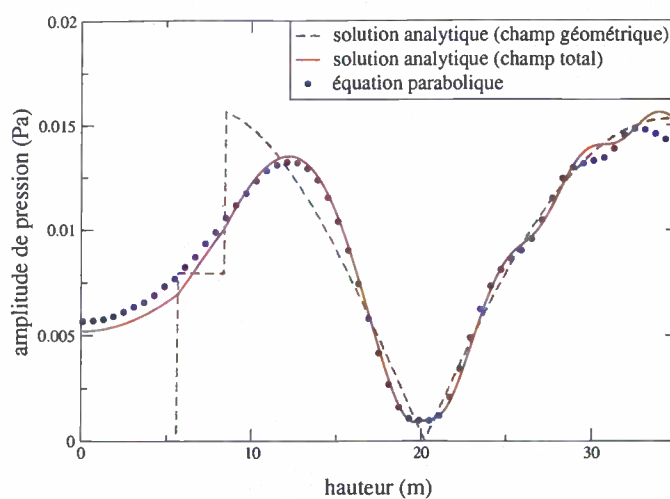
Nous avons également tracé, toujours sur le même cas test (fréquence de 340 Hz et pentes de 10, 20 et 40 degrés), l'amplitude de la pression sur la ligne l_c perpendiculaire à la pente et à 40 mètres du coin (voir figure 3.17). L'amplitude de pression est calculée analytiquement (champ géométrique et champ total) et par la méthode par succession de domaines (voir figure 3.22). La source utilisée pour l'équation parabolique est la source de forme gaussienne.

Les courbes tracées sur la figure 3.22 montrent la validité de la méthode par succession de domaines pour des pentes de 10, 20 et 40 degrés. Les courbes montrent en particulier que la méthode par succession de domaines donne accès à la partie diffractée du champ acoustique. La méthode par succession de domaines montre une limite avec la pente: la solution de la méthode par succession de domaines s'éloigne de la solution analytique avec la hauteur pour une pente de 40 degrés (figure 3.22 (c)).

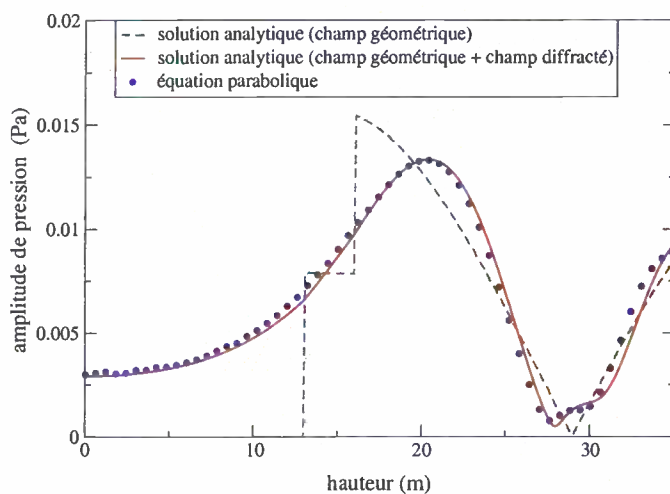
Nous donnons sur la figure 3.23 une validation du modèle dans le cas d'une fréquence élevée (2000 Hz). Le cas test est toujours le même (pentes de 10, 20 et 40 degrés). Nous traçons l'amplitude de la pression sur la ligne l_c perpendiculaire à la pente et à 40 mètres du coin (voir figure 3.17). L'amplitude de pression est calculée analytiquement (champ géométrique et champ total) et par la méthode par succession de domaines.

La comparaison du modèle avec la solution analytique sur la figure 3.23 est satisfaisante. Le modèle donne accès au champ diffracté. On constate que les limites du modèle sont données par la pente et par la hauteur d'observation. Ces limites sont dues à l'approximation parabolique et à l'erreur introduite dans l'estimation du champ initial pour le deuxième domaine dans la méthode par succession de domaines.

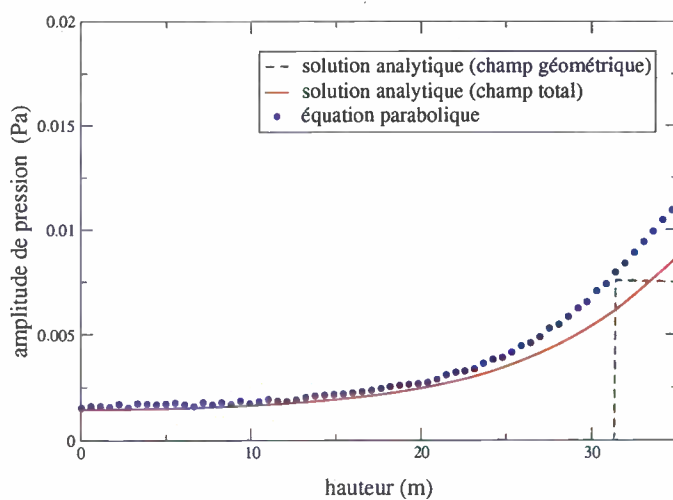
Les expériences numériques sur les cas tests de la rupture de pente positive et négative nous ont montré un comportement satisfaisant du modèle par rapport à la solution analytique. Les cas tests permettent de donner des conclusions sur la validité du modèle. Le modèle donne des résultats satisfaisants pour des pentes positives ou négatives jusqu'à 40 degrés et pour des fréquences entre 340 et 2000 Hz. Lorsqu'on est dans le cône de validité de l'équation parabolique, l'erreur par rapport à la solution analytique ne dépasse pas 1 dB pour des pentes inférieures à 20 degrés.



(a) Pente: 10 degrés.

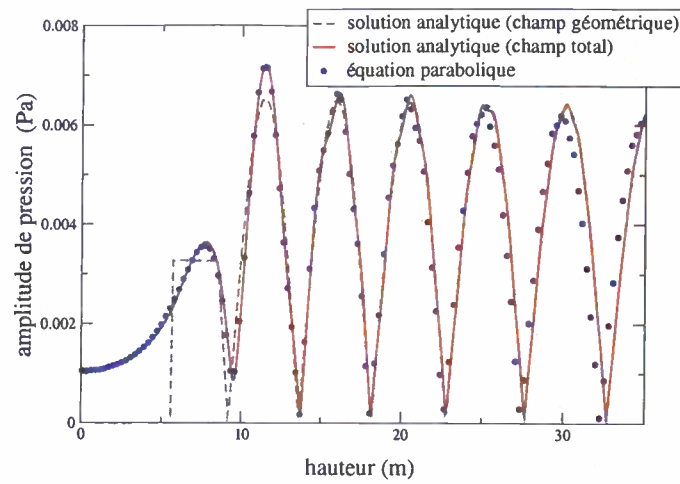


(b) Pente: 20 degrés.

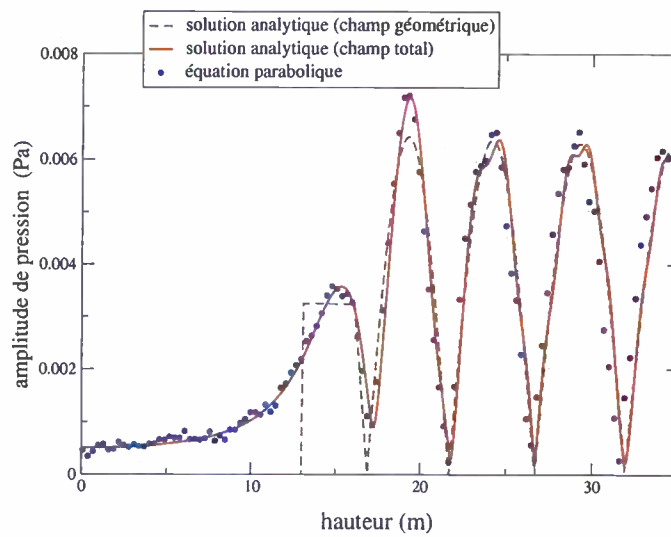


(c) Pente: 40 degrés.

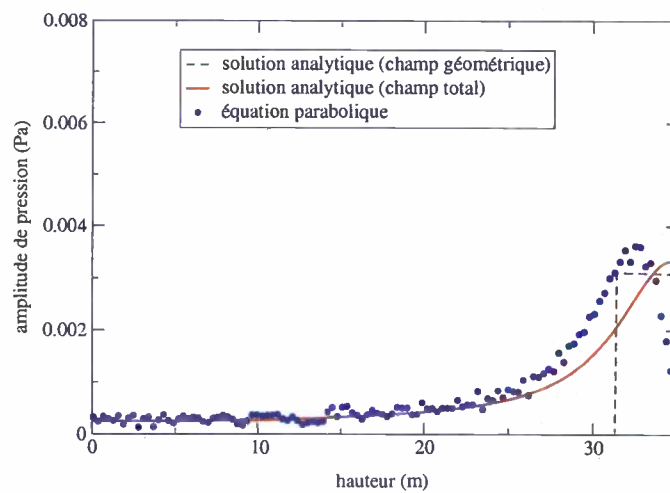
FIG. 3.22 – Amplitude de pression le long de l_c calculée par trois méthodes. Source: 340 Hz. Distance: 60 m+40 m.



(a) Pente: 10 degrés.



(b) Pente: 20 degrés.



(c) Pente: 40 degrés.

FIG. 3.23 – Amplitude de pression le long de l_c calculée par trois méthodes. Source: 2000 Hz. Distance: 60 m+40 m.

3.4 Comparaison avec un calcul utilisant une transformation conforme

Afin de tester la méthode dans un cas où plusieurs domaines se suivent, nous proposons d'utiliser notre méthode pour déterminer la propagation acoustique au-dessus d'un cylindre (portion de cercle en 2D) infiniment long convexe ou concave. L'intérêt de ces cas réside dans le fait que nous pouvons déterminer une solution exacte du champ par une méthode utilisant une transformation conforme.

Di et Gilbert [46] proposent de ramener le calcul de la propagation d'une onde acoustique au-dessus d'un cylindre à la propagation au-dessus d'un domaine plan. La démarche a été exposée dans l'étude bibliographique (voir paragraphe 1.2.2.3).

3.4.1 Cas convexe

La méthode par succession de domaines nous impose de discrétiser la portion de cylindre sur laquelle l'onde se propage en une succession de domaines plans. Nous choisissons de discrétiser cette portion courbe en huit côtés d'un polygone inscrit dans le cercle (figure 3.24).

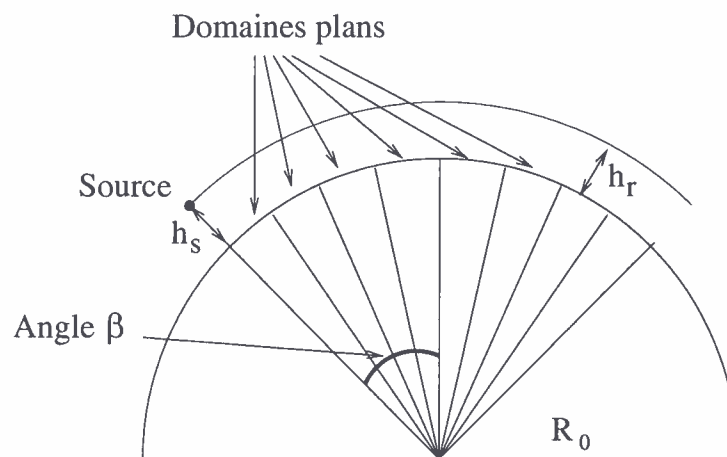


FIG. 3.24 – Géométrie du calcul de propagation au-dessus d'un cylindre convexe.

Deux configurations ont été choisies pour comparer la méthode par succession de domaines et la méthode utilisant la transformation conforme:

cas 1:

- rayon de courbure du cylindre: $R_0 = 100$ mètres
- section angulaire sur laquelle le calcul est fait (on prend une section symétrique par rapport à la verticale): $[-\beta \ \beta] = [-\pi/8 \ \pi/8]$
- longueur de chaque domaine plan: 9.81 mètres
- angle relatif entre deux domaines plans: $\alpha = \pi/32 = 5.6$ degrés
- hauteur de la source: $h_s = 5$ mètres

- hauteur de la ligne de récepteurs (distance au-dessus du cylindre): $h_r = 5$ mètres

cas 2:

- rayon de courbure du cylindre: $R_0 = 10$ mètres
- section angulaire sur laquelle le calcul est fait (on prend une section symétrique par rapport à la verticale): $[-\beta \ \beta] = [-\pi/4 \ \pi/4]$
- longueur de chaque domaine plan: 1.96 mètres
- angle relatif entre deux domaines plans: $\alpha = \pi/16 = 11.2$ degrés
- hauteur de la source: $h_s = 2$ mètres
- hauteur de la ligne de récepteurs (distance au-dessus du cylindre): $h_r = 2$ mètres

La gamme de fréquences 400, 1000 et 2000 Hz est testée dans les deux cas. La discrétisation utilisée pour la méthode par succession de domaines est celle définie dans le cas d'une rupture de pente simple: la taille du pas d'avancement et du maillage dans la direction verticale sont égaux et pris à la valeur $\lambda/10$, λ étant la longueur d'onde. La source utilisée est une source gaussienne.

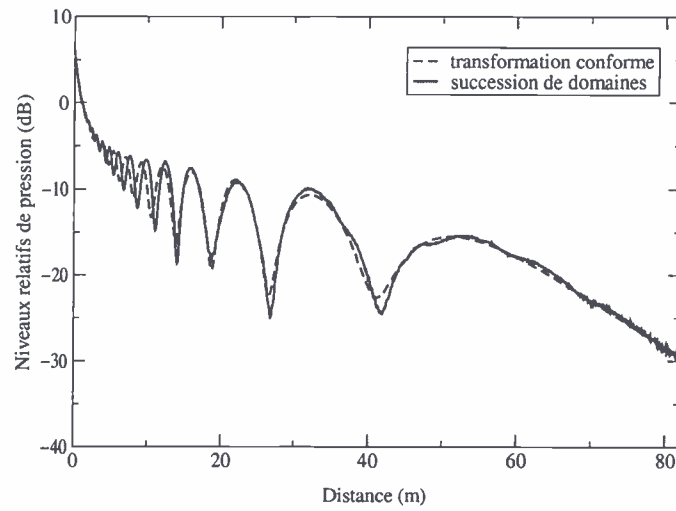
La transformation conforme permet de ramener le calcul à une surface plane en imposant un gradient de célérité exponentielle. Nous utiliserons l'équation parabolique pour résoudre ce problème. On utilise aussi une source gaussienne pour ce calcul.

Résultats du cas 1

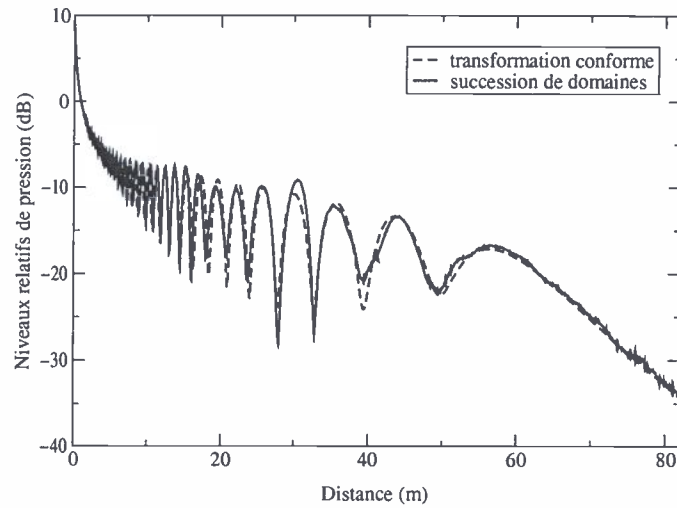
Nous traçons sur la figure 3.25 les niveaux de pression en décibels par rapport au niveau calculé à un mètre de la source pour les fréquences de 400, 1000 et 2000 Hz. La pression est évaluée par la méthode de succession de domaines et par la méthode utilisant la transformation conforme. Sur la figure 3.26, nous donnons la répartition de la pression au-dessus de la portion de cylindre calculée par la méthode par succession de domaines pour les fréquences de 400 et 1000 Hz.

L'accord entre les deux méthodes est tout à fait satisfaisant (figure 3.25). Il est toutefois difficile de fixer un critère de comparaison quantitatif car le calcul utilisant la succession de domaines et le calcul par transformation conforme ne sont pas faits sur une géométrie exactement identique. Pour le calcul par succession de domaines, la portion de cercle est remplacée par une succession de domaines plans. Cette comparaison nous montre néanmoins que la méthode par succession de domaines reste stable pour un nombre importants de domaines plans successifs. La comparaison des résultats avec la méthode par transformation conforme montre que la position des interférences est bien prédite, ainsi que le niveau acoustique (la différence de niveau reste inférieure à 2 dB).

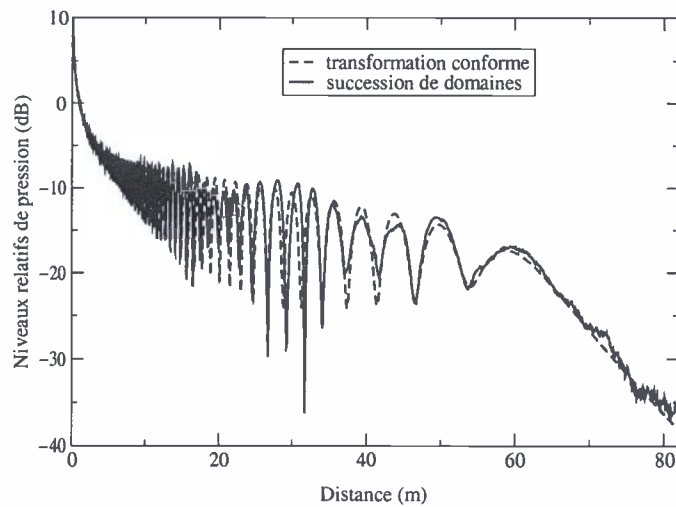
Les cartographies (figure 3.26) montrent le phénomène de diffraction de l'énergie acoustique par la surface. On constate en effet que le niveau est non nul dans la zone d'ombre.



(a) fréquence = 400 Hz

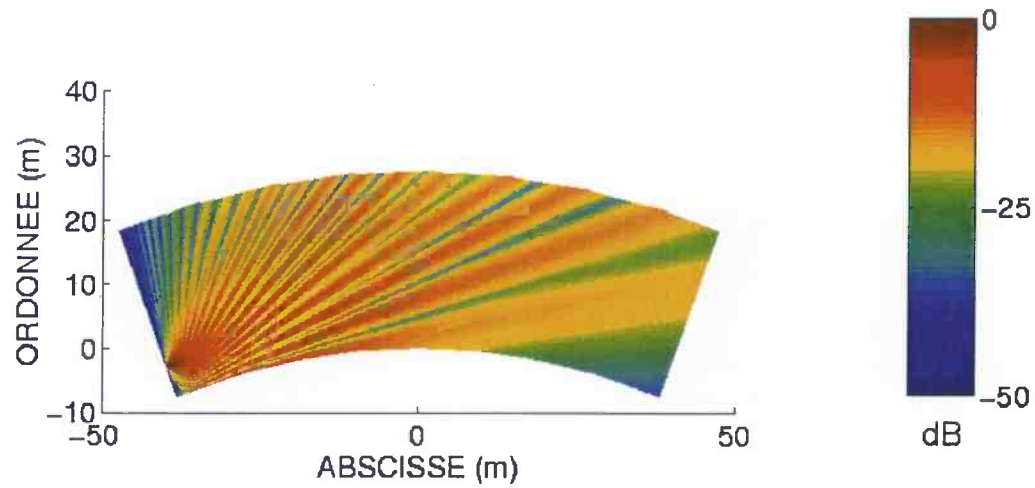


(b) fréquence = 1000 Hz

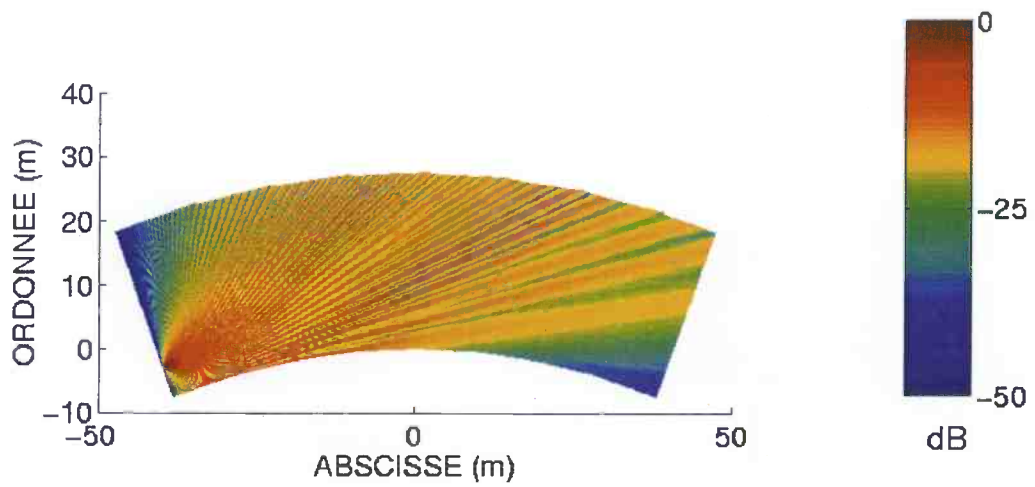


(c) fréquence = 2000 Hz

FIG. 3.25 – *Evaluation du niveau de pression d'une onde acoustique se propageant au voisinage d'une portion de cylindre par deux méthodes. $h_s = 5$ m. $h_r = 5$ m. Rayon du cylindre = 100 m. 8 domaines plans sur $[-\pi/8 \pi/8]$. $\alpha = \pi/32$.*



(a) fréquence = 400 Hz



(b) fréquence = 1000 Hz

FIG. 3.26 – *Evaluation du niveau de pression d'une onde acoustique se propageant au voisinage d'une portion de cylindre avec la méthode de succession de domaines. $h_s = 5$ m. $h_r = 5$ m. Rayon du cylindre = 100 m. 8 domaines plans sur $[-\pi/8 \pi/8]$. $\alpha = \pi/32$.*

Résultats du cas 2

Nous avons tracé le niveau relatif de pression par rapport au niveau à un mètre de la source obtenu avec la méthode de succession de domaines et avec le calcul utilisant la transformation conforme (figure 3.27).

Cette seconde série de calculs a permis de tester la méthode pour un angle relatif entre les domaines plus important, $\alpha = \pi/16$. Chaque domaine a une longueur de 2.0 mètres. Cet angle semble être la limite que peut supporter la comparaison. Au delà, les divergences des deux méthodes viennent du fait que les segments inscrits dans le cercle s'éloignent trop du cercle. Des angles grands entre les domaines font que de l'énergie acoustique est diffractée à chaque jonction et la solution du calcul s'éloigne de celle obtenue par transformation conforme. Ce cas est également un cas limite dans le sens où il correspond à la propagation au-dessus d'un cylindre avec un très petit rayon de courbure: 10 mètres, cas éloigné d'une situation réaliste en propagation extérieure.

Les résultats des cas 1 et 2 montrent que la méthode par succession de domaines peut être utilisée avec un nombre de domaines au moins égal à 8, pour des angles relatifs entre les domaines allant jusqu'à 11 degrés.

3.4.2 Cas concave

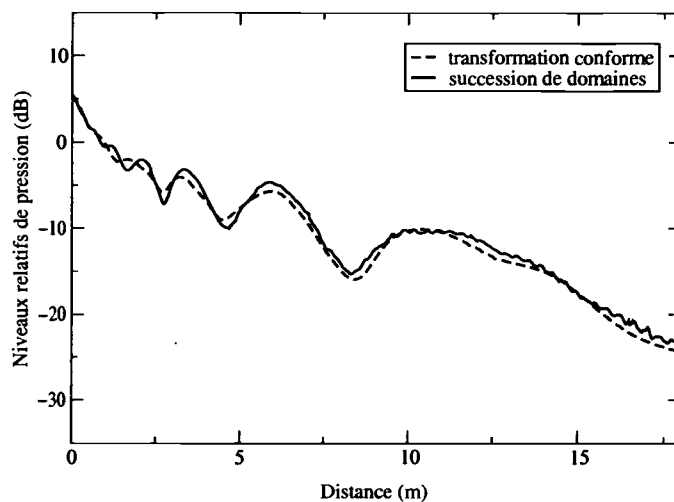
La méthode par succession de domaines a également été testée dans le cas de la propagation au-dessus d'un cylindre concave par comparaison avec la méthode utilisant la transformation conforme.

Dans le calcul par succession de domaines, la portion de cylindre est discrétisée en 16 côtés d'un polygone inscrit dans le cercle. Les autres paramètres du calcul sont:

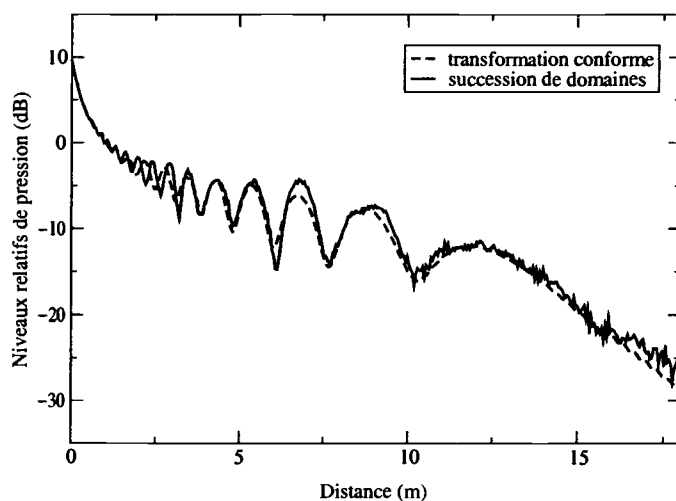
- rayon de courbure du cylindre: $R_0 = 100$ mètres
- section angulaire sur laquelle le calcul est fait (on prend une section symétrique par rapport à la verticale): $[-\beta \ \beta] = [-\pi/4 \ \pi/4]$
- longueur de chaque domaine plan: 9.81 mètres
- angle relatif entre deux domaines plans: $\alpha = \pi/32 = 5.6$ degrés
- hauteur de la source: $h_s = 2$ mètres
- hauteur de la ligne de récepteurs (distance au-dessus du cylindre): $h_r = 2$ mètres

La fréquence testée est 1000 Hz.

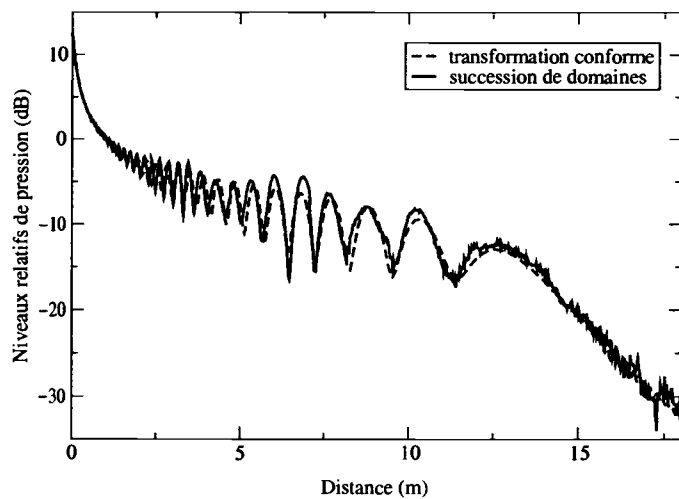
Nous traçons sur la figure 3.28 les niveaux relatifs de pression par rapport au niveau à un mètre de la source.



(a) fréquence = 400 Hz



(b) fréquence = 1000 Hz



(c) fréquence = 2000 Hz

FIG. 3.27 – Evaluation du niveau de pression d'une onde acoustique se propageant au voisinage d'une portion de cylindre par deux méthodes. Source: fréquence = 400 Hz, $h_s = 2$ m. $h_r = 2$ m. Rayon du cylindre = 10 m. 8 domaines plans sur $[-\pi/4 \pi/4]$. $\alpha = \pi/16$.

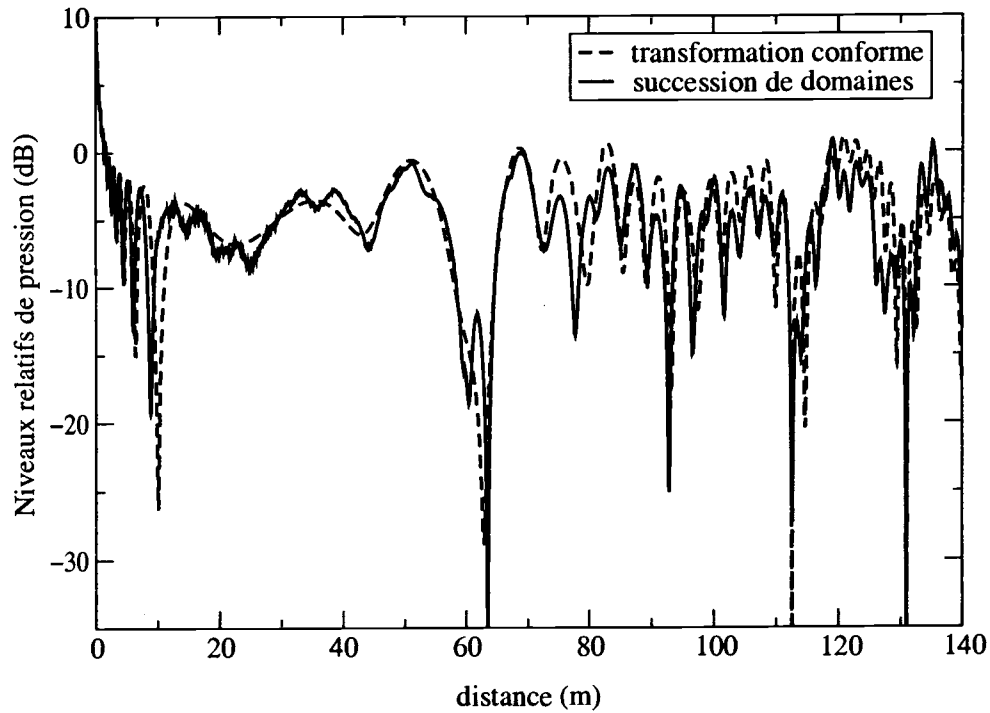


FIG. 3.28 – *Évaluation du niveau de pression d’une onde acoustique se propageant au voisinage d’une portion de cylindre par deux méthodes. $h_s = 2$ m, $f=1000$ Hz; évaluation du niveau: 2 m; rayon: 100 m; domaine de propagation: $[-\pi/4 \pi/4]$.*

Les méthodes (voir figure 3.28) prédisent des résultats très proches au début du domaine de propagation. Après 100 mètres, on est dans une zone très perturbée: interférences multiples entre les rayons directement issus de la source et ceux réfléchis sur le sol. La méthode par succession de domaines fournit toutefois des résultats acceptables. Notons aussi que ce cas représente un cas limite dans le cadre de la propagation en extérieur: il correspond à la propagation au-dessus d’une cuvette.

3.4.3 Cas d’un gradient de célérité

La validation du code par succession de domaines a été reprise dans le cas du cylindre convexe avec un gradient de célérité du son.

Cette validation nécessite une solution de référence. La solution de référence est obtenue en utilisant la technique de transformation conforme comme elle a été utilisée dans le cas homogène (voir le paragraphe 1.2.2.3). Nous reprenons la dérivation dans le cas d’un gradient de célérité perpendiculaire au sol. Dans le repère cartésien (x,y) , l’équation des ondes avec un gradient de célérité perpendiculaire au sol s’écrit:

$$\begin{cases} \left(\Delta_{x,y} + k_0^2 \left(\frac{c_0}{C(R)} \right)^2 \right) p = -\hat{S} \delta(x - x_s) \delta(y - y_s) \\ C(R) : \text{profil } (R^2 = x^2 + y^2). \end{cases} \quad (3.2)$$

En effectuant le même calcul que dans le cas homogène, on trouve l'équation de propagation dans le repère (r, z) :

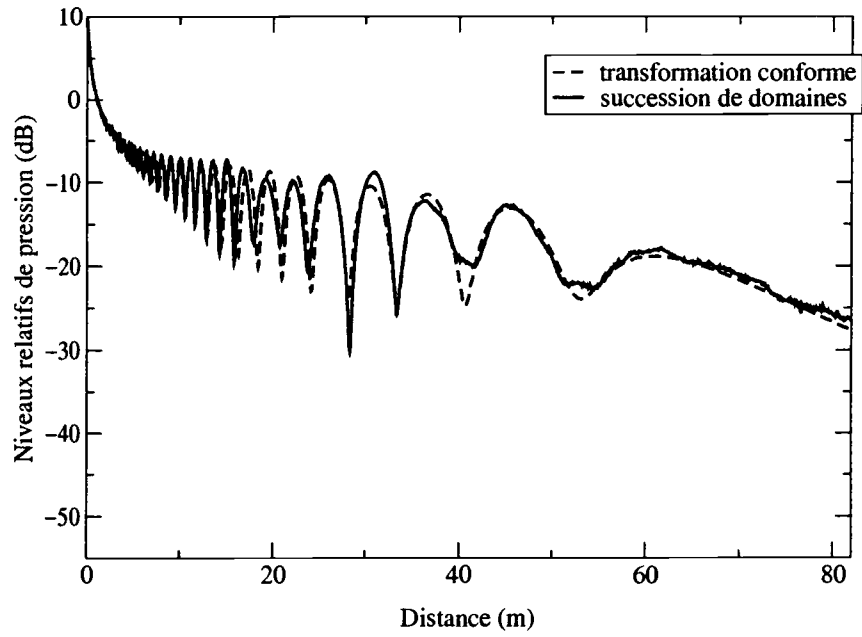
$$\begin{cases} \left(\Delta_{r,z} + k_0^2 \left(\frac{c_0}{c(z)} \right)^2 \right) p = -\hat{S} \exp(2z/R_0) \delta(x - x_s) \delta(y - y_s) \\ c(z) = C(z) \exp(-z/R_0) \quad (z = R_0 \ln(R/R_0)). \end{cases} \quad (3.3)$$

Le cas test choisi est le cas 1 défini dans la partie précédente:

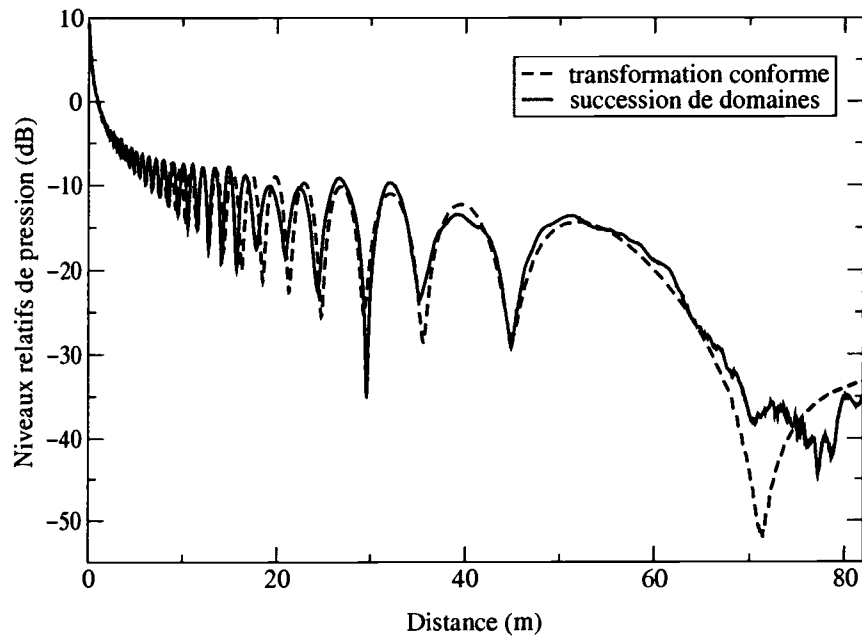
- rayon de courbure du cylindre: $R_0 = 100$ mètres
- section angulaire sur laquelle le calcul est fait (on prend une section symétrique par rapport à la verticale): $[-\beta \ \beta] = [-\pi/8 \ \pi/8]$
- longueur de chaque domaine plan: 9.81 mètres
- angle relatif entre deux domaines plans: $\alpha = \pi/32 = 5.6$ degrés
- hauteur de la source: $h_s = 5$ mètres
- hauteur de la ligne de récepteurs (distance au-dessus du cylindre): $h_r = 5$ mètres

Nous avons choisi 4 profils correspondant à des conditions météorologiques dites favorables ou défavorables pour la propagation acoustique. Nous traçons sur les figures 3.29 et 3.30 les niveaux acoustiques relatifs au niveau à un mètre de la source obtenus par la méthode de succession de domaines et la solution de référence utilisant la transformation conforme.

Les résultats tracés sur les figures 3.29 et 3.30 montrent que la méthode par succession de domaines est très satisfaisante pour évaluer la propagation acoustique au-dessus d'une surface courbe en présence d'un gradient de célérité. La position des interférences destructives est bien calculée, ainsi que le niveau acoustique.

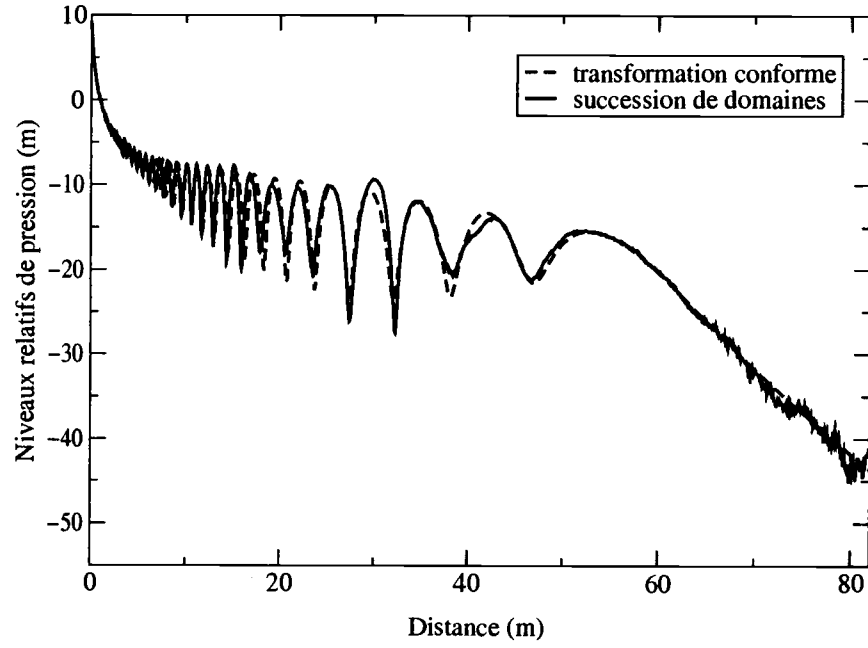


(a) **Cas favorable:** $C(z) = c_0 + 0.5 * \ln \left(\frac{z+z_0}{z_0} \right)$

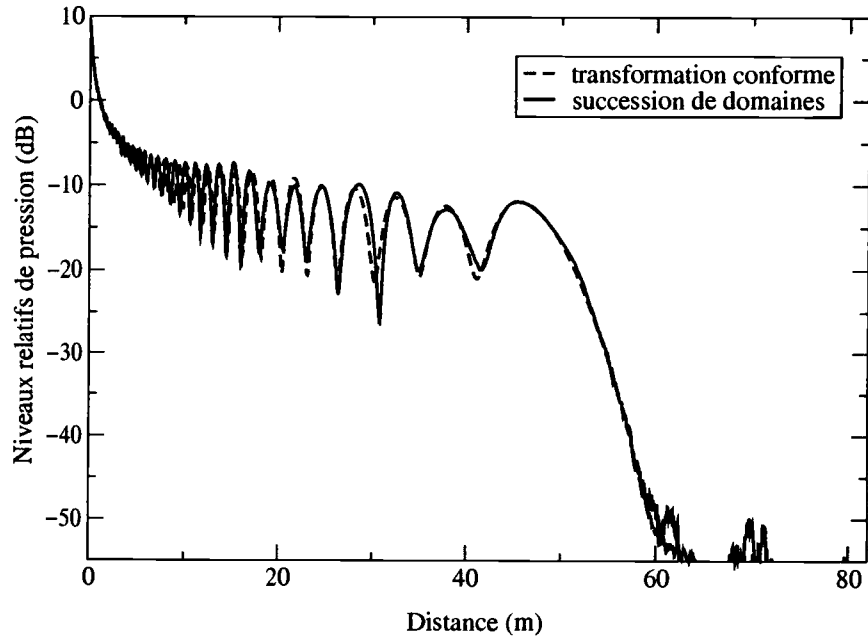


(b) **Cas très favorable:** $C(z) = c_0 + 2 * \ln \left(\frac{z+z_0}{z_0} \right)$

FIG. 3.29 – *Evaluation du niveau de pression d'une onde acoustique se propageant au voisinage d'une portion de cylindre par deux méthodes. Source: fréquence = 1000 Hz, $h_s = 5$ m. $h_r = 5$ m. Rayon du cylindre = 100 m. 8 domaines plans sur $[-\pi/8 \pi/8]$. $\alpha = \pi/32$.*



(a) Cas défavorable: $C(z) = c_0 - 0.5 * \ln \left(\frac{z+z_0}{z_0} \right)$



(b) Cas très défavorable: $C(z) = c_0 - 2 * \ln \left(\frac{z+z_0}{z_0} \right)$

FIG. 3.30 – Evaluation du niveau de pression d'une onde acoustique se propageant au voisinage d'une portion de cylindre par deux méthodes. Source: fréquence = 1000 Hz, $h_s = 5$ m. $h_r = 5$ m. Rayon du cylindre = 100 m. 8 domaines plans sur $[-\pi/8 \pi/8]$. $\alpha = \pi/32$.

3.5 Application du modèle à un cas de propagation au-dessus d'une petite colline

Nous souhaitons à présent tester le modèle de propagation sur sol non plan dans un environnement bidimensionnel à géométrie complexe. Nous choisissons le cas de la propagation d'une onde acoustique au-dessus d'une butte. Les paramètres géométriques de la butte sont donnés sur la figure 3.31. La source est placée à une hauteur de 5 mètres et émet à la fréquence de 340 Hz. Le sol est caractérisé par la valeur de son impédance, donnée par le modèle de Delany et Bazley (Eq. 2.28) pour une résistivité au passage de l'air $\sigma = 200.10^3 \text{ N.m}^{-4}\text{s}$.

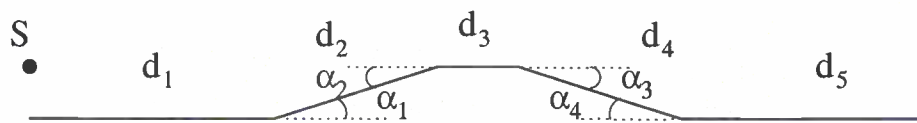


FIG. 3.31 – La géométrie choisie pour tester le modèle de propagation est une petite butte. Les distances valent $d_1 = 30 \text{ m}$, $d_2 = 20 \text{ m}$, $d_3 = 5 \text{ m}$, $d_4 = 20 \text{ m}$ et $d_5 = 30 \text{ m}$ et les angles α_1 , α_2 , α_3 et α_4 valent 11.5 degrés. La source est placée à une hauteur de 5 mètres.

Nous envisageons dans un premier temps le cas d'une atmosphère homogène. L'équation utilisée est l'équation parabolique grand angle WAPE avec un développement de Padé (1,1). La cartographie des niveaux absolus de pression ($20 \log(p)$) correspondant à la source définie par (Eq. 2.25) est représentée sur la figure 3.32.

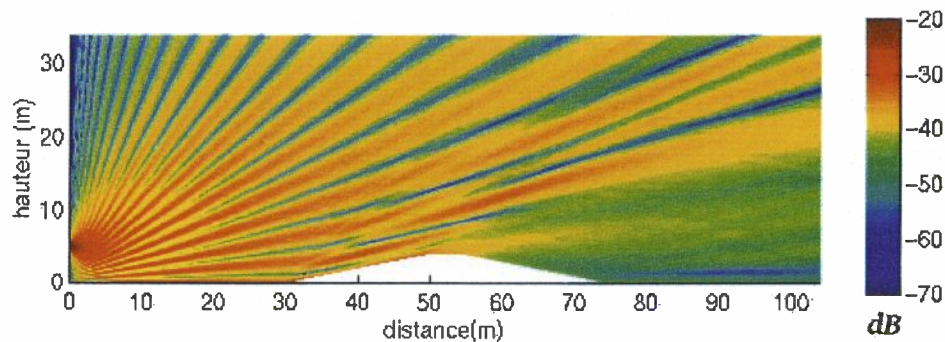


FIG. 3.32 – Cartographie des niveaux de pression dans un cas de propagation au-dessus d'une butte. L'atmosphère est homogène et au repos.

La cartographie 3.32 donne un exemple d'utilisation du modèle de propagation sur sol non plan. La géométrie est complexe: le profil de terrain présente des ruptures de pente positives et négatives. Le modèle montre une zone d'ombre acoustique derrière la butte. Le modèle a été validé dans des cas géométriques simples (coin, cylindre) par comparaison avec des méthodes analytiques. La validation du modèle dans un cas complexe, comme celui d'une butte, pourra être faite par comparaison avec des résultats expérimentaux (voir partie suivante).

Le modèle de propagation est également amené à être utilisé dans des cas où l'atmosphère est inhomogène. Nous considérons le cas d'une atmosphère au repos avec un champ de vitesse turbulent. Le modèle choisi pour décrire les fluctuations du champ de vitesse est celui des modes de Fourier (voir partie précédente). La valeur de la variance du champ turbulent est fixée à $\sigma_u = 0.4 \text{ m.s}^{-1}$. L'équation utilisée est l'équation parabolique grand angle incluant les termes de gradients de vitesse du vent (*Turbulent-Wind Wide-Angle Parabolic Equation*). La géométrie est la même que pour l'exemple précédent. Nous représentons sur la figure suivante 3.33 la répartition des niveaux absolus de pression pour la source gaussienne décrite par l'équation (2.25).

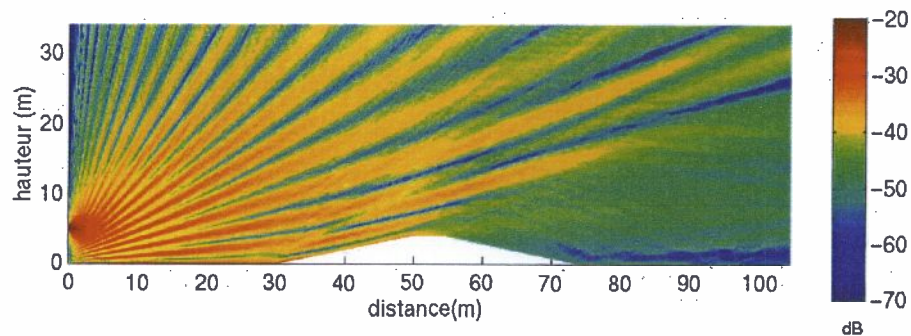


FIG. 3.33 – Cartographie des niveaux de pression dans un cas de propagation au-dessus d'une butte. L'atmosphère présente un champ turbulent de vitesse.

Nous constatons sur la figure 3.33 que la turbulence a pour effet de lisser les interférences pour les grandes distances. Notons que le calcul est fait pour une réalisation du champ turbulent. Pour avoir une représentation plus réaliste du champ de pression, il faut moyenner l'amplitude acoustique sur plusieurs dizaines de réalisations.

3.6 Conclusion

Dans cette partie, nous avons décrit la construction d'un modèle de propagation sur sol non plan utilisant l'équation parabolique et une rotation de repère. Le modèle que nous avons développé utilise la méthode de l'équation parabolique et peut ainsi prendre en compte les facteurs influençant la propagation sur sol plan (impédance, profil de vent ou de température). Le modèle que nous utilisons peut calculer la propagation d'une onde au-dessus d'une succession de domaines plans. Le modèle a été testé sur des cas simples: rupture de pente positive ou négative. La comparaison des résultats avec une solution analytique est très bonne. Cette comparaison montre que le modèle utilisant l'équation parabolique prend en compte la diffraction de l'onde acoustique quand celle-ci se propage au-dessus de la rupture de pente. Le modèle peut être utilisé pour des ruptures de pentes positives ou négatives allant jusqu'à 40 degrés et pour une gamme de fréquences entre 340 et 2000 Hz. En outre, le modèle a été testé sur une succession de 8 et 16 domaines plans pour calculer la propagation au-dessus d'une portion de cylindre. La comparaison

avec une solution de référence a montré que la solution était d'une bonne précision dans un cas homogène ou inhomogène.

Dans le chapitre suivant, le modèle est utilisé pour calculer la propagation au-dessus d'un site extérieur complexe: la topographie est courbe, le sol présente des ruptures d'impédance et le vent induit des profils de vitesse. Les résultats du modèle sont comparés à des mesures acoustiques.

Chapitre 4

Etude expérimentale de la propagation acoustique en extérieur au-dessus d'un sol non plan

Ce chapitre décrit les mesures météorologiques et acoustiques effectuées sur un site extérieur (Saint-Berthevin, France) durant le mois d'octobre 2001. Le site présente des caractéristiques complexes : sa topographie est non plane et le sol présente des ruptures d'impédance. Des mesures météorologiques de température et de vitesse du vent à différentes altitudes et en continue sur la période des mesures acoustiques permettent d'établir les profils moyens de température et de vitesse du vent au-dessus du site.

Ces mesures sont comparées aux résultats du modèle de propagation développé pour un site non plan. La comparaison des mesures et des résultats du code de calcul nous permet d'une part de valider le modèle de propagation acoustique et d'autre part de mettre en évidence les effets de la topographie, de l'impédance du sol et des conditions météorologiques sur la propagation des ondes acoustiques.

4.1 Le site

Les mesures sont faites sur le site extérieur de Saint-Berthevin utilisé par le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées pour effectuer des mesures acoustiques et météorologiques sur le long terme. Les sources qui seront utilisées dans cette étude des Ponts et Chaussées sont celles des infrastructures de transports qui entourent le site : autoroute et voie ferrée (voir figure 4.1). Les différents mâts représentés (notés A et M sur la figure) seront utilisés pour l'acquisition des niveaux acoustiques et des paramètres météorologiques.

Dans le cadre de notre étude, nous utilisons une parcelle de ce site pour effectuer une série de mesures acoustiques et météorologiques afin de valider le modèle que nous avons développé.

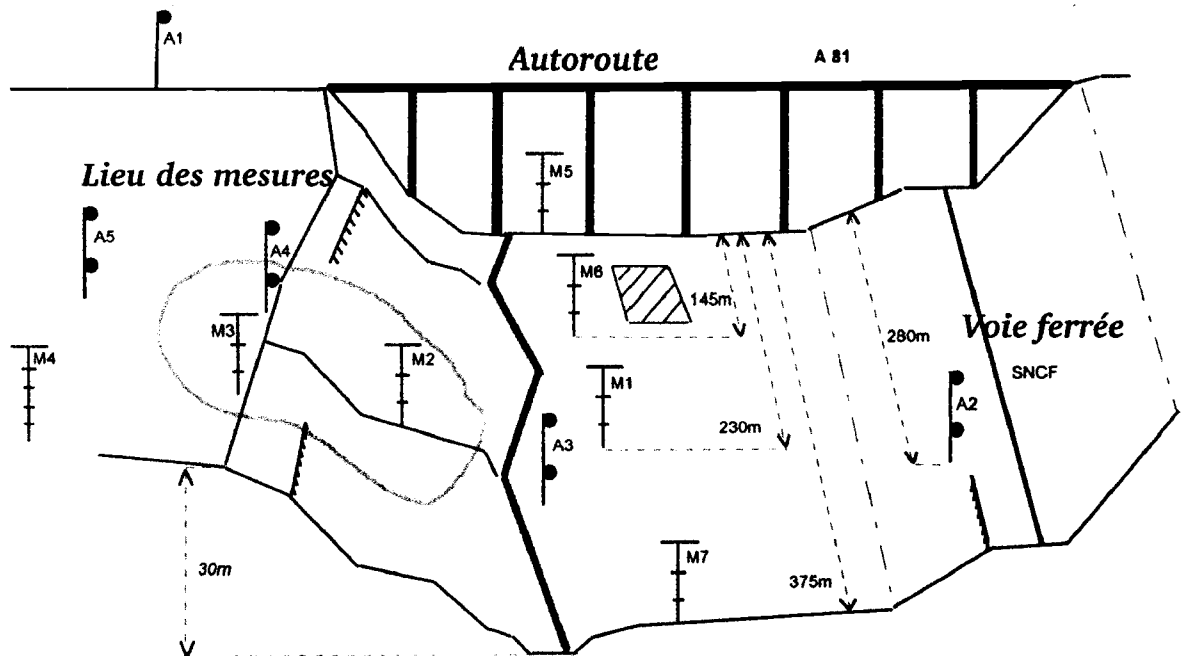


FIG. 4.1 – Schéma du site de mesures de Saint-Berthevin.

Nous avons choisi une partie du terrain présentant des ruptures de pentes nettes afin de pouvoir comparer les mesures aux résultats du modèle (voir sur la figure 4.1 la partie cerclée de gris). Nous donnons sur la figure 4.2 une coupe correspondant à cette parcelle de terrain.

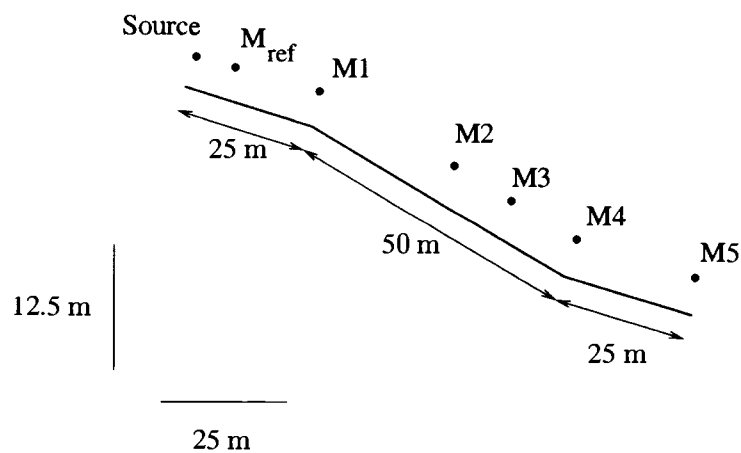


FIG. 4.2 – Position de la source et des microphones sur le site extérieur. Cas de propagation descendant.

Le relevé topographique du terrain nous a été fourni par le Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées de Blois. La portion de terrain choisie présente les caractéristiques topographiques suivantes : une partie de 25 mètres (pente de 10.21 degrés), une partie de 50 mètres (pente de 17.42 degrés) et une partie de 25 mètres (pente de 8.61 degrés). L'angle relatif entre la première et la deuxième partie est de 7.21 degrés et entre la deuxième et la troisième partie de 8.81 degrés.

4.2 Impédance du sol

Nous avons effectué des mesures de l'impédance du sol entre la position de la source et celle du microphone M5 (voir figure 4.2). Nous caractérisons l'impédance du sol à l'aide de la valeur de sa résistance au passage de l'air σ . Pour calculer la valeur σ , on enregistre l'atténuation acoustique entre un microphone placé à 60 cm du sol et un microphone placé au niveau du sol pour une source impulsionnelle placée à 60 cm du sol et à 4 m des microphones. La détermination de la valeur σ se fait en cherchant à minimiser l'erreur entre la mesure de l'atténuation acoustique et un calcul analytique utilisant un modèle d'impédance où σ est le seul paramètre (modèle de Delany et Bazley : Eq. 2.28). Le dépouillement des ces mesures a été effectué par le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées de Nantes. Le LCPC nous a fourni une figure sur laquelle sont tracés une courbe d'atténuation acoustique (en pointillés) et le calcul analytique utilisant le modèle de Delany et Bazley (en trait plein) (figure 4.3). La courbe de mesure a été obtenu pour un point situé près du microphone M2 (figure 4.2).

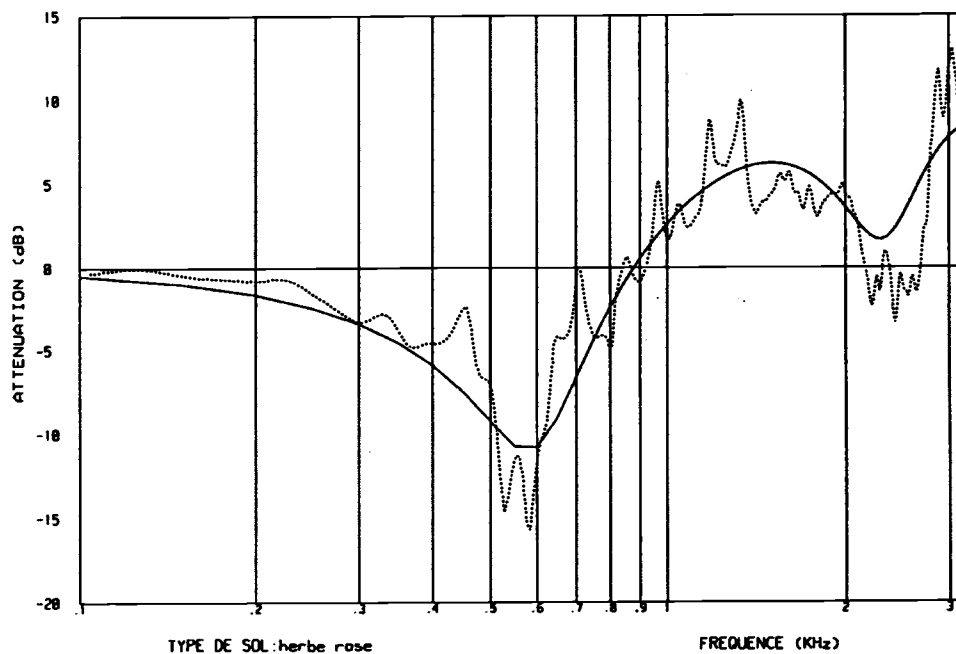


FIG. 4.3 – Détermination de la valeur de la résistance au passage de l'air d'un sol. Mesure en pointillés et calcul en trait plein.

Les valeurs de la résistance au passage de l'air pour différents points obtenues par cette méthode sont les suivantes :

- 3 mètres en amont de M1 : $\sigma = 600.10^3 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$.
- 3 mètres en aval de M1 : $\sigma = 90.10^3 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$.
- au niveau de M2 : $\sigma = 160.10^3 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$.
- au niveau de M4 : $\sigma = 200.10^3 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$.

4.3 Conditions météorologiques

Un mât météorologique a été installé près de la ligne de mesures afin d'évaluer les paramètres météorologiques pertinents dans le calcul de la propagation acoustique (voir la figure 4.4). Le mât est situé à mi-pente, à une distance jugée suffisante pour ne pas perturber la mesure acoustique (environ 20 mètres). Le mât météorologique est équipé de thermomètres et de sondes de vitesse. Les sondes mesurent l'intensité et la direction du vent. Ces capteurs sont placés à 1, 3 et 10 mètres du sol. Un logiciel permet d'enregistrer toutes les minutes la moyenne sur une minute des grandeurs précédentes.

Les microphones sont placés le long d'une ligne dont l'orientation est 30 degrés Est (voir la figure 4.4). Des photographies prises pendant les mesures et sur lesquelles on peut voir le mât météorologique, une sonde de vitesse, les microphones et la source de bruit utilisée sont données en annexe C.

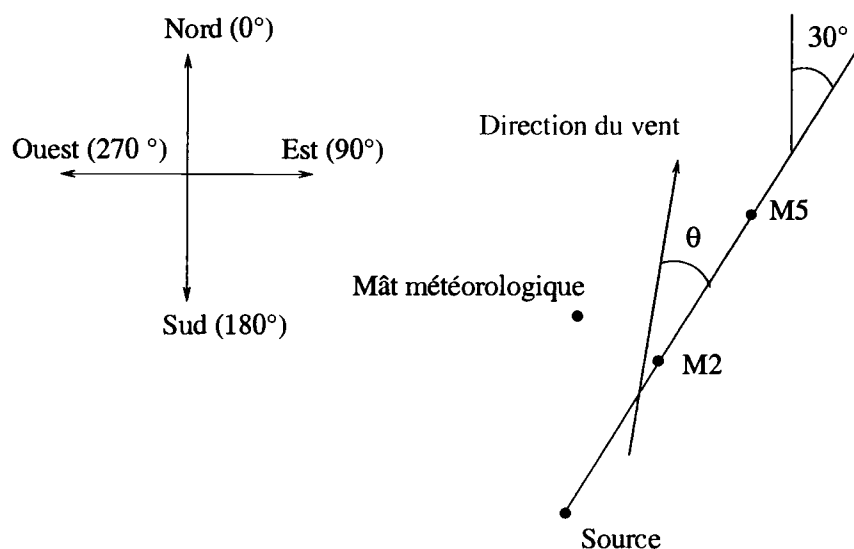


FIG. 4.4 – Position du mât météorologique et orientation de la ligne de mesure.

On donne ci-après les valeurs des paramètres météorologiques enregistrés pendant les mesures acoustiques. Les premières séries de mesures ont été effectuées le 9 octobre dans le cas dit descendant, c'est-à-dire avec la source placée en haut du terrain (figure 4.2). Sur la figure 4.5, on reporte les mesures de la vitesse du vent à 1, 3 et 10 mètres au-dessus du sol. Sur le même graphe sont précisées les valeurs de la vitesse au moment de chaque mesure acoustique. Nous donnons sur la figure 4.6 les valeurs de la direction du vent pendant la même période de temps et pour les hauteurs 1, 3 et 10 mètres. Nous donnons ensuite sur la figure 4.7 les valeurs de la température pendant la même période de temps et pour les hauteurs 1, 3 et 10 mètres. Les valeurs de la vitesse et de la direction du vent et de la température pour les trois minutes de durée moyenne d'une mesure sont recensées en annexe dans le tableau C.1.

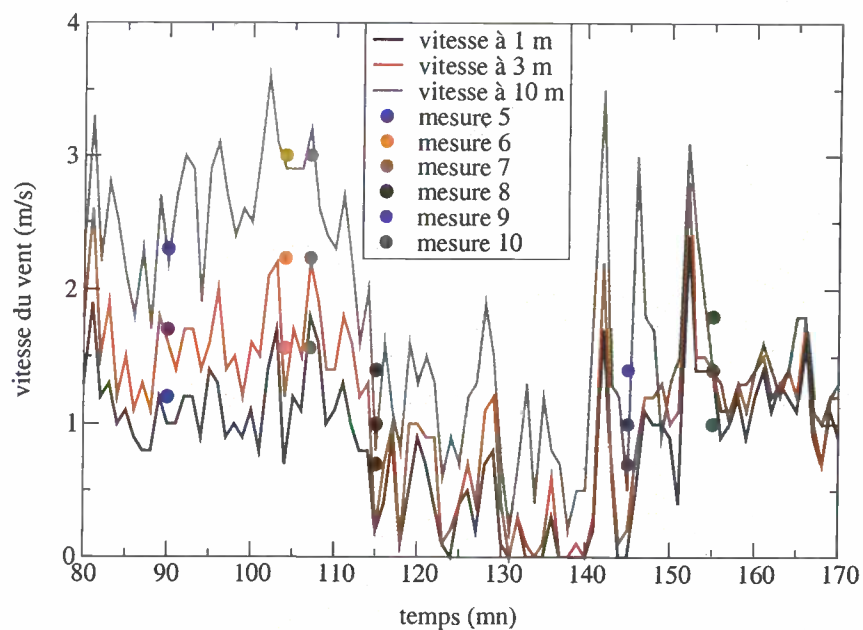


FIG. 4.5 – Valeurs de la vitesse à 1, 3 et 10 m pendant les mesures effectuées dans le cas de propagation descendant.

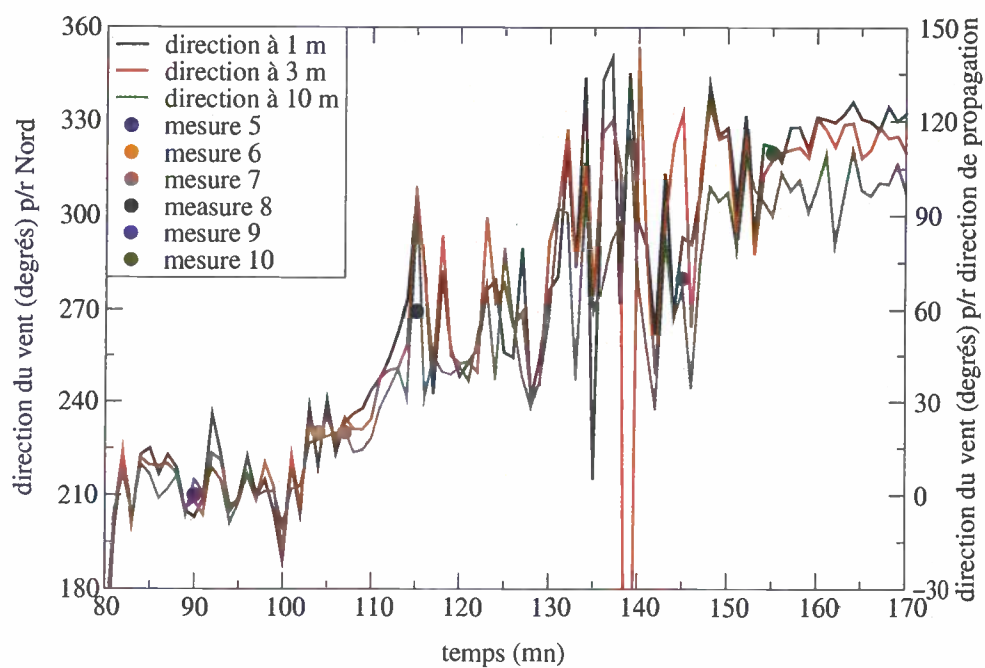


FIG. 4.6 – Valeurs de la direction de la vitesse à 1, 3 et 10 m pendant les mesures effectuées dans le cas de propagation descendant.

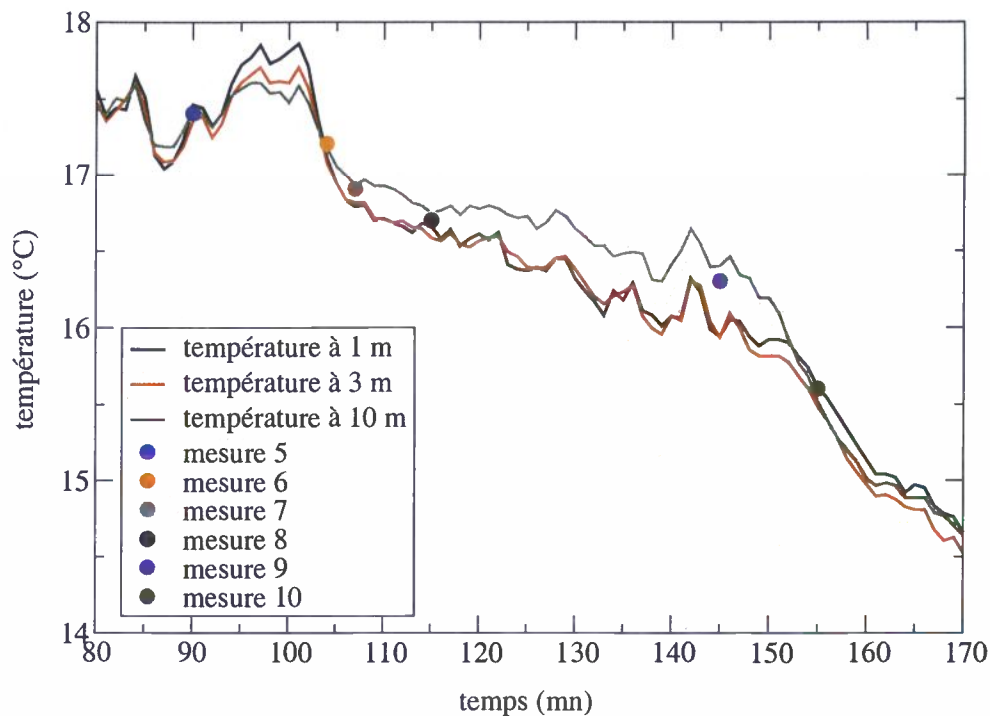


FIG. 4.7 – Valeurs de la température à 1, 3 et 10 m pendant les mesures effectuées dans le cas de propagation descendant.

Les mesures du cas de propagation descendant ont été effectuées entre 16h30 pour la mesure 5 et 17h35 pour la mesure 10.

Une deuxième série de mesures acoustiques a été faite le 10 octobre sur la même partie de terrain en plaçant la source en bas (voir figure 4.8). Nous donnons les valeurs de la vitesse et de la direction du vent et de la température à 1, 3 et 10 mètres pendant toute la durée des mesures (entre 11h05 pour la mesure 11 et 16h20 pour la mesure 20). Sur la figure 4.9, on reporte les mesures de la vitesse du vent à 1, 3 et 10 mètres au-dessus du sol. On a tracé sur le même graphe les valeurs de la vitesse au moment de chaque mesure acoustique. Nous donnons sur la figure 4.10 les valeurs de la direction du vent pendant la même période de temps et pour les hauteurs 1, 3 et 10 mètres. Nous donnons ensuite sur la figure 4.11 les valeurs de la température pendant la même période de temps et pour les hauteurs 1, 3 et 10 mètres.

Les valeurs de la vitesse et de la direction du vent et de la température pour les trois minutes de durée moyenne d'une mesure sont recensées en annexe dans le tableau C.2.

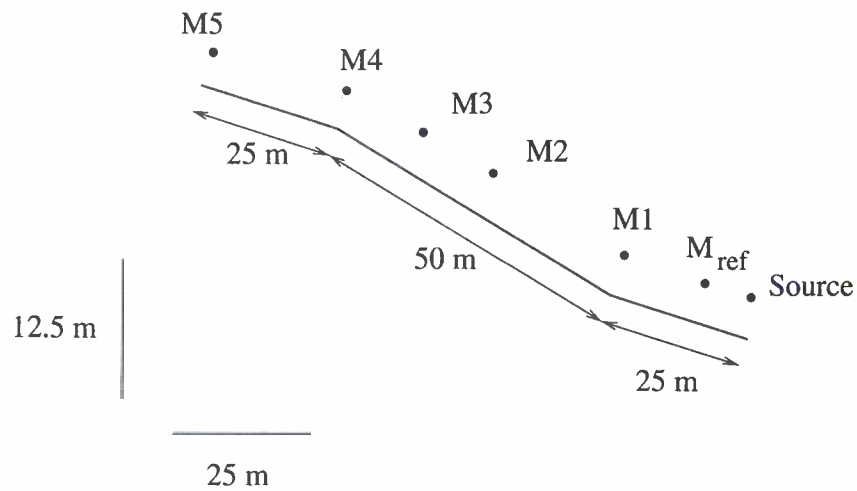


FIG. 4.8 – Coupe du site et positions de la source et des microphones dans le cas de propagation montant.

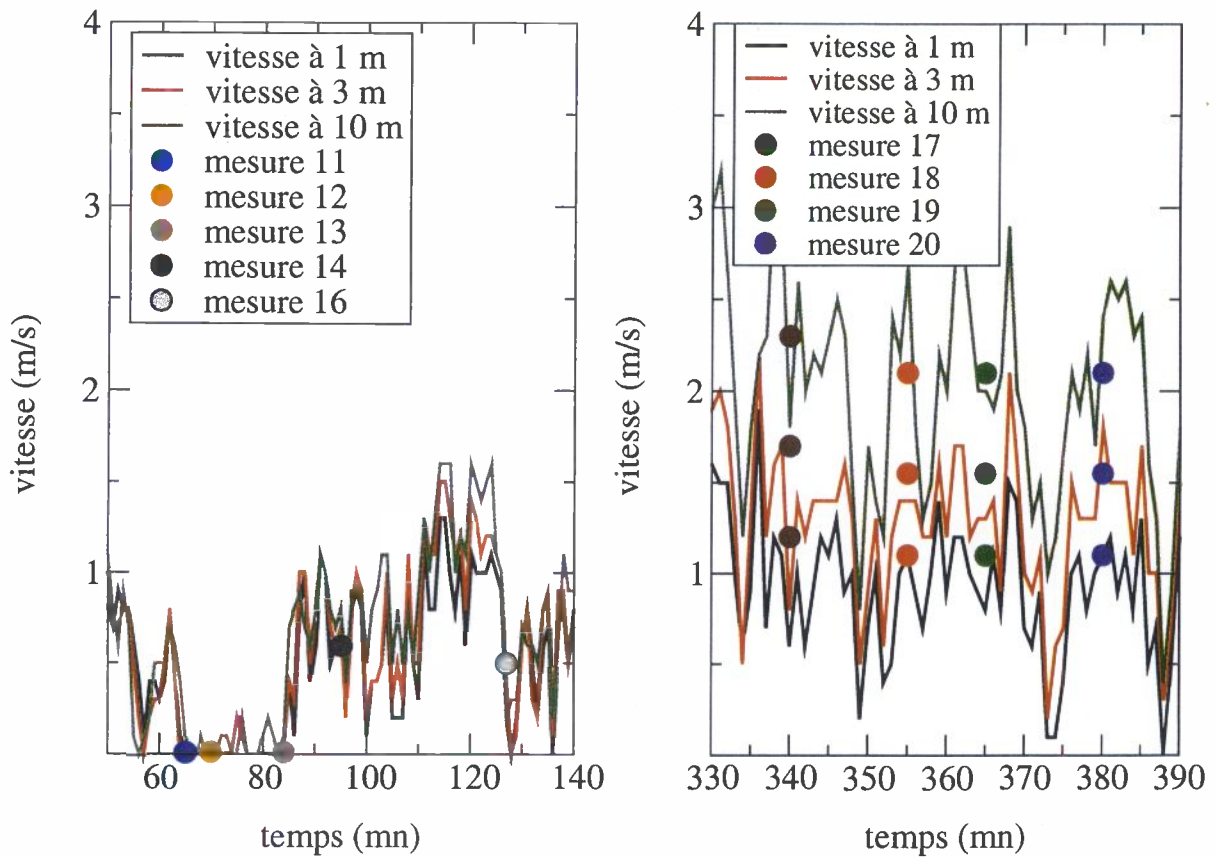


FIG. 4.9 – Valeurs de la vitesse à 1, 3 et 10 m pendant les mesures effectuées dans le cas de propagation montant.

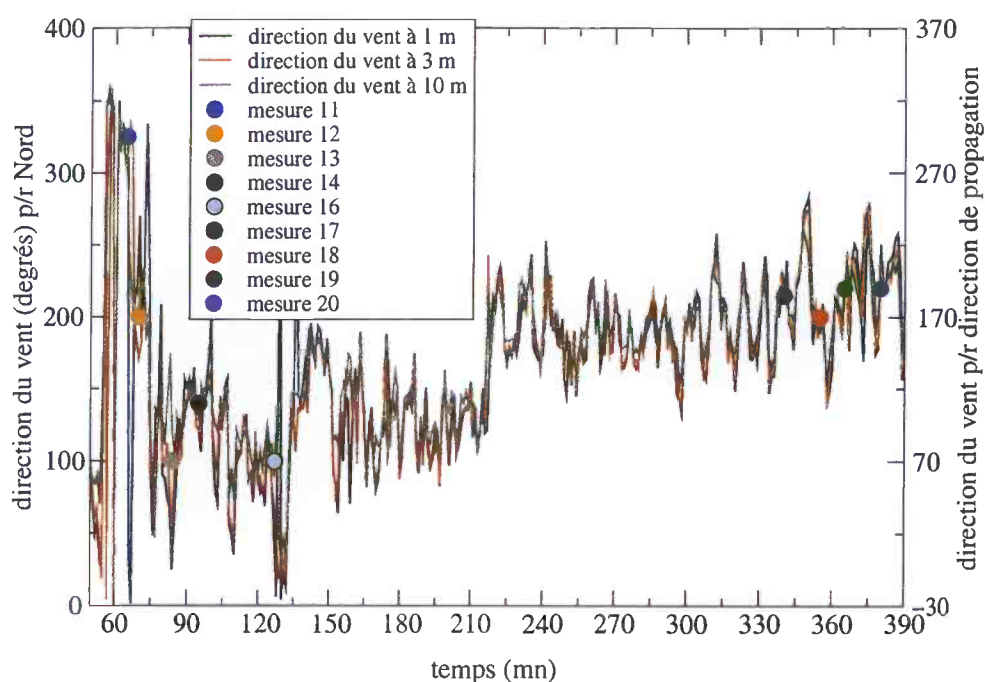


FIG. 4.10 – Valeurs de la direction de la vitesse à 1, 3 et 10 m pendant les mesures effectuées dans le cas de propagation montant.

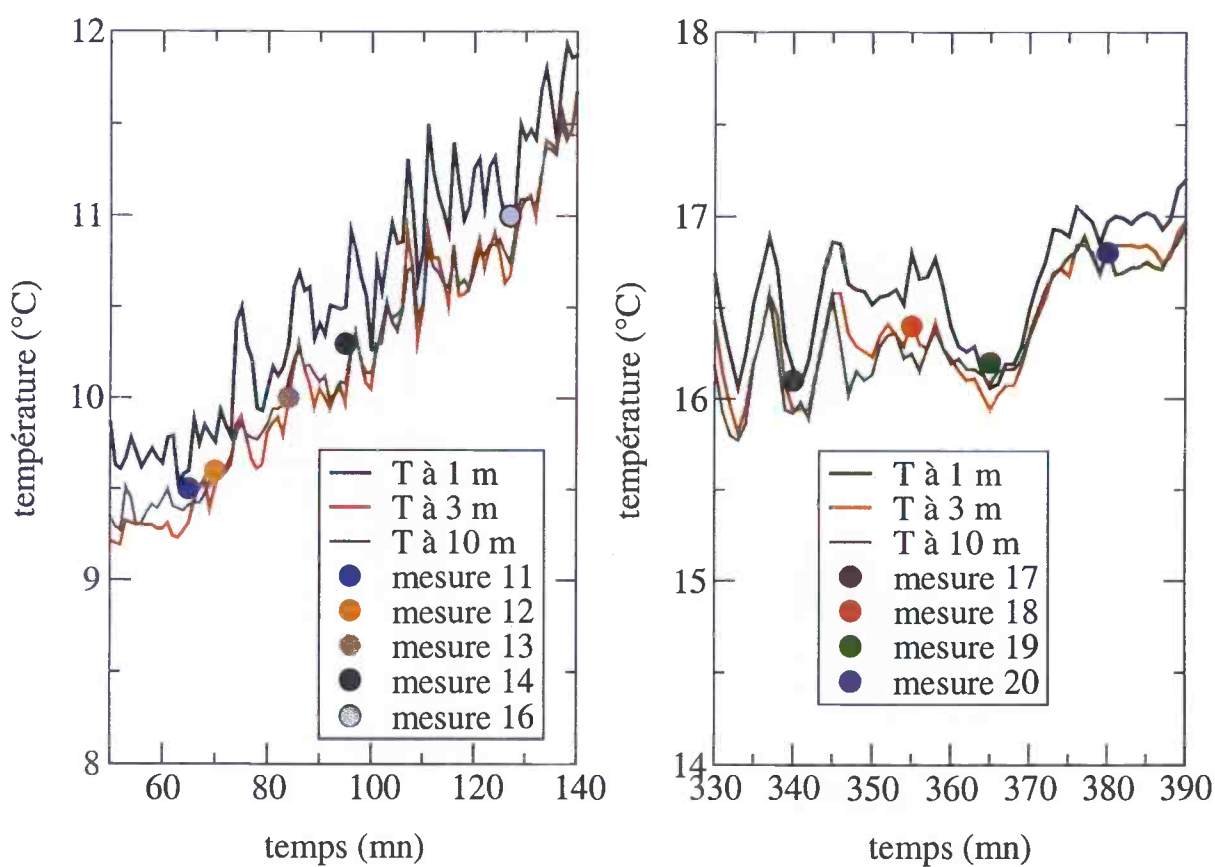


FIG. 4.11 – Valeurs de la température à 1, 3 et 10 m pendant les mesures effectuées dans le cas de propagation montant.

Prise en compte des effets météorologiques dans les calculs de propagation

Nous devons définir un profil de vent satisfaisant au mieux les mesures de vitesse du vent à 1, 3 et 10 mètres. Pour ce faire, nous choisissons un profil de vent de forme logarithmique:

$$u(z) = a_v \ln \left(\frac{z + z_0}{z_0} \right)$$

z_0 est la rugosité du sol. On prend $z_0 = 0.1$ mètre (voir tableau 2.1 sur les valeurs de la hauteur rugosité). Le profil logarithmique semble bien adapté pour décrire la couche atmosphérique de surface comme cela a été discuté dans le chapitre 2 *Propagation sur sol plan*. Nous effectuons une moyenne temporelle sur les mesures de vitesse du vent sur les trois minutes de durée moyenne de la mesure acoustique pour chacune des hauteurs. Le paramètre a_v caractérisant le gradient de vitesse du vent selon z est choisi de manière à ce que le profil logarithmique suive au mieux les valeurs mesurées à 1, 3 et 10 mètres. On donne dans le tableau 4.12 les valeurs de $u(z)$ en fonction du paramètre a_v .

	u en m/s		
a_v	à 1 m	à 3 m	à 10 m
0.2	0.5	0.7	0.9
0.3	0.7	1.0	1.4
0.4	1.0	1.4	1.8
0.5	1.2	1.7	2.3
0.6	1.4	2.1	2.8
0.7	1.6	2.4	3.2

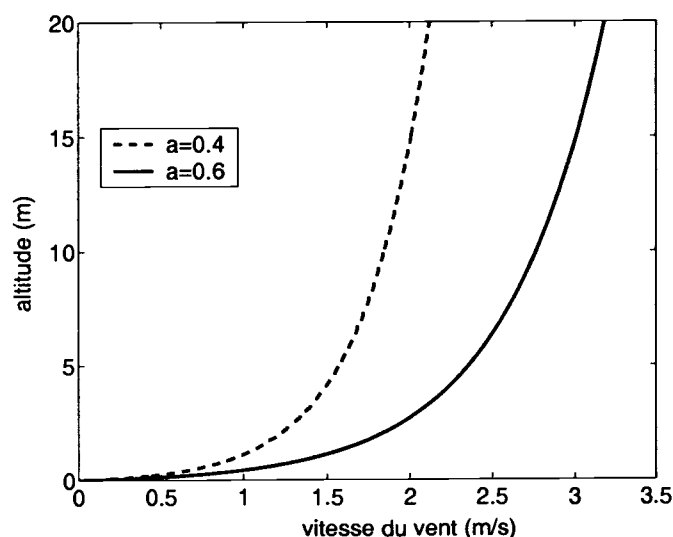


FIG. 4.12 – Valeurs de la fonction $u(z)$ pour différents paramètres a_v .

Le profil de température peut également être décrit avec un profil logarithmique (voir chapitre 2 *Propagation sur sol plan*):

$$T(z) = T_0 + a_T \ln \left(\frac{z + z_0}{z_0} \right)$$

T_0 est la température à $z = z_0$ et a_T est un paramètre que l'on peut déterminer à partir des mesures à 1, 3 et 10 mètres.

La vitesse du vent et la température sont introduites dans l'équation parabolique à travers la définition d'une célérité effective du son, somme de la célérité du son et la vitesse du vent dans la direction de propagation :

$$\begin{aligned}
 c_{eff}(z) &= c_0 \sqrt{1 + \frac{T(z)}{273.15}} + u(z) \times \cos(\theta) \\
 &\simeq c_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{T_0}{273.15} \right) + \left(\frac{1}{2} \frac{c_0}{273.15} a_T + \cos(\theta) a_v \right) \ln \left(\frac{z + z_0}{z_0} \right) \\
 &\simeq c_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{T_0}{273.15} \right) + a_{eff} \ln \left(\frac{z + z_0}{z_0} \right)
 \end{aligned}$$

$T(z)$ est la température en degrés Celsius, c_0 est la température à 0 degrés Celsius (331.4 m.s^{-1}) et θ est l'angle entre la direction du vent et la direction de propagation.

Comme nous l'avons déjà remarqué, l'utilisation d'une célérité effective du son ne permet pas de tenir compte du caractère vectoriel du champ de vitesse du vent. En particulier, l'utilisation d'une célérité effective du son ne rend pas compte de l'effet d'un vent transverse à la direction de propagation en raison du facteur $\cos(\theta)$.

Les mesures nous ont montré (figures 4.6 et 4.10) que la direction du vent θ varie peu avec la hauteur. Pour les calculs, nous choisissons donc une direction du vent moyenne. Cette moyenne est établie spatialement sur les valeurs mesurées à 1, 3 et 10 mètres et temporellement sur les trois minutes de durée moyenne de la mesure acoustique.

Nous donnons ci-après deux tableaux dans lesquels sont recensées les valeurs des différents paramètres météorologiques choisis pour les calculs (T_0 et a_{eff}) pour les deux journées de mesures (tableau 4.1).

Les calculs de propagation sont effectués pour 128 fréquences de 20 à 3200 Hz avec un pas de 25 Hz. La durée d'un calcul fournissant le niveau acoustique sur tout le domaine de propagation pour ces 128 fréquences est de 15 minutes environ sur un serveur DEC Alpha EV6 700 MHz.

mesure	T_0 (°C)	a_T	a_v	θ (degrés)	a_{eff}	conditions de propagation
Valeurs météorologiques choisies pour les calculs dans le cas de propa. descendant (9/10/2001)						
5 (16h30)	17.4	0	0.5	0	0.5	vent portant gradient de température nul
6 (16h44)	17.1	0	0.65	20	0.61	vent portant gradient de température nul
7 (16h47)	16.8	0.2	0.65	20	0.73	vent portant gradient de température positif
8 (16h55)	16.6	0.2	0.3	60	0.27	vent latéral gradient de température positif
9 (17h25)	16.3	0.3	0.3	70	0.28	vent latéral gradient de température positif
10 (17h35)	15.6	0	0.4	110	-0.14	vent latéral gradient de température nul
Valeurs météorologiques choisies pour les calculs dans le cas de propa. montant (10/10/2001)						
11 (11h05)	9.5	-0.3	0	(vent nul)	-0.18	vent nul gradient de température négatif
12 (11h09)	9.6	-0.3	0	(vent nul)	-0.18	vent nul gradient de température négatif
13 (11h24)	10.0	-0.3	0	(vent nul)	-0.18	vent nul gradient de température négatif
14 (11h35)	10.3	-0.3	0	(vent nul)	-0.18	vent nul gradient de température négatif
16 (12h07)	11.0	-0.3	0.2	70	-0.11	vent latéral gradient de température négatif
17 (15h40)	16.1	0	0.5	185	-0.49	vent contraire gradient de température nul
18 (15h55)	16.4	0	0.45	170	-0.44	vent contraire gradient de température nul
19 (16h05)	16.2	0	0.45	190	-0.44	vent contraire gradient de température nul
20 (16h20)	16.8	0	0.45	190	-0.44	vent contraire gradient de température nul

TAB. 4.1 – Valeurs météorologiques choisies pour les calculs dans les deux cas de propagation (9 et 10/10/2001).

4.4 Mesures acoustiques

Les mesures acoustiques sont des mesures du niveau relatif du champ acoustique. La source utilisée est une source impulsionnelle présentant un large spectre (100-3200 Hz). Les niveaux acoustiques sont évalués à des distances de 25, 50, 62.5, 75 et 100 mètres de la source par rapport à un niveau de référence mesuré à 10 mètres de la source.

Les deux configurations géométriques de mesures sont représentées sur les figures 4.2 et 4.8, la première correspondant au cas où la source est placée en haut du domaine (cas que l'on appellera descendant) et la deuxième au cas où la source est placée en bas du domaine (cas que l'on appellera montant).

Les mesures acoustiques ont été faites pour différentes hauteurs de la source (0.6 et 2 mètres) et différentes hauteurs des microphones (0.6 et 2 mètres).

Les microphones utilisés sont du type 1/4 de pouce (Brüel and Kjær 4135) pour la référence M_{ref} et du type 1/2 pouce pour les autres voies (Brüel and Kjær 4165). Ces microphones sont reliés à un enregistreur de données (Sony PC204Ax) 4 voies. Le signal est acquis sur une durée de 125 ms sur 1024 points permettant d'accéder à une plage de fréquences 8-3200 Hz¹. Nous donnons sur la figure suivante un exemple de signal temporel pour le microphone de référence et pour le microphone M1 (figure 4.13). Ces signaux ont été acquis lors de la mesure 6.

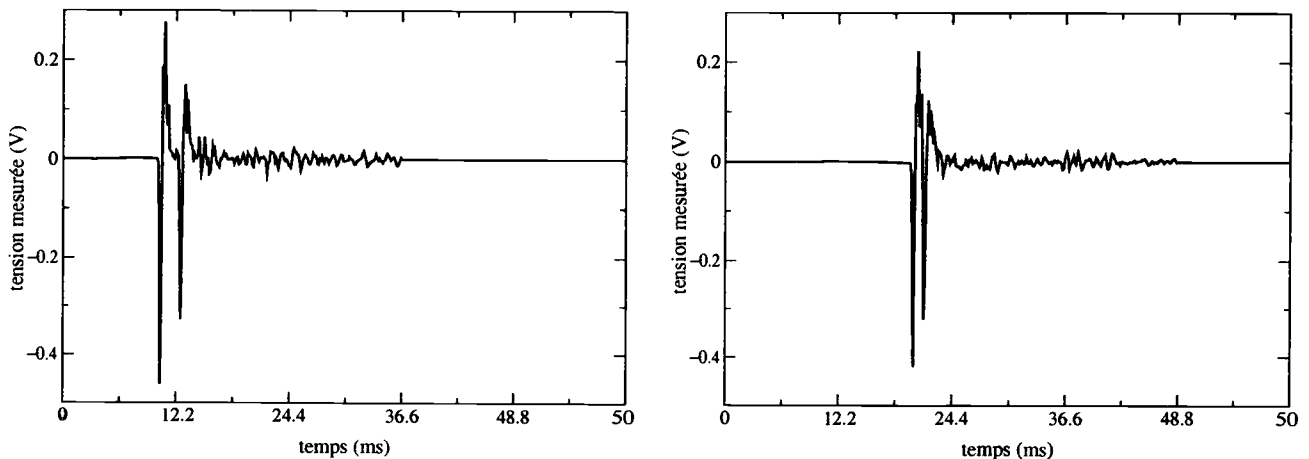


FIG. 4.13 – Signaux temporels enregistrés pour les microphones M_{ref} (à gauche) et M1 (à droite) lors de la mesure 6.

Pour chaque série de mesures, nous avons effectué 10 acquisitions. L'acquisition est simultanée pour les 4 voies (la référence et 3 autres microphones). Nous effectuons ensuite une moyenne sur les 10 signaux temporels. Une transformation de Fourier permet d'obtenir le spectre fréquentiel du niveau de bruit. Le spectre relatif du niveau acoustique est la différence entre le spectre pour un microphone M1, M2, M3, M4 ou M5 et le spectre du microphone de référence M_{ref} .

1. Les courbes de mesures données ci-après couvrent le spectre 8-3200 Hz. Le signal est cependant interprétable seulement pour les fréquences supérieures à 100 Hz pour lesquelles la source émet une énergie non négligeable.

Dans le cas de la mesure 6, le spectre du niveau relatif à 25 mètres est représenté sur la figure 4.17.

La source utilisée est une source ponctuelle omnidirectionnelle. Pratiquement, nous utilisons un pistolet d'alarme monté sur un pied assurant la position exacte de la source. Des mesures de directivité nous assurent que la source est bien omnidirectionnelle (voir annexe A).

4.5 Sensibilité du modèle par rapport à la variation des paramètres environnementaux

Nous nous proposons dans ce paragraphe d'évaluer la sensibilité du modèle de propagation aux paramètres environnementaux.

4.5.1 Position de la source et des microphones

Nous évaluons tout d'abord l'influence des paramètres géométriques sur le calcul du niveau de pression. Les paramètres choisis correspondent à ceux de la mesure 6 : $h_s = 2$ m, $h_{ref} = 2$ m et $h_M = 2$ m. La distance de la source au microphone de référence est $d_{ref} = 10$ m et celle de la source au microphone M1 est $d = 25$ m. L'impédance du sol choisie correspond à celle mesurée près du microphone M1 : la résistance du sol au passage de l'air a pour valeur $\sigma = 600.10^3$ Nm⁻⁴s. Nous avons calculé le niveau relatif de pression pour ces valeurs de référence et pour des positions de la source et des microphones variant autour des valeurs de référence (figure 4.14).

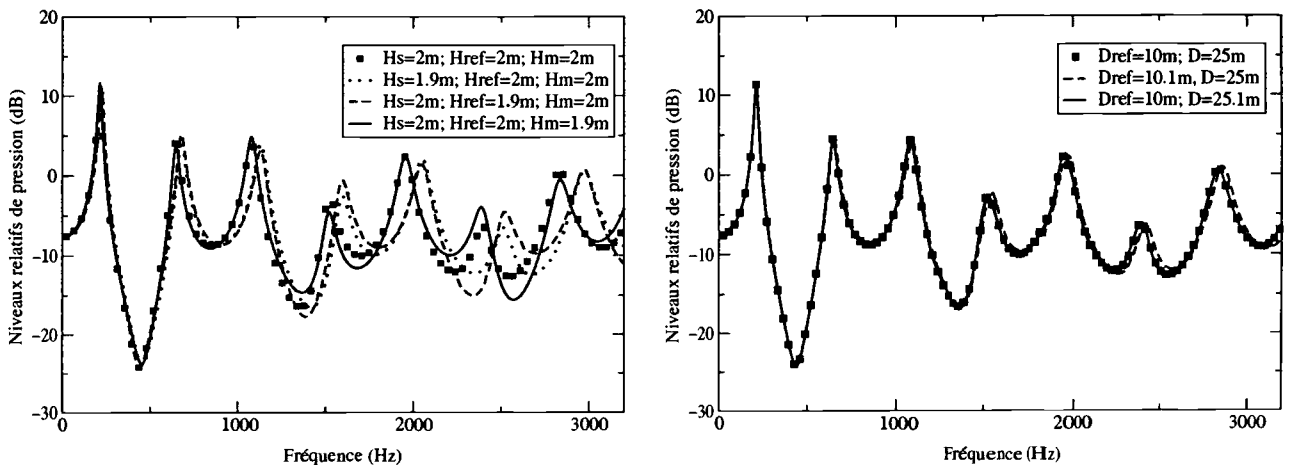


FIG. 4.14 – Variation du niveau relatif de pression à 25 mètres avec les paramètres géométriques : hauteur de la source et des microphones (à gauche) et distance des microphones M_{ref} et M1 (à droite).

L'étude de sensibilité du niveau à 25 mètres par rapport aux paramètres géométriques (figure 4.14) montre qu'une variation de 10 cm sur la distance entre la source et le microphone de référence ou entre la source et le microphone M1 a une influence très limitée sur le niveau calculé. En revanche, des variations sur la hauteur de la source ou des microphones ont pour

conséquence de modifier sensiblement la forme du spectre à 25 m. Par exemple, une variation de 10 cm sur la hauteur de la source ou du microphone de référence a pour effet de décaler de quelques dizaines de Hertz la position des minima et des maxima du spectre pour les fréquences supérieures à 1500 Hz.

Le calcul du champ de pression est donc particulièrement sensible à la hauteur de la source et du microphone de référence. Ces paramètres doivent être évalués précisément pour avoir une estimation précise du niveau acoustique.

4.5.2 Valeur de l'impédance

Nous évaluons l'influence de la valeur de l'impédance du sol sur le niveau acoustique à 25 mètres. Les paramètres géométriques sont ceux de la mesure 6 : $h_s = h_{ref} = h_m = 2$ m et $d_{ref} = 10$ m. L'impédance est évaluée à partir d'un modèle à un paramètre, la résistance du sol au passage de l'air σ (voir Eq. 2.28). Pour étudier l'influence de la résistance du sol au passage de l'air sur le niveau acoustique à 25 mètres, nous utilisons dans le modèle les deux valeurs maximales et minimales de σ mesurées : $\sigma = 600.10^3 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$ et $\sigma = 90.10^3 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$ (voir figure 4.15). Nous traçons également, pour comparaison, la valeur du niveau acoustique relatif pour un sol parfaitement réfléchissant.

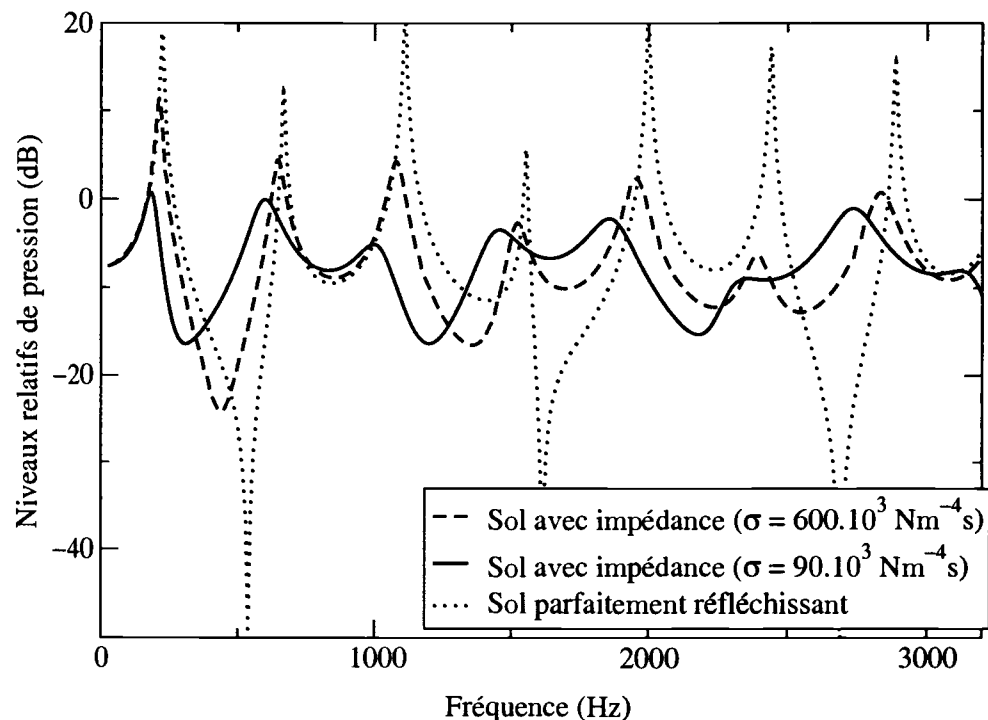


FIG. 4.15 – Variation du niveau acoustique relatif de pression avec la valeur de l'impédance.

Les courbes de la figure 4.15 montrent que le niveau acoustique à 25 mètres dépend fortement de la valeur de l'impédance du sol. La précision du modèle dépend donc de la bonne connaissance de l'impédance du sol.

4.6 Comparaison entre les résultats des mesures et du modèle

4.6.1 Cas de propagation descendant

Nous donnons dans ce paragraphe les résultats de l'ensemble des mesures effectuées le 9 octobre 2001 alors que la source était placée en haut du site extérieur (voir figure 4.2). Les résultats montrent l'influence de la hauteur de la source, des récepteurs et des conditions météorologiques sur les niveaux mesurés entre 25 et 100 mètres. Le modèle est utilisé sur ces cas de mesure et sa précision peut ainsi être évaluée. Nous donnons une analyse groupée pour les séries de mesures présentant les mêmes paramètres géométriques (hauteur de source et de récepteurs) et des paramètres météorologiques très proches.

Mesures 6 et 7

Les paramètres géométriques et météorologiques des mesures 6 et 7 sont résumés dans le tableau 4.2.

h_s	h_{ref}	h_M	microphones utilisés	condition de propagation
2	2	2	1 (25 m), 2 (50 m) et 4 (75 m)	favorable ($a_{eff} \simeq 0.65$)

TAB. 4.2 – Paramètres géométriques et météorologiques des mesures 6 et 7.

Nous donnons sur la figure 4.16 le niveau relatif de pression calculé par le modèle pour différentes conditions de fréquence et de vent. Les figures tracées à gauche correspondent à une source à la fréquence de 500 Hz et celles tracées à droite à une source à la fréquence de 1000 Hz. Les mesures nous indiquent que les conditions météorologiques étaient celles d'un vent portant; dans le modèle, nous avons évalué le paramètre $a_{eff} = 0.65$. Afin de visualiser l'effet d'un profil de vent sur la répartition du niveau acoustique, nous avons tracé d'une part la répartition du champ de pression dans des conditions neutres (figures du haut) et d'autre part dans les conditions favorables (figures du bas).

La figure 4.16 permet de visualiser l'effet du vent sur la propagation des ondes acoustiques : l'énergie acoustique est réfractée vers le bas. Nous constatons de plus que le champ correspondant à la fréquence de 1000 Hz est plus sensible au profil de célérité du son que le champ à la fréquence de 500 Hz.

Nous donnons sur les figures suivantes les spectres du niveau relatif de bruit obtenus par la mesure et par le modèle pour les microphones 1, 2 et 4 (figure 4.17).

Pour chacune des distances (25, 50 et 75 m), le modèle a été utilisé avec et sans profil de célérité du son. A petite distance (25 m), l'effet du profil de célérité du son est visible sur la position des interférences. La comparaison avec la mesure montre que l'introduction du profil de célérité du son dans le modèle est nécessaire pour avoir une estimation précise du niveau

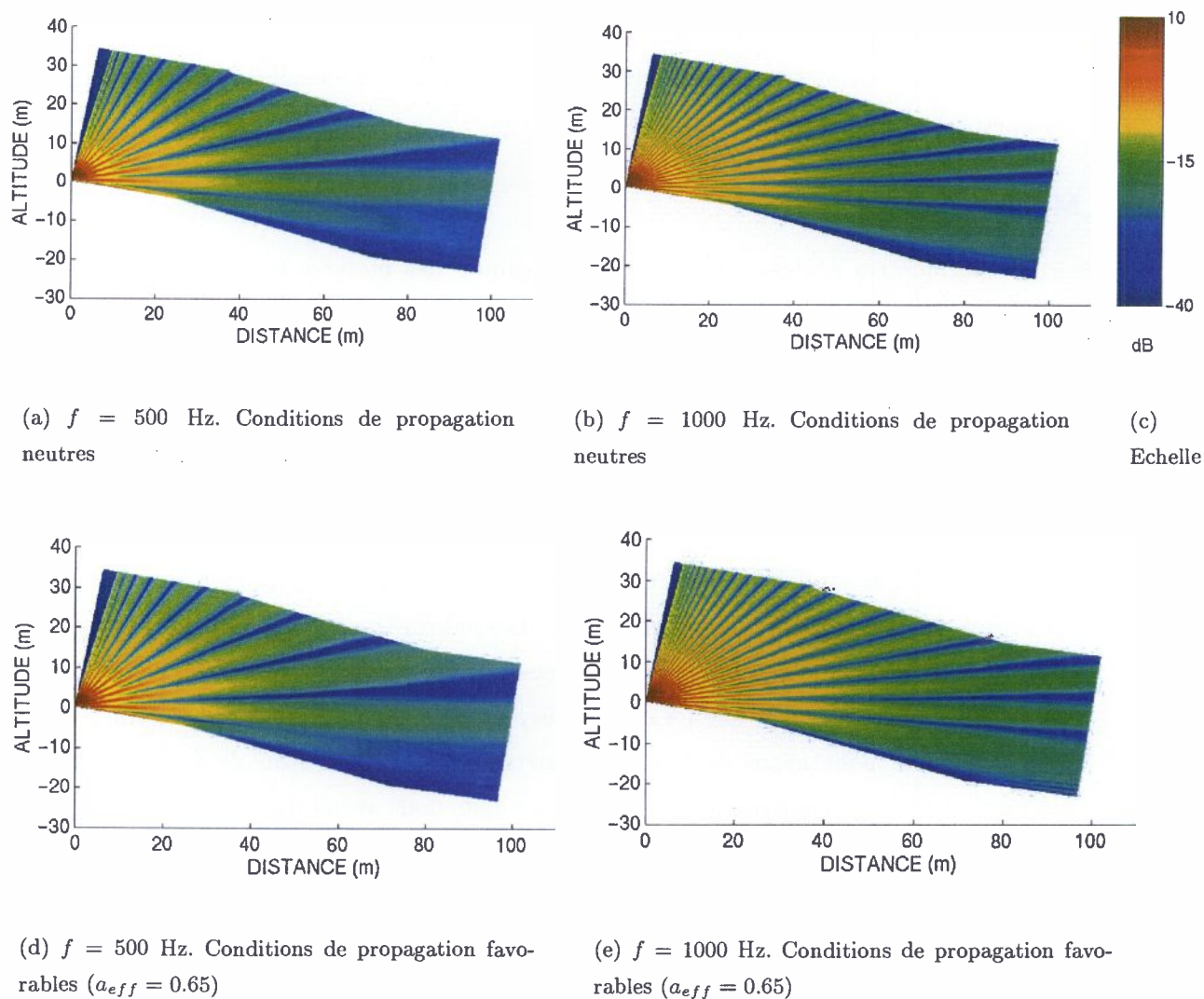
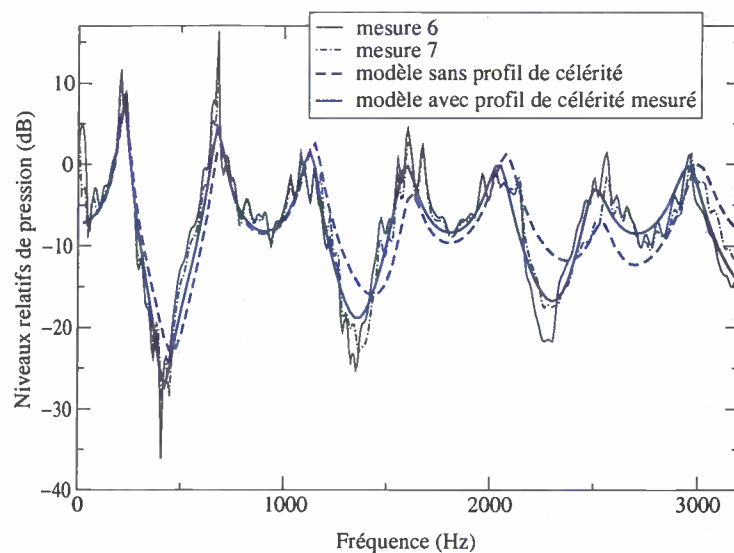
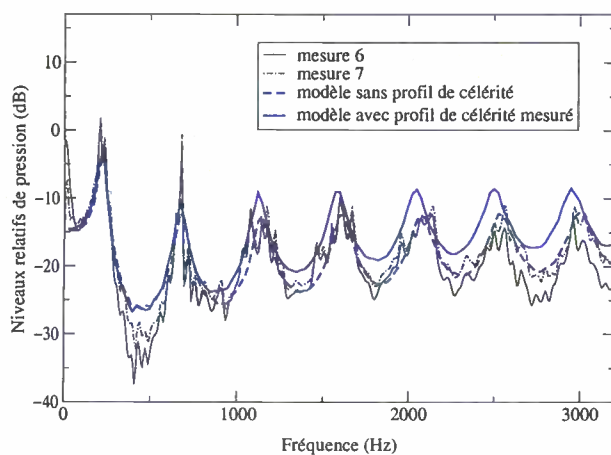


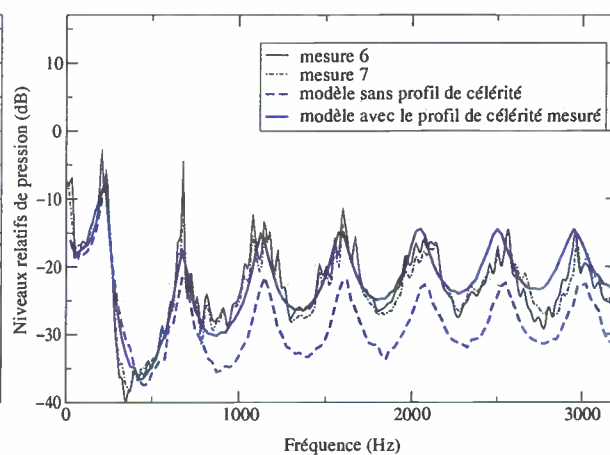
FIG. 4.16 – Visualisation du champ de pression au-dessus du site extérieur pour la hauteur de source des mesures 6, 7, 8, 9 et 10 et pour différentes conditions de propagation $h_s = 2$ m.



(a) Microphone M1 (25 m)



(b) Microphone M2 (50 m)



(c) Microphone M4 (75 m)

FIG. 4.17 – Comparaison du niveau acoustique calculé par le modèle et du niveau mesuré pour différentes positions des microphones.

acoustique. A plus grande distance (50 et 75 m), la comparaison des résultats du modèle avec les résultats de mesures est bonne et permet de valider le modèle pour un sol non plan. L'effet du profil de célérité du son sur le modèle est le relèvement du niveau acoustique pour les fréquences supérieures à 1000 Hz. Le niveau estimé correspond bien à la mesure pour le microphone M4. En revanche, le modèle surestime le niveau acoustique pour le microphone M2.

Mesure 10

Les paramètres géométriques et météorologiques de la mesure 10 sont résumés dans le tableau 4.3.

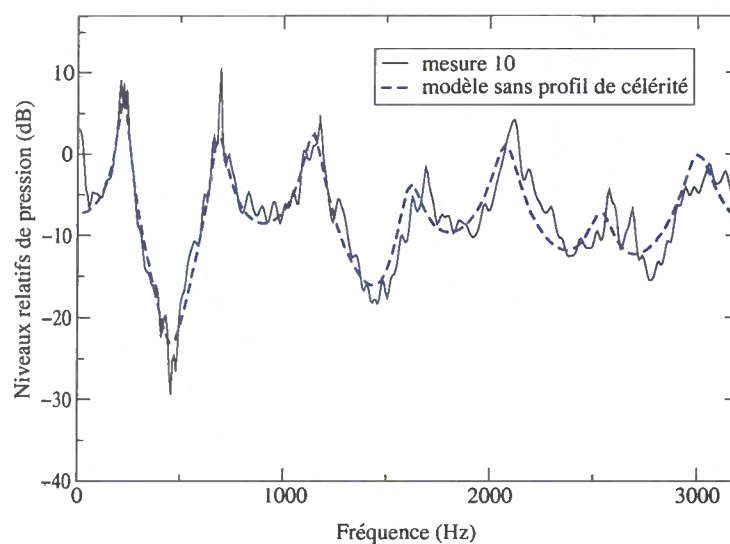
h_s	h_{ref}	h_M	microphones utilisés	condition de propagation
2	2	2	1 (25 m), 3 (62.5 m) et 5 (100 m)	neutre ($a_{eff} \simeq -0.15$)

TAB. 4.3 – Paramètres géométriques et météorologiques de la mesure 10.

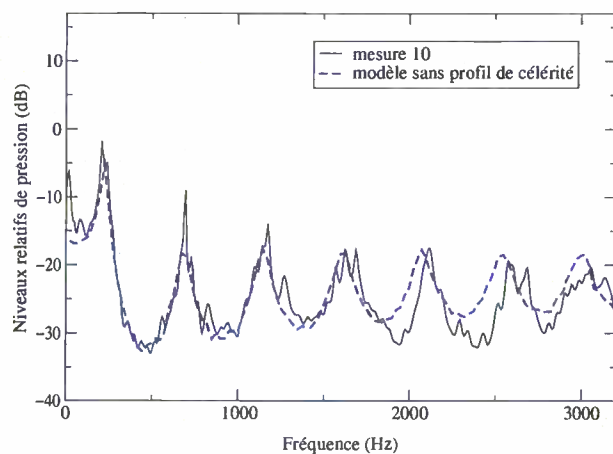
Les mesures météorologiques durant la mesure 10 montrent que le vent est perpendiculaire à la direction de propagation et que le gradient de température est nul. Nous utiliserons donc le modèle sans profil de célérité du son. Les cartographies du haut de la figure 4.16 correspondent aux conditions météorologiques de la mesure 10. A gauche, la fréquence est de 500 Hz et à droite, elle est de 1000 Hz.

Afin de pouvoir comparer les résultats du modèle à ceux des mesures, nous donnons ci-après les répartitions spectrales du niveau relatif de bruit obtenus par le modèle dans les conditions météorologiques mesurées et par la mesure pour les microphones 1, 3 et 5 (figure 4.18).

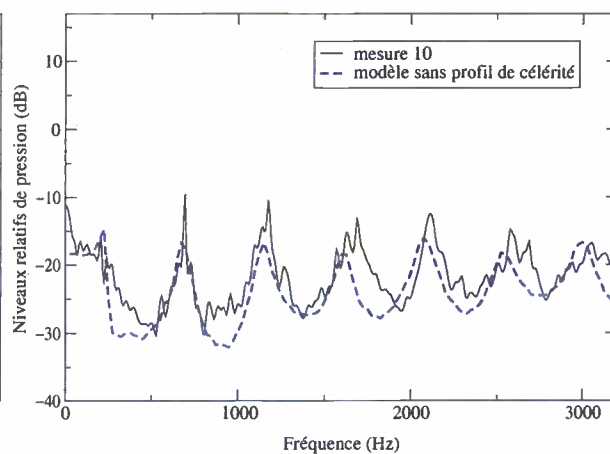
Les courbes de la figure 4.18 (a) permettent d'évaluer la validité du modèle sur un sol plan (la première rupture de pente n'a lieu qu'à partir de 25 mètres). Le comportement du modèle est très satisfaisant : le niveau acoustique est très bien calculé sur toute la gamme de fréquences. L'évaluation du niveau acoustique pour les distances de 62.5 et 100 mètres (figure 4.18 (b) et (c)) permet de tester le code sur un sol non plan, la première rupture de pente intervenant après 25 mètres. Le modèle donne des résultats tout à fait comparables aux mesures. On remarque que les niveaux à 100 mètres sont légèrement supérieurs aux niveaux à 62.5 mètres. Ce phénomène s'explique par le fait que le microphone à 100 mètres est moins profond dans la zone d'ombre que le microphone à 62.5 mètres.



(a) Microphone M1 (25 m)



(b) Microphone M3 (62.5 m)



(c) Microphone M5 (100 m)

FIG. 4.18 – Comparaison du niveau acoustique calculé par le modèle et du niveau mesuré pour différentes positions des microphones.

Mesures 8 et 9

Les paramètres géométriques et météorologiques des mesures 8 et 9 sont résumés dans le tableau 4.4.

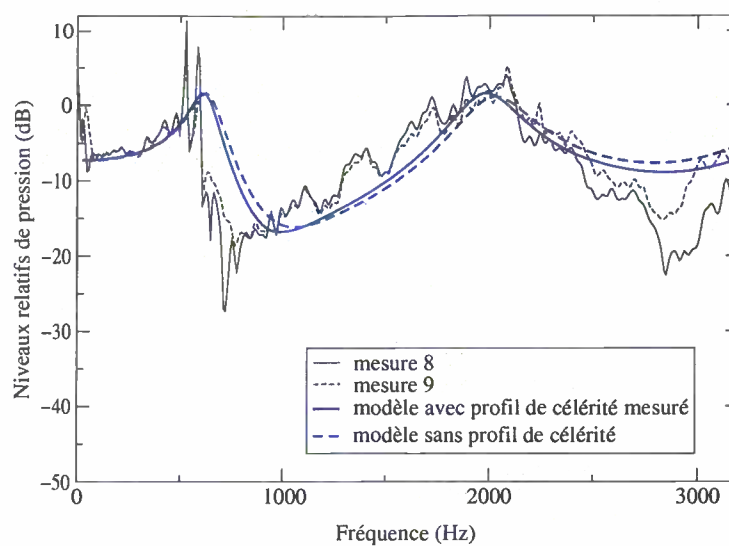
h_s	h_{ref}	h_M	microphones utilisés	condition de propagation
2	0.6	0.6	1, 2, 3, 4 et 5	favorable ($a_{eff} \simeq 0.3$)

TAB. 4.4 – Paramètres géométriques et météorologiques des mesures 8 et 9.

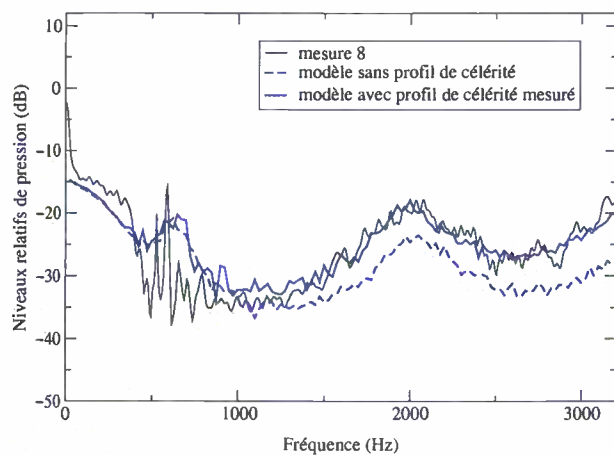
Les cartographies du niveau relatif de pression pour une source placée à 2 mètres pour des conditions de propagation neutre ou favorable sont tracées sur la figure 4.16. Nous comparons les spectres de niveau relatif calculés par le modèle et ceux des mesures pour les microphones 1, 2, 3, 4 et 5 (voir la figure 4.19).

Les mesures 8 et 9 ont été faites dans conditions de propagation favorables : le vent est portant et le gradient de température est négatif. La mesure à 25 mètres (figure 4.19 (a)) nous montre que le modèle est fiable sur une partie plane dans une atmosphère inhomogène. Les mesures à 50, 62.5 et 75 mètres sont faites après la première rupture de pente (figures 4.19 (b), (c) et (d)). Elles montrent que le modèle donnent une évaluation satisfaisante du niveau acoustique après une rupture de pente dans une atmosphère inhomogène. La figure 4.19 (e) donne la comparaison entre la mesure et le calcul pour le microphone placé à 100 mètres de la source, soit après la deuxième rupture de pente.

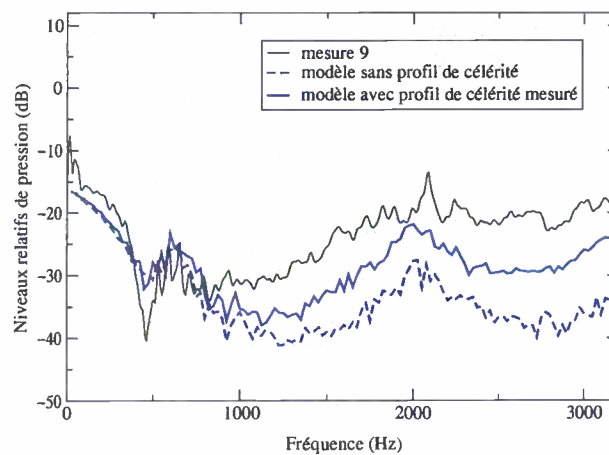
Comparons les résultats obtenus pour de grandes distances (>50 m). L'accord entre les résultats du modèle et les résultats des mesures est très bon à 50 mètres. Le gradient de célérité a pour effet de remonter le niveau obtenu par le modèle par rapport au cas neutre de 10 dB environ pour les hautes fréquences (>1500 Hz). Pour des distances plus grandes (62.5 et 75 m), le gradient de célérité permet d'obtenir un relèvement du niveau calculé par le modèle. Le niveau calculé reste cependant inférieur au niveau mesuré. Les microphones placés à 62.5 et 75 mètres sont dans une zone d'ombre acoustique (voir la figure 4.16). La différence de niveau peut donc s'expliquer par l'effet de la turbulence. Un calcul incluant un modèle de turbulence dans le modèle serait donc utile pour vérifier cette supposition.



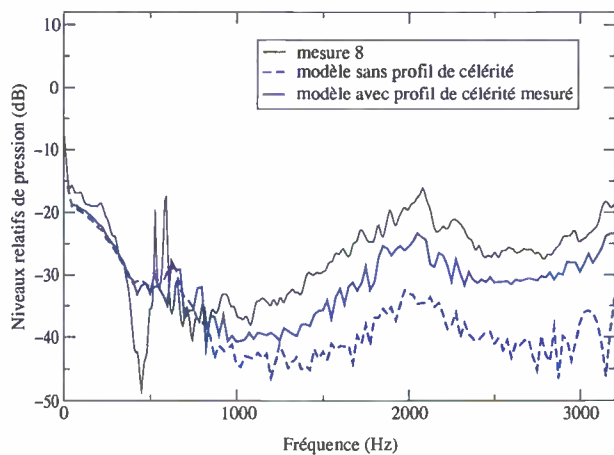
(a) Microphone M1 (25 m)



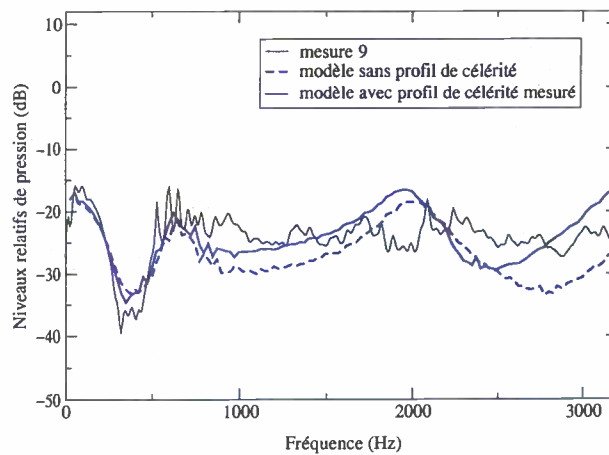
(b) Microphone M2 (50 m)



(c) Microphone M3 (62.5 m)



(d) Microphone M4 (75 m)



(e) Microphone M5 (100 m)

FIG. 4.19 – Comparaison du niveau acoustique calculé par le modèle et du niveau mesuré pour différentes positions des microphones.

Mesure 5

Les paramètres géométriques et météorologiques de la mesure 5 sont résumés dans le tableau 4.5.

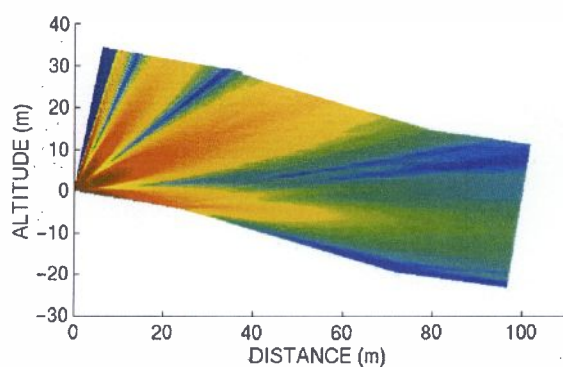
h_s	h_{ref}	h_M	microphones utilisés	condition de propagation
0.6	2	2	1 (25 m), 2 (50 m) et 4 (75 m)	favorable ($a_{eff} = 0.5$)

TAB. 4.5 – Paramètres géométriques et météorologiques de la mesure 5.

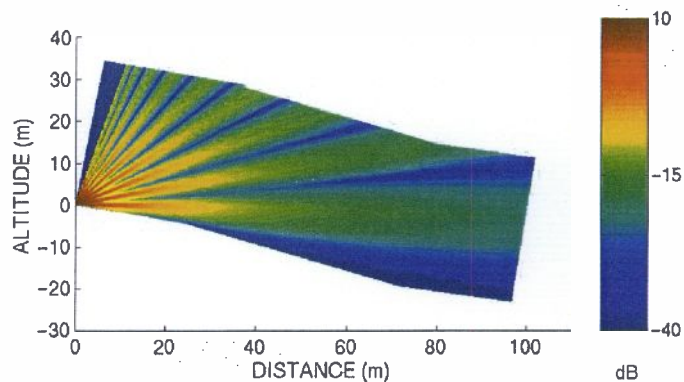
La mesure 5 est réalisée avec une source à 0,6 mètres. Les cartographies tracées ci-après (figure 4.20) permettent de visualiser la répartition du champ acoustique pour différentes fréquences (500 Hz pour les cartographies à gauche et 1500 Hz pour les cartographies à droite) et différentes conditions météorologiques (condition de propagation neutre en haut et condition de propagation favorable en bas).

Les cartographies montrent que l'effet d'un gradient de célérité du son positif sur la réfraction de l'énergie acoustique est plus important à haute fréquence qu'à basse fréquence. Nous comparons sur la figure suivante (figure 4.21) les spectres du niveau acoustique relatif mesurés durant la mesure 5 et ceux calculés avec le modèle sans profil de célérité du son et avec un profil correspondant aux paramètres météorologiques mesurés.

Les mesures 5 sont faites dans les mêmes conditions météorologiques que les mesures 6 et 7 : le vent est portant et dans la direction de propagation. Les conditions sont donc favorables. La mesure à 25 mètres (figure 4.21 (a)) correspond à un cas plan. Le modèle donne une évaluation satisfaisante du niveau acoustique. On constate qu'il est important de tenir compte du profil de célérité du son dans le modèle : la position des interférences destructives et constructives est prédite avec plus de précision quand on prend compte du profil de vent dans le modèle. Les mesures à grandes distances (50 et 75 mètres) tracées sur les figures 4.21 (b) et (c) donnent des spectres de niveau assez proches. On note une atténuation de 5 dB entre la mesure à 50 mètres et la mesure à 75 mètres. Cette atténuation est bien reproduite par le modèle.

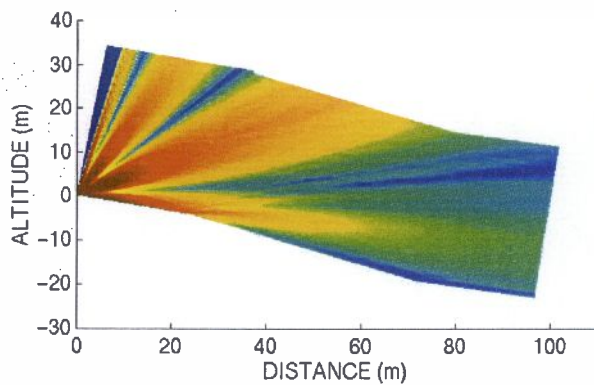


(a) $f = 500$ Hz. Conditions de propagation neutres

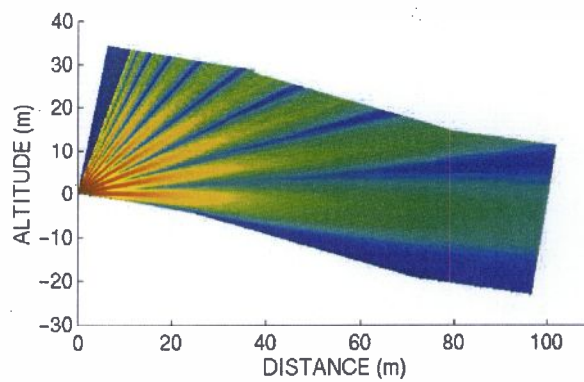


(b) $f = 1500$ Hz. Conditions de propagation neutres

(c)
Echelle

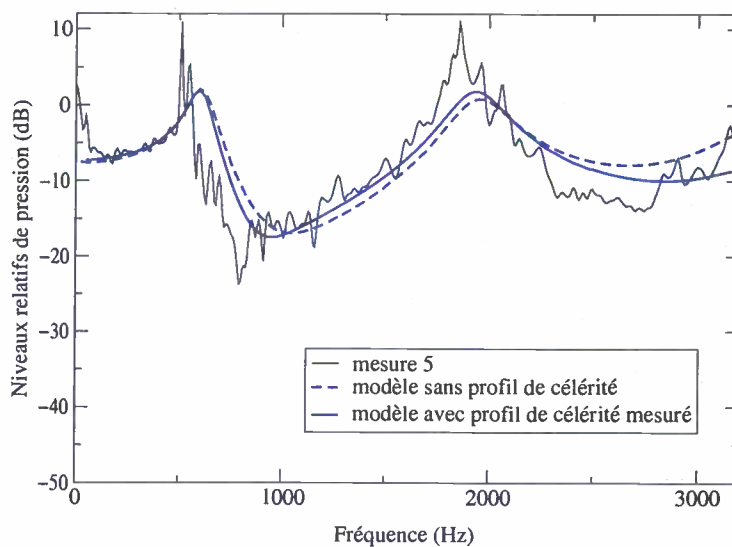


(d) $f = 500$ Hz. Conditions de propagation favorables ($a_{eff} = 0.5$)

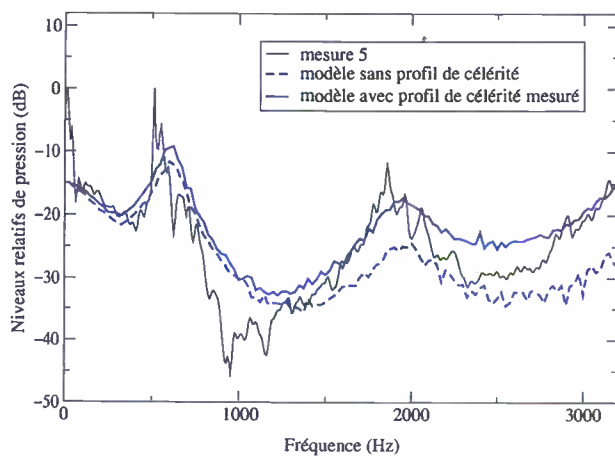


(e) $f = 1500$ Hz. Conditions de propagation favorables ($a_{eff} = 0.5$)

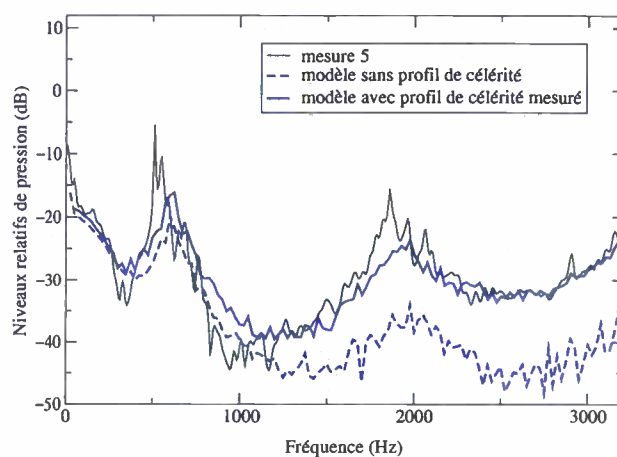
FIG. 4.20 – Visualisation du champ de pression au-dessus du site extérieur pour la hauteur de source de la mesure 5 : $h_s = 0.6$ m.



(a) Microphone M1 (25 m)



(b) Microphone M2 (50 m)



(c) Microphone M4 (75 m)

FIG. 4.21 – Comparaison du niveau acoustique calculé par le modèle et du niveau mesuré pour différentes positions des microphones.

4.6.2 Cas montant

Nous présentons maintenant les résultats des mesures effectuées dans le cas de propagation montant (voir figure 4.8) le 10 octobre 2001.

Mesures 11, 12 et 13

Les paramètres géométriques et météorologiques des mesures 11, 12 et 13 sont résumés dans le tableau 4.6.

h_s	h_{ref}	h_M	microphones utilisés	condition de propagation
2	2	2	1, 2, 3, 4 et 5	légèrement défavorable ($a_{eff} \simeq -0.2$)

TAB. 4.6 – Paramètres géométriques et météorologiques des mesures 11, 12 et 13.

Ces trois séries de mesures (11, 12 et 13) ont été faites dans des conditions de vent nul. Le gradient de température est négatif, créant une condition légèrement défavorable.

Nous donnons sur la figure 4.22, la répartition du niveau de pression au-dessus du site pour une source placée à 2 mètres du sol en bas du domaine pour deux fréquences (500 et 1000 Hz) dans des conditions neutres.

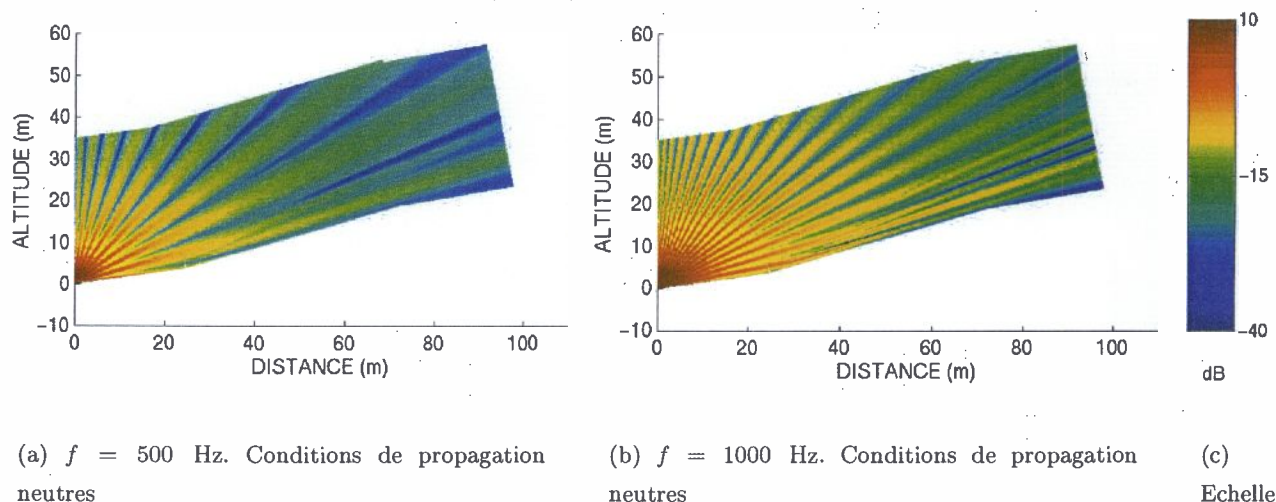
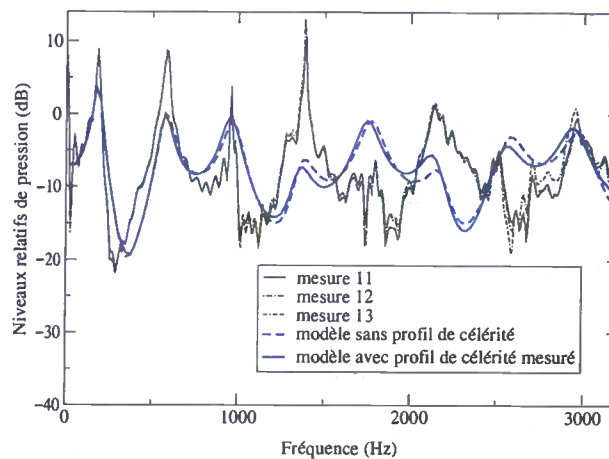


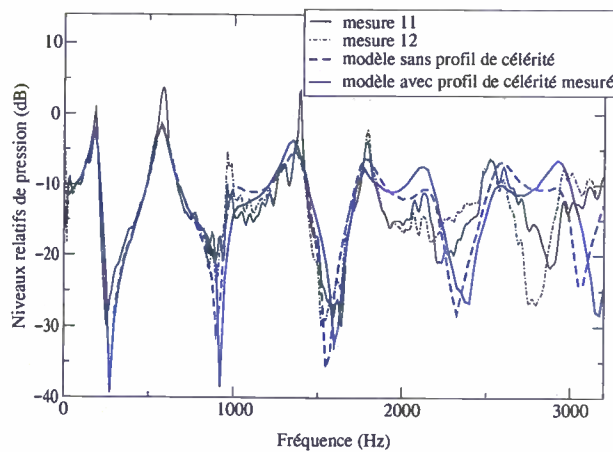
FIG. 4.22 – Visualisation du champ de pression au-dessus du site extérieur pour la hauteur de source des mesures 11, 12, 13, 14 et 16: $h_s = 2$ m.

Les trois séries de mesures donnent accès au niveau acoustique pour des microphones placés à 25, 50, 62.5, 75 et 100 mètres. Nous donnons sur la figure suivante (figure 4.23) le résultat de la mesure comparé à l'estimation du modèle.

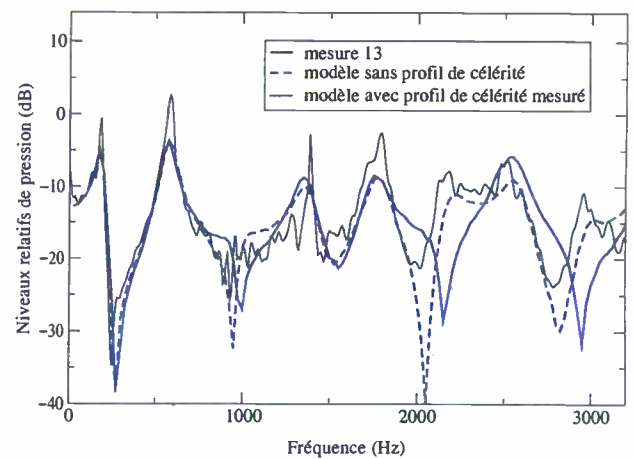
Pour le microphone placé à 25 mètres, la comparaison entre le résultat du modèle et le résultat de la mesure n'est satisfaisante que pour les basses fréquences (jusqu'à 1000 Hz) (figure



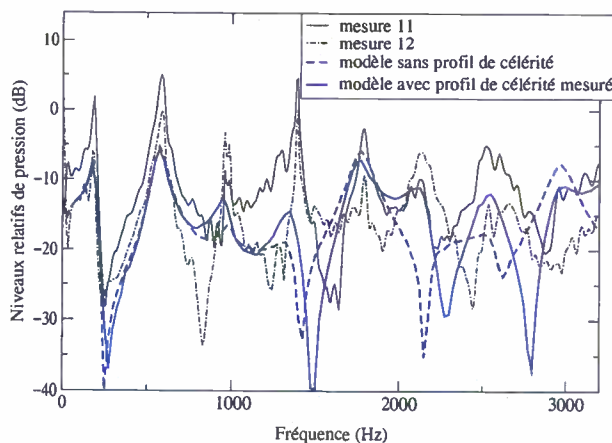
(a) Microphone M1 (25 m)



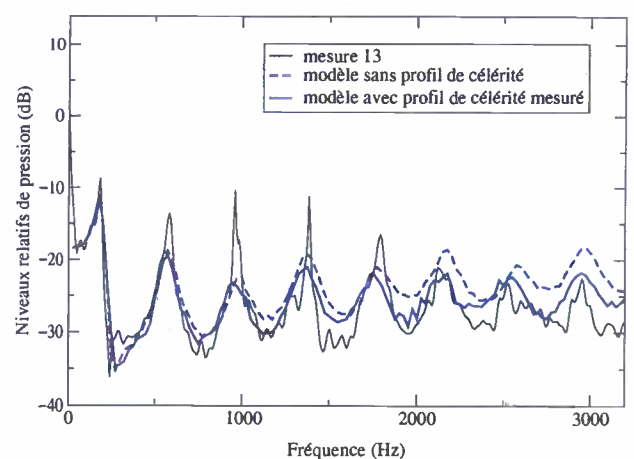
(b) Microphone M2 (50 m)



(c) Microphone M3 (62.5 m)



(d) Microphone M4 (75 m)



(e) Microphone M5 (100 m)

FIG. 4.23 – Comparaison du niveau acoustique calculé par le modèle et du niveau mesuré pour différentes positions des microphones.

4.23 (a)). Les explications à cette différence sont soit l'incertitude de la mesure, soit des paramètres physiques que l'on n'a pas pris en compte dans le modèle (réflexions parasites, ...). Nous précisons que le pistolet d'alarme utilisé comme source impulsionnelle pour les mesures est placé perpendiculairement à la pente (voir les photographies sur les figures C.2 et C.3 en annexe); ainsi, une grande quantité d'énergie acoustique est émise dans la direction transversale. De plus, le terrain de mesure était plus irrégulier sur le bas du site que sur le haut. Il est donc envisageable que les différences entre les niveaux mesurés et ceux obtenus par le modèle proviennent d'effets tridimensionnels de propagation.

La comparaison pour les microphones placés à 50, 62.5 et 75 mètres, soit après la première rupture de pente, est satisfaisante (figures 4.23 (b) et (c)). Le modèle calcule bien la position des interférences et le niveau acoustique relatif. Nous remarquons que les mesures 11 et 12 donnent des résultats sensiblement différents. On peut penser que cette différence est due à la variabilité des conditions météorologiques entre les deux mesures. Pour le microphone placé à 100 mètres de la source, soit après la deuxième rupture de pente, la comparaison entre la mesure et le modèle est satisfaisante (figure 4.23 (d)). Pour le microphone situé à 100 mètres, la prise en compte du gradient de célérité dans le modèle a un effet sensible sur le niveau acoustique. Le niveau calculé avec le gradient est inférieur de 5 dB par rapport au niveau calculé sans gradient. L'estimation est ainsi plus précise par rapport au niveau mesuré.

Mesures 14 et 16

Les paramètres géométriques et météorologiques des mesures 14 et 16 sont résumés dans le tableau 4.7.

h_s	h_{ref}	h_M	microphones utilisés	condition de propagation
2	2	0.6	1, 2, 3, 4 et 5	légèrement défavorable ($a_{eff} \simeq -0.15$)

TAB. 4.7 – Paramètres géométriques et météorologiques des mesures 14 et 16.

Les mesures 14 et 16 ont été faites dans des conditions de propagation légèrement défavorables. La hauteur de la source est la même que pour les mesures 11, 12 et 13; les cartographies du niveau de pression sont donc les mêmes (voir figure 4.22). Les mesures 14 et 16 diffèrent des mesures 11, 12 et 13 par la hauteur des microphones: ceux-ci sont maintenant placés à 0.60 m au-dessus du sol.

Sur la figure 4.24 (a) sont tracés les niveaux acoustiques donnés par les mesures pour le microphone à 25 mètres et le niveau donné par le modèle. Le niveau calculé par le modèle est proche de la mesure jusqu'à la fréquence de 2000 Hz. Sur les figures 4.24 (b), (c) et (d) sont tracés le niveau acoustique donné par la mesure pour les microphones placés à 50, 62.5 et 75 mètres de la source, soit après la première rupture de pente, et le niveau donné par le modèle. La comparaison est satisfaisante jusqu'à la fréquence de 2000 Hz. Pour le microphone placé à

100 mètres de la source, soit après la deuxième rupture de pente, le niveau calculé correspond assez bien au niveau mesuré (voir figure 4.24 (e)). L'effet du gradient de célérité est sensible sur le niveau calculé pour le microphone à 100 mètres : le niveau est de 5 dB inférieur au niveau calculé avec le modèle sans profil de célérité.

Mesures 17 et 18

Les paramètres géométriques et météorologiques des mesures 17 et 18 sont résumés dans le tableau 4.8.

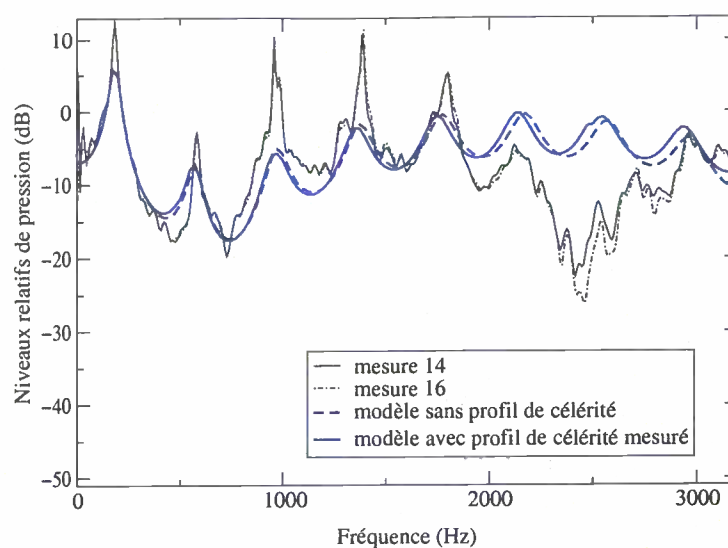
h_s	h_{ref}	h_M	microphones utilisés	condition de propagation
0.6	0.6	0.6	1, 2, 3, 4 et 5	défavorable ($a_{eff} \simeq -0.45$)

TAB. 4.8 – Paramètres géométriques et météorologiques des mesures 17 et 18.

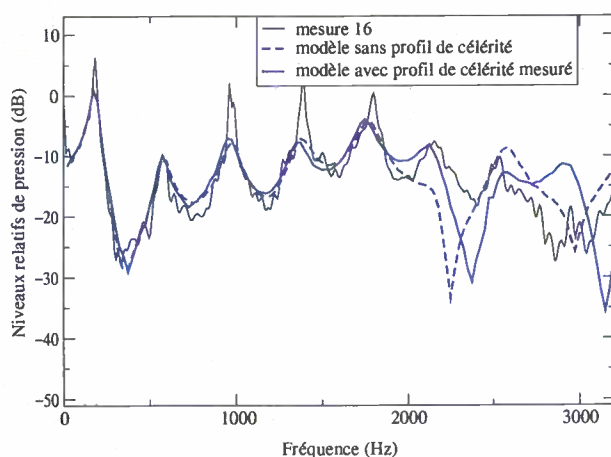
Les cartographies du niveau relatif de pression pour une source à 0.60 m sont représentées sur la figure 4.25. Les cartographies du haut correspondent à une atmosphère homogène (à gauche pour une source à 500 Hz, à droite pour une source à 1500 Hz). Celles du bas correspondent aux conditions météorologiques mesurées (défavorables). L'effet des conditions météorologiques est visible, surtout à haute fréquence et pour une grande distance : la zone d'ombre est alors plus grande.

Les niveaux mesurés aux microphones 1, 2, 3, 4 et 5 sont relevés sur la figure 4.26. Les niveaux calculés avec le modèle avec et sans profil de célérité sont également tracés sur les courbes pour comparaison.

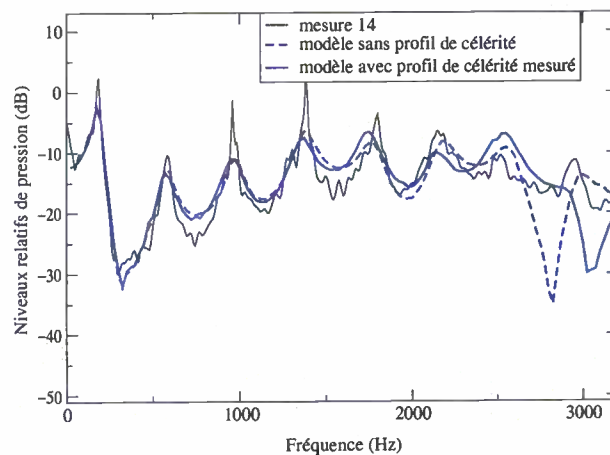
Les mesures 17 et 18 ont été faites dans des conditions de vent contraire, défavorables à la propagation acoustique. Les spectres de niveaux mesurés montrent peu d'interférence (figure 4.26) ; ceci est dû au fait que la source est placée près du sol (0.60 mètre). Le modèle utilisé avec un profil de célérité du son donne une meilleure estimation du niveau que le modèle utilisé sans profil de célérité pour les distances entre 50 et 100 mètres. Le pic de niveau mesuré autour de 700 Hz pour toutes les distances n'est jamais calculé par le modèle. Cette différence peut s'expliquer par les incertitudes de mesure (hauteurs de la source et du microphone de référence) ou par des phénomènes parasites (réflexion sur des obstacles autour de la ligne de propagation). Nous avons en effet remarqué, durant la campagne de mesures que le bas du terrain, où sont situés la source et le microphone de référence, était plus irrégulier que le haut. Ces différences entre le résultat du modèle et le résultat des mesures montrent qu'il serait utile de tenir compte dans un modèle futur de l'aspect tridimensionnel de la topographie.



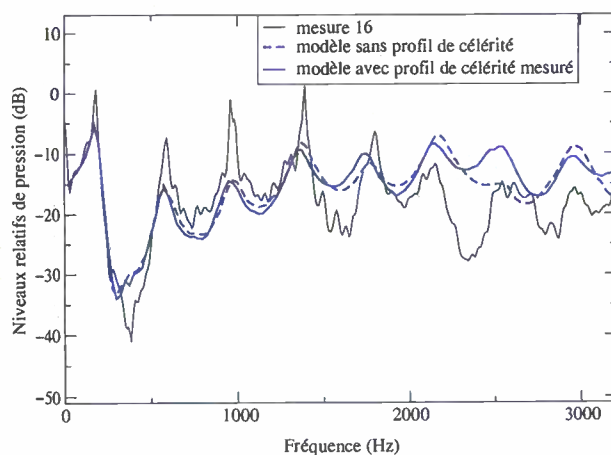
(a) Microphone M1 (25 m)



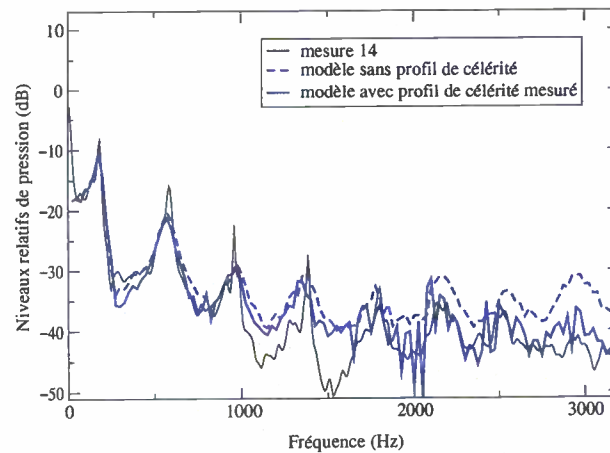
(b) Microphone M2 (50 m)



(c) Microphone M3 (62.5 m)



(d) Microphone M4 (75 m)



(e) Microphone M5 (100 m)

FIG. 4.24 – Comparaison du niveau acoustique calculé par le modèle et du niveau mesuré pour différentes positions des microphones.

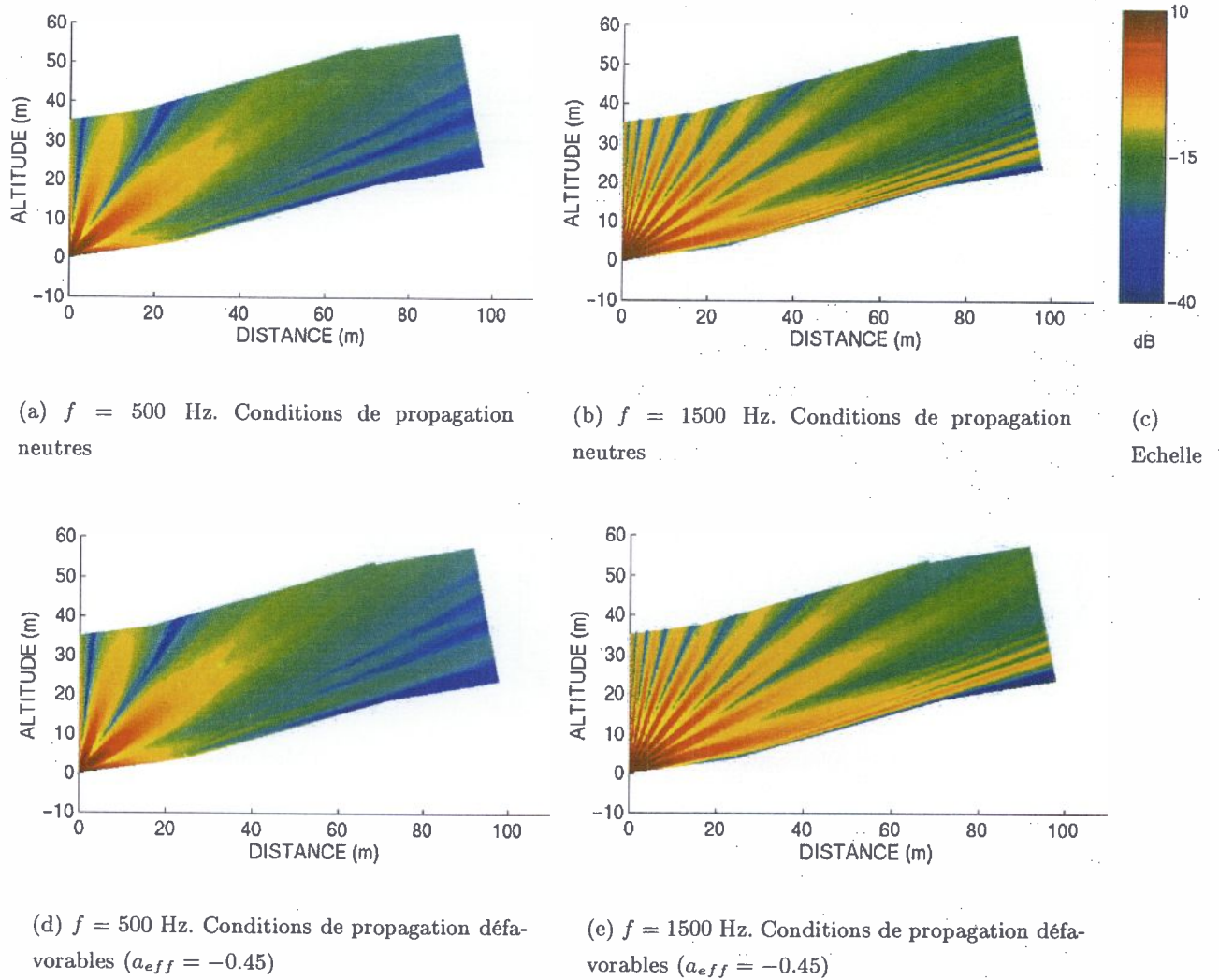
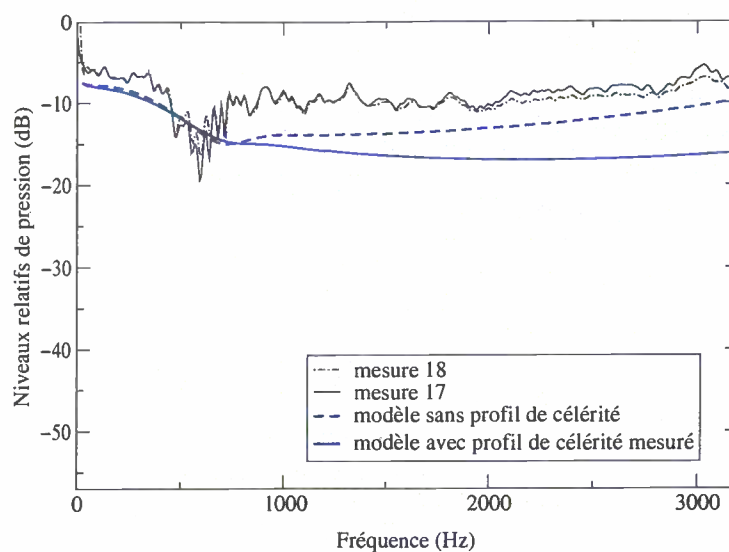
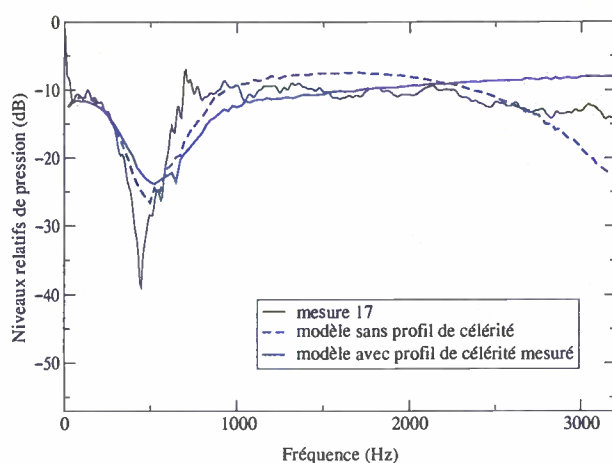


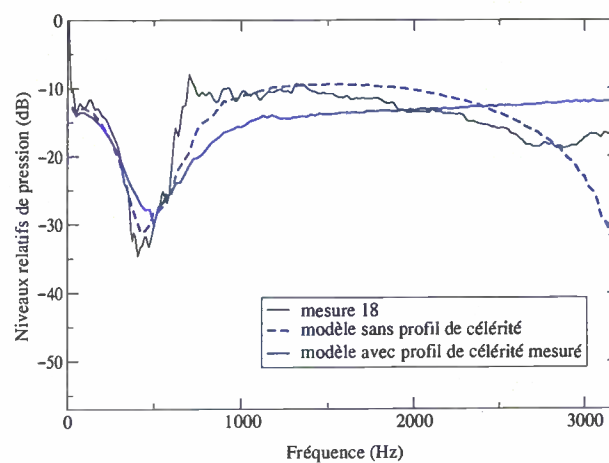
FIG. 4.25 – Visualisation du champ de pression au-dessus du site extérieur pour la hauteur de source des mesures 17, 18, 19 et 20 : $h_s = 0.6$ m.



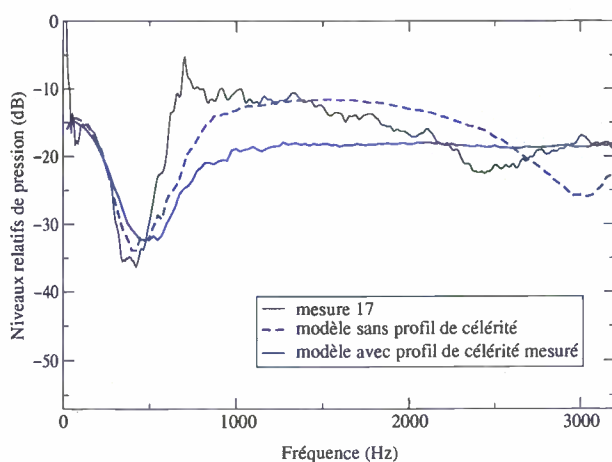
(a) Microphone M1 (25 m)



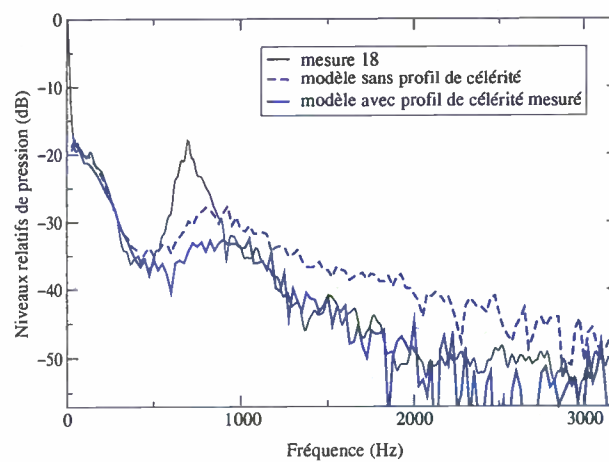
(b) Microphone M2 (50 m)



(c) Microphone M3 (62.5 m)



(d) Microphone M4 (75 m)



(e) Microphone M5 (100 m)

FIG. 4.26 – Comparaison du niveau acoustique calculé par le modèle et du niveau mesuré pour différentes positions des microphones.

Mesures 19 et 20

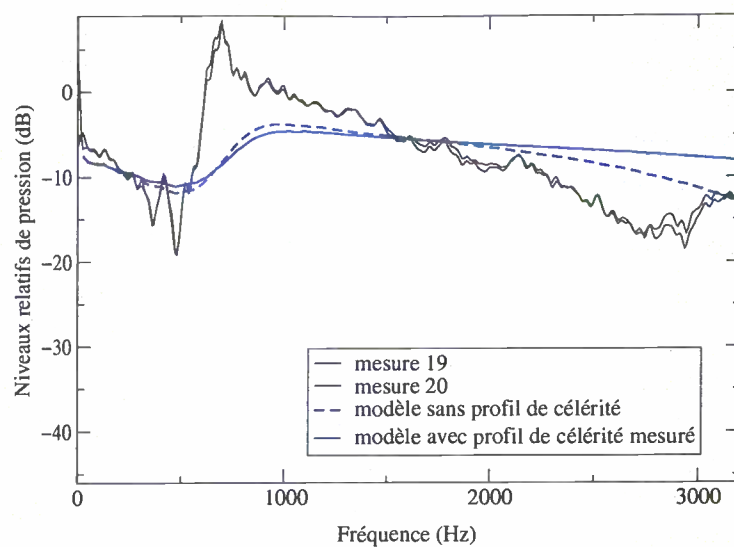
Les paramètres géométriques et météorologiques des mesures 19 et 20 sont résumés dans le tableau 4.9.

h_s	h_{ref}	h_M	microphones utilisés	condition de propagation
0.6	0.6	2	1, 2, 3, 4 et 5	défavorable ($a_{eff} \simeq -0.45$)

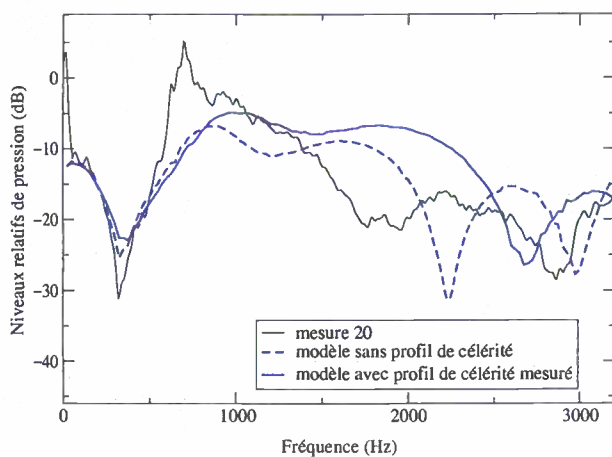
TAB. 4.9 – Paramètres géométriques et météorologiques des mesures 19 et 20.

Les mesures 19 et 20 ont été faites dans des conditions de propagation défavorables (vent contraire). Les conditions météorologiques sont les mêmes que celles mesurées durant les mesures acoustiques numérotées 17 et 18. De plus, le positionnement de la source et du microphone de référence sont identiques pour ces quatre séries de mesures. Pour les mesures 19 et 20, les microphones sont placés à 2 mètres. Les niveaux de pression mesurés sont relevés sur la figures 4.27. Le modèle, utilisé dans les conditions mesurées et dans des conditions neutres, a également été utilisé.

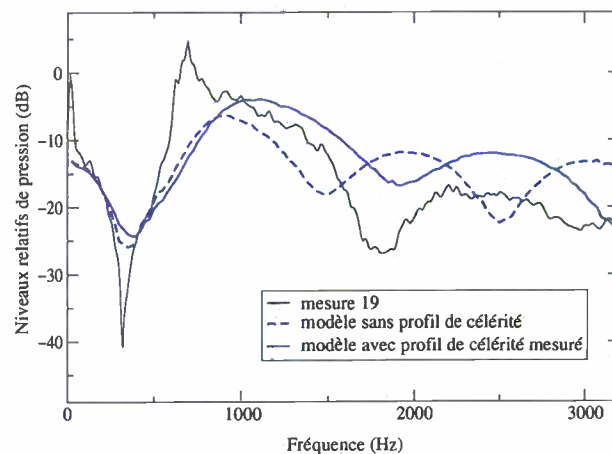
Le modèle reproduit grossièrement le résultat des mesures pour toutes les distances de propagation (25, 50, 62.5, 75 et 100 mètres) (voir la figure 4.27). Nous remarquons que le pic d'amplitude autour de la fréquence de 700 Hz présent sur tous les spectres de mesure des figures précédemment citées n'est jamais reproduit par le modèle. Il est possible qu'une réflexion parasite sur un obstacle autour de la ligne de mesure produise cette interférence.



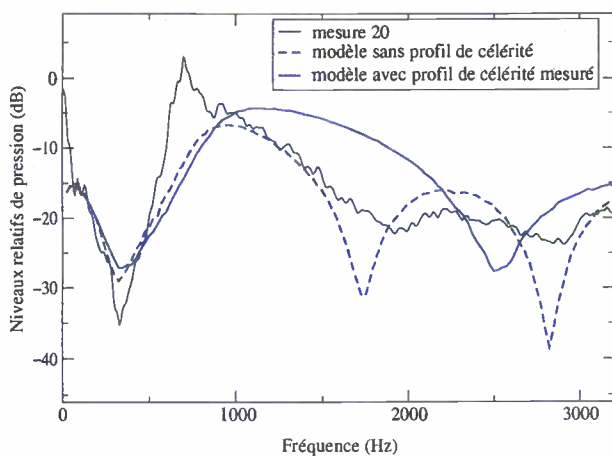
(a) Microphone M1 (25 m)



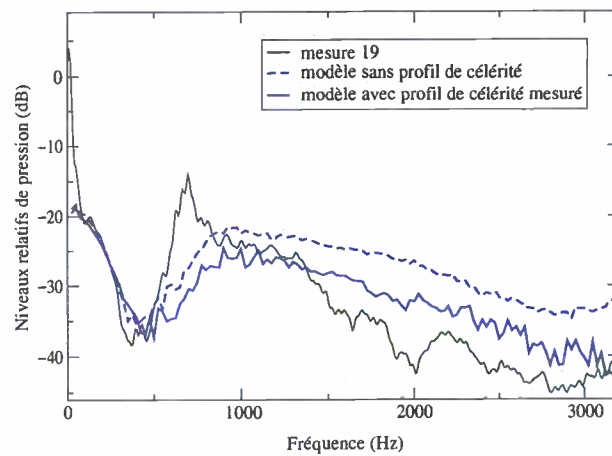
(b) Microphone M2 (50 m)



(c) Microphone M3 (62.5 m)



(d) Microphone M4 (75 m)



(e) Microphone M5 (100 m)

FIG. 4.27 – Comparaison du niveau acoustique calculé par le modèle et du niveau mesuré pour différentes positions des microphones.

4.7 Variabilité du niveau acoustique en fonction des paramètres météorologiques

Les comparaisons précédentes nous ont montré l'influence d'un profil de célérité du son sur le niveau acoustique. Afin de quantifier avec plus de précision cette influence, nous revenons sur deux configurations de mesure : le microphone placé à 25 mètres pour étudier l'influence sur les courtes distances et le microphone placé à 75 mètres pour étudier l'influence sur les grandes distances.

4.7.1 A courte distance

Pour le microphone placé à 25 mètres, nous avons deux séries de mesures correspondant à des situations météorologiques différentes. La mesure 6 est faite alors que le vent est portant. Pendant la mesure 10, le vent était faible et perpendiculaire à la direction de propagation. Pour ces deux séries de mesures, la configuration géométrique est la même : $h_s = h_r = 2$ m. Sur la figure 4.28 sont tracés en pointillés noirs le niveau acoustique obtenu pendant la mesure 6 et en pointillés rouges le niveau acoustique obtenu pendant la mesure 10. En vert est tracé le résultat du modèle utilisé sans profil de célérité du son et en bleu le résultat du modèle utilisé avec un profil de célérité du son correspondant aux valeurs de vitesse de vent mesurées.

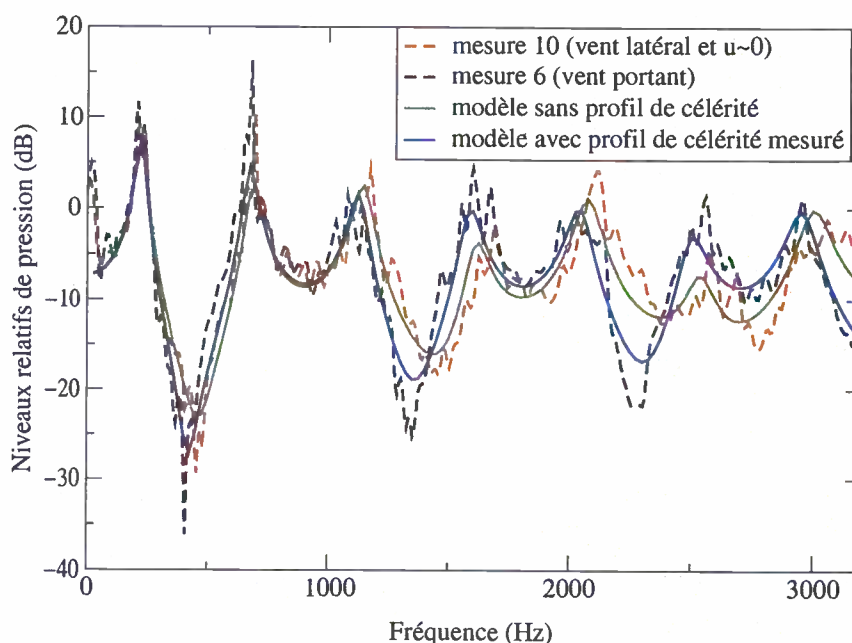


FIG. 4.28 – Variation du niveau relatif de pression à 25 m en fonction des paramètres météorologiques.

Les courbes de mesure en pointillés montrent l'influence du vent sur la propagation acoustique. Pour la distance de 25 mètres, cet effet est visible sur la position des interférences plus que sur le niveau acoustique : la position des interférences est déplacée vers les basses fréquences. Par

exemple, l'interférence destructive située autour de la fréquence de 2500 Hz pour la courbe en pointillés rouges représentant le cas sans vent est déplacée autour de la fréquence de 2250 Hz pour la courbe en pointillés noirs représentant le cas avec vent. On observe de plus que le vent a un effet plus sensible sur les hautes fréquences (>1000 Hz) que sur les basses fréquences.

Dans le cas d'un gradient de célérité négatif, la position des interférences dans le signal donnant le niveau acoustique en fonction de la fréquence est décalée vers les hautes fréquences; ce phénomène est visible sur la figure 4.23.

Nous avons observé ce phénomène dû à un profil de vent logarithmique dans le paragraphe 2.6.3 (*Propagation dans une atmosphère présentant un profil de vent logarithmique*). Les niveaux acoustiques mesurés permettent de valider le modèle utilisant l'équation parabolique avec une célérité effective.

4.7.2 A longue distance

Nous évaluons à présent la variabilité du niveau acoustique sur une distance de 75 mètres. La configuration géométrique choisie correspond à celles des mesures 6 et 7 : $h_s = h_r = 2$ m. Pour cette distance, nous disposons seulement de mesures du niveau acoustique dans des conditions de propagation favorables. Le niveau obtenu pendant ces mesures est tracé en noir sur la figure 4.29. En vert est tracé le résultat du modèle utilisé sans profil de célérité du son. En bleu sont tracés les niveaux de pression calculés par le modèle pour différents profils de célérité du son.

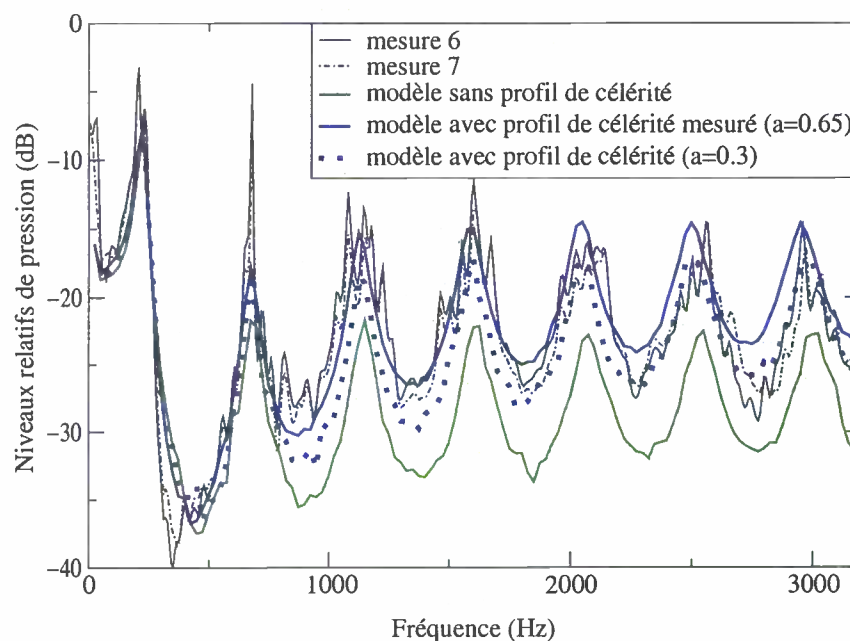


FIG. 4.29 – Variation du niveau relatif de pression à 75 m en fonction des paramètres météorologiques.

Nous faisons l'hypothèse que le code utilisé sans profil de célérité donne un niveau acoustique satisfaisant pour un sol non plan. Cette hypothèse peut être vérifiée en considérant les figures

4.18 (b) et (c) donnant une comparaison entre les résultats du modèle et des mesures pour un cas sans vent et pour des distances de 62.5 et 100 mètres. Moyennant cette hypothèse et en comparant le résultat du modèle sans profil de célérité (en vert) et celui de la mesure (en noir), nous constatons que le niveau acoustique à 75 mètres est très sensible à l'effet d'un profil de célérité pour les fréquences supérieures à 600 Hz ; un profil de célérité a pour effet de renforcer le niveau de 6 dB pour cette gamme de fréquences.

Sur ce même cas test, nous avons testé l'influence dans le modèle du paramètre a_{eff} définissant l'intensité du gradient de célérité du son. L'estimation de ce paramètre en fonction des paramètres météorologiques mesurés nous a fourni la valeur $a_{eff} = 0.65$. Cette valeur a été testée avec le modèle. Afin d'évaluer l'influence de ce paramètre, nous avons également testé le modèle avec le paramètre $a_{eff} = 0.3$. Les spectres des niveaux acoustiques sont identiques jusqu'à la fréquence 600 Hz ; le spectre calculé avec $a_{eff} = 0.3$ donne un niveau inférieur de 3 dB pour les fréquences plus élevées. Cette différence peut expliquer certaines incertitudes que l'on a rencontrées dans la comparaison entre les résultats du modèle et ceux de la mesure ; la détermination du paramètre a_{eff} est en effet délicate car les fluctuations de l'intensité du vent et de la température mesurées sont fortes.

4.8 Conclusion

Les mesures acoustiques effectuées en extérieur sont une base de données utile pour la compréhension des phénomènes de propagation en extérieur et pour la validation de modèles de propagation. De plus, il existe actuellement peu d'études dans lesquelles les mesures d'atténuation du niveau acoustique sur de longues distances sont faites de manière contrôlée, c'est-à-dire en mesurant simultanément l'ensemble des paramètres environnementaux influant sur la propagation (impédance du sol, topographie, vitesse et température). Daigle *et al.* [36] et Voisin [103] ont réalisé des mesures sur la propagation en extérieur pour étudier l'influence de la turbulence sur la propagation des ondes acoustiques. Nos mesures nous donnent accès seulement à la partie moyenne du profil de vitesse et de température. L'aspect original des mesures est qu'elles sont réalisées au-dessus d'un site non plan présentant de multiples valeurs de l'impédance.

Les valeurs météorologiques, relevées minute par minute, pendant quelques heures sur deux jours nous montrent que l'intensité du vent, sa direction et la température varient fortement au cours de la journée. Pour les valeurs enregistrées, le profil de vent peut être modélisé de manière satisfaisante par un profil logarithmique. La contribution du gradient de température dans la définition de la célérité effective du son est souvent faible par rapport au gradient de la vitesse du vent. L'effet du profil de température sur la propagation des ondes acoustiques n'a donc pu être observé que dans quelques cas où le vent était quasi nul (mesures 11, 12, 13 et 14). Les valeurs mesurées de l'impédance du sol montrent que le terrain apparemment homogène (prairie) présente une valeur de la résistance au passage de l'air très variable sur la distance de propa-

gation (100 m) : la valeur de la résistance au passage de l'air σ varie entre les valeurs extrêmes $90.10^3 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$ et $600.10^3 \text{ Nm}^{-4}\text{s}$.

L'intérêt des mesures des paramètres environnementaux couplées aux mesures d'atténuation acoustique a été de valider le modèle de propagation acoustique. Un des principaux développements de ce modèle est la prise en compte d'un sol courbe. Le modèle prend en outre compte de la valeur de l'impédance du sol et des profils moyens de température et de vitesse à travers la définition d'une célérité effective du son.

Les mesures acoustiques effectuées dans des cas de propagation neutres (sans vent) ont permis de valider le modèle sur un sol non plan (mesure 10). Des mesures après une ou deux ruptures de pente dans la topographie du terrain montrent que le modèle est très satisfaisant pour calculer le niveau acoustique au-dessus d'une topographie non plane.

La précision du modèle dans la prise en compte d'un profil de vent logarithmique dans le modèle a pu être validé rigoureusement pour la distance de 25 mètres (voir la figure 4.28). L'effet d'un profil de célérité du son sur la position des interférences a même pu être observé. Pour de plus longues distances, l'effet du profil de célérité du son est visible sur le niveau acoustique. Un gradient de célérité positif aura pour effet de renforcer, jusqu'à 10 dB, le niveau acoustique pour des distances supérieures à 50 mètres et des fréquences supérieures à 1000 Hz (mesures 5, 6, 7, 8 et 9). Ces comparaisons montrent que le modèle est satisfaisant dans un cas de propagation complexe présentant des ruptures d'impédance, un profil non plan et un profil de célérité du son.

La comparaison des résultats du code avec les résultats des mesures dans les cas où la source est placée en bas du domaine de propagation est également très satisfaisante pour les cas de propagation sans vent et les configurations géométriques correspondant aux mesures 11, 12, 13, 14 et 16. La plupart des cas montrent cependant une limite dans la comparaison pour les hautes fréquences : la comparaison n'est en général pas bonne au-dessus de la fréquence de 2000 Hz. Pour certains la limite est même plus basse : 1000 Hz pour les figures 4.23 (a) et (d)). Ces mesures ont été effectuées dans des conditions de propagation légèrement défavorables. Il est intéressant de constater que l'effet d'un profil de célérité du son est visible sur le niveau acoustique, surtout à grande distance et pour les fréquences supérieures à 1000 Hz (voir les figures 4.23 (e) et 4.24 (e)) : le niveau acoustique calculé avec le profil de célérité négatif est de 5 dB inférieur au niveau calculé sans profil de célérité.

Les dernières séries de mesures (17, 18, 19 et 20) ont été effectuées dans un cas de propagation montant avec une source proche du sol (0.60 m). Les conditions de propagation étaient défavorables (vent contraire). Les résultats de ces mesures ont été comparés avec les résultats du modèle pour les conditions météorologiques mesurées. Dans l'ensemble, même si le modèle utilisé avec le profil de célérité mesuré donne une estimation du niveau qui a l'allure du signal mesuré, la comparaison n'est pas satisfaisante. Sur les mesures, on remarque par exemple un maximum du niveau de pression autour de la fréquence de 700 Hz ; nous pensons que cette interférence

est due à un effet tridimensionnel dans la propagation. Le terrain de mesure était en effet plus irrégulier sur le bas du site.

Ces différences entre les résultats du modèle et des mesures nous amènent à considérer les limites du modèle. Le modèle développé est bidimensionnel ; il ne peut traiter que des cas de propagation où le site présente une topographie bidimensionnelle, c'est-à-dire sans irrégularité dans la direction transversale à la direction de propagation. Cet aspect tridimensionnel serait à développer pour accroître la gamme de validité du modèle.

Certaines comparaisons entre les niveaux mesurés et ceux obtenus par le modèle montrent qu'il serait intéressant d'utiliser un modèle de turbulence dans le modèle de propagation sur sol non plan. Dans les cas où le microphone se situe dans la zone d'ombre géométrique, le niveau calculé est en effet inférieur au niveau mesuré (voir les mesures 8 et 9 par exemple). On peut penser qu'un calcul utilisant une modélisation de la turbulence par la technique des modes de Fourier présentée au paragraphe 2.5.2 donnerait une meilleure estimation du niveau.

La validité du modèle est également limitée par la procédure expérimentale utilisée pour l'acquisition des paramètres météorologiques. Nous utilisons à cet effet un seul mât météorologique ; les paramètres nous permettant de définir les profils moyens de vent et de température sont donc connus en un seul point. Le modèle est donc utilisé avec un profil de célérité n'évoluant pas avec l'espace. Cette description uniforme est approximative et il serait intéressant de mesurer l'évolution spatiale des profils moyens de vent et de température.

Conclusion

Dans cette étude, nous avons développé un modèle de propagation destiné à calculer l'intensité du niveau acoustique en bordure d'infrastructures routières ou ferrovières. Les paramètres de ce problème de propagation acoustique sont nombreux : la propagation acoustique est en effet influencée par la topographie du site, la nature du sol et l'état de l'atmosphère (vent, température). Un modèle développé au Centre Acoustique de L'Ecole Centrale de Lyon permettant le calcul de la propagation en extérieur a servi de base à la construction d'un nouveau modèle autorisant le calcul de la propagation au-dessus d'un sol courbe.

Le modèle est basé sur la résolution d'une équation des ondes de type parabolique. Cette équation, dont la résolution numérique est peu coûteuse, permet de réaliser des calculs sur de longues distances (plusieurs kilomètres) d'une grande précision. La prise en compte de la nature du sol, à travers la valeur de son impédance, est faite en imposant une condition limite dans la résolution de l'équation. L'influence d'un profil moyen de vent et de température est prise en compte en utilisant la définition d'une célérité effective du son. Les fluctuations turbulentes de la température et de la vitesse du vent sont modélisées en utilisant la méthode des modes de Fourier.

L'extension de l'application de ce modèle au cas d'un sol courbe a nécessité de développer une méthode numérique spécifique pour prendre en compte une condition aux limites variant avec la distance. La méthode développée consiste à résoudre l'équation parabolique dans un repère variable : le repère de résolution subit une rotation à chaque rupture de pente. La précision du modèle a été évaluée sur des géométries non planes simples par comparaison avec des solutions analytiques. Le cas d'une rupture de pente positive ou négative montre que le modèle est d'une grande précision pour traiter des ruptures de pentes dont l'angle atteint 30 degrés, voire 40 degrés dans certaines configurations géométriques. Le cas de la propagation au-dessus d'une surface cylindrique convexe ou concave a montré que la précision du modèle reste très satisfaisante pour une configuration géométrique où il est nécessaire d'effectuer une succession de changements de repères supérieure à 3 pour approcher la géométrie réelle. Ces cas de validation du modèle de propagation nous ont montré qu'une géométrie non plane a pour effet de créer un champ acoustique diffracté, dont l'influence est particulièrement importante dans les zones d'ombre. La validation du modèle sur un cas complexe (topographie, impédance, profil de vent) a été réalisée à l'aide de résultats de mesures obtenus lors d'une expérimentation sur un site extérieur.

Des mesures d'atténuation du niveau acoustique sur des distances entre 10 et 100 mètres ont été réalisées sur un site extérieur présentant une topographie non plane. Ces mesures acoustiques ont été réalisées simultanément avec des mesures des paramètres météorologiques (vitesse et direction du vent et température à 1, 3 et 10 mètres du sol). Ces mesures météorologiques permettent de modéliser les profils moyens de vent et de température présents lors des mesures acoustiques. Les mesures de vitesse et de température ont montré que les paramètres météorologiques sont sujets à de fortes variations au cours d'une journée. L'impédance du sol a également été mesurée montrant de fortes variations de l'impédance le long de la ligne de mesures acoustiques. L'intérêt des mesures acoustiques couplées aux mesures météorologiques a été de valider le modèle de propagation développé. Les mesures acoustiques effectuées dans des cas de propagation neutre (vent et gradient de température nuls) ont permis de valider le modèle sur un sol non plan. La topographie du site montre plusieurs ruptures de pente. Le niveau acoustique calculé par le modèle est en bon accord avec les mesures pour les récepteurs placés dans la ligne de vue de la source acoustique et pour ceux placés dans la zone d'ombre acoustique. Les mesures réalisées dans des conditions où le gradient de célérité du son est non nul permettent de tester l'influence d'un profil de célérité dans le modèle. Les conditions météorologiques rencontrées ont été de type favorables (vent portant ou gradient de température positif) à la propagation ou défavorables (vent contraire ou gradient de température négatif); dans les deux cas, les comparaisons des niveaux acoustiques mesurés et des niveaux obtenus par le modèle se sont révélées très satisfaisantes. Sur de courtes distances de propagation (25 m) et pour des fréquences supérieures à 1000 Hz, un gradient de célérité du son a pour effet de déplacer les interférences du signal (vers les basses fréquences pour un gradient positif et vers les hautes fréquences pour un gradient négatif). Pour de plus grandes distances (>50 m) et pour des fréquences supérieures à 1000 Hz, la présence d'un profil de célérité du son a un effet sensible sur le niveau acoustique; celui-ci peut augmenter de 10 dB dans le cas d'un gradient de célérité du son positif ou diminuer de la même quantité dans le cas d'un gradient négatif.

Les résultats du modèle, validés par les mesures, ont montré en particulier la grande variabilité du niveau acoustique pour des distances supérieures à 50 mètres et pour les fréquences supérieures à 1000 Hz due aux fluctuations du profil moyen de vitesse.

Venons enfin aux perspectives ouvertes par cette étude. La comparaison entre les niveaux acoustiques mesurés et ceux calculés avec le modèle n'est pas satisfaisante dans certains cas. Cette difficulté peut provenir à la fois de la modélisation et de la procédure expérimentale.

De nouvelles équations paraboliques ont récemment été développées au Centre Acoustique de l'Ecole Centrale de Lyon (les équations que nous avons nommées TW-WAPE et MW-WAPE). Ces équations permettent de tenir compte de l'aspect vectoriel du champ de vitesse du vent. L'utilisation de ces équations dans le modèle sur sol non plan donnerait une meilleure précision

aux résultats des calculs. L'aspect tridimensionnel d'un problème de propagation acoustique en extérieur devra également être pris en compte dans un modèle futur. Les cas où l'aspect tridimensionnel de la topographie sont en effet nombreux et l'influence de l'aspect tridimensionnel de la propagation peut difficilement être négligé. Une méthode envisageable, et envisagé dans cette étude, est d'utiliser une équation parabolique tridimensionnelle dont la résolution passe par une méthode de *splitting* de l'opérateur de propagation.

Les résultats du modèle nous ont montré que les niveaux acoustiques sont très sensibles aux conditions météorologiques. Il est nous paraît donc important de rendre la modélisation des profils moyens de vent et de température et de leurs fluctuations turbulences plus réaliste. Une bonne modélisation de l'atmosphère pour un modèle de propagation acoustique devra tenir compte de la topographie du terrain, de l'évolution en temps et en espace des profils moyens de vent et de température. En outre, il serait intéressant d'évaluer l'effet de l'anisotropie et de l'inhomogénéité de la turbulence atmosphérique dans le modèle de propagation acoustique.

Il nous paraît également utile d'apporter quelques remarques et suggestions sur la procédure expérimentale que nous avons utilisée. Il serait intéressant d'effectuer des relevés météorologiques simultanément aux mesures acoustiques et en plusieurs points le long de la ligne de propagation. Ces mesures permettraient d'évaluer l'effet de la variation spatiale du profil de célérité du son sur la propagation acoustique. De plus, la mesure de l'intensité des fluctuations de la vitesse du vent et de la température permettraient d'introduire dans un modèle de turbulence des valeurs réalistes de la turbulence atmosphérique au moment de la mesure. L'étude de l'effet de la turbulence atmosphérique sur la propagation acoustique dans un cas non plan pourra compléter l'étude. Un dernier problème soulevé par l'étude est la question de la durée des échantillons des mesures météorologiques pour faire des moyennes temporelles et leur représentativité pour prévoir le niveau acoustique.

Annexe A

Influence du modèle d'impédance

Nous donnons dans cette annexe les résultats obtenus avec le modèle de propagation dans le cas des mesures 17, 18, 19 et 20 ; nous utilisons un modèle d'impédance caractérisant un sol dont la porosité décroît exponentiellement avec la profondeur (Donato [48]).

Le modèle de Delany et Bazley [42] utilisé dans les calculs de la partie 4 s'écrit :

$$Z = \rho_0 c_0 [1 + 0.0571X^{-0.754} + i0.087X^{-0.732}] \quad (\text{A.1})$$

où X est un paramètre sans dimension égal à : $X = \rho_0 f / \sigma$. σ est la résistance au passage de l'air du sol, exprimée en $\text{N.m}^{-4}.\text{s}$.

Dans le modèle d'impédance précédent, $\text{Im}(Z) > \text{Re}(Z)$; cette propriété caractérise un sol inhomogène.

Les comparaisons entre les résultats du modèle et ceux des mesures ne se sont pas montrées satisfaisantes pour les cas de mesures 17, 18, 19 et 20. Nous choisissons donc un modèle d'impédance plus réaliste pour exagérer les propriétés non homogènes du sol. Admettons que la porosité du sol décroisse exponentiellement avec la profondeur ($\Omega = \exp(-az)$)¹. La formulation de l'impédance d'un tel sol est donnée par Attenborough ([5] Eq. 12, [4] Eq. 31 et Eq. 33) et Taherzadeh et Attenborough ([98] Eq. 13) et s'écrit ([4] Eq. 33) :

$$Z = 0.00082\sigma_e\Omega e + i(38.99/(f\Omega e)) \quad (\text{A.2})$$

avec $\sigma_e = s_f^2 \sigma / \Omega$. s_f est un facteur caractérisant la forme des pores ($0.6 < s_f < 1$). Pour déterminer la valeur des coefficients de l'équation A.2, nous procédons par itérations à partir de la valeur de σ mesurée ($200.10^3 \text{ N.m}^{-4}.\text{s}$). Les valeurs retenues sont les suivantes : $\sigma = 140.10^3 \text{ N.m}^{-4}.\text{s}$, $e = 0.02 \text{ m}$, $\Omega = 0.6$ et $s_f = 0.9$.

1. On démontre que ce sol a la même impédance qu'un sol composé d'une couche poreuse d'épaisseur $e = 2/a$ reposant sur un milieu plus dur et réfléchissant (Donato [48]).

Nous avons utilisé le modèle d'impédance (A.2) dans les conditions de la mesure 11 ($h_s = h_{ref} = h_m = 2$ m) pour le microphone placé à 25 m. Les résultats du modèle et ceux de la mesure sont donnés sur la figure A.1. Cet exemple montre que le modèle d'impédance à deux paramètres (A.2) n'a pas une influence sensible sur la position des interférences dans le spectre du niveau acoustique quand les microphones (référence et mesure) sont placés à 2 mètres du sol par rapport au modèle de Delany et Bazley (A.1).

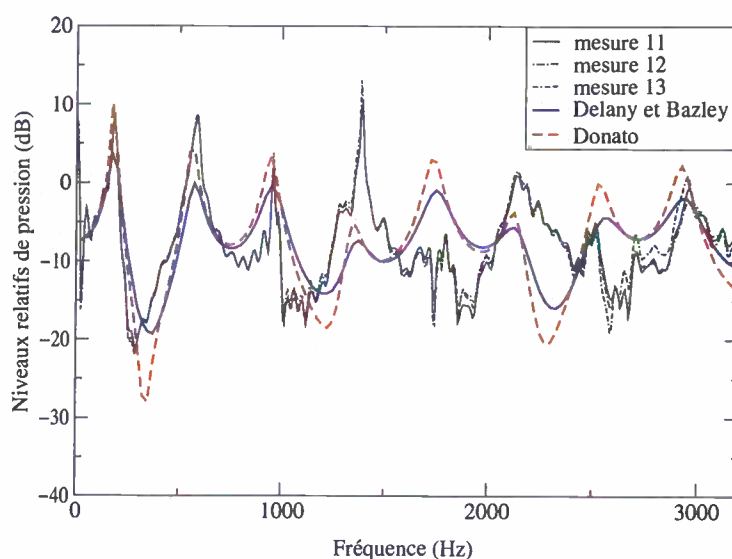
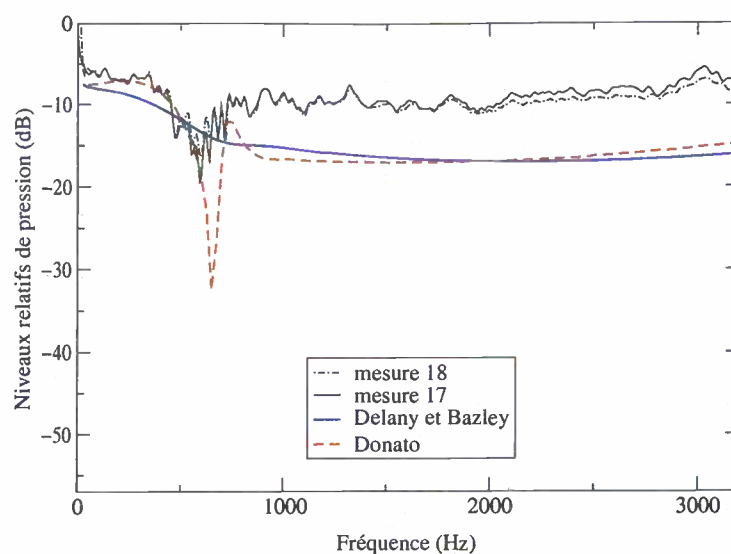


FIG. A.1 – Comparaison du niveau acoustique calculé par le modèle et du niveau mesuré pour différentes positions des microphones. $h_s = h_{ref} = h_m = 2$ m

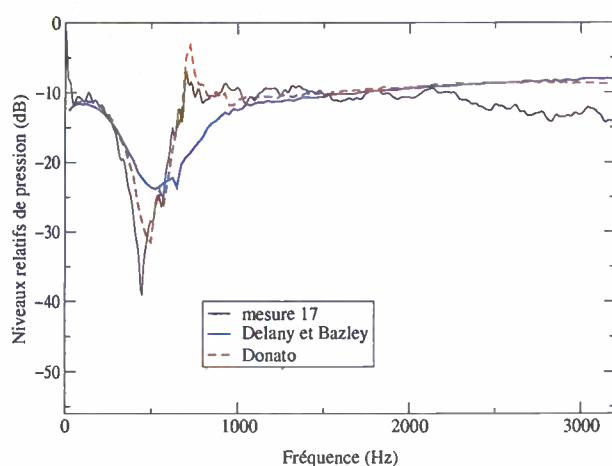
Nous comparons les résultats des mesures et ceux du modèle avec les différents modèles d'impédance dans le cas des mesures 17, 18, 19 et 20. Pour chacune de ces mesures, le microphone de référence est placé à 60 cm au-dessus du sol ; on s'attend donc à une variation plus sensible entre le niveau acoustique calculé avec le modèle de Delany et Bazley et le niveau calculé avec le modèle de Donato.

Les paramètres géométriques et météorologiques des mesures 17 et 18 sont résumés dans le tableau 4.8. Les résultats des mesures et ceux du modèle sont donnés sur la figure A.2 pour les microphones entre 25 et 100 m.

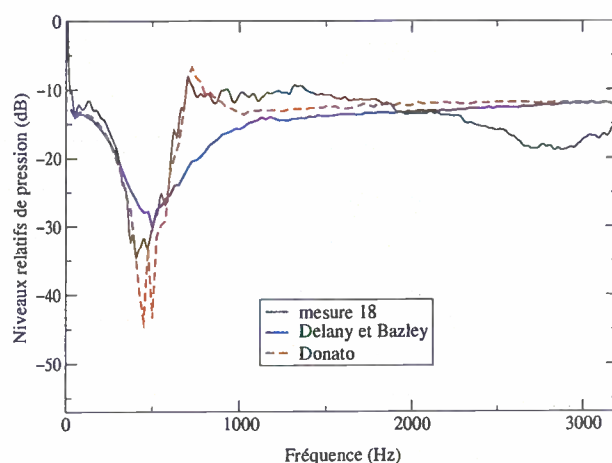
Le modèle de Donato est aussi utilisé pour les cas correspondant aux mesures 19 et 20. Les paramètres géométriques et météorologiques des mesures 19 et 20 sont résumés dans le tableau 4.9. Les résultats des mesures et ceux du modèle sont donnés sur la figure A.3 pour les microphones entre 25 et 100 m.



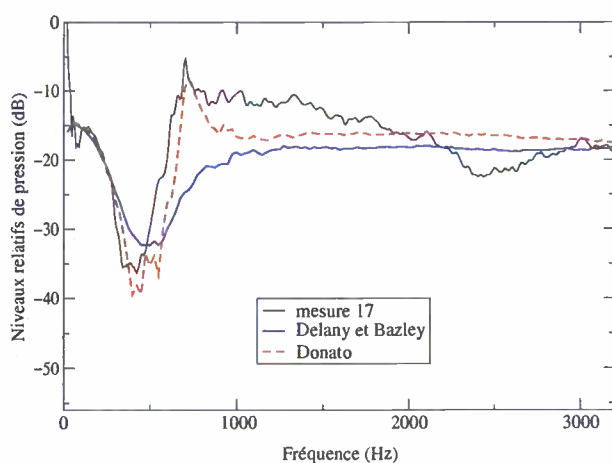
(a) Microphone M1 (25 m)



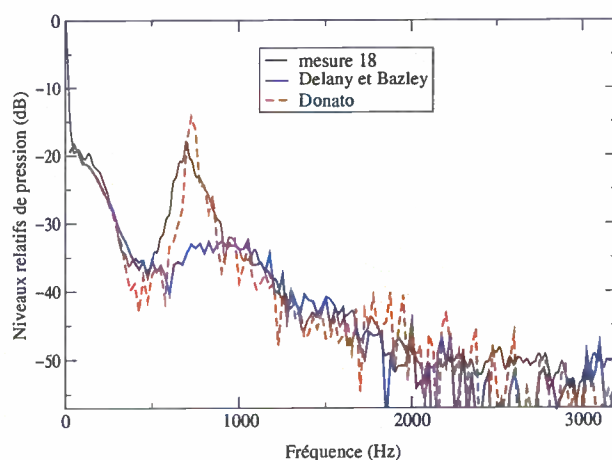
(b) Microphone M2 (50 m)



(c) Microphone M3 (62.5 m)

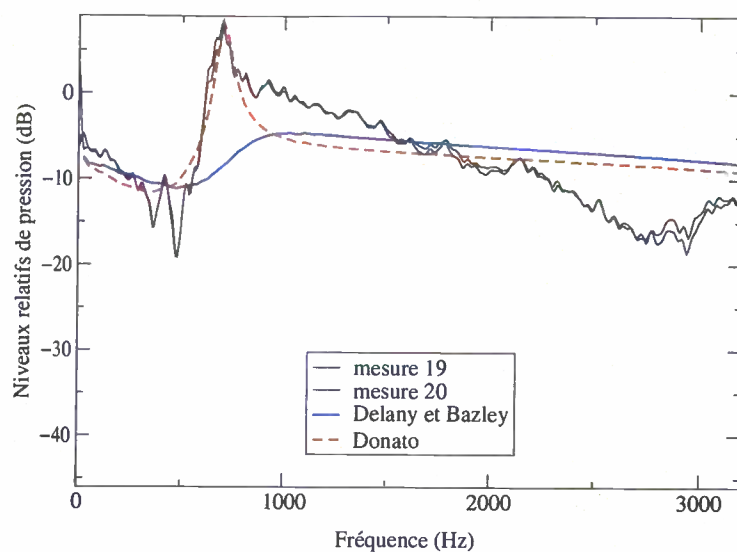


(d) Microphone M4 (75 m)

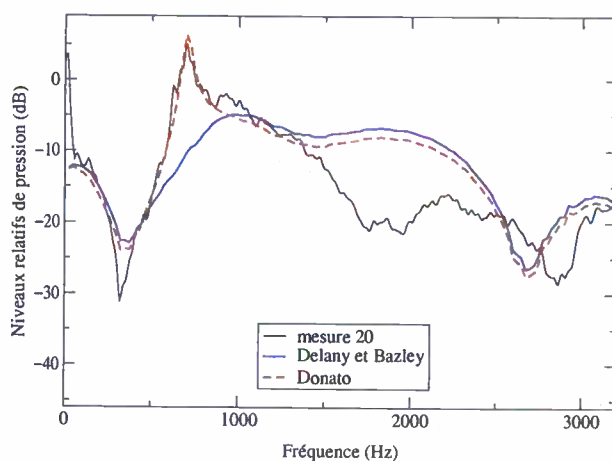


(e) Microphone M5 (100 m)

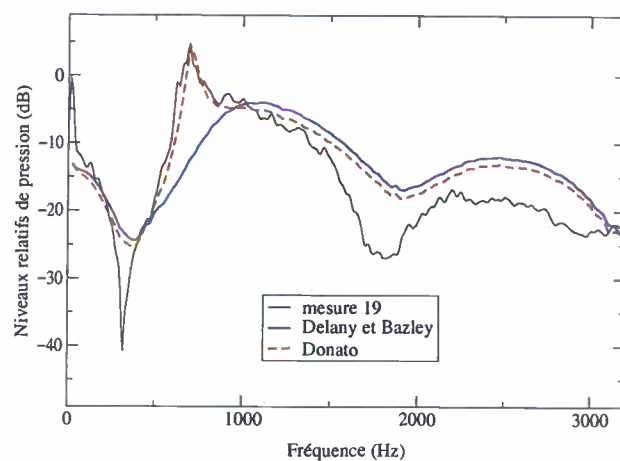
FIG. A.2 – Comparaison du niveau acoustique calculé par le modèle et du niveau mesuré pour différentes positions des microphones. $h_s = h_{ref} = h_m = 0.6$ m



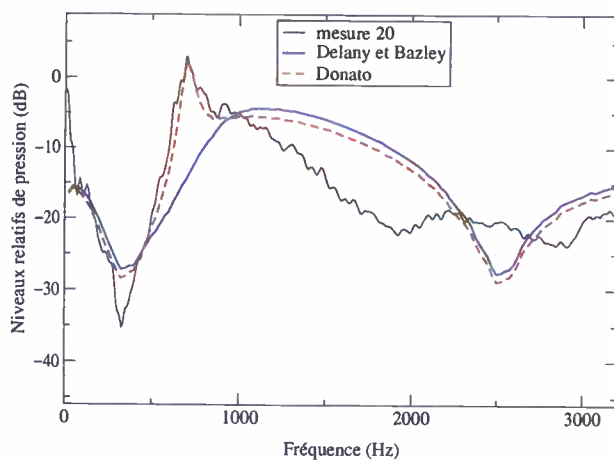
(a) Microphone M1 (25 m)



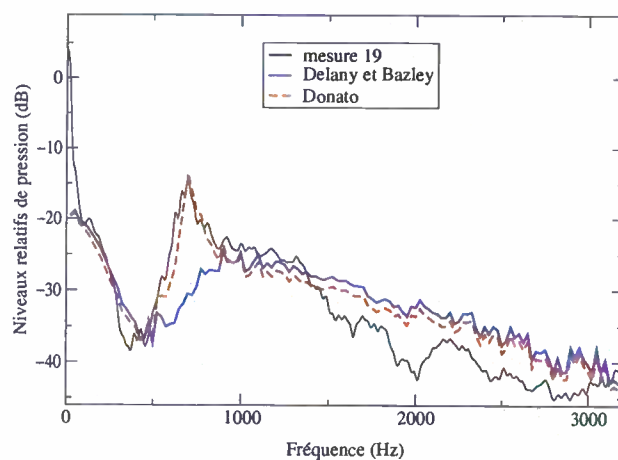
(b) Microphone M2 (50 m)



(c) Microphone M3 (62.5 m)



(d) Microphone M4 (75 m)



(e) Microphone M5 (100 m)

FIG. A.3 – Comparaison du niveau acoustique calculé par le modèle et du niveau mesuré pour différentes positions des microphones. $h_s = h_{ref} = 0.6$ m et $h_m = 2$ m

La comparaison des résultats de mesures et ceux des modèles (figures A.2 et A.3) montre que le niveau acoustique calculé est sensible au modèle d'impédance pour les basses fréquences ($f < 1000$ Hz). Le modèle d'impédance de Donato donne un niveau acoustique plus proche du niveau mesuré que le modèle de Delany et Bazley.

Les différences à plus hautes fréquences montrent toutefois qu'il existe d'autres facteurs d'imprécision dans le modèle ou la mesure qui conduisent à des différences entre les résultats mesurés et ceux donnés par le modèle.

Annexe B

Directivité de la source utilisée pour les mesures

La directivité de la source utilisée pour les mesures a été mesurée par l'équipe acoustique du Laboratoire Central des Ponts de Chaussées de Nantes. Une antenne de 7 microphones situés sur un demi-cercle (voir figure B.1) est utilisée. Le microphone noté Ref sert de référence. Le niveau de pression est mesuré aux points P2, P3, P4, P5, P6 et P7. Le niveau relatif est ensuite évalué par rapport au niveau de référence.

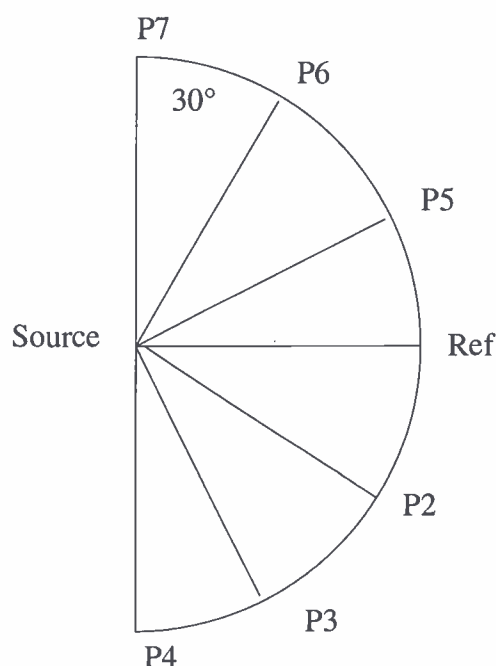


FIG. B.1 – Positions des microphones dans la mesure de directivité de la source.

Sur la figure B.2, nous reportons le niveau relatif de pression aux points 2 et 5 (courbes de gauche) et aux points 3 et 6 (courbes de droite). Sur la figure B.3, nous reportons le niveau relatif de pression aux points 4 et 7.

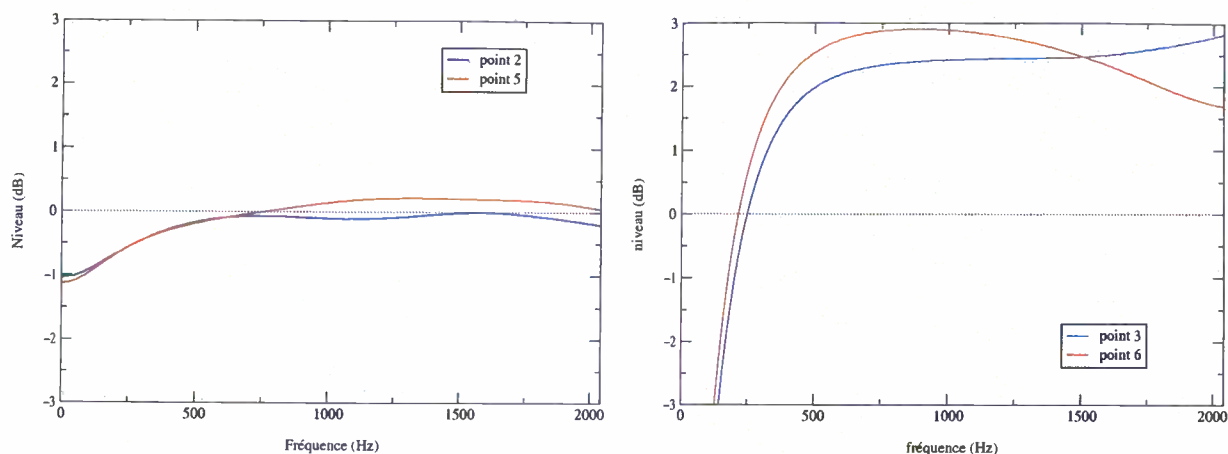


FIG. B.2 – Niveaux relatifs de pression pour les microphones 2 et 5 (courbes de gauche) et pour les microphones 3 et 6 (courbes de droite).

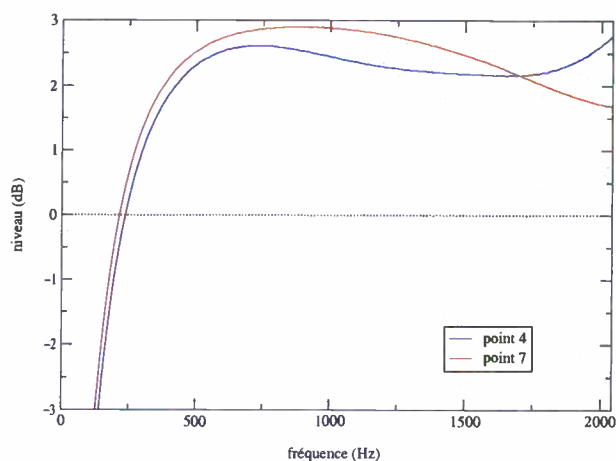


FIG. B.3 – Niveaux relatifs de pression pour les microphones 4 et 7.

Les courbes B.2 et B.3 montrent que la répartition de l'amplitude de pression est homogène dans un angle de 30 degrés (points 2 et 5). Le niveau acoustique aux autres points est supérieur de 2 dB par rapport au niveau à la position de référence.

Dans notre modèle, nous faisons l'hypothèse que la source est omnidirectionnelle.

Annexe C

Valeurs des paramètres météorologiques

On donne ci-après les valeurs des paramètres météorologiques enregistrés pendant les mesures acoustiques. Le premier tableau (tableau C.1) correspond aux mesures acoustiques effectuées dans le cas descendant, c'est-à-dire avec la source placée en haut du terrain (figure 4.2). Dans le tableau, on a choisi la lettre T pour température, V pour vitesse du vent et D pour direction du vent. L'indice 1 vaut pour 1 mètre, l'indice 2 pour 3 mètres et l'indice 3 pour 10 mètres. On donne dans le tableau les valeurs des paramètres météorologiques pour les trois minutes autour de la mesure acoustique.

Une deuxième série de mesures acoustiques a été faite sur la même partie de terrain en plaçant la source en bas (voir figure 4.8). On donne ci-après (tableau C.2) les valeurs des paramètres météorologiques correspondant à ces mesures.

heure	minutes	T1	T2	T3	V1	V2	V3	D1	D2	D3
mesure 5										
16	29	17.23	17.18	17.29	1.2	1.8	2.7	205.0	205.6	203.6
16	30	17.46	17.35	17.43	1.0	1.6	2.2	203.0	208.1	215.0
16	31	17.44	17.38	17.40	1.0	1.4	2.7	208.7	203.7	210.8
mesure 6										
16	43	17.38	17.32	17.30	1.7	2.2	3.1	238.2	232.3	226.5
16	44	17.11	17.07	17.17	0.7	1.2	2.9	219.4	228.2	227.7
16	45	16.94	16.94	17.05	1.2	1.7	2.9	240.5	235.1	228.8
mesure 7										
16	46	16.83	16.83	16.99	1.1	1.5	2.9	223.3	227.2	229.8
16	47	16.79	16.81	16.93	1.8	2.2	3.2	233.3	234.9	230.6
16	48	16.80	16.81	16.96	1.6	1.9	2.6	236.1	231.1	223.7
mesure 8										
16	54	16.68	16.64	16.79	0.8	1.3	2.0	274.1	258.4	241.2
16	55	16.66	16.58	16.74	0.2	0.2	0.8	306.0	308.9	303.9
16	56	16.58	16.56	16.76	0.4	0.7	1.6	281.1	279.3	241.3
mesure 9										
17	24	15.99	16.03	16.39	0.0	0.1	1.2	267.4	323.0	267.0
17	25	15.94	15.93	16.40	0.0	0.2	0.5	293.2	332.6	276.9
17	26	16.05	16.09	16.46	0.5	0.8	3.0	291.1	264.5	244.2
mesure 10										
17	34	15.74	15.60	15.68	1.4	1.5	1.9	322.8	313.2	304.6
17	35	15.61	15.48	15.52	1.4	1.4	1.4	322.1	318.0	300.0
17	36	15.54	15.39	15.39	0.9	1.1	1.3	317.4	320.1	313.6

TAB. C.1 – Valeurs des paramètres météorologiques (température, vitesse et direction du vent à 1, 3 et 10 m) pour les mesures effectuées dans le cas descendant.

heure	minutes	T1	T2	T3	V1	V2	V3	D1	D2	D3
mesure 11										
11	4	9.58	9.27	9.38	0.1	0.0	0.4	327.9	309.1	306.1
11	5	9.60	9.31	9.41	0.0	0.0	0.1	322.6	312.1	292.3
11	6	9.88	9.43	9.42	0.0	0.0	0.0	34.5	333.2	237.9
mesure 12										
11	8	9.85	9.56	9.47	0.0	0.0	0.1	219.4	197.7	193.9
11	9	9.80	9.39	9.54	0.0	0.0	0.0	217.2	183.6	199.3
11	10	9.76	9.51	9.54	0.0	0.0	0.0	269.9	171.3	210.0
mesure 13										
11	23	10.17	9.80	9.96	0.0	0.0	0.0	67.8	80.4	175.2
11	24	10.30	9.97	10.10	0.1	0.0	0.1	25.2	47.0	119.6
11	25	10.61	10.16	10.21	0.4	0.4	0.7	60.2	93.6	104.5
mesure 14										
11	34	10.49	10.06	10.09	0.6	0.6	0.7	123.8	124.0	138.4
11	35	10.50	9.97	10.08	0.7	0.7	0.8	121.3	120.6	130.8
11	36	10.92	10.23	10.25	0.2	0.2	0.4	106.5	133.7	152.5
mesure 16										
12	6	10.99	10.63	10.80	0.9	1.0	1.0	85.2	84.3	112.0
12	7	10.95	10.67	10.74	0.2	0.4	0.2	46.1	68.5	88.7
12	8	11.05	10.85	10.93	0.0	0.0	0.3	6.6	46.0	139.4
mesure 17										
15	39	16.32	16.08	15.94	1.1	1.7	2.8	231.4	227.9	222.3
15	40	16.17	15.94	15.92	0.6	0.8	1.8	215.9	214.6	220.2
15	41	16.08	15.94	15.98	1.0	1.4	2.6	239.7	223.2	209.9
mesure 18										
15	54	16.52	16.29	16.22	1.0	1.4	2.2	191.9	184.9	194.7
15	55	16.80	16.44	16.25	1.1	1.4	2.7	190.1	199.4	201.4
15	56	16.66	16.30	16.15	0.9	1.4	1.8	209.9	205.0	198.6
mesure 19										
16	4	16.14	16.02	16.13	0.9	1.3	2.0	189.3	191.1	200.3
16	5	16.06	15.94	16.08	0.8	1.3	2.0	214.8	220.6	222.2
16	6	16.08	16.02	16.15	1.1	1.4	1.9	245.8	244.8	240.2
mesure 20										
16	19	16.85	16.68	16.68	1.0	1.3	1.7	177.9	180.7	200.7
16	20	16.97	16.82	16.83	1.1	1.8	2.4	250.6	237.5	228.9
16	21	17.00	16.84	16.68	1.2	1.5	2.6	225.1	222.8	222.5

TAB. C.2 – Valeurs des paramètres météorologiques (température, vitesse et direction du vent à 1, 3 et 10 m) pour les mesures effectuées dans le cas montant.

Annexe D

Photographies du site et de l'appareillage

Nous montrons dans cette annexe quatre photographies prises pendant la semaine de mesures à St-Berthevin (France) en octobre 2001. Les deux premières photographies (figure D.1) donnent une illustration de l'appareillage utilisé: à gauche, on peut voir le mât météorologique et un microphone, à droite, on peut voir la girouette fixée à un mètre du sol sur le mât.

La photographie D.2 a été prise lors de mesures avec la source placée en bas du domaine. Elle est visible au premier plan de la photographie, à droite. A gauche, on distingue un microphone. Au milieu, on peut voir le mât météorologique sur lequel sont montés les girouettes et les thermomètres.



FIG. D.1 – Photographies du mât météorologique et d'un microphone (à gauche) et d'une girouette (à droite).



FIG. D.2 – Photographie du site alors qu'une mesure est en cours.

La photographie D.3 montre le dispositif expérimental dans un cas de propagation montant. On distingue au premier plan la source impulsionnelle utilisée. Une rangée de microphones est dressée jusqu'au haut du site. En haut à gauche, on distingue des vaches qu'il a fallu surveiller de près afin qu'elles ne dévorent pas les câbles électriques.



FIG. D.3 – *Dispositif expérimental pour une mesure de propagation dans le cas montant.*

Bibliographie

- [1] **Abramowitz M. & Stegun I. A.**, *Handbook of Mathematical Functions*. Dover, New York, 1965.
- [2] **Allard J. F.**, 1993, *Propagation of sound in porous media: modelling sound absorbing materials*, Elsevier.
- [3] **Ames W. F.**, 1977, *Numerical methods for partial differential equations*, Academic Press, New York. 2ème édition.
- [4] **Attenborough K.**, 1985, Acoustical impedance models for outdoor ground surfaces, *J. Sound Vib.*, **99**(4), p. 521–544.
- [5] **Attenborough K.**, 1992, Ground parameter information for propagation modeling, *J. Acoust. Soc. Am.*, **92**(1), p. 418–427.
- [6] **Attenborough K.**, 2002, Sound propagation close to the ground, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **34**, p. 51–82.
- [7] **Bailly C. & Juvé D.**, 2000, Numerical solution of acoustic propagation problems using linearized euler equations, *AIAA Journal*, **38**(1), p. 22–29.
- [8] **Bailly C., Lafon Ph. & Candel S.**, A stochastic approach to compute noise generation and radiation of free turbulent flow, dans *16th AIAA Aeroacoustics Conference, CEAS-AIAA paper N° 95-092*, Munich, Germany, 1995.
- [9] **Barrière N.**, 1999, *Etude théorique et expérimentale de la propagation de bruit de trafic en forêt*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon. N° 99-44.
- [10] **Barrière N. & Gabillet Y.**, 1999, Sound propagation over a barrier with realistic wind gradients. comparison of wind tunnel experiments with gfpe computations, *Acustica united with Acta Acustica*, **85**, p. 325–334.
- [11] **Bérenghier M. & Daigle G. A.**, 1988, Diffraction of sound above a ground surface having an impedance discontinuity, *J. Acoust. Soc. Am.*, **84**(3), p. 1055–1060.
- [12] **Bérenghier M., Daigle G. A. & Berry A.**, 1989, Etude du champ acoustique en présence d'une discontinuité d'impédance et d'un effet de gradient de vitesse du son, Laboratoire central des ponts et chaussées, Technical Report 155.
- [13] **Berry A. & Daigle G. A.**, 1988, Contolled experiments of the diffraction of sound by a curved surface, *J. Acoust. Soc. Am.*, **83**, p. 2047–2058.

- [14] Berthelot Y. H. & Zhou J. X., 1993, Scale model experiments on the validity of the matched asymptotic expansions theory for sound diffraction by curved surfaces of finite impedance, *J. Acoust. Soc. Am.*, **93**, p. 605–608.
- [15] Blairon N. & Blanc-Benon Ph., Propagation d'une onde acoustique au dessus d'un sol non plan: utilisation de l'équation parabolique, dans *CD Rom du 15ème Congrès Français de Mécanique*, Nancy, 2001.
- [16] Blairon N., Blanc-Benon Ph., Bérengier M. & Juvé D., Calculation of sound propagation over non flat terrain using parabolic equation, dans *Invited Paper to 17th International Congress of Acoustics, Proceedings Volume III, CD-Rom ISBN 88-88387-02-1*, Rome, 2001.
- [17] Blairon N., Blanc-Benon Ph., Bérengier M. & Juvé D., Outdoor sound propagation in complex environments: experimental validation of a pe approach, dans *10th International Symposium on Long Range Sound Propagation (to appear)*, Grenoble, 2002.
- [18] Blairon N., Blanc-Benon Ph. & Juvé D., Caractérisations micrométéorologique et acoustique des sites non plans. Convention Ecole Centrale de Lyon-Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (1999-2002), 2001.
- [19] Blanc-Benon Ph., 1981, *Effet d'une turbulence cinématique sur la propagation des ondes acoustiques*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon. N°81-02.
- [20] Blanc-Benon Ph., 1987, *Caractéristiques statistiques des ondes acoustiques après traversée d'une turbulence thermique*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon. N°87-49.
- [21] Blanc-Benon Ph, Dallois L. & Juvé D., 2001, Long range sound propagation in a turbulent atmosphere within the parabolic approximation, *Acustica united with Acta Acustica*, **87**, p. 659–669.
- [22] Blumrich R. & Heimann D., 2002, A linearized eulerian sound propagation model for studies of complex meteorological effects, *J. Acoust. Soc. Am.*, **112**(2), p. 446–455.
- [23] Bogey C., Bailly C. & Juvé D., 2002, Computation of flow noise using source terms in linearized euler's equations, *AIAA Journal*, **40**(2), p. 235–243.
- [24] Candel S. M., 1977, Numerical solution of conservation equations arising in linear wave theory: application to aeroacoustics, *J. Fluid Mech.*, **83**, p. 465–493.
- [25] Chevret P., 1994, *Simulation numérique des effets de la turbulence atmosphérique sur la propagation du son dans l'atmosphère*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, France. N° 94-18.
- [26] Chevret P., Blanc-Benon Ph. & Juvé D., 1994, A numerical model for sound propagation through a turbulent atmosphere near the ground, *J. Acoust. Soc. Am.*, **100**(6), p. 3587–3599.
- [27] Chien C. F. & Soroka W. W., 1980, A note on the calculation of sound propagation along an impedance surface, *Journal of sound and vibration*, **69**, p. 340–343.

-
- [28] Claerbout J. F., 1976, *Fundamentals of Geophysical Data Processing with Application to Petroleum Prospect*, Mc Graw-Hill, New-York.
- [29] Collino F. & Joly P., 1995, Splitting of operators, alternative directions, and paraxial approximations for the three-dimensional wave equation, *J. Sci. Comput.*, **16**(5), p. 1019–1048.
- [30] Collins M. D., 1990, The rotated parabolic equation and the sloping ocean bottoms, *J. Acoust. Soc. Am.*, **87**(3), p. 1035–1037.
- [31] Collins M. D., 1993, A split-step padé solution for the parabolic equation method, *J. Acoust. Soc. Am.*, **93**, p. 1736–1742.
- [32] Collins M. D. & Evans R. B., 1992, A two-way parabolic equation for acoustic back-scattering in the ocean, *J. Acoust. Soc. Am.*, **91**, p. 1357–1368.
- [33] Collins M. D. & Westwood E. K., 1991, A high-order energy-conserving parabolic equation for range dependant ocean depth, sound speed and density, *J. Acoust. Soc. Am.*, **89**, p. 1068–1075.
- [34] Daigle G. A., Embleton T. F. W & Piercy J. E., 1983, Line-of-sight propagation through atmospheric turbulence near the ground, *J. Acoust. Soc. Am.*, **74**(5), p. 1505–1513.
- [35] Daigle G. A., Piercy J. E. & Embleton T. F. W, 1978, Effects of atmospheric turbulence on the interference of sound waves near a hard boundary, *J. Acoust. Soc. Am.*, **64**(2), p. 622–630.
- [36] Daigle G. A., Piercy J. E. & Embleton T. F. W, 1986, Propagation of sound in the presence of gradients and turbulence near the ground, *J. Acoust. Soc. Am.*, **79**(3), p. 613–627.
- [37] Dallois L., 2000, *Propagation des ondes acoustiques dans les milieux en mouvement: extension grand angle de l'approximation parabolique*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon. N° 00-37.
- [38] Dallois L. & Blanc-Benon Ph., Wide-angle parabolic equations in moving media : sound diffraction by a core vortex, dans *7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Paper N° 2001-2256*, Maastricht, The Netherlands, 2001.
- [39] Dallois L., Blanc-Benon Ph. & Juvé D., 2001, A wide angle parabolic equation for acoustic waves in inhomogeneous moving media : applications to atmospheric sound propagation, *J. Comput. Acoust.*, **9**(2), p. 477–494.
- [40] Dallois L., Blanc-Benon Ph., Juvé D. & Ostashev V.E., A wide angle parabolic equation for sound waves in moving media, dans *8th International Symposium on Long Range Sound Propagation*, p. 194–208, PennState ARL, USA, 1998.

- [41] Defrance J. & Gabillet Y., New analytical expressions for predicting diffraction and ground effects, dans *7th International Symposium on Long Range Sound Propagation*, p. 63–77, Ecole Centrale de Lyon, France, 1996.
- [42] Delany M. E. & Bazley E. N., 1970, Acoustical properties of fibral materials, *Applied Acoustics*, **3**, p. 105–116.
- [43] Delrieux Y., 1991(20), *Analyse de la propagation acoustique à basse altitude par l'équation parabolique tridimensionnelle*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon.
- [44] DeSanto J. A., 1975, *Oceanic Acoustic Modelling*, chap. Connections between the connections of the Helmholtz and parabolic equations for sound propagation, p. 43–1 to 43–17, Part 8. Bachmann W. and Williams R. B.
- [45] Di X. & Gilbert K. E., Applications of the fast green's function method to long range sound propagation in the atmosphere, dans *5th International Symposium on Long Range Sound Propagation*, p. 128–145, Milton Keynes, U. K., 1992.
- [46] Di X. & Gilbert K. E., The effect of turbulence and irregular terrain on outdoor sound propagation, dans *6th International Symposium on Long Range Sound Propagation*, p. 315–333, NRC Ottawa Canada, 1994.
- [47] Di X. & Gilbert K. E., Wave propagation in a 3-d turbulent atmosphere: horizontal coherence, dans *8th International Symposium on Long Range Sound Propagation*, p. 169–180, ARL, Pennstate, 1998.
- [48] Donato R. J., 1977, Impedance models for grass-covered ground, *J. Acoust. Soc. Am.*, **61**(6), p. 1449–1452.
- [49] Evans R. B., 1983, A coupled mode solution for acoustic propagation in a wave guide with stepwise depth variations of a penetrable bottom, *J. Acoust. Soc. Am.*, **74**, p. 188–195.
- [50] Fock V. A., *Electromagnetic Diffraction and Propagation Problems* (Pergamon, Oxford, 1965).
- [51] Gabillet Y., Schroeder H., Daigle G. A. & L'Espérance A., 1993, Application of the gaussian beam approach to sound propagation in the atmosphere : Theory and experiments, *J. Acoust. Soc. Am.*, **93**(6), p. 3105–3116.
- [52] Galindo M., 1996, *The parabolic equation for outdoor sound propagation*, thèse de doctorat, Departement of Acoustic Technology, Technical University of Denmark. Report No. 68, ISSN 0105-3027.
- [53] Gauvreau B., 1999, *Influence des conditions micrométéorologiques sur l'efficacité des écrans acoustiques*, thèse de doctorat, Université du Maine, France.
- [54] Gilbert K. E., Di X., Khanna S., Otte M. J. & C. Wyngaard J., 1999, Electromagnetic wave propagation through simulated atmospheric refractivity fields, *Radio Sci.*, **34**, p. 1413–1435.

- [55] **Godin O. A. & Mokhov A. V.**, Parabolic equation modelling of current influence on acoustic field, dans *European conference on underwater acoustic*, p. 280–283. Elsevier, 1992.
- [56] **Greene R. R.**, 1984, The rational approximation to the acoustic wave equation with bottom interaction, *J. Acoust. Soc. Am.*, **76**(6), p. 1764–1773.
- [57] **Habault D. & Filippi P. J. T.**, 1981, Ground effect analysis: surface wave and layer potential representations, *J. Sound Vib.*, **79**(4), p. 529–550.
- [58] **Hamdi M. A.**, 1982, *Formulation variationnelle par équations intégrales pour le calcul des champs acoustiques linéaires proches et lointains*, thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne.
- [59] **Havelock D. I., Di X., Daigle G. A. & Stinson M. R.**, 1994, Spatial coherence of a sound field in a refractive shadow: Comparison of simulation and experiments, *J. Acoust. Soc. Am.*, **98**(4), p. 2289–2302.
- [60] **Havelock D. I., Stinson M. R. & Daigle G. A.**, 1998, Measurements of the two-frequency mutual coherence function for sound propagation through a turbulent atmosphere, *J. Acoust. Soc. Am.*, **104**, p. 91.
- [61] **Heimann D. & Gross G.**, 1999, Coupled simulation of meteorological parameters and sound level in a narrow valley, *Applied Acoustics*, **56**, p. 73–100.
- [62] **Hess H. M., Attenborough K. & Heap N. W.**, 1990, Ground characterization by short-range propagation measurements, *J. Acoust. Soc. Am.*, **87**(5), p. 1975–1986.
- [63] **Hinze J. O.**, 1975, *Turbulence*, Mc Graw-Hill, New-York.
- [64] **Hugon-Jeannin Y.**, 1992, *Simulation numérique de la propagation d'ondes acoustiques en milieu turbulent*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon. N°92-37.
- [65] **Jensen F. B. & Ferla C. M.**, 1990, Numerical solutions of range-dependant benchmark problems in ocean acoustics, *J. Acoust. Soc. Am.*, **87**(4), p. 1499–1510.
- [66] **Jensen F. B. & Kuperman W. A.**, 1980, Sound propagation in a wedge shaped-ocean with a penetrable bottom, *J. Acoust. Soc. Am.*, **67**, p. 1564–1566.
- [67] **Juvé D., Blanc-Benon Ph. & Wert K.**, Numerical simulation of sound propagation through time dependent random media, dans *Theoretical and Computational Acoustics '97*, p. 653–665. World Scientific, 1997.
- [68] **Kampanis N. A.**, 2002, Numerical simulation of low-frequency aeroacoustics over irregular terrain using finite element discretization of the parabolic equation, *J. Comput. Acoust.*, **10**(1), p. 97–111.
- [69] **Karweit M., Blanc-Benon Ph., Juvé D. & Comte-Bellot G.**, 1991, Simulation of the propagation of an acoustic wave through a turbulent velocity field, *J. Acoust. Soc. Am.*, **89**(1), p. 52–62.
- [70] **Kawai T.**, 1981, Sound diffraction by a many-sided barrier or pillar, *Journal of Sound and Vibration*, **79**, p. 229–242.

- [71] **Kouyoumjian R. G. & Pathak P. H.**, A uniform general theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface, dans *Proceedings of the Institute of Electrical and Electronic Engineers*, vol. 62, p. 1448–1461, 1974.
- [72] **Larom D., Garstang M., Payne K., Raspet R. & Lindeq M.**, 1997, The influence of surface atmospheric conditions on the range and area reached by animal vocalizations, *J. Exp. Bio*, **200**, p. 421–431.
- [73] **Lee D. & McDaniel S. T.**, 1983, A finite-difference treatment of interface conditions for the parabolic wave equation: The irregular interface, *J. Acoust. Soc. Am.*, **73**(5), p. 1441–1447.
- [74] **Lee D., Pierce A. D. & Shang E.-R.**, 2000, Parabolic equation development in the twentieth century, *J. Comput. Acoust.*, **8**(4), p. 527–637.
- [75] **Leontovich M. A. & Fock V. A.**, 1946, Solution of the problem of propagation of electromagnetic waves along the earth's surface by the method of parabolic equation, *Zh. Eksp. Teor. Fiz [Sov. Phys. JETP]*, **10**(1), p. 13–24.
- [76] **Li K. M.**, 1994, A high-frequency approximation of sound propagation in a stratified moving atmosphere above a porous ground surface, *J. Acoust. Soc. Am.*, **95**(4), p. 1840–1852.
- [77] **Li K. M., Wang K. & Attenborough K.**, 1998, Sound propagation over convex impedance surfaces, *J. Acoust. Soc. Am.*, **104**(5), p. 2683–2691.
- [78] **Malbéqui P.**, Atmospheric sound propagation using the wide-angle parabolic equation, dans *7th International Symposium on Long Range Sound Propagation*, p. 257–269, Ecole Centrale de Lyon, France, 1996.
- [79] **Monin A. S. & Obukhov A. M.**, 1954, Basic laws of turbulent mixing in the atmosphere near the ground, *Tr. Akad. Nauk. SSR Geofiz. Inst.*, **24**, p. 163–187.
- [80] **Naz P. & Parmentier G.**, Some results of sound propagation experiments, dans *7th International Symposium on Long Range Sound Propagation*, p. 35–48, Ecole Centrale de Lyon, France, 1996.
- [81] **Noordhoek I. M. & Salomons E. M.**, Sound propagation over a low hill in four meteorological conditions, dans *9th annual international symposium on Long-Range Sound Propagation*, p. 12–15, TNO-FEL Amsterdam, The Netherlands, September 2000.
- [82] **Ostashev V. E.**, 1997, *Acoustics in moving inhomogeneous media*, E and FN SPON, London.
- [83] **Ostashev V. E., Aldridge D., Wilson K., Moran M. & Liu L.**, Starting equations for time-domain finite difference code for sound propagation in moving media, dans *10th International Symposium on Long Range Sound Propagation*, CSTB, Grenoble, 2002.

-
- [84] **Ostashev V. E., Juvé D. & Blanc-Benon Ph.**, 1997, Derivation of a wide-angle parabolic equation for sound waves in inhomogeneous moving media, *Acustica united with Acta Acustica*, **83**(3), p. 455–460.
- [85] **Perkeris C. L.**, 1946, Theory of propagation of sound in a half-space of variable sound velocity under conditions of formation of a shadow zone, *J. Acoust. Soc. Am.*, **18**, p. 295–315.
- [86] **Pierce A. D.**, 1981, *Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications*. Acoustical Society of America.
- [87] **Piercy J. E., Embleton T. F. W. & Sutherland L. C.**, 1977, Review of noise propagation in the atmosphere, *J. Acoust. Soc. Am.*, **61**, p. 1403–1418.
- [88] **Pénelon T.**, 2002, *Simulations météorologiques sur site rural à topographie non plane par emboîtement de domaines avec le modèle Submeso*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes.
- [89] **Premat E., Gabillet Y. & Defrance J.**, Meteo-bem: a powerful tool for complex outdoor sound propagation, dans *Internoise 2000*, Nice, France, 2000.
- [90] **Press W. H., Flannerry B. P., Teukolsky S. A. & Vetterling W. T.**, 1996, *Numerical Recipes in Fortran 90*. Cambridge University Press.
- [91] **Rasmussen K. B.**, 1985, On the effect of terrain profile on sound propagation outdoors, *Journal of Sound and Vibration*, **98**(1), p. 35–44.
- [92] **Raspet R., Lee S. W., Kuester E., Chang D. C., Richards W. F., Gilbert R. & Bong N.**, 1985, A fast-field program for sound propagation in a layered atmosphere above an impedance ground, *J. Acoust. Soc. Am.*, **77**(2), p. 345–352.
- [93] **Robertson J. S.**, 1999, Sound propagation over a large wedge: A comparison between the geometrical theory of diffraction and the parabolic equation, *J. Acoust. Soc. Am.*, **106**(1), p. 113–119.
- [94] **Sack R. A. & West M.**, 1995, A parabolic equation for sound propagation in two dimensions over any smooth terrain profil: The generalised terrain parabolic equation (gt-pe), *Applied Acoustics*, **45**, p. 113–129.
- [95] **Seckle B. D. & Keller J. B.**, 1959, Asymptotic theory of diffraction in inhomogeneous media, *J. Acoust. Soc. Am.*, **31**, p. 206–216.
- [96] **Seckle B. D. & Keller J. B.**, 1959, Geometrical theory of diffraction in inhomogeneous media, *J. Acoust. Soc. Am.*, **31**, p. 192–205.
- [97] **Stull R. B.**, 1988, *An introduction to boudary layer meteorology*, Kluwer Academic, Dordrecht, The Netherlands.
- [98] **Taherzadeh S. & Attenborough K.**, 1999, Deduction of ground impedance from measurements of excess attenuation spectra, *J. Acoust. Soc. Am.*, **105**(3), p. 2039–2042.

- [99] **Tappert F. D.**, 1977, *Wave propagation in underwater acoustic*, chap. 5, p. 224–285. Springer-Verlag.
- [100] **Tatarski V. I.**, 1971, *The effects of the turbulent atmosphere on wave propagation*, Keter Press, Jerusalem.
- [101] **Thomson D. J. & Chapman N. R.**, 1983, A wide-angle split-step algorithm for the parabolic equation, *J. Acoust. Soc. Am.*, **74**(6), p. 1848–1854.
- [102] **Vermorel J.**, 1987, *La propagation acoustique dans la basse atmosphère*, thèse de doctorat, Université de Haute Alsace, Mulhouse. N° 87-126.
- [103] **Voisin Ph.**, 2000, *Influence de la turbulence de la basse atmosphère sur la localisation d'une source acoustique*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon. N° 00-21.
- [104] **Voisin Ph. & Blanc-Benon Ph.**, 2001, The influence of meteorological conditions for the localization of an acoustic source by means of a microphone antenna, *Acustica united with Acta Acustica*, **87**(6), p. 695–702.
- [105] **Wang Q. & Li K. M.**, 1999, Sound propagation over concave surfaces, *J. Acoust. Soc. Am.*, **106**(5), p. 2358–2366.
- [106] **Wasier J.**, 1999, *Etude expérimentale des effets d'une frontière sur la propagation des ondes acoustiques à travers une turbulence thermique*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon. N° 99-46.
- [107] **Wert K., Blanc-Benon Ph. & Juvé D.**, Effect of turbulence scale resolution on numerical simulation of atmospheric sound propagation, dans *4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Paper N° 98-2245*, p. 246–256, Toulouse, France, 1998.
- [108] **West M. & Lam Y.**, Prediction of sound fields in the presence of terrain features which produce a range dependant meteorology using the generalised terrain parabolic equation (gt-pe) model, dans *Internoise 2000*, Nice, France, 2000.
- [109] **West M. & Lam Y.**, A two way vertical interface parabolic equation (tv-pe) model for atmospheric propagation in the presence of severe terrain features, dans *9th International Symposium on Long Range Sound Propagation*, p. 167–176, TNO-FEL Amsterdam, The Netherlands, 2000.
- [110] **Wiener D. K. & Keast D. N.**, 1959, Experimental study of the propagation of sound over ground, *J. Acoust. Soc. Am.*, **31**, p. 724–733.
- [111] **Wilson D. K. & Thomson D. W.**, 1994, Acoustic propagation through anisotropic, surface-layer turbulence, *J. Acoust. Soc. Am.*, **96**(2), p. 1080–1095.
- [112] **Wilson K. & Noble J.**, Putting meteorology into outdoor sound propagation calculations, dans *Internoise 2000*, Nice, France, 2000.
- [113] **Zouboff V., Brunet Y., Bérengier M. & Séchet E.**, A qualitative approach to atmospheric effects on long-range sound propagation, dans *6th International Symposium on Long Range Sound Propagation*, p. 251–269, NRC Ottawa, Canada, 1994.

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 avril 2002,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur Ph. BLANC-BENON

et les rapports de

Monsieur M. BERENGIER

Directeur de Recherche - Laboratoire Central des Ponts et Chaussées - Route de Bouaye - BP 4129 -
44341 BOUGUENNAIS Cedex

et de

Monsieur G. DAIGLE

Professeur - Institut des Sciences des microstructures - Conseil national de recherches Canada - Edifice
M-36, pièce 1008 - 1191, chemin Montréal - OTTAWA (Ontario) K1A 0R6 (Canada)

Monsieur BLAIRON Nicolas

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL et ACOUSTIQUE (MEGA)

Fait à Ecully, le 11 décembre 2002

P/Le Directeur de l'E.C.L.
Le Directeur des Etudes



F. LEBOEUF

Abstract

During the last decade the propagation of sound above plane and heterogeneous grounds has been extensively studied analytically, numerically and experimentally. However in complex environments the modelling of outdoor noise pollution implies to take into account the mixed influence of the terrain topography and of the atmospheric conditions. An outdoor site near Saint-Berthevin (France) has been selected to study the influence of the meteorological conditions on traffic noise.

In our work we developed a method to calculate the sound propagation above a non flat ground in realistic outdoor conditions. The pressure field is calculated with a wide-angle parabolic equation. An impedance boundary condition is introduced in the numerical scheme. Different impedance models for the ground have been tested. Realistic mean profiles of wind and temperature can be imposed in the model. We also propose a model for a turbulent field of wind velocity and temperature which can be used in the propagation model.

In our approach the effects of the topography are modelled using rotated systems of coordinates in order to treat the ground as a succession of flat domains. This numerical approach is validated on two geometrical cases for which an analytical solution can be derived : single ground discontinuity (positive or negative slope) and cylinder (convex or concave) in homogeneous or inhomogeneous medium.

An experimental study of outdoor sound propagation completes the numerical aspects of the thesis. For two days we measured above a non flat terrain the ground impedance, the wind velocity, the direction of the wind and the values of acoustic attenuation up to 100 meters. We use a point impulsive source. These measurements give us simultaneous values of the meteorological parameters and of acoustic attenuation. From these measurements we can deduce the effects of the topography (shadow zone, diffraction) and the effects of an inhomogeneous medium (refraction) on the acoustic propagation. The propagation model is tested with the measured parameters (topography, impedance, meteorology). The numerical results are then compared with the measured acoustic attenuation values. This comparison experimentally validates the propagation model.

