

ACOUSTIQUE. — *Élargissement spectral d'un faisceau ultrasonore par traversée d'un champ turbulent.* Note (\*) de **Philippe Blanc-Benon** et **Daniel Juvé**, transmise par Michel Combarrous.

On étudie l'élargissement spectral d'un faisceau monochromatique après traversée d'un jet turbulent bidimensionnel. Dans nos conditions de mesure, cet élargissement de la raie initiale dû à la convection des structures turbulentes par la vitesse moyenne varie entre 100 Hz et 1 kHz environ. L'évolution de la largeur du spectre avec la fréquence d'émission et les caractéristiques de la turbulence est en excellent accord avec les prédictions théoriques fondées sur l'équation parabolique.

*A monochromatic collimated beam was directed across a two-dimensional jet. We have studied the broadening of the initial line spectrum due to the convection of the turbulent field by the mean velocity. The variation of the width of the spectrum with the frequency and with the statistical properties of the turbulence is in very good agreement with the theoretical predictions of the parabolic approximation.*

Les valeurs des moments d'ordre un et deux de la pression acoustique d'un faisceau monochromatique qui a traversé un jet turbulent bidimensionnel, sur une distance  $x$  plus grande devant l'échelle de corrélation spatiale  $l$  de la turbulence ( $x/l \approx 15$ ) ont été présentées dans une Note antérieure [1]. Nous complétons ici ces résultats par l'analyse spectrale du signal de pression reçu sur l'axe du faisceau  $p(x, t)$ , ce qui permet de préciser l'élargissement de la raie initialement émise à la fréquence  $f_0$ . Les conditions expérimentales de nos essais (nombre de Mach turbulent inférieur à  $10^{-2}$ , longueur d'onde acoustique nettement inférieure à  $l$ ) impliquent que la diffusion des ondes acoustiques par la turbulence a lieu, pour l'essentiel, au voisinage de l'axe de propagation et que l'énergie rétrodiffusée est négligeable. Les phénomènes mis en jeu par l'interaction du faisceau monochromatique avec l'écoulement turbulent peuvent alors être représentés par l'approximation parabolique de l'équation stochastique de Helmholtz (Tatarskii [2]). Le champ de pression  $p(x, t)$  mis sous la forme  $p(x, t) = \Phi(x, \rho) \exp(ik_0 x) \exp(i\omega_0 t)$  est ainsi solution de l'équation :

$$(1) \quad \begin{cases} 2ik_0 \frac{\partial}{\partial x} \Phi(x, \rho) + \Delta_\rho \Phi(x, \rho) + k_0 \varepsilon(x, \rho) \Phi(x, \rho) = 0, \\ \varepsilon(x, \rho) = -2 \frac{u_x(x, \rho)}{c_0}, \end{cases}$$

où  $u_x(x, \rho)$  est la composante de la fluctuation de vitesse suivant la direction de propagation  $x$ ;  $c_0$ , la célérité du son;  $\Delta_\rho$ , le laplacien transversal défini dans un plan perpendiculaire à  $x$  contenant  $\rho$ . Le calcul des moments de  $\Phi$  à partir de l'équation (1) repose sur une modélisation du champ des fluctuations  $\varepsilon(x, \rho)$  par un bruit blanc gaussien, ce qui permet d'explicitier la fonction de corrélation spatiale de  $\varepsilon(x, \rho)$  sous la forme :

$$(2) \quad \langle \varepsilon(x, \rho) \varepsilon(x', \rho') \rangle = \delta(x - x') A(\rho - \rho').$$

Dans le cas d'une turbulence isotrope,  $A(\rho)$  est relié au spectre tridimensionnel des fluctuations d'indice  $\Phi_\varepsilon(K)$  par :

$$(3) \quad A(\rho) = A(\rho) = (2\pi)^2 \int_0^\infty K J_0(K\rho) \Phi_\varepsilon(K) dK,$$

où  $J_0$  désigne la fonction de Bessel d'ordre zéro. Dans nos conditions expérimentales,  $\Phi_\varepsilon(K)$  peut être approché par une forme de Kolmogorov en  $K^{-11/3}$ . Pour tenir compte de la

convection de la turbulence par la vitesse moyenne  $U$  du jet, nous faisons l'hypothèse de Taylor. L'équation qui gouverne l'évolution du moment d'ordre deux en deux points d'un plan perpendiculaire à la direction de propagation s'écrit alors (Ishimaru [3]) :

$$(4) \quad \left\{ 2ik_0 \frac{\partial}{\partial x} + \Delta_{i_1} - \Delta_{i_2} + i \frac{k_0^3}{2} (A(0) - A(\rho_1 - \rho_2 - U\tau)) \right\} \Gamma(x, \rho_1, \rho_2, \tau) = 0$$

avec :

$$\Gamma(x, \rho_1, \rho_2, \tau) = \langle \Phi(x, \rho_1, t) \Phi^*(x, \rho_2, t + \tau) \rangle$$

( $\Delta_{i_1}$  et  $\Delta_{i_2}$  étant relatifs respectivement aux coordonnées  $\rho_1$  et  $\rho_2$ ). La solution de (4) peut se mettre sous la forme d'une partie cohérente  $\Gamma_{\text{coh}}$  indépendante de  $\tau$  et d'une partie incohérente  $\Gamma_{\text{inc}}$  reliée à  $A(\rho)$ . Le spectre fréquentiel qui s'obtient par transformée de Fourier inverse du

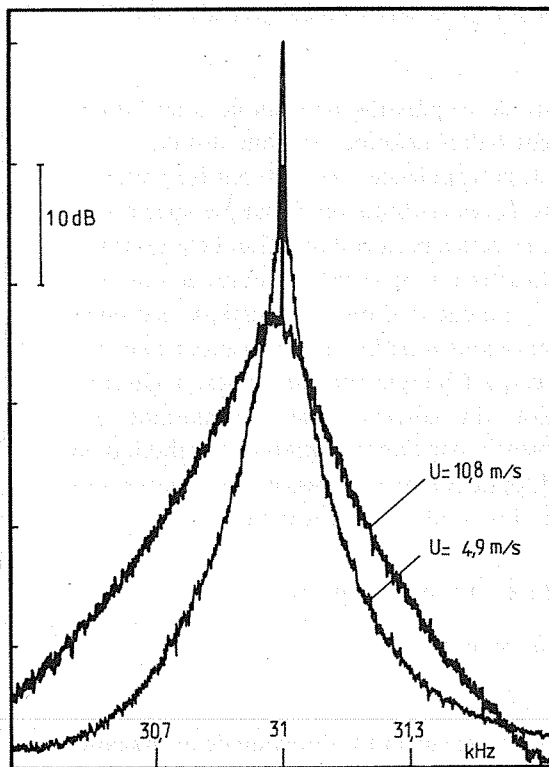


Fig. 1

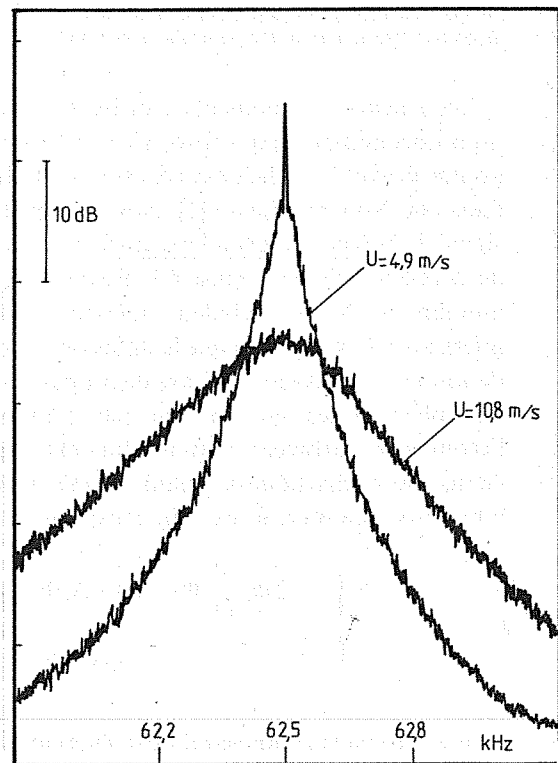


Fig. 2

moment d'ordre deux comprend donc une raie à la fréquence initiale liée à l'onde moyenne (Blanc-Benon et Juvé [1]) et une partie continue correspondant à la partie fluctuante de la pression acoustique.

Dans le cas d'une onde incidente plane, la dépendance transversale de  $\Gamma$  n'est fonction que du module  $\rho = |\rho_1 - \rho_2|$  et l'équation (3) admet une solution analytique simple :

$$(5) \quad \Gamma(x, \tau) \exp(-(U\tau/\rho_0)^{5/3}), \quad \rho_0 = (1,46 C_e^2 k_0^2 x)^{-3/5}$$

où  $k_0$  est le nombre d'onde acoustique,  $C_e^2$  le coefficient de structure lié aux caractéristiques de la turbulence,  $x$  la distance traversée et où  $\rho_0$  peut s'interpréter comme une échelle

de cohérence transversale. L'élargissement spectral  $\Delta f_p$  relevé pour une diminution de 10 dB par rapport au niveau maximal de la partie continue du spectre s'écrit alors, en explicitant  $C_\epsilon^2$  :

$$(6) \quad \Delta f_p = 1,44 \cdot 10^{-5} U u'^{6/5} f_0^{6/5} x^{3/5} l^{-2/5},$$

où  $u'$  est la valeur efficace des fluctuations de vitesse. Cette formule est également valable pour une onde incidente sphérique (Ishimaru [3]). Dans la cas d'un faisceau collimaté, la corrélation  $\Gamma(x, \tau)$  est reliée aux paramètres  $U, C_\epsilon^2, k_0, x$  par une expression du type (5),

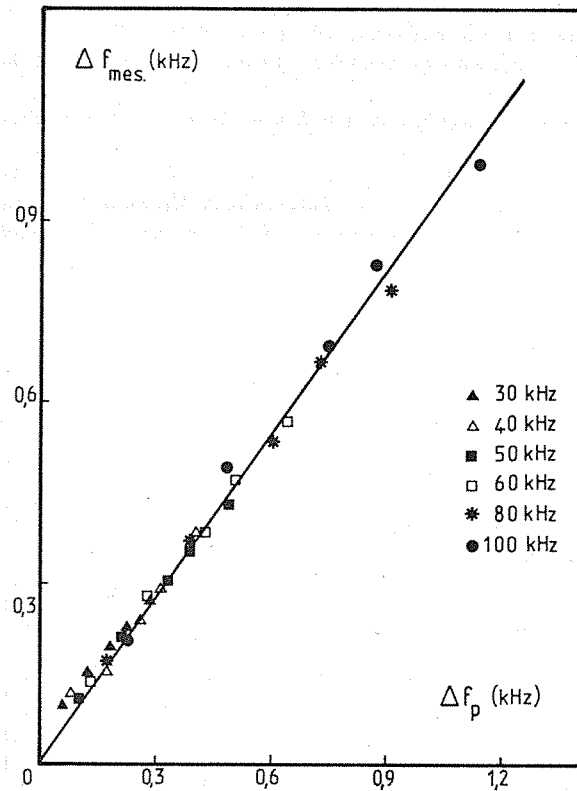


Fig. 3

mais il n'existe pas de formule analytique donnant le spectre fréquentiel. L'étude des cas limites de l'onde sphérique et de l'onde plane suggère cependant d'écrire l'élargissement  $\Delta f$  sous la forme :

$$(7) \quad \Delta f = A \cdot \Delta f_p,$$

où  $A$  est un coefficient numérique.

Deux exemples des résultats obtenus pour les spectres de pression acoustique sont donnés sur les figures 1 et 2 dans les conditions suivantes :  $U = 4,9$  et  $10,8$  m/s,  $f_0 = 31$  et  $62,5$  kHz. On observe très nettement la diminution de la raie à la fréquence  $f_0$  au profit d'un spectre continu, ce qui correspond à l'atténuation de l'onde cohérente que nous avons étudiée précédemment [1]. Pour les vitesses et les fréquences les plus élevées, on assiste même à la disparition totale de la raie initiale (fig. 2). L'élargissement du spectre, mesuré à  $-10$  dB, varie dans nos conditions expérimentales de 100 Hz à 1 kHz environ. Sur le figure 3, nous

avons regroupé en fonction de  $\Delta f_p$  les valeurs de  $\Delta f$  obtenues pour cinq vitesses moyennes du jet ( $U=4,9; 7,3; 8,6; 9,8$  et  $10,8$  m/s) et six fréquences d'émission comprises entre 30 et 100 kHz. L'accord entre les résultats expérimentaux et les prévisions théoriques des équations (6) et (7) est excellent et la valeur de la pente est voisine de l'unité ( $A=0,96$ ).

La théorie de l'équation parabolique avec indice « bruit blanc » permet donc de rendre compte de façon très satisfaisante de l'élargissement spectral d'une onde acoustique monochromatique dans un domaine de fluctuations d'indice relativement important.

(\*) Remise le 28 septembre 1981.

[1] Ph. BLANC-BENON et D. JUVE, *Comptes rendus*, 292, série II, 1981, p. 493.

[2] V. I. TATARSKII, *The Effects of Turbulent Atmosphere on Wave Propagation*, I.P.S.T. Keter Press, Jerusalem, 1971.

[3] A. ISHIMARU, *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, 2, Academic Press, New York, 1978.

École centrale de Lyon,  
Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Aérodynamique,  
Laboratoire associé au C.N.R.S., 36, avenue Guy-de-Collongue, 69130 Ecully.