

ACOUSTIQUE. — *Corrélations spatio-temporelles d'un faisceau acoustique après traversée d'une turbulence cinématique.* Note (\*) de **Philippe Blanc-Benon** et **Daniel Juvé**, présentée par Michel Combarrous.

Les corrélations spatio-temporelles du champ de pression transmis sont mesurées pour des séparations parallèles à l'axe du jet. Elles permettent ainsi d'obtenir la vitesse de défilement  $u_d$  de l'image de diffraction du champ acoustique et de la comparer à la vitesse moyenne de l'écoulement. Pour un faisceau incident collimaté  $u_d$  est trouvée égale à  $1,8u$  (mesures) et à  $1,5u$  (estimation théorique). Ces valeurs sont comprises entre les deux cas limites des ondes planes ( $u_d=u$ ) et des ondes sphériques ( $u_d=2u$ ).

ACOUSTICS. — Space-Time Correlation for an Ultrasonic Beam Propagating in a Turbulent Jet.

The space-time correlations of the transmitted pressure field were investigated for spatial separations parallel to the jet axis. The velocity  $u_d$  of the diffraction pattern of the acoustic field can then be obtained and compared with the mean velocity  $u$  of the jet. For a collimated incident beam, it is found that  $u_d=1,8u$  (measurements) and  $u_d=1,5u$  (estimates). These values are between the two limit cases of plane waves ( $u_d=u$ ) and spherical waves ( $u_d=2u$ ).

Les résultats relatifs à la cohérence spatiale du champ de pression d'un faisceau acoustique après traversée d'un jet turbulent bidimensionnel ont été présentés dans une Note antérieure [1]. Nous complétons ici cette étude par l'analyse des corrélations spatio-temporelles. Les microphones de réception  $p(x, \rho_1)$  et  $p(x, \rho_2)$  sont disposés de façon symétrique par rapport à l'axe du faisceau incident avec une séparation parallèle à l'axe du jet, ce qui permet d'atteindre la vitesse de défilement  $u_d$  de l'image de diffraction du champ acoustique (Uscinski [2]) et de la comparer à la vitesse moyenne  $u$  du jet. Les corrélations sont obtenues à l'aide d'un analyseur de Fourier bicanal (Nicolet 660 A), les signaux de pression étant au préalable hétérodynés autour d'une fréquence porteuse de 5 kHz.

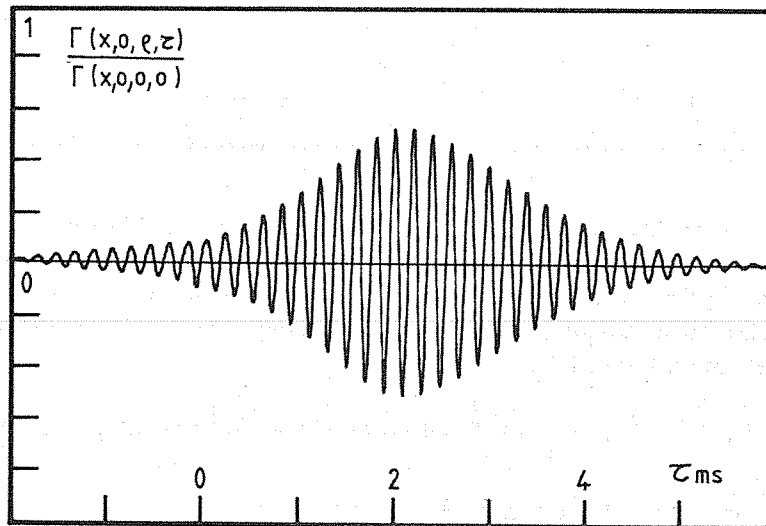


Fig. 1

Un exemple des corrélations spatio-temporelles obtenues est indiqué sur la figure 1 pour une fréquence d'émission de 50 kHz, une vitesse moyenne de 10 m/s et une séparation longitudinale de 4 cm. On observe que la fonction d'intercorrélation  $\Gamma(x, 0, \rho, \tau)$  (avec  $\rho = |\rho_1 - \rho_2|$ ) présente un maximum pour un décalage temporel  $\tau$  non nul ( $\tau \approx 2,2$  ms) et que la vitesse de défilement correspondante  $u_d = \rho/\tau$  est de l'ordre de 18,2 m/s, soit presque le double de la vitesse de l'écoulement. D'autres résultats correspondant à différentes

fréquences d'émission ( $f_0 = 31,25; 41,66; 50; 62,5$  et  $83,3$  kHz), différentes vitesses moyennes ( $u = 4,9, 7,5$  et  $10$  m/s) et différentes séparations longitudinales ( $\rho_d = 1,5, 4, 6$  et  $8$  cm) confirmant que  $u_d$  est de l'ordre de  $1,8 u$  (fig. 2).

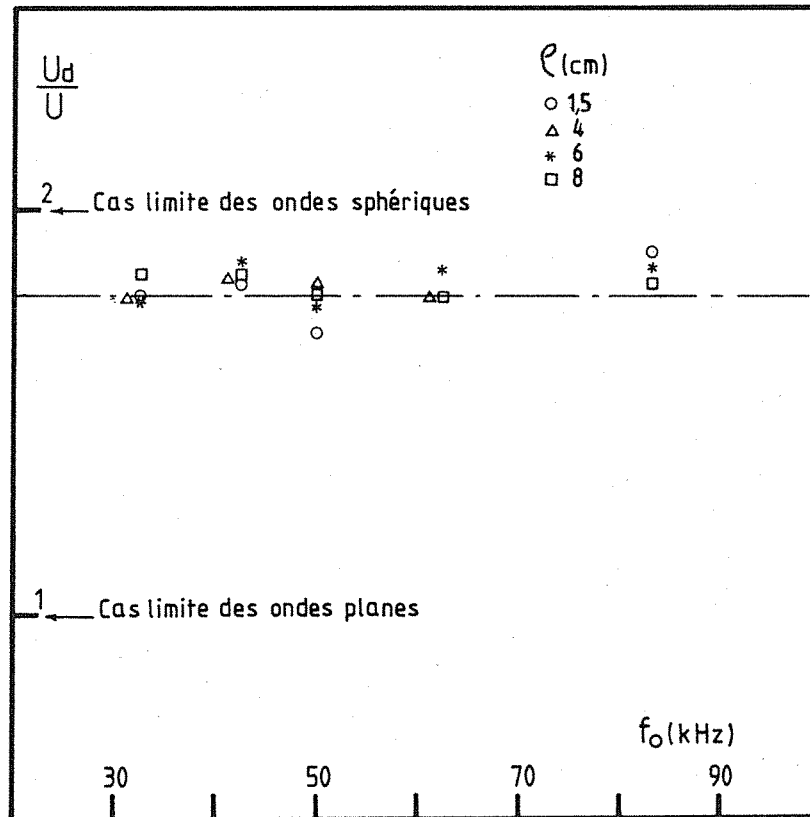


Fig. 2

Ce résultat, assez surprenant à première vue, peut s'interpréter en examinant à quel temps  $\tau_0$  la fonction  $\Gamma(x, 0, \rho_d, \tau)$  est maximale. Pour effectuer ce calcul nous considérons d'abord les cas limites constitués par l'onde plane et l'onde sphérique et ensuite le cas réel du faisceau. Rappelons que l'équation qui gouverne le moment d'ordre deux en deux points  $(x, \rho_1)$  et  $(x, \rho_2)$  se met sous la forme [1] :

$$(1) \quad \left\{ 2ik_0 \frac{\partial}{\partial x} + 2\nabla \rho_d \cdot \nabla \rho_s + i \frac{k_0^3}{2} (A(0) - A(|\rho_d - u\tau|)) \right\} \Gamma(x, \rho_s, \rho_d, \tau) = 0,$$

avec pour la disposition des microphones dans nos essais :

$$\rho_s = \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2) = 0 \quad \text{et} \quad \rho_d = \rho_1 - \rho_2.$$

Dans le cas d'une onde plane on a simplement :

$$(2) \quad \Gamma(x, 0, \rho, \tau) = \exp\left(-\frac{k_0^2}{4} [A(0) - A(\rho - u\tau)] x\right),$$

et, à  $x$  fixé, cette fonction est maximale pour  $\tau_0 = \rho/u$ . La vitesse de défilement  $u_d$  est alors égale à la vitesse moyenne  $u$  de l'écoulement.

Pour une onde sphérique, on peut utiliser comme point de départ l'expression donnée par Ishimaru [3] :

$$(3) \quad \Gamma(x, 0, \rho, \tau) = \frac{1}{x^2} \exp\left(-\frac{k_0^2}{4} \int_0^x \left[A(0) - A\left(\rho \frac{x'}{x} - u\tau\right)\right] dx'\right).$$

Exprimant que l'extrémum de  $\Gamma$  doit apparaître au temps  $\tau_0$  tel que :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^x A\left(\rho \frac{x'}{x} - u\tau\right) dx \right]_{\tau=\tau_0} = 0.$$

et simplifiant cette expression par le changement de variable  $z = \rho(x'/x) - u\tau$ , nous trouvons que le temps  $\tau_0$  doit vérifier :

$$\int_{-u\tau_0}^{\rho - u\tau_0} d(A(z)) = 0.$$

Comme la fonction d'autocorrélation  $A(\rho)$  est paire, on obtient finalement  $\tau_0 = \rho/2u$ . Ainsi pour une onde sphérique, la vitesse de défilement est égale au double de la vitesse moyenne de l'écoulement.

Pour un faisceau gaussien l'expression de la fonction d'intercorrélacion  $\Gamma(x, 0, \rho, \tau)$  ne se met pas sous une forme analytique simple. Il faut alors procéder par voie numérique pour trouver le temps auquel apparaît le maximum de  $\Gamma$ . La fonction de corrélation se présente sous la forme intégrale suivante ([3], [4]) :

$$(4) \quad \Gamma(x, 0, \rho, \tau) = \frac{a^2}{8\pi} \int_0^\infty k dk \int_0^{2\pi} \exp(-B\rho^2 - Ck^2 - Dk\rho \cos\theta - H) d\theta,$$

avec :

$$H = 1,46 k_0^2 C_\varepsilon^2 \int_0^x \left( (\rho - u\tau)^2 + \left(\frac{x'k}{k_0}\right)^2 - 2(\rho - u\tau) \frac{x'}{k_0} k \cos\theta \right)^{5/6} dx'$$

et :

$$B = \frac{1}{2a^2}; \quad C = \frac{a^2}{8}(1 + \beta^2 x^2); \quad D = \frac{\beta x}{2}; \quad \beta = \lambda_0/\pi a^2,$$

$2a$  est la largeur du faisceau incident,  $C_\varepsilon^2$  le coefficient de structure de la turbulence et  $\lambda_0$  la longueur d'onde acoustique incidente. La quantité  $H$  traduit les effets cumulés des fluctuations d'indice  $\varepsilon$  ( $\varepsilon = -2u'/c_0$ ) le long du trajet dans la turbulence. Elle tient essentiellement compte de la zone inertielle du spectre des fluctuations de vitesse qui, dans nos conditions expérimentales, apporte une contribution prépondérante à l'interaction acoustique turbulence [4]. La double intégration qui apparaît dans l'expression (4) provient de ce que la solution de l'équation (1) est obtenue dans le domaine spectral et qu'il est donc nécessaire d'effectuer une transformation de Fourier inverse par rapport aux quantités  $\rho_s$  et  $\rho_d$  [3]. Les calculs que nous avons effectués portent sur différentes valeurs de  $f_0$  et de  $u$ . Ils fournissent tous une vitesse de défilement  $u_d$  de l'ordre de  $1,5u$ . Cette valeur est bien comprise entre les deux cas limites de l'onde plane et de l'onde sphérique. Le fait qu'elle soit un peu inférieure à la valeur expérimentale est probablement lié à l'hypothèse faite pour la forme gaussienne du faisceau.

(\*) Remise le 3 mai 1982.

- [1] Ph. BLANC-BENON et D. JUVÉ, *Comptes rendus*, 294, série II, 1982, p.
- [2] B. J. USCINSKI, *The Elements of Wave Propagation in Random Media*, McGraw-Hill, New York, 1977.
- [3] A. ISHIMARU, *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, 2, Academic Press, New York, 1978.
- [4] Ph. BLANC-BENON, *Effet d'une turbulence cinématique sur la propagation des ondes acoustiques* (Thèse Dr. Ing. École centrale Lyon, 81-02, 1981).

École centrale de Lyon, Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Aérodynamique,  
Laboratoire associé au C.N.R.S., 36, avenue Guy-de-Collongue, 69130 Écully.