

THESE

présentée devant

L'ECOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir

le titre de DOCTEUR-INGENIEUR

Spécialité - ACOUSTIQUE

par

PHILIPPE BLANC-BENON

EFFET D'UNE TURBULENCE CINEMATIQUE SUR LA PROPAGATION
DES ONDES ACOUSTIQUES

Soutenue le 20 NOVEMBRE 1981 devant la Commission d'examen

Jury - Melle. G. COMTE-BELLOT, Président

MM. J.L. PEUBE
J. DELCAMBRE
R. BOUC
M. SUNYACH

} Examineurs

UNIVERSITE CENTRALE DE LYON
CHIMIE INDUSTRIELLE
B.P. 165 - 69631 ECULEYRON
FRANCE



100

Ble 1. R

ECOLE CENTRALE DE LYON

⋆

Directeur : Mr. A. MOIROUX

Directeur Adjoint : Mr. R. RICHE

DEPARTEMENTS D'ENSEIGNEMENT ET DE RECHERCHE

| | |
|--|------------------------|
| Mathématiques-Informatique-Systèmes | Mr. C.M. BRAUNER |
| | Mr. J.F. MAITRE |
| Physique-Chimie | Mr. P. CLECHET |
| | Mr. J. CURRAN |
| Métallurgie Physique-Matériaux | Mr. P. GUIRALDENQ |
| | Mr. D. TREHEUX |
| Electronique | Mr. J.J. URGELL |
| | Mr. P. VIKTOROVITCH |
| Electrotechnique | Mr. A. FOGGIA |
| | Mr. Ph. AURIOL |
| Mécanique des Solides | Mr. F. SIDOROFF |
| Mécanique des Surfaces | Mr. J.M. GEORGES |
| | Mr. J. SABOT |
| | Mr. J. DIMNET |
| Mécanique des Fluides | Mr. J. MATHIEU |
| | Melle. G. COMTE-BELLOT |
| | Mr. D. JEANDEL |
| Machines Thermiques | Mr. X. LYS |
| Conception et Développements de Produits | Mr. R. RUSSIER |
| | Mr. E. DELALANDE |

⋆

T 1226
ECOLE CENTRALE DE LYON
BIBLIOTHEQUE
BP 163 F 69135 ECULLY CEDEX

Cette étude a été effectuée au Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique de l'Ecole Centrale de Lyon dans le cadre des activités concernant le 3ème axe de recherches du GRECO CNRS Acoustique du Sud-Est. Une partie des travaux a par ailleurs été faite dans le cadre d'un contrat avec le Ministère de la Qualité de la Vie et de l'Environnement.

J'exprime ma profonde gratitude à Mme. le Professeur G. COMTE-BELLOT pour l'intérêt qu'elle a marqué dans le développement de cette recherche et pour les conseils qu'elles m'a donnés et qui ont constitué pour moi une aide efficace.

Ma gratitude s'adresse également à Mr. le Professeur J. MATHIEU pour l'accueil bienveillant qu'il m'a réservé dans son Laboratoire.

Je remercie Mr. le Professeur J.L. PEUBE qui a bien voulu examiner ce travail et me faire l'honneur de participer à ce Jury.

Mes remerciements s'adressent également à Mr. J. DELCAMBRE, Directeur du Département Acoustique à E.D.F., pour les encouragements qu'il m'a formulés et la participation à ce Jury qu'il a volontiers acceptée.

Je remercie Mr. R. BOUC pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à cette étude et pour sa présence à ce Jury.

Je tiens également à remercier Mr. le Professeur M. SUNYACH qui m'a fait bénéficier de ces connaissances en de nombreux domaines.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Mr. D. JUVÉ, pour l'aide constante qu'il m'a apportée et les nombreux échanges constructifs que nous avons eus.

Mes remerciements s'adressent enfin à l'ensemble du groupe Acoustique du Laboratoire, ainsi qu'à Mme. F. MAUPAS pour le dévouement et le soin apportés à la réalisation du présent mémoire.

TABLE DES MATIERES

∴

| | |
|--|----|
| INTRODUCTION | 1 |
| CHAPITRE I | |
| EQUATION DE PROPAGATION D'UNE ONDE ACOUSTIQUE DANS UN MILIEU TURBULENT - ETUDE DE QUELQUES METHODES DE RESOLUTION | 5 |
| I. Les équations fondamentales | 5 |
| II. L'équation stochastique d'Helmoltz | 9 |
| III. Méthode des séries de BORN | 10 |
| IV. La méthode de RYTOV | 12 |
| IV.1. Etude générale | 12 |
| IV.2. Etude des fluctuations de phase et d'amplitude de l'onde transmise | 14 |
| IV.3. Etude des spectres d'amplitude et de phase de l'onde transmise | 18 |
| IV.4. Cas particulier d'un faisceau collimaté gaussien | 19 |
| IV.5. Remarques | 22 |
| V. L'approximation parabolique | 22 |
| V.1. Les hypothèses de l'approximation parabolique | 22 |
| V.2. Evolution du champ moyen | 24 |
| V.3. Evolution du moment d'ordre deux | 25 |
| V.4. Cas particulier d'un faisceau collimaté gaussien se propageant dans une turbulence homogène et isotrope | 27 |
| V.5. Etude du spectre fréquentiel | 30 |
| V.6. Equation gouvernant l'évolution des moments d'ordre supérieur à deux | 32 |
| V.7. Les conditions d'application de l'approximation parabolique | 32 |
| VI. Autres méthodes de résolution | 34 |
| VI.1. Utilisation de l'intégrale de Feynman | 34 |
| VI.2. Utilisation de l'intégrale de Wiener | 37 |

| | |
|--|----|
| CHAPITRE II | |
| CONDITIONS EXPERIMENTALES ET TECHNIQUES DE MESURES | 42 |
| I. Installation expérimentale | 42 |
| I.1. Caractéristiques de l'émetteur ultrasonore | 42 |
| I.2. Caractéristiques du champ turbulent | 42 |
| I.2.1. Profils de vitesse moyenne et d'intensité de turbulence | 43 |
| I.2.2. Spectres de la turbulence et échelles associée | 43 |
| II. Traitement des signaux | 45 |
| II.1. Description mathématique des signaux | 45 |
| II.2. Traitement du signal | 46 |
| II.3. Etude de la phase | 48 |
| III. Méthodes de mesure | 50 |
| III.1. Mesure de la composante cohérente | 50 |
| III.2. Analyse spectrale du signal reçu | 50 |
| III.3. Mesure de l'intensité acoustique | 51 |

| | |
|---|----|
| CHAPITRE III | |
| ETUDE DES FLUCTUATIONS D'AMPLITUDE ET DE PHASE DU CHAMP DE PRESSION ACOUSTIQUE APRES TRAVERSEE DE LA TURBULENCE | 53 |
| I. Les fluctuations d'amplitude | 54 |
| I.1. Valeurs efficaces des fluctuations du logarithme de l'amplitude | 54 |
| I.2. Densité spectrale des fluctuations | 57 |
| I.3. Densité de probabilité des fluctuations d'amplitude | 60 |
| II. Les fluctuations de phase | 64 |
| II.1. Valeurs efficaces des fluctuations de phase | 64 |
| II.2. Densité spectrale de puissance des fluctuations de phase | 65 |
| II.3. Densité de probabilité des fluctuations de phase | 66 |

| | |
|--|----|
| CHAPITRE IV | |
| ETUDE DES PARTIES COHERENTE ET INCOHERENTE DU CHAMP DE PRESSION ACOUSTIQUE APRES TRAVERSEE D'UN VOLUME DE TURBULENCE | 69 |
| I. Moment d'ordre un en un point | 69 |
| II. Moment d'ordre deux en un point | 70 |
| III. Analyse de l'élargissement spectral | 72 |

| | |
|--|----|
| IV. Analyse du champ acoustique transmis par corrélations spatio-temporelles | 74 |
| IV.1. Etude des corrélations spatiales | 74 |
| IV.2. Etude des corrélations spatio-temporelles | 76 |
| CONCLUSION | 79 |
| BIBLIOGRAPHIE | 83 |
| ANNEXE I | 89 |
| FIGURES | |

INTRODUCTION

Les ondes acoustiques ou électromagnétiques, qui se propagent dans un milieu turbulent, subissent d'importantes perturbations dues aux fluctuations aléatoires du milieu. Par exemple, des essais réalisés dans l'atmosphère avec un signal sonore monochromatique mettent en évidence des fluctuations d'amplitude, de phase et des variations de niveaux sonores d'une dizaine de décibels, dès que les distances de propagation atteignent quelques centaines de mètres. La compréhension de ces phénomènes est indispensable si l'on veut répondre à des préoccupations pratiques telles que : la prédiction des niveaux de bruit en milieu atmosphérique et la fiabilité de la localisation des sources de bruit par les techniques d'imagerie acoustique.

Dans ces essais "in situ" la mise en évidence du rôle précis de la turbulence cinématique s'avère délicate. En effet, non seulement il est impossible de connaître l'état turbulent de l'atmosphère tout au long du trajet, (il existe à la fois des fluctuations de vitesse, de température et de concentration en vapeur d'eau), mais de plus il faut prendre en compte d'autres paramètres en particulier les gradients moyens de vitesse et de température, ainsi que la nature des sols. Il est donc nécessaire d'effectuer des expériences dans des conditions de laboratoire bien définies, susceptibles de reproduire de façon significative l'influence d'une turbulence cinématique sur la propagation d'une onde acoustique dans l'atmosphère. Deux conditions essentielles doivent alors être remplies :

- d'une part la distance de propagation x doit être grande par rapport à l'échelle de corrélation spatiale de la turbulence ℓ ,
- d'autre part, la longueur d'onde λ du signal émis doit être faible devant cette même échelle ℓ .

Notre étude, qui répond à ces critères, prolonge les travaux antérieurs de HO et KOVASNAY (1974 ; 1976) et de CANDEL, JULIENNE, GUEDEL (1976). HO et KOVASNAY se sont intéressés aux modulations en amplitude et en phase d'un faisceau monochromatique afin d'atteindre les caractéristiques de la turbulence d'un jet. CANDEL et alii. ont étudié la diffusion d'une onde sonore par les structures à grande échelle dans les zones de mélange d'un jet, en se plaçant dans le cadre de l'approximation de Born. Des travaux analogues ont été récemment effectués dans l'eau par KORMAN et BEYER (1980).

La description théorique des phénomènes de propagation dans un milieu aléatoire peut être fait de deux façons. Une première démarche consiste à considérer le milieu comme un filtre aléatoire caractérisé par les propriétés statistiques d'une fonction de transfert. Cette analyse globale des phénomènes permet d'envisager différents problèmes tels que les trajets multiples, les réflexions, les effets du sol. Elle a été particulièrement développée dans le cadre de l'acoustique sous-marine (JOURDAIN (1976)). Cependant dans le cas du canal aérien les modèles actuels ne permettent pas de décrire de façon convenable l'ensemble des phénomènes observés, à cause vraisemblablement de l'évolution assez rapide de la turbulence thermique et cinématique de l'atmosphère (ESCUDIE (1975), LARCHER (1976), NINGRE (1978)). Une deuxième démarche consiste à tenter une analyse complète des phénomènes, à partir des équations de la dynamique des fluides. Cette approche comporte deux étapes qui présentent chacune leurs problèmes et leurs difficultés : d'abord l'écriture d'une équation d'onde qui doit convenablement prendre en compte les caractéristiques statistiques du milieu, ensuite la résolution de l'équation obtenue, ce qui nécessite une modélisation des effets d'interaction entre l'onde acoustique et le milieu turbulent.

Le premier problème a été abordé par NEUBERT et LUMLEY (1970). Leur étude consiste en une analyse de l'ordre de grandeur des termes de couplage entre l'onde acoustique et l'écoulement. Ils déterminent ainsi dans quel domaine de fréquences l'équation stochastique de Helmholtz est représentative des phénomènes de diffusion tels qu'ils apparaissent dans les expériences de BAERG et SCHWARTZ (1966) et de STONE et MINTZER (1965).

Le second problème a fait l'objet de nombreuses publications lorsque l'équation de propagation est une équation de Helmholtz avec indice aléatoire. Parmi les différentes théories on trouve essentiellement des méthodes de petites perturbations comme l'approximation de Born, la solution de Rytov (CHERNOV (1960), TATARSKI (1961)), des méthodes de moments telles que l'approximation parabolique (TATARSKI (1971)), la méthode des diagrammes (FRISCH (1968)), et des méthodes d'intégration fonctionnelle dont le formalisme est directement déduit de la théorie des équations aux dérivées partielles stochastiques (DASHEN (1979), CHOW (1972)). Toutes ces approches ont été développées pour la plupart en acoustique sous marine ou dans le domaine de l'optique avec l'application aux lasers.

Le premier chapitre de notre étude est consacré à l'analyse des différentes étapes conduisant au choix d'une équation de propagation en milieu turbulent ainsi qu'à une description des principales méthodes de résolution susceptibles de s'appliquer au cas de la propagation atmosphérique. Nous envisageons donc à quelles conditions l'équation stochastique de Helmholtz peut être utilisée. Nous décrivons ensuite la méthode de Rytov, qui permet d'évaluer les fluctuations d'amplitude et de phase et la méthode de l'approximation parabolique qui permet d'atteindre les moments du champ acoustique. Pour ces deux formalismes nous utilisons les travaux de TATARSKI (1971) et d'ISHIMARU (1978) et rappelons les solutions pour le cas où l'onde incidente est un faisceau gaussien. Enfin nous donnons un aperçu de quelques méthodes d'intégration fonctionnelle (P.L. CHOW (1972)), mettant ainsi en évidence les hypothèses de fermeture nécessaires à la modélisation de l'interaction entre l'onde acoustique et l'écoulement.

Dans le deuxième chapitre nous présentons les caractéristiques du montage expérimental réalisé pour simuler des conditions comparables à celles de l'atmosphère. Le montage comprend un faisceau ultrasonore monochromatique de fréquence réglable dirigé parallèlement à l'envergure d'un jet turbulent bidimensionnel dont on peut faire varier la vitesse. Nous précisons également les techniques de mesures utilisées pour déterminer les fluctuations d'amplitude et de phase ainsi que les moments d'ordre un et deux du champ acoustique après traversée du volume de turbulence. L'étude des fluctuations de phase a en particulier nécessité la mise au point d'un traitement informatique spécial qui permet d'observer la phase de façon continue et de mesurer les variations supérieures à π .

Les résultats expérimentaux obtenus pour l'amplitude et la phase de l'onde transmise, sont rassemblés dans le troisième chapitre. Ils concernent l'intensité des fluctuations, les spectres de puissance et les densités de probabilité. Nous les comparons avec les prévisions théoriques déduites de la méthode de Rytov pour un faisceau monochromatique gaussien. Pour une application pratique à l'atmosphère le cas des grandes fluctuations est particulièrement intéressant. La solution au premier ordre de Rytov permet en effet de décrire de façon satisfaisante l'intensité et la densité de probabilité des fluctuations de phase. Il apparaît par contre une limitation pour la prédiction de l'intensité des fluctuations d'amplitude et de leurs densités de probabilité.

Dans le quatrième chapitre nous étudions les propriétés statistiques en un point (onde cohérente, intensité moyenne, élargissement spectral) et en deux points (corrélations spatiales et spatio-temporelles) du champ acoustique après traversée du volume turbulent, en replaçant les résultats dans le cadre de l'approximation parabolique. Nous mettons en évidence l'épanouissement spectral du signal transmis qui accompagne l'atténuation de l'onde moyenne ainsi que la perte de cohérence spatiale. Nous observons aussi un défilement du maximum de la fonction d'intercorrélation spatio-temporelle qui peut s'interpréter comme une convection de l'image de diffraction du champ acoustique.

En conclusion nous indiquons quelques uns des prolongements possibles de cette étude. Il serait en particulier utile d'examiner comment les résultats obtenus dépendent de la distance de propagation et peuvent s'appliquer à d'autres champs turbulents cinématiques ou thermiques, avec une modification des échelles et des intensités de turbulence.

CHAPITRE I

EQUATION DE PROPAGATION D'UNE ONDE ACOUSTIQUE DANS UN MILIEU TURBULENT

ETUDE DE QUELQUES METHODES DE RESOLUTION

I. Les équations fondamentales

La propagation d'une onde acoustique dans un milieu turbulent met en jeu des phénomènes physiques régis par les lois fondamentales de la thermodynamique et de la dynamique des fluides compressibles. Pour établir une équation de propagation gouvernant l'évolution de la pression acoustique nous supposerons que le milieu est un gaz parfait, non visqueux, non conducteur et que l'écoulement turbulent est incompressible et indépendant du temps dans un repère qui se déplace à la vitesse moyenne du fluide. Nous considérons aussi que les fluctuations d'origine acoustique sont suffisamment faibles pour que leur action sur l'écoulement de base soit négligeable et que l'approximation de l'acoustique linéaire s'applique. Les différentes grandeurs physiques peuvent se décomposer de façon classique en une partie liée à l'écoulement et une partie acoustique ce qui donne les expressions suivantes pour les champs de vitesse $\vec{U}(\vec{x}, t)$, de pression $P(\vec{x}, t)$ et de masse volumique $\rho(\vec{x}, t)$:

$$\begin{aligned}
 U_i(\vec{x}, t) &= u_i(\vec{x}, t) + v_i'(\vec{x}, t) \\
 (1.1) \quad P(\vec{x}, t) &= P_0(\vec{x}, t) + P'(\vec{x}, t) \\
 \rho(\vec{x}, t) &= \rho_0(\vec{x}, t) + \rho'(\vec{x}, t) \\
 v_i' &\ll u_i ; \quad P' \ll P_0 ; \quad \rho' \ll \rho_0
 \end{aligned}$$

Les lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour l'écoulement en présence de l'onde acoustique s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 (1.2) \quad \frac{\partial}{\partial t} \rho(\vec{x}, t) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho(\vec{x}, t) U_i(\vec{x}, t)) &= 0 \\
 \frac{\partial}{\partial t} (\rho(\vec{x}, t) U_i(\vec{x}, t)) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho(\vec{x}, t) U_i(\vec{x}, t) U_j(\vec{x}, t)) &= - \frac{\partial}{\partial x_i} P(\vec{x}, t)
 \end{aligned}$$

Pour l'écoulement seul, compte tenu du fait que la masse volumique est constante, le système d'équations (1.2) se transforme en :

$$(1.3) \quad \frac{\partial}{\partial x_i} u_i(\vec{x}, t) = 0$$

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (u_i(\vec{x}, t)) + \rho_0 \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i(\vec{x}, t) u_j(\vec{x}, t)) = - \frac{\partial}{\partial x_i} P_0(\vec{x}, t)$$

Par combinaison linéaire des systèmes (1.2) et (1.3) et en ne conservant que les termes du premier ordre par rapport aux fluctuations acoustiques, on obtient les équations de base suivantes :

$$(1.4) \quad \frac{\partial}{\partial t} \rho' + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho' u_i + \rho_0 v_i') = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 v_i' + \rho' u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho' u_i u_j + \rho_0 u_j v_i' + \rho_0 u_i v_j') = - \frac{\partial P'}{\partial x_i}$$

auxquelles il convient d'ajouter une équation d'état traduisant les propriétés thermodynamiques du milieu. Pour un fluide isentropique la pression P' et la masse volumique ρ' satisfont la relation

$$\frac{D}{Dt} P' = c_0^2 \frac{D}{Dt} \rho'$$

où c_0 est la célérité du son, et l'opérateur D/Dt est la dérivée convective $\partial/\partial t + u_i \partial/\partial x_i$. Après quelques calculs on obtient à partir de (1.4) l'équation de propagation qui gouverne l'évolution de la pression acoustique P' soit :

$$(1.5) \quad \frac{\partial^2 P'}{\partial x_i^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 P'}{Dt^2} = -2 \rho_0 \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_j'}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho' u_j) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

Cette équation, qui est une équation d'onde convectée en milieu inhomogène met en évidence le couplage entre les grandeurs acoustiques et le champ de vitesse turbulent notamment par le gradient du champ de vitesse fluctuante. La validité de cette équation repose sur des hypothèses classiques en acoustique et peu contraignantes dans le cadre d'une étude expérimentale. Pour simplifier cette équation nous déterminons les ordres de grandeur des différents termes de (1.5). Cette démarche est analogue à celle introduite par NEUBERT et LUMLEY (1970) qui ont étudié la forme de l'équation de propagation nécessaire à l'analyse des mesures de diffusion de BAERG et SCHWARTZ (1966) et de STONE et MINTZER (1965). Nous utilisons les échelles suivantes :

$$(1.6) \quad \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} \text{ (quantité acoustique)} &\sim \mathcal{O}\left(\frac{1}{\lambda}\right) \\ \frac{\partial}{\partial t} \text{ (quantité acoustique)} &\sim \mathcal{O}\left(\frac{c_0}{\lambda}\right) \\ \frac{\partial}{\partial x_i} \text{ (quantité turbulente)} &\sim \mathcal{O}\left(\frac{1}{l_{turb}}\right) \end{aligned}$$

où λ est la longueur d'onde acoustique, l_{turb} une échelle de turbulence qui caractérise l'interaction onde-écoulement. La vitesse acoustique v_j' et la masse volumique ρ' ayant respectivement pour ordre de grandeur $P'/\rho_0 c_0$ et P'/c_0^2 , on obtient pour les termes de l'équation (1.5) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} P' &\sim \frac{P'}{\lambda^2} \\ \frac{1}{c_0^2} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2 u_i \frac{\partial^2}{\partial t \partial x_i} + u_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left(u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \right) \right\} P' &\sim \frac{P'}{\lambda^2} + \frac{u'}{c_0} \frac{P'}{\lambda^2} + \frac{u'^2}{c_0^2} \left(\frac{1}{\lambda^2} ; \frac{1}{\lambda l_{turb}} \right) P' \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho_0 u_i \right) \frac{\partial v_i'}{\partial x_i} &\sim \frac{u'}{c_0} \frac{1}{\lambda l_{turb}} P' \\ \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \left(\rho' u_j \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &\sim \frac{u'^2}{c_0^2} \left(\frac{1}{\lambda l_{turb}} ; \frac{1}{l_{turb}^2} \right) P' \end{aligned}$$

où u' désigne la valeur efficace des fluctuations de vitesse $\sqrt{u'^2}$. Si le nombre de Mach turbulent u'/c_0 est petit devant l'unité, ce qui est le cas en propagation atmosphérique (pour notre étude expérimentale la valeur maximale de u'/c_0 est de 10^{-2}), nous pouvons éliminer dans l'équation (1.5) les termes où il intervient au carré, ce qui donne :

$$(1.7) \quad \frac{\partial^2 P'}{\partial x_i^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 P'}{\partial t^2} = 2 \frac{u_j}{c_0^2} \frac{\partial^2 P'}{\partial t \partial x_j} - 2 \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial \sigma_j'}{\partial x_i}$$

En se limitant à un domaine fréquentiel tel que la longueur d'onde acoustique λ reste inférieure à l'échelle l_{turb} le dernier terme de l'équation (1.7) devient négligeable, et (1.7) se transforme en :

$$(1.8) \quad \frac{\partial^2 P'}{\partial x_i^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 P'}{\partial t^2} = 2 \frac{u_j}{c_0^2} \frac{\partial^2 P'}{\partial t \partial x_j}$$

Comme nous avons supposé la turbulence indépendante du temps, dans un repère se déplaçant à la vitesse moyenne de l'écoulement, il n'est pas restrictif de considérer que la pression acoustique est une onde monochromatique $P'(\vec{x}, t) = P(\vec{x}) e^{-i\omega_0 t}$. L'équation qui la régit est alors :

$$(1.9) \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + k_0^2 \right) P(\vec{x}) = -2i k_0 \frac{u_j(\vec{x})}{c_0} \frac{\partial P(\vec{x})}{\partial x_j}$$

L'équation ainsi obtenue comprend d'une part l'opérateur de Helmholtz associé au milieu au repos et d'autre part des termes de perturbations faisant apparaître l'influence du milieu par l'intermédiaire du champ de vitesse turbulent qui est couplé avec toutes les composantes du gradient de pression acoustique. Ces termes de perturbations sont trop compliqués pour pouvoir appliquer les méthodes classiques de résolution à (1.9). Il est donc nécessaire de simplifier le second membre en déterminant quels sont les termes prépondérants dans l'interaction acoustique-turbulence.

II. L'équation stochastique d'Helmholtz

Supposons que l'onde acoustique se propageant dans la turbulence soit initialement plane et de la forme :

$$P_0(\vec{x}) = A_0 \exp(i k_0 x_1)$$

Pour évaluer l'importance des termes de perturbations nous pouvons en première approximation remplacer $P(\vec{x})$ par sa valeur non perturbée $P_0(\vec{x})$ dans le second membre de (1.9) (hypothèse de diffusion simple). On obtient alors :

$$(1.10) \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + k_0^2 \right) P(\vec{x}) = 2 k_0^2 \frac{u_1(\vec{x})}{c_0} P_0(\vec{x})$$

Cette équation met en évidence le fait que seules interviennent les fluctuations de vitesse dans la direction de propagation. Pour simplifier le deuxième membre de l'équation (1.9) il est alors naturel (MONIN et YAGLOM (1975)) de supposer que les effets de la turbulence seront bien représentés par le terme $2 k_0^2 u_1/c_0$ dans les problèmes présentant une direction privilégiée x_1 (onde incidente plane, faisceau collimaté. L'équation (1.10) peut alors s'écrire :

$$(1.11) \quad \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + k_0^2 (1 + \mathcal{E}(\vec{x})) \right\} P(\vec{x}) = 0$$

$$\mathcal{E}(\vec{x}) = - \frac{2 u_1(\vec{x})}{c_0}$$

Elle se présente sous la forme d'une équation de Helmholtz à coefficient aléatoire (équ. de Helmholtz stochastique). Le terme $\mathcal{E}(\vec{x})$ traduit d'une certaine façon les fluctuations "d'indice" du milieu provoquées par l'écoulement turbulent.

L'équation stochastique de Helmholtz (1.11) associée à des conditions aux limites correctes est le point de départ de la plupart des théories de la propagation en milieu aléatoire : méthodes de Born et de Rytov (CHERNOV (1960)), de régularisation (WENZEL et KELLER (1971) ; FRISCH (1968)), des diagrammes et d'intégration fonctionnelle (FRISCH (1968)), ainsi que de l'approximation parabolique (TATARSKI (1971)). Dans les paragraphes suivants nous allons détailler les méthodes de résolution de l'équation (1.11) qui nous paraissent les plus intéressantes tant du point de vue théorique que de celui des applications.

III. Méthode des séries de BORN

Considérons une onde monochromatique $P(\vec{x})$, de pulsation ω_0 qui se propage dans un milieu turbulent suivant la direction z , elle satisfait l'équation de Helmholtz :

$$(1.12) \quad \begin{cases} \left\{ \Delta + k_0^2 (1 + \varepsilon(\vec{x})) \right\} P(\vec{x}) = 0 & \text{pour } z > 0 \\ P(\vec{x}) = P_0(\vec{x}) & \text{pour } z \leq 0 \end{cases}$$

Cette équation peut s'écrire sous la forme intégrale suivante :

$$(1.13) \quad P(\vec{x}) = P_0(\vec{x}) - k_0^2 \int_V G(\vec{x}, \vec{x}') \varepsilon(\vec{x}') P(\vec{x}') dV'$$

où $G(\vec{x}, \vec{x}')$ est la fonction de GREEN solution de l'équation associée :

$$\left\{ \Delta + k_0^2 (1 + \varepsilon(\vec{x})) \right\} G(\vec{x}, \vec{x}') = \delta(\vec{x} - \vec{x}')$$

Les fluctuations d'indice $\mathcal{E}(\vec{x})$ étant faibles ($\mathcal{E} \approx 10^{-2}$), nous pouvons effectuer un développement en série de perturbations de l'opérateur G , soit :

$$(1.14) \quad G(\vec{x}, \vec{x}') = G_0(|\vec{x}-\vec{x}'|) + G_1(\vec{x}, \vec{x}') + \dots + G_n(\vec{x}, \vec{x}') + \mathcal{O}(\mathcal{E}^n)$$

avec à l'ordre zéro $(\Delta + k_0^2) G_0(|\vec{x}-\vec{x}'|) = \delta(\vec{x}-\vec{x}') \Rightarrow G_0(|\vec{x}-\vec{x}'|) = -\frac{\exp(i k_0 |\vec{x}-\vec{x}'|)}{4\pi |\vec{x}-\vec{x}'|}$

et à l'ordre n $(\Delta + k_0^2) G_n(\vec{x}, \vec{x}') = -k_0^2 \mathcal{E}(\vec{x}) G_{n-1}(\vec{x}, \vec{x}')$

La pression $P(\vec{x})$ est alors donnée par le développement en série de Born :

$$(1.15) \quad \begin{aligned} P(\vec{x}) = & P_0(\vec{x}) - k_0^2 \int_V G_0(|\vec{x}-\vec{x}_1|) \mathcal{E}(\vec{x}_1) P_0(\vec{x}_1) d^3\vec{x}_1 \\ & + k_0^4 \iint_V G_0(|\vec{x}-\vec{x}_1|) G_1(\vec{x}_1, \vec{x}_2) \mathcal{E}(\vec{x}_1) \mathcal{E}(\vec{x}_2) P_0(\vec{x}_1) P_0(\vec{x}_2) d^3\vec{x}_1 d^3\vec{x}_2 \\ & + \dots \end{aligned}$$

Dans la pratique il est nécessaire d'étudier la convergence de la série (1.15). FRISCH (1968) a montré qu'en général cette série est ou divergente, ou trop lentement convergente pour les problèmes de propagation, limitant ainsi l'utilisation d'une telle solution aux distances courtes. Les difficultés mathématiques rencontrées sont inhérentes à l'interaction acoustique turbulente. Elles proviennent du fait que la variable aléatoire $\mathcal{E}(\vec{x})$ intervient de façon multiplicative dans l'équation (1.12) ; le problème devient alors comparable à un problème stochastique non linéaire (KRAICHNAN (1961)). De plus la présence de termes séculaires dans le développement en série, empêche l'emploi de formes asymptotiques contenant un nombre peu élevé de termes (FRISCH (1968)).

Si on ne conserve que le premier terme du développement on obtient la première approximation de Born (CHERNOV (1960)). Pour une onde incidente plane la solution de (1.13) s'écrit alors :

$$(1.16) \quad P(\vec{x}) = P_0 \exp(i k_0 z) + \frac{k_0^2 P_0}{4\pi} \int_V \frac{\exp(i k_0 |\vec{x} - \vec{x}'|)}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \varepsilon(\vec{x}') d^3 \vec{x}'$$

Cette forme est utile pour traiter les problèmes de diffusion du son par un volume limité de turbulence, tels qu'ils apparaissent dans les techniques de sondage acoustique de l'atmosphère (Sodar

IV. La méthode de Rytov

IV.1. Etude générale

L'interaction entre le milieu turbulent et l'onde acoustique se traduit par des fluctuations de l'amplitude et de la phase de celle-ci. Il est alors naturel d'introduire la notion d'iconale $\Psi(\vec{x})$ familière en acoustique géométrique en écrivant la pression sous la forme :

$$P(\vec{x}) = \exp(\Psi(\vec{x}))$$

L'équation qui gouverne l'iconale se déduit alors de (1.11) :

$$(1.17) \quad \begin{aligned} \Delta \Psi(\vec{x}) + \vec{\nabla} \Psi(\vec{x}) \cdot \vec{\nabla} \Psi(\vec{x}) + k_0^2 (1 + \varepsilon(\vec{x})) &= 0 & \text{pour } z > 0 \\ \Psi(\vec{x}) &= \Psi_0(\vec{x}) & \text{pour } z \leq 0 \end{aligned}$$

où $\Psi_0(\vec{x})$ désigne la solution en l'absence de fluctuations. Cette méthode est largement utilisée dans les problèmes de propagation (CHERNOV (1960), TATARSKI (1961), MONIN et YAGLOM (1975)). En effet elle permet l'obtention simultanée des fluctuations d'amplitude et de phase. De plus la représentation exponentielle paraît donner au développement en série une zone de validité plus large que celle associée au développement de BORN (KELLER (1969)).

L'écart $\Psi_1 = \Psi - \Psi_0$ apparaît alors comme un paramètre important et on peut transformer l'équation (1.17) pour obtenir l'équation qui régit l'évolution de Ψ_1 soit :

$$(1.18) \quad \Delta \Psi_1(\vec{r}) + \vec{\nabla} \Psi_1(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} \Psi_1(\vec{r}) + 2 \vec{\nabla} \Psi_1(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} \Psi_0(\vec{r}) + k_0^2 \varepsilon(\vec{r}) = 0$$

Le développement de Rytov au 1er ordre est obtenu en négligeant dans cette équation le terme non linéaire $\vec{\nabla} \Psi_1 \cdot \vec{\nabla} \Psi_1$. Une analyse d'ordre de grandeur montre immédiatement que cette simplification est justifiée si $\lambda / |\vec{\nabla} \Psi_1| \ll 1$, c'est-à-dire lorsque les fluctuations d'amplitude et de phase restent faibles sur une distance comparable à la longueur d'onde λ (TATARSKI (1961), CHERNOV (1960)). Il est à noter que la validité de la méthode de Born repose pour sa part sur la petitesse des fluctuations cumulées sur tout le trajet parcouru dans la turbulence. En multipliant l'équation (1.19) par la solution du problème pour le milieu au repos $P_0(\vec{r}) = \exp(\Psi_0(\vec{r}))$, on obtient après quelques calculs :

$$(1.20) \quad \Delta (P_0 \Psi_1(\vec{r})) + k_0^2 P_0 \Psi_1(\vec{r}) = -k_0^2 P_0 \varepsilon(\vec{r})$$

La solution de Rytov s'exprime alors par :

$$(1.21) \quad P(\vec{r}) = P_0(\vec{r}) \exp(\Psi_1(\vec{r}))$$

$$\Psi_1(\vec{r}) = -\frac{1}{P_0(\vec{r})} \int_{\mathcal{V}} G_0(|\vec{r} - \vec{r}'|) k_0^2 \varepsilon(\vec{r}') P_0(\vec{r}') d^3 \vec{r}'$$

où $G_0(|\vec{r} - \vec{r}'|)$ est la fonction de Green associée à l'équation de Helmholtz en milieu homogène :

$$(\Delta + k_0^2) G_0(|\vec{r} - \vec{r}'|) = \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

IV.2. Etude des fluctuations de phase et d'amplitude de l'onde transmise

Pour expliciter la solution de RYTOV il est intéressant d'introduire l'amplitude et la phase de l'onde transmise, soit :

$$P(\vec{x}) = A(\vec{x}) \exp(i \cdot S(\vec{x}))$$

L'iconale $\Psi(\vec{x})$ s'écrit alors :

$$\Psi(\vec{x}) = \chi(\vec{x}) + i \mathcal{Y}(\vec{x}) = \ln \left(\frac{A(\vec{x})}{A_0(\vec{x})} \right) + i (S(\vec{x}) - S_0(\vec{x}))$$

où χ et \mathcal{Y} représentent respectivement les fluctuations du logarithme de l'amplitude et les fluctuations de la phase par rapport à l'onde incidente (indiquée "0"). La solution (1.21) se met sous la forme :

$$(1.22) \quad \Psi(\vec{x}) = \frac{k_0^2}{4\pi P_0(\vec{x})} \int_V \frac{\exp(i k_0 |\vec{x} - \vec{x}'|)}{|\vec{x} - \vec{x}'|} P_0(\vec{x}') \mathcal{E}(\vec{x}') d^3 \vec{x}'$$

Dans la pratique on constate que l'énergie acoustique est diffusée suivant la direction de propagation à l'intérieur d'un cône dont l'angle d'ouverture est de l'ordre de $\lambda / \ell_{\text{turb}}$. On montre alors que dans le calcul de $\exp(i k_0 |\vec{x} - \vec{x}'|)$ on peut se limiter aux termes linéaires en $(x - x')$ (MONIN et YAGLOM (1975)). Et l'expression devient :

$$(1.23) \quad \Psi(\vec{x}) = \frac{k_0^2}{4\pi P_0(\vec{x})} \int_0^x \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-i k_0 (x - x' + \frac{|\vec{p} - \vec{p}'|}{2(x - x')}))}{(x - x')} P_0(\vec{x}') \mathcal{E}(\vec{x}') d^3 \vec{x}'$$

$$|\vec{p} - \vec{p}'| = ((y - y')^2 + (z - z')^2)^{1/2}$$

Cette expression est analogue à celle que l'on trouve dans les travaux de TATARSKI (1961), ISHIMARU (1978). Notons que dans le cas particulier d'une onde incidente plane $P_0(\vec{x}) = P_0 e^{i k_0 x}$, (1.23) devient :

$$(1.24) \quad \Psi(\vec{x}) = \frac{k_0^2}{4\pi} \int_0^x \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(i k_0 \frac{|\vec{p} - \vec{p}'|}{2(x - x')})}{(x - x')} \mathcal{E}(\vec{x}') dx' d^2 \vec{p}'$$

Pour développer la solution (1.23) et obtenir les quantités $\chi(\vec{x})$ et $\mathcal{Y}(\vec{x})$ il est nécessaire de modéliser le paramètre $\varepsilon(\vec{x})$. Il est alors utile d'adopter un modèle spectrale qui permet une approche plus descriptive des phénomènes de propagation dans un volume de turbulence dont les paramètres statistiques sont accessibles à la mesure. Les fonctions de corrélation des fluctuations d'indice, de phase et du logarithme de l'amplitude sont définies par :

$$\begin{aligned}
 R_{\varepsilon\varepsilon}(x_1, \vec{p}_1; x_2, \vec{p}_2) &= \langle \varepsilon(x_1, \vec{p}_1) \varepsilon(x_2, \vec{p}_2) \rangle \\
 (1.25) \quad R_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}}(x_1, \vec{p}_1; x_2, \vec{p}_2) &= \langle \mathcal{Y}(x_1, \vec{p}_1) \mathcal{Y}(x_2, \vec{p}_2) \rangle \\
 R_{\chi\chi}(x_1, \vec{p}_1; x_2, \vec{p}_2) &= \langle \chi(x_1, \vec{p}_1) \chi(x_2, \vec{p}_2) \rangle
 \end{aligned}$$

(x est la coordonnée suivant la direction de propagation, p est celle dans un plan perpendiculaire à x)

Nous considérons pour la suite de nos calculs que la turbulence traversée est homogène et isotrope. On montre alors que les fonctions de corrélation $R_{\chi\chi}$ et $R_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}}$ peuvent se mettre sous la forme générale suivante :

$$(1.26) \quad R(x, p) = 2\pi^2 k_0^2 x \int_0^\infty k J_0(kp) \phi_\varepsilon(k) f(k) dk$$

avec

$$\begin{aligned}
 (1.27) \quad f(k) = f_\chi(k) &= 1 - \frac{\sin(k^2 x / k_0)}{k^2 x / k_0} && \text{pour l'amplitude} \\
 f(k) = f_{\mathcal{Y}}(k) &= 1 + \frac{\sin(k^2 x / k_0)}{k^2 x / k_0} && \text{pour la phase}
 \end{aligned}$$

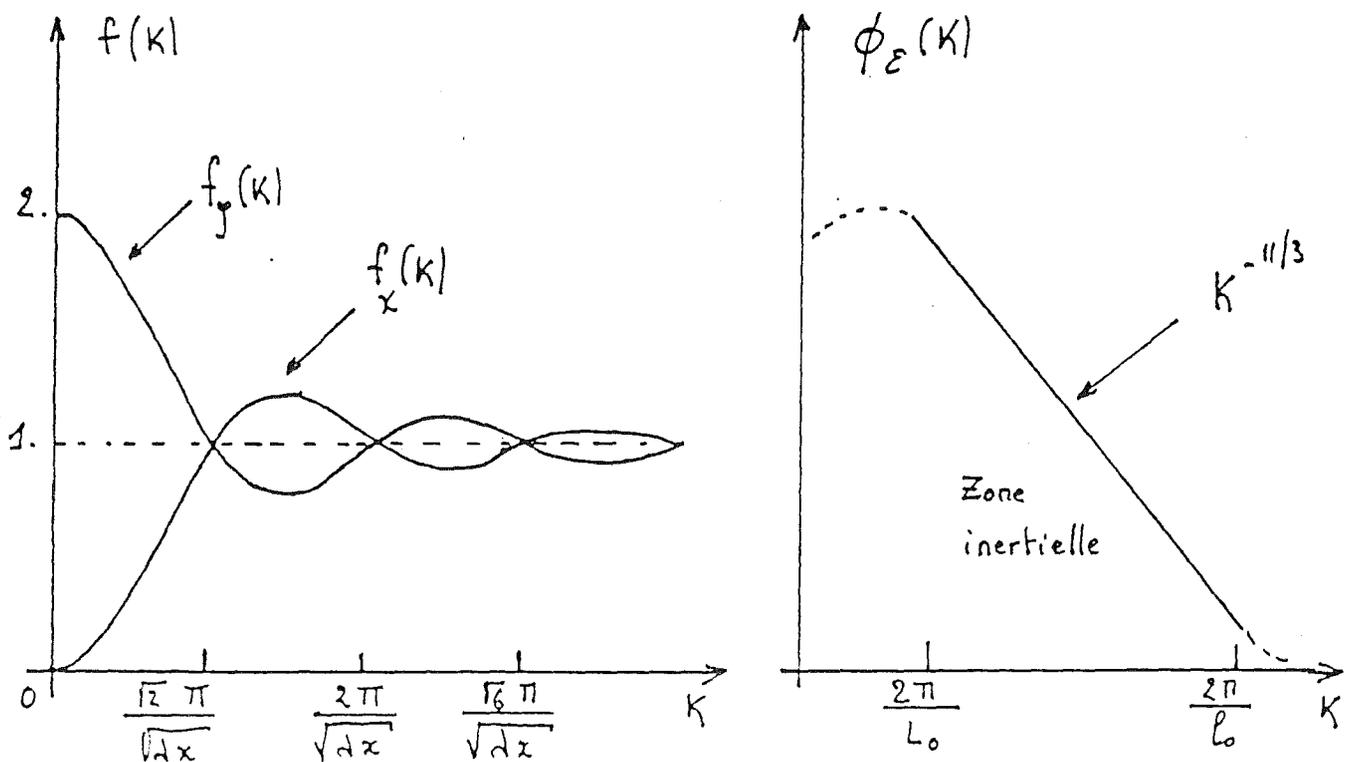
Pour évaluer l'intégrale (1.26) il est nécessaire de faire une hypothèse sur la forme du spectre de turbulence. Nous adoptons les hypothèses classiques du spectre de Kolmogorov qui donne une loi en puissance pour la zone inertielle de turbulence. Pour des raisons mathématiques on complète souvent le spectre de Kolmogorov pour les valeurs de K tendant vers zéro, ce qui conduit au spectre de Von Karman :

$$(1.28) \quad \phi_{\varepsilon}^2(k) = A \cdot C_{\varepsilon}^2 (k^2 + k_L^2)^{-11/6} \exp(-k^2/k_m^2)$$

$$k_m = \alpha/L_0 \quad ; \quad k_L = 1/L_0 \quad ; \quad A \text{ et } \alpha \text{ constantes}$$

$$C_{\varepsilon}^2 \text{ coefficient de structure}$$

où L_0 et L_0 sont deux échelles de longueur déterminant les limites de la zone inertielle. Dans la littérature L_0 et L_0 sont parfois respectivement appelées échelles interne et externe de la turbulence. Dans l'expression (1.26) les fonctions $f_y(k)$ et $f_x(k)$ jouent le rôle de filtres par rapport au spectre $\phi_{\varepsilon}^2(k)$.



Pour les valeurs de K supérieures à $2\pi/\sqrt{\lambda z}$ les fonctions $f_x(k)$ et $f_y(k)$ prennent des valeurs voisines de l'unité avec quelques oscillations. Ainsi suivant la place relative de $2\pi/\sqrt{\lambda z}$ par rapport aux nombres $2\pi/l_0$ et $2\pi/L_0$, on peut définir trois domaines (TATARSKI (1961)) en fonction de la distance de propagation soit :

$$\begin{aligned} \sqrt{\lambda z} &\leq l_0 && \text{Domaine de l'optique géométrique} \\ l_0 &\leq \sqrt{\lambda z} \leq L_0 && \text{Domaine de diffraction} \\ L_0 &\leq \sqrt{\lambda z} && \end{aligned}$$

On remarque l'importance prise par la taille de la première zone de Fresnel $\sqrt{\lambda z}$, qui détermine l'ordre de grandeur des structures turbulentes mises en jeu dans les phénomènes de propagation et permet ainsi d'estimer l'échelle de turbulence l_{turb} , caractéristique de l'interaction onde-écoulement, introduite dans le premier paragraphe.

Dans la suite de ce chapitre nous détaillons les résultats pour la zone de diffraction car elle correspond à notre étude expérimentale. En effet le faisceau ultrasonore étudié a une fréquence réglable entre 20 kHz et 100 kHz, il traverse sur une distance de un mètre un volume de turbulence dont les limites en nombre d'onde de la zone inertielle sont comprises entre 15 m^{-1} et 1000 m^{-1} fixant ainsi le domaine de diffraction à l'intervalle de fréquences 1,9 kHz - 8,6 MHz.

Pour une onde incidente plane TATARSKI (1961) montre alors que le niveau des fluctuations d'amplitude est :

$$(1.29) \quad \overline{\sigma_x^2} = R_{\chi\chi}(z, 0) = 0,307 C_\epsilon^2 k_0^{7/6} z^{11/6}$$

Nous noterons que les exposants 7/6 et 11/6 sont directement liés à la forme du spectre de Kolmogorov $\phi_{\xi}(k) = 0.033 C_{\xi}^2 k^{-11/3}$. Par contre il n'est pas possible de donner une forme explicite pour la valeur efficace des fluctuations de phase. En effet la fonction $f_{\psi}(k)$ prend ses valeurs maximales dans un domaine où la forme de Kolmogorov n'est plus applicable. Pour calculer $\langle \psi^2 \rangle$ il faut alors revenir à l'expression de la fonction de corrélation et effectuer une intégration numérique tenant compte de (1.28).

IV.3. Etude des spectres d'amplitude et de phase de l'onde transmise

Pour tenir compte des effets de la convection de la turbulence par la vitesse moyenne, qui est transversale par rapport à la direction de propagation de l'onde incidente, nous faisons l'hypothèse de Taylor. Les fluctuations d'indice ξ s'écrivent alors :

$$(1.30) \quad \xi(\vec{x}; t) = \xi(\vec{x} - \vec{U}t; 0)$$

et la solution de RYTOV (1.22) prend la forme :

$$(1.31) \quad \begin{aligned} P(\vec{x}, t) &= P_0(\vec{x}) \exp(\Psi_1(\vec{x}, t)) \\ \Psi_1(\vec{x}, t) &= \frac{-1}{P_0(\vec{x})} \int_{\mathcal{D}} k_0^2 G_0(|\vec{x} - \vec{x}'|) \xi(\vec{x}', t) P_0(\vec{x}') d^3 \vec{x}' \end{aligned}$$

Considérons alors la fonction de corrélation $R_{\chi\chi}$ des fluctuations du logarithme de l'amplitude en deux points (x, \vec{p}_1) et (x, \vec{p}_2) tels que $\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{U}\tau$ nous avons :

$$(1.32) \quad R_{\chi\chi}(x, \tau) = 2 \pi^2 k_0^2 x \int_0^{\infty} k J_0(kU\tau) f_{\chi}(k) \phi_{\xi}(k) dk$$

Par transformation de Fourier de la fonction $R_{\chi\chi}(x, \tau)$ nous obtenons le spectre $S_{\chi\chi}(\omega)$ suivant l'axe de propagation :

$$(1.33) \quad S_{\chi\chi}(\omega) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} R_{\chi\chi}(x, \tau) \exp(-i\omega_0\tau) d\tau$$

D'où

$$S_{\chi\chi}(\omega) = 8 \pi^2 k_0^2 x \int_0^\infty \int_0^\infty k J_0(kUz) f_\chi(k) \phi_\varepsilon(k) \cos(\omega z) dk dz$$

$$(1.34) \quad S_{\chi\chi}(\omega) = 8 \pi^2 k_0^2 x \int_{\frac{\omega}{U}}^\infty \sqrt{k^2 U^2 - \omega^2} k f_\chi(\omega) \phi_\varepsilon(k) dk$$

En utilisant le spectre de Kolmogorov $\phi_\varepsilon(k) = 0,033 \frac{C_\varepsilon^2}{\varepsilon} k^{-11/3}$ ISHIMARU (1978) obtient les valeurs limites ci-dessous :

$$(1.35) \quad S_{\chi\chi}(\omega) \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 0,85 \frac{C_\varepsilon^2}{U} k_0^{2/3} x^{7/3}$$

$$S_{\chi\chi}(\omega) \xrightarrow{\omega \rightarrow +\infty} 2,19 \frac{C_\varepsilon^2}{U} k_0^{2/3} x^{7/3} \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{-8/3} ; \quad \omega_c = U \sqrt{\frac{k_0}{x}}$$

Le spectre des fluctuations de phase est donné par une expression analogue à (1.34) dans laquelle $f_\chi(k)$ est remplacée par $f_\psi(k)$. Pour le comportement à basse fréquence de $S_{\psi\psi}(\omega)$ seul un calcul numérique permet une prédiction. Pour $\omega > \omega_c$ on retrouve le même comportement asymptotique que pour l'amplitude avec une décroissance en $(\omega/\omega_c)^{-8/3}$.

Cette étude suppose que les structures turbulentes défilent à vitesse constante. Lorsque l'hypothèse de Taylor n'est plus applicable il faut introduire un facteur correctif lié aux fluctuations de vitesse. Les résultats d'un tel calcul effectué entre autres par TATARSKI (1971) et ISHIMARU (1978) n'apportent pas de modifications majeurs aux comportements asymptotiques de $S_{\chi\chi}(\omega)$ et $S_{\psi\psi}(\omega)$.

IV.4. Cas particulier d'un faisceau collimaté gaussien

Dans le cas où l'onde incidente est un faisceau de rayon a la solution de RYTOV s'obtient d'une façon analogue à celle exposée précédemment en remplaçant dans les différentes expressions $P_0(\vec{x})$ par :

$$(1.36) \quad P_0(x, \vec{r}) = U_0(x, \vec{r}) e^{ik_0 x} = \frac{1}{1+i\chi x} \exp\left(-\frac{k_0 a^2}{2} \frac{\rho^2}{1+i\chi x}\right) e^{ik_0 x}$$

ceci pour des distances de propagation x telles que $x \ll \pi a^3 / \lambda^3$. Si le faisceau est collimaté α est alors réel et a pour valeur $\lambda / \pi a^2$. La formule (1.36), que l'on retrouve dans de nombreux travaux, traduit la propagation en espace libre au voisinage de l'axe du faisceau. Dans la suite de ce paragraphe nous rappellerons simplement quelques résultats (ISHIMARU (1977)). Dans le chapitre III nos résultats expérimentaux seront comparés avec les valeurs obtenues en intégrant numériquement les formules données ci-après.

Les fonctions de corrélations R_{xx} et R_{yy} ont pour expression :

$$(1.37) \quad R_{xx} = 2\pi^2 \int_0^x d\eta \int_0^\infty k \operatorname{Re} [J_0(k_0 P) |H|^2 + J_0(k_0 Q) H^2] \phi_\xi(k) dk$$

$$(1.38) \quad R_{yy} = 2\pi^2 \int_0^x d\eta \int_0^\infty k \operatorname{Re} [J_0(k_0 P) |H|^2 - J_0(k_0 Q) H^2] \phi_\xi(k) dk$$

et on en déduit les variances σ_x^2 et σ_y^2 , soit :

$$(1.39) \quad \sigma_x^2 = 2\pi^2 \int_0^x d\eta \int_0^\infty k \operatorname{Re} [I_0(2\gamma_i k \rho) |H|^2 + H^2] \phi_\xi(k) dk$$

$$(1.40) \quad \sigma_y^2 = 2\pi^2 \int_0^x d\eta \int_0^\infty k \operatorname{Re} [I_0(2\gamma_i k \rho) |H|^2 - H^2] \phi_\xi(k) dk$$

où $I_0(z)$ est la fonction de Bessel modifiée ($I_0(z) = J_0(iz)$)

Dans les expressions ci-dessus, qui sont valables uniquement en turbulence homogène et isotrope nous avons utilisé les notations :

$$\begin{aligned}
 H^2 &= -k_0^2 \exp\left(-i\gamma \frac{x-\eta}{k_0} k^2\right) \\
 |H|^2 &= k_0^2 \exp\left(-\gamma_i \frac{x-\eta}{k_0} k^2\right) \\
 (1.41) \quad \gamma &= \frac{1+i\alpha x}{1+i\alpha \eta x} = \gamma_r - i\gamma_i \\
 \rho &= (y^2+z^2)^{1/2}; \quad \rho_1 = (y_1^2+z_1^2)^{1/2}; \quad \rho_2 = (y_2^2+z_2^2)^{1/2} \\
 P &= ((\gamma y_1 - \gamma^* y_2)^2 + (\gamma z_1 - \gamma^* z_2)^2)^{1/2} \\
 Q &= \gamma \left((y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 \right)^{1/2}
 \end{aligned}$$

Les spectres $S_{\chi\chi}(\omega)$ et $S_{\psi\psi}(\omega)$ peuvent être mis sous la forme :

$$(1.42) \quad S_{\chi\chi}(\omega) = \frac{8\pi^2 k_0^2}{U} (0.033 C_\epsilon^2) \int_0^x d\eta \operatorname{Re}(G_1 - G_2)$$

$$(1.43) \quad S_{\psi\psi}(\omega) = \frac{8\pi^2 k_0^2}{U} (0.033 C_\epsilon^2) \int_0^x d\eta \operatorname{Re}(G_1 + G_2)$$

avec :

$$\begin{aligned}
 (1.44) \quad G_1 &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} C^{-8/3} \Psi\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}; AC^2\right) e^{-A \frac{\omega^2}{U^2}} \\
 G_2 &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} C^{-8/3} \Psi\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}; BC^2\right) e^{-A \frac{\omega^2}{U^2}} \\
 A &= \frac{\gamma_i (x-\eta)}{k_0}; \quad B = i\gamma \frac{x-\eta}{k_0}; \quad C = \left(\frac{\omega^2}{U^2} + \frac{1}{L_0^2}\right)^{1/2}
 \end{aligned}$$

où $\Psi(\alpha, \beta, \gamma)$ est la fonction hypergéométrique confluyente. Les spectres des fluctuations du logarithme de l'amplitude et des fluctuations de phase n'ont fait l'objet, à notre connaissance, d'aucune étude récente. Les seuls travaux disponibles concernent les ondes planes et les ondes sphériques. (ISHIMARU (1978)).

VI.5. Remarques

Le domaine de validité de la solution de Rytov au premier ordre est souvent défini dans la littérature à partir de l'intensité des fluctuations du logarithme de l'amplitude $\langle \chi^2 \rangle$ qui doit rester inférieure à l'unité. Parmi tous les travaux nous avons trouvé une valeur limite variant entre 0,2 et 0,5 dans le cas d'une onde plane. ISHIMARU (1977) a montré que cette limite de validité était encore applicable pour un faisceau collimaté gaussien.

En ce qui concerne les fluctuations de phase le formalisme déduit de la méthode de RYTOV resterait valable même dans le domaine des fluctuations fortes (ISHIMARU (1978) ; BARABANENKOV et alii (1971)).

V. L'approximation parabolique

V.1. Les hypothèses de l'approximation parabolique

Considérons une onde monochromatique $P(\vec{x})$ qui se propage suivant la direction x

$$P(\vec{x}) = P(x, \vec{\rho}) = U(x, \vec{\rho}) \exp(i k_0 x)$$

où $\vec{\rho}$ est un vecteur perpendiculaire à la direction de propagation. En écrivant que $P(\vec{x})$ est solution de l'équation stochastique de Helmholtz (1.12) on montre que $U(x, \vec{\rho})$ vérifie :

$$(1.45) \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} U(x, \vec{\rho}) + 2i k_0 \frac{\partial}{\partial x} U(x, \vec{\rho}) + \Delta_{\vec{\rho}} U(x, \vec{\rho}) + k_0^2 \epsilon(x, \vec{\rho}) U(x, \vec{\rho}) = 0 \quad \text{si} \quad x \geq 0$$

$$U(x, \vec{\rho}) = U_0(x, \vec{\rho}) \quad \text{si} \quad x < 0$$

$$\Delta_{\vec{\rho}} \equiv \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

En négligeant le terme $\partial^2 u / \partial x^2$ devant $2ik_0 \partial u / \partial x$ nous obtenons une équation de diffusion où la coordonnée x joue le rôle de la variable temporelle :

$$(1.46) \quad \begin{aligned} 2ik_0 \frac{\partial}{\partial x} U(x, \vec{r}) + \Delta_{\vec{r}} U(x, \vec{r}) + k_0^2 \mathcal{E}(x, \vec{r}) U(x, \vec{r}) &= 0 & \text{si } x > 0 \\ U(x, \vec{r}) &= U_0(x, \vec{r}) & \text{si } x < 0 \end{aligned}$$

L'équation parabolique (1.46) suppose que deux conditions soient remplies

- l'échelle de variation dans le sens x du champ $U(x, \vec{r})$ est grande devant la longueur d'onde λ .
- l'énergie rétrodiffusée par le volume de turbulence traversée est négligeable par rapport à l'énergie de l'onde incidente.

La résolution de (1.46) a été étudiée tant dans le domaine de l'acoustique sous-marine (TAPPERT (1977)) que dans le domaine de l'optique (FANTE (1975a); PROKHOROV et alii (1975)). La nature de l'équation (1.46) impose une dépendance fonctionnelle du champ $U(x, \vec{r})$ par rapport aux fluctuations $\mathcal{E}(x, \vec{r})$ et sa solution explicite dépend donc de la modélisation du terme $\mathcal{E}(x, \vec{r}) U(x, \vec{r})$. Pour la suite de ce paragraphe nous adoptons la méthode proposée par TATARSKI (1969, 1972) qui utilise une description en fonction des moments successifs du champ $U(x, \vec{r})$. Pour $\mathcal{E}(x, \vec{r})$ nous faisons les hypothèses suivantes :

- $\mathcal{E}(x, \vec{r})$ a une distribution gaussienne à valeur moyenne nulle
- la fonction de corrélation de $\mathcal{E}(x, \vec{r})$ est "delta-corrélée" suivant la direction de propagation x .

$$(1.47) \quad \langle \mathcal{E}(x, \vec{r}) \mathcal{E}(x', \vec{r}') \rangle = \delta(x-x') A(\vec{r} - \vec{r}')$$

La fonction $A(\vec{r})$ est reliée au spectre $\phi_{\mathcal{E}}(\vec{k})$ des fluctuations d'indice par

$$(1.48) \quad A(\vec{r}) = 2\pi \iint_{-\infty}^{+\infty} \phi_{\mathcal{E}}(\vec{k}) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) d^2\vec{k}$$

qui, pour une turbulence isotrope, s'explicité suivant :

$$(1.49) \quad A(\vec{p}) \equiv A(\rho) = 4 \pi^2 \int_0^\infty k J_0(k\rho) \phi_\varepsilon(k) dk$$

V.2. Evolution du champ moyen

L'équation qui gouverne l'évolution du moment d'ordre un $\langle U(x, \vec{p}) \rangle$ s'obtient en appliquant l'opérateur moyenne statistique $\langle \cdot \rangle$ sur l'équation (1.46) soit :

$$(1.50) \quad \partial_x k_0 \frac{\partial}{\partial x} \langle U(x, \vec{p}) \rangle + \Delta_{\vec{p}} \langle U(x, \vec{p}) \rangle + k_0^2 \langle \varepsilon(x, \vec{p}) U(x, \vec{p}) \rangle = 0$$

L'hypothèse sur la nature gaussienne du champ $\varepsilon(x, \vec{p})$ permet d'utiliser la formule de NOVIKOV (1965) et FURUTSU (1963) pour expliciter le terme de couplage $\langle \varepsilon(x, \vec{p}) U(x, \vec{p}) \rangle$ et par là même de "fermer" l'équation (1.50), on obtient ainsi :

$$(1.51) \quad \langle \varepsilon(x, \vec{p}) U(x, \vec{p}) \rangle = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \langle \varepsilon(x, \vec{p}) \varepsilon(x', \vec{p}') \rangle \left\langle \frac{\delta U(x, \vec{p})}{\delta \varepsilon(x', \vec{p}')} \right\rangle dx' d^2 \vec{p}'$$

et en introduisant la fonction de corrélation on a :

$$(1.52) \quad \langle \varepsilon(x, \vec{p}) U(x, \vec{p}) \rangle = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-x') A(\vec{p}-\vec{p}') \left\langle \frac{\delta U(x, \vec{p})}{\delta \varepsilon(x', \vec{p}')} \right\rangle dx' d^2 \vec{p}'$$

Pour calculer la dérivée fonctionnelle $\delta U / \delta \varepsilon$, on intègre l'équation (1.46) par rapport à la variable x . En tenant compte de la relation de causalité due à la nature parabolique du problème

$$\frac{\delta U(x, \vec{p})}{\delta \varepsilon(x', \vec{p}')} = 0 \quad \text{si} \quad x' \notin [0, x]$$

il vient après dérivation :

$$(1.53) \quad \frac{\delta U(x, \vec{r})}{\delta \varepsilon(x, \vec{r})} = \frac{ik_0}{4} \delta(\vec{r} - \vec{r}') U(x, \vec{r})$$

et $\langle U(x, \vec{r}) \rangle$ est alors solution de l'équation

$$(1.54) \quad 2ik_0 \frac{\partial}{\partial x} \langle U(x, \vec{r}) \rangle + \Delta_{\vec{r}} \langle U(x, \vec{r}) \rangle + \frac{ik_0^3}{4} A(x) \langle U(x, \vec{r}) \rangle = 0$$

avec la condition initiale $\langle U(0, \vec{r}) \rangle = U_0(\vec{r})$

La solution de l'équation (1.54) se met finalement sous la forme :

$$(1.55) \quad \langle U(x, \vec{r}) \rangle = U_0(x, \vec{r}) \exp\left(-k_0^2 \frac{A(x)}{8} x\right)$$

$U_0(x, \vec{r})$ étant la solution de l'équation en milieu non perturbé. Ce résultat est identique à celui obtenu avec d'autres méthodes, notamment la méthode de régularisation (WENZEL et KELLER (1971)).

V.3. Evolution du moment d'ordre deux

Le moment d'ordre deux en deux points d'un plan perpendiculaire à la direction de propagation $\langle U(x, \vec{r}_1) U^*(x, \vec{r}_2) \rangle$ définit la fonction de cohérence transversale $\Gamma(x, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$. En écrivant que $U(x, \vec{r}_1)$ et $U(x, \vec{r}_2)$ sont des solutions de l'équation (1.46) et en combinant les deux équations ainsi obtenues on montre, après quelques calculs, que la fonction $\Gamma(x, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$ est régie par l'équation :

$$(1.56) \quad 2ik_0 \frac{\partial}{\partial x} \Gamma(x, \vec{r}_1, \vec{r}_2) + (\Delta_{\vec{r}_1} - \Delta_{\vec{r}_2}) \Gamma(x, \vec{r}_1, \vec{r}_2) + k_0^2 \langle (\varepsilon(x, \vec{r}_1) - \varepsilon(x, \vec{r}_2)) U(x, \vec{r}_1) U^*(x, \vec{r}_2) \rangle = 0$$

En exprimant le lien fonctionnel entre $U(x, \vec{r})$ et $\varepsilon(x, \vec{r})$ on peut transformer le dernier terme de (1.56) d'une manière analogue à celle utilisée précédemment ce qui donne :

$$(1.57) \quad \left\{ 2ik_0 \frac{\partial}{\partial x} + (\Delta_{\vec{r}_1} - \Delta_{\vec{r}_2}) + \frac{ik_0^3}{2} (A(x) - A(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)) \right\} \Gamma(x, \vec{r}_1, \vec{r}_2) = 0$$

avec la condition initiale $\Gamma(0, \vec{p}_1, \vec{p}_2) = \Gamma_0(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$. La résolution assez classique de cette équation se fait de la manière suivante. On effectue le changement de variables $\vec{p}_d = \vec{p}_1 - \vec{p}_2$, $\vec{p}_s = \frac{1}{2}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$ dans l'équation (1.57) qui devient :

$$(1.58) \quad \left\{ 2i k_0 \frac{\partial}{\partial x} + 2 \frac{\vec{p}_d \cdot \vec{p}_s}{p_d} + i \frac{k_0^3}{2} (A(0) - A(p_d)) \right\} \Gamma(x, \vec{p}_s, \vec{p}_d) = 0$$

$$\Gamma(0, \vec{p}_s, \vec{p}_d) = \langle U(0, \vec{p}_s + \frac{1}{2} \vec{p}_d) U^*(0, \vec{p}_s - \frac{1}{2} \vec{p}_d) \rangle$$

La solution de (1.58) s'obtient alors par transformée de Fourier suivant la variable \vec{p}_s (TATARSKI (1971)), d'où l'expression

$$(1.59) \quad \Gamma(x, \vec{p}_s, \vec{p}_d) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Gamma}(0, \vec{k}_d, \vec{p}_d - \frac{x}{k_0} \vec{k}_d) \exp\left(i \vec{k}_d \cdot \vec{p}_s - \int_0^x \frac{k_0^2}{4} (A(0) - A(\vec{p}_d - \frac{x-x'}{k_0} \vec{k}_d)) dx'\right) d\vec{k}_d$$

$$\tilde{\Gamma}(0, \vec{k}_d, \vec{p}_d) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(0, \vec{p}_s, \vec{p}_d) \exp(-i \vec{k}_d \cdot \vec{p}_s) d\vec{p}_s$$

Nous remarquerons que pour une onde incidente plane, $\vec{\nabla}_{\vec{p}_s} \Gamma = 0$. L'équation (1.58) s'écrit alors :

$$(1.60) \quad \left\{ \frac{\partial}{\partial x} + \frac{k_0^2}{4} (A(0) - A(p_d)) \right\} \Gamma(x, \vec{p}_d) = 0$$

et admet pour solution

$$(1.61) \quad \Gamma(x, \vec{p}_d) = |U_0|^2 \exp\left(-\frac{k_0^2}{4} (A(0) - A(p_d)) x\right)$$

La relation (1.61) montre que le flux d'énergie suivant la direction de propagation est constant ($\Gamma(z,0) = \Gamma(0,0) \cdot \rho^2$) ce qui est normal puisque les ondes rétrodiffusées sont négligées dans l'approximation parabolique.

V.4. Cas particulier d'un faisceau collimaté gaussien se propageant dans une turbulence homogène et isotrope

Comme nous l'avons déjà fait dans le cadre de la méthode de RYTOV nous modéliserons la turbulence par un spectre de Von Karman (1.28) et nous conserverons les notations (1.36) pour $U_0(z, \vec{r})$. L'évolution du moment d'ordre un, qui est relié au champ moyen, est gouvernée par la relation (1.55) qui est indépendante de la forme de l'onde incidente.

Considérons maintenant le moment d'ordre deux. La solution générale se met sous la forme :

$$\Gamma(x, \vec{r}_s, \vec{r}_d) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Gamma}(0, \vec{k}_d, \vec{r}_d - \frac{x}{k_0} \vec{k}_d) \exp(i \vec{k}_d \cdot \vec{r}_s - \mathcal{H}(x, \vec{k}_d, \vec{r}_d)) d\vec{k}_d$$

$$(1.62) \quad \mathcal{H}(x, \vec{k}_d, \vec{r}_d) = \frac{k_0^2}{4} \int_0^x (|A| - A(\vec{r}_d - \frac{x-x'}{k_0} \vec{k}_d)) dz'$$

$$\tilde{\Gamma}(0, \vec{k}_d, \vec{r}_d) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp(-k_0 \alpha (\rho_s^2 + \frac{1}{4} \rho_d^2)) \exp(-i \vec{k}_d \cdot \vec{r}_s) d\vec{r}_s$$

Dans l'évaluation de la transformée de Fourier suivant \vec{k}_d de $\tilde{\Gamma}(0, \vec{k}_d, \vec{r}_d)$, le facteur $\exp(-\mathcal{H})$ aura une contribution significative pour les valeurs de \mathcal{H} telles que $\mathcal{H} \ll 1$. Pour expliciter la fonction \mathcal{H} il est nécessaire de prendre en compte les différents domaines du spectre des fluctuations intervenant dans l'expression $A(\rho)$. Le spectre $\phi_\xi(k)$ donné par la formule (1.28) peut être réécrit sous la forme :

$$(1.63) \quad \phi_\xi(k) = \phi(k) - \phi(k, L_0) - \phi(k, L_0, l_0)$$

$$\phi(k) = 0,033 C_\varepsilon^2 k^{-\frac{11}{3}}$$

$$\phi(k, L_0) = 0,033 C_\varepsilon^2 \left(k^{-\frac{11}{3}} - \left(k^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-\frac{11}{6}} \right)$$

$$\phi(k, L_0, l_0) = 0,033 C_\varepsilon^2 \left(k^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-\frac{11}{6}} \left(1 - \exp\left(-\frac{k^2}{k_m^2}\right) \right)$$

où $\phi(k)$, $\phi(k, L_0)$, $\phi(k, L_0, l_0)$ représentent respectivement les effets de la zone inertielle de la turbulence, de l'échelle externe L_0 et de l'échelle interne l_0 . Notons que dans l'expression de $\phi(k, L_0, l_0)$ l'échelle L_0 n'a guère d'influence étant donné que $\phi(k, L_0, l_0)$ devient non négligeable uniquement pour $k > k_m$. En tenant compte de (1.63) dans le calcul de $A(\rho)$ il vient :

$$(1.64) \quad A(0) - A(\rho) = \begin{cases} 6,56 C_\varepsilon^2 \rho^2 l_0^{-1/3} & \rho \leq l_0 \\ 5,83 C_\varepsilon^2 \rho^{5/3} & l_0 \leq \rho \leq L_0 \\ 3,127 C_\varepsilon^2 L_0^{5/3} & L_0 \leq \rho \end{cases}$$

On met ainsi en évidence trois zones pour la séparation transversale ρ . Chacune d'elles est associée à un domaine de propagation dont on définit les limites à partir des deux échelles de distances x_{l_0} et x_{L_0} , soit :

$$(1.65) \quad \left[\begin{array}{l} x \geq x_{l_0} \\ x_{l_0} \geq x \geq x_{L_0} \\ x_{L_0} \geq x \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x_{l_0} = \frac{1}{0,39 C_\varepsilon^2 l_0^2 l_0^{5/3}} \\ x_{L_0} = \frac{1}{0,39 C_\varepsilon^2 l_0^2 L_0^{5/3}} \end{array}$$

x_{L_0} correspond à la distance pour laquelle le niveau du champ moyen $\langle U(x, \vec{r}) \rangle$ a diminué de $1/e$ et x_{ℓ_0} est la distance à partir de laquelle l'échelle de cohérence latérale devient de l'ordre de grandeur de l'échelle interne de turbulence ℓ_0 .

Dans la grande majorité des cas pratiques de propagation atmosphérique la distance de propagation x est telle que $x_{\ell_0} \gg x \gg x_{L_0}$. Pour exprimer le moment d'ordre deux on prend donc souvent en compte uniquement les effets de la zone inertielle et alors on a :

$$(1.66) \quad \Gamma(x, \vec{p}_s, \vec{p}_d) = \frac{a^2}{8\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-A p_d^2 - B k_d^2 + C \vec{k}_d \cdot \vec{p}_d + i \vec{k}_d \cdot \vec{p}_s - \mathcal{H}) d\vec{k}_d$$

$$\mathcal{H} = 1,46 \int_0^x k_0^2 C_\epsilon^2 \left| \vec{p}_d - \frac{\eta}{k_0} \vec{k}_d \right|^{5/3} d\eta$$

$$A = \frac{1}{2a^2} ; \quad B = \frac{a^2}{8} (1 + \alpha^2 x^2) ; \quad C = \frac{\alpha x}{2}$$

En particulierisant les grandeurs \vec{p}_s et \vec{p}_d on obtient la répartition de l'intensité moyenne $\langle I(x, \vec{p}_s) \rangle = \Gamma(x, \vec{p}_s, 0)$

$$(1.67) \quad \langle I(x, p_s) \rangle = \frac{a^2}{4} \int_0^\infty k_d J_0(p_s k_d) \exp(-B k_d^2 - \mathcal{H}) k_d dk_d$$

$$\mathcal{H} = 0.547 C_\epsilon^2 k_0^{1/3} x^{8/3} k_d^{5/3}$$

et la fonction de corrélation sur l'axe $\Gamma(x, 0, \vec{p}_d)$

$$(1.68) \quad \Gamma(x, 0, p_d) = \frac{a^2}{8\pi} \int_0^\infty k_d dk_d \int_0^{2\pi} \exp(-A p_d^2 - B k_d^2 + C k_d p_d \cos \theta - \mathcal{H}) d\theta$$

$$\mathcal{H} = 1.46 \int_0^x k_0^2 C_\epsilon^2 \left[p_d^2 + \left(\frac{\eta}{k_0} k_d \right)^2 - 2 \frac{\eta}{k_0} k_d p_d \cos \theta \right]^{5/6} d\eta$$

Si on veut tenir compte en plus des effets des limites de la zone inertielle de turbulence L_0 et l_0 , il faut introduire la forme complète du spectre $\Phi_\xi(k)$ mais seule une intégration numérique permet d'obtenir la solution exacte. Pour quelques cas particuliers on trouve dans une étude de FANTE (1974) des expressions analytiques prenant en compte l'échelle externe L_0 . Dans le chapitre IV nous comparons nos résultats expérimentaux avec des essais numériques effectués à partir des relations ci-dessus.

V.5. Etude du spectre fréquentiel

Le spectre fréquentiel est lié par transformée de Fourier au moment d'ordre deux en deux points d'un plan perpendiculaire à la direction de propagation :

$$S(x, \vec{p}_s, \vec{p}_d, \omega) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(x, \vec{p}_s, \vec{p}_d, z) \exp(-i\omega z) dz$$

$$\Gamma(x, \vec{p}_s, \vec{p}_d, z) = \langle U(x, \vec{p}_s + \frac{1}{2}\vec{p}_d, t) U^*(x, \vec{p}_s - \frac{1}{2}\vec{p}_d, t+z) \rangle$$

Pour prendre en compte l'influence de la vitesse moyenne de l'écoulement \vec{U} , on fait l'hypothèse de Taylor. L'équation qui gouverne l'évolution de la fonction $\Gamma(x, \vec{p}_s, \vec{p}_d, z)$ se déduit alors de l'équation (1.57) et elle se met sous la forme : (ISHIMARU (1978), TATARSKI (1971)) :

$$(1.69) \quad \left\{ 2i k_0 \frac{\partial}{\partial x} + 2 \vec{p}_d \cdot \vec{p}_s + i \frac{k_0^3}{2} (A(0) - A(\vec{p}_d - \vec{U}z)) \right\} \Gamma(x, \vec{p}_s, \vec{p}_d, z) = 0$$

La solution de cette équation est formellement identique à l'expression (1.62) ; il suffit de remplacer $A(\vec{p})$ par $A(\vec{p} - \vec{U}z)$. Cependant il n'est pas possible de donner une expression analytique simple de la fonction de corrélation spatio-temporelle $\Gamma(x, \vec{p}_s, \vec{p}_d, z)$, à cause de la complexité accrue du terme $\int_0^z (A(0) - A(\vec{p}_d - \vec{U}z - \frac{x-x'}{k_0} \vec{w}_d)) dz'$. Dans le chapitre IV nous comparons quelques essais numériques avec des mesures de corrélations spatio-temporelles. En particulier nous avons évalué la vitesse de défilement de la figure de diffraction dans le plan de sortie du jet en déterminant le maximum de la fonction $\Gamma(x, \vec{p}_s, \vec{p}_d, z)$.

En se plaçant sur l'axe de propagation on simplifie un peu les difficultés. Le spectre fréquentiel sur l'axe est alors donné par la relation :

$$(1.70) \quad S(x, \omega) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(x, 0, 0, z) e^{-i\omega z} dz$$

Dans le domaine de propagation $x_b \geq x \geq x_{L_0}$, l'expression (1.70) devient :

$$(1.71) \quad S(x, \omega) = \frac{a^2}{4\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} d\vec{k}_d \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-Bk_d^2 - \mathcal{H}b - i\omega z) dz$$

$$\mathcal{H}b = 1,46 \int_0^x k_0^2 C_\epsilon^2 |\vec{U}z - \frac{\eta}{k_0} \vec{k}_d|^2 dz$$

Le cas d'un faisceau collimaté gaussien n'a pas fait, à notre connaissance, l'objet d'un travail complet. Dans le chapitre quatre nous présenterons des mesures mettant en évidence l'influence de la propagation dans un volume de turbulence sur la forme générale du spectre et notamment son élargissement. Nous avons aussi essayé de prédire le spectre du signal mesuré à partir de la relation (1.71). Les seuls résultats disponibles concernent essentiellement le cas des ondes planes ou sphériques (ISHIMARU (1978), FANTE (1975b), YURA (1974a)). Dans le premier cas la formule (1.71) se réduit alors à :

$$(1.72) \quad S(x, \omega) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(x, 0, 0, z) e^{-i\omega z} dz$$

$$\Gamma(x, 0, 0, z) = \exp\left(-1,46 k_0^2 x C_\epsilon^2 U^{5/3} z^{5/3}\right)$$

V.6. Equation gouvernant l'évolution des moments d'ordre supérieur à deux

Les moments d'ordres supérieurs sont de la forme :

$$\Gamma_{nm} = \langle U(x, \vec{p}_1) \dots U(x, \vec{p}_n) U^*(x, \vec{p}'_1) \dots U^*(x, \vec{p}'_m) \rangle$$

et l'équation qui gouverne leur évolution a été établie par différents auteurs (TATARSKI (1971), SHISHOV (1972), MONIN et YAGLOM (1975)). Elle est de la forme

$$(1.73) \quad \left\{ 2ik_0 \frac{\partial}{\partial x} + (\Delta_1 + \dots + \Delta_n - \Delta'_1 - \dots - \Delta'_m) + i \frac{k_0^3}{4} F_{nm} \right\} \Gamma_{nm} = 0$$

avec

$$\Delta_i : \text{laplacien transversal suivant la coordonnée } \vec{p}_i$$

$$F_{nm} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m A(\vec{p}_i - \vec{p}_j) - 2 \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^m A(\vec{p}_l - \vec{p}_k) + \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m A(\vec{p}_k - \vec{p}_l)$$

Il n'existe pas à notre connaissance de solution exacte de l'équation (1.73). Pour le moment d'ordre 4, qui est relié aux fluctuations de l'intensité, TATARSKI a donné des solutions numériques pour le niveau des fluctuations d'intensité $\langle I(x, \vec{p}_1) I(x, \vec{p}_2) \rangle$ et le spectre de ces fluctuations.

V.7. Les conditions d'application de l'approximation parabolique

L'analyse de la validité des expressions obtenues précédemment pour les moments d'ordre un et deux a été effectuée par TATARSKI (1971) et KLYATSKIN (1970a,b). La complexité du problème impose de scinder cette analyse en deux étapes :

d'une part l'étude de l'équation complète (1.45), en prenant en compte le terme $\partial^2 U / \partial x^2$, mais en conservant l'hypothèse de bruit blanc gaussien pour l'indice \mathcal{E} . On détermine ainsi les conditions de validité de l'approximation parabolique (1.46).

d'autre part l'étude de l'hypothèse de bruit blanc gaussien pour \mathcal{E} afin de voir les limites de l'hypothèse de fermeture retenue.

Des calculs complexes conduisent aux trois conditions suivantes :

- $\lambda \alpha \ll 1$ où α est le coefficient d'atténuation du champ moyen ($\alpha = k_0^2 R(0)/4$ d'après (1.55)).

Il faut donc que l'atténuation du champ moyen sur une distance de propagation x de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde acoustique reste faible.

- $C_\varepsilon^2 l_0^{-1/3} x \ll 1$

Cette relation signifie que la moyenne quadratique des fluctuations de la direction des trajets par rapport à la direction moyenne doit être faible (TATARSKI (1971)).

- $C_\varepsilon^4 k_0^2 L_0^{5/3} l_0^{-1/3} x^2 \ll 1$ soit $\alpha x C_\varepsilon^2 l_0^{-1/3} x \ll 1$

Cette inégalité implique que les phénomènes de rétrodiffusion doivent avoir une participation négligeable dans la décroissance de l'intensité moyenne (TATARSKI (1971)).

En pratique la première condition est toujours réalisée et la condition la plus restrictive est sans doute celle qui porte sur les phénomènes de rétrodiffusion. Dans notre étude expérimentale ces trois limites sont vérifiées en effet, nous avons :

$$3,4 \cdot 10^{-3} < \lambda < 1,1 \cdot 10^{-2}$$

$$0 < C_\varepsilon^2 < 4 \cdot 10^{-4}$$

$$L_0 \approx 8 \text{ cm}$$

$$l_0 \approx 0,1 \text{ cm}$$

$$x = 1 \text{ m}$$

$$0 < \alpha < 16$$

$$\lambda \alpha < 1,7 \cdot 10^{-1}$$

$$C_\varepsilon^2 l_0^{-1/3} x < 4 \cdot 10^{-3}$$

$$\alpha x C_\varepsilon^2 l_0^{-1/3} x < 6,4 \cdot 10^{-2}$$

VI. Autres méthodes de résolution

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que des méthodes approchées de résolution, nous donnons maintenant un aperçu sur des développements faisant appel aux notions d'intégrale de Feynman et d'intégrale de Wiener. Ces méthodes d'intégration fonctionnelle conduisent à des formulations exactes qui, pour être exploitées de façon numérique, nécessitent quand même la mise en oeuvre d'hypothèses complémentaires. Ainsi, l'emploi de telles méthodes pourrait permettre de tester différents modèles de fermeture et d'établir le lien qui existe entre différentes approches (méthode de Rytov, approximation parabolique, méthode des diagrammes, ...).

VI.1. Utilisation de l'intégrale de Feynman

Cette approche du problème qui reprend une méthode classique en mécanique quantique, a été étudiée notamment par DASHEN (1979) et PALMER (1979). L'intégrale de Feynman donne la solution de l'équation parabolique sous la forme d'une intégrale indéfinie. Soit $U(x, \vec{p}, \vec{p}_0, t)$ la solution de l'équation :

$$(1.75) \quad \left\{ i \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{2k} \Delta_{\vec{p}} - k \mu(\vec{p}, x, t) \right\} U(x, \vec{p}, \vec{p}_0, t) = 0$$

μ : variable aléatoire

avec comme condition aux limites pour $x = 0$
$$U = \frac{1}{4\pi x} \exp\left(\frac{ik(\vec{p} - \vec{p}_0)^2}{2x}\right)$$

La solution de l'équation (1.75) est l'intégrale de Feynman qui s'écrit :

$$(1.76) \quad U(x, \vec{p}, \vec{p}_0, t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{i}{k} \int \left(\frac{k n}{2\pi x} \right)^n \exp\left(\frac{ikx}{n} \sum_{j=1}^n \left(\frac{n^2}{2} \left(\frac{\vec{p}_j - \vec{p}_{j-1}}{2} \right)^2 - \mu(\vec{p}_j + 2_j \vec{e}_x, t) \right) \right) \prod_{j=1}^n d^2 \vec{p}_j$$

pour chaque \vec{p}_j , le domaine d'intégration est $]-\infty, +\infty[$, et l'on a $x_j = \frac{jx}{n}$ (nous conservons la notation \vec{p}_j pour la direction perpendiculaire à l'axe de propagation $x_j \vec{e}_x$).

Au sens de Feynman, l'expression (1.76) représente une intégration formelle dans un "espace de chemins" recouvrant le volume de turbulence dans lequel l'onde se propage. Associons la quantité x/n à un élément différentiel dx , alors le terme compris dans l'exponentielle devient par passage à la limite :

$$(1.77) \quad \frac{ikx}{n} \sum_{j=1}^n \frac{n^2}{2} \left(\frac{\vec{p}_j - \vec{p}_{j-1}}{x} \right)^2 \mu(\vec{p}_{j-1} + x_j \vec{e}_x, t) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} ik \int_0^x \left(\frac{d\vec{p}}{ds} \right)^2 \mu(\vec{p}(s) + s \vec{e}_x, t) ds$$

ainsi, nous pouvons réécrire la solution de l'équation (1.75) sous la forme :

$$(1.78) \quad U(x, \vec{p}, \vec{p}_0, t) = \frac{i}{2k} \int \exp \left[ik \int_0^x \left(\frac{d\vec{p}}{ds} \right)^2 \mu(\vec{p}(s) + s \vec{e}_x, t) ds \right] \mathcal{D}(\vec{p}(x))$$

l'intégration s'effectuant sur tous les chemins définissables par un ensemble de fonctions continues $\vec{p}(s)$ telles que $\vec{p}(0) = \vec{p}_0$ et $\vec{p}(x) = \vec{p}$. L'expression (1.78) est une solution exacte de l'équation parabolique (1.75). Afin de poursuivre les calculs qui peuvent conduire à une description statistique du champ de pression par l'intermédiaire des moments de U , il est nécessaire de supposer que les fluctuations d'indice sont données par un champ aléatoire gaussien. On obtient, par exemple, pour le moment d'ordre un :

$$(1.79) \quad \langle U(x, \vec{p}, \vec{p}_0, t) \rangle = \frac{i}{2k} \int \exp \left[\frac{ik}{2} \int_0^x \left(\frac{d\vec{p}}{ds} \right)^2 ds - \frac{k^2}{2} \int_0^x \int_0^x R(s, s', \vec{p}(s), \vec{p}(s'), 0) ds ds' \right] \mathcal{D}(\vec{p}(x))$$

avec
$$R(s, s', \vec{p}(s), \vec{p}(s'), 0) = \langle \mu(s, \vec{p}(s), t) \mu(s', \vec{p}(s'), t) \rangle$$

A partir de (1.79), il est possible de faire une approximation de Markov, analogue à celle utilisée par Tatarski et nous obtenons pour $\langle U \rangle$:

$$(1.80) \quad \langle U(x, \vec{p}, \vec{p}_0) \rangle = U_0(x, \vec{p}, \vec{p}_0) \exp \left(- \frac{k^2}{2} \langle \left(\int_0^x \mu(s) ds \right)^2 \rangle \right)$$

$U_0(x, \vec{p}, \vec{p}_0)$ étant la solution en l'absence de fluctuations du milieu.

L'expression (1.80) est analogue à celle proposée par TATARSKI (1971) puisque l'on peut écrire : DASHEN (1979)

$$\left\langle \left(\int_0^x \mu(s) ds \right)^2 \right\rangle \simeq x \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \mu(s,t) \mu(s+w,t) \rangle dw$$

Il est possible de calculer les moments d'ordres supérieurs, et, en particulier pour la fonction de cohérence, on retrouve le lien classique avec la fonction de structure \mathcal{D} :

$$(1.81) \quad \left\langle U(x, \vec{p}, \vec{p}_0) U^*(x, \vec{p}', \vec{p}'_0) \right\rangle = \Gamma_0 \exp \left(-\frac{1}{2} \mathcal{D}(\vec{p} - \vec{p}') \right)$$

où Γ_0 est la fonction de cohérence comme dans le plan initial $z=0$. Cette expression est identique à la formule (1.61), dans laquelle on explicite la fonction de structure avec la quantité $A(\rho)$.

Ces deux calculs simples nous montrent l'intérêt de la formulation d'une solution en utilisant une intégrale "suivant des chemins" (Paths Integral). Des développements assez longs de cette méthode permettent de retenir les résultats principaux suivants :

a.- En résolvant l'équation parabolique dans le cadre de l'approximation d'un bruit-blanc, nous retrouvons les résultats des travaux de Tatarski dans le cas des fluctuations fortes, ainsi que ceux obtenus par la méthode de Rytov pour les fluctuations faibles. De plus, dans le cas de la propagation dans un milieu turbulent, Dashen distingue une zone de transition qui permet de décrire la saturation de l'intensité, et surtout de montrer que les fluctuations d'intensité peuvent avoir une densité de probabilité qui ne correspond pas à une loi de Rayleigh.

b.- Dans le domaine des fluctuations faibles, cette méthode ne donne aucun résultat complémentaire, par rapport à ceux obtenus par la méthode de Rytov, ce qui peut être considéré comme un justificatif de la validité de celle-ci.

c.- Il est possible d'ajouter des termes correctifs, comme le propose Dashen, pour s'affranchir des hypothèses de processus de type bruit-blanc, et de statistiques gaussiennes ; toutefois, la mise en oeuvre pratique de ces correcteurs, reste délicate dès que l'on calcule le moment d'ordre deux.

VI.2. Utilisation de l'intégrale de Wiener

P.-L. CHOW (1972, 1974, 1976, 1978) reprenant une idée de FRISCH (1968), qui a montré qu'un problème de rayonnement pouvait se traiter à partir d'une équation de la chaleur généralisée, propose dans plusieurs de ces travaux une résolution de l'équation de propagation des ondes en milieu aléatoire, par une méthode s'inspirant de la théorie des équations aux dérivées partielles stochastiques.

En utilisant une transformation de Laplace, on peut ramener le problème (1.45) à la résolution de l'équation suivante :

$$(1.82) \quad \frac{\partial \mu}{\partial t} = \frac{\alpha}{2} (\Delta + \mu(t, \vec{r}, \omega)) \mu \quad t > 0 \quad \Delta : \text{Laplacien par rapport à } \vec{r}$$

$$\mu(0, \vec{r}) = \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

La variable de propagation "x" correspond au temps t dans (1.82), et on a :

$$\alpha = \frac{i}{k} \quad \mu \equiv k^2 \mathcal{E} \quad \Delta \equiv \Delta_p$$

La solution de (1.82) s'exprime au moyen d'une intégrale de Wiener, qui en appliquant la formule de Feynman-Kac (Voir annexe I), peut se mettre sous la forme :

$$(1.83) \quad \mu(t, \vec{r}, \vec{r}', \omega) = E_z \left[\exp\left(\frac{\alpha}{2} \int_0^t \mu(z, \vec{z}(z), \vec{r}', \omega) dz\right) \delta(\vec{z}(t) - \vec{r}, \vec{r}') \right]$$

où E_z représente l'intégration suivant les trajectoires du processus dont le paramètre est α , avec les conditions $\vec{z}(\tau=0) = \vec{z}_0$ et $\vec{z}(\tau=t) = \vec{r}, \vec{r}'$

A partir de l'expression (1.83) les moments d'ordre n de la solution μ s'expriment :

$$(1.84) \quad \Gamma_m(t_1, \dots, t_m; \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_m) = E_{z_1, \dots, z_m} \left[F(\lambda_m) \delta(\vec{z}_1(z_1) - \vec{r}_1) \dots \delta(\vec{z}_m(z_m) - \vec{r}_m) \right]$$

avec $F(\lambda_m)$ fonctionnelle caractéristique associée au processus μ (définie dans l'annexe I).

$$\lambda_m \equiv \lambda_m(t_1, z_1, \dots, t_m, z_m; \vec{r}_1, \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_m, \vec{r}_m) = \frac{1}{2i} \sum_{j=1}^m \alpha_j \delta(\vec{r}_j - \vec{z}_j(z)) H(t_j - z)$$

H : fonction de Heaviside

Pour les indices pairs les quantités z_j et α_j sont prises conjuguées.

On a ainsi exprimé théoriquement tous les moments de μ , mais on retrouve un problème de fermeture des équations pour calculer la fonctionnelle caractéristique $F(\lambda_m)$.

Une hypothèse de bruit blanc gaussien dans la direction de propagation pour le processus stochastique μ soit :

$$(1.85) \quad \langle \mu(t_1, \vec{r}_1) \mu(t_2, \vec{r}_2) \rangle = \delta(t_1 - t_2) g(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

conduit alors à l'expression suivante du moment d'ordre un :

$$(1.86) \quad \Gamma_1(t, \vec{r}) = \Psi(t, \vec{r}) \exp\left(\frac{\alpha^2}{8} g(0) t\right)$$

où $\Psi(t, \vec{r})$ est le champ moyen solution de l'équation en milieu homogène ($\mu=0$)

En écrivant l'équation vérifiée par le moment d'ordre deux $\Gamma_2(t, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$ on retrouve l'équation (1.58) proposée par Tatarski (en tenant compte du changement de notations) :

$$(1.87) \quad \frac{\partial}{\partial t} \Gamma_2(t, \vec{r}_1, \vec{r}_2) = \left\{ \frac{1}{2} (\alpha \Delta_1 + \bar{\alpha} \Delta_2) + \frac{1}{8} (\alpha^2 + \bar{\alpha}^2) g(0) + \frac{1}{4} \alpha \bar{\alpha} g(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \right\} \Gamma_2(t, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$$

(pour $t > 0$)

$$\text{et} \quad \Gamma_2(0, \vec{r}_1, \vec{r}_2) = \Gamma_2^0(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$$

On peut alors faire apparaître dans la formulation des résultats, la fonctionnelle caractéristique associée au processus stochastique. Cette méthode permet de mettre en évidence les hypothèses liées à la nature turbulente du milieu de propagation. Ainsi, comme le propose P.L. CHOW (1972), il est possible de retrouver la méthode des diagrammes et la "Direction Interaction Approximation" de KRAICHAN (1961), en décomposant l'intervalle $[0, t]$ en autant de petits intervalles qu'il est nécessaire, afin de pouvoir considérer chaque contribution élémentaire comme indépendante des autres.

CHAPITRE II

CONDITIONS EXPERIMENTALES ET TECHNIQUES DE MESURES

I. Installation expérimentale

Notre étude a pour but la mise en évidence de l'influence d'une turbulence cinématique sur la propagation des ondes acoustiques. Pour que nos mesures soient comparables aux essais effectués dans l'atmosphère, il est essentiel de vérifier les deux conditions suivantes :

- d'une part, la distance de propagation x doit être grande devant l'échelle de corrélation spatiale de la turbulence l afin d'atteindre un état quasi asymptotique ;
- d'autre part, la longueur d'onde acoustique λ doit être petite vis à vis de l'échelle l afin de pouvoir considérer que la turbulence est pratiquement indépendante du temps, et que les phénomènes de rétrodiffusion sont négligeables.

Le montage réalisé dans la chambre anéchoïque de l'Ecole Centrale de Lyon (figure 1) comprend un faisceau ultrasonore monochromatique de fréquence réglable, qui est dirigé perpendiculairement à l'axe d'un jet turbulent bidimensionnel dont on peut moduler la vitesse à l'aide de six ventilateurs. Dans cette installation on obtient les caractéristiques suivantes :

$$0,05 \leq \lambda/l \leq 0,25$$
$$x \simeq 15 l$$

I.1. Caractéristiques de l'émetteur ultrasonore

L'émetteur ultrasonore monochromatique fonctionne sur le principe de Sell [ANKE (1974) ; MACHMERTH, THEISS, SCHNITZLER (1975)]. Il a une surface active de 100 cm^2 et possède des performances satisfaisantes sur une large gamme de fréquences (20 kHz - 100 kHz). Diverses configurations ont

été testées en jouant sur l'épaisseur de la membrane conductrice et la géométrie de l'électrode métallique afin de trouver un fonctionnement optimal tant pour le niveau sonore que pour la réponse en fréquence du système. Les caractéristiques retenues sont données sur la figure 2. La directivité de l'émetteur a été améliorée par l'adjonction d'un manchon et d'un baffle en laine de verre qui diminuent les effets des lobes secondaires observés sur le diagramme de directivité. L'émergence du lobe principal est alors de l'ordre de 15 à 20 dB pour une fréquence comprise entre 30 kHz et 80 kHz (figure 3).

La largeur D du faisceau dans le plan d'entrée de la zone de turbulence est un autre paramètre important. Nous la définissons à partir de la distance pour laquelle le niveau maximal de l'intensité acoustique (obtenu dans l'axe de l'émetteur) est réduit de $1/e$. Dans le tableau ci-dessous, nous avons porté les valeurs mesurées pour les principales fréquences utilisées :

| | | | | | |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| f (kHz) | 31.25 | 41.66 | 50.00 | 62.50 | 83.33 |
| D (cm) | 8.32 | 6.85 | 5.80 | 5.82 | 4.92 |

Pour compléter ces mesures, nous avons étudié la répartition de l'intensité acoustique dans le plan de mesure du champ transmis, qui est situé à deux mètres de l'émetteur. Les figures 4 et 5 donnent l'évolution de $\sqrt{P^2} / \sqrt{P^2_{max}}$ suivant deux directions perpendiculaires. Nous noterons que le faisceau présente une symétrie radiale tout à fait satisfaisante.

1.2. Caractéristiques du champ turbulent

Le champ de turbulence est celui d'un jet bidimensionnel issu d'une buse rectangulaire de section $8 \times 100 \text{ cm}^2$, dont le développement est assuré par deux baffles latéraux d'une longueur de 110 cm et partiellement recouverts de laine de verre. La section utilisée est située à 120 cm de la buse, soit quinze fois l'épaisseur du jet. Les vitesses moyennes sont déterminées à l'aide d'un tube de Pitot relié à un capteur de pression différentiel à reluctance variable VALIDYNE DP 15 TL. La composante longitudinale des fluctuations de vitesse est obtenue à l'aide d'un fil chaud simple de diamètre

5 μm alimenté par un anémomètre à température constante DISA 55 DOI, associé à un linéarisateur DISA 55 DIO. L'intensité de turbulence est déterminée à l'aide d'un amplificateur de mesure Bruel et Kjaer 2607 de bande passante 2 Hz - 22 kHz.

I.2.1. Profils de vitesse moyenne et d'intensité de turbulence

Les six ventilateurs qui alimentent l'installation permettent d'obtenir sur l'axe du jet les vitesses moyennes suivantes :

| | | | | | | |
|----------------------------|---|-----|----|----|------|------|
| Nb de ventilateurs | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| \bar{U}_{axe} m/s | 6 | 8,5 | 10 | 11 | 11,8 | 12,6 |

La figure 6 montre le profil transversal de la vitesse moyenne relevée pour une vitesse axiale de 10 m/s ; la coordonnée transversale y est adimensionnalisée par $y/1/2$, ordonnée pour laquelle la vitesse devient égale à la moitié de la vitesse sur l'axe. Sur la figure 7, nous avons tracé le profil d'intensité de turbulence u'/\bar{U}_{axe} pour $\bar{U}_{\text{axe}}=10\text{m/s}$. Notons que pour $|y| \leq 0,5y/2$ l'intensité de turbulence est pratiquement constante et de l'ordre de 20 %. Cette valeur est comparable à celle obtenue par GUTMARK et WYGNANSKI (1972).

I.2.2. Spectres de la turbulence et échelles associées

Sur la figure 8, nous avons porté le spectre unidimensionnel des fluctuations de vitesse relevées sur l'axe pour une vitesse moyenne de 12,6 m/s. Pour passer des fréquences mesurées aux nombres d'ondes longitudinaux K_1 , nous utilisons l'hypothèse de Taylor.

$$K_1 = \frac{2\pi f}{U_{\text{convection}}} = \frac{2\pi f}{\bar{U}_{\text{axe}}}$$

Nous observons que pour un domaine de fréquence assez étendu, environ deux décades, nous avons une loi d'évolution en $K_1^{-5/3}$ (spectre de Kolmogorov):

$$E_{11}(K_1) \sim K_1^{-5/3} \quad \text{pour } 15 \leq K_1 \leq 1000$$

En supposant la turbulence isotrope, on détermine le spectre tridimensionnel de l'énergie cinétique turbulente $E(k)$ grâce à l'expression :

$$E(k) = k^3 \left\{ \frac{d}{dk_1} \left(\frac{1}{k_1} \cdot \frac{dE_{11}(k_1)}{dk_1} \right) \right\}_{k_1=k}$$

Sur la figure 9, nous donnons un exemple de spectre $E(k)$ pour une vitesse moyenne sur l'axe de 12,6 m/s. La loi en $k^{-5/3}$ apparaît encore pour un intervalle de nombres d'onde important : $85 \leq k \leq 1000$. Les limites L_0 et L_0 de la zone inertielle introduites dans le chapitre I pour le spectre de Karman modifié (Eq. 1.28) ont alors pour valeurs respectives : 6,3 mm et 7,4 cm

A partir du spectre unidimensionnel $E_{11}(k_1)$ on peut définir deux échelles de longueurs caractéristiques de la turbulence :

- l'échelle intégrale de corrélation des fluctuations longitudinales de vitesse

$$L_{11}^{(1)} \equiv \int_0^{\infty} R_{11}(x, 0, 0) dx = \frac{\pi E_{11}(0)}{u^2}$$

- l'échelle de Kolmogorov

$$\eta = \nu^{3/4} \bar{\epsilon}^{-1/4}$$

où ν désigne la viscosité cinématique du fluide et $\bar{\epsilon}$ le taux de dissipation par unité de temps et de volume. Les valeurs obtenues pour deux vitesses sur l'axe du jet sont résumées dans le tableau suivant :

| \bar{u}_{axe} (m/s) | $L_{11}^{(1)}$ (cm) | η (cm) |
|-----------------------|---------------------|-------------|
| 10 | 6,1 | 0,009 |
| 12,6 | 6 | 0,007 |

Les valeurs calculées pour $L_{11}^{(1)}$ sont tout à fait comparables à celles que l'on trouve dans les travaux antérieurs de HO et KOVASNAY (1976) et GUTMARK et WYGNANSKI (1972). Pour confirmer la mesure de l'échelle externe de turbulence L_0 , nous avons relié les deux quantités $L_{11}^{(1)}$ et L_0 . D'après TENEKES et LUMLEY (1974), l'échelle intégrale $L_{11}^{(1)}$ s'exprime en fonction du maximum K_0 du spectre tridimensionnel $E(k)$ soit :

$$L_{11}^{(1)} = L_0/2 \quad \text{et} \quad K_0 L_0 = 1,8$$

A partir de l'expression (1.26) de $\phi_{\epsilon}(k)$, $E(k)$ s'écrit :

$$E(K) = K^2 \phi_{\xi}(K)$$

$$\phi_{\xi}(K) = 0,033 C_{\xi}^2 \left(K^2 + \frac{1}{L_0^2}\right)^{-11/6} \exp\left(-K^2 / \left(\frac{5,91}{L_0}\right)^2\right)$$

En calculant le maximum K_0 du spectre $E(K)$, on montre alors que :

$$L_0 \simeq 1,2 L_{11}^{(1)}$$

Ainsi avec une échelle intégrale de 6 cm, nous aurons une échelle externe de 7,2 cm. Cette valeur est très voisine de celle déduite de la courbe 9.

Pour nos essais de propagation aléatoire, il faut en principe connaître l'échelle intégrale $L_{33}^{(3)}$. Celle-ci étant difficilement mesurable (emploi de deux fils chauds croisés) nous adopterons le résultat classique en turbulence isotrope $L_{33}^{(3)} = L_{11}^{(1)}$

II. Traitement des signaux

II.1. Description mathématique des signaux

Le signal de pression acoustique $p(\vec{x}, t)$ recueilli après traversée du volume de turbulence est un signal à bande étroite centré sur la fréquence d'émission f_0 qui présente de fortes modulations d'amplitude et de phase. Sur les figures 10, 11 et 12, nous donnons quelques exemples parmi les plus typiques. La description mathématique de ce signal peut être effectuée par l'une des deux expressions suivantes :

$$p(\vec{x}, t) = \text{Re} \left\{ E(\vec{x}, t) \exp(2i\pi f_0 t) \right\}$$

$$p(\vec{x}, t) = \text{Re} \left\{ A(\vec{x}, t) \exp(iS(\vec{x}, t)) \exp(2i\pi f_0 t) \right\}$$

où E , A et S sont des fonctions lentement variables dans le temps par rapport à $\exp(2i\pi f_0 t)$. La distorsion du faisceau incident est alors décrite :

- soit au moyen des moments du champ $E(\vec{x}, t)$
- soit en fonction des propriétés statistiques des fluctuations de l'amplitude $A(\vec{x}, t)$ et de la phase $S(\vec{x}, t)$

Ces deux formalismes complémentaires correspondent sur le plan théorique respectivement à la méthode de l'approximation parabolique et à celle de RYTOV. La première description a l'avantage de permettre des mesures quelle que soit l'intensité des fluctuations du champ turbulent puisque le champ de pression acoustique peut alors être mis sous la forme d'une partie cohérente (ou moyenne) $\langle p(\vec{x}, t) \rangle$ et d'une partie incohérente (ou fluctuante) $p'(\vec{x}, t)$:

$$p(\vec{x}, t) = \langle p(\vec{x}, t) \rangle + p'(\vec{x}, t)$$

les effets simultanés des fluctuations d'amplitude et de phase étant pris en compte dans le terme $p'(\vec{x}, t)$

II.2. Traitement du signal

Le signal de pression après traversée du volume de turbulence est recueilli avec un microphone Bruel et Kjaër 4135 de diamètre 6,35 mm, associé à un préamplificateur Bruel et Kjaër 2619. Afin d'éliminer les effets parasites dus à l'écoulement, nous filtrons en Basse-bande autour de la fréquence d'émission f_0 avec une largeur de bande Δf de 10 kHz. Le signal est ensuite hétérodyné autour d'une fréquence porteuse de 5 kHz, ce qui nous permet de l'enregistrer en modulation de fréquence sur un magnétophone SCHLUMBERGER MP 5521. Avec une vitesse de défilement de 36 cm/s, la bande passante s'étend de 0 Hz à 10 kHz. De même, nous conservons le signal d'émission $p_0(t)$ qui fournit une référence temporelle nécessaire à l'étude des fluctuations de phase.

Les valeurs quadratiques moyennes sont obtenues avec un voltmètre Bruel et Kjaër 2607 qui a une bande passante de 2 Hz à 200 kHz, que l'on peut réduire à 20 Hz - 20 kHz. Pour déterminer les fonctions d'auto-corrélation et d'intercorrélacion, nous utilisons un corrélateur HP 3721A qui calcule les fonctions de corrélacion sur 100 points. La fréquence d'échantillonnage F_e retenue est en général supérieure à la fréquence de Shannon, afin de faciliter la visualisation des courbes. Aux forts niveaux d'atténuation de l'onde transmise les coefficients de corrélacion mesurés peuvent être très faibles, aussi avons-nous choisi le nombre maximal de moyennes autorisé par l'appareil, soit $N = 128 \times 1024$ pour obtenir une précision statistique

suffisante. D'après BENDAT et PIERSOL (1980), l'écart type \mathcal{E} de l'erreur relative d'estimation sur $C_{xy}(\tau)$ est alors donné par :

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{1}{2BT}} \sqrt{1 + \frac{1}{C_{xy}^2(\tau)}} = \sqrt{\frac{1}{N}} \sqrt{1 + \frac{1}{C_{xy}^2(\tau)}}$$

L'erreur maximale est alors de 15 % pour un niveau d'intercorrélacion de 0,01 en travaillant à la fréquence de Shannon.

Les densités spectrales de puissance sont mesurées avec un analyseur F.F.T. 2 voies (NICOLET 660A). Cet appareil échantillonne jusqu'à 256 kHz par voie. Les spectres sont calculés avec une résolution de 400 points. De plus nous disposons d'un zoom qui permet d'augmenter la résolution fréquentielle avec un facteur d'expansion compris entre 8 et 512. Pour les élargissements spectraux, nous avons travaillé en général à une fréquence d'échantillonnage de 20 kHz avec un facteur multiplicatif de 16 ce qui fixe la largeur de la fenêtre du zoom à 1 280 Hz. Nous calculons 200 moyennes, ce qui donne une incertitude $\mathcal{E} = 1/\sqrt{N}$ [BENDAT et PIERSOL (1980)] de 7 %.

L'amplitude du signal hétérodyne $p(x, t)$ est obtenue de façon classique avec un redresseur double alternance, suivi d'un filtre passe-bas ayant une fréquence de coupure de 3,5 kHz. Nous ajoutons un amplificateur logarithmique afin de comparer directement nos résultats de mesure avec les études théoriques portant sur les fluctuations du logarithme de l'amplitude χ . Les densités de probabilité ont été réalisées avec l'analyseur F.F.T. NICOLET 660A. Elles sont réparties sur 127 classes et calculées avec 250 moyennes et une fréquence d'échantillonnage de 5 kHz. D'après BENDAT et PIERSOL (1980), la précision d'estimation sur la densité de probabilité $p(x)$ au point x est :

$$\mathcal{E}(p(x)) = \frac{1}{\sqrt{N \cdot \Delta x \cdot p(x)}}$$

N étant le nombre d'échantillons statistiquement indépendants utilisés pour estimer $p(x)$. La valeur de $\mathcal{E}(p(x))$ étant liée à $p(x)$ on ne peut pas dissocier le calcul des deux quantités. Pratiquement, nous avons $\Delta x = 39$ mV et l'erreur $\mathcal{E}(p(x))$ est de l'ordre de 15 % dans les cas les plus défavorables.

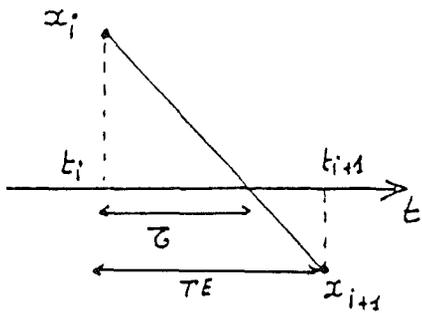
II.3. Etude de la phase

Les modulations de phase du signal de pression acoustique, après traversée du volume de turbulence peuvent être importantes, lorsque la vitesse \bar{U} et la fréquence f_0 augmentent. Sur les figures 10, 11 et 12, nous donnons quelques exemples typiques. Nous avons repérés les maximums successifs du signal reçu, mettant ainsi en évidence les variations de phase. En plus de la variation continue de $S(\vec{x}, t)$, on observe parfois des changements assez importants sur une durée de 3 ou 4 périodes du signal de références. Pour les forts niveaux de fluctuations, on note fréquemment des variations supérieures à π .

Pour déterminer les fluctuations de la phase $S(\vec{x}, t)$, nous avons utilisé un traitement informatique des signaux $p(\vec{x}, t)$ et $p_0(t)$ qui comprend deux étapes. Tout d'abord à partir des signaux enregistrés $p(\vec{x}, t)$ et $p_0(t)$, nous effectuons un échantillonnage à une fréquence de 50 kHz par voie, avec une chaise d'acquisition de données PRESTON couplée à un ordinateur H.P. 21MX. Ensuite, nous repérons pour chacun des signaux échantillonnés tous les passages à zéro t_i et nous calculons alors l'écart de temps Δt_i entre les deux voies. Le premier point étant arbitraire, nous obtenons donc la différence de phase à une constante près. Si l'on fait l'hypothèse (peu contraignante en pratique), qu'il n'y a pas de changement de phase brusque sur une période du signal échantillonné, on peut suivre ainsi par continuité l'évolution de la phase. Les valeurs obtenues peuvent être supérieures à 2π et cette technique constitue une amélioration sensible des essais effectués avec un traitement analogique.

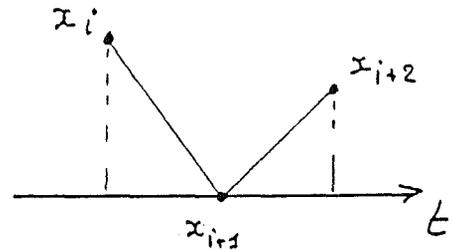
Les problèmes rencontrés au cours d'un tel traitement ont deux origines : d'une part, la qualité de l'enregistrement magnétique, les défauts de la bande magnétique introduisant des perturbations parasites, d'autre part, l'annulation du signal pendant un temps $\Delta \tau$ assez bref. Cette annulation qui peut correspondre à un passage à zéro de l'amplitude est prise en compte dans notre programme de la façon suivante :

Cas les plus fréquents :



$x_i x_{i+1} < 0 \Rightarrow$ existence d'un zéro

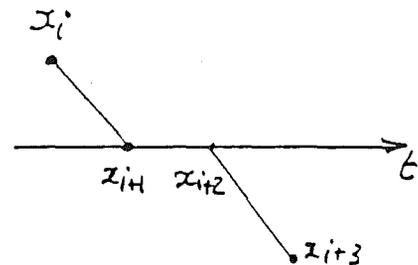
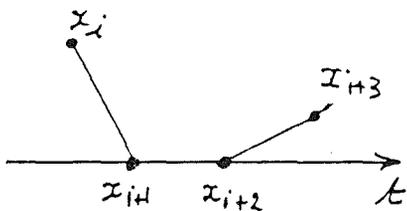
$$\tau = t_i + \frac{x_i}{x_i - x_{i+1}} TE$$



$x_{i+1} = 0 \quad x_i x_{i+2} > 0$

le point x_{i+1} intervient 2 fois \Rightarrow saut de π

Autres cas :



Les points x_{i+1} et x_{i+2} sont pris en compte séparément. Dès qu'il y a trois points successifs nuls, nous rejetons l'échantillon.

A partir de tous les écarts Δt_i , nous constituons un échantillonnage des fluctuations de phase. Nous travaillons sur un nombre important de blocs de 1 024 points (600 à 1 000 blocs) ce qui fournit environ 120 à 200 blocs pour la phase échantillonnée.

Un programme F.F.T. permet alors de calculer la densité spectrale des fluctuations de phase. Le calcul est fait sur 1 024 ou 2 048 points, ce qui permet d'avoir une résolution de 10 Hz ou 5 Hz. D'autre part, nous évaluons la densité de probabilité de la phase sur 128 classes, ainsi que les quatre premiers moments de la distribution d'où on peut déduire l'écart-type des fluctuations et les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement.

III. Méthodes de mesure

III.1. Mesure de la composante cohérente

La covariance $C_{ee_0}(z)$ entre le signal reçu par le microphone et le signal émis $e_0(t)$ s'exprime :

$$\begin{aligned} C_{ee_0}(z) &= \langle e(\vec{x}, t) e_0^*(t+z) \rangle \\ &= \langle E(\vec{x}, t) \exp(i\omega_0 t) E_0 \exp(-i\omega_0(t+z) - \Psi) \rangle \end{aligned}$$

où E_0 est l'amplitude du signal sinusoïdal émis. Nous avons

$$C_{ee_0}(z) = E_0 \exp(-i\omega_0 z + \Psi) \langle E(\vec{x}, t) \rangle$$

En l'absence de turbulence $C_{ee_0}^0(z)$ s'écrit :

$$C_{ee_0}^0(z) = E_0^2 \exp(-i\omega_0 z + \Psi)$$

Ainsi, le rapport du maximum de l'intercorrélation entrée-sortie avec turbulence à celui obtenu au repos donne accès à la partie cohérente du champ transmis $\langle E(\vec{x}, t) \rangle$.

III.2. Analyse spectrale du signal reçu

La fonction de corrélation relative au signal reçu s'écrit :

$$C_{ee}(z) = \langle e(\vec{x}, t) e^*(\vec{x}, t+z) \rangle$$

Introduisons les parties cohérente et incohérente de $E(\vec{x}, t)$, $C_{ee}(z)$ devient :

$$C_{ee}(z) = \langle (\langle E(\vec{x}, t) \rangle + E'(\vec{x}, t)) e^{-i\omega_0 t} (\langle E^*(\vec{x}, t+z) \rangle + E'^*(\vec{x}, t+z)) e^{-i\omega_0(t+z)} \rangle$$

soit

$$C_{ee}(z) = \langle E(\vec{x}, t) \rangle^2 e^{-i\omega_0 z} + \langle E'(\vec{x}, t) E'^*(\vec{x}, t+z) \rangle e^{-i\omega_0 z}$$

Par transformée de Fourier, on obtient l'expression du spectre de puissance $S_{ee}(\omega)$

$$S_{ee}(\omega) = \langle E(\vec{x}, t) \rangle^2 \delta(\omega - \omega_0) + S_{E'E'}(\omega) * \delta(\omega - \omega_0)$$

δ désigne la distribution de Dirac et $*$ l'opérateur de convolution.

Le spectre du signal de pression mesuré après traversée du volume de turbulence comprend donc une raie à la pulsation ω_0 du signal d'émission et une partie continue correspondant au spectre de la partie incohérente E' translaté autour de ω_0 . En relevant le niveau de la raie à ω_0 on détermine $\langle E \rangle$. Toutefois, la méthode d'intercorrélacion est plus performante quant au niveau minimum de $\langle E \rangle$ détectable. Des atténuations de $\langle E \rangle$ allant jusqu'à 50 dB ont ainsi pu être mesurées.

III.3. Mesure de l'intensité acoustique

Nous avons utilisé un voltmètre quadratique après avoir filtré le signal dans un filtre de largeur suffisante ($\Delta f = 1 \text{ kHz}$) pour contenir pratiquement toute l'étendue spectrale de $e(\vec{x}, t)$. Du fait de l'étendue spectrale limitée du signal aux fréquences d'émission relativement basses, les temps d'intégration doivent être longs. Plusieurs mesures indépendantes d'une durée de 100 secondes ont été effectuées, permettant d'obtenir une précision satisfaisante sur les faibles niveaux d'atténuation mesurés aux basses fréquences avec des vitesses moyennes de l'écoulement peu élevées. Nous avons contrôlé nos mesures en utilisant une méthode de corrélation. En effet, l'autocorrélacion du signal reçu $e(\vec{x}, t)$ a pour valeur à l'origine :

$$C_{ee}(0) = \langle E(\vec{x}, t) E^*(\vec{x}, t) \rangle$$

Les deux méthodes donnent des résultats tout à fait comparables.

CHAPITRE III

ETUDE DES FLUCTUATIONS D'AMPLITUDE ET DE PHASE DU CHAMP DE PRESSION ACOUSTIQUE APRES TRAVERSEE DE LA TURBULENCE

Ainsi que nous l'avons déjà indiqué, le signal de pression acoustique $p(\vec{x}, t)$ mesuré après traversée de la turbulence est un signal à bande étroite centré autour de la fréquence d'émission f_0 . Ce signal présente d'importantes modulations de phase et d'amplitude, et il peut être décrit sous la forme :

$$p(\vec{x}, t) = \text{Re} \left\{ A(\vec{x}, t) \exp(i S(\vec{x}, t)) \exp(2i \pi f_0 t) \right\}$$

les fluctuations d'amplitude $A(\vec{x}, t)$ et de phase $S(\vec{x}, t)$ variant lentement dans le temps par rapport au terme $\exp(2i \pi f_0 t)$. Pour étudier les fluctuations $A(\vec{x}, t)$ et $S(\vec{x}, t)$ il est commode d'introduire l'iconale $\Psi(\vec{x}, t)$:

$$\Psi(\vec{x}, t) = \chi(\vec{x}, t) + i \mathcal{Y}(\vec{x}, t) = \ln \frac{A(\vec{x}, t)}{A_0(\vec{x}, t)} + i (S(\vec{x}, t) - S_0(\vec{x}, t))$$

(l'indice "0" correspond au milieu au repos). Dans ce chapitre nous comparons nos résultats expérimentaux avec les prédictions théoriques déduites de la solution de Rytov. Pour chacune des fonctions $\chi(\vec{x}, t)$ et $\mathcal{Y}(\vec{x}, t)$ nous avons étudié la valeur efficace des fluctuations et leur densité spectrale. Nous avons également considéré les densités de probabilités de l'amplitude $A(\vec{x}, t)$ et de la phase $S(\vec{x}, t)$.

I. Les fluctuations d'amplitude

Dans le premier chapitre (Eq. 1.26, 1.27) nous avons vu que les nombres d'ondes qui jouent un rôle prépondérant dans la prédiction des fluctuations du logarithme de l'amplitude χ ont pour ordre de grandeur $2\pi/\sqrt{\lambda x}$, et que le domaine de propagation de notre étude expérimentale correspond à la zone de diffraction ($L_0 \leq \sqrt{\lambda x} \leq L_0$). Dans le calcul de la solution au premier ordre de Rytov il faut alors prendre en compte essentiellement les effets de la zone inertielle de turbulence. Lorsque l'onde incidente est un faisceau collimaté gaussien, la solution de Rytov ne se met pas sous une forme analytique simple, et il est en général nécessaire d'effectuer une intégration numérique. On doit cependant noter que dans les cas limites constitués par l'onde plane et l'onde sphérique les expressions de la variance σ_χ^2 et de la densité spectrale $S_{\chi\chi}(f)$ sont identiques à un coefficient numérique près. On peut donc prévoir, à priori, quelles sont, pour un faisceau, les lois de variations faisant intervenir les principaux paramètres (C_ϵ^2 , k_0 , L_0 , x).

I.1. Valeurs efficaces des fluctuations du logarithme de l'amplitude

Sur la figure 13 nous avons reporté en fonction de la quantité $C_\epsilon^2 k_0^{7/6} x^{11/6}$ les résultats des mesures effectuées pour cinq valeurs de la fréquence f_0 (31,25 kHz ; 41,66 kHz ; 50 kHz ; 62,5 kHz ; 83,3 kHz) et différentes vitesses moyennes de l'écoulement comprises entre 4.9 m/s et 12 m/s. Nous observons un regroupement linéaire des valeurs mesurées et une croissance des fluctuations jusqu'à une valeur de $C_\epsilon^2 k_0^{7/6} x^{11/6}$ voisine de l'unité. Au-delà de cette limite la variance σ_χ^2 se stabilise autour d'une valeur constante proche de l'unité. Cette évolution de σ_χ^2 correspond à l'allure générale obtenue par GRACHEVA et GURVICH (1970). Cependant nous constatons que les niveaux des fluctuations $\langle \chi^2 \rangle$ mesurés sont beaucoup plus grands que ne le laisse prévoir la méthode de Rytov. En effet nous avons tracé sur la figure 13 le cas limite de l'onde plane pour lequel σ_χ^2 est donnée par la relation (TATARSKI (1961)) :

$$(3.1) \quad \sigma_{\chi_p}^2 = 0,307 C_\epsilon^2 k_0^{7/6} x^{11/6}$$

et, à l'exception des très faibles valeurs de σ_χ^2 ($\sigma_\chi^2 \leq 0,1$), les valeurs expérimentales s'écartent assez nettement de la droite $\sigma_\chi^2 = \sigma_{\chi_p}^2$.

Nous remarquons que l'intensité des fluctuations du logarithme de l'amplitude est moins importante pour un faisceau que pour une onde incidente plane. Ce résultat est en accord avec les calculs de FRIED et SEIDMAN (1967) qui montrent que la variance $\overline{\sigma_\chi^2}$ est comprise entre deux valeurs limites d'une part celle de l'onde plane ($\overline{\sigma_{\chi_P}^2} = 0,307 C_\epsilon^2 k_0^{7/6} x^{11/6}$) et d'autre part celle de l'onde sphérique ($\overline{\sigma_{\chi_s}^2} = 0,124 C_\epsilon^2 k_0^{7/6} x^{11/6}$).

Sur la figure 13 on note que tant que le domaine de saturation n'est pas atteint l'évolution de $\overline{\sigma_\chi^2}$ est pratiquement proportionnelle à la quantité $C_\epsilon^2 k_0^{7/6} x^{11/6}$, ce qui semble correspondre au modèle proposé par YURA (1974) pour calculer les fluctuations d'amplitude aux forts niveaux. Dans ce modèle YURA prend en compte d'une part les effets de la diffraction tels qu'ils interviennent dans la méthode de Rytov (CHERNOV (1960) ; TATARSKI (1961)) et d'autre part la perte de cohérence spatiale de l'onde transmise tout au long de son trajet dans la turbulence. (Dans le chapitre IV nous donnons des résultats concernant la cohérence spatiale du champ acoustique transmis). Pour une onde incidente plane $\overline{\sigma_\chi^2}$ est alors donnée par la relation :

$$(3.3) \quad \overline{\sigma_\chi^2} = 0,92 C_\epsilon^2 k_0^{7/6} x^{11/6}$$

Sur la figure 13 nous avons tracé la droite déduite de l'équation (3.3). On observe une bonne concordance avec nos mesures pour des valeurs de $\overline{\sigma_\chi^2}$ allant jusqu'à l'unité.

De plus ce modèle permet de mettre en évidence une distance de propagation x_{sat} à partir de laquelle l'effet de saturation apparaît. Ceci constitue une amélioration de la méthode de Rytov qui prévoit une augmentation continue du niveau des fluctuations du logarithme de l'amplitude avec la distance de propagation. Cette distance limite x_{sat} a pour expression

$$(3.4) \quad x_{sat} = C_\epsilon^{-12/11} k_0^{-7/11}$$

Pour tenir compte du fait que l'onde incidente est un faisceau nous avons évalué la variance $\langle \chi^2(z, \rho=0) \rangle$ à partir de la formule (1.39). En tenant compte des notations (1.41) et de la forme de Karman pour le spectre des fluctuations d'indice $\phi_\xi(k)$ (1.28) nous obtenons :

$$(3.2) \quad \sigma_\chi^2 = 2 \pi^2 0,033 C_\xi^2 k_0^2 \int_0^x d\eta \int_0^\infty k g_\chi(k) dk$$

avec

$$g_\chi(k) = \exp\left(-\frac{\beta(x-\eta)^2 k^2}{(1+\beta^2 x^2) k_0}\right) \left[1 - \cos\left(\frac{1+\beta^2 x^2}{1+\beta^2 x^2} \cdot \frac{x-\eta}{k_0} k\right)\right] \left(k^2 + \frac{1}{L_0^2}\right)^{-\frac{11}{6}} \exp\left(-\frac{k^2}{K_m^2}\right)$$

$$C_\xi^2 = 2,145 \frac{u^2}{c_0^2} L_0^{-2/3}; \quad \beta = \lambda/\pi a^2; \quad K_m = 5,91/l_0$$

Comme nous l'avons vu cette évolution théorique de σ_χ^2 n'est valable que pour des niveaux de fluctuations faibles, au maximum de l'ordre de 0.2 à 0.5 (ISHIMARU (1978)), et ne prévoit donc pas le phénomène de saturation des fluctuations qui apparaît aux forts niveaux. Le tableau ci-dessous résume les calculs de σ_χ^2 effectués pour différentes valeurs de la fréquence f_0 et de la vitesse moyenne U

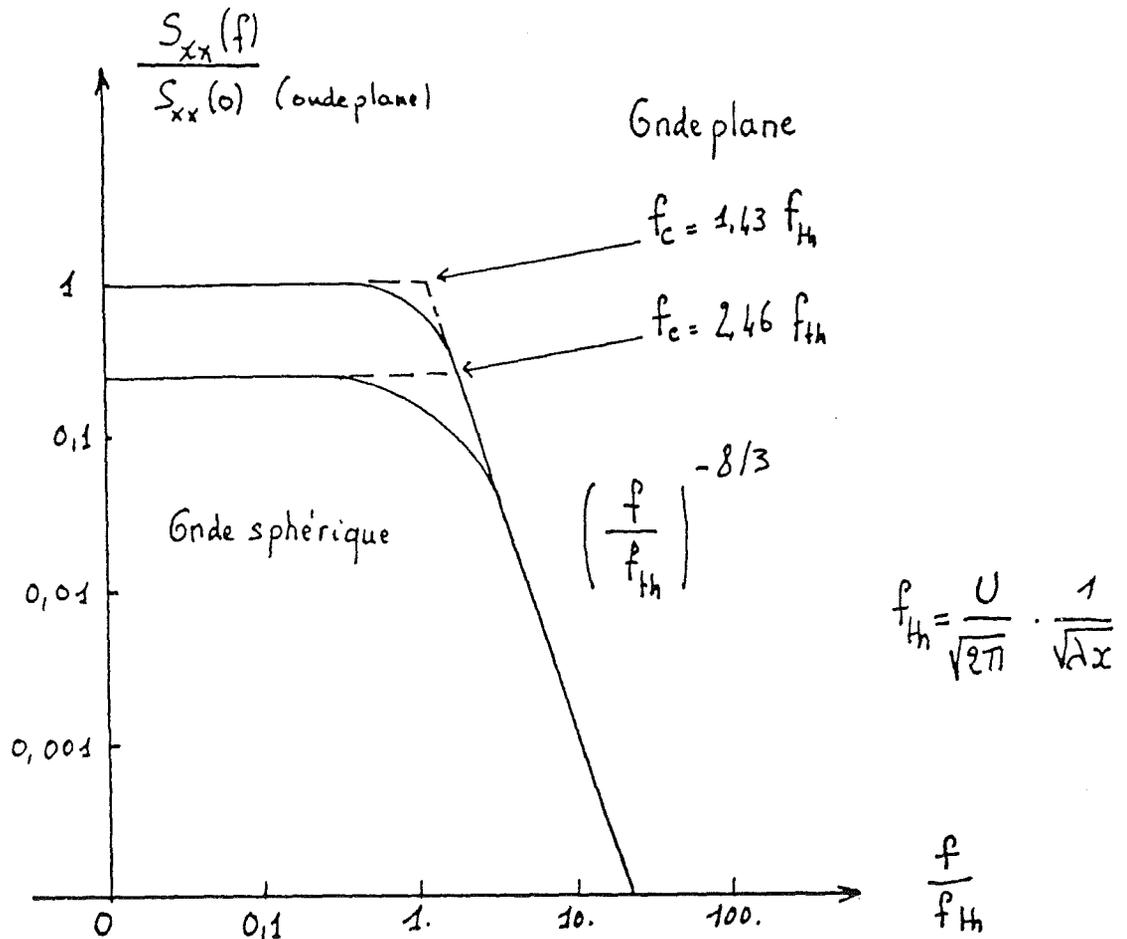
| f_0 kHz | U m/s | σ_χ^2 (faisceau) | σ_χ^2 (onde plane) |
|--------------|------------|-------------------------------|---------------------------------|
| 31,25 | 4,9 | 0,04 | 0,05 |
| 31,25 | 7,3 | 0,09 | 0,11 |
| 50,0 | 4,9 | 0,07 | 0,09 |
| 50,0 | 7,3 | 0,152 | 0,20 |
| 50,0 | 10,8 | 0,35 | 0,42 |
| 83,33 | 4,9 | 0,137 | 0,154 |

Avec cette relation, si l'on se fixe une distance de propagation et une vitesse de l'écoulement qui détermine le coefficient de structure C_ξ^2 , on évalue à partir de quelle fréquence les effets de saturation apparaissent. Pour nos conditions expérimentales nous avons tracé sur la figure 14 la courbe liant les valeurs limites de la fréquence f_0 et de la moyenne quadratique des fluctuations de vitesse u . La zone de saturation de $\overline{\chi^2}$ ainsi prédite correspond aux mesures que nous avons effectuées. Par exemple, pour $f_0 = 31.25$ kHz on n'observe pas de saturation puisque la vitesse moyenne de l'écoulement reste inférieure à 12 m/s alors qu'avec une fréquence d'émission f_0 de 83.3 kHz le domaine de saturation est très vite atteint.

1.2. Densité spectrale des fluctuations

Les figures 15, 16 et 17 donnent l'évolution de la densité spectrale de puissance $S_{\chi\chi}(f)$ des fluctuations du logarithme de l'amplitude pour trois fréquences d'émission $f_0 = 31.25$ kHz, 50 kHz, 83.3 kHz en fonction de la vitesse moyenne de l'écoulement U . L'influence de U se traduit par un déplacement en bloc des spectres vers les fréquences plus élevées ce qui est conforme à l'hypothèse de Taylor d'une turbulence gelée défilant devant l'observateur avec une vitesse U . Sur ces spectres d'une étendue d'environ 2 kHz on note la présence de deux asymptotes : l'une horizontale aux basses fréquences, l'autre de pente $-8/3$ pour les hautes fréquences. Pour $f_0 = 31.25$ kHz on observe sur la figure 15 que l'asymptote de pente $-8/3$ est rapidement atteinte, marquant ainsi une coupure franche dans le spectre. Lorsque la fréquence d'émission augmente, (c'est-à-dire lorsque l'intensité $\langle \chi^2 \rangle$ des fluctuations croît) il apparaît une zone de transition de plus en plus large décalant ainsi vers les fréquences plus élevées la partie en $f^{-8/3}$ du spectre. Par exemple pour $f_0 = 83.3$ kHz et $U = 10.8$ m/s on voit sur la figure 17 que la transition entre les deux comportements asymptotiques a une étendue d'environ 400 Hz.

La figure, ci-après, donne l'évolution théorique du spectre $S_{\chi\chi}(f)$ déduite de la méthode de Rytov dans le cas où l'onde incidente est plane ou sphérique. (ISHIMARU (1977)).



Les mesures effectuées par GOLITSYN et alii. (1960) dans la basse atmosphère avec des ondes sonores ($f = 2.6$ kHz ; $f = 8.5$ kHz) correspondent à cette évolution théorique de $S_{xx}(f)$. Des résultats analogues ont aussi été obtenus par MANDICS et alii. (1973) qui ont étudié la propagation de signaux électromagnétiques et acoustiques. Dans le cadre de notre étude expérimentale nous avons constaté que la méthode de Rytov permet de prédire le comportement asymptotique des spectres, tant que le niveau des fluctuations σ_x^2 n'est pas trop élevé.

Nous nous sommes également intéressés à la zone de transition existant entre les deux asymptotes. Bien que dans le cas d'un faisceau l'évolution du spectre $S_{xx}(f)$ ne soit pas donnée par une expression analytique simple, il est naturel de penser que la fréquence de coupure du spectre f_c sera définie par

une relation du type :

$$(3.5) \quad f_c = m f_{th} \quad 1,43 \leq m \leq 2,46$$

$$f_{th} = \frac{U}{2\pi} \sqrt{\frac{f_0}{x}} = \frac{U}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2x}}$$

où m est un paramètre uniquement fonction des caractéristiques du faisceau. Sur la figure 18 nous avons reporté les valeurs mesurées de f_c en fonction de f_{th} . Ces valeurs ont été obtenues avec cinq vitesses moyennes de l'écoulement ($U = 4.9, 7.3, 8.6, 9.8, 10.8$ m/s). Pour définir la fréquence de coupure nous avons utilisé deux méthodes d'une part le relevé direct sur le spectre $S_{\chi\chi}(f)$ et d'autre part la bande passante du bruit du signal de pression acoustique $p(\vec{x}, t)$ définie à partir de sa fonction d'auto-corrélation. Ces méthodes donnent des résultats comparables tant que la transition entre les deux comportements asymptotiques est nette. Pour $f_0 = 83.3$ kHz, la zone de transition est importante, et la définition de f_c devient alors difficile. La courbe 18 met en évidence un regroupement linéaire des points de mesure qui est en bon accord avec l'expression (3.5). La pente de cette droite fixe une valeur de 2,1 pour le coefficient m . Lorsque la fréquence d'émission f_0 est de 83.3 kHz, nous avons vu dans le paragraphe précédent que les fluctuations du logarithme de l'amplitude χ sont saturées et qu'alors la solution au premier ordre de Rytov n'est plus applicable. Ceci explique le fait qu'à cette fréquence on ne puisse pas prédire la fréquence de coupure du spectre $S_{\chi\chi}(f)$ avec une relation du type (3.6) et que sur la figure 18 les points correspondants s'écartent de la droite de pente 2,1.

Pour un faisceau gaussien le spectre $S_{\chi\chi}(f)$, calculé à partir de la solution de Rytov, est donné par l'équation (1.42). En utilisant un spectre de Van Karman (1.28) nous avons pu évaluer la valeur théorique de m . Les essais numériques d'intégration que nous avons effectués convergent vers une valeur de m voisine de 2 tout à fait comparable à la valeur mesurée.

I.3. Densité de probabilité des fluctuations d'amplitude

L'évolution de la densité de probabilité des fluctuations d'amplitude $A(\vec{x}, t)$ en fonction de la vitesse moyenne de l'écoulement est donnée pour différentes fréquences d'émission f_0 sur les figures 19, 20 et 21. Lorsque la variance des fluctuations du logarithme de l'amplitude σ_{χ}^2 est peu élevée, par exemple pour $f_0 = 31.25$ kHz et $U = 4.9$ m/s, la distribution des fluctuations d'amplitude A est d'allure gaussienne, et la valeur moyenne \bar{A} a une valeur assez importante par rapport à l'écart type des fluctuations σ_A . Lorsque l'intensité des fluctuations augmente la densité de probabilité se dissymétrise de plus en plus et on observe une décroissance significative de la valeur moyenne \bar{A} (figure 21).

La prédiction de la loi de probabilité suivie par l'amplitude ou l'intensité de l'onde acoustique perturbée par l'écoulement turbulent soulève de nombreuses difficultés et il n'existe pas, à notre connaissance, d'étude apportant une réponse satisfaisante à ce problème. D'après la solution de Rytov pour l'iconale Ψ (Eq. 1.24), les fluctuations du logarithme de l'amplitude de χ se calculent en fonction des fluctuations d'indice $\mathcal{E}(\vec{x})$ par une intégrale du type :

$$\chi(x, \vec{\rho}) = \int_0^x \iint_{-\infty}^{+\infty} F(x, \vec{\rho}) \mathcal{E}(x, \vec{\rho}) d\vec{\rho} dx$$

Si l'on considère que le long de son trajet à travers la turbulence, l'onde acoustique est perturbée par un très grand nombre de diffuseurs qui sont décorrélés entre eux on peut décomposer l'intégrale ci-dessus en une somme d'intégrales portant sur des tranches successives du volume traversé. Et d'après le théorème central limite la quantité $\chi(x, \vec{\rho})$ doit alors être distribuée suivant une loi normale, ce qui impose une distribution log-normale aux fluctuations d'amplitude A . Les travaux de nombreux auteurs (WANG et STROHBEHN (1974a, b) ; STROHBEHN-WANG-SPECK (1975) ; DE WOLF (1969)) montrent que la distribution log-normale correspond aux cas des très faibles fluctuations mais qu'elle ne peut pas s'appliquer dès que l'intensité des fluctuations devient importante.

Une autre tentative peut être effectuée. Si l'on considère le fait que le signal de pression acoustique $p(\vec{x}, t)$ mesuré est un signal à bande étroite, il est naturel de supposer que l'amplitude est distribuée suivant une loi de Rayleigh-Rice. Ecrivons $p(\vec{x}, t)$ sous la forme :

$$p(\vec{x}, t) = A(\vec{x}, t) \cos(\omega_0 t + \varphi(\vec{x}, t))$$

soit :

$$p(\vec{x}, t) = A(\vec{x}, t) \cos(\varphi(\vec{x}, t)) \cos \omega_0 t - A(\vec{x}, t) \sin(\varphi(\vec{x}, t)) \sin \omega_0 t$$

$$p(\vec{x}, t) = a(\vec{x}, t) \cos \omega_0 t - b(\vec{x}, t) \sin \omega_0 t$$

Si les signaux $a(\vec{x}, t)$ et $b(\vec{x}, t)$ sont décorrélés gaussiens, de même écart type σ et de valeurs moyennes respectives \bar{a} et \bar{b} alors la densité de probabilité de $A(\vec{x}, t)$ s'écrit :

$$(3.6) \quad W(u) = \frac{u}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{u^2 + \bar{a}^2}{\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{\bar{a}u}{\sigma^2}\right) \quad \text{si } u > 0$$

$$W(u) = 0 \quad \text{si } u \leq 0$$

$$\bar{a} = (\bar{a}^2 + \bar{b}^2)^{1/2}$$

I_0 fonction de Bessel modifiée.

Pour $\bar{a} = \bar{b} = 0$ la loi de Rayleigh-Rice (3.6) devient une loi de Rayleigh. Sur la figure 22 nous comparons la distribution correspondant à la loi de Rayleigh avec les répartitions expérimentales obtenues pour deux fréquences d'émission $f_0 = 41.66$ kHz et $f_0 = 83.3$ kHz pour une vitesse d'écoulement U de 10.8 m/s. (lorsque les fluctuations d'amplitude sont importantes nous avons $\bar{a} = 0$ (Fig. 23)). On observe un écart très important et on peut donc dire que la loi de Rayleigh-Rice n'est pas adaptée à notre cas. Notons que comme dans le cas de la loi log-normale, la loi de Rayleigh-Rice permet d'obtenir l'allure de la densité de probabilité des fluctuations d'amplitudes aux faibles niveaux. Ceci s'explique par le fait que ces lois sont alors d'allure gaussienne.

Pour analyser ce problème et déterminer si les hypothèses d'application de la loi de Rayleigh-Rice sont vérifiées dans notre cas, nous avons étudié les composantes en phase et en quadrature du signal de pression mesurée $p(\vec{x}, t)$.

En composant $p(\vec{x}, t)$ avec le signal d'émission $A_0 \cos(\omega_0 t)$ on obtient, après un filtrage passe-bas, les deux signaux :

$$X(\vec{x}, t) = \frac{1}{2} A_0 R(\vec{x}, t) \cos \Phi(\vec{x}, t) \quad (3.7)$$

$$Y(\vec{x}, t) = \frac{1}{2} A_0 R(\vec{x}, t) \sin \Phi(\vec{x}, t)$$

Si l'on suppose que les composantes $X(\vec{x}, t)$ et $Y(\vec{x}, t)$ ont une distribution gaussienne et qu'elles sont décorrélées on montre que l'amplitude $A = \frac{1}{A_0} (x^2 + y^2)^{1/2}$ est distribuée suivant la loi :

$$W(u) = \frac{u}{\sigma_a \sigma_b} \exp\left(-\frac{u^2}{4} \left(\frac{1}{\sigma_a^2} + \frac{1}{\sigma_b^2}\right)\right) \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{a^2}{\sigma_a^2} + \frac{b^2}{\sigma_b^2}\right)\right) \mathcal{P}(u) \quad (3.8)$$

$$\mathcal{P}(u) = I_0(u_1) I_0(u_2) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m I_m(u_1) I_{2m}(u_2) \cos\left[2m \operatorname{Arctg}\left(\frac{b\sigma_a^2}{a\sigma_b^2}\right)\right]$$

$$u_1 = \frac{u^2}{4} \left(\frac{1}{\sigma_a^2} + \frac{1}{\sigma_b^2}\right)$$

$$u_2 = u \left(\frac{a^2}{\sigma_a^4} + \frac{b^2}{\sigma_b^4}\right)^{1/2}$$

où a , b , σ_a et σ_b représentent les valeurs moyennes et les écarts-types des composantes en phase et en quadrature, I_0 , I_m et I_{2m} étant les fonctions de Bessel modifiées de première espèce. Nous noterons que pour $\sigma_a = \sigma_b$ on obtient une loi de Rayleigh-Rice et si de plus $a = b = 0$ $W(u)$ est une loi de Rayleigh. Si l'amplitude A suit la loi de Beckman $W(u)$ nous retrouverons un cas rencontré dans les problèmes de diffusion d'une onde acoustique par la surface de la mer (GAZAHNES & LEANDRE (1974)).

Pour les forts niveaux de fluctuations du logarithme de l'amplitude χ on observe sur la figure 23 que les valeurs de σ_a et σ_b ont tendance à devenir égales tandis que la valeur moyenne $\bar{\alpha}$ tend vers zéro. Ainsi pour les fluctuations fortes $W(\mu)$ tend vers la distribution de Rayleigh, qui n'est pas adaptée à notre étude. Lorsque l'intensité des fluctuations σ_χ^2 est faible, les écarts type σ_a et σ_b sont assez distincts, ce qui explique que la loi de Rayleigh-Rice n'était pas adaptée (il faudrait $\sigma_a = \sigma_b$). Pour les faibles niveaux de σ_χ^2 l'accord avec la loi de Beckman (3.8) est assez satisfaisant (Fig. 24) cependant on ne peut pas prédire la position du maximum de la répartition. Une étude des densités de probabilité des composantes en phase et en quadrature nous a montré que le caractère gaussien est d'autant moins marqué que l'intensité des fluctuations est importante. Ainsi l'une des hypothèses nécessaire à l'établissement de la relation (3.8) n'est plus remplie et il est clair qu'aucune des lois proposées n'est adaptée au cas des fluctuations fortes même si toutes semblent donner des résultats à peu près satisfaisants pour les faibles niveaux.

A partir de la mesure des deux premiers moments nous avons essayé d'ajuster empiriquement une loi de probabilité sur les distributions expérimentales. Parmi nos essais nous retiendrons la loi Gamma généralisée. Soit :

$$(3.9) \quad F(\mu) = \frac{d^p}{\Gamma(p)} e^{-d\mu} \mu^{p-1} \quad \mu > 0$$

où $\Gamma(p)$ est la fonction gamma. Les deux premiers moments s'expriment alors par :

$$(3.10) \quad m_1 = p / d$$

$$m_2 = p(p+1) / d^2$$

Le maximum de cette loi est obtenu pour une valeur de μ égale à $(p-1)/d$. Comme le montrent les figures (25, 26) cette loi permet de représenter de façon satisfaisante la densité de probabilité des fluctuations A bien que ce choix ne repose sur aucun argument théorique.

II. Les fluctuations de phase

II.1. Valeurs efficaces des fluctuations de phase

Pour prédire le niveau des fluctuations de phase $\langle \mathcal{Y}^2 \rangle$, nous avons vu au chapitre I que la méthode de Rytov fait intervenir une fonction filtre $f_{\mathcal{Y}}(k)$ dont les valeurs importantes sont obtenues pour les faibles nombres d'onde turbulent. Pour calculer $\langle \mathcal{Y}^2 \rangle$ on ne peut donc plus se limiter aux effets de la zone inertielle de turbulence, et il faut prendre en compte les basses fréquences. Ceci explique que la variance des fluctuations de phase $\overline{\sigma_{\mathcal{Y}}^2}$ ne s'obtient qu'à partir d'une intégration numérique d'une relation du type (1.40). En tenant compte de la forme de Karman du spectre $\phi_{\xi}(k)$, la formule (1.40) s'écrit sous la forme :

$$(3.11) \quad \overline{\sigma_{\mathcal{Y}}^2} = 2 \cdot \pi^2 \cdot 0,033 C_{\xi}^2 k_0^2 \int_0^z d\eta \int_0^{\infty} k g_{\mathcal{Y}}(k) dk$$

$$\text{avec : } g_{\mathcal{Y}}(k) = \exp\left(-\frac{\beta(z-\eta)^2 k^2}{(1+\beta^2 z^2) k_0}\right) \left[1 + \cos\left(\frac{1+\beta^2 \eta z}{1+\beta^2 z^2} \cdot \frac{z-\eta}{k_0} k^2\right) \right] \\ \left(k^2 + \frac{1}{L_0^2}\right)^{-\frac{11}{6}} \exp\left(-\frac{k^2}{k_m^2}\right)$$

$$C_{\xi}^2 = 2,145 \frac{\mu^2}{c_0^2} L_0^{-2/3} ; \quad \beta = 2/\pi a^2 ; \quad k_m = 5,91/l_0$$

Sur la figure 27 nous comparons les valeurs de l'écart type de la phase $S(\vec{x}, t)$ obtenue par traitement numérique du signal de pression acoustique $p(\vec{x}, t)$ avec les valeurs évaluées à partir de la formule ci-dessus. Compte-tenu de la difficulté des mesures on peut dire que les résultats expérimentaux sont en bon accord avec ces prédictions. Par exemple, avec une vitesse d'écoulement de 4.9 m/s et une fréquence d'émission de 83.3 kHz on obtient un écart type $\overline{\sigma_{\mathcal{Y}}}$ de 90°. Si l'on admet que la répartition de la phase est gaussienne, la valeur maximale des fluctuations est d'environ $3 \overline{\sigma_{\mathcal{Y}}}$ et les variations instantanées de la phase $\mathcal{Y}(\vec{x}, t)$ sont alors comprises dans l'intervalle $[-270^\circ, +270^\circ]$. Cependant le programme qui nous a permis d'effectuer ces mesures a été

mis en échec pour les vitesses moyennes de l'écoulement importantes, notamment lorsque U atteint 10.8 m/s. Cette mise en défaut du programme est sans doute liée aux problèmes posés par l'interprétation des passages à zéro du signal de pression mesurée (fig. 10 ; 11 ; 12).

Ainsi que nous l'avons déjà indiqué, les petits nombres d'onde K ont une contribution prépondérante dans le calcul de l'intégrale (3.11) et l'échelle caractéristique des structures turbulentes mises en jeu n'est plus le rayon de la première zone de Fresnel $\sqrt{\lambda x}$ mais l'échelle externe de la turbulence L_0 . Dans notre étude l'échelle L_0 qui a une valeur proche de 8.2 cm est grande par rapport à la longueur d'onde λ . Il semble alors naturel de penser que l'approximation de l'acoustique géométrique doit donner de bons résultats pour les fluctuations de phase. Si l'onde incidente est une onde plane, la variance $\overline{\sigma_y^2}$ s'exprime par : (ISHIMARU (1978))

$$(3.12) \quad \overline{\sigma_y^2} = 0.78 c_\varepsilon^2 k_0^2 L_0^{5/3} x$$

soit :

$$(3.13) \quad \overline{\sigma_y^2} = 1.44 \cdot 10^{-5} u^2 k_0^2 L_0 x$$

Sur la figure 28 nous comparons l'évolution de l'écart-type des fluctuations de la phase calculée à partir de la formule (3.12) avec la valeur de $\overline{\sigma_y}$ pour trois fréquences d'émission ($f_0 = 31.25$ kHz, 50 kHz, 83,3 kHz) avec deux vitesses moyennes $U = 4.9$ m/s et $U = 10.81$ m/s. Nous obtenons une excellente concordance ce qui confirme le rôle important joué par les grandes structures pour la prédiction des fluctuations de phase et la quasi indépendance du problème vis à vis de la forme initiale du faisceau.

II.2. Densité spectrale de puissance des fluctuations de phase

Les figures 29, 30 et 31 montrent l'évolution du spectre de puissance des fluctuations de phase pour trois fréquences d'émission f_0 (31.25 ; 50 ; 83.3 kHz). Sur chaque figure on relève très nettement la présence d'une asymptote de pente $-8/3$ pour les hautes fréquences, et un aplatissement du spectre aux basses fréquences qui permet de définir, une fréquence de coupure.

Pour une vitesse moyenne de l'écoulement donnée ($U = 4.9$ m/s) on observe que cette fréquence de coupure est constante et ne dépend pas de la fréquence d'émission f_0 .

Sur la figure 29 nous avons reporté les spectres $S_{yy}(f)$ obtenus pour une fréquence f_0 de 31.25 kHz lorsque la vitesse de l'écoulement varie de 4.9 m/s à 7.3 m/s. On note un déplacement en bloc du spectre vers les fréquences plus élevées lorsque la vitesse augmente. Ainsi les fréquences de coupure ont pour valeurs respectives 20 Hz et 27 Hz et sont dans le rapport des vitesses moyennes. On vérifie donc que l'hypothèse de Taylor nécessaire au calcul du spectre $S_{yy}(f)$ par la méthode de Rytov est tout à fait justifiée.

Nous avons également essayé d'évaluer la forme théorique du spectre $S_{yy}(f)$. Pour une onde incidente plane il faut calculer une intégrale du type :

$$(3.15) \quad S_{yy}(\omega) = 8 \pi^2 k_0^2 x \int_0^\infty \int_0^\infty k J_0(kUz) f_y(k) \phi_\varepsilon(k) \cos(\omega z) dk dz$$

En modélisant le spectre des fluctuations d'indice $\phi_\varepsilon(k)$ par un spectre de Von Karman (Eq. (1.28)) on obtient une asymptote horizontale pour les basses fréquences comme le montre la figure 32. Comme on pouvait le prévoir on obtient une asymptote de pente -8/3 pour les hautes fréquences. On remarque par contre la présence d'une asymptote horizontale aux basses fréquences.

II.3. Densité de probabilité des fluctuations de phase

La phase \mathcal{Y} , déduite de la méthode de Rytov (1.24), s'évalue par une relation du type :

$$\mathcal{Y}(x, \vec{\rho}) = \int_0^x \iint_{-\infty}^{+\infty} F_y(x, \vec{\rho}) \mathcal{E}(x, \vec{\rho}) d\vec{\rho} dx$$

Comme nous l'avons vu pour les fluctuations du logarithme de l'amplitude, si on applique le théorème central limite, on montre que les variations de phase doivent être distribuées suivant une loi normale. Sur les figures 33 - 35 nous avons comparé les répartitions expérimentales de la phase avec la loi gaussienne de même écart-type. Aux incertitudes de mesures près nous observons un accord tout à fait satisfaisant et on peut dire que la phase $\mathcal{S}(\vec{r}, t)$ est vraisemblablement distribuée suivant une loi normale. La difficulté des mesures provient de la très large étendue des fluctuations, par exemple pour $f_0 = 83.3$ kHz et $U = 4.9$ m/s la fonction $S(\vec{r}, t)$ prend ses valeurs dans l'intervalle $[-2\pi, 2\pi]$. De tels écarts ont aussi été observés par Clifford et alii (19) qui ont étudié les différences de phase sur un signal optique se propageant dans l'atmosphère.

Nous avons également déterminé les coefficients de dissymétrie $S_x = \frac{\overline{x^3}}{(\overline{x^2})^{3/2}}$ et d'aplatissement $T_x = \overline{x^4}/(\overline{x^2})^2$. Dans le tableau ci-dessous nous résumons les valeurs obtenues dans quelques cas types :

| f_0 kHz | U m/s | S_x | T_x |
|--------------|------------|-------|-------|
| 31,25 | 4,9 | 0,05 | 3,04 |
| | 7,3 | 0,07 | 3,06 |
| | 10,8 | -0,06 | 3,5 |
| 41,66 | 10,8 | -0,08 | 3,03 |
| 50 | 4,9 | 0,04 | 3,2 |

Les coefficients S et T sont comparables à ceux que l'on obtient avec une distribution gaussienne ($S=0$, $T=3$). Pour la fréquence de 31.25 kHz et la vitesse U de 10.8 m/s on note toutefois que le coefficient d'aplatissement est nettement supérieur à 3 (3.5). Comme nous l'avons déjà dit cet écart est lié à notre programme. En effet nous avons observé que lorsque la vitesse moyenne de l'écoulement augmentait la valeur moyenne du signal de phase échantillonné ne restait pas constante sur l'ensemble des blocs traités à cause vraisemblablement d'une mauvaise interprétation d'un passage à zéro du signal.

En conclusion nous noterons que bien que le cas des fortes vitesses n'ait pu être traité de façon complète, cette étude nous a permis de mettre en évidence d'une part le rôle des structures turbulentes de grandes tailles (de l'ordre de l'échelle externe de turbulence L_D), et d'autre part l'importance des variations relatives de la phase qui peuvent être très nettement supérieures à π , ce qui impose un traitement numérique adapté.

CHAPITRE IV

ETUDE DES PARTIES COHERENTE ET INCOHERENTE DU CHAMP DE PRESSION ACOUSTIQUE APRES TRAVERSEE D'UN VOLUME DE TURBULENCE

Pour compléter la description du champ de pression en termes de fluctuations d'amplitude et de phase, nous avons étudié les moments d'ordre un et deux en replaçant les résultats expérimentaux dans le cadre des prévisions théoriques déduites de l'approximation parabolique (TATARSKI (1971)) (ISHIMARU (1978)). Le signal de pression acoustique $p(\vec{x}, t)$ peut être mis sous la forme :

$$p(\vec{x}, t) = \text{Re} \left\{ E(\vec{x}, t) \exp(2i\pi f_0 t) \right\}$$

La fonction $E(\vec{x}, t)$ qui varie lentement dans le temps par rapport au terme $\exp(2i\pi f_0 t)$ peut se décomposer en une partie moyenne $\langle E \rangle$ et une partie fluctuante E' .

I. Moment d'ordre un en un point

Le moment d'ordre un en un point $\langle E(\vec{x}) \rangle$ est obtenu à l'aide de la fonction d'intercorrélation $C_{pe}(\vec{x}, \tau)$ entre le signal mesuré $p(\vec{x}, t)$ et le signal d'émission $e(\vec{x}, t)$:

$$(4.1) \quad C_{pe}(\vec{x}, \tau) = \langle p(\vec{x}, t) e(\vec{x}, t + \tau) \rangle$$

Un calcul simple montre que le rapport des valeurs maximales de l'intercorrélation entrée-sortie pour le milieu en présence d'écoulement et pour le milieu au repos (indiqué "0") est relié au champ moyen $\langle E \rangle$ par :

$$(4.2) \quad \frac{C_{pe}(\vec{x}, \tau)}{C_{pe}^0(\vec{x}, \tau)} = \langle E(\vec{x}) \rangle$$

Sur la figure 36 nous avons regroupés les résultats obtenus pour différentes vitesses moyennes de l'écoulement ($U = 4.9 \text{ ms}^{-1} - 7.3 \text{ ms}^{-1} - 8.6 \text{ ms}^{-1} - 9.8 \text{ ms}^{-1} - 10.3 \text{ ms}^{-1} - 10.8 \text{ ms}^{-1}$) et des fréquences d'émission variables entre 30 kHz et 80 kHz. La décroissance de l'onde cohérente, qui correspond à la fois à la diminution de l'intensité et à la disparition progressive sur le spectre de la raie initiale de fréquence f_0 au profit d'un élargissement spectral (Fig. 39) est parfaitement représenté par l'expression théorique :

$$\langle E(x) \rangle = E_0(x) \exp(-\alpha x) \quad (4.3)$$

$$\alpha = k_0^2 \frac{\mu^2}{c_0^2} \ell$$

jusqu'à une réduction de niveau E_0 proche de 40 dB. L'expression (4.3), due à TATARSKI (1971) et que l'on retrouve notamment dans les travaux de WENZEL et KELLER (1971), BREMMER (1973) suppose que l'atténuation de l'onde cohérente sur un parcours égal à l'échelle intégrale ℓ doit rester faible :

$$k_0 \frac{\mu}{c_0} \ell \ll 1 \quad (4.4)$$

Nos résultats expérimentaux montrent que cette condition n'est pas à considérer de façon trop stricte puisque la coïncidence avec la théorie se conserve jusqu'à des valeurs de $k_0 \mu \ell / c_0$ atteignant 0,8. Par ailleurs on fixe ainsi une limite à partir de laquelle la présence de la partie cohérente de l'onde peut être négligée, l'atténuation étant supérieure à 40 dB.

II. Moment d'ordre deux en point

L'intensité acoustique transmise s'obtient à partir du moment d'ordre deux du champ de pression mesuré $p(\vec{x}, t)$ qui est relié à la valeur à l'origine de la fonction d'autocorrélation du signal reçu $C_{pp}(\vec{x}, z)$ par :

$$C_{pp}(\vec{x}, 0) = \langle E^2(\vec{x}) \rangle = \langle E^2(x, p=0) \rangle \quad (4.5)$$

Nous avons étudié l'intensité moyenne sur l'axe en fonction de la fréquence d'émission f_0 et de la vitesse d'écoulement U . L'évolution théorique de la réduction d'intensité sur l'axe qui correspond à l'élargissement du faisceau ultrasonore par diffusion et qui est prévue par l'approximation parabolique (TATARSKI (1971)), dépend du type de l'onde incidente. Ainsi pour un faisceau de largeur $2a$ $\langle E^2(x,0) \rangle$ s'exprime par :

$$(4.6) \quad \langle E^2(x,0) \rangle = 2 E_0^2(x) \int_0^\infty \mu \exp\left(-\mu^2 - \frac{1}{2} \mu \mu^{5/3}\right) d\mu$$

$$\mu = 0,27 C_\varepsilon^2 k_0^2 x \left(\frac{2a}{g(x)}\right)^{5/3}$$

$$E_0^2(x) = \frac{k_0^2 a^2}{x^2 g^2(x)} E_0 \quad ; \quad g(x) = \left(1 + \frac{k_0^2 a^4}{x^2}\right)^{1/2}$$

La figure 37 donne l'évolution de $\langle E^2 \rangle$ en fonction de μ . Nous noterons que l'expression (4.6) sous-estime un peu le taux de décroissance, quelle que soit la fréquence. Toutefois l'écart maximum entre nos mesures et les prédictions formulées, qui est sans doute dû à l'hypothèse sur la forme gaussienne du faisceau, reste inférieur à 4 dB. L'atténuation de l'intensité moyenne est reliée à l'élargissement du faisceau en raison de la conservation du flux d'énergie acoustique suivant la direction de propagation, dans l'hypothèse où l'énergie rétrodiffusée par le volume de turbulence est négligeable.

Sur la figure 38 nous indiquons la répartition latérale de $\langle E^2(x,\rho) \rangle$ rapporté à sa valeur maximale dans l'axe du faisceau ($\rho=0$) pour deux fréquences types ($f_0 = 41.66$ kHz et $f_0 = 83.33$ kHz) en présence d'écoulement et pour le milieu au repos. L'influence de la vitesse moyenne du jet sur la largeur du faisceau est très marquée surtout à haute fréquence. Par exemple pour $f_0 = 83.3$ kHz la largeur relevée pour une diminution initiale de l'intensité de $1/e$ passe de 5.8 cm pour le milieu au repos à 16 cm pour une vitesse moyenne de l'écoulement de 10 m/s. L'évolution théorique du moment d'ordre deux $\langle E^2(x,\rho) \rangle$

suivant ρ rend compte de la largeur du faisceau, elle est donnée par une relation du type (1.67), qui après un changement de variables s'écrit sous la forme (TATARSKI (1971)) :

$$(4.7) \quad \langle E^2(x, \rho) \rangle = 2 E_0^2(x) \int_0^\infty \mu J_0(\nu \mu) \exp\left(-\mu - \frac{1}{2} \mu^2 u^{5/3}\right) d\mu$$

$\nu = \frac{2ka\rho}{xg(x)}$

($J_0(z)$ désigne la fonction de Bessel d'ordre zéro, les paramètres μ et $g(x)$ sont définis comme dans l'expression (4.6)). Nous avons tracé quelques cas types sur les figures 39 et 40. Nous observons que l'expression (4.7) sous-estime légèrement l'élargissement du faisceau. Par exemple pour $f_0 = 50$ kHz et $U = 7.5$ m/s (Figure 39) la largeur expérimentale est de 11 cm pour une valeur calculée de 10 cm. Cependant aux incertitudes de mesures près, on peut dire que l'augmentation de la largeur du faisceau due aux effets de la turbulence est assez bien représentée par une expression du type (4.7).

III. Analyse de l'élargissement spectral

Le spectre fréquentiel du signal de pression acoustique relevé dans l'axe de l'émetteur ultrasonore comprend en général une raie à la fréquence d'émission liée à l'onde moyenne et une partie continue correspondant à la partie fluctuante du champ de pression. (Cf. Chapitre II, §II.2). Sur les figures 41 et 42 nous avons tracé les spectres obtenus pour deux fréquences incidentes f_0 (31.25 kHz et 62.5 kHz) et deux vitesses moyennes de l'écoulement (4.9 ms^{-1} et 10.8 ms^{-1}). La décroissance du niveau de la raie initiale, associée à l'atténuation de l'onde cohérente s'accompagne d'un élargissement qui est une fonction croissante de la fréquence f_0 et du champ de vitesse U . Nous remarquerons que cette diminution peut aller jusqu'à l'extinction totale de la raie pour les hautes fréquences.

L'évolution théorique du spectre $S(x, \omega)$ déduite de l'approximation parabolique (Chapitre I, § I.6) ne permet pas, dans le cas d'un faisceau, de donner une expression analytique simple représentative de la largeur Δf de la

partie continue de $S(x, \omega)$. Cependant l'étude des cas limites de l'onde plane et de l'onde sphérique suggère la formulation suivante :

$$(4.8) \quad \Delta f = A \Delta f_p$$

$$\Delta f_p = 1,44 \cdot 10^{-5} U u^{6/5} \ell^{-2/5} f_0^{6/5} x^{3/5}$$

où A est une constante numérique reliée aux caractéristiques du faisceau et où Δf_p est l'élargissement spectral théorique relevé pour une diminution de 10 dB par rapport au niveau maximal de la partie continue du spectre dans le cas d'une onde plane. Sur la figure 43 nous avons reportés les valeurs mesurées pour cinq vitesses moyennes du jet ($U = 4.9 \text{ ms}^{-1}$; 7.3 ms^{-1} ; 8.6 ms^{-1} ; 9.8 ms^{-1} ; 10.8 ms^{-1}) et différentes fréquences d'émission comprises entre 30 kHz et 100 kHz. L'accord entre nos mesures et les valeurs calculées avec l'expression (4.8) est excellent, et la droite ainsi obtenue a une pente proche de l'unité ($A = 0,96$).

L'élargissement fréquentiel, qui est dû à la convection des structures turbulentes par la vitesse moyenne de l'écoulement, est donc parfaitement pris en compte dans notre expérience par une expression du type (4.8). Dans le cas de la propagation atmosphérique on observe un épanouissement spectral sur les signaux monochromatiques qui peut être mis sous la forme globale :

$$(4.9) \quad \Delta f = K f^q \quad \text{avec} \quad 1 \leq q \leq 2$$

les quantités K et q étant fonctions des conditions météorologiques (ESCUDIE (1975), ROUSSEL (1979)). Quelques études expérimentales in situ montrent que le coefficient K augmente avec l'intensité de la turbulence thermique et cinématique de l'air (LARCHER (1976)), mais la dépendance précise de K n'est pas explicitable.

L'épanouissement spectral que nous avons observé est différent de celui obtenu par CANDEL et alii. (1976). Leur étude de la diffusion d'une onde monochromatique par les structures à grande échelle d'un jet met en évidence un élargissement Doppler lié à la convection des structures tourbillonnaires.

Notons que le modèle proposé récemment par CAMPOS (1978) permet de prédire la forme du spectre telle qu'elle a été observée par CANDEL (1976). Cependant ce modèle a été développé pour étudier la transmission d'une onde dans une couche de cisaillement et il ne semble pas adapté aux problèmes de propagation pour lesquels la distance traversée x est grande devant l'échelle de corrélation spatiale de la turbulence.

IV. Analyse du champ acoustique transmis par corrélations spatio-temporelles

L'étude du moment d'ordre deux $\Gamma(x, p_s, p_d, z)$ en deux points d'un plan perpendiculaire à l'axe de propagation permet d'analyser l'influence de l'effet convectif de l'écoulement sur la cohérence spatio-temporelle du champ de pression acoustique mesuré. Pour une séparation longitudinale des points de mesure, la fonction d'intercorrélation $C_{p_1, p_2}(\Delta \vec{x}, \Delta z) = \langle p_1(\vec{x}, t) p_2(\vec{x} + \Delta \vec{x}, t + \Delta z) \rangle$ présente un maximum pour un décalage temporel Δz non nul définissant ainsi une vitesse de "défilement" $U_d = \Delta x / \Delta z$ (USCINSKI (1977)). Dans le cas d'une séparation transversale par rapport à la vitesse moyenne de l'écoulement l'intercorrélation C_{p_1, p_2} est maximum pour un écart Δz nul et le champ de vitesse turbulente n'influe alors que sur la cohérence spatiale du champ transmis.

IV.1. Etude des corrélations spatiales

La fonction de corrélation spatiale $C_{p_1, p_2}(\Delta x, 0)$ ne peut pas être explicitée sous une forme analytique simple à partir de la solution dans le cas où l'onde incidente est un faisceau. Cependant en considérant deux points symétriques par rapport à l'axe de propagation il est possible d'exprimer la perte de cohérence latérale sous une forme approchée (FANTE (1975b)).

$$(4.10) \quad \frac{\Gamma(x, p_s=0, p_d=p, z=0)}{\Gamma(x, 0, 0, 0)} = \frac{\Gamma(x, p)}{\Gamma(x, 0)} \approx \exp\left(-\left(\frac{p}{p_f}\right)^{5/3}\right)$$

$$p_f^2 = p_0^2 \frac{1 + \frac{4x^2}{k_0^2 D^4} \left(1 + \frac{1}{3} \left(\frac{D}{p_0}\right)^2\right)}{1 + \frac{4x^2}{3k_0^2 D^4} \left(1 + \frac{1}{4} \left(\frac{D}{p_0}\right)^2\right)} \quad ; \quad D = 2a$$

qui fait intervenir la distance p_0 pour laquelle dans le cas d'une onde plane le moment d'ordre deux diminue de $1/e$. D'après l'équation (1.61) et en tenant compte de l'expression de $A(s) - A(p)$ (1.64), p_0 se met sous la forme :

$$\rho_0 = \left(1.46 C_\epsilon^2 k_0^2 x \right)^{-3/5}$$

La quantité ρ définit une échelle de longueur qui caractérise la cohérence spatiale du champ acoustique transmis. Pour que l'expression (4.10) constitue une bonne approximation de la formulation exacte (1.68) il est cependant nécessaire de vérifier la condition :

$$l_0 < \rho_0 < L_0$$

Pour normaliser l'intercorrélation $C_{P_1 P_2}$ nous avons pris en compte la répartition de l'intensité transmise $\langle E^2(x, \rho) \rangle$ en fonction de la distance à l'axe de propagation du faisceau. Les mesures ont été faites pour deux vitesses d'écoulement $U = 7.5 \text{ ms}^{-1}$ et $U = 10 \text{ ms}^{-1}$. Dans le tableau ci-dessous nous comparons les résultats obtenus en relevant la valeur ρ_f correspondant à une diminution de $1/e$ de $\Gamma(x, \rho)$ par rapport à $\Gamma(x, 0)$, avec les calculs déduits de (4.10) (Fig. 44 à 48)

| f_0 kHz | D cm | ρ_0 cm | ρ_f cm | ρ_1 cm | ρ_2 cm | ρ_0 cm | ρ_f cm | ρ_1 cm | ρ_2 cm |
|-----------------------|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------------|----------------|----------------|----------------|
| 31,25 | 8,32 | 6,01 | 6,73 | 6,3 | 6,3 | 4,25 | 4,94 | 5,1 | 5,2 |
| 41,66 | 6,55 | 4,25 | 4,93 | 4,9 | 4,7 | 3,01 | 3,67 | 3,7 | 4,1 |
| 50,0 | 5,80 | 3,42 | 4,14 | 3,5 | 3,3 | 2,42 | 3,11 | 3,1 | 2,9 |
| 62,5 | 5,82 | 2,62 | 3,71 | 2,8 | 2,9 | 1,85 | 2,78 | 2,3 | 2,4 |
| 83,33 | 4,92 | 1,85 | 2,31 | 1,9 | 2,1 | 1,31 | 1,78 | 1,5 | 1,7 |
| $U = 7,5 \text{ m/s}$ | | | | | | $U = 10 \text{ m/s}$ | | | |

(Lors de ces mesures nous avons une échelle de corrélation spatiale de la turbulence de 6.7 cm). Les grandeurs ρ_1 et ρ_2 désignent respectivement les échelles de cohérence spatiale du champ transmis mesurées pour des séparations

orthogonales dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation. Nous observons un accord satisfaisant entre l'expérience et les prévisions théoriques. Il faut noter que ρ_f est supérieur à ρ_0 et qu'ainsi la perte de cohérence spatiale est moins rapide dans le cas d'un faisceau que dans le cas d'une onde plane. Sur les figures 49 et 50 nous avons porté les valeurs expérimentales de $\Gamma(x, \rho) / \Gamma(x, 0)$ en fonction des valeurs de (ρ / ρ_f) déduites de l'expression (4.10). Nous obtenons un bon regroupement jusqu'à des valeurs de $\Gamma(x, \rho) / \Gamma(x, 0)$ de l'ordre de 0,05. Cette forme approchée de $\Gamma(x, \rho) / \Gamma(x, 0)$ permet donc d'apprécier de façon satisfaisante les effets de la zone inertielle de turbulence sur la cohérence spatiale d'un faisceau (dans notre étude la condition $l_0 < \rho_0 < L_0$ est réalisée).

IV.2. Etude des corrélations spatio-temporelles

Sur la figure 51 nous donnons un exemple de fonction d'intercorrélation obtenue pour une fréquence f_0 de 50 kHz. Une vitesse U de 10 m/s et une séparation ρ suivant la direction de la vitesse moyenne du jet de 4 cm. On observe que le maximum de l'enveloppe de cette intercorrélation est décalée d'un temps Δz de 2,2 m. A partir de nous définissons une vitesse de défilement U_d :

$$U_d = \rho / \Delta z$$

ce qui donne, pour notre exemple, $U_d = 18.2$ m/s, soit presque deux fois la vitesse de l'écoulement.

Sur la figure 52 nous indiquons les résultats que nous avons obtenus pour différentes fréquences d'émission f_0 ; trois vitesses moyennes de l'écoulement (4.9 m/s, 7.5 m/s et 10 m/s) et différentes valeurs de la séparation ρ . On constate que la vitesse de défilement U_d a pour ordre de grandeur $1,8U$. Ce résultat assez surprenant à première vue, peut s'interpréter en examinant à quel temps z_0 la fonction $\Gamma(x, \rho_s = 0, \rho_d = \rho, z)$ est maximale. Pour effectuer ce calcul nous envisageons les cas limites constitués par l'onde plane et l'onde sphérique.

- Pour une onde plane on a :

$$\Gamma(x, \rho_s=0, \rho_d=\rho, z) = \exp \left\{ -\frac{k_0^2}{4} (A(0) - A(\rho - Uz)) \right\}$$

et Γ est maximale pour $z_0 = \rho/U$. La vitesse de défilement U_d est alors égale à la vitesse moyenne de l'écoulement U .

- Pour une onde sphérique, l'expression de Γ est plus complexe. On montre que : (ISHIMARU (1978))

$$\Gamma(z, \rho_s=0, \rho_d=\rho, z) = \frac{1}{z^2} \exp(-H)$$

avec

$$H = \frac{k_0^2}{4} \int_0^z (A(0) - A(\rho \frac{z'}{z} - Uz)) dz'$$

en dérivant Γ par rapport à z nous obtenons :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\int_0^z (A(\rho \frac{z'}{z} - Uz)) dz' \right] = 0$$

En faisant le changement de variable $y = \rho \frac{z'}{z} - Uz$ on trouve que z_0 doit vérifier :

$$\int_{-Uz_0}^{\rho - Uz_0} d(A(y)) = 0$$

et comme la fonction d'autocorrélation $A(y)$ est paire nous avons :

$$z_0 = \rho / 2U$$

Ainsi pour une onde sphérique, la vitesse de défilement U_d est égale au double de la vitesse moyenne de l'écoulement.

Pour un faisceau gaussien un tel développement n'est pas explicite car le terme H devient trop complexe. Il faut alors procéder par voie numérique. La fonction $\Gamma(x, \rho_s=0, \rho_d, z)$ se met sous la forme :

$$\Gamma(x, 0, \rho_d, z) = \frac{d^2}{8\pi} \int_0^\infty K dK \int_0^{2\pi} \exp(-A\rho_d^2 - BK^2 - CK\rho_d \cos\theta - H) d\theta$$

avec

$$H = 1.46 k_0^2 C^2 \int_0^z \left((\rho_d - Uz)^2 + \left(\frac{K}{k_0} \right)^2 - 2(\rho_d - Uz) \frac{K}{k_0} \cos\theta \right)^{5/6} dy$$

Cette expression s'obtient à partir de l'équation (1.68), en tenant compte du fait que pour le calcul de H il faut faire l'hypothèse de Taylor et remplacer ρ_d par $\rho_d - Uz$ (Chapitre I, § I.5). Les calculs que nous avons effectués conduisent à :

$$U_d \approx 1,5 U$$

Cette valeur est inférieure à celle obtenue expérimentalement. Cependant il convient de noter que dans cette évaluation du temps Z_0 pour lequel la fonction Γ est maximale nous avons pris en compte uniquement les effets de la zone inertielle afin de simplifier l'expression du terme H .

CONCLUSION

Au cours de cette étude nous nous sommes efforcés de mettre en évidence les principaux paramètres qui caractérisent l'influence d'une turbulence cinématique sur la propagation des ondes acoustiques dans des conditions de laboratoire bien définies. Les essais ont été effectués sur un jet bidimensionnel installé dans une chambre anéchoïque. Deux analyses complémentaires ont été effectuées sur le champ de pression acoustique existant après la traversée du jet : l'une porte sur les fluctuations d'amplitude et de phase du signal de pression transmis (intensités, spectres, densité de probabilité) ; l'autre concerne les moments d'ordre un et deux du champ de pression (onde cohérente, intensités acoustiques, spectres de puissance, corrélations spatiales et spatio-temporelles).

Pour décrire la propagation des ondes acoustiques dans la turbulence nous devons d'abord souligner l'importance de l'équation stochastique de Helmholtz qui malgré son caractère approché permet de prendre assez bien en compte l'interaction acoustique-turbulence. Les différentes méthodes de résolution de cette équation ont été rappelées et nous avons plus particulièrement porté notre attention sur deux d'entre elles pour l'intérêt qu'elles présentent quant au cas de la propagation atmosphérique.

La première méthode est celle de Rytov qui concerne la prédiction des fluctuations du logarithme de l'amplitude et la prédiction des fluctuations de la phase. Nos essais apportent alors les résultats suivants :

- les lois d'évolution de l'intensité des fluctuations et de leurs spectres, en fonction des paramètres de la turbulence, sont bien vérifiées et les coefficients numériques qui interviennent sont estimés pour un faisceau.
- une loi de probabilité du type Gamma généralisée décrit de façon satisfaisante la densité de probabilité des fluctuations d'amplitude même aux forts niveaux de fluctuations ; les lois proposées antérieurement (Log Normal, Rayleigh-Rice ou Beckman) apparaissent n'être pas très bien adaptées.

- par contre les fluctuations de phase suivent assez bien une loi gaussienne comme le laisse prévoir la méthode de Rytov.
- les structures turbulentes qui interviennent de façon significative dans la génération des fluctuations d'amplitude du signal de pression transmis, ont des dimensions comparables à celles de la 1ère zone de Fresnel.
- c'est par contre l'échelle externe de la turbulence qui est à considérer pour rendre compte des fluctuations de phase.

La seconde méthode examinée est celle de l'approximation parabolique qui en dépit d'une hypothèse de fermeture du type delta-corrélé pour les fluctuations de vitesse turbulente, permet d'effectuer diverses prédictions de façon très satisfaisantes :

- atténuation de l'onde cohérente qui peut atteindre 40 dB,
- atténuation de l'intensité acoustique pour le cas d'un faisceau,
- estimation de l'élargissement spectral,
- estimation de l'échelle spatiale de cohérence latérale d'un faisceau.

En outre, l'analyse des corrélations spatio-temporelles a mis en évidence une convection de l'image de diffraction du champ acoustique à une vitesse de défilement qui est supérieure à celle de l'écoulement par un facteur de l'ordre de 1.8. Une estimation numérique a été conduite pour le cas d'un faisceau, un facteur comparable est obtenu (≈ 1.5) lequel se trouve effectivement situé entre les valeurs limites 1 et 2 qui correspondent respectivement aux ondes planes et aux ondes sphériques.

Divers prolongements de cette étude sont possibles. En premier lieu il conviendrait d'effectuer des mesures qui permettent d'étendre les résultats obtenus à d'autres champs turbulents. Il serait en particulier intéressant de faire varier la vitesse moyenne de l'écoulement et de générer ensuite des gradients cinématiques et thermiques afin de se rapprocher des expériences réalisées in situ. En second lieu de plus grandes distances de propagation dans la turbulence seraient à considérer. La nouvelle installation en cours de montage au Laboratoire devrait d'ailleurs permettre assez aisément de réaliser des distances de l'ordre de 50 fois l'échelle intégrale de la turbulence.

Dans ce contexte les problèmes posés par l'imagerie acoustique pourraient alors être ré-examinés afin de dégager d'éventuelles améliorations pour les essais in situ. Par ailleurs des simulations numériques se devraient d'être tentées afin que puisse être plus précisément appréciées certaines des hypothèses faites dans l'obtention de l'équation de Helmholtz et dans sa résolution par la méthode de Rytov ou par l'approximation parabolique.

*

*

*

BIBLIOGRAPHIE

*

ANKE D. (1974)

"Luftschallwandler nach dem sell-prinzip für frequenzen von 50 kHz bis 100 kHz".
Acustica 30, p. 30.

BAERG W. & SCHWARTZ W.H. (1966)

"Measurements of the scattering of sound of from turbulence".
J. Acoust. Soc. Am. Vol. 39 (6), p. 1125-1132.

BARABANENKOV Y.N., KRAVTSOV Yu. A., RYTOV S.M., TATARSKI V.I. (1971)

"Status of the theory of propagation of waves in a randomly inhomogeneous medium".
Soviet Physics JETP Vol. 13 n° 5, pp. 551-680.

BENDAT J.S. & PERSOL A.G. (1980)

"Engineering applications of correlation and spectral analysis".
John Wiley & Sons, New-York.

BREMMER H. (1973)

"General remarks concerning theories dealing with scattering and diffraction in
random media".
Radio Science Vol. 8 n° 6, p. 511-534.

CAMPOS L.M.B.C. (1978)

"The spectral broadening of sound by turbulent shear layers".
Part I and Part II, Fluid Mech. Vol. 89, pp. 723-749 ; pp. 751-783.

CANDEL S.M., GUEDEL A., JULIENNE A. (1976)

"Radiation, refraction and scattering of acoustic waves in a free shear flow".
AIAA Paper n° 76 544.

→ CHERNOV L.A. (1960)

"Wave propagation in a random medium".
Mc Graw-Hill, New-York.

CLIFFORD F.S., BOURICIUS G.M.B., OCHS G.R., ACKLEY M.H. (1971)

"Phase variations in atmospheric optical propagation".
J. Opt. Soc. Am. Vol. 61 n° 10, p. 1279-1284.

ESCUDIÉ B., HELLION A., LARCHER J. (1975)

"Etude de la propagation aléatoire en atmosphère aérienne".
Compte rendu DGRST, Mécanique, Bruit et Vibrations, contrat n° 73.7.1785.

ESCUDIÉ B., LARCHER J., NINGRE P. (1979)

"Etat des recherches sur la propagation aléatoire du son dans l'atmosphère".
Revue d'Acoustique Vol. 12 n° 51, pp. 224-227.

DASHEN R. (1979)

"Paths integrals for waves in random media".
J. Math. Phys. 20 (5), pp. 894-920.

DE WOLF A. (1969)

"Are strong irradiance fluctuations by Log Normal or Rayleigh distributed ?
J. Opt. Soc. Am. Vol. 59 n° 11, p. 1455-1460.

→ FANTE R.L. (1974)

"Mutual coherence function and frequency spectrum of a laser beam propagating through atmospheric turbulence".
J.O.S.A. Vol. 64 n° 2, p. 592-598.

FANTE R.L. (1975a)

"Propagation in turbulent media : a review of recent papers".
NTIS-U.S. Department of Commerce.

FANTE R.L. (1975b)

"Electric field spectrum and intensity covariance of a wave in a random medium".
Radio Science Vol. 10 n° 1, p. 77-85.

FLATTE S.M. (1979)

"Sound transmission through a fluctuating ocean".
Cambridge University Press, London.

FRIED D.L., SEIDMAN J.B. (1967)

"Laser-beam scintillation in the atmosphere".
J.O.S.A. 57, pp. 181-185.

FRISCH U. (1968)

"Wave propagation in random media".
In Probabilistic methods in applied mathematics vol. 1, Academic Press, New-York.

FURUSTU K. (1963)

J. Res. Nat. Bur. Std. (U.S.) 67-D (303).

GAZANHES C. & LEANDRE J. (1974)

"Propriétés statistiques d'une onde sonore diffusée par une surface aléatoire : Application à la réflexion sous-marine de surface".
Acustica Vol. 30, p. 12-19.

GOLITSYN G.S., GURVICH A.S., TATARSKI V.I. (1960)

"Investigation of the frequency spectra of amplitude and phase difference fluctuations of sound waves in a turbulent atmosphere".

GORDON L.C. (1970)

"Acoustic sounding of the power atmosphere".
Meteorologie Monographs Vol. 11 n° 33, p. 397-404.

GRACHEVA M.E., GURVICH A.S. (1970)

"Measurements of variance of "strong" intensity fluctuations for laser radiation in atmosphere".
Izr. Vyssh. Uchebn. Zaved., Radiofizika 13 n° 1, pp. 56-60.

GURVICH A.S., TATARSKI V.I. (1975)

"Coherence and intensity fluctuations of light in the turbulent atmosphere".
Radio Science Vol. 10 n° 1, p. 3-14.

GUTMARK E. & WYGNANSKI I. (1974)

"On the two-dimensional turbulent jet".
T.A.E. Report n° 201. Israël.

- HO C.M. & KOVAZNAY L.S.G. (1974)
"Modulation of acoustic wave by turbulent shear flow".
X Tech. Rep. F44-620-69-C-0023 U.S. Air Force Office of Scientific Res., Virginia.
- HO C.M. & KOVAZNAY L.S.G. (1976)
X "Propagation of a coherent acoustic wave through a turbulent shear flow".
J. Acoust. Soc. Am. 60 n° 1, pp. 40-45.
- HOPF E. (1952)
"Statistical hydromechanics and functional calculus".
J. Rat. Mech. & Analysis 1, p. 87-123.
- ISHIMARU A. (1978)
"The beam wave case and remote sensing".
Chapitre 3 in "Laser Beam propagation throught the atmosphere". Topics in Applied Physics (J.W. Strohbehm ed. / Springer-Verlag).
- ISHIMARU A. (1978)
"Wave Propagation and scattering in random media".
Vol. 1 et 2, Academic Press, New-York.
- JOURDAIN G. (1973)
"Caractérisation d'un milieu de transmission aléatoire par un modèle de filtre aléatoire variable au cours du temps".
Annales de télécommunications 28, n° 9-10.
- JOURDAIN G. (1976)
"Filtres linéaires aléatoires et non stationnaires ; modèles, simulations et applications". Thèse de Doctorat es Sciences. Grenoble.
- KELLER J.B. (1969)
"Accuracy and Validity of the Born and Rytov approximations".
- KLYATSKIN K.I. (1970a)
"Applicability of the approximation of a Markov random process in problems relating to the propagation of light in a medium with random inhomogeneities".
Soviets Physics JETP Vol. 30 n° 3, pp. 520-523.
- KLYATSKIN V.I., TATARSKI V.I. (1970b)
"The parabolic equation approximation for propagation of waves in a medium with random inhomogeneities". Soviets Physics JETP Vol. 31 n° 2, pp. 335-339.
- KLYATSKIN V.I., TATARSKI V.I. (1972)
"Statistical theory of light propagation in turbulent medium".
Radio Phys. Vol. 15, n° 10, pp. 1095-1112.
- KORMAN M.S., BEYER R.T. (1980)
"The scattering of sound by turbulence in vortex".
J. A.S.A. 67 (6) pp. 1980-1987.
- KRAICHNAN R.H. (1961)
"Dynamics of Nonlinear stochastic systems".
J.M.P. Vol. 2 n° 1, pp. 124-148.
- LARCHER J., 1976
"Etude de la propagation aléatoire des ondes sonores en milieu aléatoire naturel". Thèse de Docteur-Ingénieur, Grenoble.
- MANDICS P.A., LEE R.W., WATERMAN A.T. (1973)
"Spectra of short-term fluctuations of line-of-sight signals : Electromagnetic and acoustic". Radio Science, Vol. 8 n° 3, pp. 185-201.

MACHMERTH H., THEISS D. & SCHNITZLER H.U. (1975)
"Konstruktion eines luftultraschallgebers mit konstantem frequenzgang im Bereich von 15 kHz bis 130 Khz. Acustica 34, p. 81.

MONIN A.S. & YAGLOM A.M. (1975)
"Statistical fluid mechanics : mechanics of turbulence".
Vol. 2, Ch. 9, The MIT Press, Cambridge.

NEUBERT J.A. & LUMLEY J.L. (1970)
"Derivation of the stochastic Helmholtz equation for sound propagation in a turbulent fluid". J.A.S.A. 48, pp. 1212-1218.

NINGRE P. (1978)
"Etude critique de divers modèles statistiques de propagation aléatoire du son dans l'atmosphère". Thèse de Docteur-Ingénieur, Grenoble.

NOVIKOV E.A. (1965)
"Functionals and the random-force method in turbulence theory".
Soviets Physics JETP Vol. 20, n° 5, pp. 1290-1294.

PALMER D.R. (1979)
"A path integral approach to the parabolic approximation".
J.A.S.A. 66(3), pp. 862-871.

P.L. CHOW (1972)
"Applications of function space integrals to problems in wave propagation in random media". J. Math. Phys. - Vol. 13 n° 8, pp. 1224-1236.

P.L. CHOW (1974)
"On the exact and approximate solutions of a random parabolic equation".
J. App. Math. - Vol. 27 n° 3, pp. 376-397.

P.L. CHOW (1976)
"Function - Space - Differential equations associated with a stochastic partial differential equation".
Indiana University Mathematics Journal - Vol. 25, n° 7, pp. 609-627.

P.L. CHOW (1978)
"Stochastic partial differential equations; Turbulence related problems".
In Prob. Analysis and related Topics Vol. 1, A.T. Bharacha-Reid Ed., Academic Press, N.Y.

→ PROKHOROV A.M., BUNKIN F.V., GOCHELASHVILY K.S., SHISHOV V.I. (1975)
"Laser irradiance propagation in turbulent media".
Proceeding of the I.E.E.E. Vol. 63 n° 5, pp. 79°-811.

ROUSSEL C. & CHAUDOURNE S. (1979)
"Etude de la propagation aléatoire du son dans l'atmosphère".
Revue d'Acoustique Vol. 51, p. 228-231.

SHISHOV V.I. (1972)
"Strong fluctuations of the intensity of a plane wave propagating in a random refractive medium".
Soviets Physics J.E.T.P. Vol. 34 n° 4, p. 744-748.

STONE R.G. & MINTZER D. (1962)

"Range dependence of acoustic fluctuations in a randomly inhomogeneous medium".
J. Acous. Soc. Amer. Vol. 34, p. 647.

STONE R.G. & MINTZER D. (1965)

"Transition regime for acoustic fluctuations in a randomly inhomogeneous medium".
J.A.S.A. p. 843-846.

STROHBEHN J.W., WANG T., SPECK J.P. (1975)

"On the probability distribution of line of sight fluctuations of optical signals".
Radio Science Vol. 10 n° 1, p. 59-70.

TAPPERT F.D. (1977)

"The parabolic approximation method".
Ch. 5 in wave propagation and underwater acoustics.
Lecture notes in Physics n° 70, Springer-Verlag, New-York.

→ TATARSKI V.I. (1961)

"Wave propagation in a turbulent medium".
Mc Graw-Hill, New-York.

→ TATARSKI V.I. (1969)

"Light propagation in a medium with random refractive index inhomogeneities
in the markov random process approximation". Soviets Physics JETP Vol. 29, n° 6,
pp. 1133-1138.

TATARSKI V.I. (1971)

"The effects of turbulent atmosphere on wave propagation".
I.P.S.T. Keter Press, Jerusalem.

TATARSKI V.I. (1972)

voir KLYATSKIN (1972).

TENNEKES H. et LUMLEY J.L. (1971)

"A first course in turbulence"
(Ch. 8) The MIT Press, Cambridge.

USCINSKI B.J. (1977)

"The elements of wave propagation in random media".
Mc Graw-Hill, New-York.

WANG T., STROHBEHN J.W. (1974a)

"Log Normal paradox in atmospheric scintillations".
J. Opt. Soc. Am. Vol. 64 (5), p. 583-591.

WANG T., STROHBEHN J.W. (1974b)

"Perturbed Log Normal distribution of irradiance fluctuations".
J. Opt. Soc. Am. Vol. 64 (7), p. 994-999.

WENZEL A.R. et KELLER J.B. (1971)

"Propagation of acoustic waves in a turbulent medium"
J.A.S.A. Vol. 50, n° 3, pp. 911-920.

YURA H.T. (1974a)

"Temporal-frequency spectrum of an optical wave propagating under saturations
conditions". J.O.S.A. 64 n° 3, pp. 357-359.

YURA H.T. (1974b)

"Physical model for strong optical-amplitude fluctuations in a turbulent medium".
J.O.S.A. 64 n° 1, pp. 59-67.

ANNEXE I

I. La formule de Feynman-Kac

Considérons le problème suivant :

$$(A1) \quad \frac{\partial}{\partial t} u(t, x, \xi) - \frac{\alpha}{2} \Delta u(t, x, \xi) - \beta \int \xi(t, z) u(t, x, \xi) = 0$$

$$u(0, x, \xi) = f(x) \quad f(x) \in \mathbb{R}_n$$

où α, β sont des constantes, et Δ le laplacien dans \mathbb{R}_n .

P.L. CHOW (1976) démontre que, suivant certaines hypothèses sur le processus aléatoire ξ , le système (A1) a une solution unique, qui peut se mettre sous la forme de l'intégrale de Wiener suivante :

$$(A2) \quad u(t, x, \xi) = E_z \left\{ \exp \left[\beta \int_0^t \xi(z, y(z) - y(t) + x) dz \right] f(z - y(t)) \right\}$$

ce qui constitue la formule de Kac.

Les hypothèses portant sur le processus ξ correspondent aux conditions d'existence de la fonction génératrice des moments de ξ , au sens de HOPF (1952), que l'on note :

$$(A3) \quad \Psi(\theta, \lambda, \xi) = E \left\{ \exp(\theta \langle \lambda, \xi \rangle) \right\} = \int_{\mathcal{E}} \exp(\theta \langle \lambda, \xi \rangle) P(d\xi)$$

II. La fonctionnelle caractéristique

Reprenons la fonction génératrice $\Psi(\theta, \lambda, \xi)$ (A3), et faisons $\theta = i$, nous obtenons la fonctionnelle caractéristique :

$$(A4) \quad \Psi(i\lambda, \xi) = F(\lambda) = E \left\{ \exp(i \langle \lambda, \xi \rangle) \right\}$$

Ainsi, pour $\lambda = \lambda_1$, $F(\lambda_m)$ s'exprime :

$$(A5) \quad F(\lambda_1) = E \left(\exp \left(i \int_0^{\infty} \int_{\mathbb{R}^n} \lambda(t, \vec{r}) \mu(t, \vec{r}, \omega) dt d\vec{r} \right) \right)$$

*
F I G U R E S
*

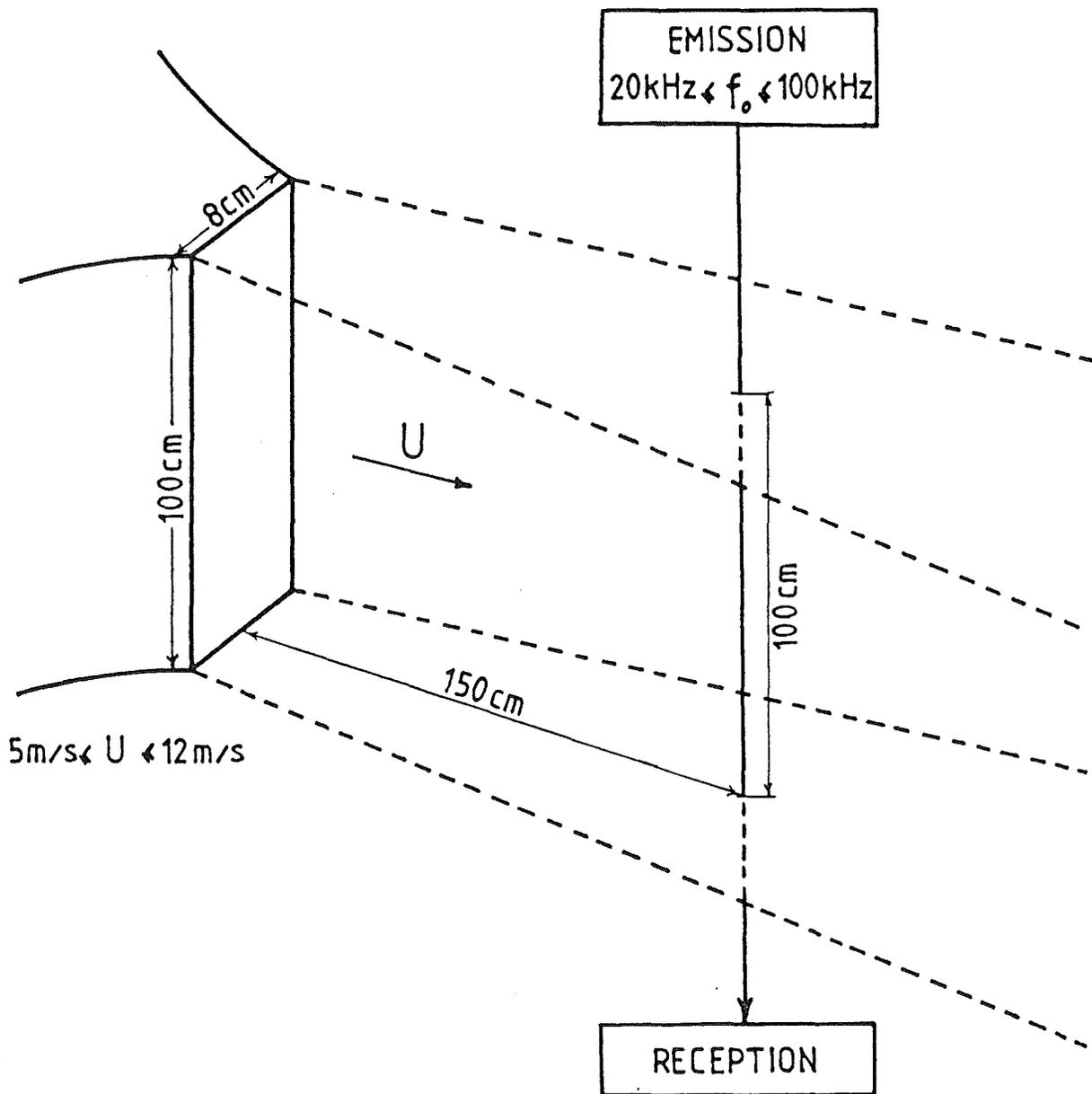


Figure 1 - Schéma de l'installation expérimentale

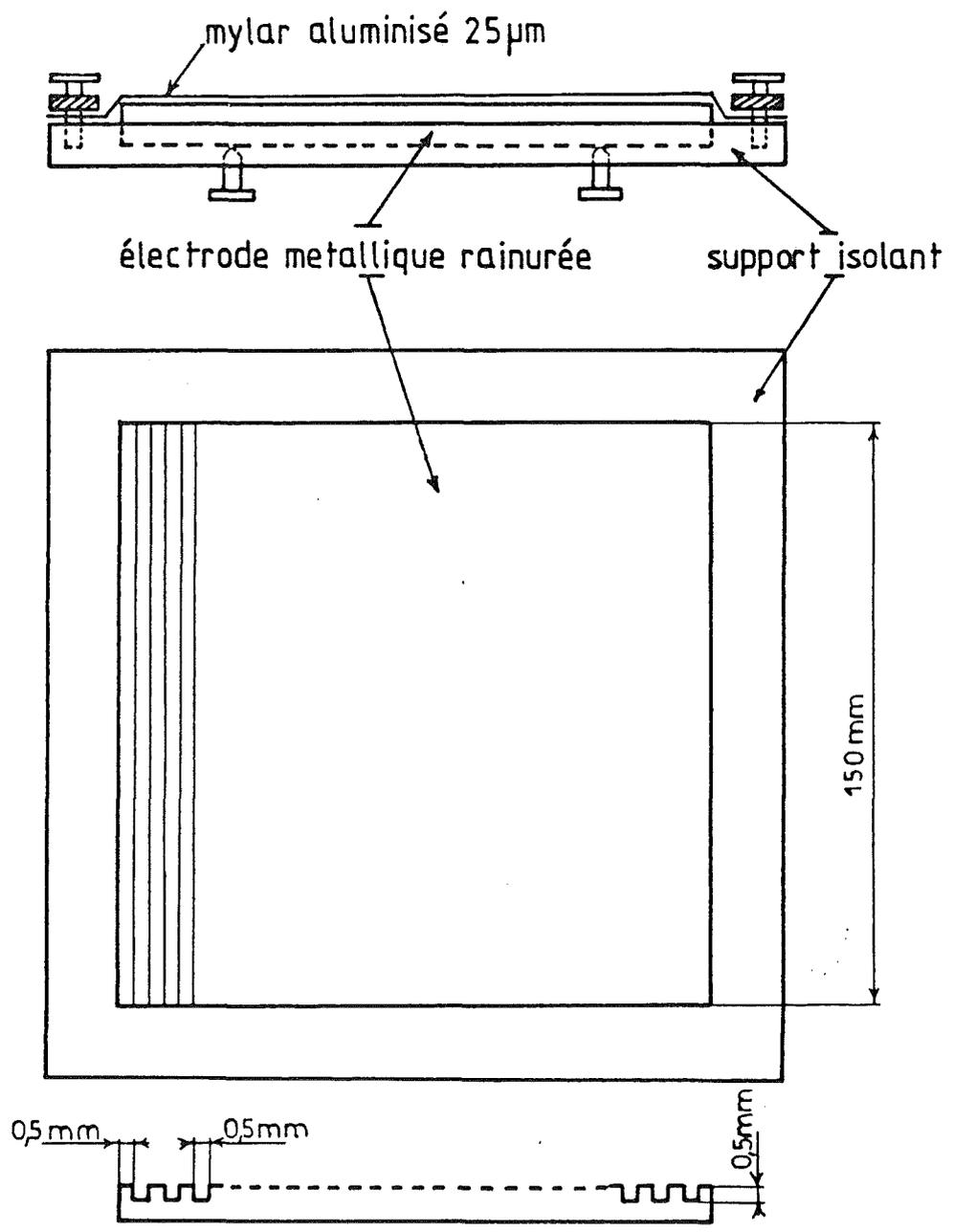


Figure 2 - Description de l'émetteur ultrasonore.

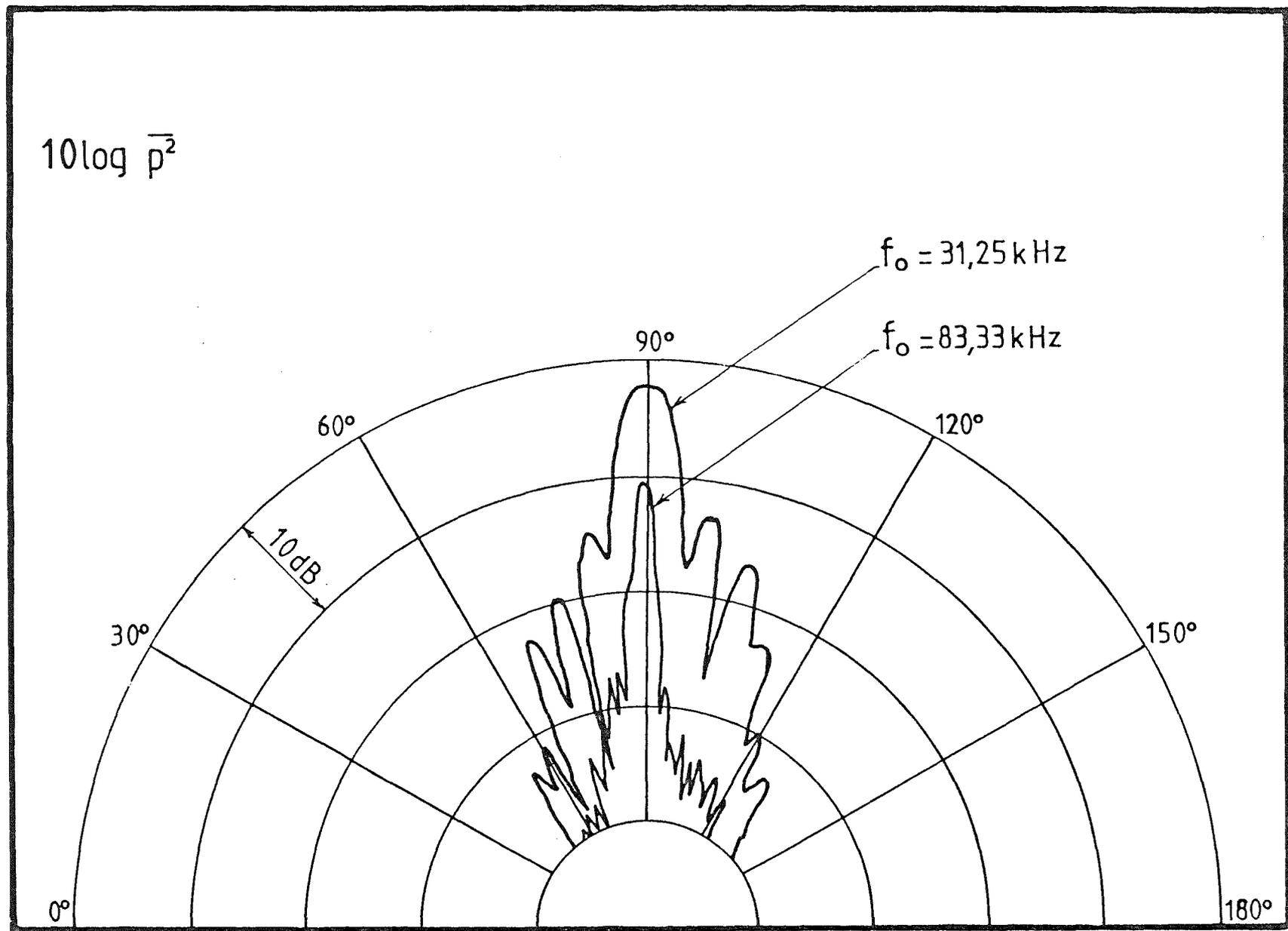


Figure 3 - Directivité de l'émetteur obtenue pour deux fréquences d'émission et à une distance d'un mètre.

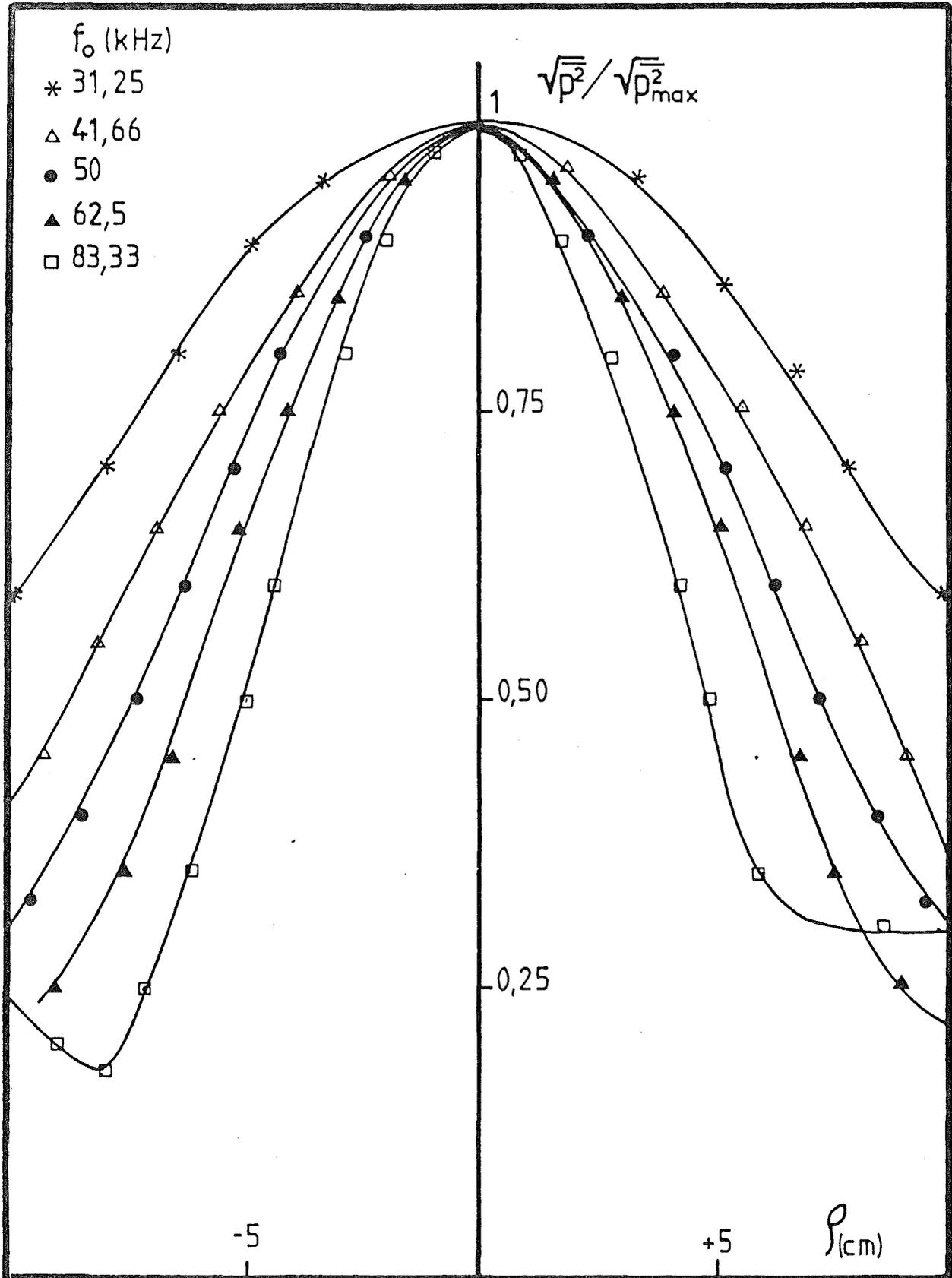


Figure 5 - Répartition de $\sqrt{p^2}$ dans le plan de mesure (à 2 m de l'émetteur) suivant la direction de la vitesse moyenne du jet et en l'absence d'écoulement.

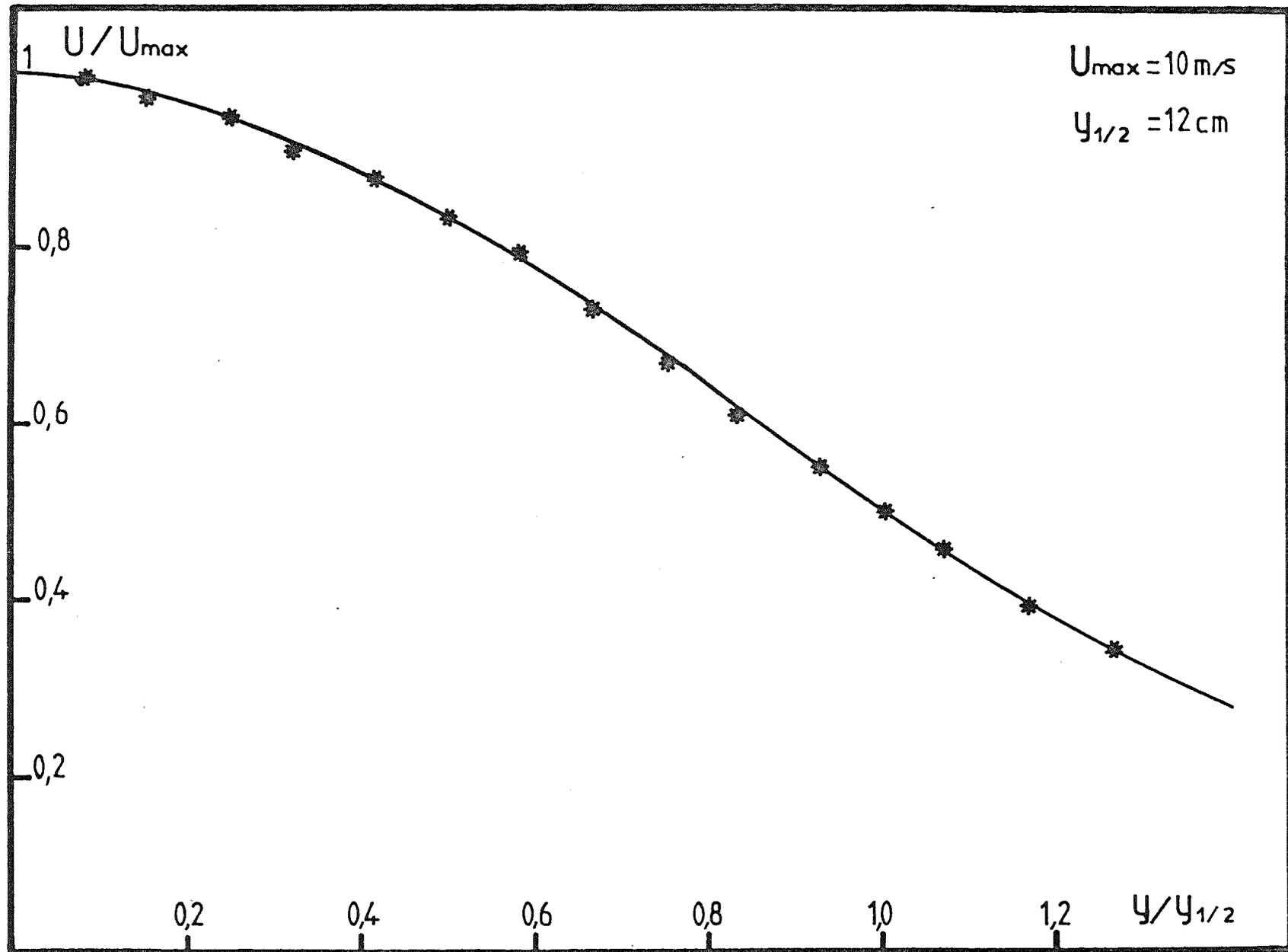


Figure 6 - Profil de vitesse moyenne relevé à 120 cm de la buse de sortie du jet bidimensionnel.

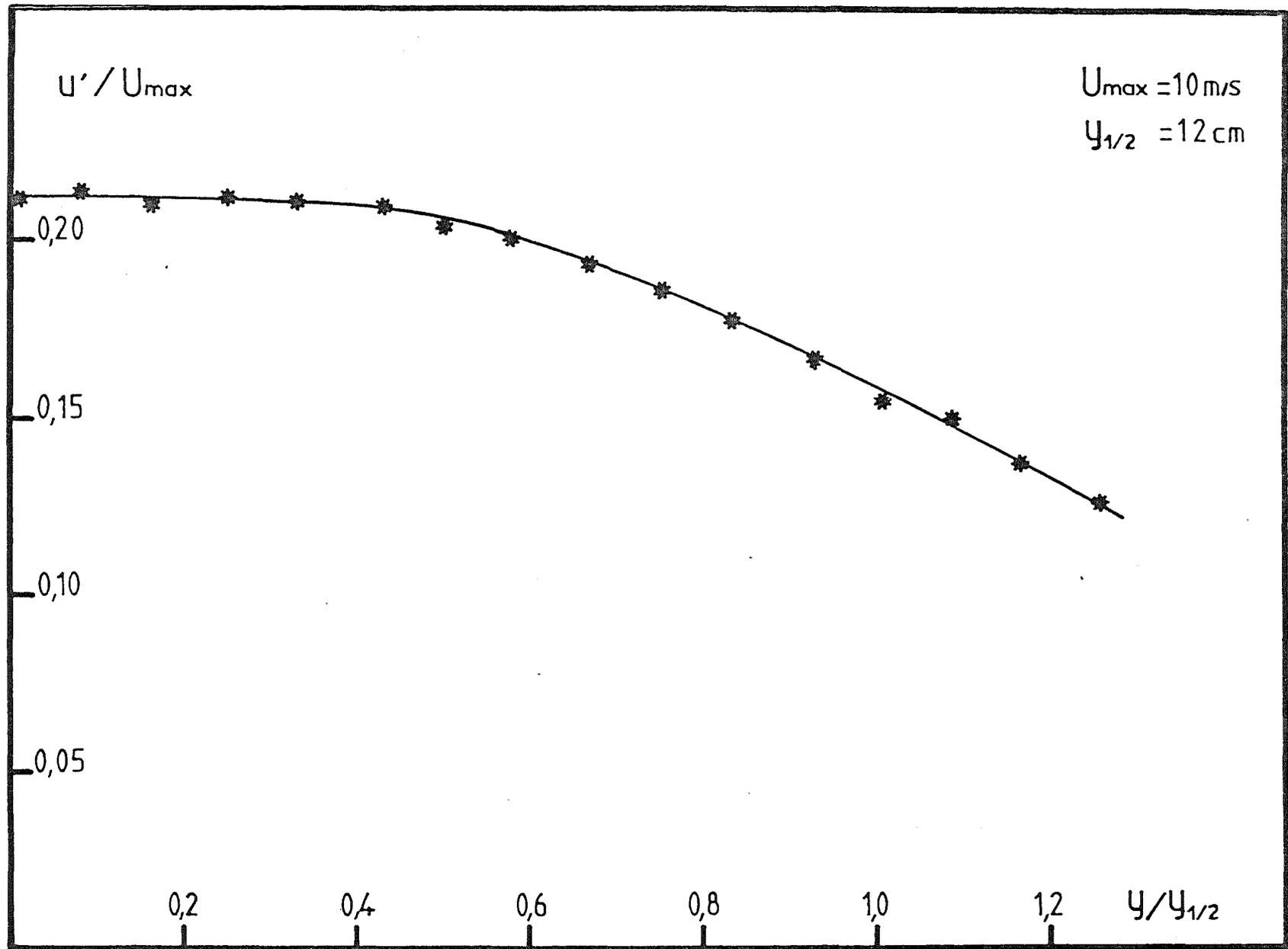


Figure 7 - Intensité de turbulence relevée à 120 cm de la buse de sortie du jet bidimensionnel.

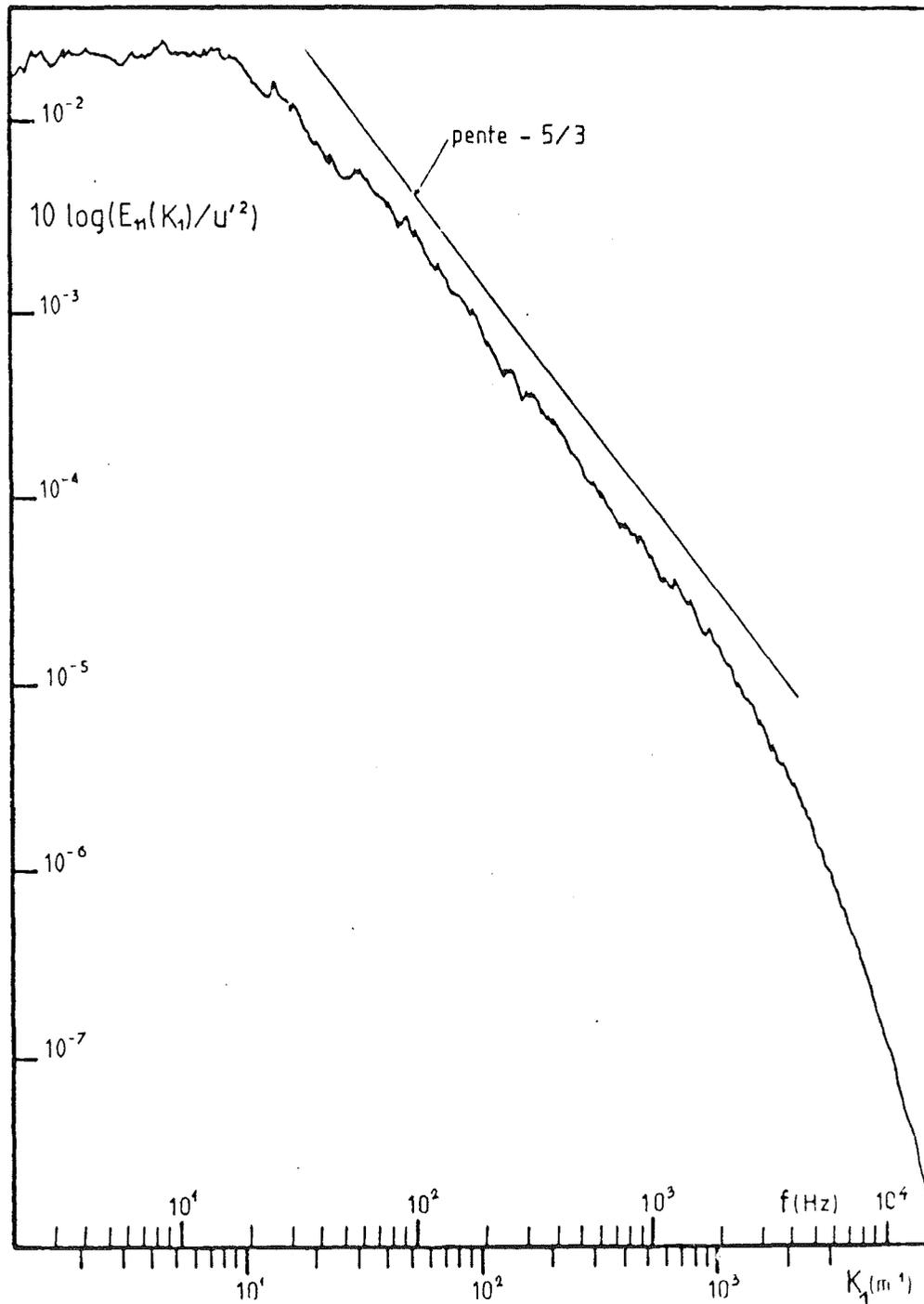


Figure 8 - Spectre unidimensionnel $E_n(k_1)$ des fluctuations longitudinales de vitesse obtenue pour une vitesse moyenne sur l'axe U de 12,6 m/s.

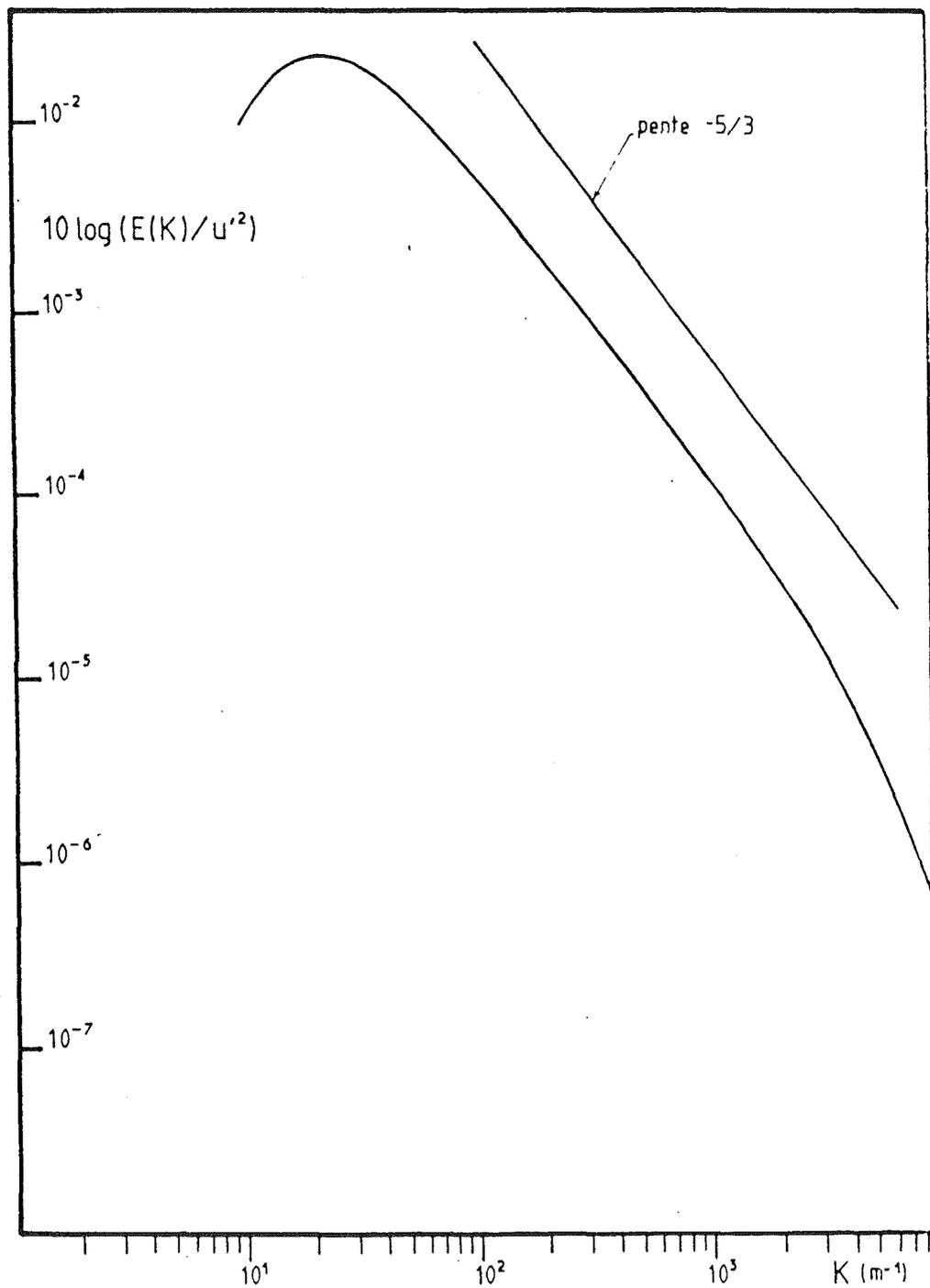


Figure 9 - Spectre tridimensionnel de l'énergie cinétique $E(K)$ obtenu pour une vitesse moyenne sur l'axe de 12.6 m/s.

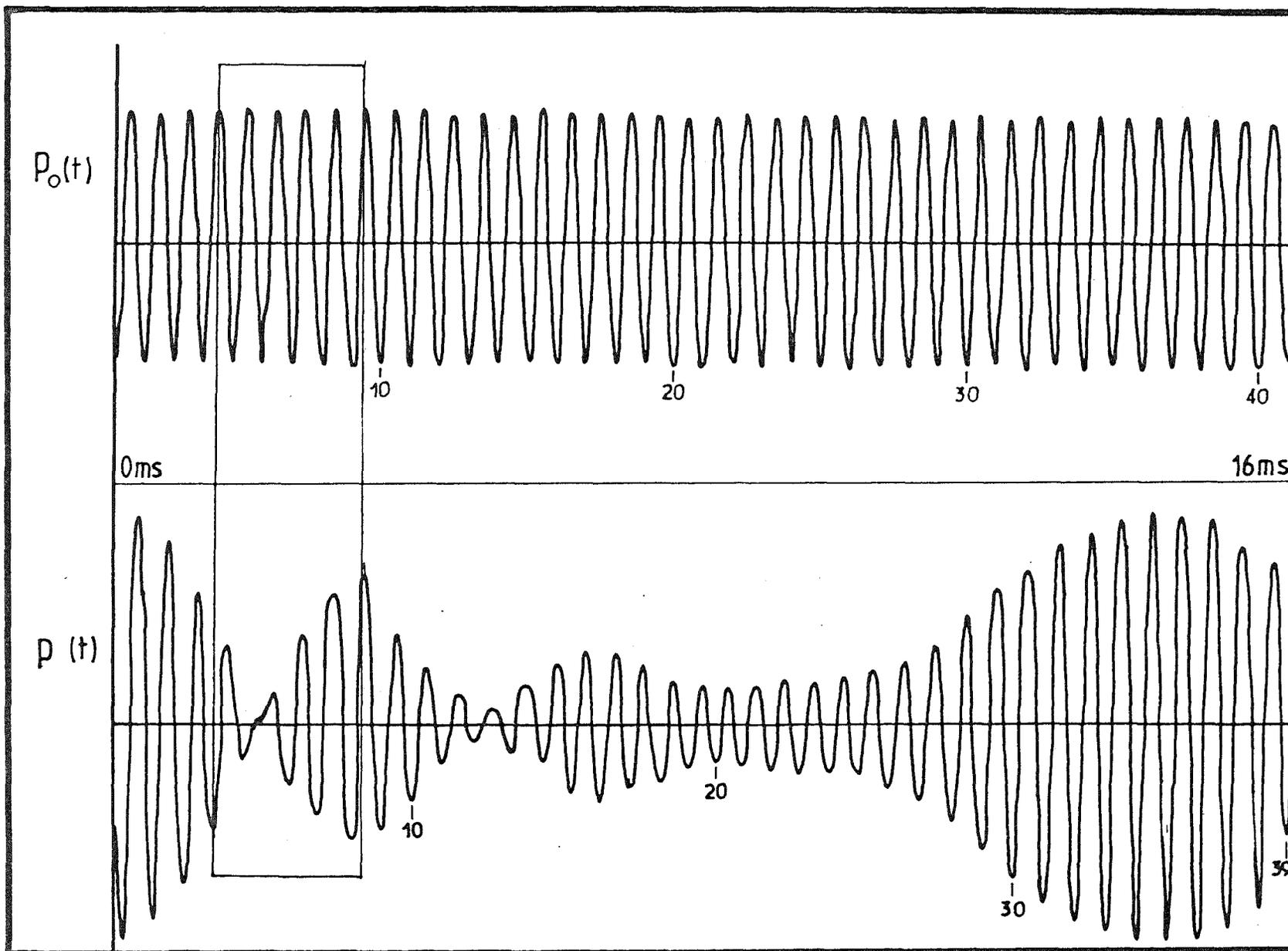


Figure 10 - Visualisation du signal de pression acoustique $p(t)$ après traversée de la turbulence pour $f_0 = 62,5$ kHz, $U = 10,8$ m/s et $x = 1$ m.

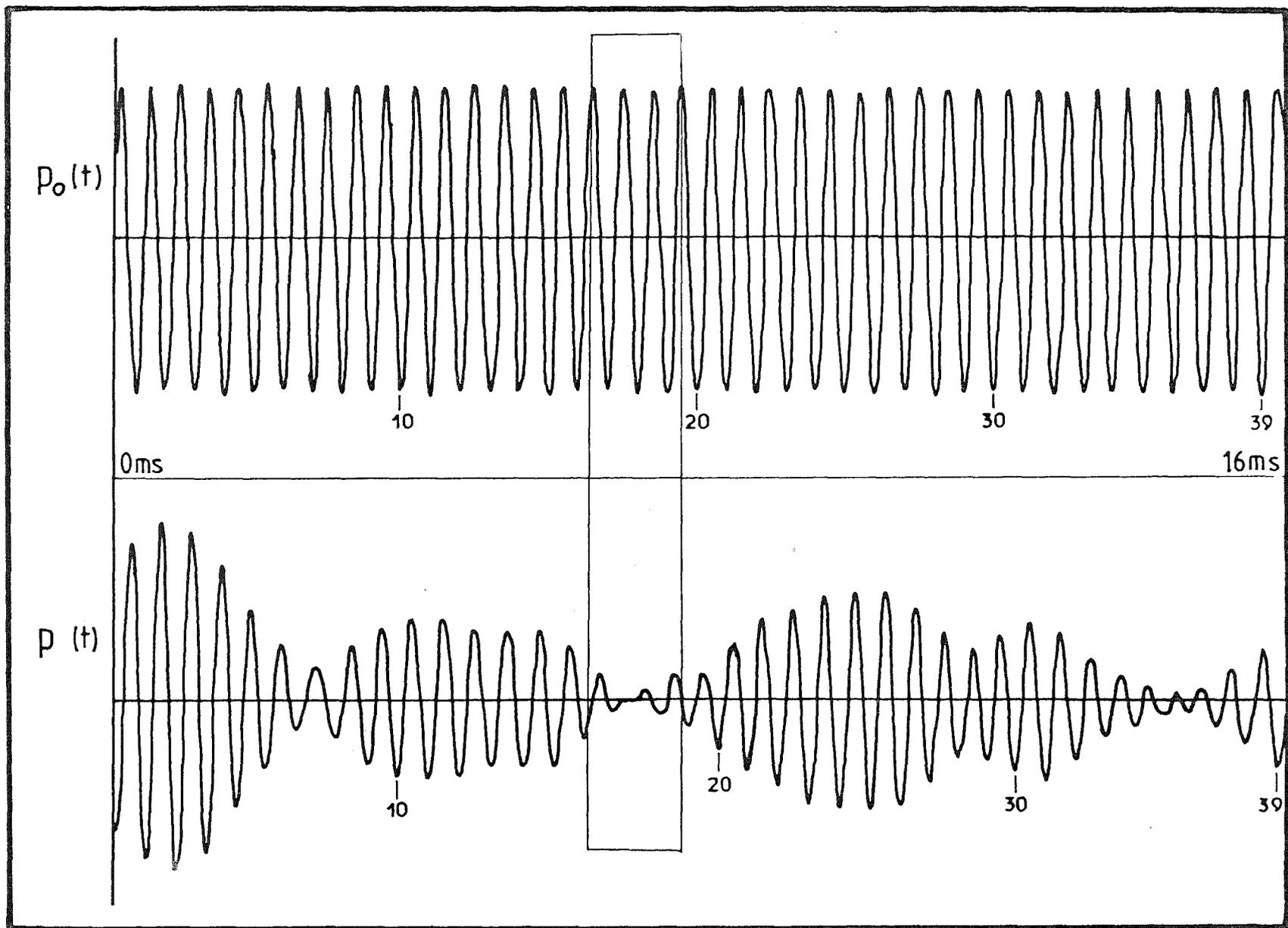


Figure 11 - Visualisation du signal de pression acoustique $p(t)$ après traversée de la turbulence pour $f_0 = 83,3$ kHz, $U = 8,6$ m/s et $x = 1$ m.

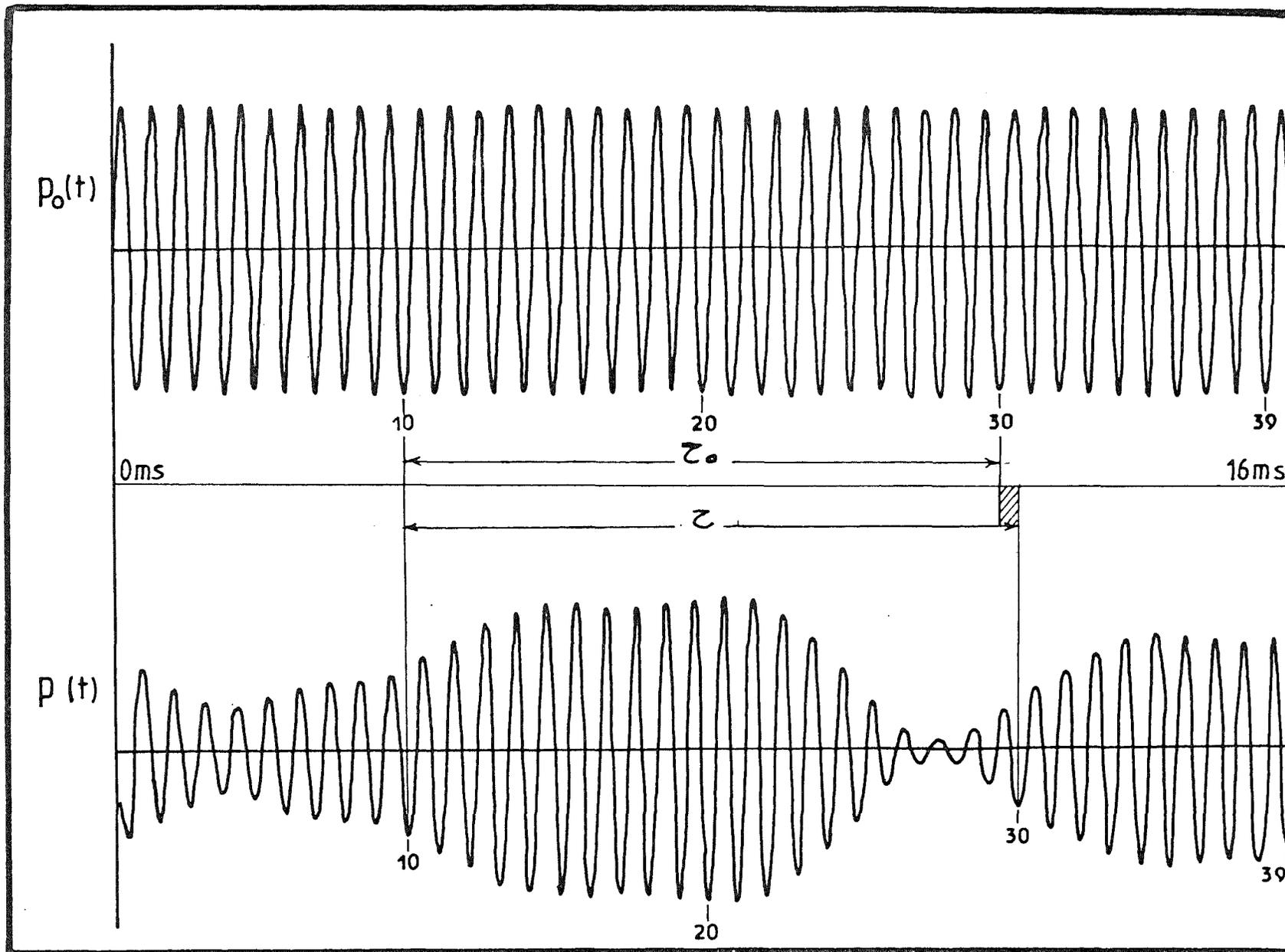


Figure 12 - Visualisation du signal de pression acoustique $p(t)$ après traversée de la turbulence pour $f_0 = 83,3$ kHz , $U = 8.6$ m/s et $x = 1$ m.

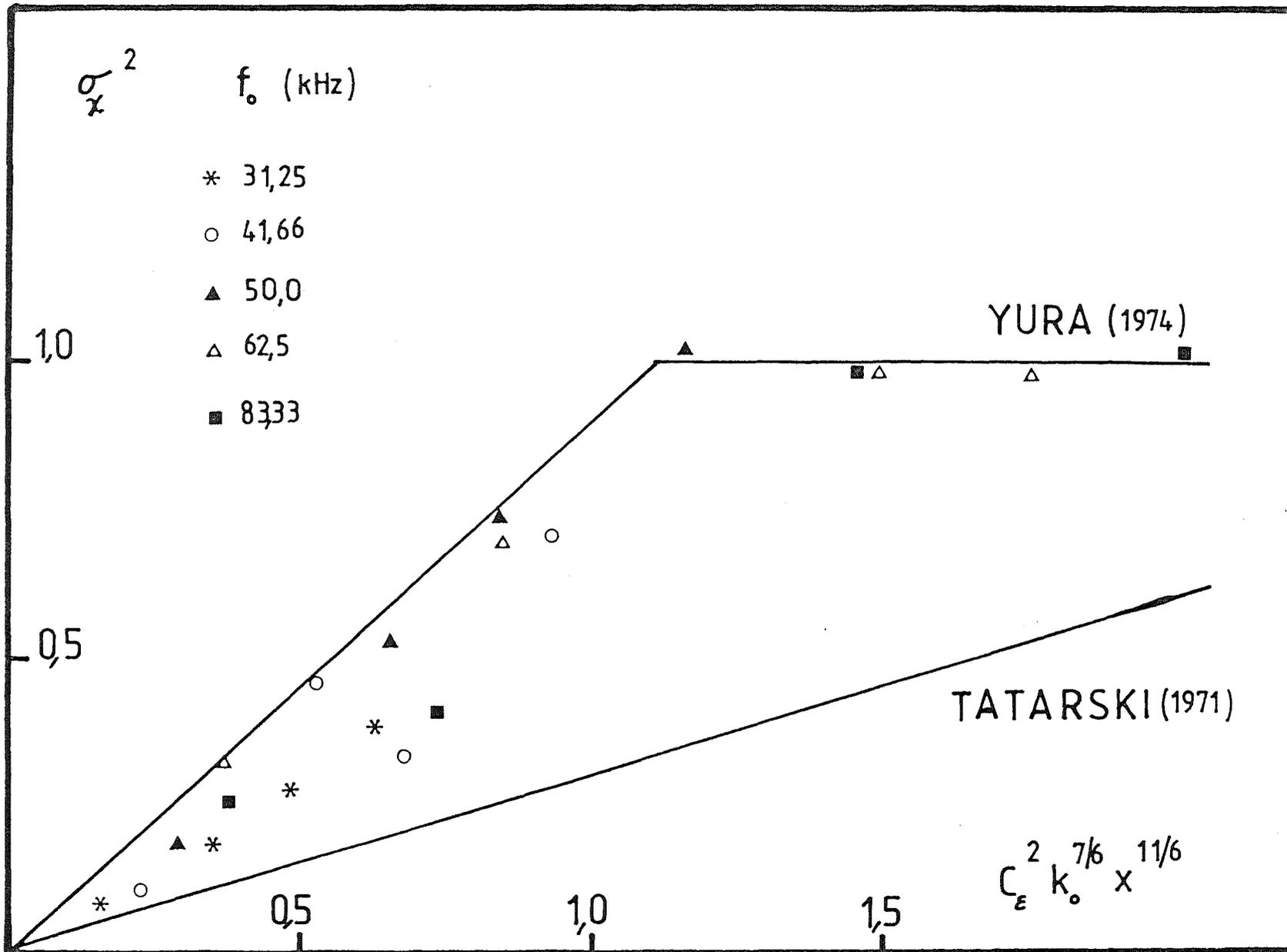


Figure 13 - Evolution de la variance des fluctuations du logarithme de l'amplitude pour différentes vitesses moyennes U (4.9 ; 7.3 ; 8.6 ; 10.8 m/s) avec $X = 1$ m.

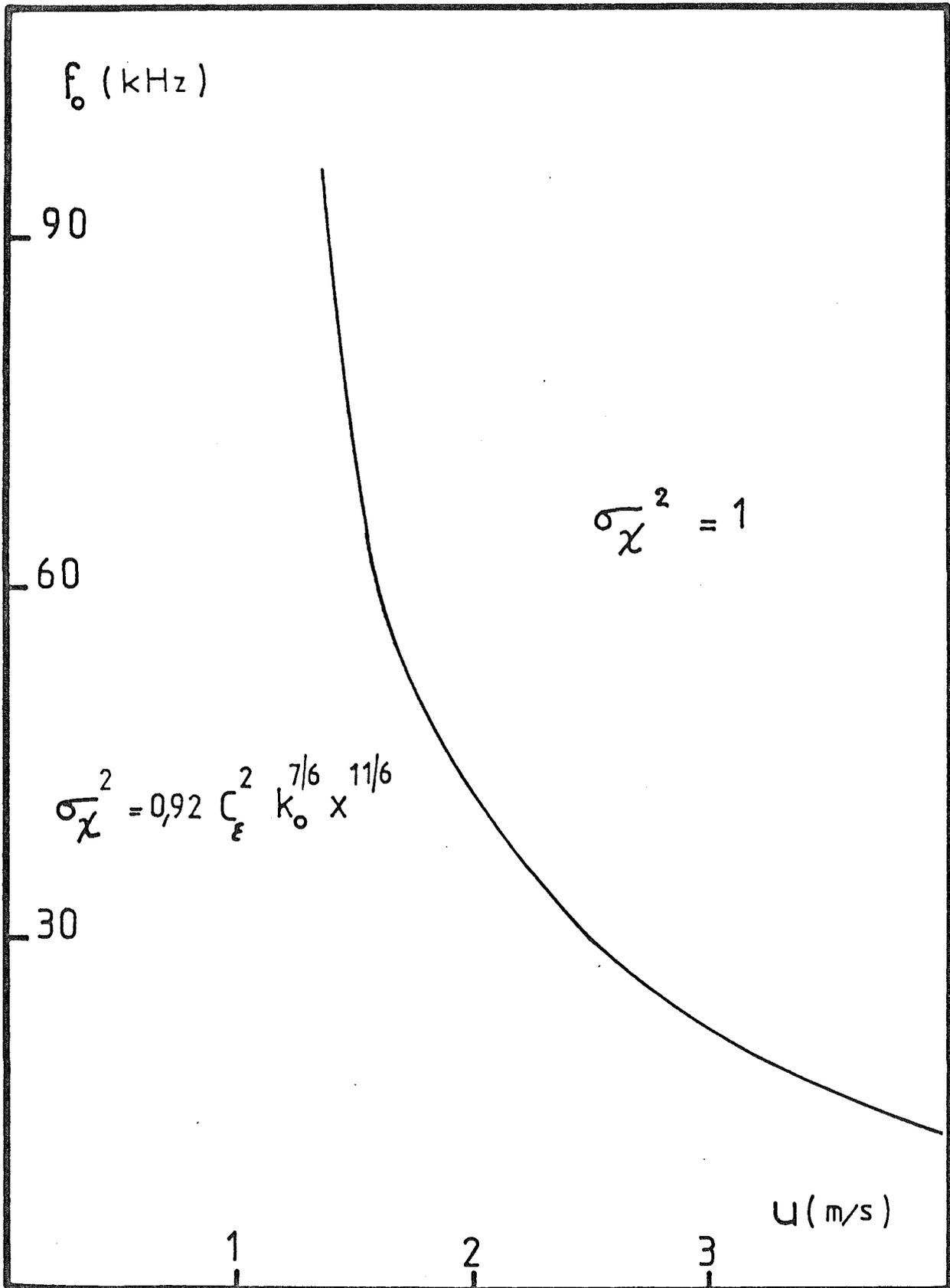


Figure 14 - Evolution de la variance des fluctuations du logarithme de l'amplitude en fonction de la moyenne quadratique des fluctuations de vitesse u ($X = 1$ m).

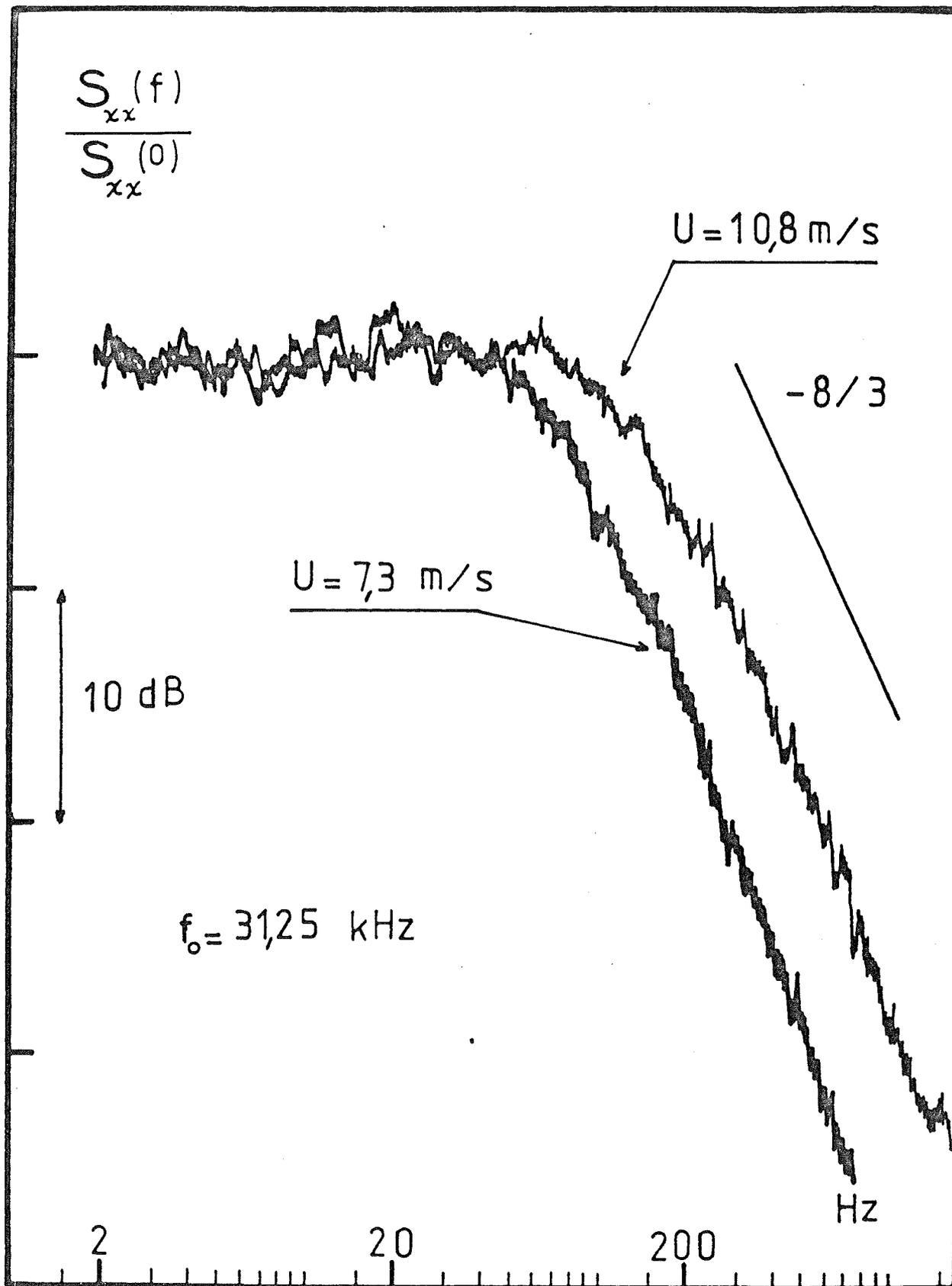


Figure 15 - Evolution du spectre des fluctuations du logarithme de l'amplitude en fonction de la vitesse moyenne U avec une fréquence d'émission $f_c = 31.25 \text{ kHz}$.

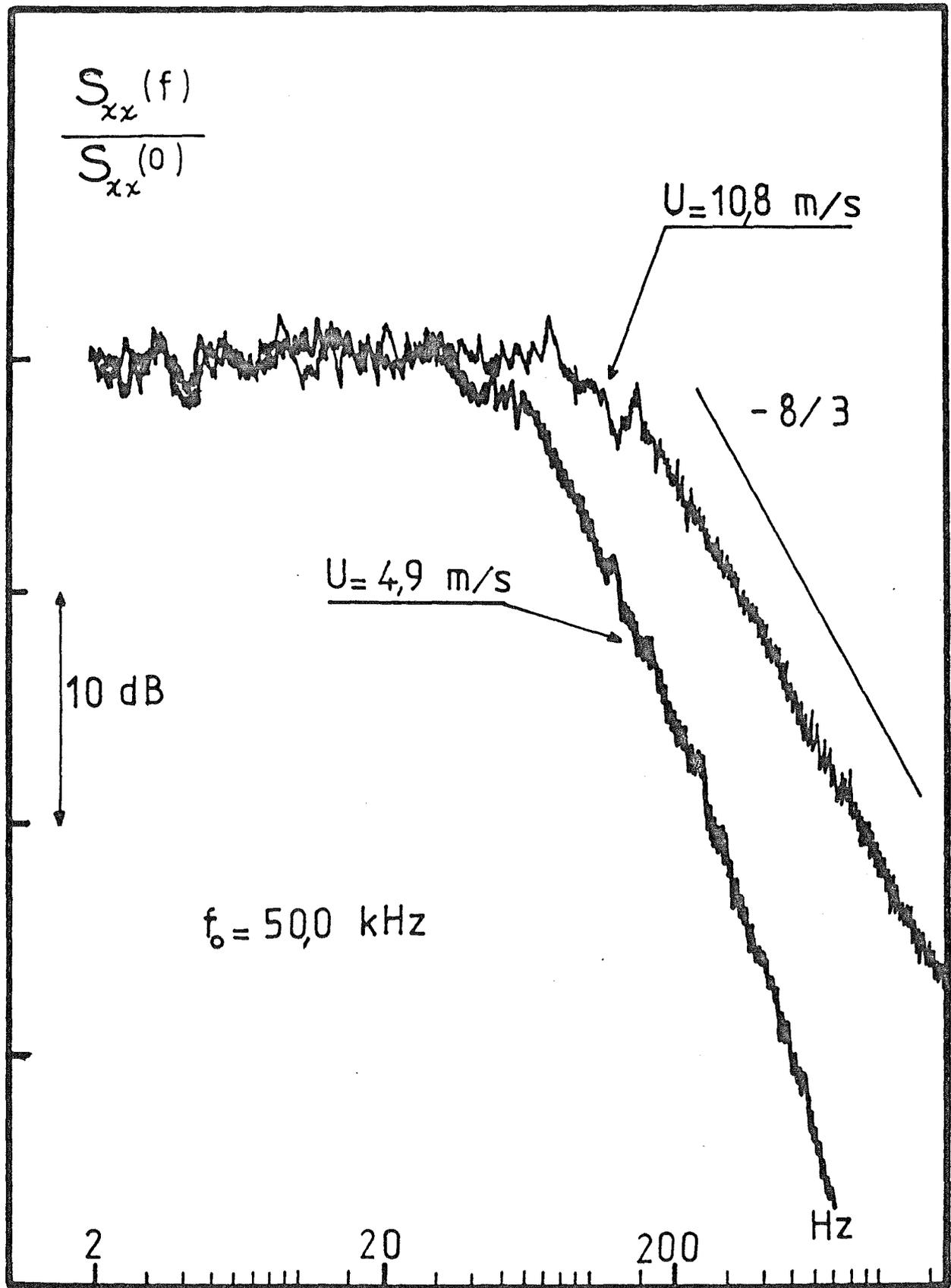


Figure 16 - Evolution du spectre des fluctuations du logarithme de l'amplitude en fonction de la vitesse moyenne U avec une fréquence d'émission $f_0 = 50 \text{ kHz}$.

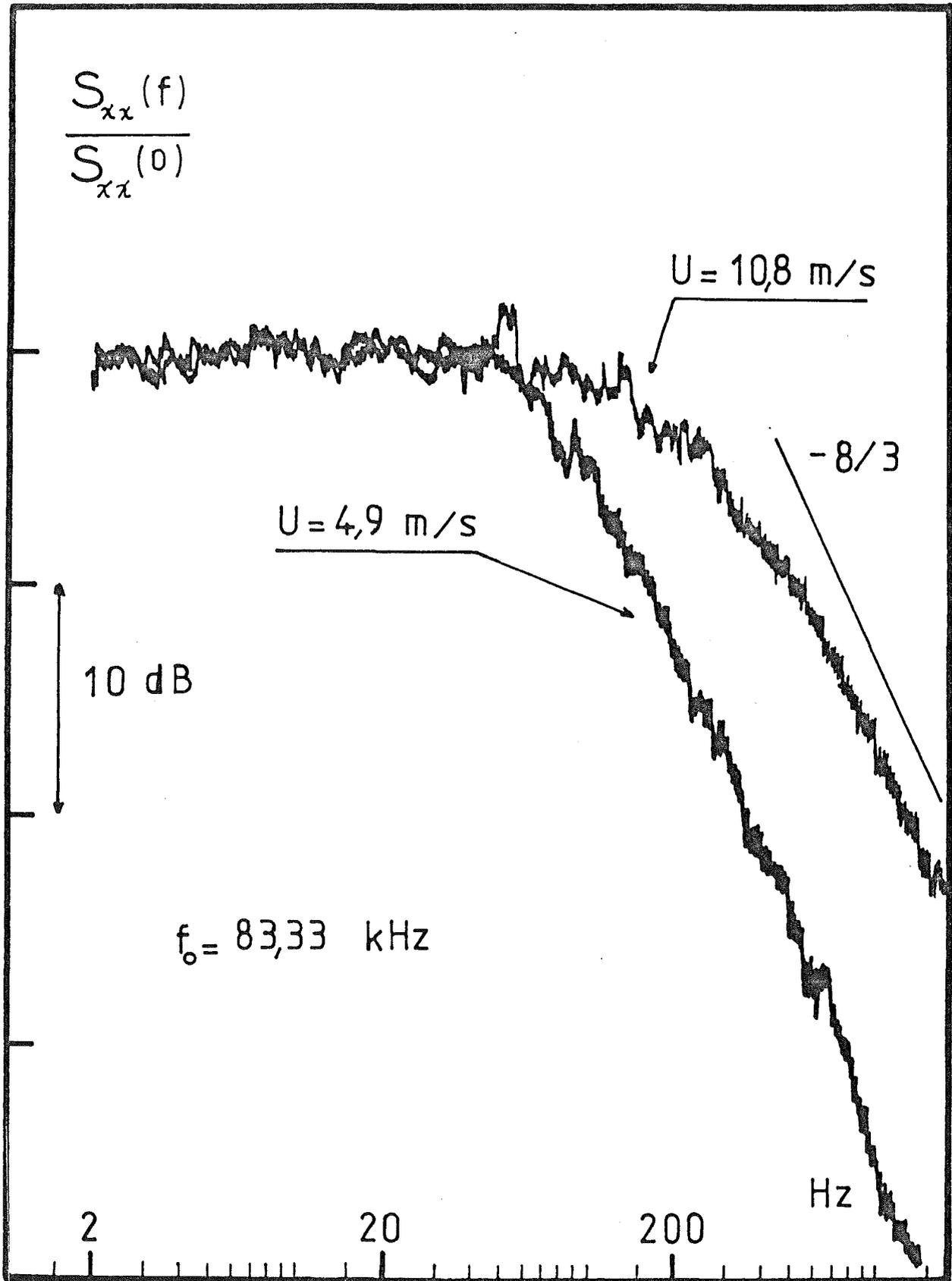


Figure 17 - Evolution du spectre des fluctuations du logarithme de l'amplitude en fonction de la vitesse moyenne U avec une fréquence d'émission $f_0 = 83.3 \text{ kHz}$.

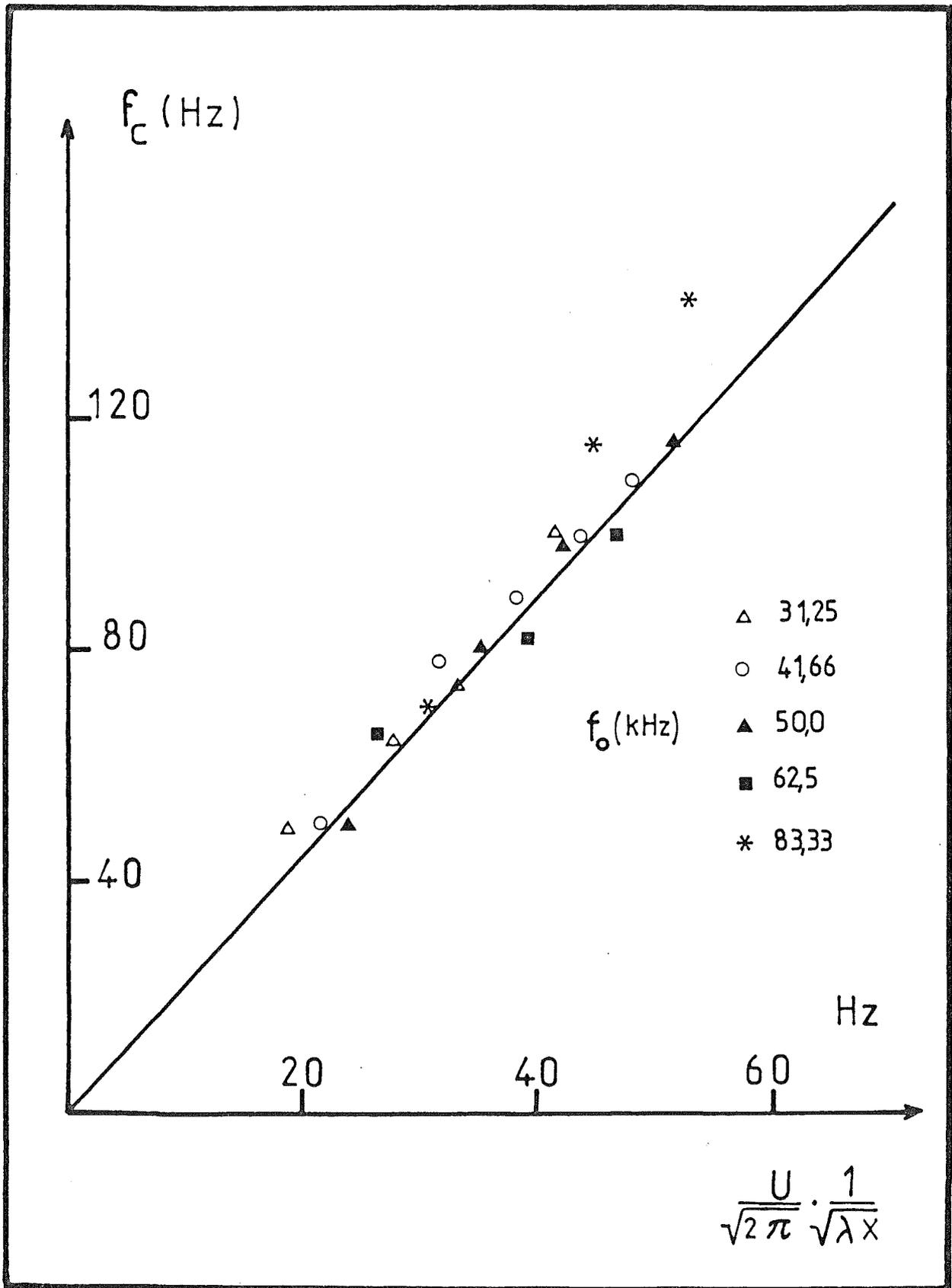


Figure 18 - Fréquences de coupure f_c des spectres des fluctuations du logarithme de l'amplitude obtenues pour différentes vitesses moyennes U (49 ; 7.3 ; 8.6 ; 10.8 m/s).

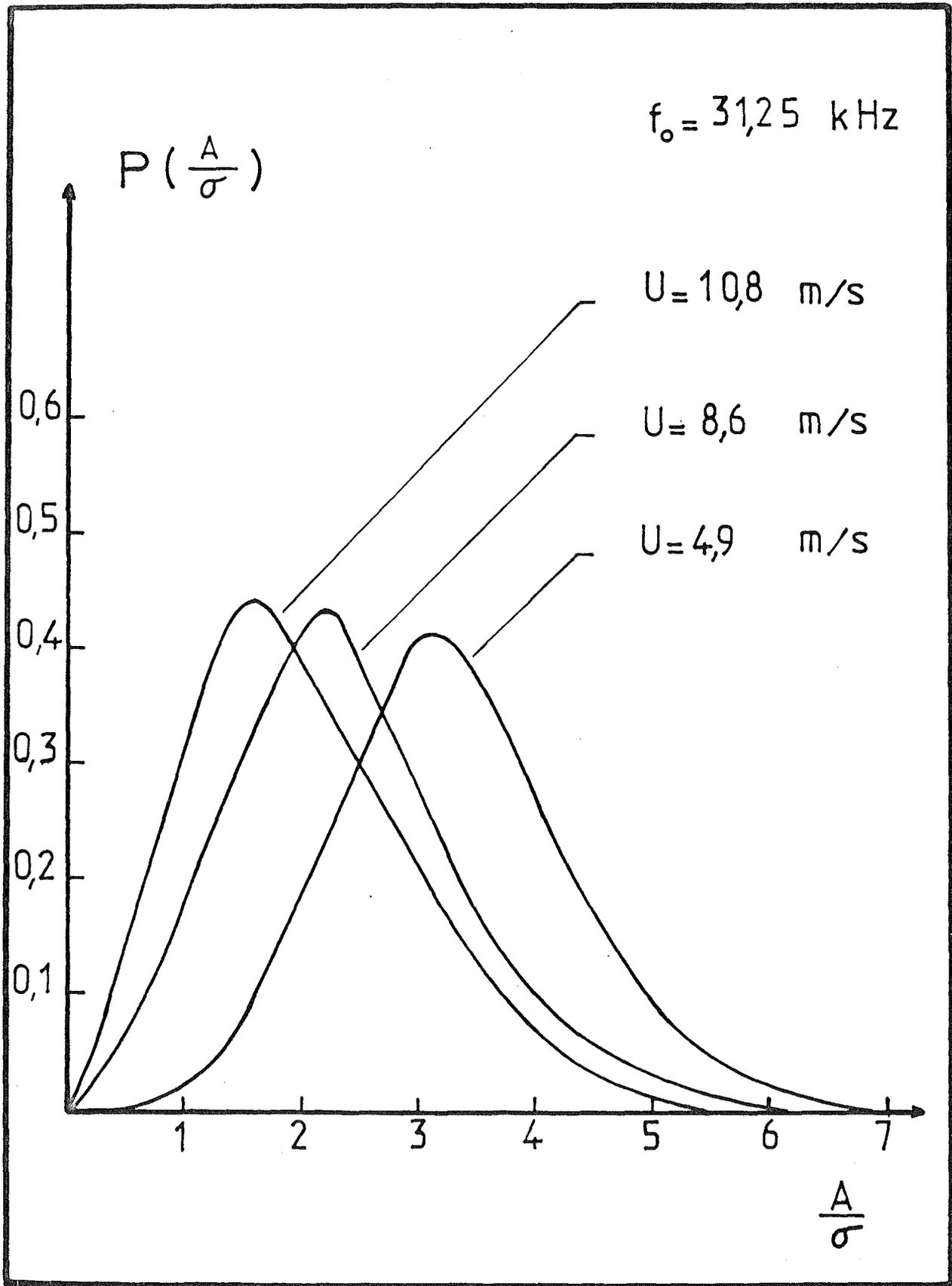


Figure 19 - Evolution de la densité de probabilité de l'amplitude en fonction de la vitesse moyenne U avec une fréquence d'émission $f_0 = 31.25 \text{ kHz}$.

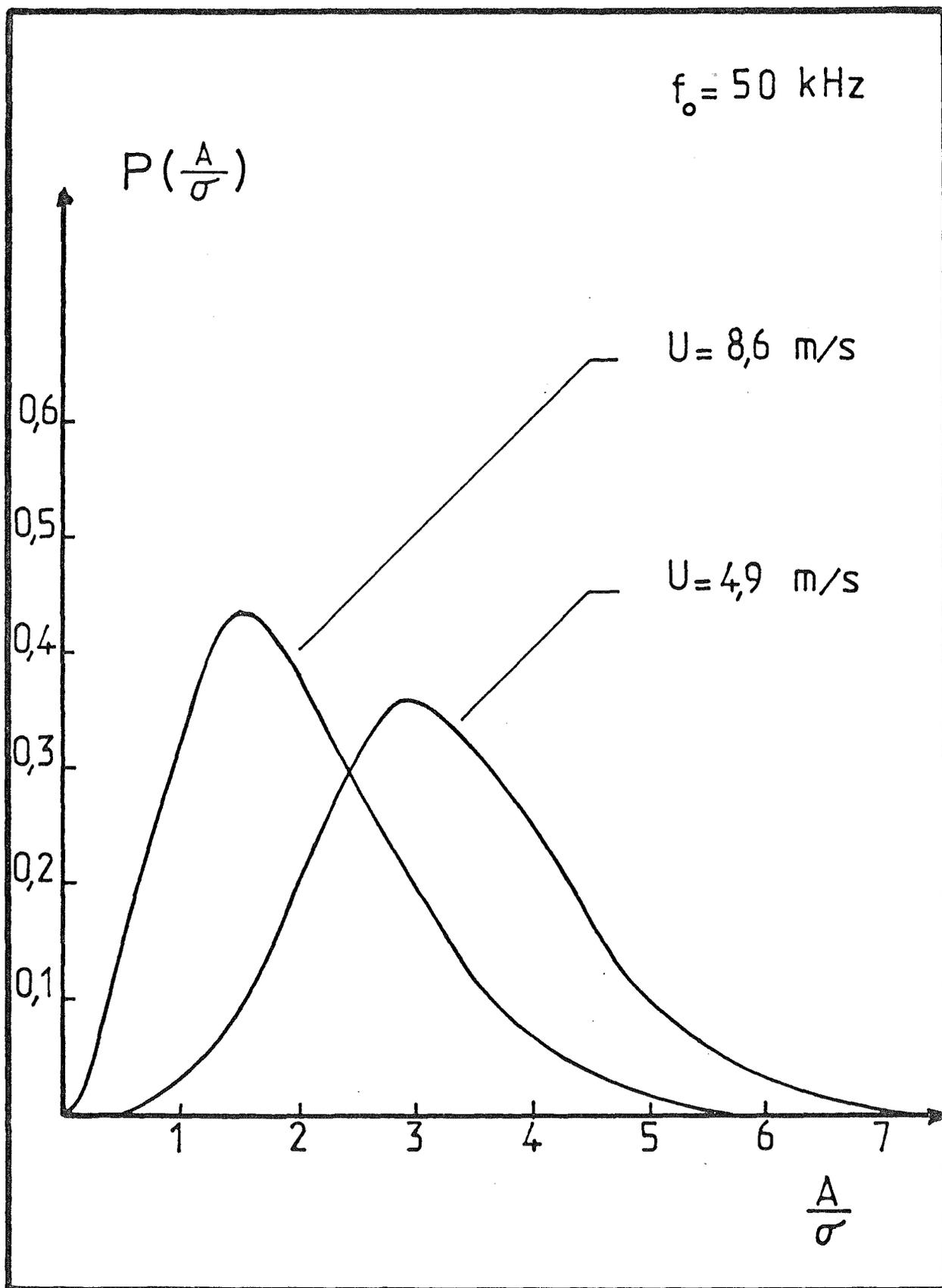


Figure 20 - Evolution de la densité de probabilité de l'amplitude en fonction de la vitesse moyenne U avec une fréquence d'émission $f_0 = 50 \text{ kHz}$.

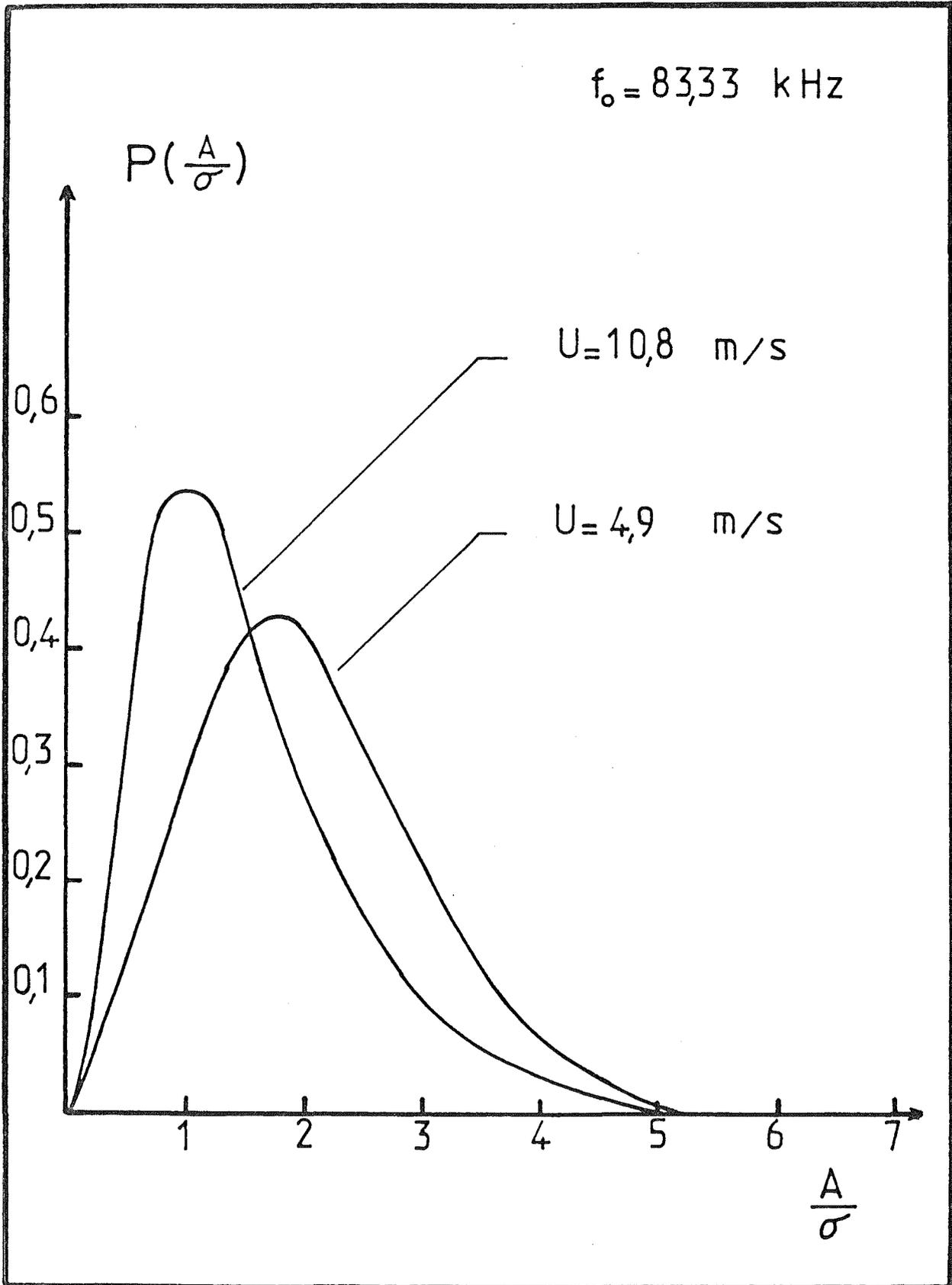


Figure 21 - Evolution de la densité de probabilité de l'amplitude en fonction de la vitesse moyenne U avec une fréquence d'émission = 83.3 kHz.

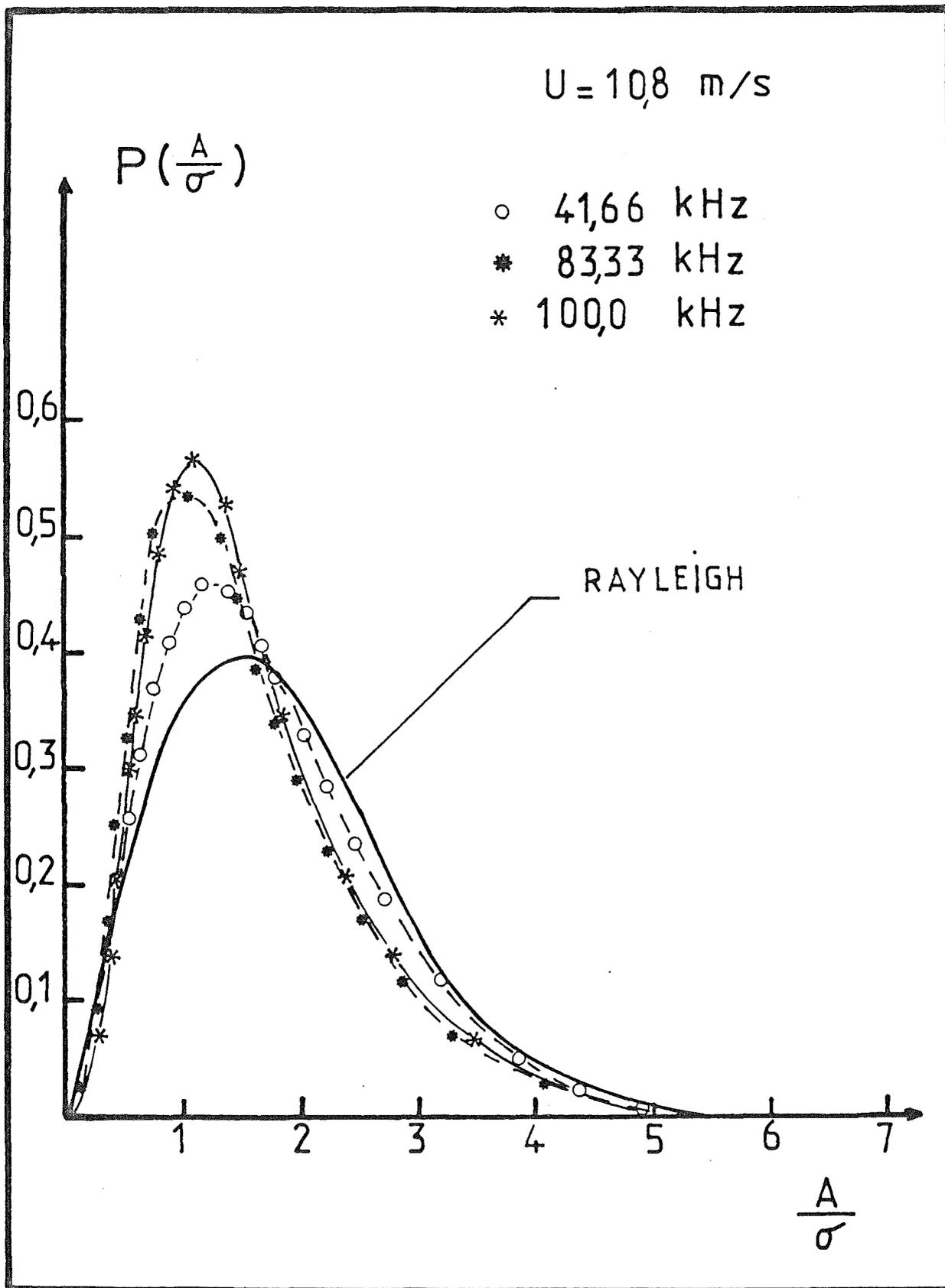


Figure 22 - Comparaison de la loi de Rayleigh avec des densités de probabilités de l'amplitude obtenues pour différentes fréquences d'émission f_c et une vitesse moyenne U de 10.8 m/s.

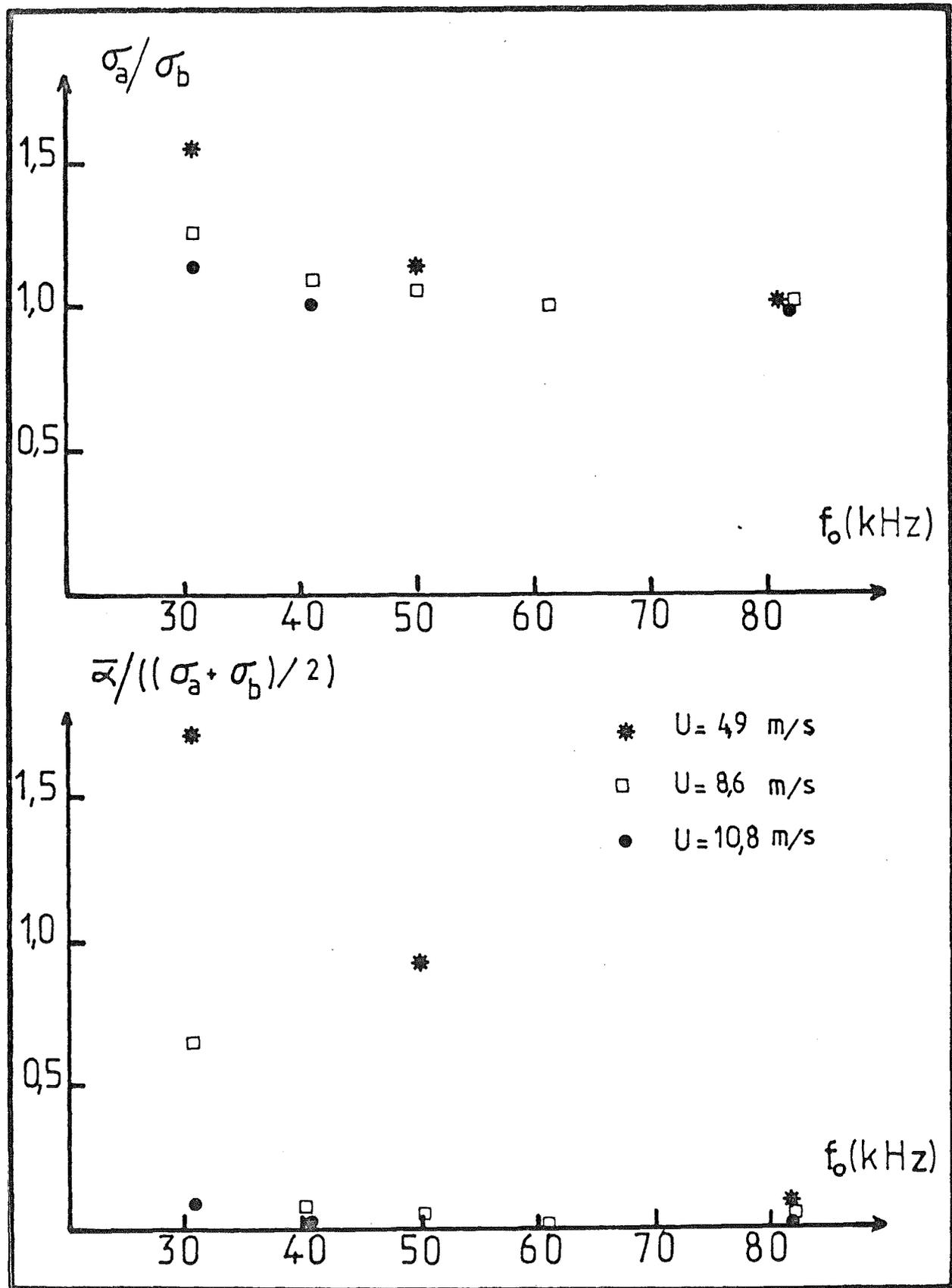


Figure 23 - Evolution des écarts type σ_a et σ_b , et de la moyenne \bar{x} des composantes en phase et en quadrature du signal de pression acoustique, en fonction de la vitesse moyenne U , pour différentes fréquences d'émission f_0 .

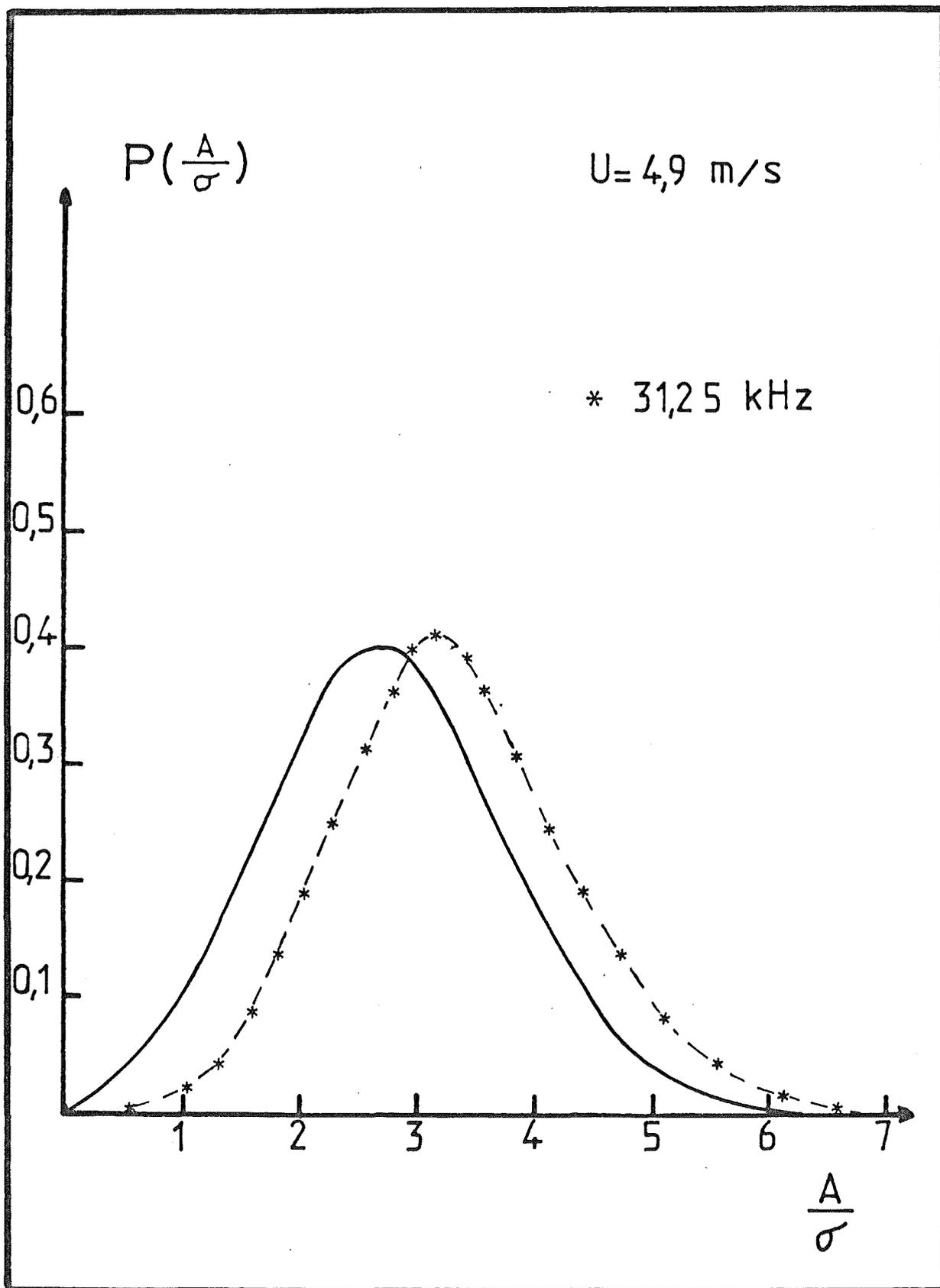


Figure 24 - Comparaison de la loi de Beckman avec une densité de probabilité de l'amplitude obtenue pour un faible niveau de fluctuations.

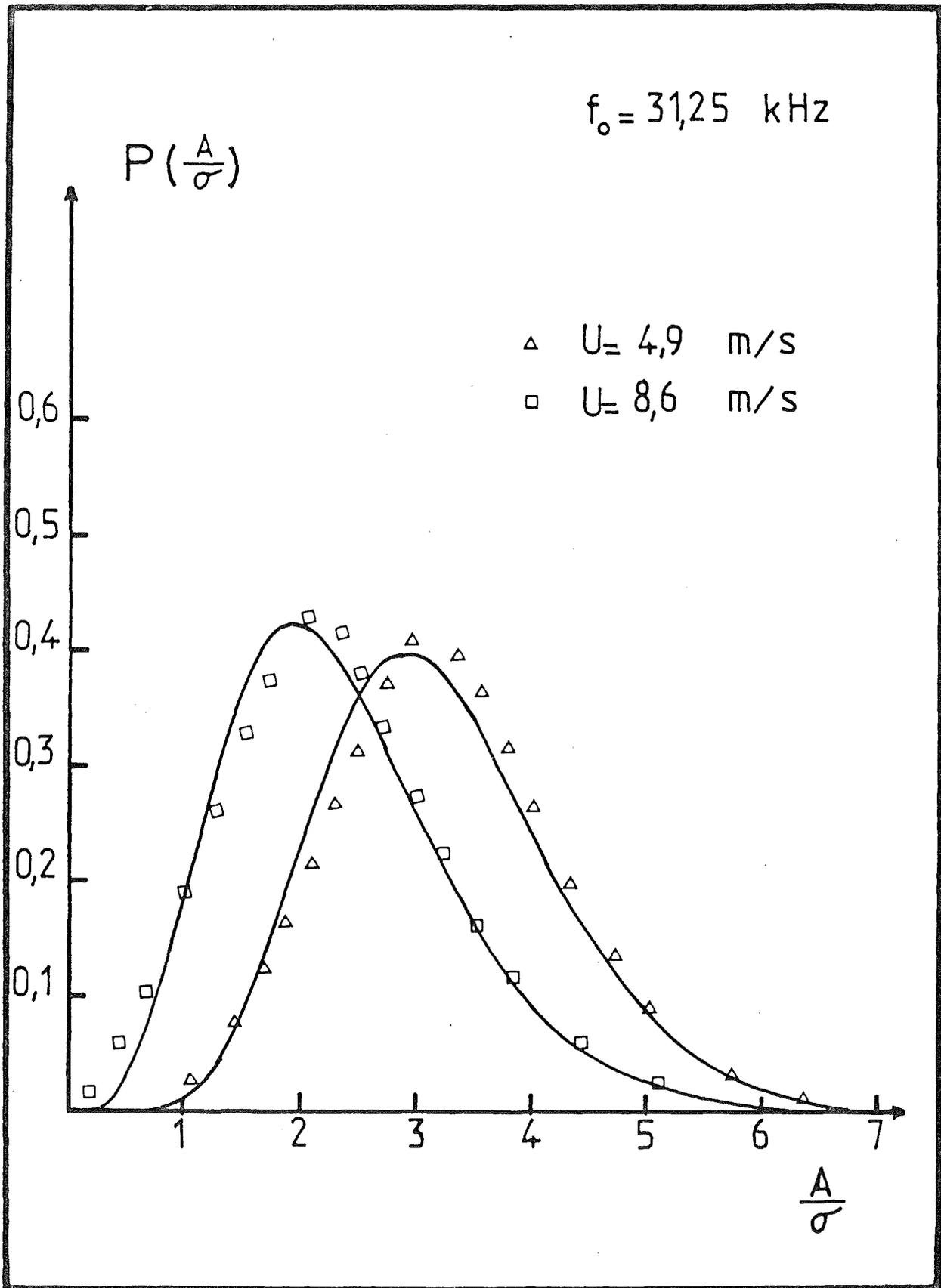


Figure 25 - Comparaison de la loi Gamma généralisée avec des densités de probabilité de l'amplitude obtenues pour un faible niveau de fluctuations.

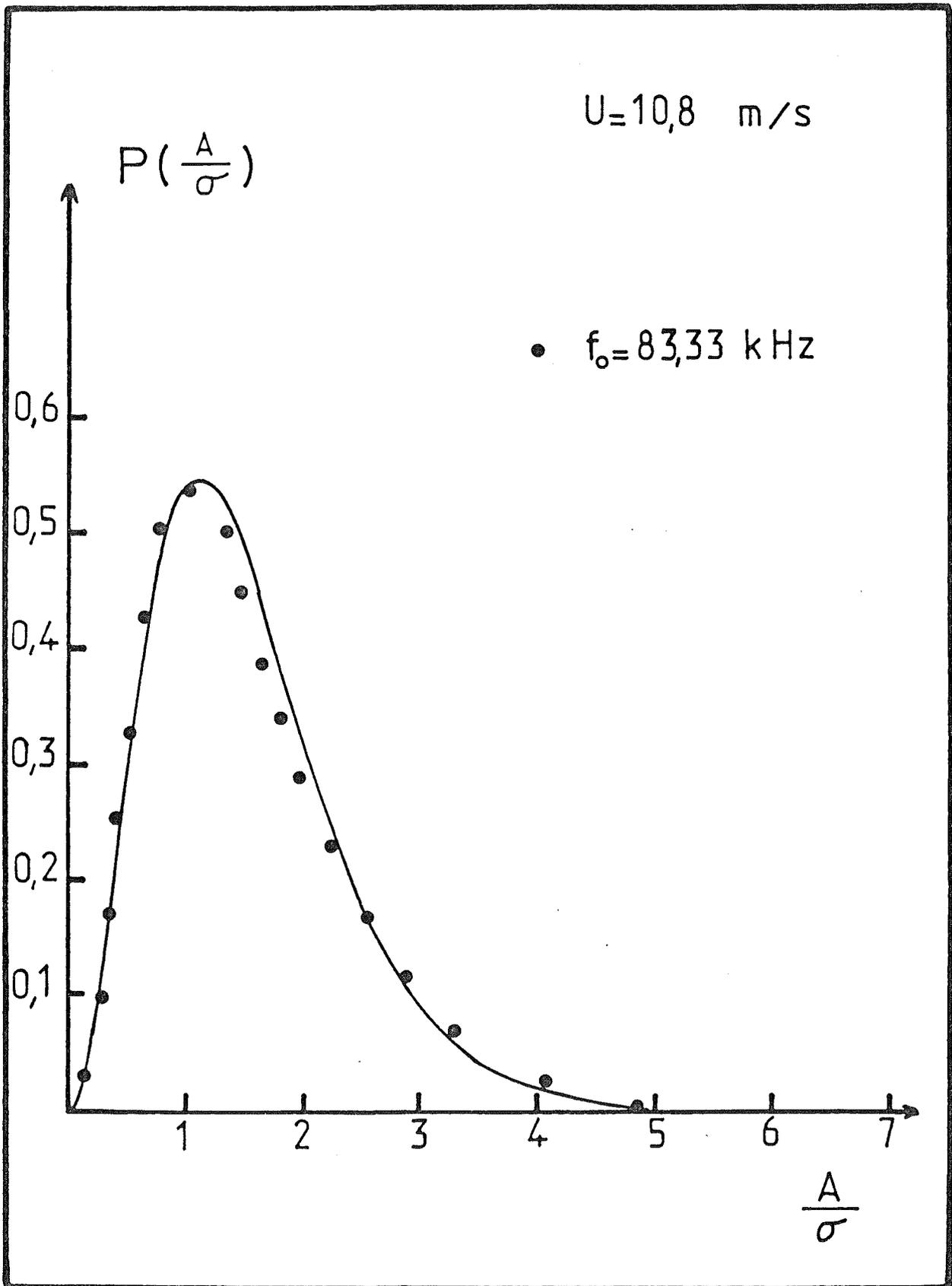


Figure 26 - Comparaison de la loi gamma généralisée avec une densité de probabilité de l'amplitude obtenue pour un fort niveau de fluctuations.

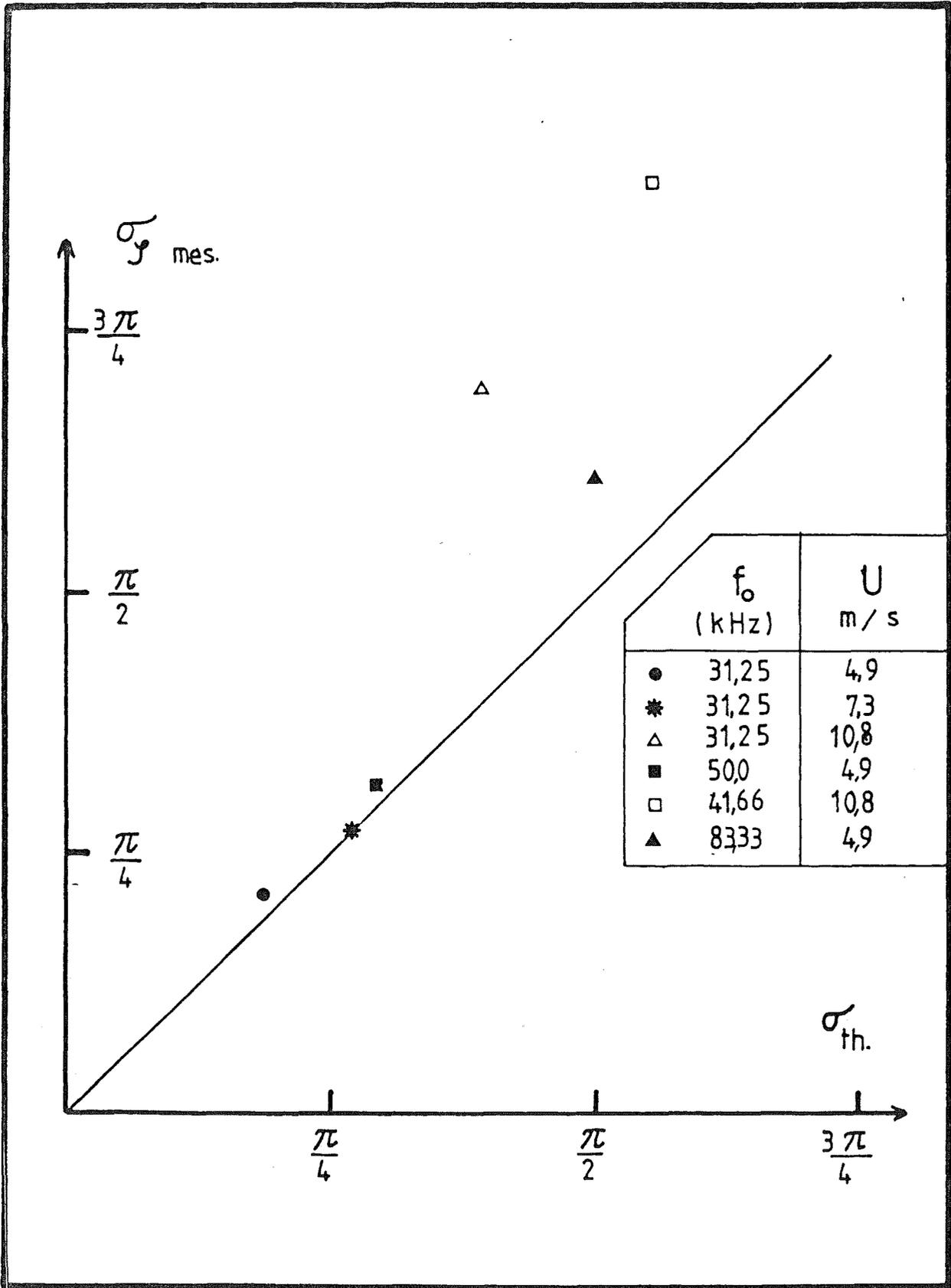


Figure 27 - Evolution de l'écart-type des fluctuations de phase en fonction de l'expression théorique σ_{th} déduite de la méthode de Rytov. (3.11)

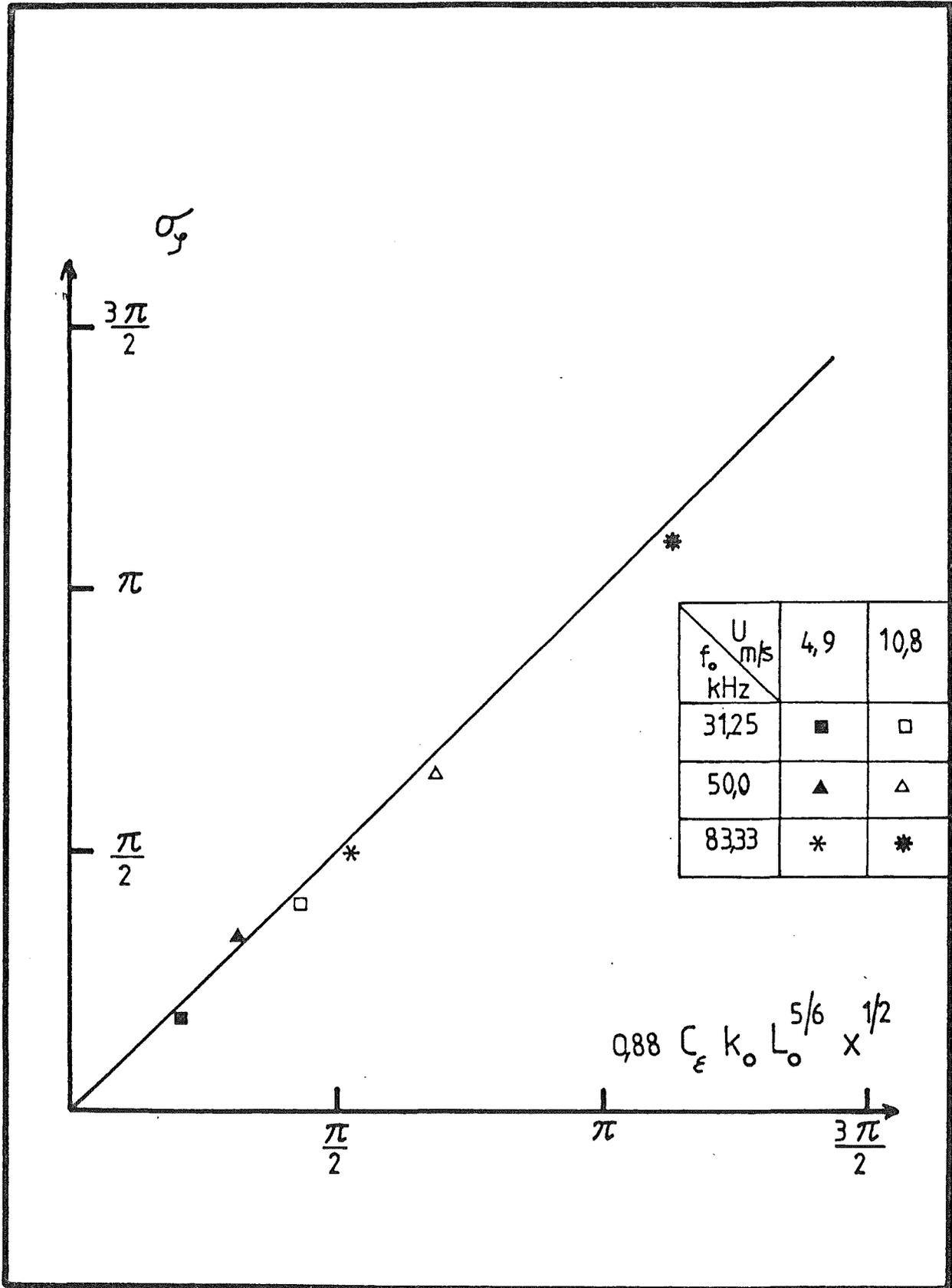


Figure 28 - Comparaison de l'écart-type théorique σ_y (Rytov) avec l'écart-type des fluctuations de phase calculé dans le domaine de l'acoustique géométrique.

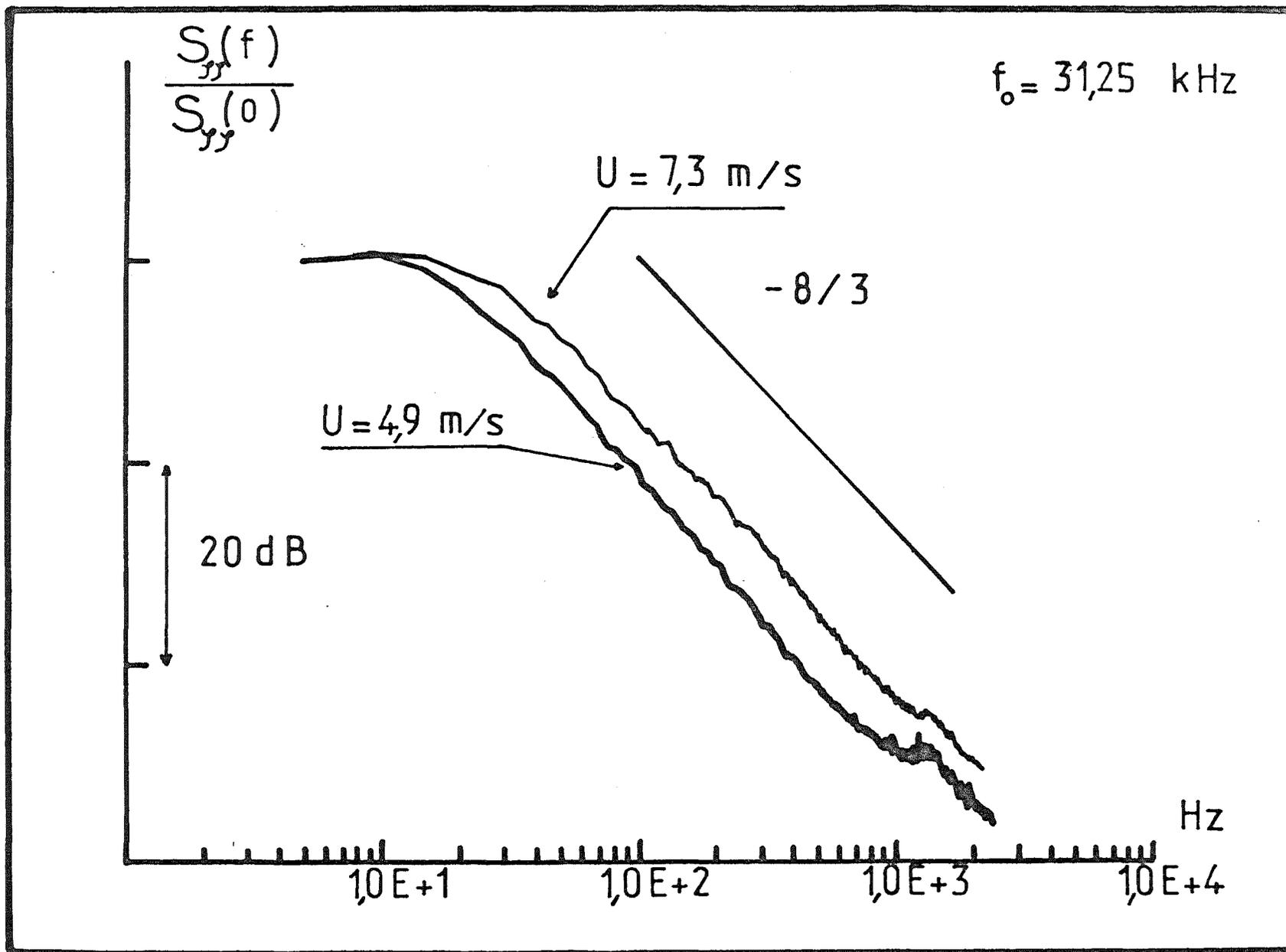


Figure 29 - Spectres des fluctuations de phase obtenus pour deux vitesses moyennes U (4.9 ; 7.3 m/s) et une fréquence d'émission f_0 de 31.25 kHz.

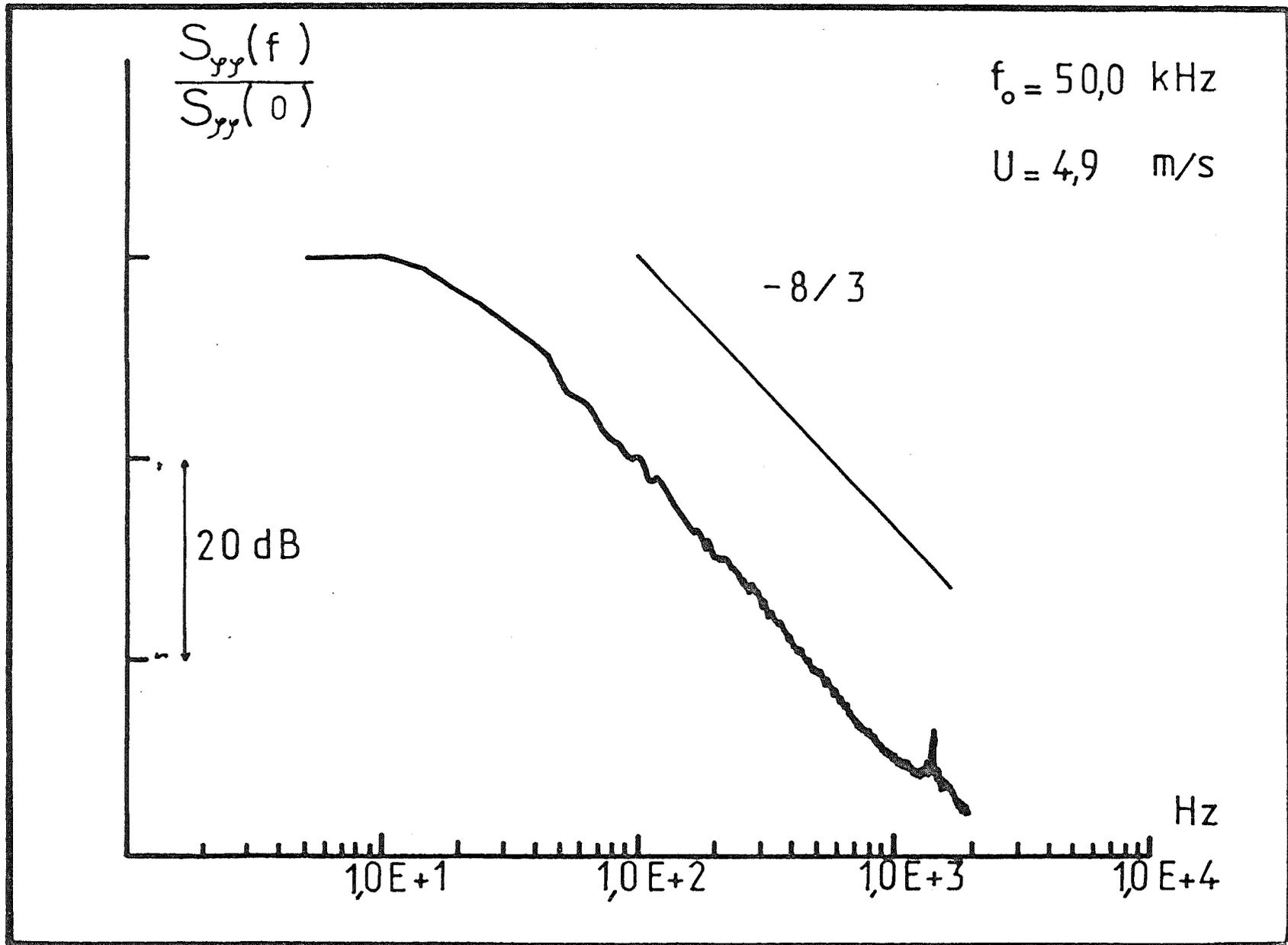


Figure 30 - Spectre des fluctuations de phase obtenu avec une fréquence d'émission f_0 de 50 kHz avec une vitesse moyenne U de 4.9 m/s.

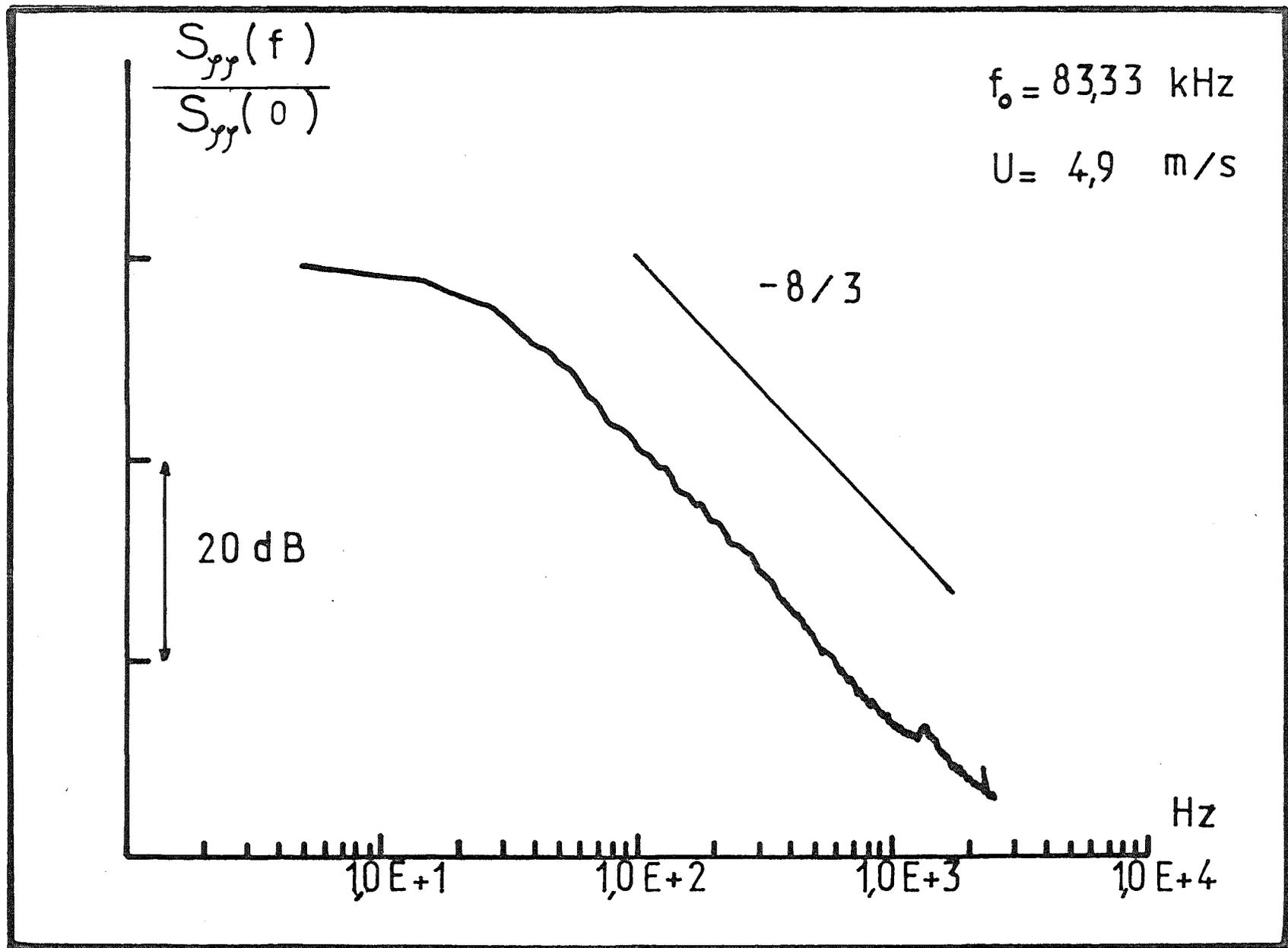


Figure 31 - Spectre des fluctuations de phase obtenu avec une fréquence d'émission f_0 de 83.33 kHz avec une vitesse moyenne U de 4.9 m/s.

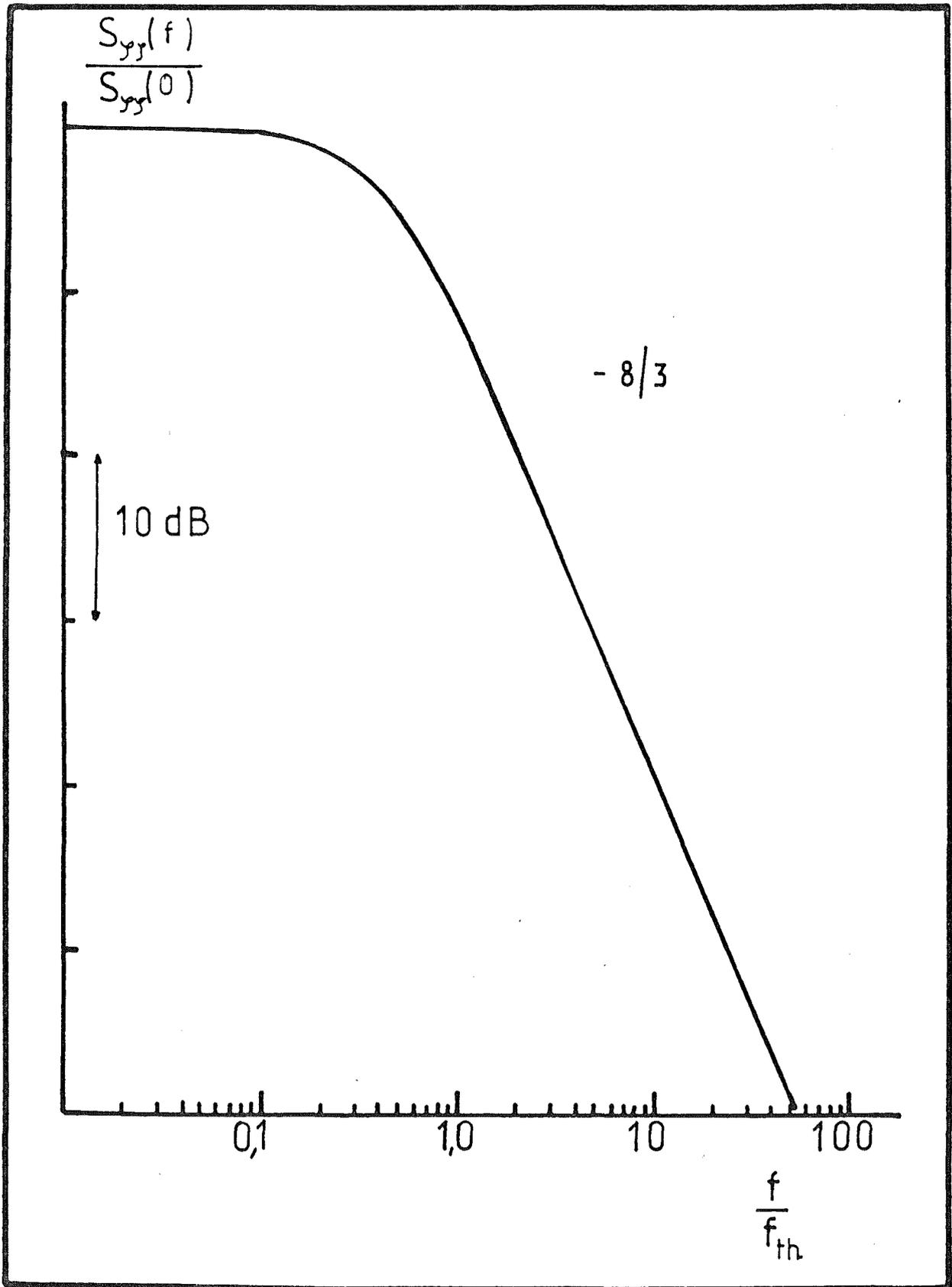


Figure 32 - Spectre des fluctuations de phase calculé d'après la méthode de Rytov ($f_{th} = \frac{U}{\sqrt{\lambda \eta}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda x}}$).

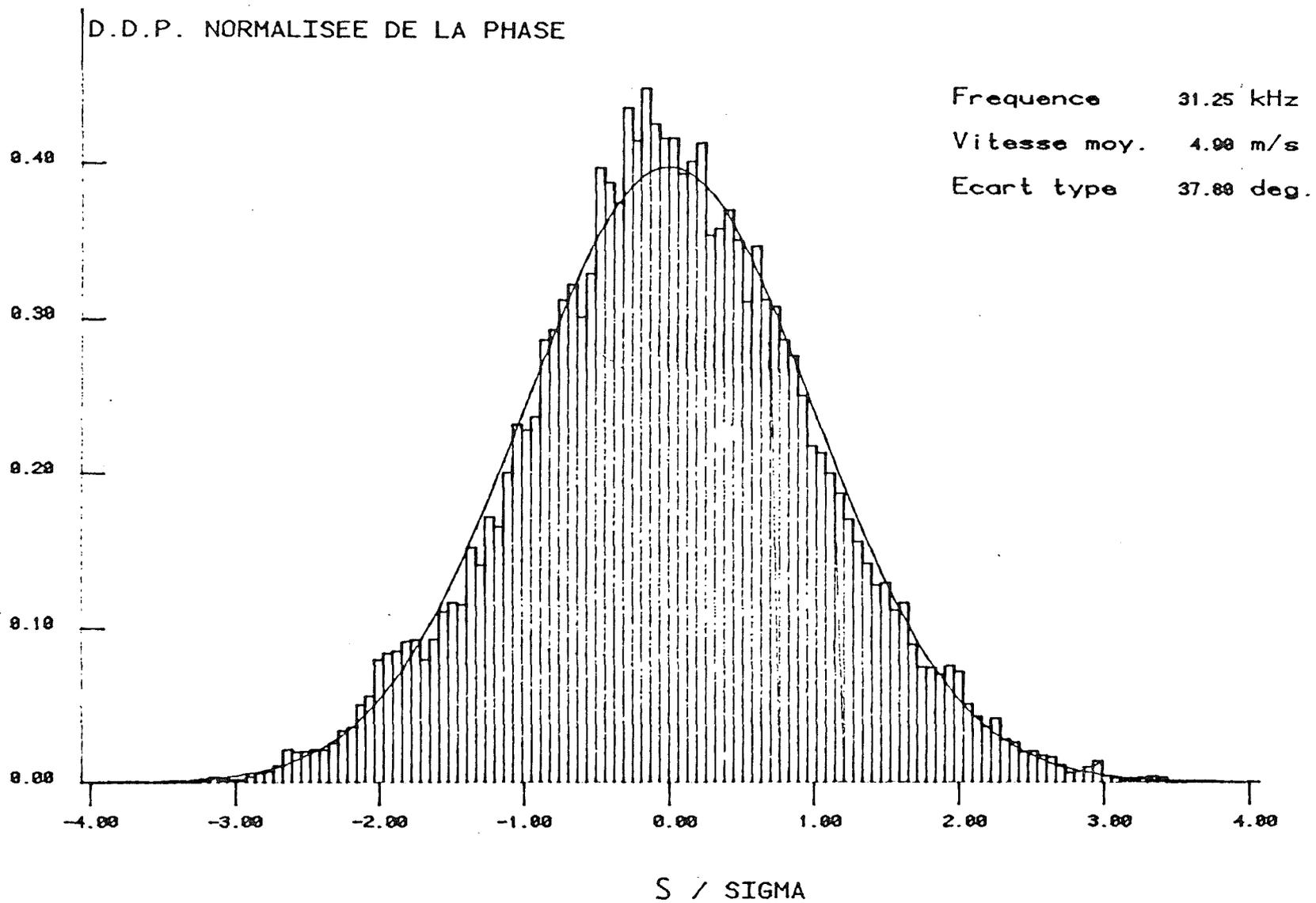


Figure 33 - Densité de probabilité des fluctuations de phase obtenue pour une fréquence d'émission f_0 de 31.25 kHz et une vitesse moyenne U de 4.9 m/s.

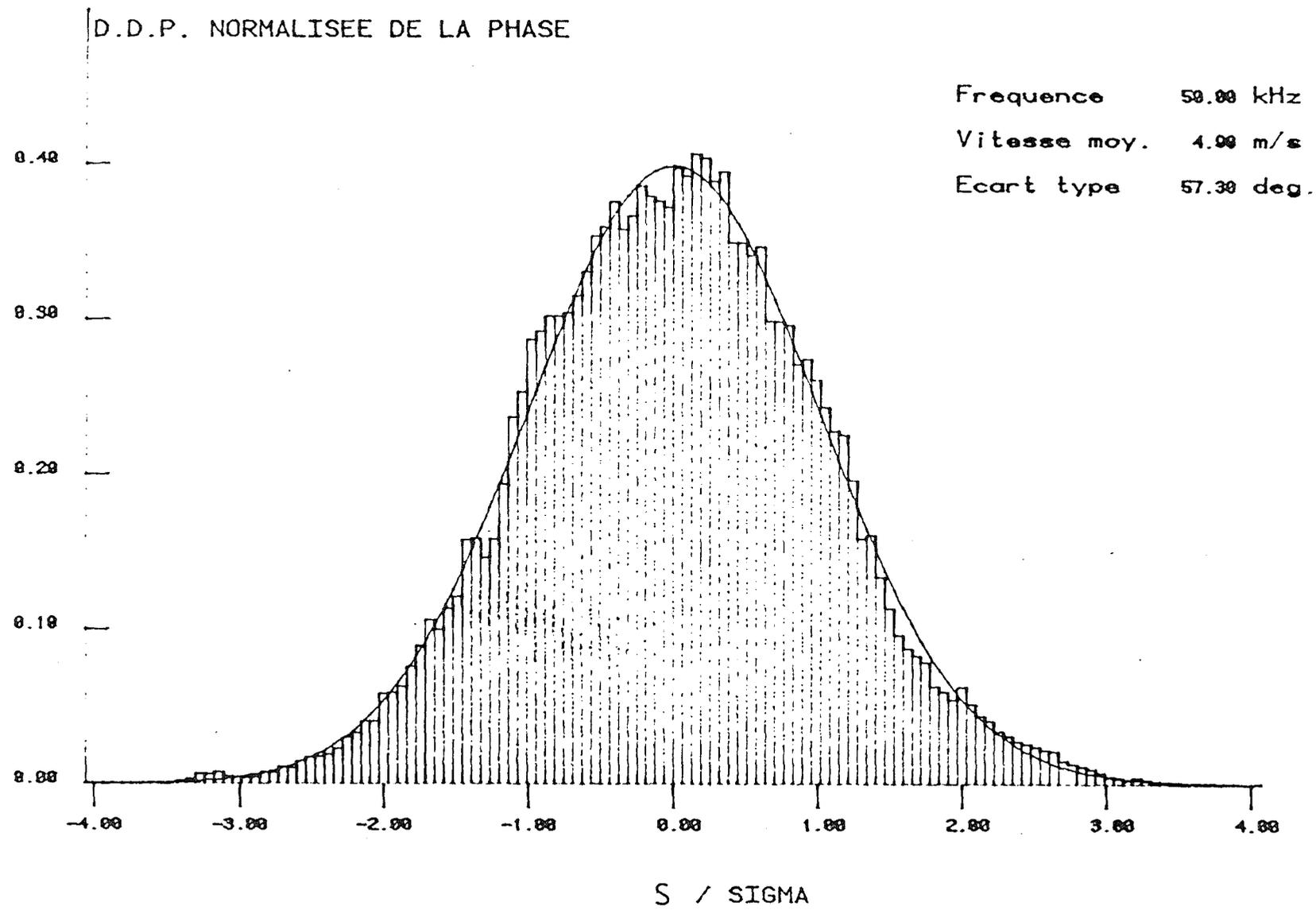


Figure 34 - Densité de probabilité des fluctuations de phase obtenue pour une fréquence d'émission f_o de 50 kHz et une vitesse moyenne U de 4.9 m/s.

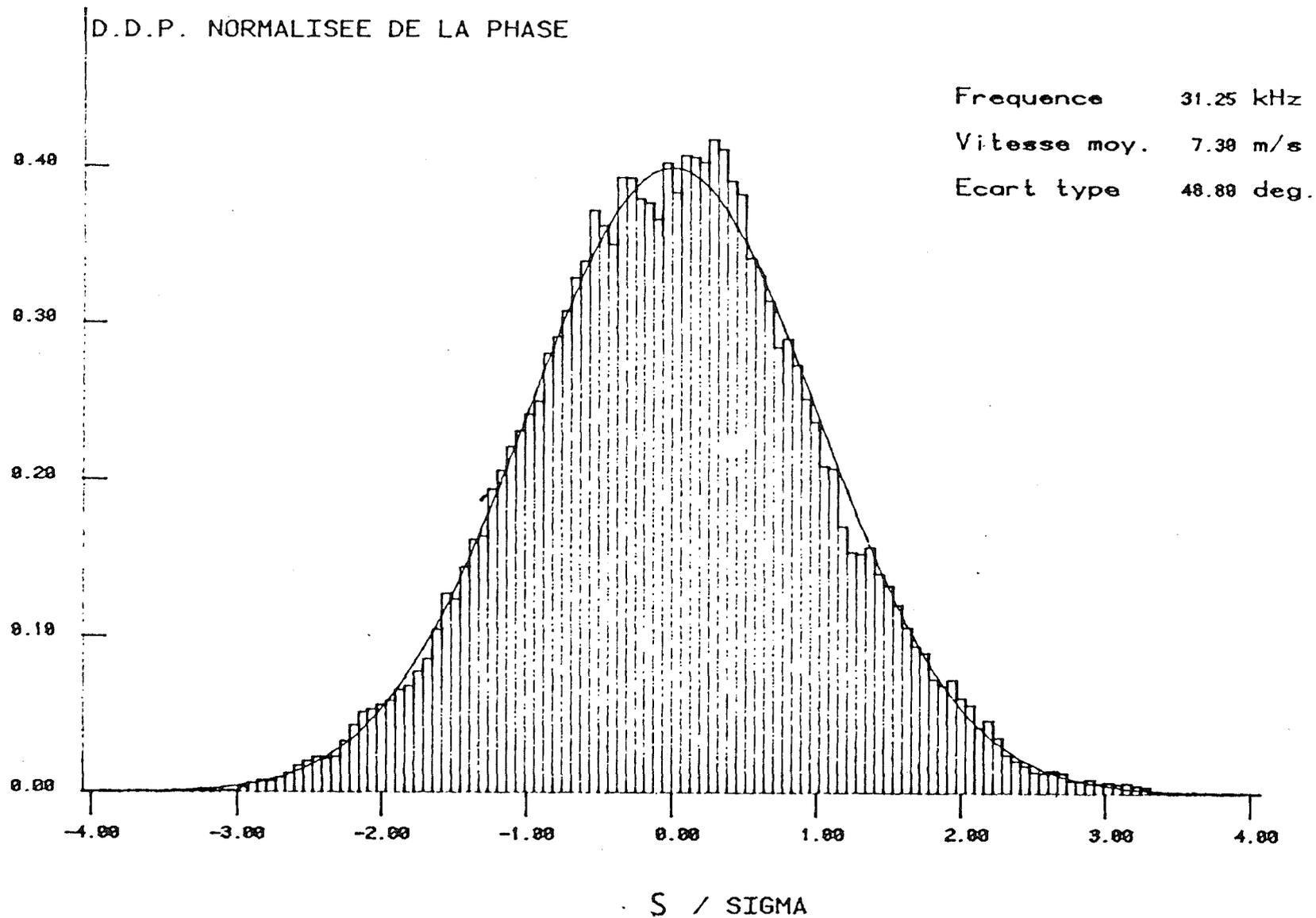


Figure 35 - Densité de probabilité des fluctuations de phase obtenue pour une fréquence d'émission f_0 de 31.25 kHz et une vitesse moyenne U de 7.3 m/s.

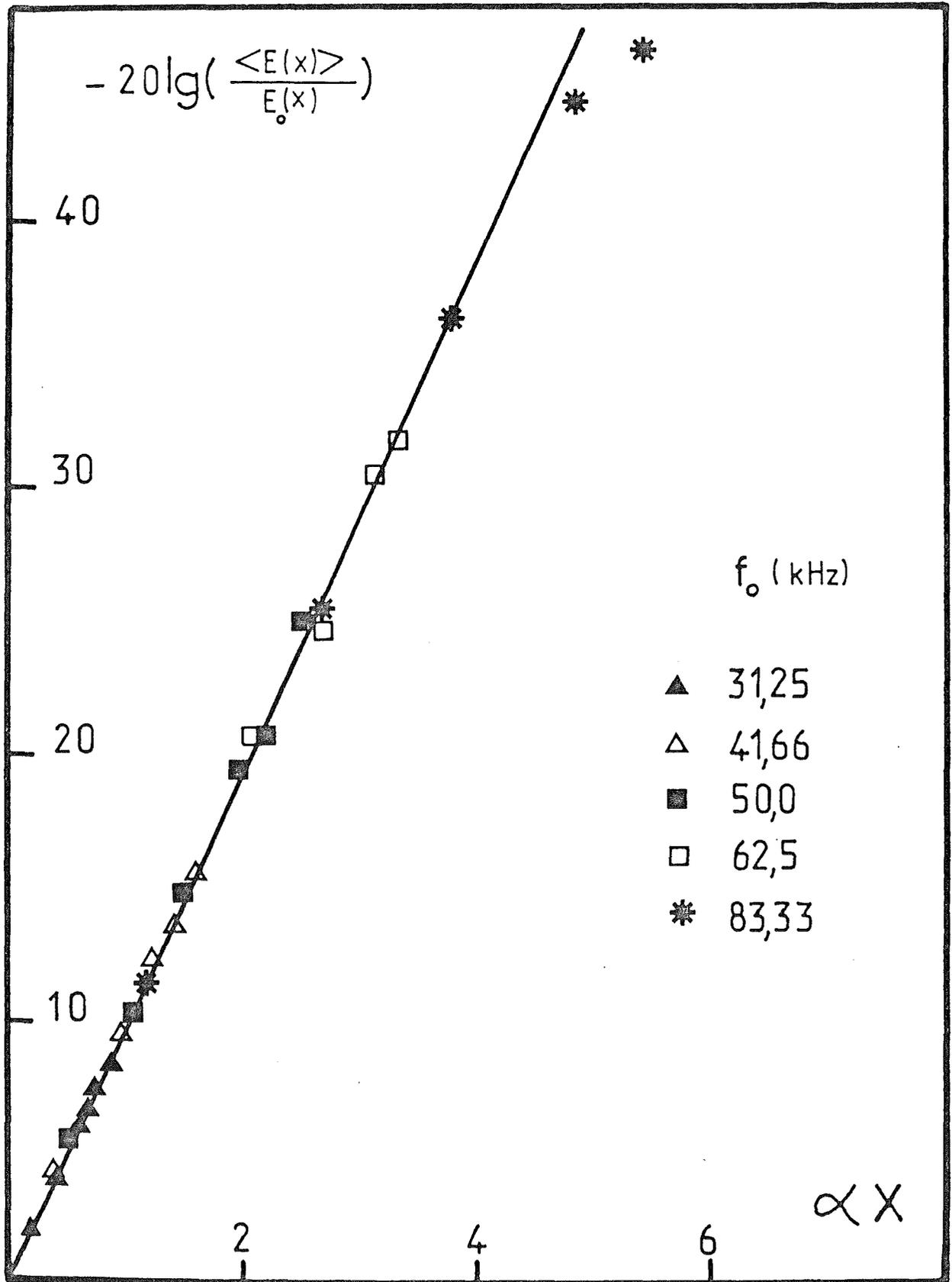


Figure 36 - Evolution de l'onde cohérente transmise obtenue pour différentes vitesses moyennes U (4.9 ; 7.3 ; 8.6 ; 9.8 ; 10 ; 10.8 m/s)

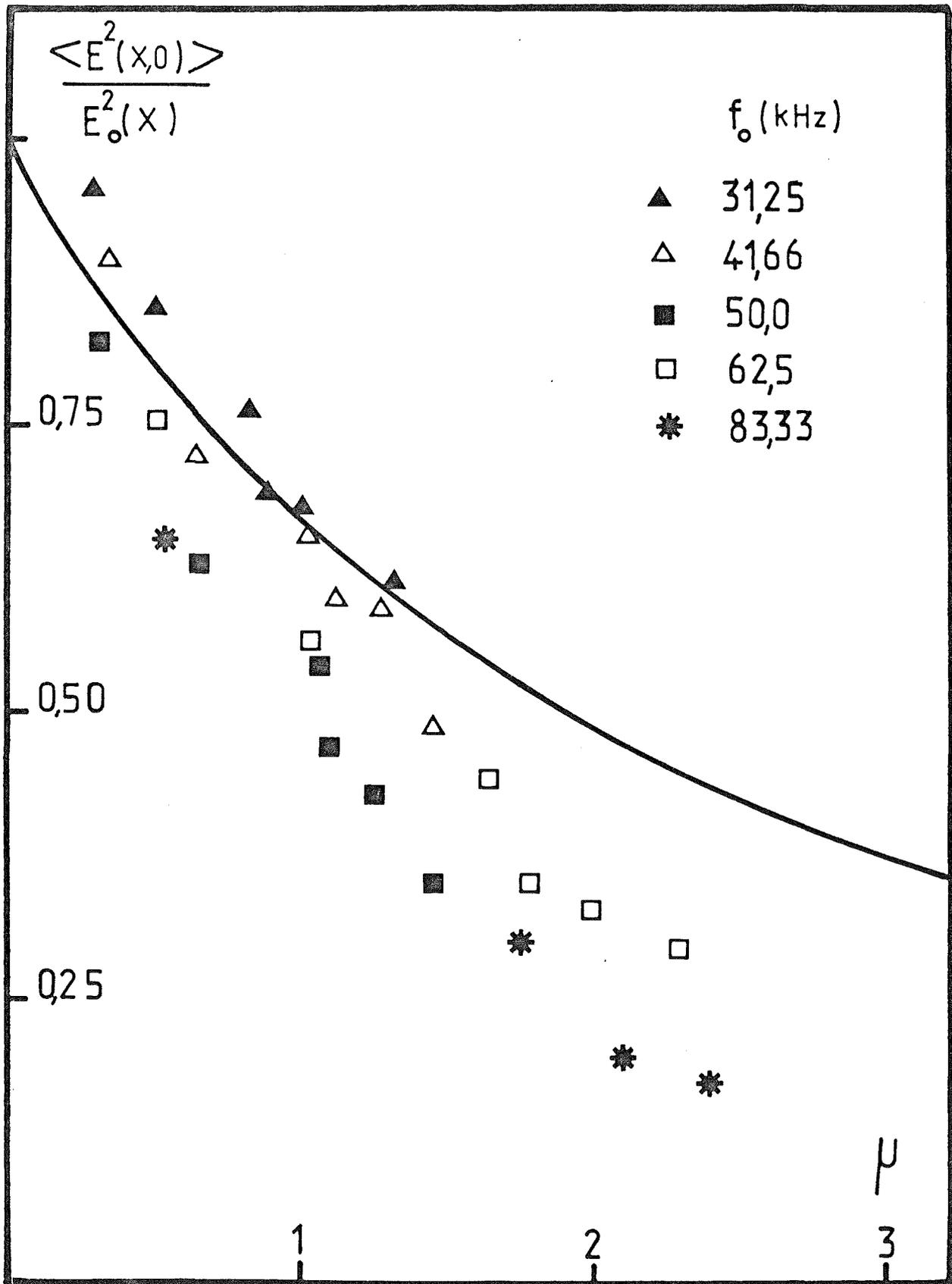


Figure 37 - Evolution de l'intensité acoustique transmise sur l'axe du faisceau pour différentes vitesses moyennes U (4.9 ; 7.3 ; 8.6 ; 9.8 ; 10.8 m/s).

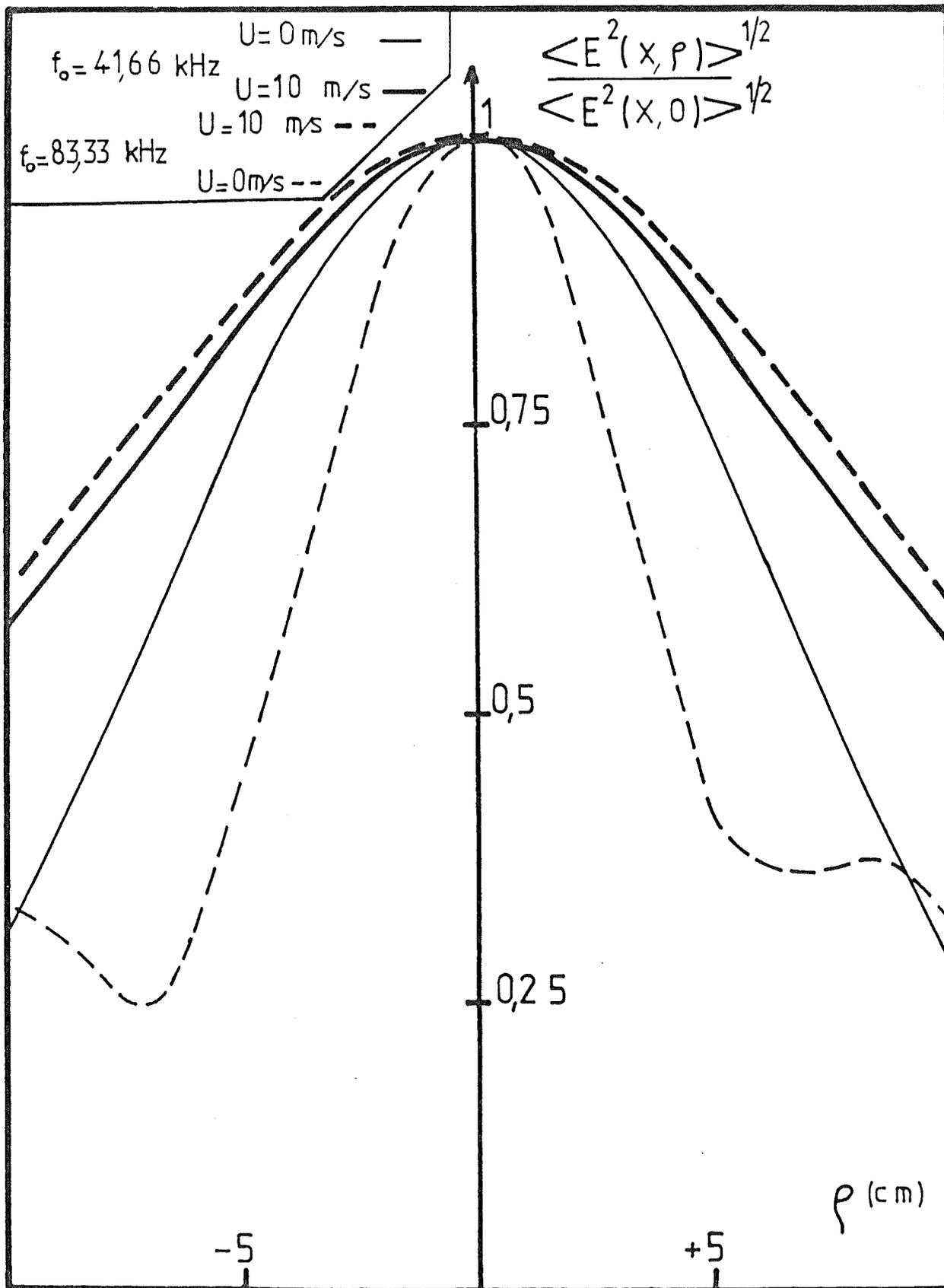


Figure 38 - Répartition du champ de pression acoustique dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation.

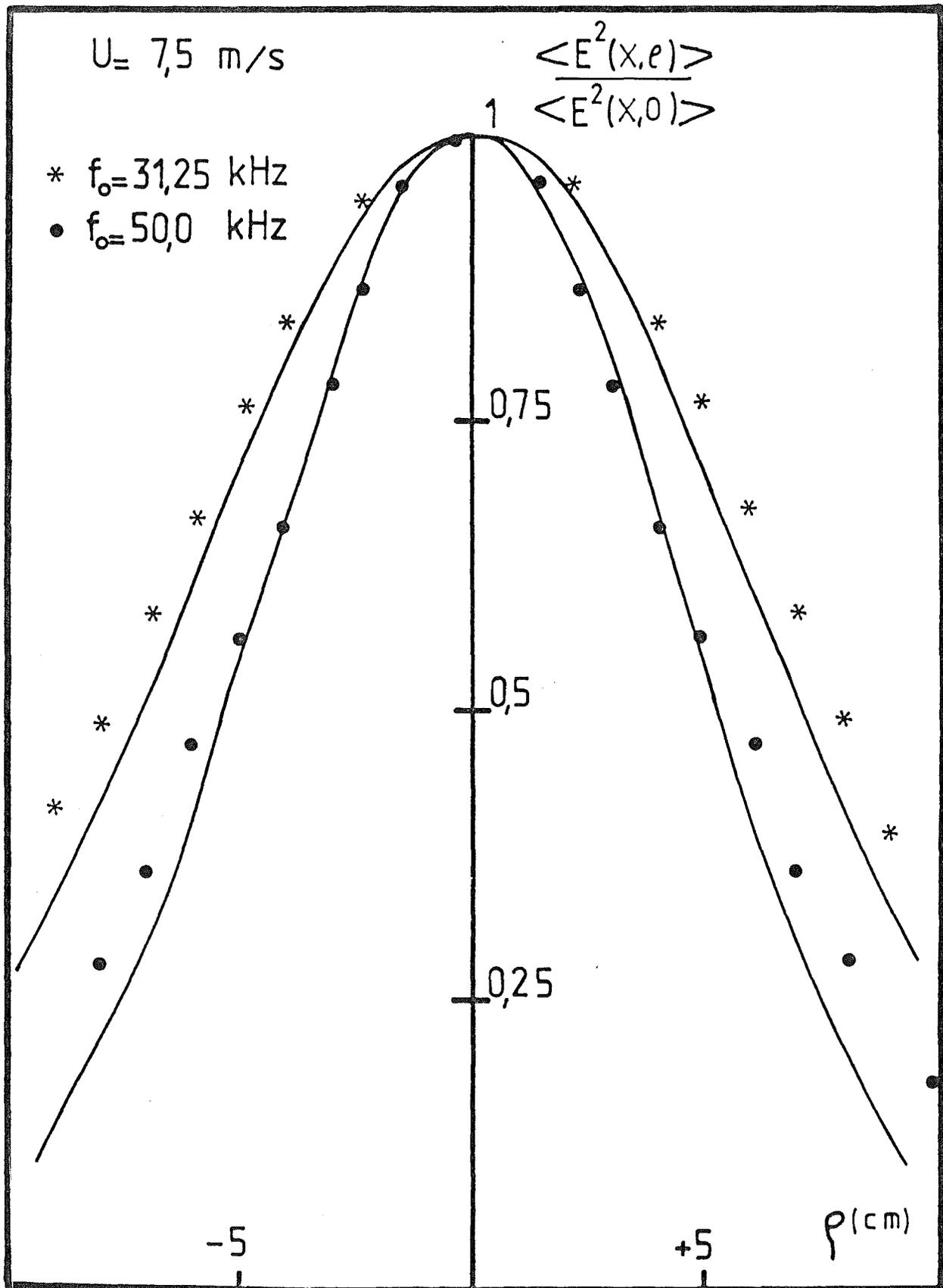


Figure 39 - Répartition de l'intensité acoustique moyenne dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation d'après le calcul du moment d'ordre deux (TATARSKI).

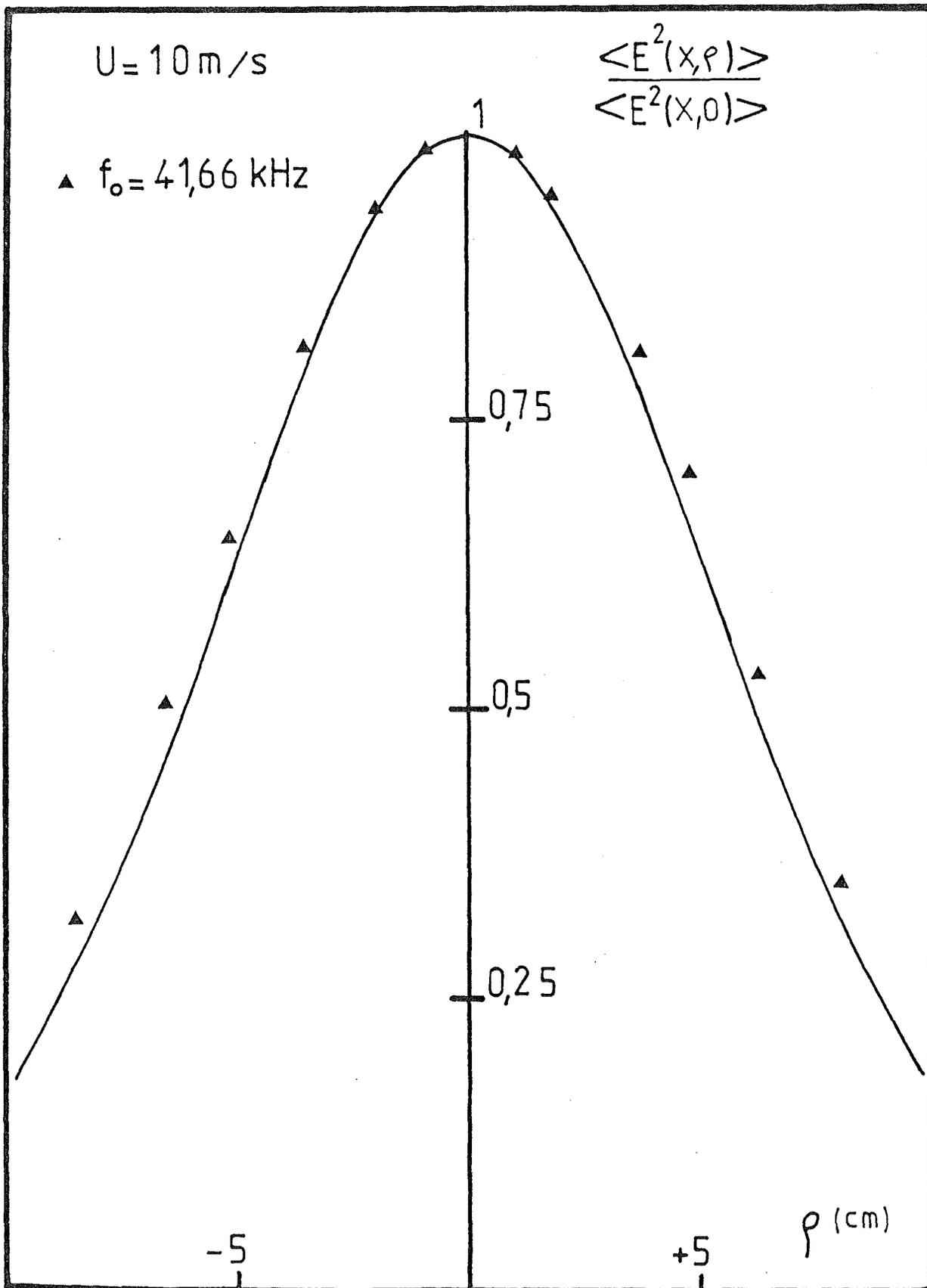


Figure 40 - Répartition de l'intensité acoustique moyenne dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation d'après le calcul du moment d'ordre deux (TATARSKI).

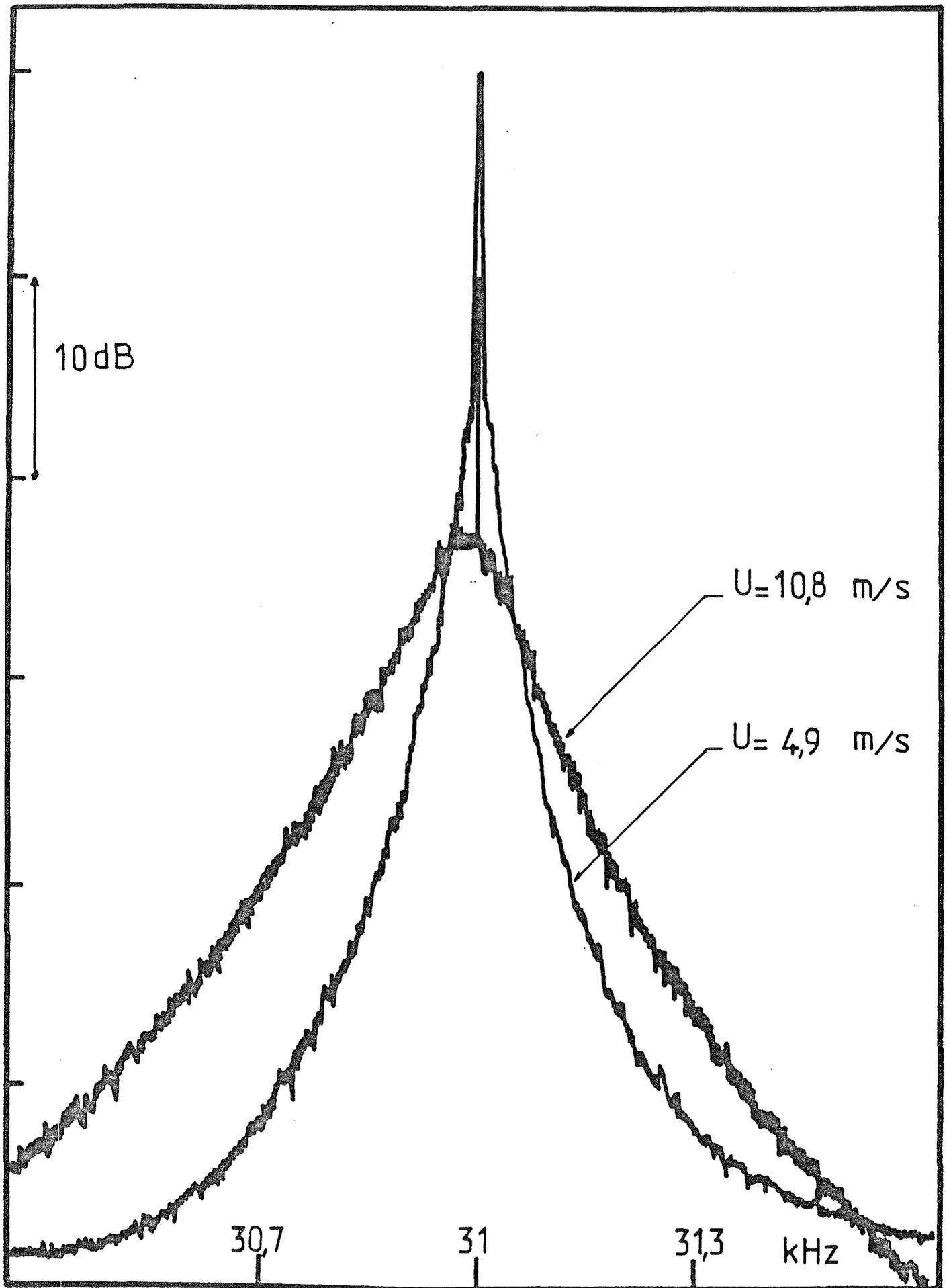


Figure 41 - Spectres du signal de pression acoustique obtenus pour deux vitesses moyennes U (4.9 ; 10.8 m/s) et une fréquence d'émission f_0 de 31.25 kHz.

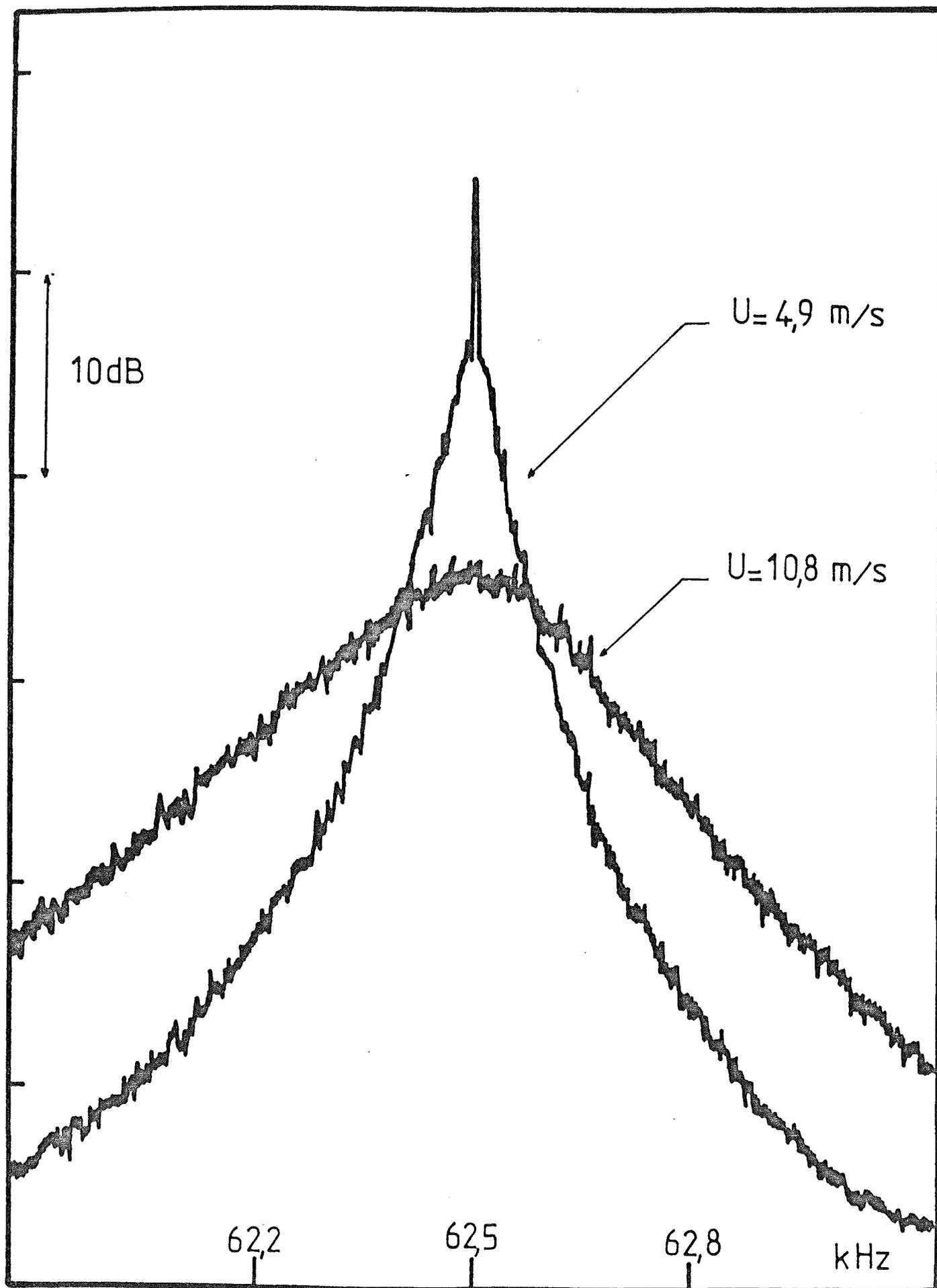


Figure 42 - Spectres du signal de pression acoustique obtenus pour deux vitesses moyennes U (4.9 ; 10.8 m/s) et une fréquence d'émission f_0 de 62.50 kHz.

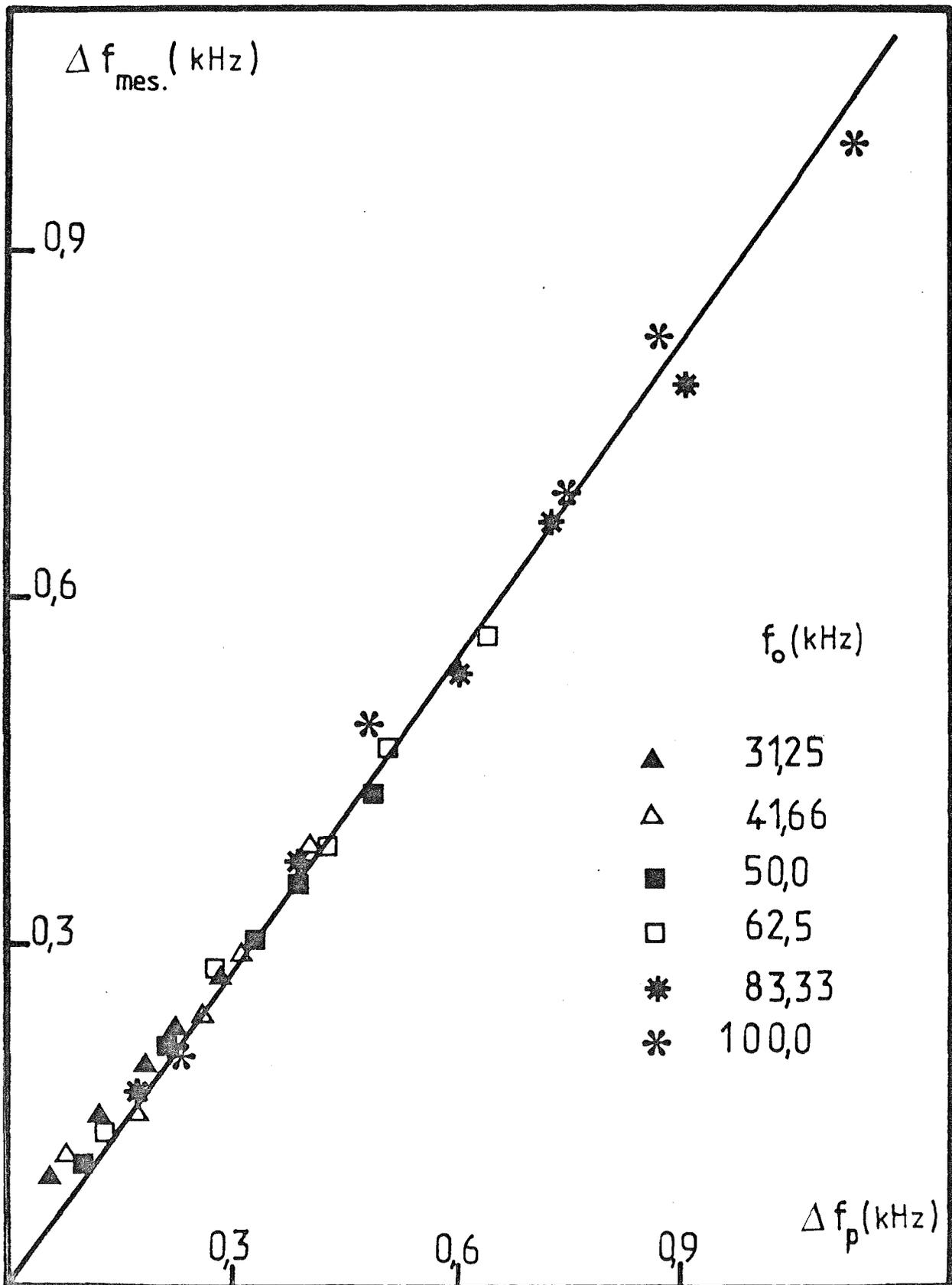


Figure 43 - Evolution de l'élargissement spectral obtenu pour différentes vitesses moyennes U (4.9 ; 7.3 ; 8.6 ; 9.8 ; 10.8 m/s)

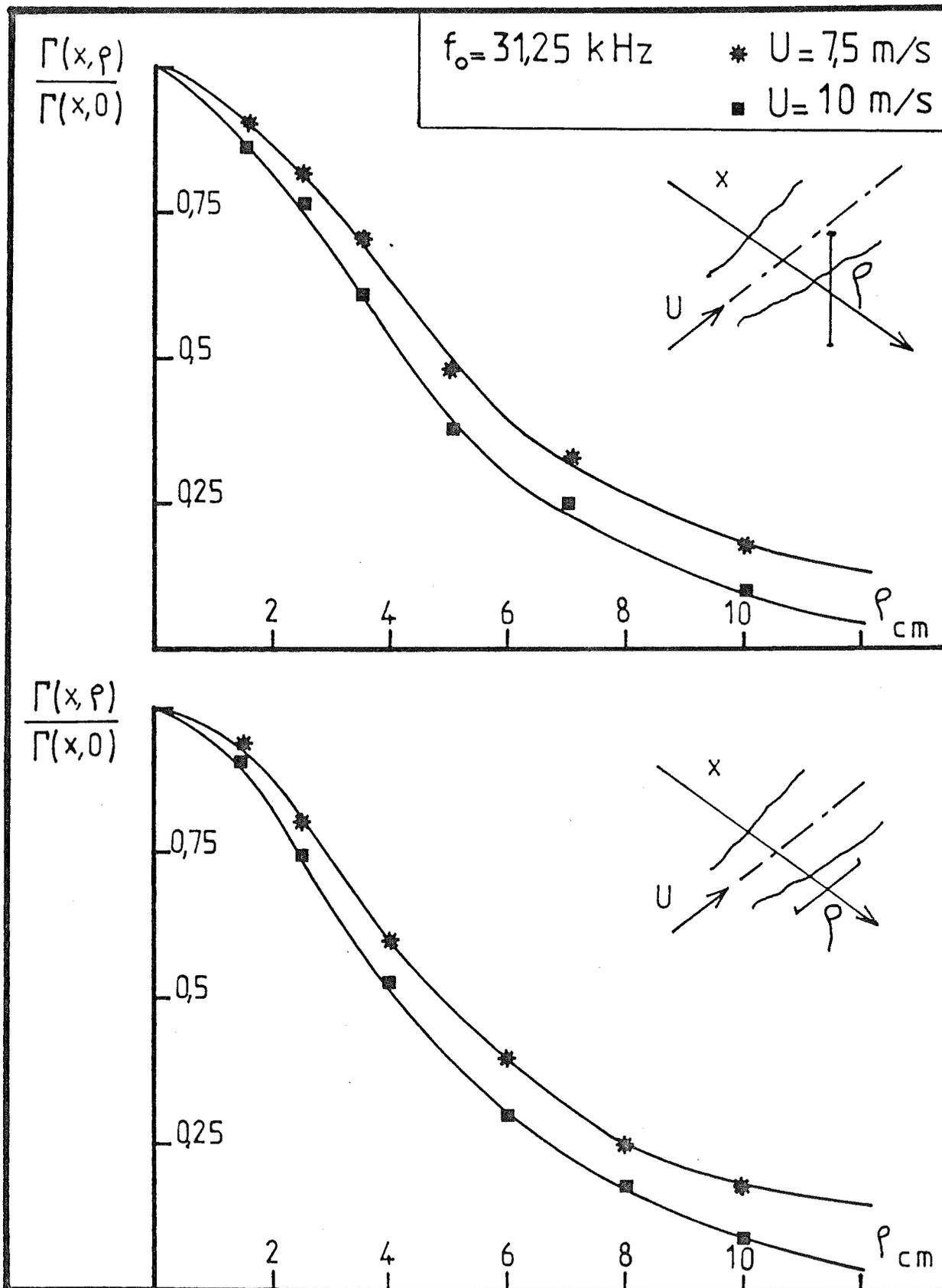


Figure 44 - Moment d'ordre deux du champ acoustique transmis dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation obtenu pour deux vitesses $U = 7.5 \text{ m/s}$ et 10 m/s et une fréquence d'émission $f_0 = 31.25 \text{ kHz}$.

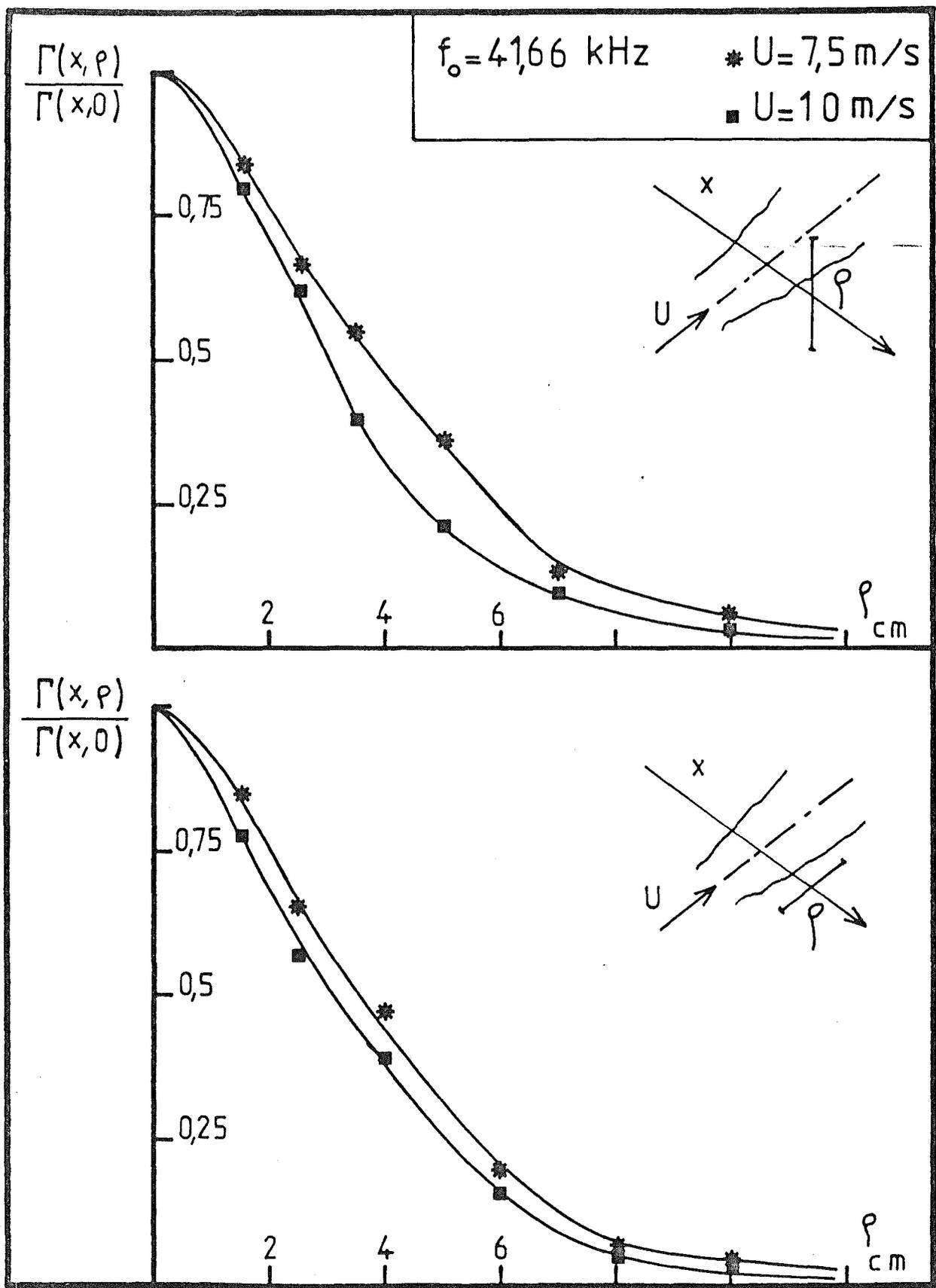


Figure 45 - Moment d'ordre deux du champ acoustique transmis dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation obtenu pour deux vitesses $U = 7.5 \text{ m/s}$ et 10 m/s et une fréquence d'émission $f_0 = 41.66 \text{ kHz}$

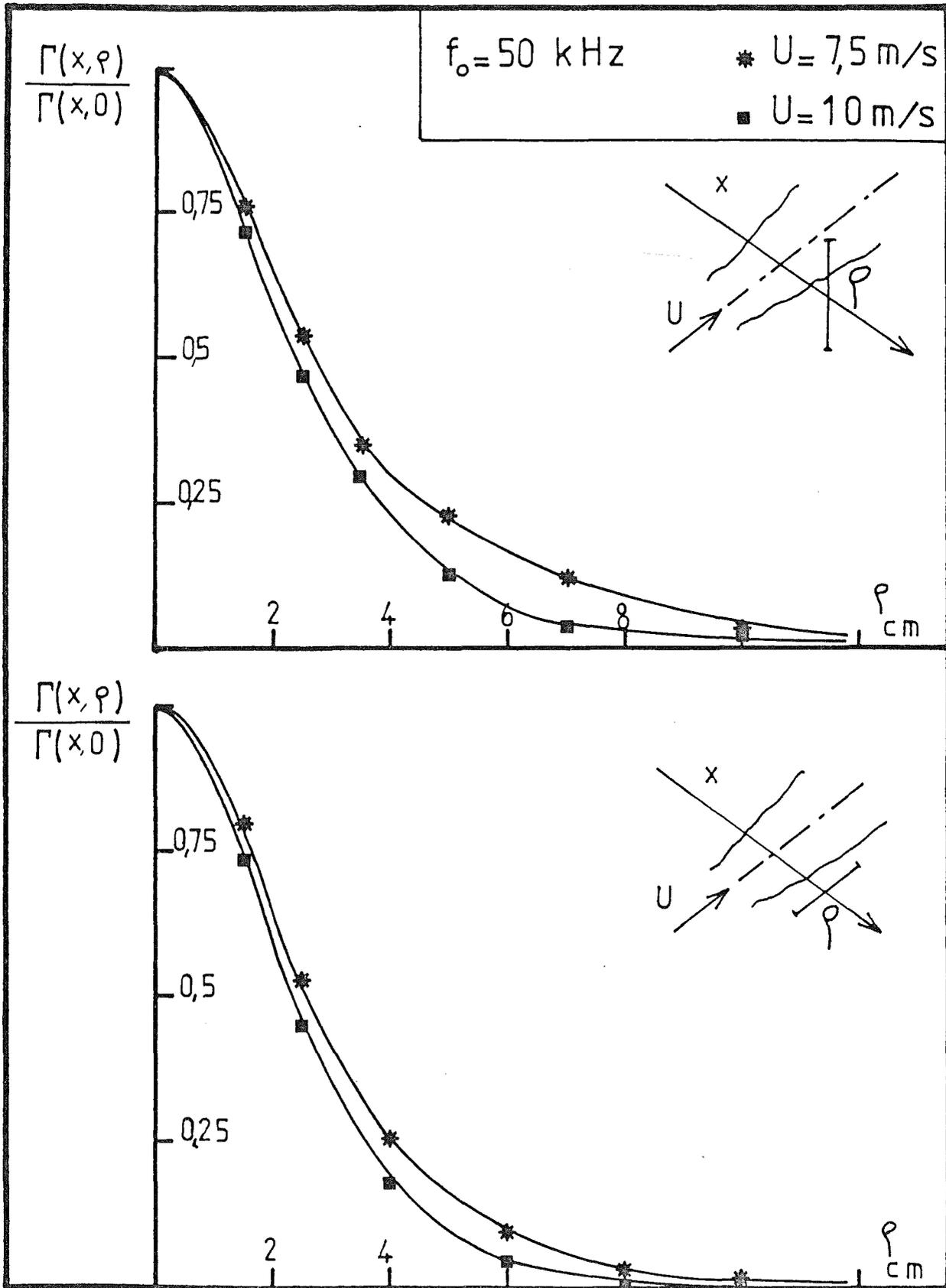


Figure 46 - Moment d'ordre deux du champ acoustique transmis dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation obtenu pour deux vitesses $U = 7.5 \text{ m/s}$ et 10 m/s et une fréquence d'émission $f_0 = 50 \text{ kHz}$

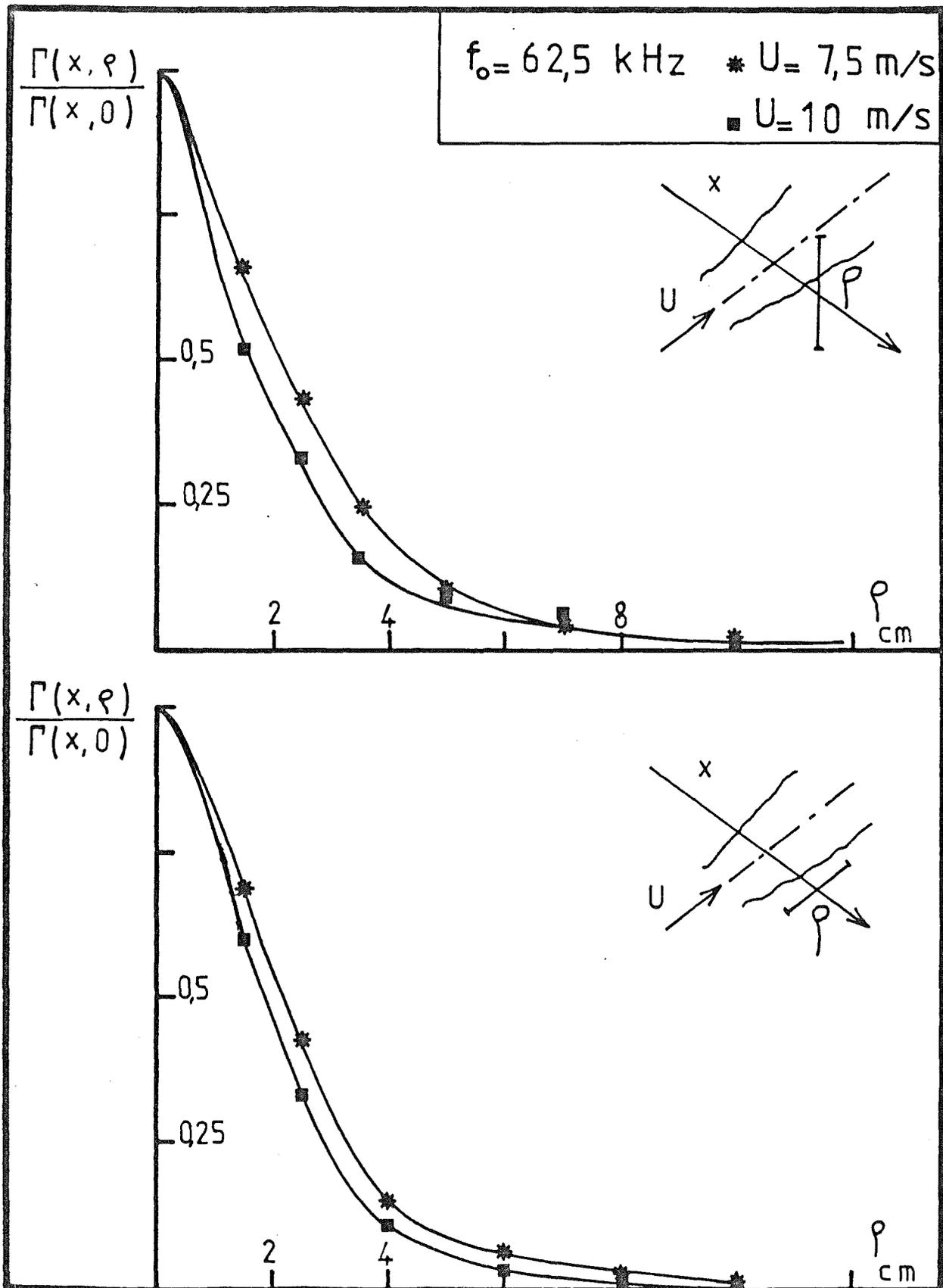


Figure 47 - Moment d'ordre deux du champ acoustique transmis dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation obtenu pour deux vitesses $U = 7.5 \text{ m/s}$ et 10 m/s et une fréquence d'émission $f_0 = 62,5 \text{ kHz}$

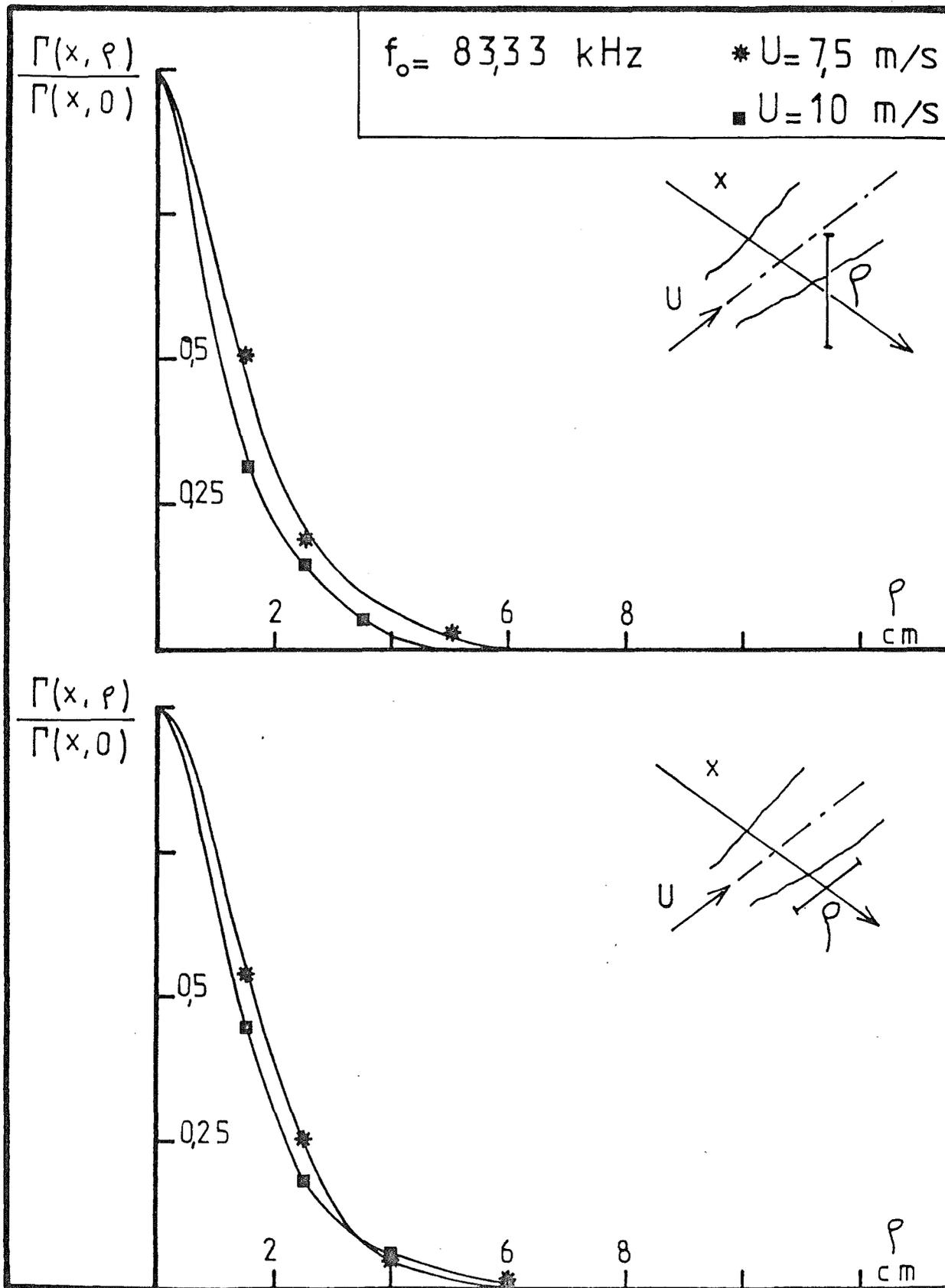


Figure 48 - Moment d'ordre deux du champ acoustique transmis dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation obtenu pour deux vitesses $U = 7.5 \text{ m/s}$ et 10 m/s et une fréquence d'émission $f_0 = 83.33 \text{ kHz}$

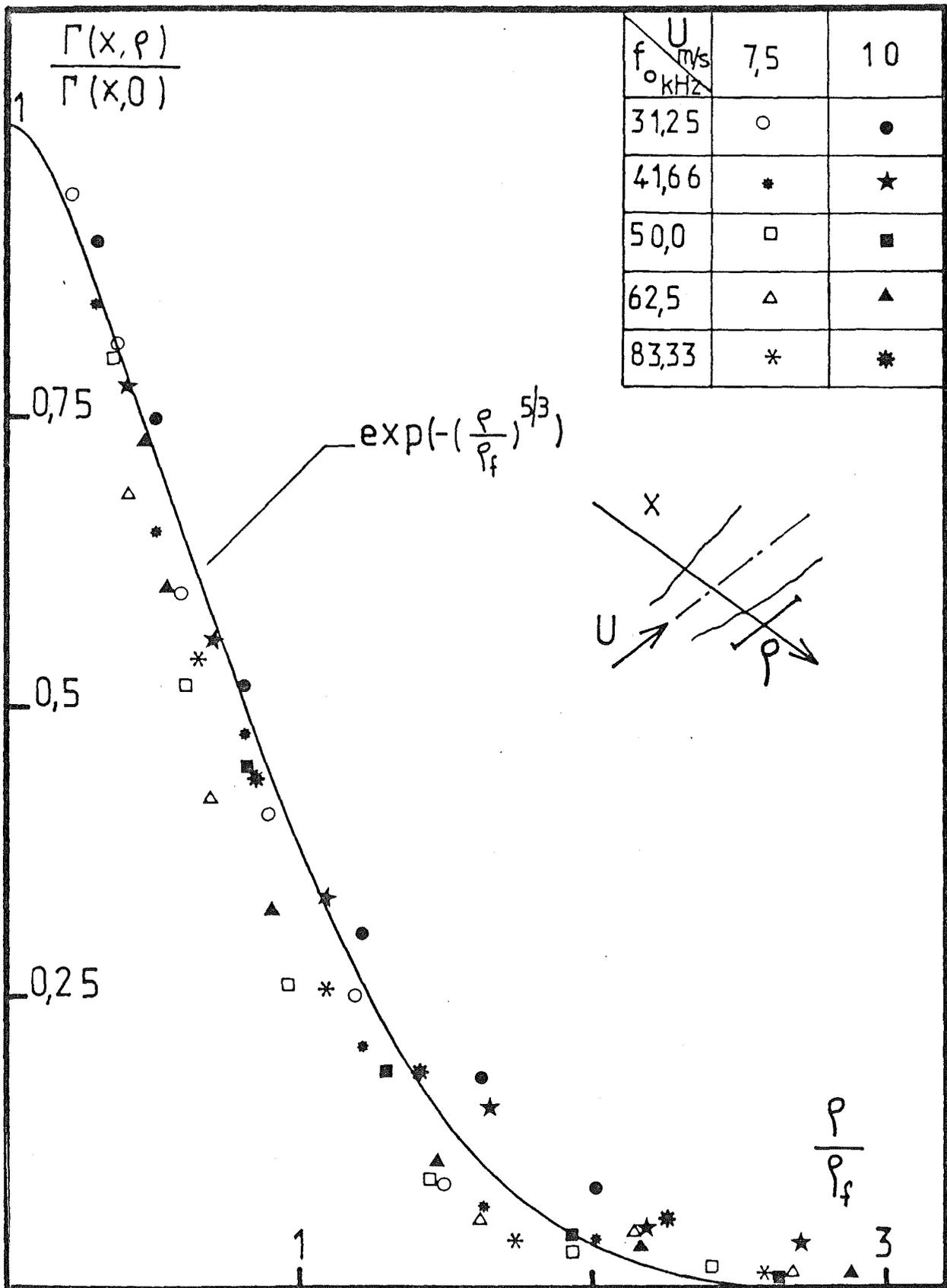


Figure 49 - Evolution de la cohérence spatiale du champ acoustique transmis en fonction de ρ/ρ_f (Eq. 4.1)

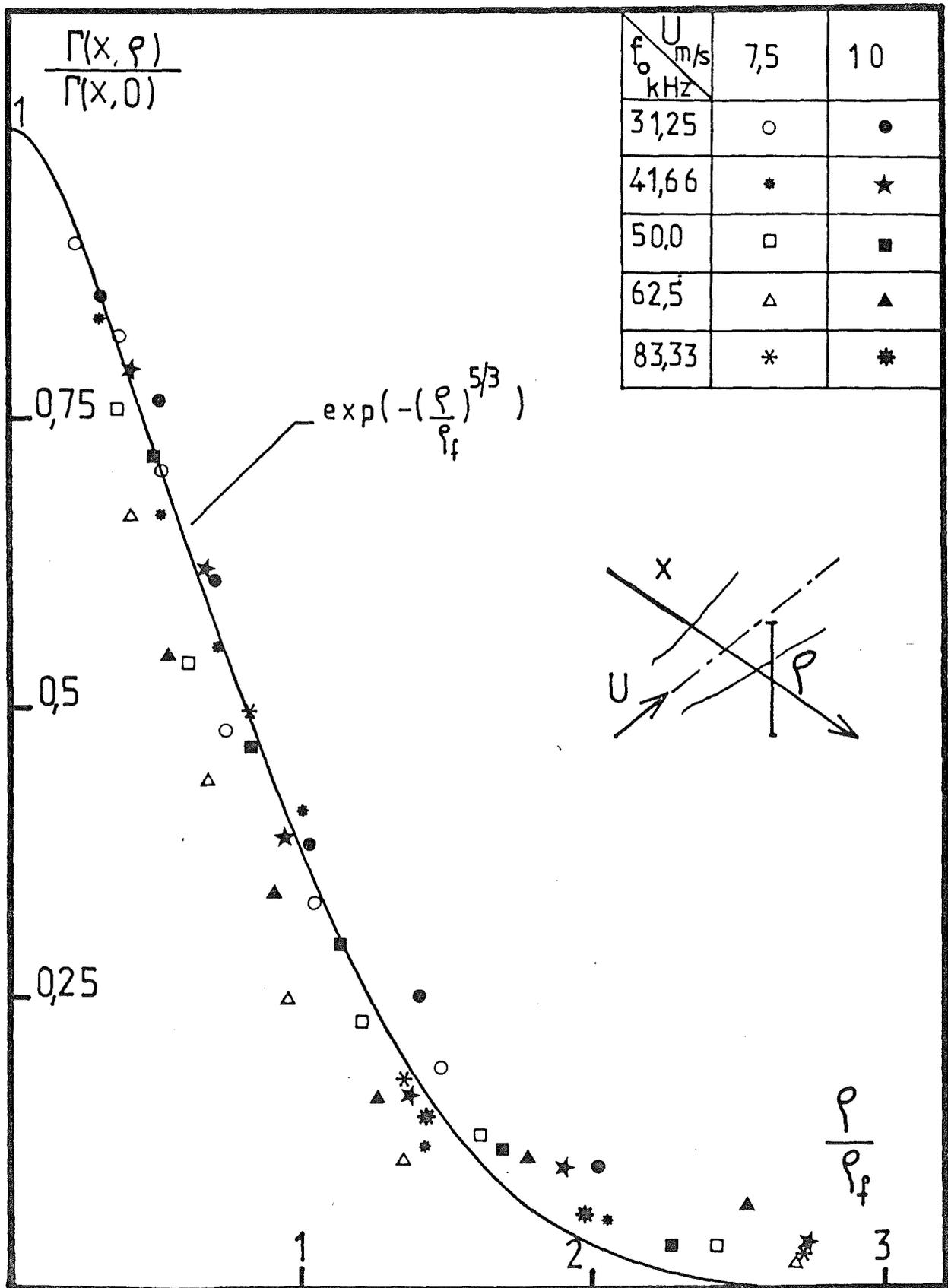
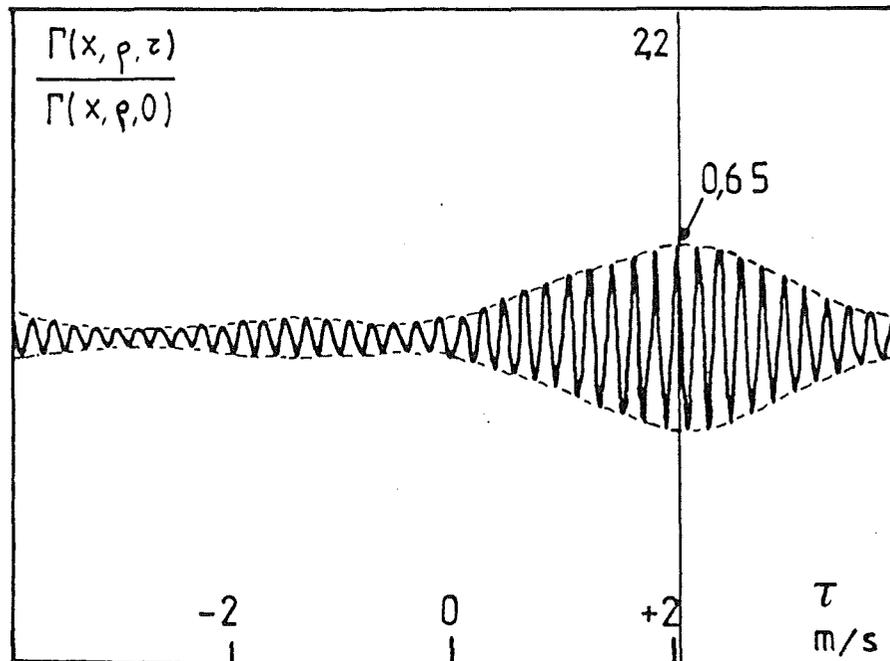


Figure 50 - Evolution de la cohérence spatiale du champ acoustique transmis en fonction de ρ/ρ_f (Eq. 4.10)



$f_o = 50 \text{ kHz}$ $U = 10 \text{ m/s}$

$\rho = 4 \text{ cm}$

Figure 51 - Exemple d'intercorrélation spatio-temporelle obtenue pour une fréquence d'émission de 50 kHz, une vitesse moyenne de 10 m/s et une séparation ρ de 4 cm.

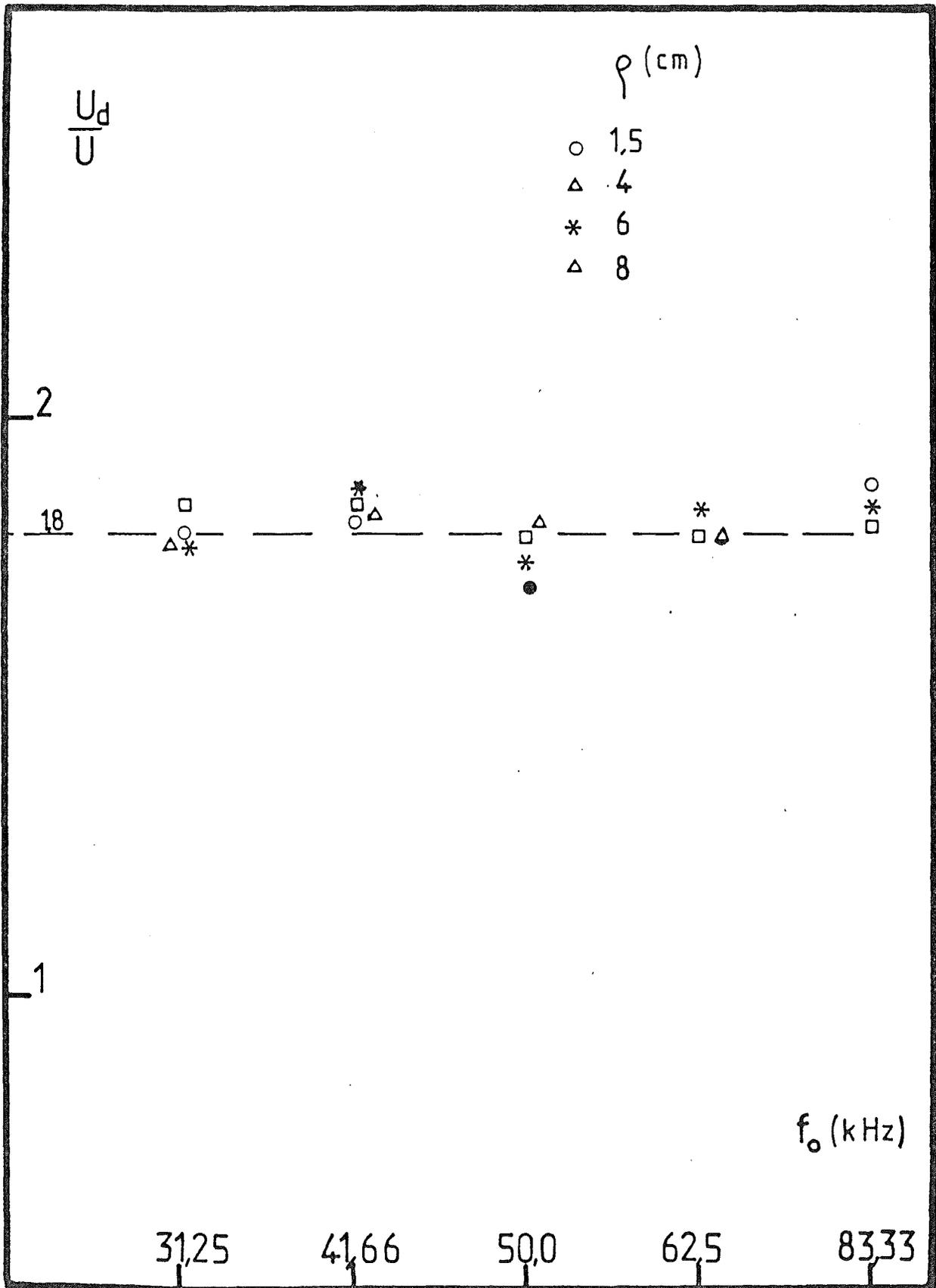


Figure 52 - Evolution de la vitesse de défilement du maximum de la fonction d'intercorrélation.

A U T O R I S A T I O N D E S O U T E N A N C E

Vu les dispositions de l'article 3 de l'arrêté du 16 Avril 1974,
Vu le rapport de présentation de Messieurs

Monsieur BLANC-BENON Philippe

est autorisé à présenter une soutenance de thèse pour l'obtention du titre
de DOCTEUR INGENIEUR, Spécialité ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 5 novembre 1981

Le Directeur de l'E.C.L.


A. MOIROUX