

THÈSE

présentée devant
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir
le titre de DOCTEUR
SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Christophe BOGEY

CALCUL DIRECT DU BRUIT AÉRODYNAMIQUE ET VALIDATION DE MODÈLES ACOUSTIQUES HYBRIDES

Soutenue le 19 avril 2000 devant la Commission d'Examen

JURY

Présidente : Mme G. COMTE-BELLOT

Examineurs : M. C. BAILLY
Mme A.S. BONNET-BENDHIA
M. S. CANDEL (Rapporteur)
M. D. JUVE
M. P. LAFON
M. S. LELE (Rapporteur)

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509
École Centrale de Lyon

Ce travail, commencé en octobre 1997, s'est déroulé au sein du groupe Acoustique du Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique de l'Ecole Centrale de Lyon. Il a été co-financé par le Centre National de la Recherche Scientifique et Electricité de France.

Deux personnes ont joué un rôle essentiel dans ce travail. Je remercie très chaleureusement Daniel Juvé, professeur à l'ECL et directeur du groupe Acoustique, pour m'avoir accueilli au sein du Centre Acoustique et avoir accepté de diriger cette thèse. Ses compétences et sa confiance sans faille ont encouragé le bon avancement de mes travaux. Je remercie aussi très chaleureusement Christophe Bailly, maître de conférences à l'ECL, pour m'avoir suivi quotidiennement avec une grande disponibilité et un enthousiasme communicatif.

J'associe également à ces remerciements Geneviève Comte-Bellot, professeur émérite de l'ECL et correspondante de l'Académie des Sciences de Paris, pour l'intérêt qu'elle a porté à mon travail et pour avoir accepté de présider ce jury.

J'exprime toute ma gratitude à Philippe Lafon, responsable du groupe Acoustique et Propagation au sein du département Acoustique et Mécanique Vibratoire de la Direction des Etudes et Recherche d'EDF, pour avoir suivi mes travaux et avoir bien voulu faire partie du jury.

Toute ma reconnaissance s'adresse à Sébastien Candel, professeur à l'Ecole Centrale de Paris et Sanjiva Lele, professeur à Stanford University, dont la notoriété dans la communauté aéroacoustique n'est plus à faire et qui m'ont fait l'honneur d'être rapporteurs de ma thèse et membres du jury.

Je remercie également Anne-Sophie Bonnet-Bendhia, chargée de recherche à l'Ecole Nationale Supérieure des Techniques Avancées, d'avoir accepté de juger ce travail.

Je remercie enfin les membres du Centre Acoustique, pour l'ambiance détendue et sympathique dans laquelle j'ai pris plaisir à travailler. Merci en particulier à Pierre Roland pour sa précieuse aide informatique. Une pensée est réservée aux doctorants et stagiaires que j'ai côtoyés au laboratoire, et notamment à Muriel, Serge, Xavier et Laurent.

Table des matières

Introduction	5
1 Méthodes numériques de calcul du rayonnement acoustique	13
1.1 Calcul direct du rayonnement acoustique	14
1.1.1 Résolution des équations de Navier-Stokes	14
1.1.2 Calcul direct des fluctuations de pression	18
1.2 Méthodes hybrides de calcul du bruit	20
1.2.1 Analogie de Lighthill	22
1.2.2 Equations de Phillips et de Lilley	25
1.2.3 Equations d'Euler linéarisées	26
1.3 Méthodes de propagation du rayonnement acoustique en champ lointain	27
1.3.1 Méthode de Kirchhoff	27
1.3.2 Equation des ondes convectées	30
1.3.3 Equations d'Euler linéarisées	31
1.4 Conclusion	31
2 Développement du code ALESIA pour la résolution des équations de Navier-Stokes	33
2.1 Traitement des points intérieurs	33
2.1.1 Equations de Navier-Stokes compressibles	33
2.1.2 Algorithme numérique	36
2.1.3 Modèle de sous-maille	39
2.2 Traitement des conditions aux limites	41
2.2.1 Conditions aux limites bidimensionnelles	41
2.2.2 Conditions aux limites tridimensionnelles	44
2.2.3 Elaboration d'une zone éponge	46
2.3 Cas tests de validation	46
2.3.1 Validation des conditions aux limites bidimensionnelles	47
2.3.2 Validation des conditions aux limites tridimensionnelles	52
2.3.3 Application d'une zone éponge en sortie d'écoulement	56

2.4	Caractéristiques du code ALESIA sur Cray C-98	58
2.5	Conclusion	61
3	Etude du rayonnement acoustique produit par deux tourbillons corotatifs	63
3.1	Calcul du rayonnement acoustique par simulation numérique directe	63
3.1.1	Définition des deux tourbillons corotatifs	64
3.1.2	Tourbillons corotatifs dans un milieu au repos	64
3.1.3	Tourbillons corotatifs placés dans une zone de cisaillement	68
3.2	Calcul du rayonnement acoustique à l'aide des équations d'Euler linéarisées . . .	72
3.2.1	Méthode hybride basée sur les équations d'Euler linéarisées	73
3.2.2	Tourbillons corotatifs dans un milieu au repos	74
3.2.3	Tourbillons corotatifs dans une couche de cisaillement	79
3.3	Conclusion	83
4	Etude du rayonnement acoustique produit par une couche de mélange	85
4.1	Configuration	85
4.1.1	Propriétés de la couche de mélange	86
4.1.2	Influence de l'excitation sur le développement de la couche de mélange . .	87
4.2	Développement aérodynamique d'une couche de mélange excitée aléatoirement .	90
4.2.1	Paramètres de simulation	90
4.2.2	Développement aérodynamique	91
4.2.3	Taux d'élargissement de la couche de mélange	93
4.2.4	Similitude des profils transversaux	94
4.2.5	Contenu spectral des fluctuations de vitesse	96
4.3	Calcul direct du rayonnement d'une couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. . .	96
4.3.1	Paramètres de simulation	98
4.3.2	Développement aérodynamique	100
4.3.3	Champ acoustique rayonné	101
4.3.4	Analyse du mécanisme de génération de bruit	103
4.4	Calcul du rayonnement acoustique à l'aide des équations d'Euler linéarisées . . .	106
4.4.1	Mise en oeuvre numérique	108
4.4.2	Expression des termes sources	108
4.4.3	Rayonnement acoustique	110
4.5	Utilisation de l'analogie de Lighthill	112
4.5.1	Formulations intégrales de l'analogie	114
4.5.2	Mise en oeuvre numérique	115
4.5.3	Expression des termes sources	117
4.5.4	Rayonnement acoustique	121
4.6	Conclusion	126

5	Simulation d'un jet rond 3-D	129
5.1	Configuration	129
5.1.1	Définition du jet	130
5.1.2	Paramètres de simulation	131
5.2	Etude du jet excité aléatoirement	132
5.2.1	Maillage	132
5.2.2	Excitation	134
5.2.3	Développement aérodynamique	134
5.2.4	Rayonnement acoustique	144
5.3	Etude du jet excité aux fréquences f_0 et $f_0/2$	150
5.3.1	Maillage	150
5.3.2	Excitation	151
5.3.3	Développement aérodynamique	152
5.3.4	Rayonnement acoustique	153
5.4	Conclusion	157
	Conclusion	159
	A Maillage cartésien irrégulier	165
	B Simulation d'un jet bidimensionnel	169
	C Champ sonore produit par des sources de type quadrupôle tournant	171
	Références	177
	Publications	187

Introduction

Contexte général

La réduction du bruit d'origine aérodynamique constitue aujourd'hui un enjeu industriel majeur. Dans le secteur nucléaire, le rayonnement acoustique produit dans les conduites par des écoulements rapides est susceptible d'endommager gravement les structures du fait d'effets résonants induits. Dans le domaine des transports aéronautiques et terrestres, les nuisances sonores occasionnées doivent respecter des normes de plus en plus sévères, et la notion de confort acoustique des usagers doit être prise en compte. Il convient donc de pouvoir prévoir avec précision le champ sonore généré par les écoulements turbulents si l'on souhaite le traiter efficacement.

L'aéroacoustique est une discipline qui fait intervenir des phénomènes aérodynamiques et acoustiques variés, qui sont de plus fortement couplés. En général, on distingue deux étapes dans le rayonnement sonore des écoulements: la génération de bruit dans les zones de turbulence où les effets non linéaires sont très importants, et la propagation linéaire des ondes acoustiques dans un milieu au repos jusqu'en champ lointain. Afin d'identifier les sources de bruit, il est donc nécessaire d'avoir une bonne connaissance des écoulements turbulents, ce qui explique pourquoi les progrès de l'aéroacoustique ont souvent été liés à ceux de la mécanique des fluides, aussi bien au niveau expérimental que numérique. Mais, pour prendre en compte les caractéristiques physiques des fluctuations acoustiques, des techniques originales ont dû être mises en œuvre.

C'est ainsi en 1952 que Lighthill⁶³ propose une analogie à partir de laquelle la plupart des théories aéroacoustiques ont été développées. Lighthill recombine les équations de la mécanique des fluides, afin de faire apparaître le bruit produit par un écoulement comme solution d'une équation de propagation dans un milieu au repos. La génération du bruit est identifiée par le terme de droite de l'équation, par l'intermédiaire de termes sources acoustiques construits à partir des champs de vitesse aérodynamique. L'analogie constitue une des premières formulations simples du couplage entre la génération et la propagation du bruit. L'équation des ondes peut également être facilement résolue sous forme intégrale si l'on connaît la fonction de Green associée au problème étudié, ce qui est le cas en espace libre. Afin de prendre en compte

dans l'opérateur de propagation les effets de l'écoulement moyen sur le champ sonore rayonné, l'analogie de Lighthill a été reformulée par Phillips (1960),⁸⁸ puis par Lilley (1972).⁶⁴ Ces approches analogiques ont permis de mettre en évidence les lois dimensionnelles d'évolution de la production de bruit en fonction de la vitesse. Ainsi l'intensité acoustique d'un jet varie selon une loi en U^8 en régime subsonique, et une loi en U^3 en régime supersonique. L'utilisation d'une description statistique de la turbulence pour modéliser les termes sources acoustiques³ a aussi permis de définir des lois de directivité du rayonnement acoustique des jets. On peut enfin noter que les extensions de l'analogie sont nombreuses. Citons la reformulation des termes sources en terme de vorticités par Powell (1964),⁹⁰ reprise par Howe (1975),⁴⁷ et les développements de Ffowcs Williams et Hawkings (1969)²⁸ incluant la présence de parois solides en mouvement.

Après l'analogie de Lighthill, c'est la mise en évidence de la présence de structures cohérentes dans les écoulements turbulents qui a donné un souffle nouveau à l'aéroacoustique. En 1971, Crow & Champagne²⁴ suggèrent déjà que le rayonnement acoustique d'un jet peut être modifié en agissant sur les structures ordonnées de l'écoulement, tandis que Bishop *et al.*¹³ identifient les macro-échelles comme les principales sources du rayonnement des jets supersoniques. Ainsi, quand en 1974, Brown & Roshko¹⁷ observent des structures cohérentes dans des couches de mélange même à nombres de Reynolds élevés, la question s'est posée de savoir si ces structures constituent les sources de bruit principales des jets. A partir de ce moment, on a essayé de distinguer la contribution acoustique des grosses structures, au comportement presque déterministe, de celle des petites structures turbulentes quasi-aléatoires. Il faut noter là l'influence du nombre de Reynolds. S'il semble en effet que l'on retrouve toujours des structures cohérentes, le développement des petites échelles de la turbulence est limité par les effets visqueux à bas nombres de Reynolds. Les études entreprises pour mettre en évidence les contributions relatives des grosses et des petites structures turbulentes ont ainsi souvent consisté à faire varier le nombre de Reynolds des jets pour comparer les caractéristiques de leurs rayonnements respectifs.¹¹⁹

Le rôle prépondérant des grosses structures est maintenant bien établi dans le rayonnement acoustique des jets supersoniques.¹¹⁴ Pour des jets libres parfaitement détendus, i.e. sans onde de choc, des ondes de Mach apparaissent pour des nombres de Mach $M > 1.5$, et dominent alors le rayonnement sonore pour des angles proches de $\theta \simeq \cos^{-1}(1/M_c)$. On sait en effet depuis Phillips (1960),⁸⁸ que ce rayonnement est produit par la convection supersonique des structures turbulentes à un nombre de Mach $M_c > 1$. En représentant les structures cohérentes sous la forme d'instabilités linéaires, les développements analytiques de Tam & Morris (1980),¹⁰⁸ puis de Tam & Burton (1984)¹⁰⁹ ont décrit ce mécanisme de génération de bruit. Les résultats expérimentaux de Laufer *et al.* (1976),⁵⁸ Morrison & McLaughlin (1979),⁸³ et de Troutt & McLaughlin (1982),¹¹⁹ portant sur des jets supersoniques à des nombres de Mach de 2 et 2.1, et à des nombres de Reynolds respectivement de 2.6×10^6 , 7×10^4 et 7.9×10^3 , ont montré la

grande similitude des trois spectres acoustiques mesurés. A bas nombre de Reynolds, le spectre présente un pic très marqué pour un nombre de Strouhal de $St \simeq 0.2$. A nombres de Reynolds plus élevés, le spectre se remplit progressivement d'un bruit large bande tout en conservant un maximum à $St \simeq 0.2$. Le rayonnement acoustique produit par les petites structures turbulentes est donc un bruit large bande, de plus faible amplitude que la contribution des plus grosses structures de l'écoulement.

En régime subsonique, les mécanismes de génération de bruit par les structures cohérentes sont moins bien connus.^{29,40} La convection seule des structures ne faisant pas de bruit, Winant & Browand (1974)¹²³ ont proposé les appariements de tourbillons comme source de bruit principale. Des études consistant à organiser le développement turbulent des jets ont alors été réalisées pour confirmer cette hypothèse. Kibens (1980)⁵⁶ constate, en excitant un jet subsonique à nombre de Reynolds de 5×10^4 à la fréquence fondamentale de sa couche de cisaillement, que son rayonnement présente des pics aux fréquences sous-harmoniques associées à des appariements de tourbillons qui se produisent à des positions parfaitement fixées. Il observe également une diminution du niveau sonore large bande. Néanmoins, ces résultats sont limités aux jets à faibles nombres de Reynolds, comme le montrent les travaux de Zaman (1985).¹²⁸ En effet, au-delà de $Re > 10^5$, la couche de cisaillement devient turbulente dès le plan de sortie de la tuyère, ce qui inhibe la croissance des instabilités et par conséquent la cascade des tourbillons. Les expériences de Bridges & Hussain¹⁶ ont également montré que l'appariement de tourbillons annulaires dans un jet produit un rayonnement associé à une source de type quadrupôle axisymétrique avec un angle d'extinction proche de 70° par rapport à l'axe aval du jet, qui n'est pas retrouvé dans les directivités des jets non excités. Les appariements de tourbillons annulaires ne semblent donc pas devoir constituer la source de bruit prépondérante des jets subsoniques. Néanmoins, au vue de la similitude des rayonnements obtenus sur deux jets subsoniques à Mach 0.9 et à nombre de Reynolds de 5.4×10^5 et de 3600 par Mollo-Christensen (1964) *et al.*⁸⁰ et Stromberg (1980) *et al.*¹⁰⁵ respectivement, on peut quand même supposer que les mécanismes de bruit sont identiques dans les deux cas. Autrement dit, que le bruit est prioritairement produit par les grosses structures, selon un mécanisme qui n'est pas encore clairement identifié.

Aujourd'hui l'étude du rayonnement des jets, et plus généralement des écoulements turbulents, connaît un nouvel essor lié aux développements des simulations numériques qui doivent apporter des réponses à ces questions et compléter l'expérimentation.

L'aéroacoustique numérique

La simulation numérique des écoulements a connu depuis une vingtaine d'années des avancées considérables qui permettent aujourd'hui d'utiliser de nombreux codes de CFD (pour Computational Fluid Dynamic) performants. On calcule ainsi avec une bonne précision les caractéristiques aérodynamiques des écoulements turbulents directement à partir de la résolution des équations de Navier-Stokes compressibles instationnaires. On sait que les équations de Navier-Stokes décrivent non seulement l'évolution des perturbations de nature aérodynamique, mais aussi celle des fluctuations acoustiques. Il est donc en théorie possible d'obtenir directement le rayonnement acoustique produit par les écoulements simulés. Mais, en pratique, les simulations CFD conventionnelles ne fournissent pas un champ compressible exploitable pour l'étude du rayonnement, et il faut utiliser une méthode indirecte ou hybride pour calculer le rayonnement acoustique. Les deux approches possibles qui s'offrent à nous pour calculer le bruit, à savoir le calcul acoustique direct et l'approche hybride, sont présentées sur la figure 1.

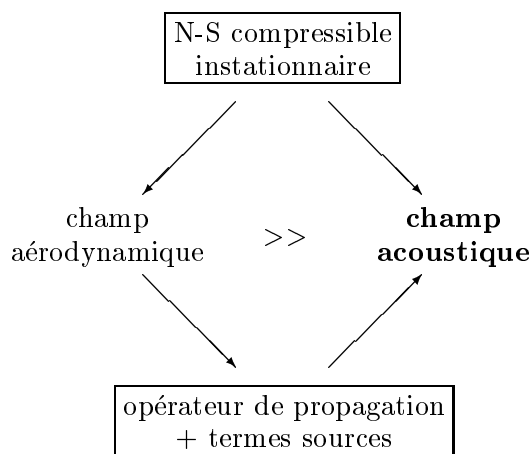


Figure 1: Utilisation des équations de Navier-Stokes pour calculer le bruit. On distingue la détermination directe du champ acoustique de l'approche hybride, qui utilise les champs aérodynamiques dans un modèle de termes sources acoustiques.

Pour expliquer les difficultés rencontrées dans la détermination des ondes acoustiques, il faut se rappeler les particularités des fluctuations acoustiques par rapport au champ aérodynamique.^{61,113} Tout d'abord, les ondes acoustiques se propagent à la vitesse du son sur de grandes distances dans toutes les directions spatiales, alors que les perturbations aérodynamiques sont uniquement convectées par l'écoulement. De plus, les amplitudes des ondes acoustiques sont de l'ordre de 10^4 à 10^5 fois inférieures aux amplitudes du champ aérodynamique moyen, et leur échelle de longueur caractéristique, typiquement la longueur d'onde acoustique principale λ , est de l'ordre de 10^2 fois supérieure aux épaisseurs de cisaillement δ généralement constatées dans les écoulements cisailés. Enfin, le bruit rayonné par la turbulence est souvent à large bande avec

un facteur de l'ordre de 10^3 entre les plus petites et les plus grandes longueurs d'onde à prendre en compte. Les caractéristiques des fluctuations acoustiques que l'on souhaiterait obtenir par le même calcul que les champs aérodynamiques imposent donc des contraintes numériques fortes au niveau des algorithmes de discrétisation, des maillages et surtout des conditions aux limites.

La première approche de calcul du bruit consiste donc à utiliser seulement le champ aérodynamique de vitesse fourni par un code CFD. On parle de méthode hybride puisqu'elle s'effectue en deux étapes qui découplent les déterminations des champs aérodynamiques et acoustiques. Le champ de vitesse calculé par le code CFD est en effet introduit dans un opérateur de propagation acoustique par l'intermédiaire d'un modèle de termes sources, afin d'obtenir le champ sonore rayonné. On sépare ainsi la génération du bruit, associée aux fluctuations de vitesse aérodynamique, et la propagation des ondes acoustiques. Évidemment, la précision de la méthode dépendra de la capacité de l'opérateur de propagation utilisé à rendre compte des interactions entre le champ sonore et l'écoulement moyen, et en particulier des effets de convection et de réfraction des ondes. Ainsi, si l'équation des ondes utilisée dans l'analogie de Lighthill⁶³ néglige tous ces effets, d'autres opérateurs ont depuis été proposés pour décrire précisément la propagation des ondes dans un milieu en mouvement. Citons l'équation de Lilley⁶⁴ pour un écoulement purement cisailé, et les équations d'Euler linéarisées² dans le cas général, comme exemples d'opérateurs de propagation exacts. Le deuxième défaut de ces méthodes est lié à l'expression des termes sources. Les fluctuations de vitesse contiennent des composantes compressibles et incompressibles difficiles à séparer, ce qui introduit dans les termes sources des informations plutôt associées aux interactions entre les champs acoustiques et aérodynamiques. Dans l'analogie de Lighthill même, l'expression des termes sources utilisée contient une partie liée aux effets de l'écoulement moyen sur la propagation,⁹¹ et constitue encore un sujet ouvert.⁹² En conclusion, l'utilisation des méthodes hybrides est délicate car des petites erreurs au niveau de l'opérateur de propagation ou des termes sources peuvent conduire à des écarts importants sur le champ rayonné.

Pour s'affranchir des insuffisances des modèles hybrides, des techniques spécifiques à l'aéroacoustique numérique^{61,113} ont été développées depuis une dizaine d'années, afin de rendre possible la détermination du rayonnement acoustique à partir de la résolution des équations de Navier-Stokes. Elles ont été construites de telle sorte qu'elles prennent en compte les caractéristiques des ondes acoustiques. Le schéma numérique doit être suffisamment précis pour calculer les fluctuations acoustiques très petites par rapport aux champs aérodynamiques. Il doit également permettre la propagation des ondes sur de longues distances sans effets de dissipation ou de dispersion significatifs, ce qui a motivé le développement des schémas compacts de Lele (1992)⁶⁰ ou des schémas DRP (Dispersion Relation Preserving) de Tam & Webb (1993).¹¹⁰ Le problème des conditions aux limites se pose aussi de façon cruciale, si l'on souhaite exploiter directement le champ compressible calculé. Les conditions de non réflexion doivent permet-

tre la sortie non seulement des ondes acoustiques, mais aussi des tourbillons, sans produire de réflexions parasites trop importantes. Et les amplitudes des perturbations aérodynamiques étant nettement plus grandes que les amplitudes des fluctuations acoustiques, les ondes parasites éventuellement créées par la sortie des tourbillons risquent de ne pas être négligeables devant les ondes acoustiques physiques que l'on essaie de calculer. Des formulations asymptotiques des équations d'Euler et des zones éponges ont donc été proposées¹¹⁶ pour prendre en compte ce problème. Toutes ces techniques numériques font partie d'une nouvelle discipline en plein essor, que l'on nomme CAA (pour Computational AeroAcoustics).

L'intérêt du calcul direct du rayonnement acoustique est de fournir une solution exacte, car aucune hypothèse n'est utilisée pour le champ acoustique au contraire des méthodes hybrides. Il est ainsi possible de déterminer le rayonnement acoustique des écoulements turbulents avec une grande précision. L'application du calcul acoustique direct par Freund *et al.*^{33,34} à des jets supersoniques et subsoniques à faibles nombres de Reynolds en utilisant des simulations numériques directes (DNS) a par exemple fourni des niveaux sonores tout à fait comparables aux données expérimentales correspondantes. Le calcul acoustique direct doit également permettre d'étudier de manière fine les mécanismes de génération de bruit présents dans les écoulements turbulents, puisque l'on dispose à la fois des champs aérodynamiques et acoustiques complets. L'identification des sources de bruit en régime subsonique, associées en particulier aux plus grosses structures turbulentes,^{20,34} constitue un sujet d'étude privilégié. Il doit enfin fournir des solutions de référence pour valider les méthodes hybrides,²⁰ en particulier la prise en compte des effets de l'écoulement moyen sur les ondes acoustiques et les modèles de termes sources utilisés.

Objectifs de la thèse

L'objectif de la présente étude est de mettre en œuvre le calcul direct du rayonnement acoustique des écoulements turbulents à partir des équations de Navier-Stokes. Les codes conventionnels de mécanique des fluides n'étant pas adaptés pour ce type de calcul, il m'a fallu écrire un code spécifique à l'acoustique, nommé ALESIA pour Appropriate Large Eddy Simulation for Aeroacoustics. Pour cela, il a donc été nécessaire d'acquérir le savoir-faire numérique, et de systématiquement valider les développements informatiques au niveau des résultats aérodynamiques et acoustiques. Le code a ensuite été utilisé dans le cas d'écoulements libres subsoniques, pour montrer la faisabilité et les possibilités du calcul acoustique direct. La démarche suivie s'articule autour des objectifs suivants:

- développer un code 2D/3D de résolution des équations de Navier-Stokes compressibles instationnaires en utilisant des techniques numériques appropriées pour permettre l'exploitation directe du champ compressible pour les études acoustiques. Les méthodes numériques,

en particulier les conditions aux limites de non réflexion, sont validées à l'aide des cas tests dont on dispose dans la littérature ou qu'il nous faut proposer.

- simuler des écoulements subsoniques libres, de plus en plus complexes, à savoir: deux tourbillons corotatifs, une couche de mélange bidimensionnelle, et un jet rond tridimensionnel. On souhaite ainsi valider les caractéristiques aérodynamiques des écoulements et déterminer bien sûr directement le champ acoustique rayonné. Les résultats sont comparés avec les résultats expérimentaux et numériques correspondants.
- mettre en évidence la génération de bruit par fusion de grosses structures turbulentes. On s'intéresse en particulier à l'appariement de tourbillons dans la couche de mélange et de tourbillons annulaires dans le jet rond, afin de retrouver les sources de bruit de type quadrupolaire associées.
- utiliser les champs de vitesse fournis par la résolution des équations de Navier-Stokes pour appliquer des méthodes hybrides de calcul du bruit, comme les équations d'Euler linéarisées et l'analogie de Lighthill. Il s'agit d'évaluer la précision du champ acoustique ainsi obtenu par comparaison avec le champ sonore donné par le calcul direct. L'étude porte principalement sur la validation des termes sources introduits dans les équations d'Euler linéarisées et sur la prise en compte des effets du champ moyen par ces méthodes hybrides.

Alors que les tourbillons corotatifs sont simulés par simulation numérique directe (DNS), il a semblé plus intéressant d'utiliser la simulation des grandes échelles (LES) pour la couche de mélange et le jet rond. A la différence de la DNS qui calcule toutes les échelles de la turbulence, la LES ne résout que les plus grosses en modélisant les effets des plus petites. Cela permet d'étudier des écoulements à nombres de Reynolds plus élevés que par DNS, et cette méthode va certainement être largement utilisée dans les années futures. On s'intéresse malgré cela à des écoulements à nombres de Reynolds encore modérés, pour lesquels l'hypothèse selon laquelle les plus grosses structures constituent les sources de bruit prépondérantes semble bien vérifiée.

Organisation du mémoire

L'organisation du rapport témoigne de la progression de l'étude, qui débute avec des cas tests simples de validation de techniques numériques, pour aboutir à la simulation complète d'un jet circulaire.

Dans le premier chapitre, les principales méthodes numériques de calcul du bruit d'origine aérodynamique sont présentées. Elles sont classées en trois catégories: les méthodes de calcul direct, les méthodes hybrides et les techniques de propagation des ondes acoustiques en champ

lointain. On précise, pour chaque approche, leurs avantages, leurs insuffisances et leurs domaines privilégiés d'application, et on donne à titre d'illustration leurs mises en œuvre les plus significatives.

Le deuxième chapitre est consacré au développement du code ALESIA 2D/3D résolvant les équations de Navier-Stokes compressibles instationnaires. Le code utilise des techniques numériques spécifiques à la CAA afin d'exploiter directement le champ compressible, comme les schémas aux différences finies DRP de Tam & Webb,¹¹⁰ et les conditions aux limites de Tam & Dong.¹¹⁵ La précision des conditions aux limites de non réflexion est évaluée à l'aide de cas tests basés sur la sortie d'ondes acoustiques et de structures tourbillonnaires du domaine de calcul. Le modèle de sous-maille de Smagorinsky¹⁰¹ est implanté afin d'étudier des écoulements par simulation des grandes échelles (LES).

On s'intéresse, dans le troisième chapitre, au rayonnement de deux tourbillons corotatifs placés successivement dans un milieu au repos puis dans une zone de cisaillement avec une vitesse de convection nulle. Le rayonnement acoustique de type quadrupolaire est déterminé par simulation numérique directe (DNS). On applique également la méthode hybride s'appuyant sur les équations d'Euler linéarisées, pour estimer la validité du modèle de termes sources.

On considère, dans le quatrième chapitre, une couche de mélange bidimensionnelle entre deux écoulements subsoniques calculée par simulation des grandes échelles (LES). L'introduction de perturbations de vitesse aléatoires en entrée d'écoulement conduit à un développement naturel de la turbulence. Cela permet de valider les caractéristiques aérodynamiques de l'écoulement par comparaison avec les études expérimentales et numériques correspondantes. En excitant en entrée à la fréquence fondamentale et au premier sous-harmonique de la couche de mélange, le lieu du premier appariement de tourbillons est fixé. Le bruit produit par cet appariement est calculé directement par LES et le mécanisme est analysé en détail. Le rayonnement acoustique est également déterminé par deux méthodes hybrides: à l'aide des équations d'Euler linéarisées et par application de l'analogie de Lighthill. Les résultats obtenus sont conformes à la solution de référence fournie par la LES.

Enfin, le dernier chapitre concerne l'étude par LES d'un jet circulaire à nombre de Mach de 0.9 et à nombre de Reynolds de 6.5×10^4 . Le jet, excité avec des perturbations de vitesse aléatoires, présente un développement turbulent dont les caractéristiques sont en bon accord avec les données expérimentales. Son rayonnement acoustique est déterminé directement. Il est également en très bon accord avec les mesures expérimentales. Le jet est également excité à des fréquences discrètes de manière axisymétrique, pour mettre en évidence le bruit produit par l'appariement de tourbillons annulaires, à l'image de ce qui a été réalisé dans le cas de la couche de mélange. On observe ainsi le champ acoustique associé à un quadrupôle axisymétrique.

Chapitre 1

Méthodes numériques de calcul du rayonnement acoustique

Dans ce premier chapitre, on présente les principales méthodes numériques de calcul du bruit d'origine aérodynamique. Elles sont ici classées en deux catégories bien distinctes selon la démarche utilisée pour obtenir le rayonnement acoustique à partir des caractéristiques aérodynamiques de l'écoulement turbulent. La première approche est constituée des méthodes de calcul direct du bruit dans lesquelles le champ acoustique est déterminé directement par la résolution des équations de la mécanique des fluides. La seconde regroupe les méthodes hybrides de calcul du bruit et s'effectue en deux étapes. La première étape est consacrée à la détermination du champ aérodynamique de l'écoulement, utilisé pour construire des termes sources acoustiques. La seconde étape fournit le champ sonore rayonné en introduisant ces termes sources dans un opérateur de propagation acoustique. Enfin, dans le dernier paragraphe, on présente aussi des techniques de propagation des ondes acoustiques permettant de prolonger le rayonnement sonore en champ lointain à partir d'une première détermination du champ acoustique limitée au champ proche.

Nomenclature des sigles utilisés

CAA	Computational AeroAcoustics
CFD	Computational Fluid Dynamics
DNS	Direct Numerical Simulation
LEE	Linearized Euler Equations
LES	Large Eddy Simulation
NLDE	Non Linear Disturbance Equations
N-S	Navier-Stokes
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations
SNGR	Stochastic Noise Generation and Radiation

1.1 Calcul direct du rayonnement acoustique

Le calcul direct du rayonnement sonore consiste à déterminer le champ acoustique directement à partir des équations de la mécanique des fluides compressibles instationnaires. Il s'agit donc de calculer simultanément le champ aérodynamique et les ondes sonores produites par la turbulence. Dans cette démarche, tous les phénomènes physiques qui entrent en jeu au niveau de la génération et de la propagation du bruit sont a priori pris en compte. On simule notamment toutes les interactions entre les champs de vitesse et les ondes acoustiques, comme les effets de réfraction des ondes par exemple. L'approche directe n'utilise aucun modèle acoustique, aucune hypothèse simplificatrice, et fournit ainsi une solution de référence pour la validation des méthodes hybrides.

Cependant, pour obtenir un champ acoustique directement exploitable, il faut introduire dans les simulations des écoulements des techniques numériques adaptées à la nature des ondes acoustiques.^{61,113} L'algorithme numérique doit en effet être à la fois capable de calculer les fluctuations acoustiques de très faible amplitude par rapport au champ aérodynamique, et d'assurer la propagation des ondes acoustiques sur de longues distances sans effets notables de dissipation ou de dispersion.^{60,110} Le traitement des conditions aux limites se pose également de façon cruciale puisqu'il doit minimiser les réflexions parasites aux frontières du domaine de calcul. La sortie des structures turbulentes, en particulier, ne doit pas produire d'ondes acoustiques possédant des amplitudes supérieures aux ondes acoustiques physiques que l'on cherche à calculer.

Les différentes méthodes de calcul direct du bruit sont représentées sur la figure 1.1. On distingue, à gauche, la résolution des équations de Navier-Stokes par les trois méthodes conventionnelles (DNS, LES, RANS instationnaire) de la mécanique des fluides; et à droite, la résolution d'équations (NDLE, LEE) exprimées sur les quantités fluctuantes seulement.

1.1.1 Résolution des équations de Navier-Stokes

Cette approche consiste à résoudre les équations de Navier-Stokes compressibles instationnaires aussi loin que l'on veut calculer le champ acoustique. De manière générale, les équations de Navier-Stokes peuvent s'écrire sous la forme conservative suivante:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{Ee}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{Fe}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{Ge}}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{Ev}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{Fv}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{Gv}}{\partial z} = 0 \quad (1.1)$$

Le vecteur inconnu \mathbf{U} s'écrit:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e \end{pmatrix}$$

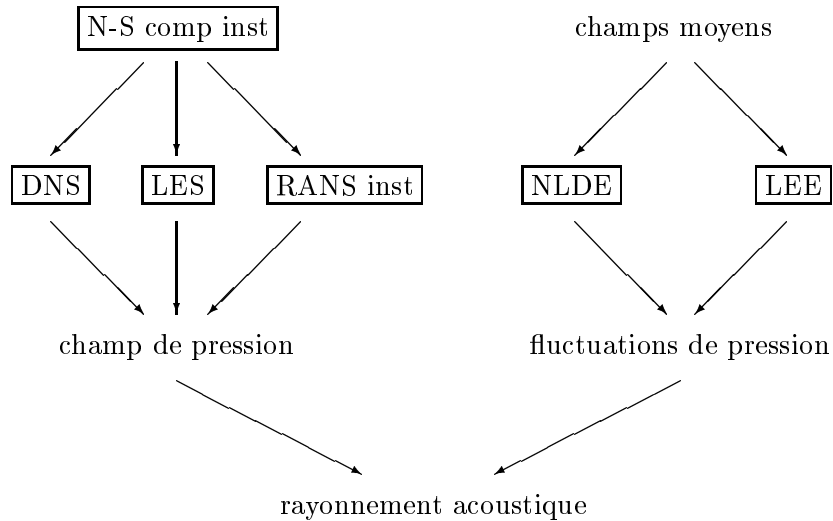


Figure 1.1: Méthodes pour calculer directement le champ acoustique à partir des équations de la mécanique des fluides. La signification des sigles est donnée dans la nomenclature, avec de plus, *comp* pour l’abréviation de compressible et *inst* pour instationnaire.

où ρ représente la masse volumique, u , v et w les trois composantes de la vitesse et e l’énergie spécifique interne totale. \mathbf{Ee} , \mathbf{Fe} et \mathbf{Ge} correspondent aux flux eulériens et \mathbf{Ev} , \mathbf{Fv} et \mathbf{Gv} aux flux visqueux dans les trois directions de l’espace.

Cette approche s’appuie en grande partie sur les trois méthodes classiques de résolution des équations de Navier-Stokes: la simulation numérique directe (DNS) qui résout toutes les structures turbulentes, la simulation des grandes échelles (LES) ne calculant que les plus grosses structures en modélisant les effets des petites, et les équations moyennées et fermées par un modèle de turbulence (RANS instationnaire).

Cette démarche est ambitieuse, et peut paraître la plus simple a priori. Mais c’est aussi la plus difficile au niveau numérique, car il faut calculer avec suffisamment de précision les quantités physiques pour pouvoir exploiter directement les fluctuations acoustiques dont les amplitudes sont de 4 à 5 ordres de grandeur inférieures aux amplitudes des champs moyens. Le choix d’algorithmes numériques et de conditions aux limites spécifiques au calcul aéroacoustique est donc nécessaire.

Simulation numérique directe (DNS)

L’objectif de la simulation numérique directe est de calculer toutes les échelles constituant le spectre de l’énergie cinétique turbulente. Elle implique en particulier de mailler jusqu’à la plus petite échelle de la turbulence, l’échelle de Kolmogorov l_η , caractérisant les structures dissipant l’énergie cinétique. Une relation dimensionnelle simple⁵ permet de former le rapport entre l’échelle de Kolmogorov l_η et l’échelle intégrale de l’écoulement L pour une turbulence

isotrope:

$$\frac{L}{l_\eta} \sim Re_L^{3/4} \quad \text{où} \quad Re_L = \frac{u'L}{\nu}$$

Ainsi, en 3-D, le nombre de points N du maillage nécessaire pour décrire toutes les échelles significatives de la turbulence varie en fonction du nombre de Reynolds comme:

$$N \sim Re_L^{9/4}$$

La taille des maillages est ainsi limitée par les ressources informatiques, par la mémoire disponible notamment, ce qui interdit ce type de calcul pour des écoulements à nombres de Reynolds élevés, typiquement $Re \geq 10^4$ pour un jet, où $Re = U_j D / \nu$.

Néanmoins, cette technique est tout à fait applicable dans des configurations où le nombre de Reynolds est l'ordre de 10^3 . L'équipe de Lele et Moin à Stanford a ainsi réalisé les premières DNS pour déterminer directement le rayonnement acoustique d'écoulements à petits nombres de Reynolds. Les cas d'une couche de mélange subsonique bidimensionnelle et de jets axisymétriques ont tout d'abord été étudiés par Colonius²⁰ et Mitchell^{77,78} respectivement. Ils ont permis de montrer la faisabilité de la méthode et de mettre en évidence la génération de bruit par appariements de tourbillons dans les zones cisillées. Des jets circulaires à Mach 1.92 et 0.9 ont ensuite été simulés par Freund *et al.*^{33,34} Les rayonnements acoustiques déterminés par DNS sont en très bon accord en terme de niveaux et de directivité avec les données expérimentales. La DNS est utilisée maintenant pour calculer directement le bruit produit par des cavités bidimensionnelles en présence d'un écoulement.^{21,99}

Simulation des grandes échelles (LES)

La simulation des grandes échelles consiste à calculer uniquement les plus grosses structures turbulentes, ces échelles étant isolées par un filtrage spatial. Les effets des petites échelles, inférieures à la taille de la maille de calcul, sont modélisés, avec par conséquent un problème de fermeture à résoudre. En général, un modèle de sous-maille est introduit pour simuler le rôle essentiellement dissipatif des petites structures par l'intermédiaire d'une viscosité turbulente. Le modèle de Smagorinsky (1963)¹⁰¹ propose ainsi une expression simple de la viscosité turbulente et il est encore aujourd'hui très utilisé. Des modèles plus sophistiqués ont été développés pour décrire plus précisément la turbulence, comme les modèles utilisant la fonction de structure proposée par l'équipe de Lesieur,⁶² ou les modèles dynamiques de Germano.³⁶

Les calculs LES sont évidemment plus accessibles que les calculs DNS, car ils autorisent des maillages plus grossiers. Ils permettent aussi d'étudier des écoulements à nombres de Reynolds plus élevés que la DNS. Cependant, si l'on veut utiliser un modèle de sous-maille purement dissipatif, on doit mailler jusqu'à l'échelle de Taylor λ_g , et l'on sait que⁵:

$$\frac{L}{\lambda_g} \sim Re_L^{1/2}$$

Ainsi, en 3-D, le nombre de points N du maillage varie comme:

$$N \sim Re_L^{3/2}$$

La limitation imposée par le nombre de Reynolds est moins contraignante mais reste néanmoins présente. Pratiquement, pour des écoulements à nombres de Reynolds importants, la taille de la maille est supérieure à l'échelle de Taylor et on parle alors de VLES ou Very Large Eddy Simulation.

De plus, on peut s'interroger sur l'influence de la coupure spatiale liée à la taille de la maille sur les résultats acoustiques. L'étude du rayonnement acoustique d'une turbulence homogène isotrope de Witkowska *et al.*¹²⁴ a montré que l'on perdait la contribution des petites structures non résolues par la LES. Dans les écoulements, le spectre sonore est en général dominé par le bruit des grosses structures, alors que les petites structures ne produisent qu'un bruit large bande négligeable, excepté à des nombres de Reynolds très élevés.¹¹⁹ L'utilisation de la LES pour étudier les mécanismes aéroacoustiques se justifie donc. Le modèle de sous-maille est également susceptible de générer un rayonnement parasite. Ce problème reste ouvert⁹⁷ et est surtout sensible dans les cas où le maillage est grossier ou le nombre de Reynolds grand, autrement dit quand la viscosité de sous-maille devient très importante. Un jet axisymétrique à nombre de Mach de 2.1 et à nombre de Reynolds de 7×10^4 a été étudié par Mankbadi^{71,72} par résolution des équations de Navier-Stokes axisymétriques filtrées, complétées par le modèle de Smagorinsky. Le champ acoustique prédit est en accord qualitatif avec les mesures expérimentales, les différences étant attribuées au caractère 2-D du calcul. Le rayonnement acoustique observé semble plutôt associé au rayonnement des instabilités. Ces travaux sont prometteurs car, comme pour la DNS, ils ouvrent la voie aux calculs directs du rayonnement acoustique à partir de macrosimulations.

Equations de Navier-Stokes moyennées (RANS instationnaires)

Les RANS instationnaires⁸ sont dérivées des RANS stationnaires classiques. Rappelons que la technique RANS utilise la décomposition des champs physiques en leurs valeurs moyennes et leurs valeurs fluctuantes. Elle définit de cette manière un système d'équations décrivant la dynamique de ces valeurs moyennes, fermé par un modèle de type $k - \epsilon$, où k est l'énergie cinétique turbulente et ϵ le taux de dissipation de cette énergie. On parle ainsi de RANS stationnaire lorsque le calcul fournit uniquement les champs moyens et de RANS instationnaire quand les variables du calcul possèdent une dépendance temporelle.

Les RANS instationnaires sont à proscrire dans les cas où le caractère instationnaire est en fait une périodicité dans le temps comme le souligne Hardin⁴³ en donnant l'exemple d'une allée de Von Kármán derrière un cylindre, le principe de moyennage étant alors mis en défaut. En outre, on comprend aisément que ces méthodes RANS prennent assez mal en compte les phénomènes acoustiques qui sont par nature instationnaires. Les calculs RANS sont donc très pratiques pour fournir les champs moyens d'un écoulement, mais ne sont généralement pas adaptés au calcul

direct des fluctuations acoustiques. Notons cependant le récent travail de Shen & Tam⁹⁸ sur le calcul direct du screech de jets supersoniques avec des nombres de Mach de 1 à 1.25 à partir d'un code $k - \epsilon$ instationnaire.

1.1.2 Calcul direct des fluctuations de pression

On utilise ici le caractère fluctuant des ondes acoustiques en introduisant, dans les équations de la mécanique des fluides, la décomposition des quantités physiques en champ moyen et champ fluctuant. L'objectif est de développer un système d'équations équivalentes exprimées à partir des quantités fluctuantes seulement, afin d'améliorer la précision du calcul du rayonnement acoustique. En effet, on s'affranchit ainsi des champs moyens et on ne calcule plus que les ondes acoustiques et les perturbations aérodynamiques, d'amplitudes encore deux à trois ordres de grandeur supérieures. Cela facilite également le traitement des conditions aux limites dont le rôle est de faire sortir des perturbations du domaine de calcul.

Il faut donc disposer des champs moyens des écoulements que l'on souhaite étudier, en les calculant par exemple à l'aide d'un code RANS stationnaire ou en les reconstruisant à partir de données expérimentales. Il s'agit alors de déterminer les fluctuations aérodynamiques et le champ acoustique directement à partir des équations sur les fluctuations. Deux démarches sont proposées dans la littérature: la résolution des Non Linear Disturbance Equations (NDLE), correspondant aux équations de Navier-Stokes exprimées sur les fluctuations, et l'utilisation des équations d'Euler linéarisées bien adaptées aux écoulements supersoniques.

Non Linear Disturbance Equations (NDLE)

Morris *et al.* définissent un système d'équations qu'ils appellent NLDE ou Non Linear Disturbance Equations.⁸¹ En partant des équations de Navier-Stokes, voir le système (1.1), ils décomposent les différentes variables conservatives U en $U = U_0 + U' + U''$, soit en un champ moyen U_0 et en un champ fluctuant $U' + U''$. Ils distinguent également un champ fluctuant calculé U' d'un champ fluctuant U'' non résolu par le maillage, qu'il faut donc modéliser. En cela, c'est une démarche analogue à celle de la LES. Le système finalement obtenu s'écrit:

$$\frac{\partial \mathbf{U}'}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}^*}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}^*}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{E}\mathbf{v}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}\mathbf{v}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}\mathbf{v}}{\partial z} = \mathbf{Q}_0 \quad (1.2)$$

avec pour inconnues les fluctuations:

$$\mathbf{U}' = \begin{pmatrix} \rho' \\ (\rho u)' \\ (\rho v)' \\ (\rho w)' \\ e' \end{pmatrix}$$

Les termes du type $\partial \mathbf{E}^*/\partial x$ contiennent les flux eulériens avec les termes linéaires et non linéaires. Les flux visqueux dans lesquels les effets des petites structures non calculées sont pris en compte via le modèle de sous-maille de Smagorinsky¹⁰¹ sont de la forme $\partial \mathbf{E}\mathbf{v}/\partial x$. Enfin, le terme de droite \mathbf{Q}_0 est défini uniquement à partir de l'écoulement moyen:

$$\mathbf{Q}_0 = -\frac{\partial \mathbf{E}_0}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{F}_0}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{G}_0}{\partial z}$$

Morris *et al.* déterminent les champs moyens à l'aide d'un code RANS, puis calculent directement les fluctuations aérodynamiques et acoustiques. Il applique sa méthode aux cas de jets circulaires⁸² à Mach 1.6 et 2.1 et obtient des résultats acoustiques qu'il compare favorablement avec les résultats expérimentaux. Des écarts ont été trouvés entre les valeurs turbulentes moyennes fournies par le calcul RANS et celles déduites du calcul NLDE. Ils proviennent en partie du fait que deux modélisations de la turbulence sont utilisées. L'influence des champs moyens RANS sur le calcul NLDE et donc sur le rayonnement acoustique est difficile à évaluer pour le moment.

Equation d'Euler linéarisées (LEE)

De nombreux auteurs, Phillips⁸⁸ par exemple, ont mis en évidence que le rayonnement acoustique d'un jet supersonique est dominé par le bruit produit par la convection supersonique des grosses structures, qui peuvent être décrites sous la forme d'instabilités linéaires comme le montrent Tam & Burton.¹⁰⁹ Il est donc moins crucial, en supersonique, de décrire très précisément la turbulence à fine échelle et il suffit souvent de simuler les ondes d'instabilités. La viscosité jouant un rôle négligeable dans leur développement, leur résolution s'appuie sur les équations d'Euler.

Après décomposition des variables conservatives en partie moyenne et partie fluctuante, les équations d'Euler linéarisées sont obtenues en ne conservant que les termes linéaires et s'écrivent:

$$\frac{\partial \mathbf{U}'}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}'}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}'}{\partial z} + \mathbf{H} = 0 \quad (1.3)$$

avec pour inconnues les fluctuations:

$$\mathbf{U}' = \begin{pmatrix} \rho' \\ (\rho u)' \\ (\rho v)' \\ (\rho w)' \\ e' \end{pmatrix}$$

Ainsi, en utilisant les équations d'Euler linéarisées, Mankbadi⁷³ a simulé, dans un jet circulaire à Mach 2.1, la production d'ondes de Mach à partir de la convection supersonique des structures turbulentes. Le rayonnement d'ondes de Mach apparaît très nettement et les résultats de Mankbadi sont conformes aux données expérimentales en terme de directivité. Les niveaux

ne peuvent cependant pas être directement obtenus par résolution du système linéaire 1.3. Cette méthode semble efficace en supersonique, pour mettre en évidence le rayonnement d’ondes de Mach, mais elle est mal adaptée au subsonique où les mécanismes de bruit sont essentiellement non linéaires.

Comme dans les NDLE, le choix du champ moyen utilisé est primordial car c’est lui qui conditionne le développement des perturbations. On sait de plus, qu’en utilisant les équations linéarisées dans le cas d’un cisaillement constant, on observe la croissance exponentielle des instabilités et qu’il faut donc rajouter les termes non linéaires pour saturer leurs niveaux.^{6,67} Ici, c’est la divergence de l’écoulement moyen qui joue ce rôle essentiel.

1.2 Méthodes hybrides de calcul du bruit

L’alternative au calcul direct du rayonnement acoustique est constituée par l’approche hybride, dont la figure 1.2 illustre quelques applications possibles. Les méthodes hybrides consistent en des calculs en deux étapes qui découplent la détermination des champs de vitesse aérodynamique et celle des ondes acoustiques, afin d’adopter pour chacune les techniques numériques les plus appropriées. On perd ainsi des informations au niveau des interactions entre les champs aérodynamiques et acoustiques. En particulier, les effets de réfraction des ondes acoustiques par l’écoulement moyen sont souvent pris en compte de manière incomplète par cette approche. Cependant, ces méthodes sont moins exigeantes numériquement et permettent une estimation plus rapide du champ sonore. De plus, elles sont souvent les seules méthodes applicables dans de nombreuses configurations complexes.

On détermine dans un premier temps une évolution spatio-temporelle du champ aérodynamique d’un écoulement turbulent à partir des équations de Navier-Stokes. Les fluctuations de vitesse sont alors utilisées pour construire des termes sources acoustiques qui sont intégrés dans un opérateur de propagation et on obtient ainsi le champ sonore rayonné.

On note que, si seul un calcul compressible instationnaire fournit le vrai champ de vitesse turbulent, des modèles ont été proposés pour permettre le calcul du bruit à partir de calculs aérodynamiques plus simples. Ainsi, Hardin & Pope⁴² suggèrent d’utiliser les champs de vitesse obtenus par un calcul incompressible instationnaire pour des écoulements à nombres de Mach peu élevés. Pour cela, ils introduisent un terme source supplémentaire correspondant à une correction compressible. Cette approche a été récemment reformulée par Ekaterinaris.²⁶ De même, le modèle SNGR développé par Béchara *et al.*¹ puis par Bailly *et al.*² permet d’appliquer une méthode hybride de calcul du bruit quand on ne dispose que des champs moyens fournis par un calcul RANS stationnaire. Dans ce modèle, un champ de vitesse turbulent est synthétisé à partir des valeurs moyennes de l’énergie cinétique turbulente k et de la dissipation turbulente ϵ , afin d’être utilisé pour construire les termes sources acoustiques. Il est également possible de modéliser les termes sources acoustiques à partir de la connaissance locale du champ moyen

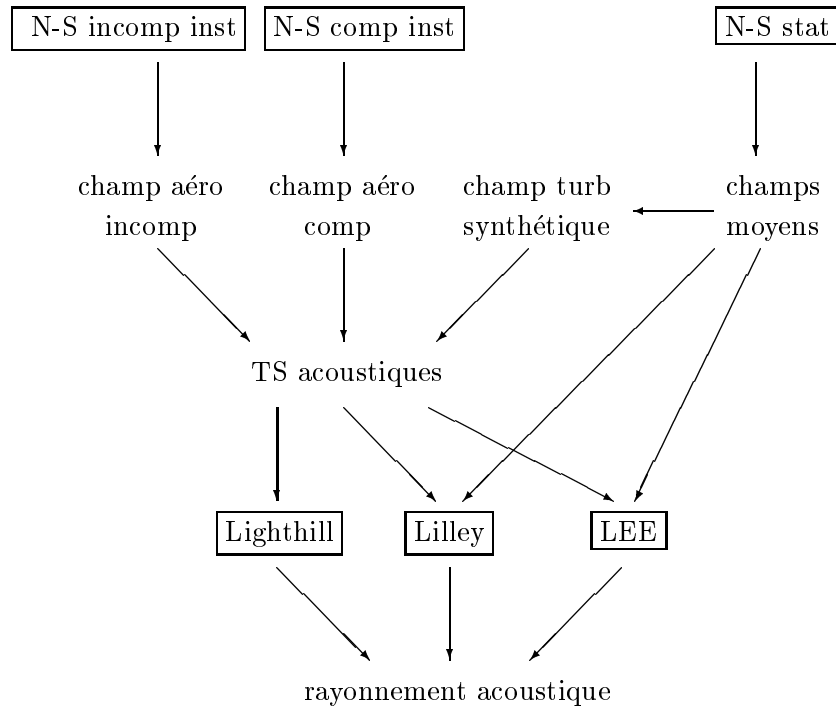


Figure 1.2: Méthodes hybrides de calcul du rayonnement acoustique. La signification des sigles utilisés est donnée dans la nomenclature. *TS* signifie termes sources; *comp* est l'abréviation de compressible, *incomp* de incompressible, *stat* de stationnaire et *inst* de instationnaire.

et de deux grandeurs turbulentes comme k et ϵ . On parle alors de modèles statistiques,^{3,31,55} puisque le champ acoustique n'est connu qu'en moyenne.

Les modèles de termes sources dépendent de l'opérateur de propagation. En règle générale, plus l'opérateur de propagation est complet et moins les termes sources contiennent d'informations; ce qui se traduit par une expression des termes sources plus simple. Les opérateurs de propagation sont en effet plus ou moins performants pour traiter les interactions des ondes acoustiques avec un écoulement moyen. Ainsi l'analogie de Lighthill,⁶³ fondée sur une équation d'onde, décrit uniquement une propagation acoustique dans un milieu au repos. D'autres opérateurs de propagation ont donc été proposés afin de prendre en compte les effets de convection et de réfraction des ondes acoustiques, comme l'équation du troisième ordre de Lilley⁶⁴ ou encore les équations d'Euler linéarisées (LEE).^{2,6} Les LEE sont cependant plus générales car elles décrivent exactement la propagation dans des écoulements moyens quelconques, et peuvent s'appliquer à des géométries complexes.

1.2.1 Analogie de Lighthill

Cette théorie consiste à faire apparaître le bruit rayonné par un écoulement turbulent comme solution d'une équation d'onde classique. Lighthill (1952)⁶³ recombine les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j)}{\partial x_j} &= 0 \\ \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j u_i)}{\partial x_j} &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}\end{aligned}$$

pour obtenir l'équation d'onde suivante:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}$$

où c_0 est la vitesse moyenne du son et T_{ij} le tenseur de Lighthill défini par:

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + (p - c_0^2 \rho) \delta_{ij} - \tau_{ij}$$

Si la masse volumique du milieu ambiant ρ_0 est constante, l'équation de Lighthill s'écrit aussi:

$$\frac{\partial^2 (\rho - \rho_0)}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta (\rho - \rho_0) = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}$$

En dehors du champ aérodynamique, $\rho - \rho_0$ devient ρ' , la fluctuation de densité acoustique $\rho' = p'/c_0^2$, et T_{ij} est égal à zéro. On peut interpréter cette équation comme une équation d'onde dans un milieu homogène et au repos avec un terme source acoustique de nature quadripolaire. Cette équation est exacte car elle est construite à partir des équations de la mécanique des fluides sans hypothèse. Les termes sources contiennent non seulement la production du son par la turbulence, mais aussi les interactions entre l'écoulement aérodynamique et les ondes

acoustiques. En pratique, on simplifie l'expression du tenseur de Lighthill. Dans les écoulements à nombre de Reynolds élevé, le tenseur des contraintes visqueuses τ_{ij} est négligeable devant le tenseur des contraintes de Reynolds $\rho u_i u_j$. On utilise également l'hypothèse que la génération et la propagation du bruit se font sans fluctuation d'entropie, soit $\delta p = c_0^2 \delta \rho$, qui est réaliste au moins pour les écoulements froids. Le tenseur de Lighthill se réduit donc à $T_{ij} \simeq \rho u_i u_j$.

La solution de l'équation de Lighthill^{23,39} est obtenue en considérant la fonction de Green $G(\mathbf{x}, t)$ en espace libre:

$$G(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi c_0^2 x} \delta(t - x/c_0) \quad \text{solution de} \quad \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta G = \delta(t) \delta(\mathbf{x})$$

avec des conditions initiales adéquates.

Par convolution des termes sources avec la fonction de Green, on obtient une équation aux potentiels retardés. Cette première formulation intégrale de l'analogie de Lighthill est exacte et utilise des dérivées spatiales par rapport aux coordonnées du point source:

$$p'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{c_0} \right) d\mathbf{y}$$

où $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ est la distance du point source au point d'observation et V le volume d'intégration qui englobe les sources acoustiques, comme il est montré sur la figure 1.3. Les propriétés du produit de convolution permettent d'écrire que:

$$G \star \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (G \star T_{ij})$$

d'où une formulation intégrale équivalente utilisant des dérivées spatiales par rapport aux coordonnées du point d'observation:

$$p'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \frac{1}{r} T_{ij} \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{c_0} \right) d\mathbf{y}$$

En effectuant le changement de variable $x_i \rightarrow t$ dans le calcul des dérivées, l'expression précédente devient:

$$\begin{aligned} p'(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{4\pi} \int_V \left[\frac{r_i r_j}{r^3} \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2} + \left(\frac{3r_i r_j}{r^4} - \frac{\delta_{ij}}{r^2} \right) \frac{1}{c_0} \frac{\partial T_{ij}}{\partial t} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{3r_i r_j}{r^5} - \frac{\delta_{ij}}{r^3} \right) T_{ij} \right] \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{c_0} \right) d\mathbf{y} \end{aligned}$$

En champ lointain, le premier terme en $\partial^2/\partial t^2$ est prépondérant puisque c'est le seul terme qui varie en $1/r$. En ne conservant que ce terme, on obtient la deuxième formulation intégrale de Lighthill, une formulation approchée aux dérivées temporelles:

$$p'(\mathbf{x}, t) \simeq \frac{1}{4\pi c_0^2} \int_V \frac{r_i r_j}{r^3} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2} \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{c_0} \right) d\mathbf{y}$$

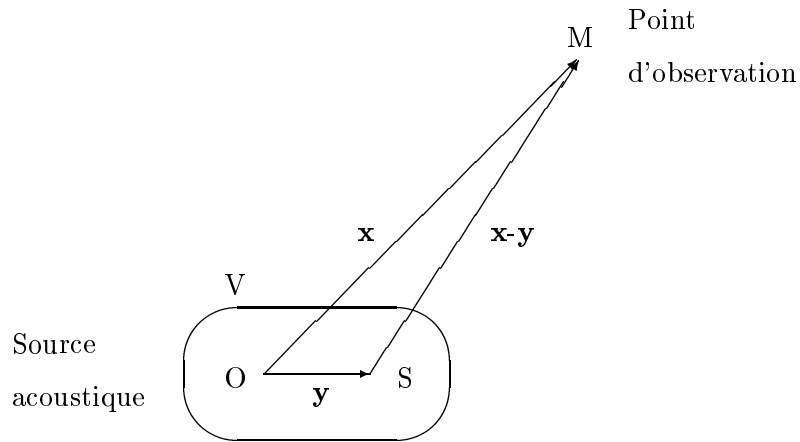


Figure 1.3: Analogie de Lighthill et notations.

On peut donc, connaissant le champ aérodynamique d'un écoulement, déterminer son rayonnement acoustique par le calcul d'une intégrale sur un volume englobant toutes les sources acoustiques, comme dans le cas de la zone de mélange représentée sur la figure 1.4. Il faut pour cela résoudre un problème aux temps retardés, assez complexe à mettre en œuvre en pratique. On voit aussi sur cette figure qu'une coupure des termes sources est souvent inévitable en aval de l'écoulement. Cet arrêt brutal des termes sources peut produire un rayonnement parasite et doit être traité avec attention, par exemple en appliquant une pondération,⁷ ou en modélisant la partie des termes sources en dehors du volume d'intégration.⁷⁸

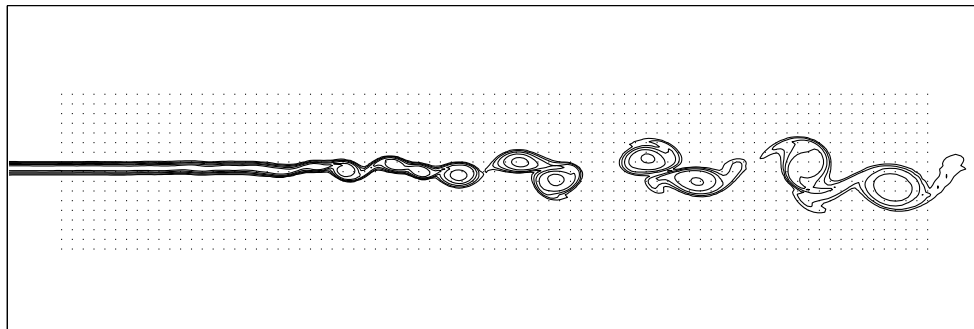


Figure 1.4: Exemple de volume de Lighthill, représenté en pointillés, dans le cas d'une zone de mélange.

L'analogie est souvent utilisée pour calculer le rayonnement acoustique à partir d'un premier calcul aérodynamique. Il apparaît alors plus intéressant d'appliquer la formulation temporelle car elle semble plus précise et requiert une discrétisation temporelle moins rigoureuse selon Sarkar & Hussaini.⁹⁵ Citons les travaux de Bastin *et al.*⁷ qui combinent l'analogie avec un calcul RANS instationnaire dans l'étude d'un jet plan, ainsi que les études de Wang *et al.*¹²¹ et Mitchell *et al.*⁷⁸ qui utilisent un calcul DNS respectivement pour un profil d'aile et un jet axisymétrique.

1.2.2 Equations de Phillips et de Lilley

Le principe des méthodes hybrides pour calculer avec précision le champ acoustique est de séparer nettement la génération et la propagation du bruit. Le défaut majeur de l'équation de Lighthill est d'inclure toutes les interactions entre l'écoulement aérodynamique et le champ acoustique dans les termes sources. Par conséquent, il est nécessaire de reformuler l'analogie afin d'obtenir un opérateur d'onde complet qui contient tous les effets de l'écoulement moyen sur la propagation acoustique. Dans l'équation ainsi obtenue, les termes sources ne rendront plus compte que de la génération de bruit par la turbulence.

Phillips (1960)⁸⁸ introduit la variable $\pi = \ln(p/p_0)$, logarithme de la pression, et propose l'équation suivante pour un milieu en mouvement:

$$\frac{d^2\pi}{dt^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(c^2 \frac{\partial \pi}{\partial x_i} \right) = \gamma \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$

où l'on suppose que l'écoulement est froid et le nombre de Reynolds assez élevé pour négliger le rôle des contraintes visqueuses. En considérant un écoulement moyen $U(x_2)$ unidirectionnel cisailé bidimensionnel, on écrit $u_i = U(x_2) \delta_{1i} + u'_i$ et l'équation de Phillips prend alors la forme suivante:

$$\frac{D^2\pi'}{Dt^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(c_0^2 \frac{\partial \pi'}{\partial x_i} \right) = 2\gamma \frac{\partial u'_2}{\partial x_1} \frac{dU}{dx_2} + \left\{ \gamma \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} - \overline{\gamma \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}} \right\}$$

où D/Dt désigne l'opérateur de dérivation en suivant l'écoulement moyen:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x_1}$$

L'équation de Phillips présente l'intérêt de faire disparaître la densité ρ du terme source. Cependant, l'opérateur de propagation ne contient pas toutes les interactions de l'écoulement moyen avec le champ acoustique. En effet, le terme source en dU/dx_2 est linéaire en fluctuations et donc associé à la propagation acoustique.

Lilley (1972)⁶⁴ a ainsi montré qu'il faut écrire l'équation différentielle du troisième ordre:

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{d^2\pi}{dt^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(c^2 \frac{\partial \pi}{\partial x_i} \right) \right\} + 2 \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(c^2 \frac{\partial \pi}{\partial x_i} \right) = -2\gamma \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \frac{\partial u_k}{\partial x_i}$$

pour obtenir dans le cas de l'écoulement unidirectionnel cisailé l'opérateur de propagation complet:

$$\frac{D}{Dt} \left\{ \frac{D^2\pi'}{Dt^2} - c_0^2 \left(\frac{\partial^2 \pi'}{\partial x_i \partial x_j} \right) \right\} + 2c_0^2 \frac{dU}{dx_2} \frac{\partial^2 \pi'}{\partial x_1 \partial x_2} = \text{Termes Sources}$$

Le terme de droite ne possède aucun terme linéaire en fluctuations et, par conséquent, tous les effets de réfraction des ondes acoustiques par l'écoulement moyen sont inclus dans le terme de gauche de l'équation. De plus, l'opérateur de propagation du troisième ordre de l'équation de Lilley contient non seulement les fluctuations de pression acoustique, mais aussi les fluctuations de pression liées aux instabilités aérodynamiques de l'écoulement.

La résolution de cette équation différentielle n'est pas triviale, car la fonction de Green en espace libre associée est connue seulement pour des développements asymptotiques³⁹ hautes fréquences ou basses fréquences. Néanmoins, Colonius *et al.*²⁰ ont utilisé cette équation pour étudier le bruit généré par une couche de mélange bidimensionnelle simulée par DNS. Le rayonnement acoustique ainsi calculé est en très bon accord avec le champ sonore déterminé directement. La contribution des différents termes sources a été également analysée.

1.2.3 Equations d'Euler linéarisées

En pratique, les écoulements moyens rencontrés sont rarement bidimensionnels ou unidirectionnellement cisailés. Il faut donc définir un opérateur de propagation qui soit exact pour tout type d'écoulements. C'est le cas des équations d'Euler linéarisées (LEE) qui prennent en compte toutes les interactions linéaires entre les fluctuations acoustiques et un champ aérodynamique moyen quelconque. Elles peuvent être appliquées dans le cas de géométries complexes, en particulier dans les configurations d'écoulements confinés, car il n'y a pas à connaître la fonction de Green associée aux problèmes. Enfin, elles sont faciles à résoudre car c'est un système différentiel du premier ordre seulement.

Les équations d'Euler linéarisées supportent à la fois les ondes acoustiques et les fluctuations aérodynamiques de nature tourbillonnaire ou entropique. On observe donc la croissance d'instabilités dans les zones de cisaillement.^{6,67} La saturation de l'amplitude de ces instabilités est encore un sujet ouvert. L'ajout des termes non linéaires en fluctuations dans les équations est une des techniques possibles, mais on introduit de ce fait des termes sources dans l'opérateur de propagation, ce qui n'est pas entièrement satisfaisant.

Afin d'assurer la génération du bruit dans les équations, il est nécessaire d'y introduire des termes sources acoustiques. Un vecteur \mathbf{S} est donc ajouté dans le membre de droite de la manière suivante:

$$\frac{\partial \mathbf{U}'}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}'}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}'}{\partial z} + \mathbf{H} = -\mathbf{S} \quad (1.4)$$

Dans le cas où le bruit est uniquement d'origine aérodynamique, seules les composantes du vecteur source associées aux équations de quantité de mouvement sont non nulles, autrement dit:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & S_i & 0 \end{pmatrix}^t$$

Le modèle de termes sources acoustiques présenté ici correspond au modèle proposé par Bailly *et al.*,² qui est défini, à l'image des termes sources de l'équation de Lilley, uniquement à partir des termes non linéaires de fluctuations de vitesse turbulentes:

$$S_i = \rho_0 \left(\frac{\partial u'_i u'_j}{\partial x_j} - \frac{\partial u'_i u'_j}{\partial x_j} \right)$$

où ρ_0 est la masse volumique moyenne. Ainsi, les termes sources sont uniquement des termes de bruit propre de la turbulence, toutes les interactions entre le champ aérodynamique moyen

et les ondes acoustiques se trouvant dans l'opérateur de propagation.

Cette méthode a été appliquée à un jet circulaire par Bailly & Juvé⁴ et à un diaphragme tridimensionnel par Longatte *et al.*,⁶⁶ en utilisant un champ turbulent synthétique pour contruire le terme source acoustique. Les résultats acoustiques sont conformes aux données expérimentales en terme de niveaux, mais la question de la validité du champ synthétique et plus particulièrement celle de son évolution temporelle se posent. Il serait donc intéressant d'utiliser les équations d'Euler linéarisées avec un champ aérodynamique fourni par un code CFD, afin d'évaluer la précision de cette démarche hybride.

1.3 Méthodes de propagation du rayonnement acoustique en champ lointain

Dans les études du rayonnement des écoulements, il est nécessaire de connaître le champ acoustique à des distances importantes des régions turbulentes, notamment pour déterminer des diagrammes de directivité. Il est néanmoins souvent difficile de déterminer le champ sonore par un calcul acoustique direct ou par une méthode hybride sur un domaine assez grand. L'objectif des méthodes présentées dans ce paragraphe est donc de propager en champ lointain le rayonnement acoustique déjà obtenu en champ proche par une des deux approches examinées précédemment. Cette stratégie permet d'utiliser pour la propagation acoustique une technique plus simple et surtout moins lourde informatiquement que si l'on résolvait, par exemple, les équations de Navier-Stokes.

On distingue ainsi la détermination du champ acoustique proche produit par la turbulence, de la seule propagation des ondes en champ lointain. Il convient donc de raccorder les deux domaines de calcul par une interface permettant le transfert des informations acoustiques. Il est important que cette surface se situe en dehors du champ aérodynamique afin que les fluctuations à propager soient uniquement de nature acoustique. En d'autres termes, il faut disposer d'un champ acoustique proche bien résolu et directement exploitable pour espérer le prolonger en champ lointain avec précision.

La figure 1.5 regroupe les deux principales démarches proposées dans la littérature. La méthode de Kirchhoff et l'équation des ondes convectées permettent de calculer le rayonnement sonore uniquement à partir des fluctuations de pression, tandis que les équations d'Euler linéarisées propagent toutes les quantités fluctuantes en champ lointain.

1.3.1 Méthode de Kirchhoff

La méthode de Kirchhoff assure la propagation linéaire du rayonnement acoustique à partir d'une surface fermée englobant les sources acoustiques. Sur cette surface, on doit être capable de connaître les fluctuations acoustiques assez précisément. La surface de Kirchhoff doit donc être située en dehors de la région aérodynamique, où la propagation linéaire des ondes est justifiée.

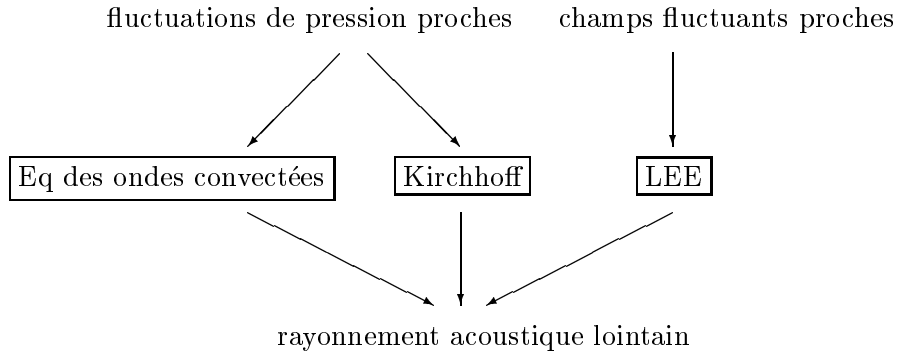


Figure 1.5: Méthodes de propagation du rayonnement acoustique en champ lointain. La signification des sigles est donnée dans la nomenclature.

La formulation classique de Kirchhoff, valide pour une surface fixe dans un milieu au repos, s'obtient à partir de l'équation des ondes:

$$\Delta p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

Comme pour l'analogie de Lighthill, la formulation intégrale provient de la convolution avec la fonction de Green $G(\mathbf{x}, t)$ en espace libre:

$$G(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{4\pi x} \delta(t - x/c_0) \quad \text{solution de} \quad \Delta G - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} = \delta(t) \delta(\mathbf{x})$$

et on obtient l'intégrale de surface suivante,³⁹ voir les notations sur la figure 1.6, où un problème aux temps retardés est à résoudre:

$$p'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{p'}{r^2} \frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}} - \frac{1}{r} \frac{\partial p'}{\partial \mathbf{n}} + \frac{1}{c_0 r} \frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}} \frac{\partial p'}{\partial t} \right] \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{c_0} \right) d\mathbf{y}$$

Des formulations plus compliquées de la méthode ont également été développées pour traiter les cas où les surfaces de Kirchhoff sont mobiles ou en présence d'écoulement constant dans le milieu de propagation.⁶⁹

Le choix de la surface d'intégration constitue le point délicat de la méthode. En pratique, il est en effet difficile de fermer la surface de Kirchhoff en aval de la plupart des écoulements turbulents sans tronquer la région aérodynamique. La figure 1.7 illustre ce problème dans le cas d'une couche de mélange. La solution la plus simple pour pouvoir quand même calculer le rayonnement acoustique consiste à négliger la contribution de la surface aval. Pilon & Lyrantzis⁸⁹ ont par ailleurs proposé une méthode de Kirchhoff améliorée, dérivée de l'équation de Ffowcs Williams & Hawkings, tenant compte de ce problème.

La méthode de Kirchhoff a été utilisée par Shih *et al.*¹⁰⁰ dans le cas d'un jet axisymétrique supersonique à Mach 2.1 simulé par LES. Le rayonnement sonore ainsi déterminé est conforme au rayonnement obtenu directement. Citons également les travaux de Gamet & Estivalezes³⁵

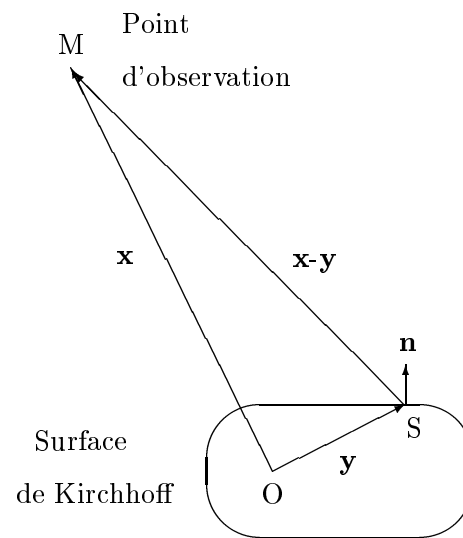


Figure 1.6: Méthode de Kirchhoff et notations.

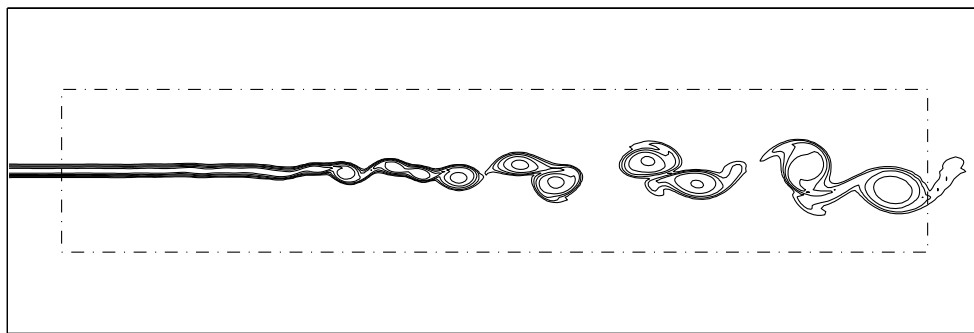


Figure 1.7: Exemple de surface de Kirchhoff, représentée en pointillés, dans le cas d'une couche de mélange.

qui combinent une simulation LES en champ proche et une méthode de Kirchhoff pour calculer le rayonnement d'un jet rond à Mach 2.

1.3.2 Equation des ondes convectées

Cette méthode proposée par Freund³² résout l'équation des ondes convectées par discrétisation spatiale sur un maillage:

$$\Delta p - \frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 p}{Dt^2} = 0 \quad \text{où} \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_i \frac{\partial}{\partial x_i}$$

On doit relier ce calcul de propagation linéaire à un calcul non linéaire de génération de bruit, comme la résolution des équations de Navier-Stokes, de la manière illustrée sur la figure 1.8. On a recours à une interface de raccordement des deux maillages utilisés pour permettre la circulation des informations.

Cette approche est basée sur la même équation que la méthode de Kirchhoff, mais elle présente de nombreux avantages. Tout d'abord, elle s'affranchit du problème de la surface de Kirchhoff en aval de l'écoulement. L'interface de raccordement est toujours située en dehors de la région aérodynamique. On peut également facilement appliquer cette technique à des écoulements moyens U_i quelconques. Elle ne nécessite enfin ni l'utilisation d'une fonction de Green, ni la résolution d'un problème aux temps retardés. En cela, elle est informatiquement plus facile à mettre en œuvre. Mais on a besoin d'appliquer des conditions aux limites spécifiques à l'équation des ondes et la compatibilité entre les conditions aux limites des deux calculs Navier-Stokes et équation des ondes n'est pas évidente.³² De plus, l'interface entre les deux maillages est susceptible de générer des oscillations parasites.

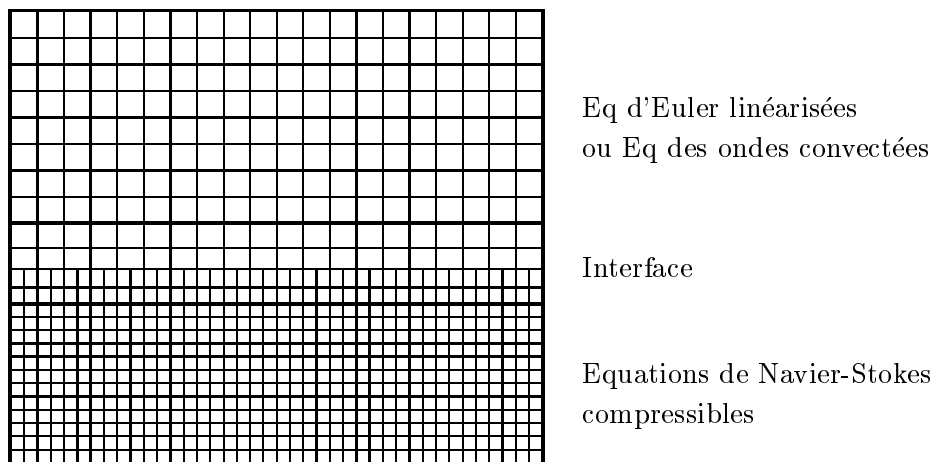


Figure 1.8: Exemple de raccordement entre le champ proche résolu par les équations de Navier-Stokes et le champ lointain calculé avec les équations d'Euler linéarisées ou l'équation des ondes convectées.

Cette méthode a été appliquée par Freund^{33,34} pour propager le rayonnement acoustique de

jets ronds à Mach 1.92 et 0.9 calculé en champ proche par DNS.

1.3.3 Equations d'Euler linéarisées

La dernière méthode, également proposée par Freund,³² consiste à utiliser les équations d'Euler linéarisées pour propager le rayonnement acoustique en champ lointain. On utilise ces équations plus simples à résoudre que les équations de Navier-Stokes en champ lointain, voir le schéma de la figure 1.8. Une interface de raccordement doit là aussi relier les deux calculs de génération et de propagation du bruit.

Tous les effets de convection et de réfraction du rayonnement acoustique par l'écoulement moyen sont pris en compte. Il est aussi intéressant de noter que l'on peut traiter les cas de propagation acoustique non linéaire, en présence de niveaux sonores élevés, en rajoutant les termes non linéaires dans les équations. Evidemment, la force de cette méthode réside en sa compatibilité, au niveau des conditions aux limites notamment, avec les équations de Navier-Stokes. Mais le gain au niveau du temps de calcul est moindre que pour l'équation des ondes convectées, puisque l'on calcule toutes les quantités fluctuantes.

Cette méthode a été utilisée par Shih *et al.*¹⁰⁰ pour propager le rayonnement d'ondes de Mach produit par un jet axisymétrique à Mach 2.1, calculé par LES.

1.4 Conclusion

Ce chapitre a présenté les principales méthodes de calcul du rayonnement acoustique, avec pour chacune quelques applications récentes. Si les deux approches, calcul direct et méthodes hybrides, sont fondamentalement différentes, elles sont néanmoins complémentaires pour pouvoir étudier le plus grand nombre possible de configurations d'écoulements.

Le calcul direct du rayonnement acoustique à partir des équations de la mécanique des fluides est une approche récente. Il s'est développé en grande partie grâce aux nouvelles techniques numériques qui prennent en compte les particularités des ondes acoustiques. Cette méthode est performante car, en un seul calcul, elle simule la génération et la propagation du bruit, et fournit donc un résultat de référence. On peut ainsi mettre en évidence les mécanismes de production de bruit par la turbulence.

Les écoulements déjà étudiés par cette méthode sont tous à nombres de Mach élevés. Pour des nombres de Mach modérés, avec $M \leq 0.3$, la génération de bruit est peu efficace et le calcul direct est problématique car l'amplitude des ondes acoustiques est très faible par rapport à l'amplitude des perturbations aérodynamiques. La sortie des structures tourbillonnaires risque donc de créer des ondes acoustiques parasites plus marquées que les ondes physiques.

L'approche LES apparaît comme la méthode d'avenir, car elle est plus accessible informatiquement que la DNS. Cependant l'approche acoustique directe est encore réservée aux études académiques, car on ne peut raisonnablement l'appliquer à des écoulements d'intérêt pratique à

cause de son coût prohibitif et de sa mise en œuvre délicate.

Les méthodes hybrides restent donc le seul moyen de traiter des cas plus industriels, à géométries complexes ou à vitesses d'écoulement faibles. Elles peuvent surtout utiliser les champs aérodynamiques donnés par les codes CFD existants pour construire les termes sources acoustiques à introduire dans les opérateurs de propagation correspondants.

Le découplage du traitement des champs aérodynamiques et acoustiques a permis d'utiliser pour chacun la méthode numérique la plus appropriée, mais il fait perdre des informations sur les interactions entre les deux champs. Les équations d'Euler linéarisées qui prennent en compte tous les effets de convection et de réfraction des ondes acoustiques par l'écoulement moyen constitue l'opérateur de propagation privilégié de l'approche hybride. Des discussions concernant l'expression des termes sources sont cependant encore nécessaires. La validité des méthodes hybrides peut enfin aujourd'hui être évaluée par comparaison avec les solutions de référence déterminées par le calcul direct, en utilisant les champs aérodynamiques fournis par les équations de la mécanique des fluides.

Enfin, les méthodes de propagation du rayonnement sonore permettent de prolonger en champ lointain les informations acoustiques obtenues par un premier calcul, qui peut d'ailleurs être un calcul direct acoustique ou une méthode hybride. Elles n'interviennent vraiment qu'en dernière étape dans la démarche générale du calcul du bruit aérodynamique. Certaines simulations tridimensionnelles sont cependant très coûteuses et peuvent difficilement calculer le champ acoustique sur un domaine étendu. C'est dans ce cas que ces méthodes sont très utiles.

Chapitre 2

Développement du code ALESIA pour la résolution des équations de Navier-Stokes

Ce deuxième chapitre présente le code numérique 2D/3D qui a été spécialement développé pour fournir directement le rayonnement acoustique des écoulements simulés. Il résout les équations de Navier-Stokes en utilisant des méthodes de discrétisation propres à l'aéroacoustique numérique. Un modèle de sous-maille permettant de ne calculer que les plus grosses structures par simulation des grandes échelles est intégré, ce qui a donné au code son nom de ALESIA (pour Appropriate Large Eddy Simulation for Aeroacoustics). Des formulations asymptotiques des équations sont utilisées pour le traitement des conditions aux limites de non réflexion, et leur capacité à faire sortir des perturbations de nature acoustique et aérodynamique sans produire de rayonnement parasite significatif est évaluée à l'aide de cas tests. Enfin, les performances informatiques du code sont optimisées sur les supercalculateurs de l'IDRIS (CNRS), notamment par vectorisation, pour réduire le temps de calcul.

2.1 Traitement des points intérieurs

Excepté aux frontières du domaine de calcul où des techniques particulières sont mises en œuvre pour simuler les conditions de champ libre, le code ALESIA résout les équations de Navier-Stokes compressibles instationnaires. L'algorithme numérique utilisé pour le calcul de ces points intérieurs doit être suffisamment précis pour assurer à la fois la génération et la propagation des ondes acoustiques. On introduit donc dans le code des techniques numériques adaptées au calcul aéroacoustique.

2.1.1 Equations de Navier-Stokes compressibles

Deux versions 2-D et 3-D du code ont été développées pour permettre aussi bien les études

bidimensionnelles nécessaires à la mise au point de la méthode, que les études tridimensionnelles qui seules décrivent complètement les phénomènes turbulents et acoustiques. Elles résolvent respectivement les équations de Navier-Stokes 2-D et 3-D complètes.

Equations de Navier-Stokes 2-D

Pour une géométrie bidimensionnelle, les équations de Navier-Stokes s'expriment, en coordonnées cartésiennes, sous la forme conservative suivante:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{Ee}}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathbf{Fe}}{\partial x_2} - \frac{\partial \mathbf{Ev}}{\partial x_1} - \frac{\partial \mathbf{Fv}}{\partial x_2} = 0 \quad (2.1)$$

Le vecteur inconnu \mathbf{U} contient les variables conservatives:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho e \end{pmatrix}$$

où ρ représente la masse volumique, u_1 et u_2 les deux composantes de la vitesse, et e l'énergie spécifique interne totale. Les flux sont décomposés en flux eulériens, \mathbf{Ee} et \mathbf{Fe} , et en flux visqueux, \mathbf{Ev} et \mathbf{Fv} . Le système d'équations (2.1) est complété par la définition de l'énergie totale pour un gaz parfait:

$$\rho e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho(u_1^2 + u_2^2)$$

où γ est le rapport des chaleurs spécifiques et p la pression. Ainsi, les flux eulériens sont donnés par les expressions suivantes:

$$\mathbf{Ee} = \begin{pmatrix} \rho u_1 \\ p + \rho u_1^2 \\ \rho u_1 u_2 \\ (\rho e + p)u_1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Fe} = \begin{pmatrix} \rho u_2 \\ \rho u_1 u_2 \\ p + \rho u_2^2 \\ (\rho e + p)u_2 \end{pmatrix}$$

et les flux visqueux par:

$$\mathbf{Ev} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{11} \\ \tau_{12} \\ u_1 \tau_{11} + u_2 \tau_{12} \end{pmatrix} \quad \mathbf{Fv} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{21} \\ \tau_{22} \\ u_1 \tau_{21} + u_2 \tau_{22} \end{pmatrix}$$

Le tenseur des contraintes visqueuses τ_{ij} est défini à partir du déviateur S_{ij} du tenseur des déformations:

$$\tau_{ij} = 2\mu S_{ij} \quad \text{avec} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)$$

où μ est la viscosité dynamique moléculaire.

Equations de Navier-Stokes 3-D

Pour une géométrie tridimensionnelle, les équations de Navier-Stokes s'expriment, en coordonnées cartésiennes, sous la forme conservative suivante:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{Ee}}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathbf{Fe}}{\partial x_2} + \frac{\partial \mathbf{Ge}}{\partial x_3} - \frac{\partial \mathbf{Ev}}{\partial x_1} - \frac{\partial \mathbf{Fv}}{\partial x_2} - \frac{\partial \mathbf{Gv}}{\partial x_3} = 0 \quad (2.2)$$

Le vecteur inconnu \mathbf{U} contient les variables conservatives:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ \rho e \end{pmatrix}$$

où ρ représente la masse volumique, u_1 , u_2 et u_3 les trois composantes de la vitesse, et e l'énergie spécifique interne totale. Les vecteurs \mathbf{Ee} , \mathbf{Fe} et \mathbf{Ge} représentent les flux eulériens, les vecteurs \mathbf{Ev} , \mathbf{Fv} et \mathbf{Gv} , les flux visqueux. Le système (2.2) est complété par la définition de l'énergie totale pour un gaz parfait:

$$\rho e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)$$

où γ est le rapport des chaleurs spécifiques et p la pression. Les flux eulériens sont ainsi donnés par les expressions suivantes:

$$\mathbf{Ee} = \begin{pmatrix} \rho u_1 \\ p + \rho u_1^2 \\ \rho u_1 u_2 \\ \rho u_1 u_3 \\ (\rho e + p) u_1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Fe} = \begin{pmatrix} \rho u_2 \\ \rho u_1 u_2 \\ p + \rho u_2^2 \\ \rho u_2 u_3 \\ (\rho e + p) u_2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Ge} = \begin{pmatrix} \rho u_3 \\ \rho u_1 u_3 \\ \rho u_2 u_3 \\ p + \rho u_3^2 \\ (\rho e + p) u_3 \end{pmatrix}$$

et les flux visqueux par:

$$\mathbf{Ev} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{11} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ u_1 \tau_{11} + u_2 \tau_{12} + u_3 \tau_{13} \end{pmatrix} \quad \mathbf{Fv} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{21} \\ \tau_{22} \\ \tau_{23} \\ u_1 \tau_{21} + u_2 \tau_{22} + u_3 \tau_{23} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Gv} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{31} \\ \tau_{32} \\ \tau_{33} \\ u_1 \tau_{31} + u_2 \tau_{32} + u_3 \tau_{33} \end{pmatrix}$$

Le tenseur des contraintes visqueuses τ_{ij} est défini par:

$$\tau_{ij} = 2\mu S_{ij}$$

où μ est la viscosité dynamique moléculaire et S_{ij} le déviateur du tenseur des déformations, qui s'écrit:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)$$

2.1.2 Algorithme numérique

La plupart des codes CFD existants sont construits à l'aide d'algorithmes de discrétisation choisis en partie pour leur robustesse, mais qui ne sont pas vraiment adaptés au calcul des ondes acoustiques. Citons le schéma de Mac-Cormack 2-4,⁷⁰ de type prédicteur-correcteur, qui est très utilisé, mais dont l'association avec les conditions aux limites anéchoïques n'est pas évidente et fournit des taux de réflexion aux frontières du domaine non négligeables.⁴⁵ Ici, l'algorithme utilisé reprend les méthodes numériques proposées par Tam,¹¹³ prenant en compte les particularités des fluctuations acoustiques.

Discrétisation spatiale

Afin de calculer avec précision les ondes acoustiques d'amplitudes très faibles par rapport aux amplitudes des champs aérodynamiques, un grand soin doit être apporté au choix de la discrétisation spatiale des flux de l'équation:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{Ee}}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathbf{Fe}}{\partial x_2} + \frac{\partial \mathbf{Ge}}{\partial x_3} - \frac{\partial \mathbf{Ev}}{\partial x_1} - \frac{\partial \mathbf{Fv}}{\partial x_2} - \frac{\partial \mathbf{Gv}}{\partial x_3} = 0$$

Les flux eulériens sont responsables de la génération du bruit d'origine aérodynamique par l'intermédiaire des termes non linéaires de vitesse. Ils décrivent également la propagation des ondes acoustiques, en particulier toutes les interactions entre les champs de vitesse et les fluctuations acoustiques comme les effets de réfraction. Ils sont donc très importants et doivent être discrétisés à l'aide d'un schéma numérique très précis. Ici, on utilise le schéma DRP de Tam & Webb¹¹¹ aux différences finies centrées:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{Ee}}{\partial x_1} \right)_{i,j,k} = \frac{1}{\Delta x_1} \sum_{l=-3}^3 a_l Ee_{i+l,j,k}$$

L'originalité de la démarche de Tam & Webb réside dans le fait que les coefficients a_l n'ont pas été déterminés pour minimiser l'ordre du schéma, mais pour que le nombre d'onde effectif k_s du schéma s'écrive:

$$k_s = \frac{2}{\Delta x_1} \sum_{l=1}^3 a_l \sin(kl\Delta x_1)$$

soit le plus proche possible du nombre d'onde réel k . Ainsi, le schéma de Tam & Webb, formellement d'ordre 4, est plus performant qu'un schéma classique d'ordre 6, également sur 7 points. On

parle de schéma DRP pour Dispersion Relation Preserving; autrement dit ce schéma préserve les relations de dispersion des ondes. Il est peu dissipatif et peu dispersif, et a besoin d'une discrétisation spatiale de seulement 6 points par longueur d'onde pour propager efficacement les ondes acoustiques. Il est donc spécialement adapté aux calculs aéroacoustiques car il autorise la propagation d'ondes sur de longues distances.

Les effets visqueux sont négligeables sur la propagation des ondes sonores dans la gamme de fréquences qui nous intéresse. Hormis à très bas nombres de Reynolds, ils semblent aussi peu importants sur la génération du bruit. Pour les flux visqueux, on utilise donc un schéma aux différences finies classique d'ordre 2, suffisant dans notre cas:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{E}v}{\partial x_1}\right)_{i,j,k} = \frac{1}{2\Delta x_1} (Ev_{i+1,j,k} - Ev_{i-1,j,k})$$

En effet, on se placera toujours dans un cas à nombre de Reynolds élevé et sans paroi, où les termes visqueux sont très faibles par rapport aux termes eulériens.

Viscosité numérique sélective

Des ondes parasites hautes fréquences sont en général créées au niveau des conditions aux limites, en présence de forts gradients ou de discontinuités, ou lorsque l'on étire brutalement un maillage. Il est donc souvent nécessaire de filtrer la solution physique, afin d'éliminer ces ondes purement numériques qui oscillent sur seulement deux ou trois points du maillage. Tam *et al.*¹¹¹ définissent un amortissement sélectif, qui dissipe ces oscillations parasites hautes fréquences, mais pas les ondes physiques plus basses fréquences supportées par le maillage. Dans ce but, ils ajoutent des termes de viscosité sélective dans le système d'équations à résoudre:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \dots = \mathbf{D}\mathbf{x}_1 + \mathbf{D}\mathbf{x}_2 + \mathbf{D}\mathbf{x}_3$$

où $\mathbf{D}\mathbf{x}_1$, $\mathbf{D}\mathbf{x}_2$ et $\mathbf{D}\mathbf{x}_3$ représentent la dissipation des oscillations numériques dans les trois directions spatiales. Le filtrage des fluctuations dans la première direction du maillage se traduit par l'expression:

$$(\mathbf{D}\mathbf{x}_1)_{i,j,k} = -\frac{\nu_a}{(\Delta x_1)^2} \sum_{l=-3}^3 d_j (U_{i+l,j,k} - \bar{U}_{i+l,j,k})$$

où ν_a est la viscosité artificielle et $\bar{\mathbf{U}}$ la moyenne temporelle du vecteur inconnu \mathbf{U} . Les coefficients d_j pairs sont choisis de telle sorte que la fonction d'amortissement:

$$D(k\Delta x_1) = d_0 + 2 \sum_{l=1}^3 d_l \cos(lk\Delta x_1)$$

est nulle pour les petits nombres d'onde, soit $D(k\Delta x_1 \rightarrow 0) = 0$, et, en l'approchant par une fonction gaussienne centrée sur le nombre d'onde maximum supporté par le maillage, avec $D(k\Delta x_1 = \pi) = 1$, significative uniquement pour les ondes discrétisées par moins de 6 points. Les oscillations dissipées par viscosité numérique sont donc celles qui ne sont pas correctement

prises en compte par le schéma de Tam & Webb. En pratique, en suivant Tam & Shen,¹¹² on fixe le nombre de Reynolds du schéma $R_s = c_0 \Delta x_1 / \nu_a$ à une valeur comprise entre 5 et 10. Le terme de viscosité numérique s'écrit alors:

$$(\mathbf{Dx}_1)_{i,j,k} = -\frac{c_0}{R_s \Delta x_1} \sum_{l=-3}^3 d_j \left(U_{i+l,j,k} - \bar{U}_{i+l,j,k} \right)$$

Discrétisation temporelle

On choisit d'utiliser un schéma de type Runge-Kutta pour l'intégration temporelle.¹²² Ces algorithmes sont déjà largement employés dans la littérature en mécanique des fluides.⁴⁴ Dans ce travail, on retient un schéma de Runge-Kutta explicite d'ordre 4, qui détermine les variables \mathbf{U}^{n+1} à l'instant $n+1$ à partir de leurs valeurs \mathbf{U}^n à l'instant n en 4 étapes de calcul. En pratique, les équations sont avancées en temps de la manière suivante:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^1 &= \mathbf{U}^n + \alpha_1 \Delta t \mathbf{Ke}^n \\ \mathbf{U}^2 &= \mathbf{U}^n + \alpha_2 \Delta t \mathbf{Ke}^1 \\ \mathbf{U}^3 &= \mathbf{U}^n + \alpha_3 \Delta t \mathbf{Ke}^2 \\ \mathbf{U}^{n+1} &= \mathbf{U}^n + \alpha_4 \Delta t \mathbf{Ke}^3 + \Delta t \mathbf{Kv}^n + \Delta t \mathbf{Kd}^n \end{aligned}$$

où les α_i sont les coefficients de l'algorithme de Runge-Kutta et \mathbf{Ke} le terme d'intégration des flux eulériens calculé à chaque étape:

$$\mathbf{Ke}^k = -\frac{\partial \mathbf{Ee}^k}{\partial x_1} - \frac{\partial \mathbf{Fe}^k}{\partial x_2} - \frac{\partial \mathbf{Ge}^k}{\partial x_3}$$

tandis que les flux visqueux et l'amortissement sélectif ne sont pris en compte que dans la dernière étape¹⁰⁴ via les deux termes:

$$\mathbf{Kv}^n = \frac{\partial \mathbf{Ev}^n}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathbf{Fv}^n}{\partial x_2} + \frac{\partial \mathbf{Gv}^n}{\partial x_3}$$

$$\mathbf{Kd}^n = \mathbf{Dx}_1^n + \mathbf{Dx}_2^n + \mathbf{Dx}_3^n$$

Cet algorithme est non seulement précis, mais aussi très robuste, car les conditions de stabilité sur le nombre de Courant-Friedrich-Lewy $\text{CFL} = c_0 \Delta t / \Delta x$ sont de:

$$\text{CFL} \leq 1.73 \quad \text{pour les flux eulériens,}$$

$$\text{CFL} \leq 2 \frac{c_0 \Delta x}{\nu} \quad \text{pour les flux visqueux.}$$

Le pas de temps est imposé par les flux eulériens, puisque l'on trouve $c_0 / \nu \sim 10^7 \text{m}^{-1}$ dans l'air, et que l'on a toujours $\Delta x \geq 10^{-5} \text{m}$ dans nos différents maillages utilisés. Il y a donc un facteur de l'ordre de 100 entre les deux critères de stabilité. Dans notre cas, le pas de temps utilisé

est donc assez petit pour que l'intégration temporelle au premier ordre des flux visqueux soit suffisamment précise.¹⁰⁴

L'algorithme de discrétisation choisi possède des performances optimisées au niveau du traitement informatique. D'une part, il peut être vectorisé pour profiter pleinement des performances des supercalculateurs. D'autre part, il requiert assez peu d'espace mémoire avec le stockage de seulement trois vecteurs: \mathbf{U}^n , \mathbf{U}^{n+1} et d'un vecteur intermédiaire \mathbf{U}^k . Enfin, on raccorde facilement cette méthode numérique avec la résolution des conditions aux limites.

Le maillage est un maillage cartésien à pas variable³⁰ afin de pouvoir adapter la discrétisation aux phénomènes physiques. En effet, il n'est pas nécessaire de mailler aussi finement le champ lointain acoustique qu'une zone de cisaillement. On peut aussi avoir besoin d'augmenter le pas de discrétisation afin d'éloigner les conditions aux limites du domaine de calcul ou de construire une zone éponge par exemple. La mise en œuvre numérique du maillage irrégulier, ainsi que sa validation à l'aide d'un monopôle acoustique, sont détaillées dans l'annexe A.

2.1.3 Modèle de sous-maille

La résolution directe des équations de Navier-Stokes, appelée Simulation Numérique Directe (DNS), impose le calcul de toutes les structures turbulentes, jusqu'à l'échelle de Kolmogorov caractérisant les plus petits tourbillons dissipant l'énergie mécanique. Pratiquement, la limitation de la taille des maillages par les moyens informatiques ne rend actuellement cette méthode applicable qu'aux écoulements à bas nombres de Reynolds.

La Simulation des Grandes Échelles (LES) est une des alternatives à cette méthode. Elle consiste à calculer uniquement les grosses structures turbulentes et à modéliser les effets des petites structures non résolues par le maillage. On peut ainsi simuler des écoulements possédant des nombres de Reynolds plus élevés.

En utilisant la moyenne de Favre, notée $\tilde{f} = \overline{\rho f} / \bar{\rho}$, et la décomposition $f = \tilde{f} + f''$, où \tilde{f} représente la variable filtrée au sens de Favre et donc résolue par le calcul, on obtient des équations sur les variables filtrées avec un problème de fermeture à résoudre. L'écriture des tensions de Reynolds fait apparaître le tenseur de sous-maille \mathcal{T}_{ij} :

$$\mathcal{T}_{ij} = -\bar{\rho} \widetilde{u_i u_j} + \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j = \bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''} + \mathcal{L}_{ij} + \mathcal{C}_{ij}$$

où le tenseur de Léonard et le tenseur des termes croisés sont donnés par les expressions suivantes:

$$\begin{cases} \mathcal{L}_{ij} &= -\bar{\rho} \left(\widetilde{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \right) \\ \mathcal{C}_{ij} &= -\bar{\rho} \left(\widetilde{\tilde{u}_i u_j''} + \widetilde{\tilde{u}_j u_i''} \right) \end{cases}$$

En supposant que ces deux termes sont négligeables devant le vrai tenseur de sous-maille, il vient:

$$\mathcal{T}_{ij} \simeq -\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''}$$

dont on considère le déviateur et la partie isotrope:

$$\mathcal{T}_{ij} = \mathcal{T}_{ij}^D + \mathcal{T}_{ij}^I \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathcal{T}_{ij}^D = -\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''} + \frac{1}{3} \bar{\rho} \widetilde{u_k'' u_k''} \delta_{ij} \\ \mathcal{T}_{ij}^I = -\frac{1}{3} \bar{\rho} \widetilde{u_k'' u_k''} \delta_{ij} \end{cases}$$

On ferme le tenseur de sous-maille en introduisant une viscosité turbulente μ_t et une énergie résiduelle de sous-maille k_{sgs} telles que:

$$\begin{cases} \mathcal{T}_{ij}^D = 2\mu_t \tilde{S}_{ij} \\ \mathcal{T}_{ij}^I = \frac{2}{3} \bar{\rho} k_{sgs} \delta_{ij} \end{cases}$$

où le tenseur \tilde{S}_{ij} s'écrit:

$$\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right)$$

En 1963, Smagorinsky¹⁰¹ a développé un des premiers modèles de sous-maille, qui reste aujourd'hui encore l'un des plus utilisés. La viscosité turbulente μ_t y est construite par analyse dimensionnelle, en formant le produit d'une vitesse caractéristique par une longueur caractéristique. Il écrit alors:

$$\mu_t = \bar{\rho} (C_s \Delta_c)^2 \sqrt{2 \tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij}}$$

où C_s est la constante de Smagorinsky et Δ_c la longueur caractéristique de sous-maille. En imposant à la fréquence de coupure π/Δ_c d'être dans la zone inertielle du spectre de la turbulence, on détermine alors μ_t pour avoir une dissipation équivalente à celle que l'on aurait si les petites échelles de la turbulence étaient résolues par le calcul. On trouve ainsi que $C_s = 0.18$. Pour un maillage anisotrope, on estime usuellement Δ_c par l'expression suivante:

$$\Delta_c = (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{1/3}$$

Pratiquement, le système à résoudre est celui des équations de Navier-Stokes, avec une viscosité effective $\mu + \mu_t$.

L'énergie cinétique de sous-maille k_{sgs} n'est pas directement calculable à partir du champ résolu, mais, en suivant Erlebacher *et al.*,²⁷ on observe pour un gaz parfait que:

$$\frac{2}{3} \bar{\rho} k_{sgs} = \frac{\gamma}{3} M_{sgs}^2 \bar{p}$$

où $M_{sgs}^2 = 2k_{sgs}/(\gamma \bar{p}/\bar{\rho})$ est le carré du nombre de Mach de sous-maille. Par conséquent, pour des écoulements subsoniques, on supposera dans nos calculs que la partie isotrope du tenseur de sous-maille est dominée par la pression, soit:

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\bar{p} + \frac{\gamma}{3} M_{sgs}^2 \bar{p} \right] \simeq -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \quad \text{si} \quad M_{sgs} \ll 1$$

Il existe beaucoup d'autres modèles de sous-maille, généralement plus complexes.^{36,62} Il faut cependant souligner le fait que, d'une part, ce problème reste très ouvert pour les écoulements

compressibles à des nombres de Reynolds de l'ordre de 10^4 à 10^5 , et que, d'autre part, l'objectif de ce travail n'est pas d'évaluer les modèles de sous-maille, mais de pouvoir effectuer des simulations sur des temps suffisamment longs en ayant un champ compressible exploitable acoustiquement.

2.2 Traitement des conditions aux limites

Afin de pouvoir exploiter directement le champ acoustique fourni par les équations de Navier-Stokes, il est primordial d'utiliser des conditions aux limites performantes. Les frontières du domaine de calcul doivent en effet permettre la sortie des perturbations aérodynamiques et acoustiques, sans générer de réflexions parasites qui viendraient se superposer aux ondes acoustiques physiques. On distingue traditionnellement deux grandes approches pour traiter ce problème.

La première est basée sur une approche de type caractéristiques et a été largement développée par Thompson.¹¹⁸ Le système hyperbolique associé aux flux eulériens est diagonalisé afin de faire apparaître les invariants tourbillonnaire, entropique et acoustiques, en même temps que leurs vitesses de propagation respectives. On peut donc, au niveau d'une frontière, calculer les invariants qui sortent du domaine de calcul, en décentrant les schémas vers l'intérieur du domaine, et imposer la valeur des invariants entrants. Typiquement, pour simuler une condition de champ libre, ces invariants entrants sont mis à zéro. Le défaut majeur de cette méthode réside dans sa formulation monodimensionnelle, efficace pour des fluctuations qui frappent normalement la frontière, mais mal adaptée aux incidences obliques. Le traitement des coins en particulier est très délicat. Giles³⁷ a donc proposé des améliorations à la méthode pour prendre en compte ces effets d'incidence oblique, mais sa technique connaît des problèmes de stabilité.¹⁹

Une deuxième méthode, suggérée par Bayliss & Turkel,¹⁰ consiste à utiliser les expressions asymptotiques des équations d'Euler obtenues en champ acoustique lointain pour simuler les conditions de champ libre. C'est le cas des conditions aux limites de Tam & Dong.¹¹⁵ Cette technique s'avère plus efficace que les différentes techniques basées sur les caractéristiques, comme le montrent par exemple Hixon *et al.*⁴⁵ Leur efficacité s'explique en grande partie par leurs formulations multidimensionnelles, qui s'expriment en 2-D et 3-D en coordonnées polaires (r, θ) et en coordonnées sphériques (r, θ, φ) respectivement.

On choisit donc d'utiliser dans notre étude les conditions aux limites de Tam & Dong. Elles sont appliquées sur trois points fantômes, avec des schémas DRP décentrés, et sont intégrées en temps avec le même algorithme de Runge-Kutta en 4 étapes que les points intérieurs. Comme il est illustré sur la figure 2.1, on distingue les conditions de sortie de fluide en aval de l'écoulement des conditions de rayonnement définies partout ailleurs.

2.2.1 Conditions aux limites bidimensionnelles

En supposant que les sources sonores sont éloignées des frontières du domaine de calcul, le comportement des fluctuations acoustiques à proximité des frontières peut être décrit à l'aide

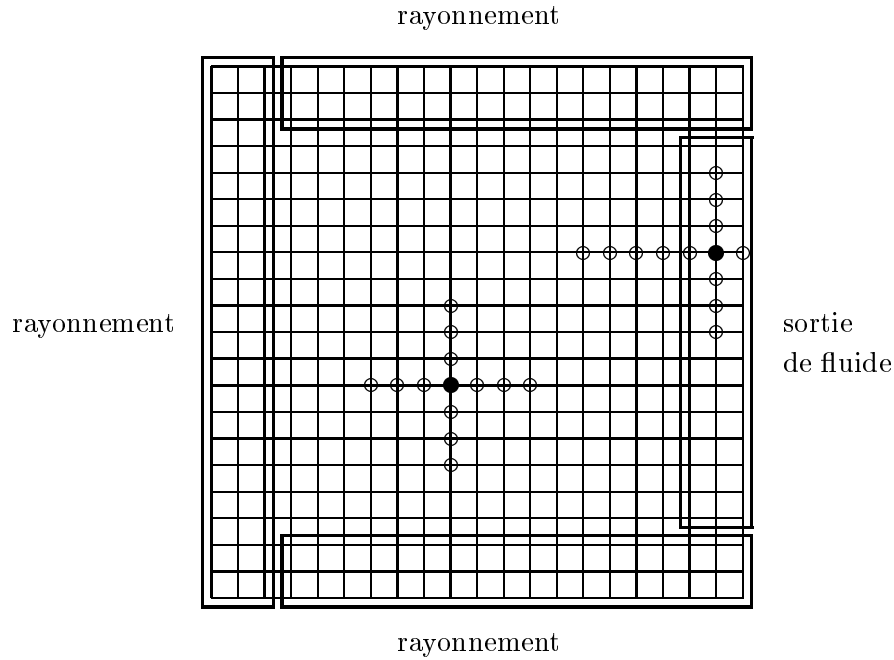


Figure 2.1: Domaine de calcul. Pour évaluer les dérivées aux points marqués par •, on utilise les points voisins marqués par o. Les points se situant proches des frontières du domaine de calcul nécessitent l'utilisation de schémas décentrés.

des expressions asymptotiques des équations de la mécanique des fluides en champ acoustique lointain.

Afin de traiter les conditions aux limites anéchoïques en présence d'un écoulement unidirectionnel uniforme, Tam & Webb¹¹⁰ ont ainsi proposé une formulation asymptotique des équations d'Euler linéarisées pour une géométrie bidimensionnelle. Elle est exprimée en coordonnées polaires (r, θ) , l'origine étant placée au centre du domaine de calcul. Il n'y a donc pas de discontinuité de traitement dans les coins, puisque l'on résout la même équation sur toutes les faces du domaine de calcul. Ces conditions aux limites ont ensuite été généralisées par Tam & Dong¹¹⁵ aux équations d'Euler bidimensionnelles complètes en présence d'un écoulement moyen quelconque.

Le passage des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes, et réciproquement des coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires, est donné de manière classique par:

$$\begin{cases} x_1 = r \cos \theta \\ x_2 = r \sin \theta \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \\ \theta = \arctan(x_2/x_1) \end{cases}$$

Condition aux limites de rayonnement 2-D

Des conditions aux limites de rayonnement sont appliquées aux frontières, où les fluctuations qui sortent du domaine de calcul sont uniquement de nature acoustique. Elles sont déduites des équations d'Euler linéarisées autour du champ de vitesse moyen, dont on utilise la solution asymptotique obtenue en champ lointain pour des perturbations acoustiques. Elles s'écrivent en

coordonnées polaires:

$$\frac{1}{V_g} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho \\ u_1 \\ u_2 \\ p \end{pmatrix} + \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{2r} \right) \begin{pmatrix} \rho - \bar{\rho} \\ u_1 - \bar{u}_1 \\ u_2 - \bar{u}_2 \\ p - \bar{p} \end{pmatrix} = 0$$

où V_g est la vitesse de groupe des ondes acoustiques et $\bar{\rho}$, \bar{u}_1 , \bar{u}_2 et \bar{p} les champs moyens de masse volumique, de vitesse et de pression. On définit ici la vitesse moyenne du son par $\bar{c} = \sqrt{\gamma \bar{p} / \bar{\rho}}$.

La vitesse de groupe est composée de la vitesse moyenne du son \bar{c} , perpendiculaire aux fronts d'onde, et de la vitesse moyenne de l'écoulement $\bar{\mathbf{u}} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2)$. Elle est portée par la direction de propagation des ondes \mathbf{e}_r repérée par l'angle θ . On la détermine donc par projection de $\bar{\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{c}}$ dans la direction \mathbf{e}_r , comme le montre la figure 2.2, et on trouve:

$$V_g = \bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{e}_r + \sqrt{\bar{c}^2 - (\bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{e}_\theta)^2}$$

avec les deux vecteurs unitaires $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta)$ qui s'expriment en coordonnées cartésiennes:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_r = (\cos \theta, \sin \theta) \\ \mathbf{e}_\theta = (-\sin \theta, \cos \theta) \end{cases}$$

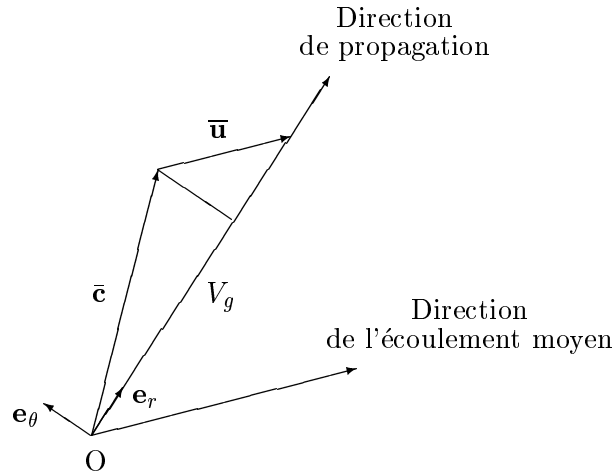


Figure 2.2: Calcul de la vitesse de groupe V_g des ondes acoustiques par projection de $\bar{\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{c}}$ dans la direction de propagation \mathbf{e}_r .

Conditions aux limites avec sortie de fluide 2-D

Dans ce second cas, on suppose que les perturbations qui atteignent la frontière du domaine sont de nature acoustique, tourbillonnaire et entropique. L'équation qui régit les fluctuations de pression supposées de nature acoustique est inchangée, mais les trois autres sont modifiées

pour permettre la sortie des fluctuations aérodynamiques convectées par l'écoulement moyen. On utilise donc le système suivant pour une condition aux limites avec sortie de fluide:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla (\rho - \bar{\rho}) = \frac{1}{\bar{c}^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla (p - \bar{p}) \right) \\ \frac{\partial u_1}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla (u_1 - \bar{u}_1) = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial (p - \bar{p})}{\partial x_1} \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla (u_2 - \bar{u}_2) = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial (p - \bar{p})}{\partial x_2} \\ \frac{1}{V_g} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial (p - \bar{p})}{\partial r} + \frac{(p - \bar{p})}{2r} = 0 \end{array} \right.$$

2.2.2 Conditions aux limites tridimensionnelles

Les conditions aux limites formulées en 2-D par Tam & Dong¹¹⁵ sont ici étendues au 3-D.⁴¹ Les équations décrivant le comportement des fluctuations acoustiques en champ lointain prennent maintenant en compte le caractère sphérique des ondes dans une géométrie tridimensionnelle. Les conditions aux limites sont donc naturellement exprimées en coordonnées sphériques (r, θ, φ) , illustrées sur la Figure 2.3.

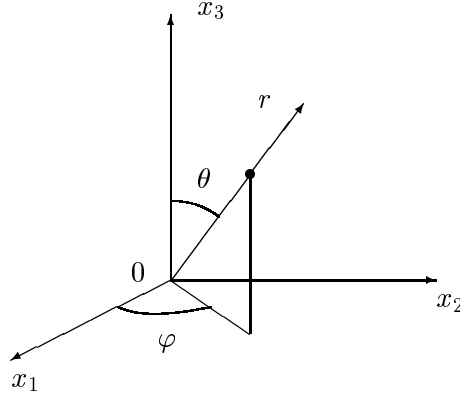


Figure 2.3: Coordonnées sphériques utilisées pour les conditions aux limites 3-D.

Le passage des coordonnées sphériques aux coordonnées cartésiennes, et réciproquement des coordonnées cartésiennes aux coordonnées sphériques, est donné par les expressions suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = r \sin \theta \cos \varphi \\ x_2 = r \sin \theta \sin \varphi \\ x_3 = r \cos \theta \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \\ \varphi = \arctan(x_2/x_1) \\ \theta = \arccos\left(x_3/\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}\right) \end{array} \right.$$

Conditions aux limites de rayonnement 3-D

Cette formulation s'applique aux frontières amont et latérales, où les fluctuations sont uniquement de nature acoustique. Le système différentiel vérifié par les perturbations acoustiques

s'écrit en coordonnées sphériques:

$$\frac{1}{V_g} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ p \end{pmatrix} + \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \begin{pmatrix} \rho - \bar{\rho} \\ u_1 - \bar{u}_1 \\ u_2 - \bar{u}_2 \\ u_3 - \bar{u}_3 \\ p - \bar{p} \end{pmatrix} = 0$$

où V_g désigne la vitesse de groupe des ondes acoustiques, et $\bar{\rho}$, \bar{u}_1 , \bar{u}_2 , \bar{u}_3 et \bar{p} les champs moyens de masse volumique, de vitesse et de pression.

La vitesse de groupe est la somme de la vitesse moyenne du son \bar{c} et de la vitesse moyenne de l'écoulement $\bar{\mathbf{u}} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3)$. Par une démarche géométrique analogue à celle suivie en 2-D, en projetant dans la direction de propagation des ondes \mathbf{e}_r , on trouve, en coordonnées sphériques, l'expression suivante:

$$V_g = \bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{e}_r + \sqrt{\bar{c}^2 - (\bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{e}_\theta)^2 - (\bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{e}_\varphi)^2}$$

avec les trois vecteurs unitaires (\mathbf{e}_r , \mathbf{e}_θ , \mathbf{e}_φ) qui s'expriment en coordonnées cartésiennes:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_r = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta) \\ \mathbf{e}_\theta = (\cos \theta \cos \varphi, \cos \theta \sin \varphi, -\sin \theta) \\ \mathbf{e}_\varphi = (-\sin \varphi, \cos \varphi, 0) \end{cases}$$

Conditions aux limites avec sortie de fluide 3-D

Cette formulation est appliquée à la frontière aval du domaine de calcul. On conserve l'équation qui régit les fluctuations de pression supposées de nature acoustique, mais les quatre autres sont modifiées pour permettre la sortie des fluctuations tourbillonnaires et entropiques convectées par l'écoulement moyen:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla (\rho - \bar{\rho}) = \frac{1}{\bar{c}^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla (p - \bar{p}) \right) \\ \frac{\partial u_1}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla (u_1 - \bar{u}_1) = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial (p - \bar{p})}{\partial x_1} \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla (u_2 - \bar{u}_2) = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial (p - \bar{p})}{\partial x_2} \\ \frac{\partial u_3}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla (u_3 - \bar{u}_3) = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial (p - \bar{p})}{\partial x_3} \\ \frac{1}{V_g} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial (p - \bar{p})}{\partial r} + \frac{(p - \bar{p})}{r} = 0 \end{array} \right.$$

2.2.3 Elaboration d'une zone éponge

En raison de la différence d'amplitude de l'ordre de 10^3 entre les fluctuations acoustiques et aérodynamiques, il est encore nécessaire d'utiliser une zone éponge en aval d'écoulements turbulents pour permettre la sortie des tourbillons sans produire de rayonnement parasite significatif.

La première technique, proposée par Ta'asan & Nark,¹⁰⁷ introduit des termes convectifs dans les équations afin d'accélérer l'écoulement jusqu'à atteindre une vitesse des structures tourbillonnaires supersonique à la frontière aval. On interdit ainsi aux ondes acoustiques réfléchies de remonter l'écoulement et de contaminer le champ acoustique physique.

La seconde technique consiste à dissiper les perturbations aérodynamiques avant qu'elles n'atteignent la frontière aval. On peut tout d'abord ajouter des termes de dissipation dans les équations. C'est sur ce principe qu'est basée la technique de la PML (pour Perfectly Matched Layer) proposée par Bérenger¹² en électromagnétisme et reprise en acoustique par Hu.⁴⁸ Elle s'appuie sur un splitting des équations et connaît quelques problèmes de stabilité.¹¹⁷ L'idée la plus simple pour dissiper les structures tourbillonnaires est encore d'étirer le maillage, afin que les mailles soient trop grossières pour prendre en compte les tourbillons. Cette sous-discretisation des structures génère, d'une part, des oscillations numériques fortes. Il peut, d'autre part, rester des perturbations aérodynamiques de grande taille, susceptibles de produire un rayonnement parasite basse fréquence. Colonius *et al.*¹⁹ proposent donc d'implanter un filtrage pour atténuer ces ondes éventuelles.

Dans nos calculs de couches de mélange ou de jets, une zone éponge est raccordée en aval du domaine de calcul, dans laquelle un accroissement géométrique de la taille des mailles à un taux de l'ordre de 5% est appliqué. Reprenant l'idée de Colonius, on ajoute un terme de dissipation des fluctuations de manière progressive dans les équations. Ce terme correspond tout simplement à un filtrage non sélectif des fluctuations et s'écrit:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \dots = -\frac{c_0 \sigma(x_1)}{\Delta x_1} (\mathbf{U} - \bar{\mathbf{U}}) \quad (2.3)$$

avec

$$\sigma(x_1) = \sigma_{max} \left(\frac{x_1 - x_0}{x_{max} - x_0} \right)^\alpha$$

où $\alpha = 1.5$ ou 2 , x_0 et x_{max} désignent les abscisses de début et de fin de la zone éponge. La valeur de σ_{max} dépend du nombre de points utilisés dans la zone éponge. Typiquement, σ_{max} est compris entre 0.02 et 0.1.

2.3 Cas tests de validation

Afin d'estimer l'efficacité de l'algorithme et surtout des conditions aux limites de non réflexion, on réalise quelques cas tests de validation à partir des équations d'Euler. Les termes visqueux ont des effets négligeables sur la propagation des ondes acoustiques et sont donc retirés ici.

Dans les deux géométries bidimensionnelle et tridimensionnelle, on considère d'abord une impulsion de pression, puis une structure tourbillonnaire, en présence d'un écoulement unidirectionnel uniforme à Mach $M_1 = 0.5$. On observe la propagation d'une onde acoustique dans le premier cas et la convection d'un tourbillon dans le second. On s'intéresse alors à la sortie du domaine de calcul de ces deux types de perturbations, acoustique et aérodynamique, et à la production d'éventuelles ondes acoustiques par les conditions aux limites. Pour évaluer l'amplitude des ondes réfléchies, on détermine, à chaque itération temporelle, le taux moyen des fluctuations de pression sur le domaine de calcul. Ce taux de fluctuations est exprimé sous la forme du terme R_p suivant que l'on appellera résidu de pression:

$$R_p = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (p_i - p_0)^2}$$

où p_0 est la pression moyenne valant 10^5 Pa et N le nombre de points du maillage. Dans tous les cas tests, on utilise un maillage régulier avec des mailles de longueur égale à $\Delta x_i = 1$ m dans toutes les directions spatiales. Le critère de stabilité des calculs est donc donné par le nombre de CFL associé à la direction de l'écoulement moyen, soit $\text{CFL} = c_0(1 + M_1)\Delta t/\Delta x_1$.

2.3.1 Validation des conditions aux limites bidimensionnelles

On choisit deux cas tests proposés dans le premier workshop organisé à l'ICASE-NASA⁵² pour étudier les performances des conditions aux limites de Tam & Dong. Une impulsion de pression et un tourbillon bidimensionnel sont introduits au centre d'un maillage de 101×101 points, en présence de l'écoulement uniforme à Mach $M_1 = 0.5$. Parallèlement à ce premier calcul, on effectue, dans chacun des deux cas tests, un second calcul sur un plus grand maillage de 501×501 points. Ce calcul simule le comportement de conditions aux limites parfaites et fournit une solution de référence. Enfin, le pas de temps est toujours défini par un nombre de CFL égal à 1, et est donné par $\Delta t = \Delta x_1/c_0(1 + M_1)$.

Impulsion de pression en écoulement uniforme

À $t = 0$, on introduit, au centre du domaine de calcul, une impulsion de pression de forme gaussienne de demi-largeur égale à $3 \Delta x_1$, grâce à l'initialisation suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(x_1, x_2) = \rho_0 \\ u_1(x_1, x_2) = u_0 \\ u_2(x_1, x_2) = 0 \\ p(x_1, x_2) = p_0 + p'_0 \exp\left[-\frac{\ln 2}{9}(x_1^2 + x_2^2)\right] \end{array} \right.$$

où $p'_0 = 1000$ Pa et $u_0 = M_1 c_0$. Il est important de noter que les calculs sont réalisés sans viscosité sélective.

La figure 2.4 présente le champ de pression, à trois instants, avec la solution de référence en haut et la solution obtenue sur le petit maillage en bas. On observe la propagation d'une onde acoustique et sa sortie sur les différentes faces du domaine de calcul. Les perturbations créées par les conditions aux limites sur les figures du bas sont minimales. Elles sont seulement discernables sur l'isocontour correspondant à une pression de 2 Pa. L'amplitude des ondes réfléchies est donc inférieure à 2 Pa, ce qui est remarquablement faible comparée à l'amplitude de plus de 100 Pa de l'onde acoustique quand elle atteint les frontières. Le taux de réflexion des ondes acoustiques est donc inférieur à 2%.

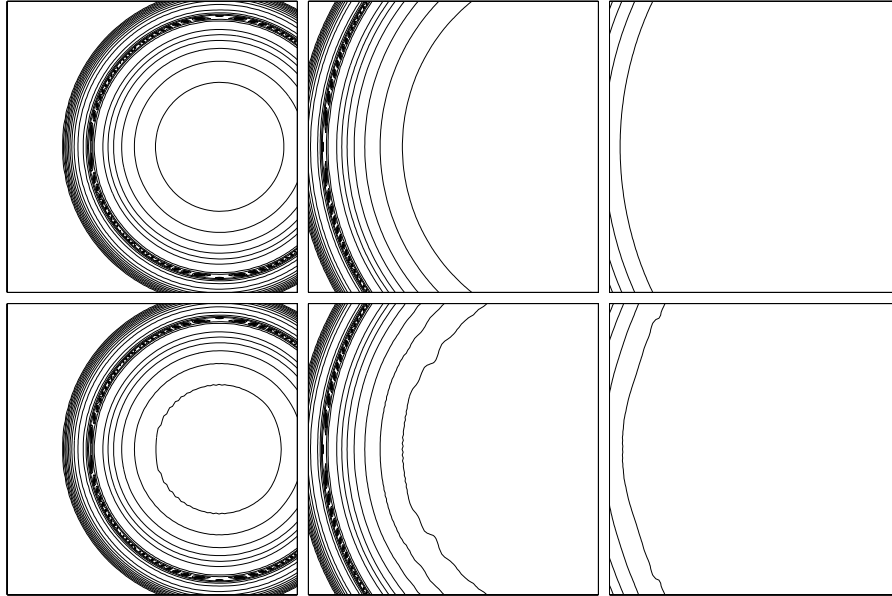


Figure 2.4: Impulsion de pression 2-D en écoulement à $M_1 = 0.5$. Isocontours de la pression à $t = 70\Delta t$, $t = 140\Delta t$ et $t = 210\Delta t$. En haut, solution de référence; en bas, calcul avec les conditions aux limites de Tam & Dong. Représentation de 10 isocontours de 2 à 76.8 Pa suivant une progression géométrique de raison 1.5.

La figure 2.5 montre l'évolution temporelle du résidu de pression R_p . Il diminue progressivement depuis le moment où l'onde acoustique atteint la frontière aval pour $t \simeq 50\Delta t$, jusqu'à sa sortie définitive à la frontière amont pour $t \simeq 200\Delta t$. On remarque trois brusques changements de pente, à $t \simeq 50\Delta t$, à $t \simeq 75\Delta t$ et à $t \simeq 150\Delta t$, qui correspondent aux trois instants où l'onde acoustique atteint respectivement la frontière aval, les frontières latérales et la frontière amont. L'accord avec la solution de référence est excellent et confirme l'efficacité des conditions de Tam & Dong dans le traitement de la sortie de perturbations purement acoustiques. L'erreur observée après 200 itérations est due plus au bruit de fond numérique qu'à de véritables réflexions parasites. En l'absence de viscosité sélective, ce sont essentiellement des oscillations numériques générées par les conditions aux limites.

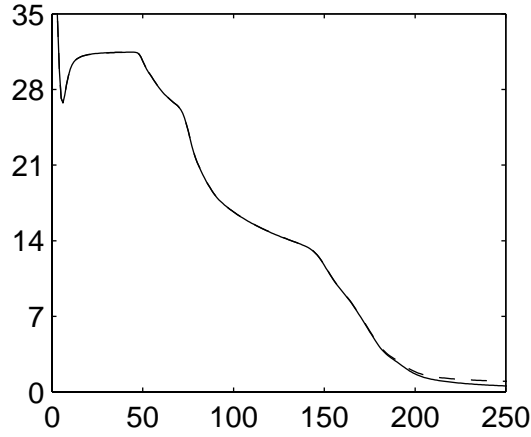


Figure 2.5: Impulsion de pression 2-D en écoulement à $M_1 = 0.5$. Evolution temporelle du résidu de pression R_p en Pa, en fonction du nombre d'itérations. — , solution de référence; - - - , calcul avec les conditions aux limites de Tam & Dong.

Tourbillon en écoulement uniforme

À $t = 0$, on introduit, au centre du domaine de calcul, un tourbillon bidimensionnel grâce à l'initialisation suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(x_1, x_2) = \rho_0 \\ u_1(x_1, x_2) = u_0 + a_0 x_2 \exp\left[-\frac{\ln 2}{25}(x_1^2 + x_2^2)\right] \\ u_2(x_1, x_2) = -a_0 x_1 \exp\left[-\frac{\ln 2}{25}(x_1^2 + x_2^2)\right] \\ p(x_1, x_2) = p_0 \end{array} \right.$$

avec $a_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}$. La valeur maximale de la vitesse tangentielle est obtenue à une distance du centre du tourbillon égale à $5\Delta x_1$. Elle est de 25 m.s^{-1} . Deux calculs, avec et sans viscosité sélective, sont conduits sur le maillage de 101×101 points, avec $R_s = 10$. Le calcul de référence n'utilise pas de viscosité sélective.

La figure 2.6 présente la convection du tourbillon par l'écoulement. Le tourbillon atteint la frontière aval après 180 itérations et sort alors complètement du domaine de calcul.

Les fluctuations de pression correspondantes sont montrées sur la figure 2.7. Au premier temps représenté, sur les figures de gauche, on observe en amont une onde acoustique créée par les conditions initiales, qui sort parfaitement du domaine de calcul. On trouve également en aval les fluctuations de pression associées au tourbillon de 150 Pa environ. Quand le tourbillon arrive à la frontière aval, deux phénomènes visibles sur les figures du milieu ont lieu. Une onde acoustique est créée à la frontière aval et remonte l'écoulement. Des oscillations numériques à la fréquence du maillage sont aussi produites. Ces parasites numériques se propagent à une vitesse

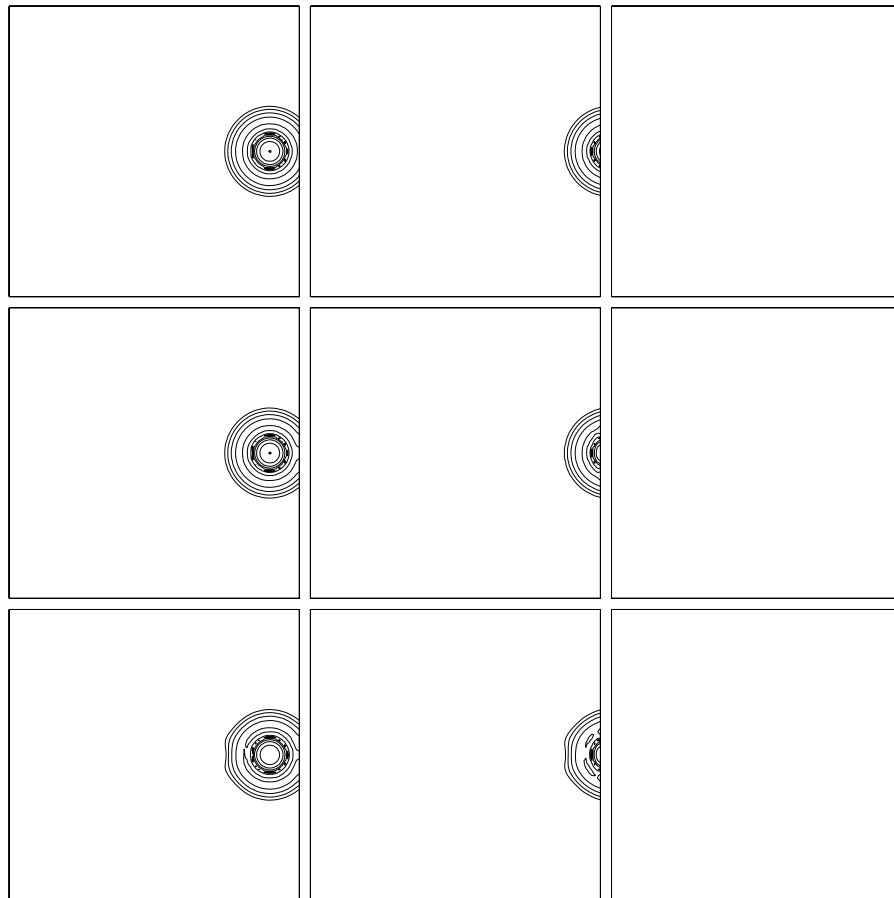


Figure 2.6: Tourbillon 2-D en écoulement à $M_1 = 0.5$. Isocontours de la vorticité à $t = 150\Delta t$, $t = 190\Delta t$ et $t = 230\Delta t$. En haut, solution de référence; au milieu, calcul avec les conditions aux limites de Tam & Dong sans viscosité sélective; en bas, calcul avec viscosité sélective. Représentation de 8 isocontours de vorticité de 0.0625 à 8 m.s^{-2} suivant une progression géométrique de raison 2.

numérique et non physique vers l'amont et, en arrivant sur la frontière amont, reconstituent une onde acoustique qui se propage alors vers l'aval. Ce phénomène de génération d'ondes acoustiques à partir d'oscillations numériques frappant une frontière a été observé par Huerre & Monkewitz.⁵⁰ La viscosité sélective a permis d'éliminer cette onde acoustique en amont puisqu'elle a dissipé les oscillations numériques. Le calcul avec viscosité sélective présente donc uniquement une onde acoustique réfléchie, avec une amplitude de l'ordre de 8 Pa. Seulement 5 à 6 % de l'amplitude de la dépression incidente sont donc réfléchies sous la forme d'une onde acoustique.

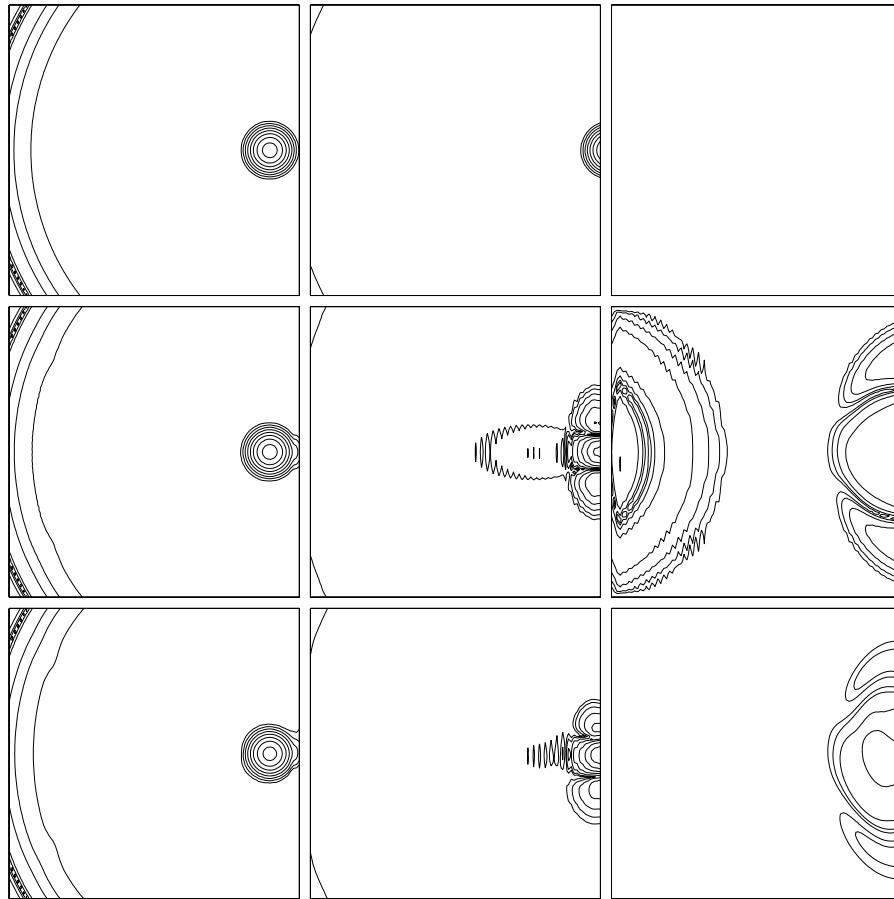


Figure 2.7: Tourbillon 2-D en écoulement à $M_1 = 0.5$. Isocontours de la pression à $t = 150\Delta t$, $t = 190\Delta t$ et $t = 230\Delta t$. En haut, solution de référence; au milieu, calcul avec les conditions aux limites de Tam & Dong sans viscosité sélective; en bas, calcul avec viscosité sélective. Représentation de 8 isocontours de pression de 1 à 128 Pa suivant une progression géométrique de raison 2.

Ces informations sont résumées sur la figure 2.8 avec l'évolution temporelle du résidu de pression R_p . On distingue trois étapes: une première décroissance due à la sortie du domaine de calcul de l'onde acoustique transitoire sur les cent premières itérations, un plateau correspondant à la convection du tourbillon, puis une chute à sa sortie vers 200 itérations. Le résidu qu'on

obtient alors est calculé uniquement à partir des réflexions parasites. L'utilisation de la viscosité sélective a donc réduit considérablement le taux de réflexion d'ondes parasites après la sortie du tourbillon. L'écart avec la solution de référence reste cependant assez important.

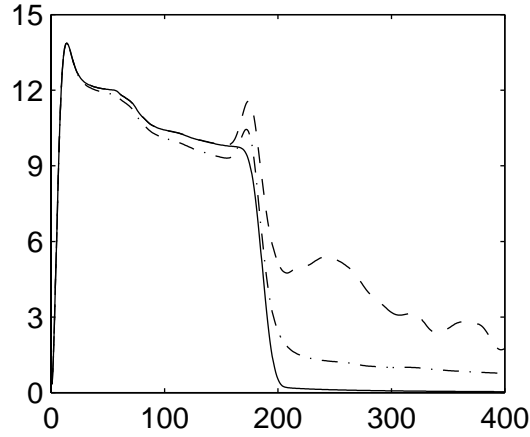


Figure 2.8: Tourbillon 2-D en écoulement à $M_1 = 0.5$. Evolution temporelle du résidu R_p en Pa, en fonction du nombre d'itérations. —, solution de référence; ---, calcul avec les conditions aux limites de Tam & Dong sans viscosité sélective; -.-, calcul avec viscosité sélective.

2.3.2 Validation des conditions aux limites tridimensionnelles

À l'image des deux cas tests 2-D précédents, on propose deux nouveaux cas tests 3-D pour évaluer la précision des conditions aux limites tridimensionnelles. Le premier est constitué par une impulsion de pression, le second par un tourbillon annulaire, en présence de l'écoulement uniforme à Mach $M_1 = 0.5$. Le pas de temps est déterminé par un nombre de CFL de 0.9, ce qui se traduit par $\Delta t = 0.9 \Delta x_1 / c_0 (1 + M_1)$. Enfin, dans les deux cas, on applique une viscosité sélective avec un nombre de Reynolds du schéma de $R_s = 5$.

Impulsion de pression en écoulement uniforme

Le maillage est constitué de $51 \times 51 \times 51$ points. À $t = 0$, on introduit au centre du domaine de calcul une impulsion de pression de forme gaussienne, de demi-largeur égale à $3 \Delta x_1$, grâce

à l'initialisation suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(x_1, x_2, x_3) = \rho_0 \\ u_1(x_1, x_2, x_3) = u_0 \\ u_2(x_1, x_2, x_3) = 0 \\ u_3(x_1, x_2, x_3) = 0 \\ p(x_1, x_2, x_3) = p_0 + p'_0 \exp\left[-\frac{\ln 2}{9}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)\right] \end{array} \right.$$

où $p'_0 = 1000$ Pa et $u_0 = M_1 c_0$.

On assiste à la propagation d'une onde acoustique sphérique. Le champ de pression est représenté sur la figure 2.9, à trois instants, dans les trois sections passant par le centre du maillage. Les fluctuations acoustiques sortent du domaine de calcul, en atteignant successivement les frontières en raison de l'écoulement moyen. On ne détecte pas la présence d'ondes acoustiques générées par les conditions aux limites, sur l'isocontour correspondant à une pression de 0.6 Pa, alors que l'amplitude de l'onde est de l'ordre de 50 Pa quand elle atteint la frontière. Le taux de réflexion de perturbations purement acoustiques est donc inférieur à 2 %.

L'efficacité des conditions aux limites est confirmée par la figure 2.10 qui trace l'évolution temporelle du résidu de pression R_p . Celui-ci diminue régulièrement depuis le moment où l'onde acoustique atteint la frontière aval à $t \simeq 25\Delta t$, jusqu'à sa sortie définitive à la frontière amont à $t \simeq 120\Delta t$. Après cet instant, les fluctuations de pression qui subsistent encore dans le domaine de calcul sont négligeables. On observe notamment la plus forte décroissance du résidu lorsque l'onde sort simultanément par les quatre frontières latérales, de $t \simeq 35\Delta t$ à $t \simeq 70\Delta t$. Après $t \simeq 70\Delta t$, l'onde ne sort plus que par la frontière amont et la pente de décroissance est plus modérée.

Tourbillon annulaire en écoulement uniforme

Le maillage est constitué de $81 \times 81 \times 81$ points. A $t = 0$, on introduit au centre du domaine de calcul un tourbillon annulaire de rayon $r_0 = 20\Delta x_1$, perpendiculairement à l'écoulement moyen, comme il est illustré sur la figure 2.11. Le tourbillon a été construit pour être de nature incompressible, ses composantes de vitesse \mathbf{u}' étant telles que $\nabla \cdot \mathbf{u}' = 0$. Le calcul est donc

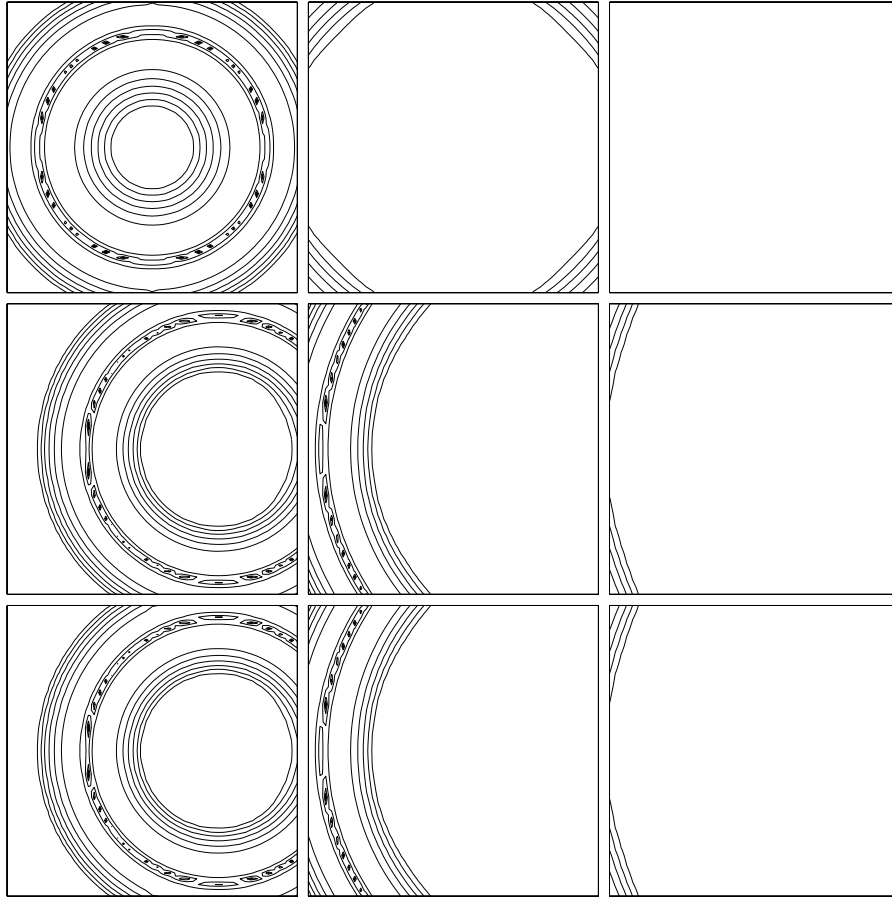


Figure 2.9: Impulsion de pression 3-D en écoulement à $M_1 = 0.5$. Isocontours de la pression à $t = 38\Delta t$, $t = 76\Delta t$ et $t = 114\Delta t$. En haut, représentation de la pression dans le plan défini en $i = n_x/2$; au milieu, dans le plan $j = n_y/2$; en bas, dans le plan $k = n_z/2$. 7 isocontours de 0.6 à 38.4 Pa suivant une progression géométrique de raison 2.

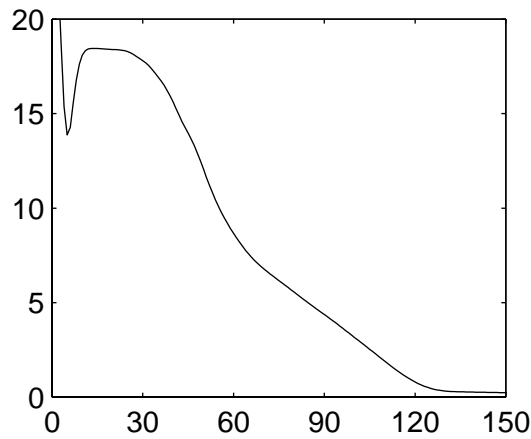


Figure 2.10: Impulsion de pression 3-D en écoulement à $M_1 = 0.5$. Evolution temporelle du résidu de pression R_p en Pa, en fonction du nombre d'itérations.

initialisé de la manière suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(x_1, r, \theta) = \rho_0 \\ u_x(x_1, r, \theta) = u_0 + a_0 \frac{r_0}{r} (r - r_0) \exp\left[-\frac{\ln 2}{25} (x_1^2 + (r - r_0)^2)\right] \\ u_r(x_1, r, \theta) = -a_0 \frac{r_0}{r} x_1 \exp\left[-\frac{\ln 2}{25} (x_1^2 + (r - r_0)^2)\right] \\ u_\theta(x_1, r, \theta) = 0 \\ p(x_1, r, \theta) = p_0 \end{array} \right.$$

avec $r = \sqrt{x_2^2 + x_3^2}$ et a_0 fixé à 10 m.s^{-1} . La valeur maximale de la vitesse tangentielle est obtenue à une distance égale à $5 \Delta x_1$ du centre d'une section du tourbillon. Elle est égale à 25 m.s^{-1} .

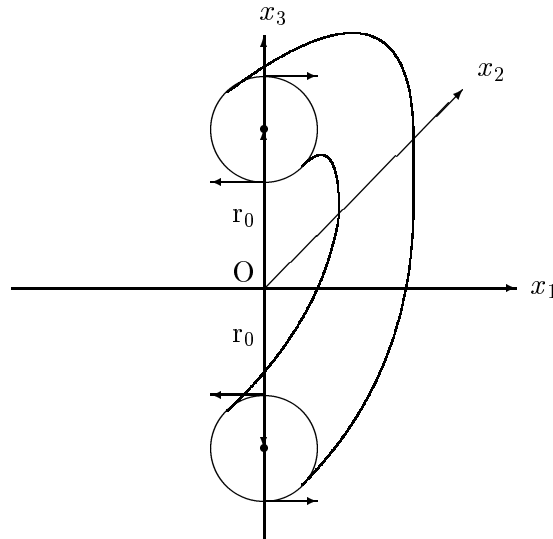


Figure 2.11: Représentation du demi tourbillon annulaire défini par $x_2 > 0$.

La convection du tourbillon annulaire par l'écoulement moyen est illustrée sur la figure 2.12 représentant les champs de vorticité, à trois instants, dans les deux sections passant par le centre du maillage et perpendiculaires au tourbillon. Le tourbillon atteint la frontière aval après 140 itérations et sort alors complètement du domaine de calcul.

La figure 2.13 présente le champ de pression correspondant. Comme dans le cas test précédent, une onde acoustique est crée par les conditions initiales et sort totalement du domaine de calcul au bout de 150 itérations sans produire d'ondes réfléchies. On observe également les fluctuations de pression associées au tourbillon annulaire, d'amplitude de l'ordre de 1200 Pa. La sortie du tourbillon à la frontière aval produit des ondes parasites qui vont remonter

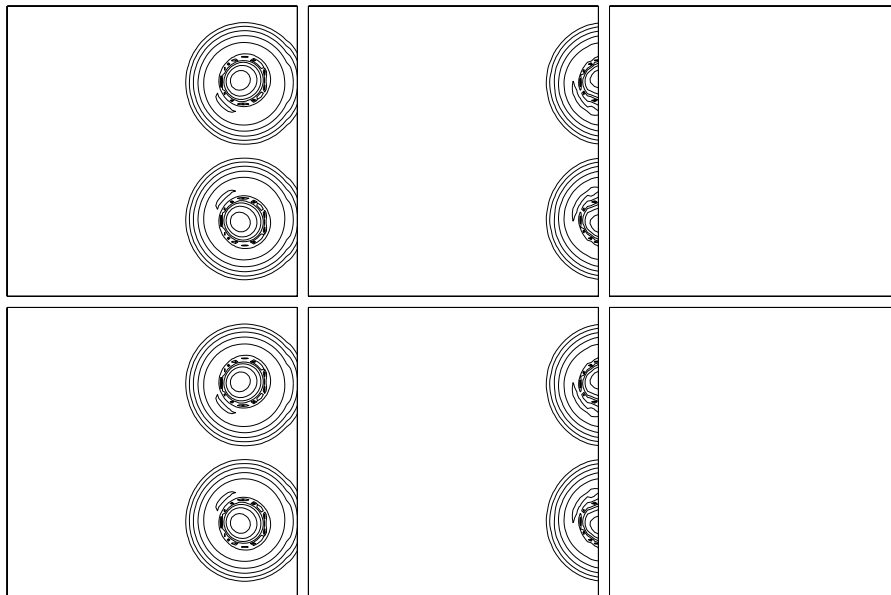


Figure 2.12: Tourbillon annulaire en écoulement à $M_1 = 0.5$. Isocontours de la vorticité à $t = 85\Delta t$, $t = 140\Delta t$ et $t = 195\Delta t$. En haut, représentation de la vorticité dans le plan défini par $j = n_y/2$; en bas, dans le plan $k = n_z/2$. 8 isocontours de vorticité allant de 0.1 à 12.8 s^{-1} suivant une progression géométrique de raison 2.

l'écoulement. Ces ondes possèdent des amplitudes de l'ordre de 80 Pa , ce qui donne un taux de réflexion des perturbations tourbillonnaires de 7% environ.

La figure 2.14 fournit l'évolution temporelle du résidu de pression R_p . Après une première diminution de R_p associée à la sortie de l'onde acoustique transitoire, on remarque un plateau correspondant à la convection du tourbillon jusqu'à sa sortie qui intervient après 140 itérations. Le niveau des fluctuations de pression chute alors mais reste cependant significatif.

Les fluctuations d'origine aérodynamique étant de plusieurs ordres de grandeur supérieures aux fluctuations acoustiques, les ondes acoustiques produites par la sortie des structures tourbillonnaires ne sont pas négligeables. La frontière aval nécessite donc un traitement particulier, avec l'utilisation de zones éponges par exemple.

2.3.3 Application d'une zone éponge en sortie d'écoulement

L'utilisation de zones éponges en sortie d'écoulement est indispensable si l'on souhaite exploiter directement le champ acoustique. Celles-ci doivent, à la fois, dissiper les tourbillons avant qu'ils n'atteignent la frontière aval et neutraliser les éventuelles ondes acoustiques réfléchies.

En 2-D, les moyens informatiques permettent aujourd'hui de construire des zones éponges sur un grand nombre de points, de l'ordre de la centaine. On utilise ainsi des zones éponges performantes, puisque, d'une part la frontière aval est éloignée du domaine physique et que, d'autre part on peut dissiper les fluctuations de manière très progressive. En 3-D, le nombre

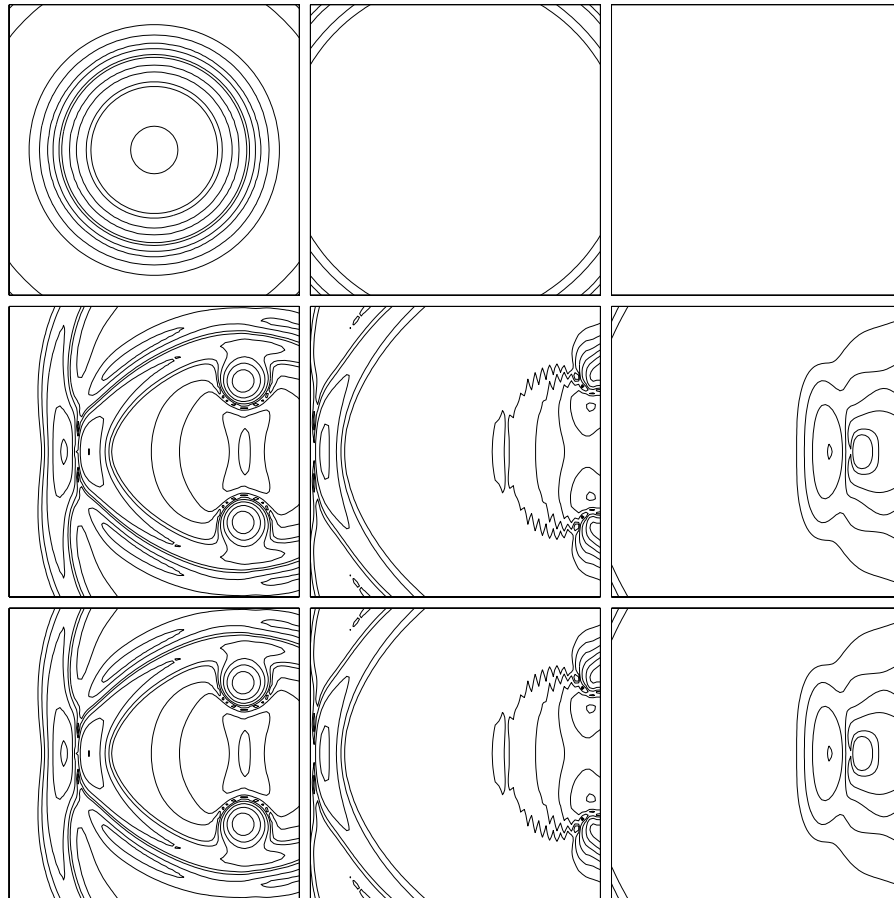


Figure 2.13: Tourbillon annulaire en écoulement à $M_1 = 0.5$. Isocontours de la pression à $t = 85\Delta t$, $t = 140\Delta t$ et $t = 195\Delta t$. En haut, représentation de la pression dans le plan défini en $i = n_x/2$; au milieu, dans le plan $j = n_y/2$; en bas, dans le plan $k = n_z/2$. 7 isocontours de pression allant de 20 à 1280 Pa suivant une progression géométrique de raison 2.

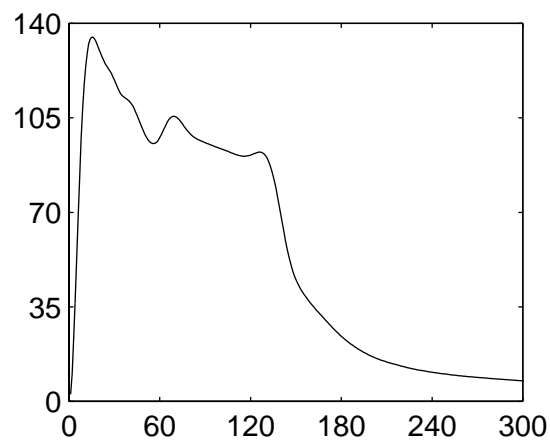


Figure 2.14: Tourbillon annulaire en écoulement à $M_1 = 0.5$. Calcul du résidu de pression R_p en Pa, en fonction du nombre d'itérations.

de points de la zone éponge est limité à quelques dizaines, ce qui réduit bien sûr son efficacité par rapport aux applications 2-D. On propose donc ici de construire une zone éponge sur 30 points seulement en introduisant un terme de dissipation dans les équations, afin de minimiser le champ acoustique réfléchi.

On reprend le cas test du tourbillon annulaire, en introduisant une zone éponge sur les 30 derniers points aval. Dans cette région du domaine de calcul, le terme de dissipation suivant est ajouté au système d'équations:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \dots = -\frac{c_0 \sigma(x_1)}{\Delta x_1} (\mathbf{U} - \bar{\mathbf{U}})$$

où le coefficient de dissipation $\sigma(x_1)$ varie selon la loi exponentielle:

$$\sigma(x_1) = \sigma_{max} \left(\frac{x_1 - x_o}{x_{max} - x_o} \right)^\alpha$$

où x_o et x_{max} marquent le début et la fin de la zone éponge. Dans notre calcul, la dissipation maximale σ_{max} est fixée à 0.02 et $\alpha = 1.5$. Ces coefficients ont été optimisés pour minimiser l'amplitude des réflexions observées avec la zone éponge.

Deux types d'ondes parasites apparaissent sur la figure 2.15 lorsque l'on utilise la zone éponge. Il y a évidemment les ondes acoustiques réfléchies par la frontière aval à la sortie du tourbillon. La zone éponge a réduit leur amplitude de près de 80 Pa à seulement 20 Pa. La comparaison entre le calcul avec et sans zone éponge met aussi en évidence une onde acoustique créée par le gradient du terme de dissipation, dont l'amplitude ne dépasse pas 20 Pa. L'utilisation de la zone éponge sur 30 points a donc permis de ramener le taux de réflexion des perturbations tourbillonnaires de 7% à 2% environ.

La figure 2.16 donnant l'évolution temporelle du résidu de pression R_p montre les deux effets de la zone éponge. Tout d'abord, le tourbillon est dissipé pendant sa phase de convection par l'écoulement moyen. Le plateau trouvé sans zone éponge est remplacé par une zone en décroissance progressive. Quand le tourbillon atteint la frontière aval au bout de 140 itérations, le taux de fluctuations de pression a presque diminué de moitié. L'onde acoustique réfléchie est alors atténuée lors de sa phase de remontée de l'écoulement. Au final, le résidu de pression est réduit d'un facteur 2 à 3 grâce à la zone éponge.

Le compromis nécessaire entre la limitation du nombre de points et celle du gradient du terme de dissipation réduit les possibilités d'une zone éponge construite uniquement avec cette technique. Il sera donc intéressant de l'associer¹⁹ avec un accroissement de la taille des mailles. En effet, cela permet de renforcer la dissipation des structures tourbillonnaires, sous-discrétisées par des mailles trop grossières, et aussi d'éloigner la frontière aval.

2.4 Caractéristiques du code ALESIA sur Cray C-98

Les calculs 3-D sont coûteux au niveau du temps de calcul et de l'espace mémoire nécessaire. Les performances informatiques du code ont donc été optimisées. Le nombre des variables a

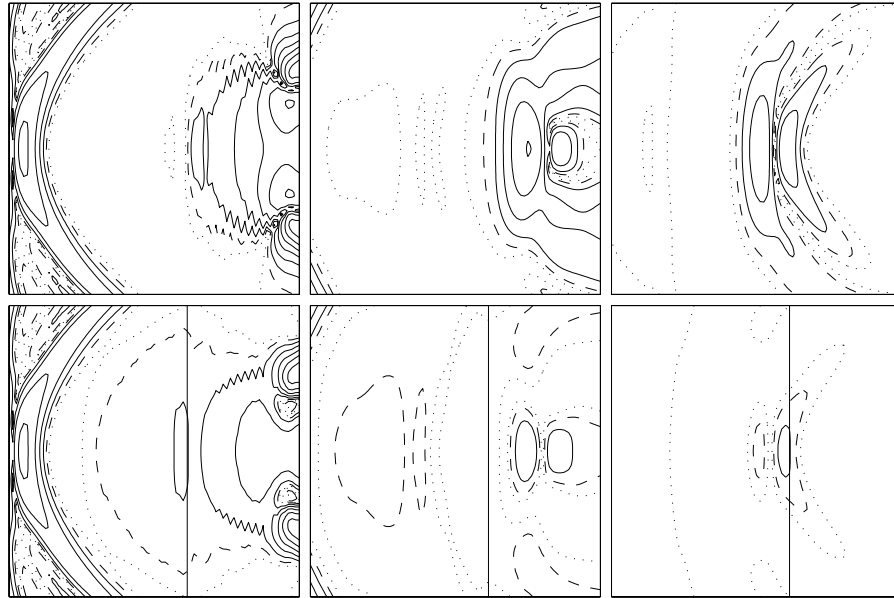


Figure 2.15: Tourbillon annulaire en écoulement à $M_1 = 0.5$. Isocontours de la pression à $t = 140\Delta t$, $t = 195\Delta t$ et $t = 250\Delta t$, dans le plan défini en $j = n_y/2$. En haut, calcul sans zone éponge; en bas, calcul avec la zone éponge, le début de la zone éponge étant représenté par une ligne verticale. — , 7 isocontours de pression allant de 20 à 1280 Pa suivant une progression géométrique de raison 2; - - - , isocontour de 10 Pa; ······ , isocontour de 5 Pa.

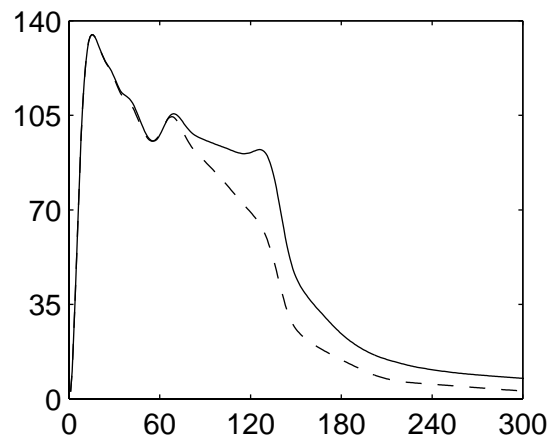


Figure 2.16: Tourbillon annulaire en écoulement à $M_1 = 0.5$. Evolution temporelle du résidu de pression R_p en Pa, en fonction du nombre d'itérations. — , calcul sans zone éponge; - - , calcul avec la zone éponge.

été réduit à son strict minimum, avec également l'utilisation de l'allocation dynamique pour les variables temporaires. Toutes les procédures du code ont par ailleurs été vectorisées pour diminuer d'un facteur 2 à 3 le temps d'exécution par rapport à la première version du code.

Cette optimisation est essentielle dans l'optique de calculs 3-D utilisant des maillage de plusieurs millions de points. Prenons par exemple le cas d'un jet simulé sur un maillage de $255 \times 127 \times 127$ points sur le CRAY C-98 de l'IDRIS. Le tableau 2.1 donne le temps d'exécution par procédure pour calculer 1000 itérations temporelles. Le temps de calcul consacré aux traitements des points intérieurs, par avancement des flux eulériens et visqueux et par filtrage sélectif, compte pour 75% environ du temps de calcul global qui est de l'ordre de 3 heures. Le traitement des conditions aux limites est pris en compte par des boucles de petites dimensions et est, par conséquent, plus difficile à vectoriser qu'une procédure portant sur les points intérieurs. On note qu'il a cependant été vectorisé correctement, puisqu'il ne représente que 10% du temps de calcul total.

Routine Name	Tot Time	# Calls	Avg Time	Percentage	Accum%
CALC_FLUX_EULER	4.56E+03	4000	1.14E+00	43.28	43.28
VISCO_SELECTIVE	2.13E+03	2000	1.06E+00	20.28	63.56
CALC_CL	1.16E+03	4000	2.89E-01	10.96	74.52
CALC_FLUX_VISC	1.06E+03	1000	1.06E+00	10.05	84.57
DEBUG	8.42E+02	1000	8.42E-01	7.99	92.56
CALC_RK	2.65E+02	1000	2.65E-01	2.52	95.08
CALC_MOYEN	2.19E+02	1000	2.19E-01	2.08	97.16
EXCITATION	1.52E+02	1000	1.52E-01	1.45	98.60
Totals	1.05E+04				

Tableau 2.1: Répartition par procédures de la durée d'exécution du code ALESIA dans le cas d'un jet 3-D sur CRAY C-98. Seules les procédures dont le temps d'exécution est supérieur à 1% sont représentées.

Le tableau 2.2 rassemble quelques caractéristiques de performance du code pour le même calcul. Le temps de calcul par point et par itération est de 2.6×10^{-6} s, pour une vitesse CPU de 553 Mflops. L'exécution de ce calcul a aussi nécessité 170 Mwords d'espace mémoire sur le CRAY C-98.

CPU seconds	:	10540.33
Million inst/sec (MIPS)	:	30.79
Floating ops/sec	:	553.05M
Average Vector Length	:	122.36

Tableau 2.2: Caractéristiques de performance du code ALESIA 3-D sur CRAY C-98.

Notons enfin que la vitesse CPU du code 3-D est de plus de 5000 Mflops sur le nouveau supercalculateur NEC SX-5 de l'IDRIS. Cela permet d'envisager des calculs 3-D avec des maillages de plusieurs millions de points.

2.5 Conclusion

On dispose maintenant d'un code 2D/3D de résolution des équations de Navier-Stokes, développé à l'aide de techniques numériques performantes pour calculer directement le rayonnement acoustique. L'algorithme numérique, ainsi que la formulation des conditions aux limites, ont fait l'objet de très nombreuses validations pas toutes explicitées ici. Par exemple, pour les conditions aux limites, les méthodes basées sur les caractéristiques ont été testées avant de retenir finalement la technique de Tam & Dong. Le fait de développer entièrement le code nous a permis d'acquérir un certain savoir-faire dans les techniques propres aux calculs aéroacoustiques. On connaît ainsi parfaitement les propriétés du code ALESIA, comme sa précision ou sa stabilité. Cette étape est primordiale car, avant d'effectuer des calculs tridimensionnels, il est indispensable de maîtriser les outils numériques.

Ces remarques sont d'autant plus importantes que notre objectif est le calcul direct du rayonnement sonore, où des erreurs numériques a priori minimales peuvent dégrader sérieusement le champ acoustique physique calculé. Les cas tests effectués montrent que le rayonnement acoustique sort parfaitement des frontières amont et latérales du domaine. La sortie des structures tourbillonnaires en aval est plus délicate en raison des amplitudes élevées des fluctuations aérodynamiques. Il est donc nécessaire d'implanter une zone éponge en aval des écoulements afin de dissiper les structures tourbillonnaires. L'utilisation d'une zone éponge sur une seule face et non sur toutes les faces du domaine de calcul reste accessible en 3-D, avec un code bien vectorisé. On note aussi que les flux visqueux doivent être intégrés au niveau des frontières amont et aval afin d'éviter toute discontinuité dans ces termes. Dans le cas de couches de mélange ou de jets, les conditions aux limites seront donc traitées de la manière indiquée sur la figure 2.17.

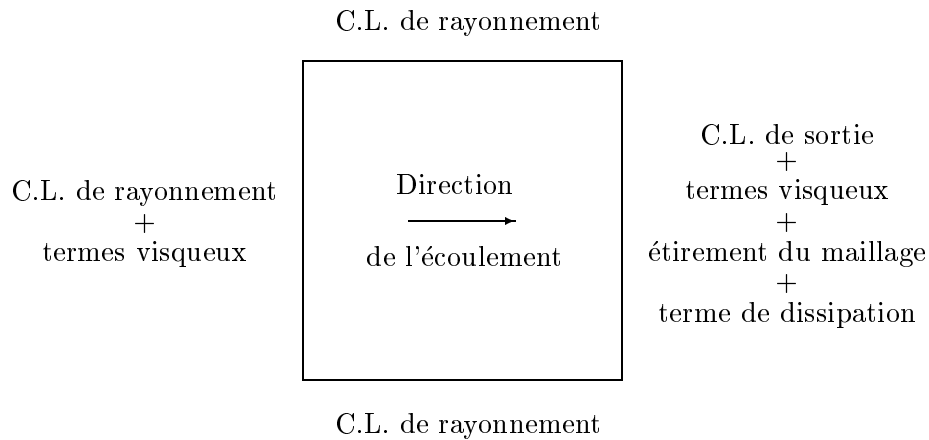


Figure 2.17: Conditions aux limites utilisées dans le cas de couches de mélange ou de jets.

Les premières études seront bidimensionnelles pour tester la capacité du code ALESIA à fournir un champ acoustique directement exploitable, avant de considérer des écoulements turbulents tridimensionnels.

Chapitre 3

Etude du rayonnement acoustique produit par deux tourbillons corotatifs

On s'intéresse, dans ce troisième chapitre, au rayonnement acoustique produit par deux tourbillons corotatifs. Cette source sonore est bien connue et a été étudiée aussi bien analytiquement^{54,90} que numériquement.^{59,76} Elle constitue une première configuration bidimensionnelle simple de génération de bruit par des structures tourbillonnaires. Les deux tourbillons corotatifs sont d'abord placés dans un milieu au repos, puis dans une zone de cisaillement possédant une vitesse de convection nulle. Dans la première partie de ce chapitre, le rayonnement acoustique produit par l'enroulement des tourbillons est déterminé par simulation numérique directe à l'aide du code présenté dans le chapitre précédent. Dans la seconde, on introduit dans les équations d'Euler linéarisées un terme source aérodynamique issu de la simulation directe. Le champ acoustique ainsi déterminé est comparé à la solution de référence fournie par le calcul direct. On souhaite de cette manière valider la méthode hybride, en particulier l'expression des termes sources utilisée et la prise en compte des effets du champ de vitesse moyen sur la propagation acoustique.

3.1 Calcul du rayonnement acoustique par simulation numérique directe

On utilise le code ALESIA pour réaliser des simulations numériques directes (DNS), par résolution des équations de Navier-Stokes bidimensionnelles complètes, sans aucun modèle de turbulence. Ces calculs déterminent à la fois les champs aérodynamiques et acoustiques. Ils vont nous permettre de mettre en évidence la source de bruit de type quadrupolaire associée aux tourbillons corotatifs. Ils fournissent surtout des rayonnements acoustiques a priori exacts qui seront utilisés pour évaluer la précision de méthodes hybrides.

3.1.1 Définition des deux tourbillons corotatifs

On sait, depuis les travaux de Powell,⁹⁰ que l'accélération de la vorticit   produit un rayonnement acoustique. On rencontre un tel ph  nom  ne notamment lors des interactions des structures tourbillonnaires entre elles ou avec des parois. Le cas de deux tourbillons corotatifs est une illustration simple et maintenant assez bien connue de ce m  canisme. Deux tourbillons corotatifs tournent en effet l'un autour de l'autre, avant de fusionner pour ne plus former qu'une structure tourbillonnaire plus grosse.

On consid  re ici deux tourbillons corotatifs identiques tournant dans le sens trigonom  trique n  gatif, s  par  s par la distance $2r_0$, comme il est repr  sent   sur la figure 3.1. La paire form  e par les deux tourbillons va donc elle aussi tourner dans le sens trigonom  trique n  gatif.

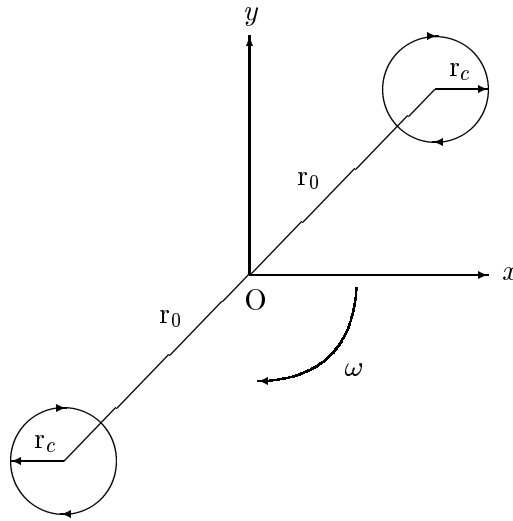


Figure 3.1: Configuration des deux tourbillons corotatifs.

Dans cette   tude, le mod  le de tourbillon de Scully^{59,96} a   t   choisi pour d  finir la vitesse tangentielle V_θ de chaque tourbillon. Il   vite toute discontinuit   de vitesse au centre du tourbillon. En effet, on a :

$$V_\theta(r) = -\frac{\Gamma r}{2\pi(r_c^2 + r^2)}$$

o   Γ est la circulation du tourbillon, r la distance depuis le centre du tourbillon, r_c la distance pour laquelle la vitesse tangentielle est maximale et vaut $V_{max} = \Gamma/4\pi r_c$. Le nombre de Reynolds associ   aux deux tourbillons corotatifs est donn   par $Re = \Gamma/\nu$.

Dans notre   tude, le rapport des rayons r_c/r_0 est fix      une valeur de 0.22. Le nombre de Mach calcul      partir de la vitesse tangentielle maximale est   gal    $M = V_{max}/c_0 = 0.5$.

3.1.2 Tourbillons corotatifs dans un milieu au repos

Les d  veloppements th  oriques de Powell⁹⁰ ont montr   que, dans un milieu au repos, deux

tourbillons identiques, de circulation Γ et séparés de $2r_0$, effectuent une rotation suivant un cercle de rayon r_0 , à la vitesse de rotation $\omega = \Gamma/4\pi r_0^2$. La période de rotation est donc égale à $T = 8\pi^2 r_0^2/\Gamma$ et le nombre de Mach de rotation à $M_r = \Gamma/4\pi r_0 c_0$.

Paramètres numériques

On construit un maillage de 281×281 points, identique dans les deux directions x et y . La taille des mailles est constante sur les 30 premiers points depuis le centre du maillage, où elle est égale à $\Delta = 2 \times 10^{-4}$ m. Les mailles sont alors étirées sur les 110 points suivants selon un taux d'accroissement de 4%. Le maillage, dont la partie centrale est représentée sur la figure 3.2, s'étend donc de $-104 r_0$ à $104 r_0$.

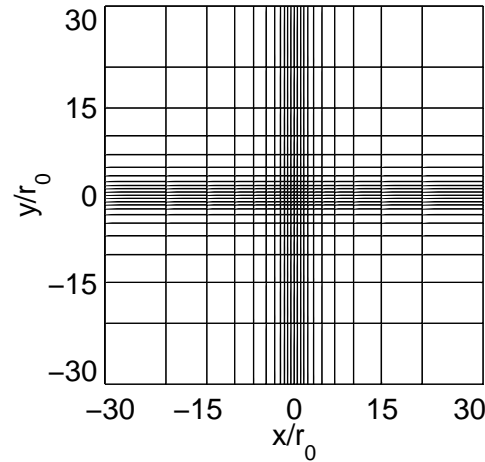


Figure 3.2: Partie centrale du maillage utilisé dans l'étude des tourbillons corotatifs, le maillage complet s'étendant jusqu'à $x/r_0 = 104$. Représentation d'un point sur dix.

On introduit à $t = 0$ les deux tourbillons corotatifs précédemment décrits en $(r_0, 0)$ et en $(-r_0, 0)$, dans un milieu au repos possédant une masse volumique ρ_0 et une pression p_0 uniformes. Les rayons r_0 et r_c sont définis par $r_0 = 18\Delta$ et $r_c = 4\Delta$. Le nombre de Reynolds associé à chaque tourbillon est de $Re = 1.14 \times 10^5$. Le nombre de Mach de rotation vaut $M_r = 0.11$. Le calcul est effectué avec un nombre de CFL = $c_0 \Delta t / \Delta$ fixé à 0.8, ce qui donne une période de rotation des deux tourbillons égale à $1272\Delta t$. Le milieu ambiant étant au repos, les conditions aux limites de non réflexion sont appliquées à toutes les frontières du domaine.

La source acoustique associée aux tourbillons corotatifs est un quadrupôle tournant. En raison de sa structure symétrique, la fréquence f_a du rayonnement acoustique produit est le double de la fréquence de rotation, comme il est montré dans l'annexe C. On prévoit ainsi une longueur d'onde acoustique de $\lambda_a = 509\Delta = 28.3r_0$. On s'assure que le maillage est bien adapté à ces longueurs d'onde. La taille des mailles est maximale sur les bords du domaine de calcul, où $\lambda_a = 6.8\Delta_{max}$, ce qui suffit au schéma numérique de Tam & Webb pour propager correctement les ondes acoustiques.

Description du mécanisme d'appariement

Les deux tourbillons effectuent plusieurs rotations avant de fusionner pour ne plus former qu'une seule structure tourbillonnaire. La durée de la période de rotation avant la fusion est très difficile à prédire, car elle dépend principalement des effets visqueux. Il est ainsi apparu qu'une viscosité sélective forte diminue le temps de rotation avant appariement. La viscosité sélective est donc ici fixée à une valeur modérée, avec un nombre de Reynolds du schéma de $R_s = 20$.

Le champ de vorticité est représenté sur la figure 3.3 pour quatre étapes caractéristiques de son évolution. Dans une première phase, les deux tourbillons sont bien distincts comme sur la figure 3.3(a) et accomplissent six rotations à la fréquence prédite théoriquement par Powell. On assiste alors sur la figure 3.3(b)   la fusion rapide des deux tourbillons, qui se rapprochent en accélérant leur vitesse de rotation. Pendant que leurs cœurs fusionnent, des filaments de vorticité sont produits à la périphérie de la structure tourbillonnaire centrale, comme on le voit sur la figure 3.3(c). La structure tourbillonnaire centrale et les filaments finissent par s'assembler pour ne plus former que le tourbillon de la figure 3.3(d). Celui-ci est légèrement elliptique et tend à retrouver lentement une forme parfaitement circulaire. Ce mécanisme d'appariement a par ailleurs été décrit plus en détail par Melander *et al.*⁷⁴

Rayonnement acoustique

On exploite le rayonnement acoustique déterminé par DNS, qui est a priori exact, car on n'utilise ni modélisation acoustique, ni hypothèse simplificatrice. La figure 3.4 présente le signal temporel de pression, enregistré au point situé en $x = 50r_0$ et $y = 0$, pendant 12×10^3 itérations. Un signal transitoire, dont l'amplitude est supérieure à celle du signal physique, est crée par les conditions initiales. Il sort complètement du domaine de calcul au bout de 3500 itérations sans générer d'ondes réfléchies détectables sur le rayonnement acoustique physique.

Les trois phases de l'appariement produisent des rayonnements acoustiques différents. Après le transitoire, on observe un rayonnement à la fréquence f_a associé aux six rotations des tourbillons. Au bout de douze périodes acoustiques, la fréquence augmente tandis que les niveaux se renforcent, ce qui correspond au brusque rapprochement des tourbillons. On connaît alors une phase de rayonnement acoustique, visible sur la figure des itérations 8000 à 9000, liée au détachement puis au recollement de filaments de vorticité. La fréquence acoustique y est élevée et les niveaux sont trois à quatre fois inférieurs à ceux trouvés lors de la période de rotation. Après fusion des filaments, l'unique structure tourbillonnaire de forme elliptique émet encore un rayonnement acoustique faible qui décroît progressivement, pendant qu'elle retrouve un aspect parfaitement circulaire correspondant à une distribution de vorticité uniforme.

On note aussi que la pression moyenne ne reste pas égale à la valeur initiale p_0 . On observe en effet une fluctuation négative de pression de type aérodynamique, qui s'étend assez loin en raison de la lente décroissance en $1/r$ de la vitesse tangentielle des tourbillons. Cette dépression

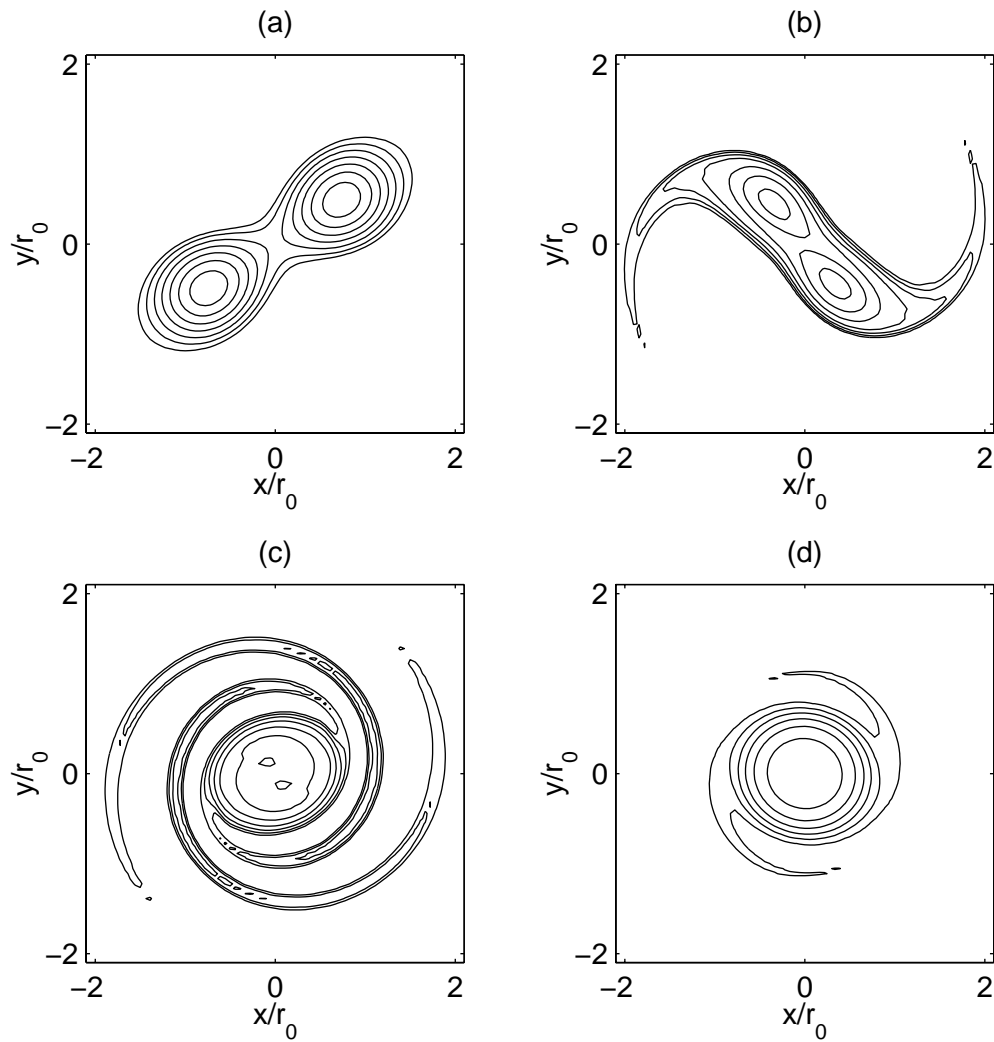


Figure 3.3: Tourbillons corotatifs dans un milieu au repos. Champ de vorticité obtenu après: (a), 4570 itérations; (b), 6690 itérations; (c), 7220 itérations et (d), 9340 itérations. Représentation de 6 isocontours de vorticité de 10^4 à $1.22 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ selon une progression géométrique de raison 1.65.

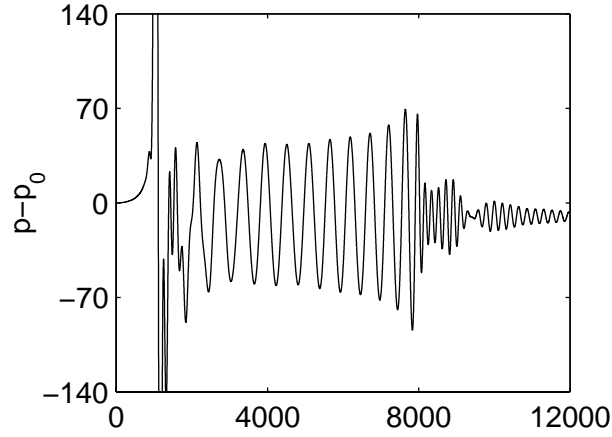


Figure 3.4: Tourbillons corotatifs dans un milieu au repos. Evolution de la pression $p - p_0$ au point situé en $x = 50r_0$ et $y = 0$, en fonction du nombre d'itérations, p_0 étant la pression initiale. Niveaux en Pa.

aérodynamique est quasi stationnaire au milieu du domaine de calcul, ou tout du moins très basse fréquence. Pour cette raison, on représentera désormais le champ de dilatation $\Theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$, qui rend compte des fluctuations compressibles seules. En champ acoustique, sans écoulement moyen, la dilatation est de plus proportionnelle à la dérivée temporelle de la pression:

$$\Theta = -\frac{1}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t}$$

La figure 3.5 présente le champ de dilatation obtenu sur tout le domaine de calcul, à $t = 6000\Delta t$, pendant la rotation des deux tourbillons. Il est caractérisé par une structure en double spirale,⁹⁰ due à la rotation d'une source quadrupolaire. On qualifie la source du terme de quadrupôle tournant. La longueur d'onde acoustique est en accord avec celle attendue de $\lambda_a = 28r_0$. On remarque également qu'aucune réflexion parasite provenant des frontières n'est visible.

On s'intéresse enfin au champ de dilatation dans une zone proche des deux tourbillons. La figure 3.6(a) met en évidence le quadrupôle centré sur les tourbillons avec les quatre lobes de dilatation décalés de 45° par rapport aux axes principaux des deux tourbillons. La structure plus complexe du champ de dilatation au niveau des tourbillons même est donnée sur la figure 3.6(b). Elle est constituée de deux quadrupôles face à face.⁷⁶

3.1.3 Tourbillons corotatifs placés dans une zone de cisaillement

Les deux tourbillons corotatifs précédents sont maintenant introduits dans un champ moyen de vitesse, et plus précisément dans une couche de cisaillement. L'objectif est ici d'obtenir par DNS un champ acoustique de référence, afin de pouvoir tester la validité d'approches hybrides en présence d'un écoulement moyen.

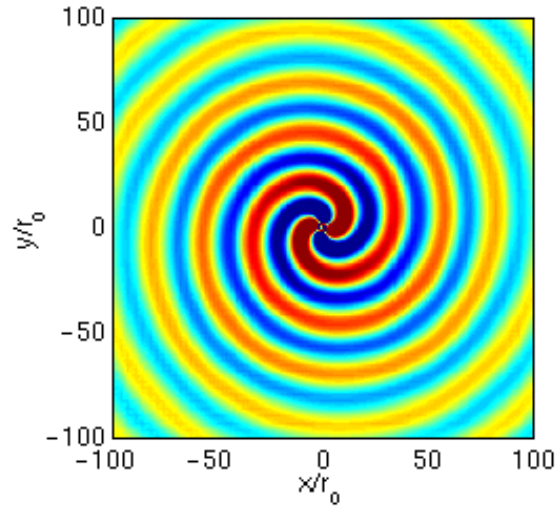


Figure 3.5: Tourbillons corotatifs dans un milieu au repos. Représentation de la dilatation à $t = 6000\Delta t$, obtenue par calcul direct. Niveaux de dilatation allant de -15 à 15 s^{-1} .

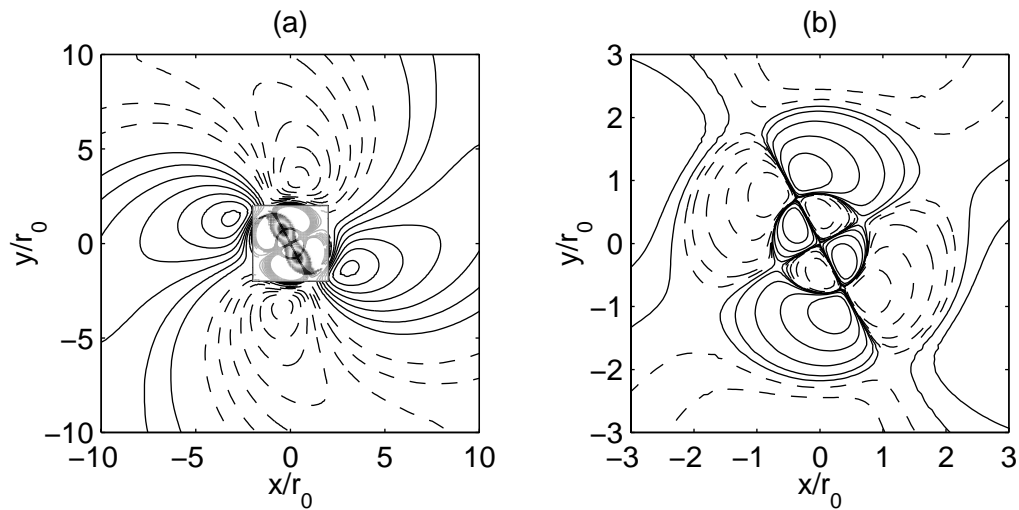


Figure 3.6: Tourbillons corotatifs dans un milieu au repos. Représentation du champ de dilatation: (a), avec le champ de vorticité au centre du domaine, 7 isocontours équi-répartis de 8 à 56 s^{-1} ; (b), au niveau des tourbillons, 5 isocontours de 10 à 810 s^{-1} suivant une progression géométrique de raison 3. — , isocontours positifs; - - - , isocontours négatifs.

Définition de la zone de cisaillement

La couche de cisaillement est construite entre deux écoulements parallèles de vitesse ΔU et $-\Delta U$, de telle sorte qu'elle présente une vitesse de convection nulle. Ainsi, la source sonore constituée par les deux tourbillons corotatifs n'est pas convectée par l'écoulement moyen et reste au milieu du domaine de calcul. Ce choix permet également d'éviter la croissance d'instabilités dans la zone cisailée et, par conséquent, la création de structures tourbillonnaires susceptibles de produire un rayonnement acoustique secondaire.

Les deux tourbillons corotatifs définis dans la partie 3.1.1, sont donc situés au centre de la zone cisailée illustrée sur la figure 3.7. Le profil de la vitesse longitudinale moyenne est donné par l'expression en tangente hyperbolique suivante:

$$u_0(y) = \Delta U \tanh\left(\frac{y}{2r_0}\right) \quad (3.1)$$

où la demi-distance r_0 entre les deux tourbillons est aussi l'épaisseur de quantité de mouvement de la zone cisailée.

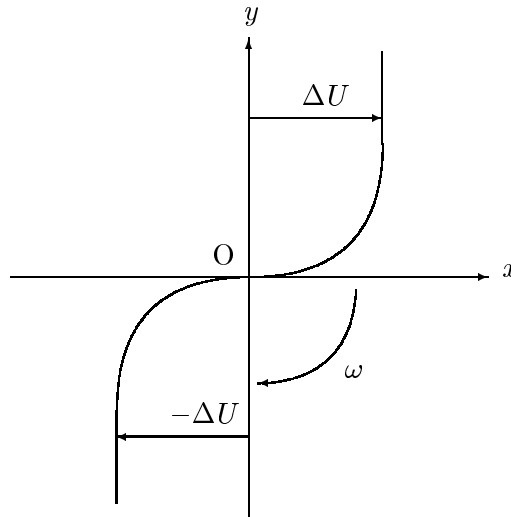


Figure 3.7: Représentation de la couche de cisaillement dans laquelle sont introduits les deux tourbillons corotatifs.

La zone de cisaillement perturbe la rotation des deux tourbillons. En effet, quand un tourbillon se trouve dans la partie supérieure de la couche cisailée, il est convecté vers la droite par la vitesse moyenne positive, et inversement dans la partie inférieure. Dans le cas où les tourbillons tournent naturellement dans le sens trigonométrique négatif, le cisaillement amplifie donc ce phénomène avec une augmentation de la vitesse de rotation ω . De plus, l'accélération des tourbillons due au champ moyen de vitesse n'est pas constante pendant la période de rotation, ce qui se traduit par une vitesse de rotation qui n'est plus parfaitement régulière comme dans un milieu au repos.

Paramètres numériques

Les paramètres numériques sont identiques à ceux utilisés dans la section 3.1.2 concernant la simulation directe des deux tourbillons dans un milieu au repos. On introduit à $t = 0$ les deux mêmes tourbillons corotatifs en $(r_0, 0)$ et $(-r_0, 0)$, dans un milieu défini par la couche cisailée u_0 , une masse volumique ρ_0 et une pression p_0 uniformes. La vitesse des deux fluides opposés est fixée à $\Delta U = 0.125c_0$. Le cisaillement est relativement modéré. Un cisaillement plus fort réduirait en effet la phase de rotation des tourbillons en précipitant leur fusion, et on ne disposerait alors plus d'un rayonnement acoustique sur un temps suffisamment long.

On observe que la période de rotation des deux tourbillons est maintenant de l'ordre de 750 itérations. La longueur d'onde acoustique associé au rayonnement du quadrupôle tournant est donc de $\lambda_a = 17 r_0$. On ne conserve du maillage précédent que la partie centrale constituée de 251×251 points. Ce nouveau maillage s'étend de -55 à $55 r_0$ dans les deux directions x et y . On s'assure qu'il est adapté à la nouvelle longueur d'onde acoustique puisque $\lambda_a = 7.3\Delta_{max}$.

Rayonnement acoustique

Les tourbillons n'effectuent plus maintenant que 4 révolutions avant de fusionner. Le cycle d'appariement présente les trois étapes caractéristiques décrites précédemment: rotation des tourbillons, fusion de leurs noyaux avec production de filaments de vorticité, et formation d'une unique structure tourbillonnaire.

La figure 3.8 présente le signal de pression enregistré au point situé sur la diagonale $x = y$, en $r = 70r_0$. Il est similaire au signal de la figure 3.4 obtenu dans un milieu au repos, ce qui était prévisible étant donné que le mécanisme d'appariement est identique. Le rayonnement acoustique associé à la rotation des tourbillons est cependant un peu moins régulier. La dérive de la pression moyenne est aussi accentuée par la couche de cisaillement.

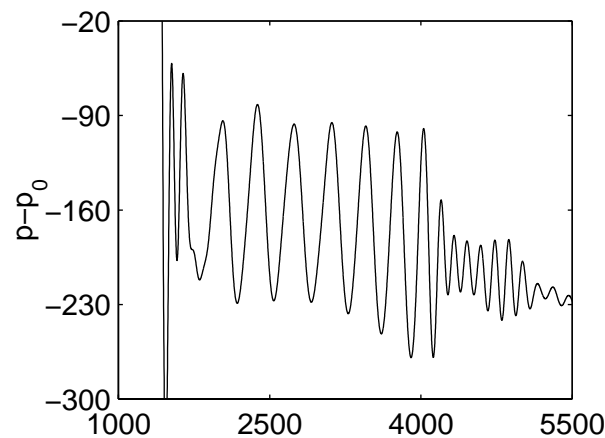


Figure 3.8: Tourbillons corotatifs dans une zone de cisaillement. Evolution de la pression $p - p_0$ au point situé en $r = 70 r_0$ sur la diagonale définie par $x = y$, en fonction du nombre d'itérations, p_0 étant la pression initiale. Niveaux en Pa.

On utilise de nouveau le champ de dilatation $\Theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$ qui, dans un écoulement unidirectionnel uniforme ΔU , est relié à la pression acoustique par :

$$\Theta = -\frac{1}{\rho_0 c_0^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \Delta U \frac{\partial p}{\partial x} \right)$$

On retrouve, sur le champ de dilatation de la figure 3.9, la structure en double hélice associée à la génération de bruit par un quadrupôle tournant. Les effets de la couche de cisaillement sur le rayonnement acoustique sont nettement visibles. On peut d'abord évoquer les effets de l'écoulement moyen sur la propagation acoustique. Les fronts d'ondes sont déformés par la convection induite par les vitesses moyennes ΔU et $-\Delta U$ leur donnant l'aspect de deux ovales se raccrochant sur l'axe des abscisses. Les effets de réfraction du rayonnement acoustique par le gradient de vitesse moyen sont aussi présents. Ils sont a priori peu importants étant donné la différence entre la longueur d'onde acoustique de $17r_0$ et l'épaisseur de cisaillement de r_0 . La couche de mélange vient également perturber la rotation des deux tourbillons, ce qui est susceptible de créer des irrégularités au niveau du rayonnement acoustique.

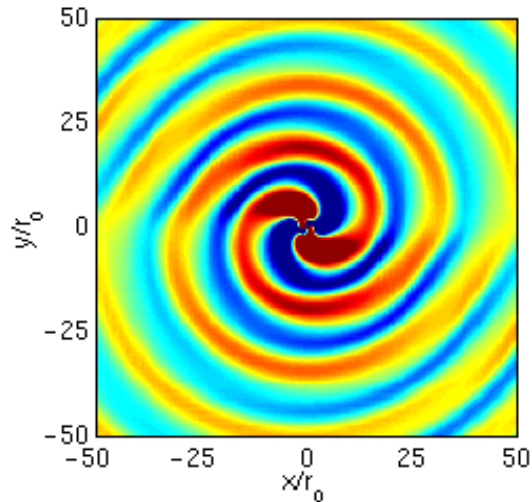


Figure 3.9: Tourbillons corotatifs dans une zone de cisaillement. Représentation de la dilatation obtenue par calcul direct à $t = 2500\Delta t$. Niveaux de dilatation allant de -50 à 50 s^{-1} .

3.2 Calcul du rayonnement acoustique à l'aide des équations d'Euler linéarisées

La simulation directe a fourni des résultats de référence qui doivent nous permettre d'évaluer la précision des différentes méthodes hybrides de calcul du bruit. Dans cette partie, on utilise les équations d'Euler linéarisées, dans lesquelles on introduit un terme source aérodynamique issu de la DNS, pour calculer le rayonnement acoustique des deux tourbillons corotatifs dans les deux configurations étudiées par simulation directe. L'objectif est de valider l'expression du terme source et la prise en compte des effets de l'écoulement moyen sur la propagation acoustique.

3.2.1 Méthode hybride basée sur les équations d'Euler linéarisées

On présente ici de manière détaillée la méthode hybride s'appuyant sur les équations d'Euler linéarisées, entrevue plus brièvement dans le premier chapitre de ce rapport.

Equations d'Euler linéarisées

Les équations d'Euler linéarisées sont obtenues en décomposant les variables (ρ, u, v, p) de masse volumique, de vitesse et de pression en leurs champs moyens (ρ_0, u_0, v_0, p_0) et fluctuants (ρ', u', v', p') respectifs. Dans le cas bidimensionnel, elles s'écrivent sous la forme conservative suivante:

$$\frac{\partial \mathbf{U}'}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \mathbf{H} = 0 \quad (3.2)$$

avec respectivement pour le vecteur inconnu \mathbf{U}' et les deux vecteurs de flux \mathbf{E} et \mathbf{F} :

$$\mathbf{U}' = \begin{pmatrix} \rho' \\ \rho_0 u' \\ \rho_0 v' \\ p' \end{pmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho' u_0 + \rho_0 u' \\ u_0 \rho_0 u' + p' \\ u_0 \rho_0 v' \\ u_0 p' + \gamma p_0 u' \end{pmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho' v_0 + \rho_0 v' \\ v_0 \rho_0 u' \\ v_0 \rho_0 v' + p' \\ v_0 p' + \gamma p_0 v' \end{pmatrix}$$

Le vecteur \mathbf{H} , directement associé aux inhomogénéités de l'écoulement moyen, est donné par l'expression suivante:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 \\ (\rho_0 u' + \rho' u_0) \frac{\partial u_0}{\partial x} + (\rho_0 v' + \rho' v_0) \frac{\partial u_0}{\partial y} \\ (\rho_0 u' + \rho' u_0) \frac{\partial v_0}{\partial x} + (\rho_0 v' + \rho' v_0) \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ (\gamma - 1) p' \nabla \cdot \mathbf{u}_0 - (\gamma - 1) \left[u' \frac{\partial p_0}{\partial x} + v' \frac{\partial p_0}{\partial y} \right] \end{pmatrix}$$

Les équations d'Euler linéarisées constituent un opérateur de propagation acoustique complet car elles prennent en compte toutes les interactions entre les champs moyens et les fluctuations. Les effets de convection des ondes acoustiques par l'écoulement moyen sont notamment calculés à partir des flux \mathbf{E} et \mathbf{F} . Les effets de réfraction liés aux gradients de l'écoulement moyen sont également traités à travers les flux \mathbf{E} et \mathbf{F} , et le terme \mathbf{H} .

Dans cette étude, on dispose d'un code de résolution des équations d'Euler linéarisées, appelé SPRINT (Sound Propagation IN Turbulence), qui a été validé à l'aide de nombreux cas tests de propagation acoustique.⁶ Il est construit à partir des mêmes techniques numériques que le code ALESIA, à savoir avec un algorithme de discrétisation combinant une méthode de Runge-Kutta en quatre étapes et le schéma de Tam & Webb, et avec les conditions aux limites de Tam & Dong. Les limites de stabilité des codes ALESIA et SPRINT sont donc identiques.

Utilisation d'un modèle de termes sources acoustiques

Afin d'assurer la génération du bruit dans les équations, il est nécessaire d'y introduire des termes sources acoustiques. Un vecteur \mathbf{S} est donc ajouté dans le membre de droite des équations de la manière suivante:

$$\frac{\partial \mathbf{U}'}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \mathbf{H} = -\mathbf{S}$$

La forme des termes sources à utiliser dans l'analogie de Lighthill constitue toujours un sujet ouvert.^{91,92} On distingue, en effet, les termes sources construits uniquement à partir des fluctuations de vitesse, responsables du bruit propre de la turbulence (self-noise), de ceux construits à partir des termes croisés entre les fluctuations de vitesse et les composantes de la vitesse moyenne, responsables du bruit de cisaillement (shear-noise). Le bruit de cisaillement rend compte des interactions entre les ondes acoustiques et le champ de vitesse aérodynamique moyen, qui sont négligées par l'équation des ondes dans un milieu au repos utilisée pour calculer la propagation acoustique.

La méthode hybride s'appuyant sur les équations d'Euler linéarisées inclut tous les effets de convection et de réfraction des ondes par l'écoulement moyen dans l'opérateur de propagation. Les termes sources introduits dans le terme de droite des équations semblent donc ne devoir contenir que le bruit propre de la turbulence.

On se propose ici de valider, à l'aide des deux cas tests définis par les deux tourbillons dans un milieu au repos et dans une couche cisailée, un modèle de terme source d'origine aérodynamique similaire au modèle proposé par Bailly *et al.*² Partant d'un calcul d'écoulement incompressible, ceux-ci définissent des termes sources constitués par les produits des fluctuations turbulentes de vitesse. Dans notre étude, on utilise les fluctuations de vitesse u' et v' données par la résolution des équations de Navier-Stokes compressibles. L'expression des deux termes sources placés dans les équations de quantité de mouvement est ainsi donnée sous la forme conservative suivante:

$$S_1^f = \frac{\partial \rho u'^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho u' v'}{\partial y} \quad S_2^f = \frac{\partial \rho u' v'}{\partial x} + \frac{\partial \rho v'^2}{\partial y} \quad (3.3)$$

où ρ est la masse volumique déterminée par DNS. Les variables utilisées dans la construction des termes sources contiennent une composante de nature acoustique, qui est cependant très faible devant leur composante aérodynamique. Les termes croisés entre les fluctuations aérodynamiques et acoustiques sont associés à la diffusion des ondes par la turbulence, qui est en général négligeable. Afin de disposer de termes sources centrés, Bailly *et al.*² suggèrent aussi de soustraire leurs moyennes respectives, pour écrire le vecteur source \mathbf{S} de la manière suivante:

$$\mathbf{S} = \left(0 \quad S_1^f - \overline{S_1^f} \quad S_2^f - \overline{S_2^f} \quad 0 \right)^t$$

3.2.2 Tourbillons corotatifs dans un milieu au repos

Ce cas simple d'une source acoustique d'origine aérodynamique dans un milieu au repos permet de valider la méthode hybride en s'affranchissant des questions liées au champ de vitesse

moyen. La propagation des ondes acoustique s'effectuant dans un milieu au repos, on évalue ici uniquement la précision des termes sources acoustiques. Par ailleurs, en l'absence d'écoulement moyen, les termes sources utilisés ne sont formés que par les fluctuations de vitesse et correspondent au bruit propre de la turbulence. On s'intéresse en particulier à l'influence du centrage des termes sources sur le rayonnement acoustique, ainsi qu'à l'éventuelle contribution sonore associée aux perturbations acoustiques incluses dans les termes sources.

Mise en œuvre numérique

Les termes sources $S_i = S_i^f$ sont enregistrés pendant la phase de rotation des tourbillons, tous les Δt , entre les itérations 2000 à 6000. Ils sont prélevés sur un maillage de 121×121 points, correspondant à un carré de $9.5r_0$ de coté centré sur l'origine. La vitesse tangentielle maximale atteinte sur les frontières de la région source est égale à $V_{max}/10$ en raison de la lente décroissance en $1/r$ de $V_\theta(r)$. Il n'y a donc pas de coupure significative des termes sources acoustiques.

Les équations d'Euler linéarisées sont résolues sur le même maillage que le calcul direct, défini dans la section 3.1.2. Les algorithmes numériques étant identiques, on conserve également le même nombre de CFL. On évite de ce fait toute interpolation des termes sources, aussi bien spatiale entre deux maillages différents, que temporelle. Les calculs sont naturellement effectués sans écoulement moyen, en annulant les vitesses moyennes u_0 et v_0 dans les termes \mathbf{E} , \mathbf{F} et \mathbf{H} des équations d'Euler linéarisées. La masse volumique moyenne ρ_0 et la pression moyenne p_0 sont fixées aux valeurs constantes utilisées pour initialiser le calcul DNS.

Influence de la moyenne des termes sources

Pour étudier la contribution de la moyenne du terme source, on considère la formulation intégrale aux dérivées spatiales de l'analogie de Lighthill. Cette formulation de l'analogie utilise en effet une expression des termes sources acoustiques similaire à celle utilisée dans les équations d'Euler linéarisées. La pression acoustique p est donnée par la formule aux temps retardés suivante:

$$p(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{V_s} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}(\mathbf{y}, t - r/c_0) d\mathbf{y}$$

où T_{ij} est le tenseur de Lighthill et $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{y}$ la distance du point d'observation situé en \mathbf{x} au point source situé en \mathbf{y} , comme illustré sur la figure 1.3.

Le terme source peut se décomposer en sa partie fluctuante et sa partie moyenne. La pression acoustique $p(\mathbf{x}, t)$, calculée par l'analogie, s'écrit alors comme la somme des contributions de la partie fluctuante, $p_f(\mathbf{x}, t)$, et de la partie moyenne, $p_m(\mathbf{x})$. La contribution de la moyenne du terme source ne fait pas intervenir de problème aux temps retardés, puisque:

$$p_m(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_{V_s} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \bar{T}_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}(\mathbf{y}) d\mathbf{y}$$

Par ailleurs, les propriétés du produit de convolution permettent d'exprimer $p_m(\mathbf{x})$ sous la forme de l'intégrale suivante:

$$p_m(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{V_s} \frac{1}{r} \overline{T}_{ij}(\mathbf{y}) d\mathbf{y}$$

que l'on peut évaluer pour $x \rightarrow \infty$ par:

$$p_m(\mathbf{x}) \simeq \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left[\left(\frac{1}{x} \right) \int_{V_s} \overline{T}_{ij}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \right]$$

et par conséquent, le terme p_m varie classiquement selon une loi en $1/r^3$ quand on s'éloigne de la source acoustique. Elle décroît plus rapidement que la contribution p_f qui, elle, suit la loi de décroissance 3-D classique en $1/r$. Cette analyse s'applique à la formulation intégrale de Lighthill qui utilise une fonction de Green 3-D, et par analogie, aux équations d'Euler linéarisées 3-D.

Dans le cas bidimensionnel, la fonction de Green 3-D est remplacée par une fonction de Hankel, qui évolue en $1/\sqrt{r}$ en champ acoustique lointain, pour $x \gg \lambda$. En champ acoustique et géométrique lointain, on trouve donc par un raisonnement similaire, que $p_m \sim 1/r^{5/2}$. En 2-D, la contribution de la moyenne du terme source décroît en $1/r^{5/2}$ quand le rayonnement physique diminue en $1/\sqrt{r}$.

Dans notre étude, les termes sources S_1 et S_2 sont représentés sur les figures 3.10 (a) et (b) à un même instant. Ils s'étendent sur une petite surface, largement contenue dans le carré de stockage des termes sources. Cela confirme qu'il n'y a pas de troncature sur les bords du domaine source. Ils présentent une structure antisymétrique, garantissant une intégrale nulle sur le volume source V_s , soit pour $j = 1, 2$:

$$\int_{V_s} S_j d\mathbf{x} = 0$$

On calcule les moyennes des termes sources afin d'étudier leur influence sur le rayonnement acoustique. Ces moyennes ne sont pas négligeables comme on le voit sur les figures 3.10 (c) et (d). Elles atteignent en effet des niveaux qui sont seulement trois fois inférieurs aux niveaux des termes sources instantanés. Néanmoins, de manière analogue, leurs intégrales sur le volume source V_s sont nulles, soit pour $j = 1, 2$:

$$\int_{V_s} \overline{S}_j d\mathbf{x} = 0$$

Deux calculs sont donc menés, avec les termes sources complets S_j et avec les termes sources centrés $S_j - \overline{S}_j$. Les profils de pression obtenus sont comparés sur la figure 3.11. On remarque que l'utilisation de termes sources centrés a permis d'éliminer une onde parasite transitoire visible sur la figure 3.11(a), d'amplitude plus importante que l'onde physique. Le signal physique fourni par les équations d'Euler est donc ainsi directement exploitable sans avoir à attendre la sortie

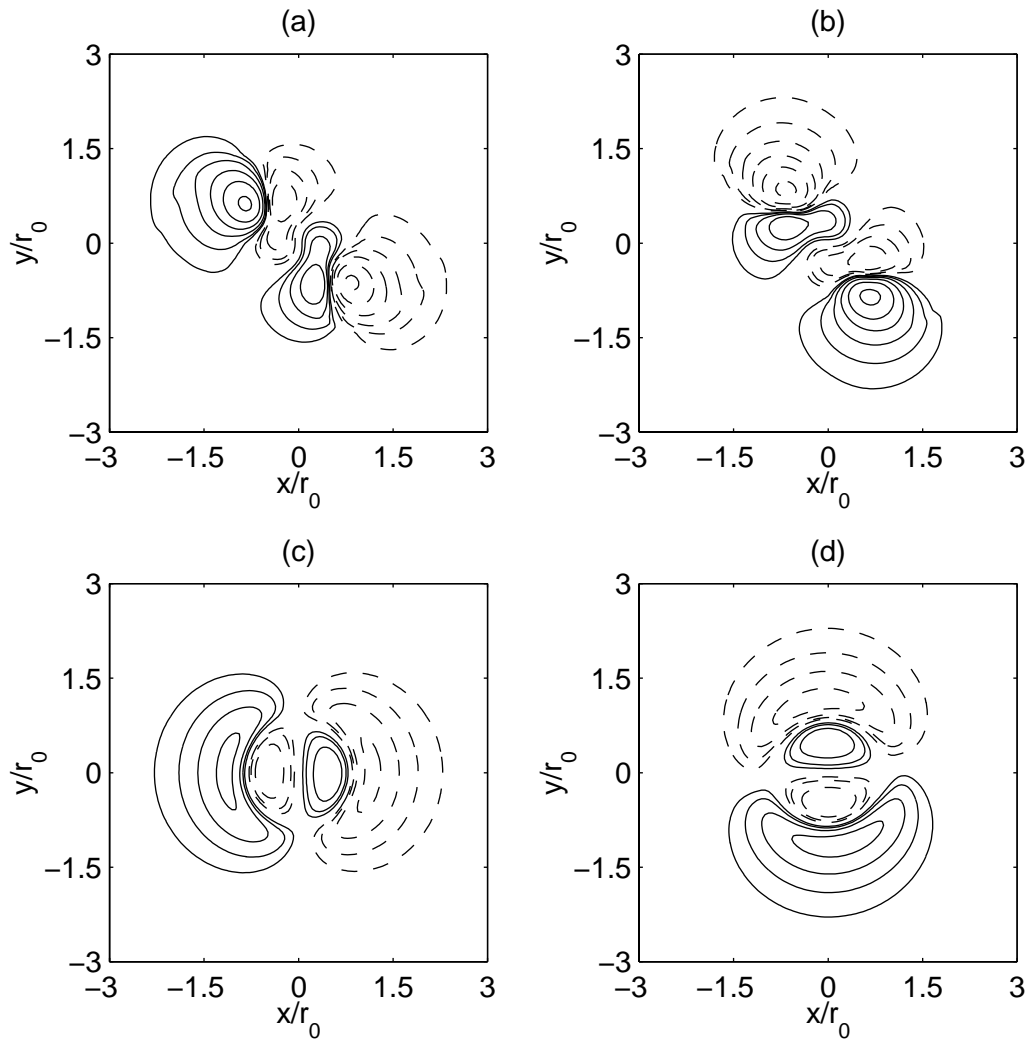


Figure 3.10: Tourbillons corotatifs dans un milieu au repos. Termes sources introduits dans les équations d'Euler linéarisées. En haut, représentation des deux termes sources: (a), S_1 et (b), S_2 au même instant. —, valeurs positives; ---, valeurs négatives. 6 isocontours allant de 6×10^5 à $1.1 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ suivant une progression géométrique de raison 1.8. En bas, représentation de la moyenne des termes sources: (c), $\overline{S_1}$ et (d), $\overline{S_2}$, avec les 4 premiers isocontours définis précédemment allant de 6×10^5 à $3.5 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$.

d'un signal transitoire. Il ne risque pas non plus d'être contaminé par d'éventuelles réflexions de l'onde transitoire, dans le cas où on utiliserait des conditions aux limites peu performantes. Après la sortie de ce transitoire, les différences entre les profils de pression de la figure 3.11(b) sont minimales.

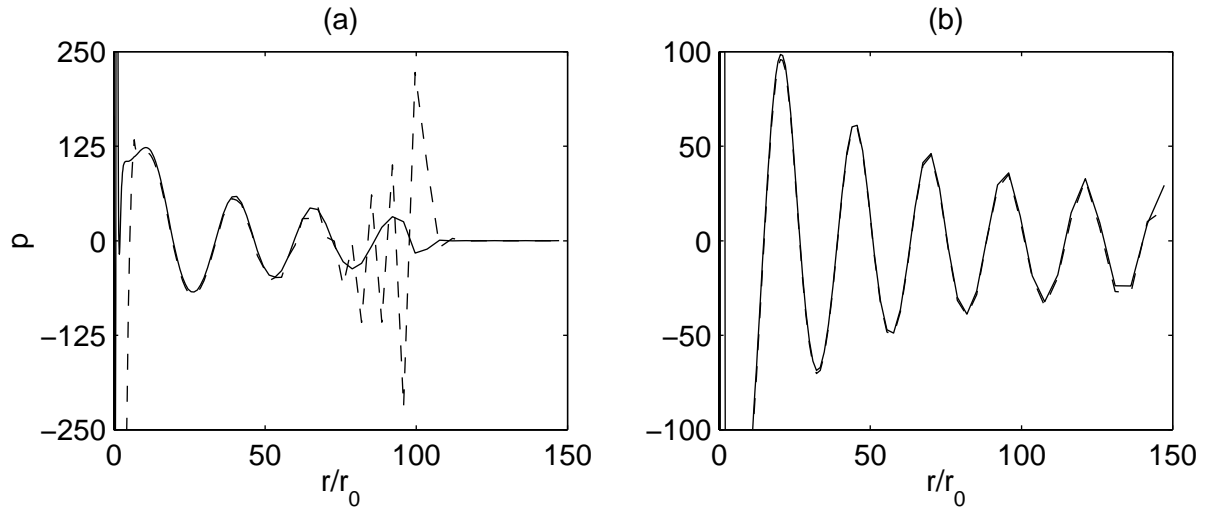


Figure 3.11: Tourbillons corotatifs dans un milieu au repos. Représentation du profil de pression sur la diagonale définie par $x = y$ avec $x > 0$, calculé par les équations d'Euler linéarisées après: (a), 2250 itérations et (b), 4000 itérations. Utilisation: —, des termes sources centrés $S_j - \overline{S_j}$; - - -, des termes sources non centrés S_j . Niveaux de pression donnés en Pa.

La contribution de la moyenne des termes sources, donnée sur la figure 3.12, possède une amplitude de l'ordre de 10 Pa en champ proche, ce qui est faible par rapport à l'amplitude du champ de pression fluctuant. Elle décroît de plus très rapidement pour être totalement négligeable pour $x/r_0 > 40$.

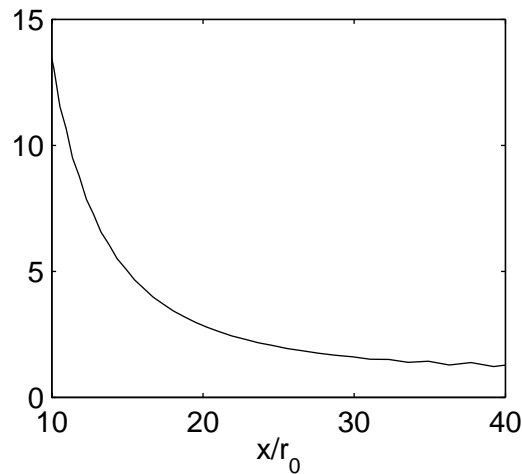


Figure 3.12: Tourbillons corotatifs dans un milieu au repos. Représentation du profil de pression sur l'axe des abscisses obtenu en utilisant les termes sources moyens $\overline{S_j}$. Pression donnée en Pa.

Pour conclure sur l'influence de la moyenne des termes sources, on note que le champ de pression p_m est stationnaire. Il n'apparaît donc pas sur le champ de dilatation, proportionnel à la dérivée temporelle de la pression, supprimant ainsi toute composante continue.

Comparaison avec le calcul direct

Les champs de dilatation déterminés par le calcul direct et par les équations d'Euler linéarisées sont représentés sur la figure 3.13. Ils sont identiques, aussi bien en terme d'amplitude que de phase. L'accord entre les résultats des deux calculs est également illustré par les profils de dilatation de la figure 3.14 qui sont confondus.

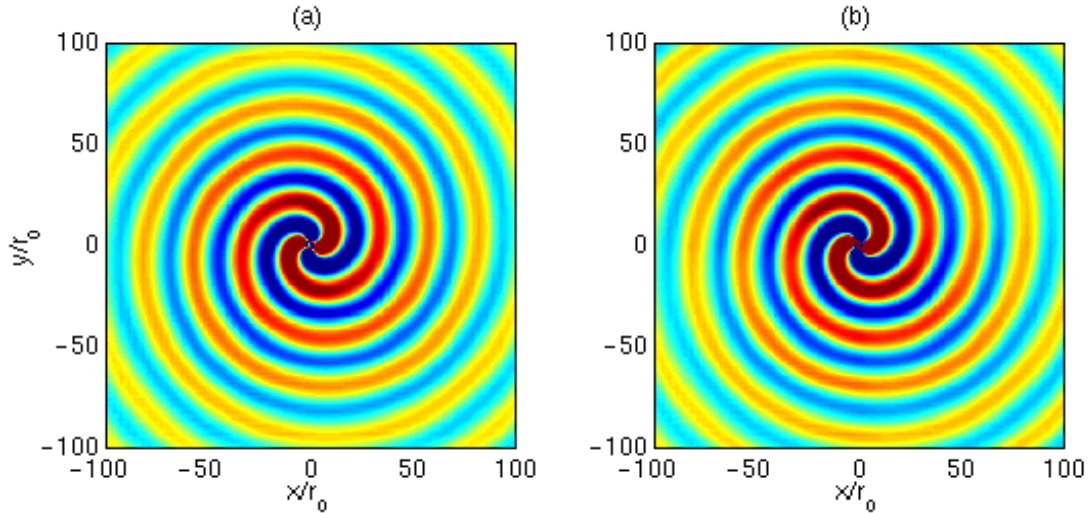


Figure 3.13: Tourbillons corotatifs dans un milieu au repos. Représentation de la dilatation obtenue à $t = 6000\Delta t$: (a), par calcul direct; (b), avec les équations d'Euler linéarisées. Niveaux de dilatation allant de -15 à 15 s^{-1} .

Le terme source utilisé convient donc dans le cas de notre source de bruit aérodynamique placée dans un milieu au repos. L'utilisation des variables compressibles, qui contiennent une composante de nature acoustique, n'a en particulier pas dégradé le rayonnement acoustique. On vérifie ainsi que l'éventuelle contribution sonore associée aux perturbations acoustiques dans les termes sources basés sur les fluctuations seules est négligeable devant la contribution purement aérodynamique.

3.2.3 Tourbillons corotatifs dans une couche de cisaillement

Ce cas en écoulement permet d'aborder les problèmes rencontrés dans la mise en œuvre de la méthode hybride en présence d'un champ de vitesse moyen. La question de l'expression du terme source se pose ici. Pour cela, deux formulations en sont testées: les termes sources S_j^f basés sur les fluctuations de vitesse recalculées à partir de la DNS en déterminant la valeur moyenne des signaux, et les termes sources $S_j^t = \partial \rho u_i u_j / \partial x_i$ calculés à partir des champs de vitesse instantanés

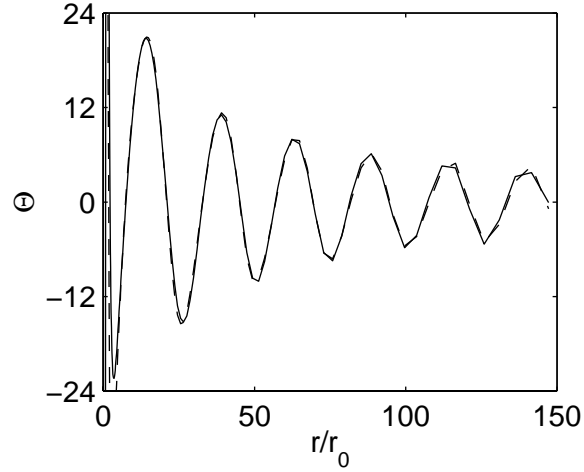


Figure 3.14: Tourbillons corotatifs dans un milieu au repos. Représentation du profil de dilatation sur la diagonale définie par $x = y$ avec $x > 0$, obtenu à $t = 6000\Delta t$: — , par calcul direct; - - - , avec les équations d'Euler linéarisées. Niveaux de dilatation donnés en s^{-1} .

directement fournis par la DNS, qui contiennent ainsi le bruit de cisaillement. On étudie enfin la précision de la prise en compte des effets de l'écoulement moyen sur le rayonnement acoustique.

Mise en œuvre numérique

Les termes sources S_j^f et S_j^t sont enregistrés sur le même domaine source que dans le cas sans écoulement, entre les itérations 200 à 2500, pendant la période de rotation. Dorénavant, ils seront tous centrés, et l'utilisation des termes sources S_j sous-entendra celle de $S_j - \overline{S_j}$.

Les équations d'Euler sont résolues sur un maillage identique à celui du calcul direct défini dans la section 3.1.3. La masse volumique moyenne ρ_0 et la pression moyenne p_0 sont fixées aux valeurs constantes utilisées pour initialiser le calcul DNS. La vitesse transversale moyenne v_0 est nulle, tandis que la vitesse longitudinale moyenne u_0 est donnée analytiquement par le profil en tangente hyperbolique 3.1. On résout ainsi les équations d'Euler linéarisées avec ses termes \mathbf{E} , \mathbf{F} et \mathbf{H} , qui décrivent tous les effets de convection et de réfraction des ondes acoustiques par l'écoulement moyen.

Etude de la forme des termes sources

Les deux types de termes sources S_j^t et S_j^f centrés ont été introduits dans les équations d'Euler linéarisées contenant le champ de vitesse moyen pour la propagation des ondes. On suppose ici que les effets de l'écoulement moyen sur la propagation acoustique sont suffisamment bien calculés pour que les écarts éventuels avec la solution de référence donnée par DNS soient essentiellement dus aux termes sources. Les champs de dilatation obtenus avec S_j^t et S_j^f sont représentés sur les figures 3.15(b) et (d) respectivement. La structure générale du rayonnement acoustique est la même, mais les directivités sont différentes, en particulier proche de l'axe de

la zone cisailée, pour des angles de l'ordre de -20° et 160° . Le rayonnement obtenu avec les termes S_j^t est plus prononcé dans la direction perpendiculaire à l'écoulement et s'éteint dans la direction principale. En comparant avec le champ de dilatation fourni par calcul direct sur la figure 3.15(a), on constate que c'est le champ de dilatation obtenu avec les termes sources S_j^f sur la figure 3.15(d) qui correspond à la solution de référence.

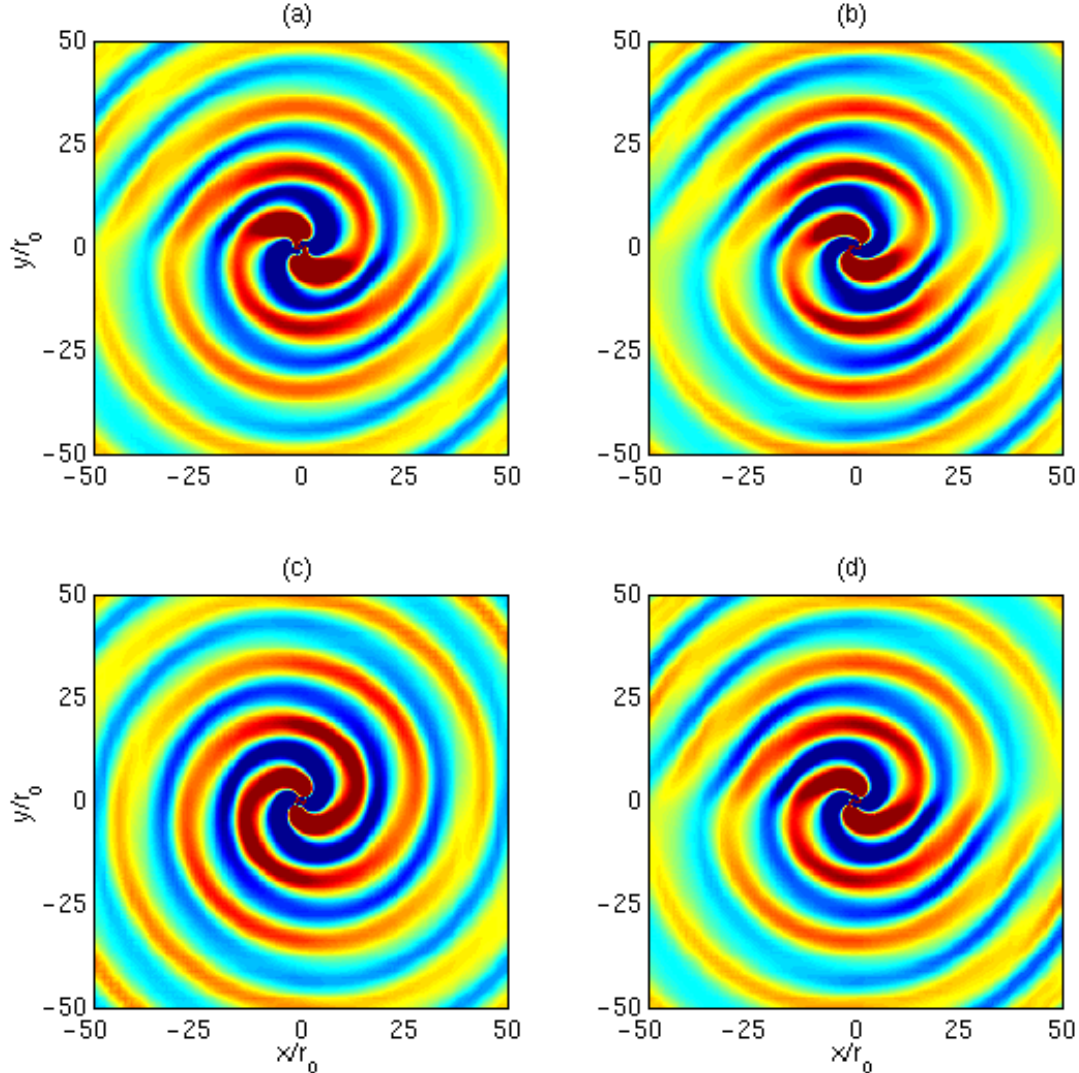


Figure 3.15: Tourbillons corotatifs dans une zone de cisaillement. Représentation de la dilatation obtenue à $t = 2500\Delta t$: (a), par DNS; (b), en utilisant les LEE avec les termes sources S_j^t avec l'écoulement moyen pour la propagation; (c), avec les termes sources S_j^f sans écoulement moyen; (d), avec les termes sources S_j^f avec écoulement moyen. Niveaux allant de -50 à 50 s^{-1} .

La comparaison des profils de dilatation sur la figure 3.16 confirme que le calcul réalisé avec les termes sources S_j^f fournit des résultats nettement plus proches du calcul direct que le calcul avec les termes sources S_j^t . Les écarts entre le rayonnement obtenu avec les termes S_j^t et la solution de référence sont visibles aussi bien en terme de niveau sur la figure 3.16(a), que de

phase sur la figure 3.16(b). Le très bon accord entre le calcul direct et la méthode hybride combinant les équations d'Euler linéarisées et les termes sources S_j^f est surtout illustré par la figure 3.16(b), où leurs profils de dilatation respectifs sont quasiment confondus.

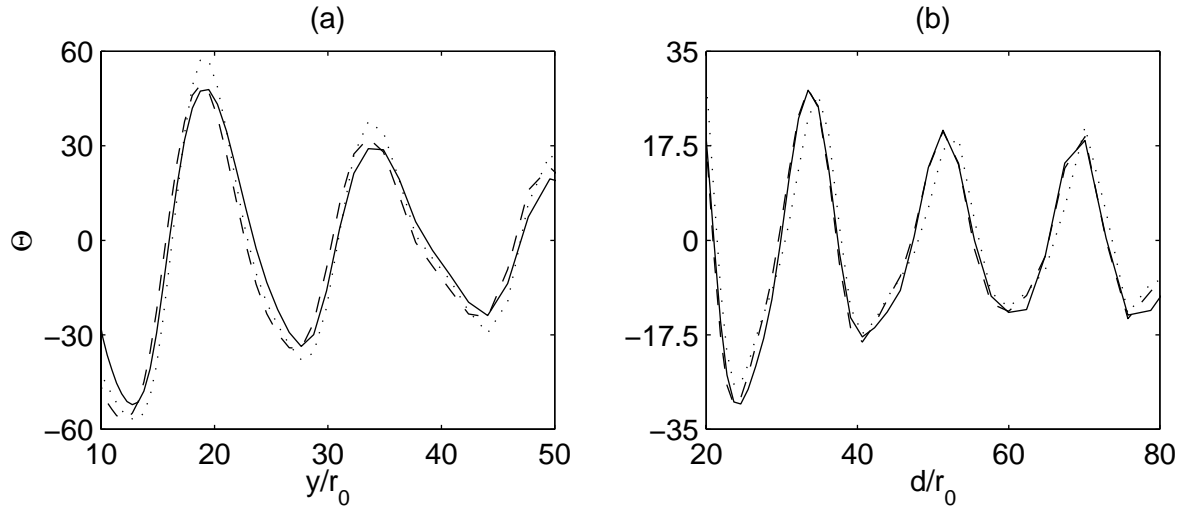


Figure 3.16: Tourbillons corotatifs dans une zone de cisaillement. Représentation du profil de dilatation: (a), sur l'axe des ordonnées; (b), sur la diagonale $x = y$; à $t = 2500\Delta t$. Résultat obtenu: —, par DNS; ·····, en utilisant les LEE avec les termes sources S_j^t ; ---, avec les termes sources S_j^f . Dilatation donnée en s^{-1} .

Dans ce cas test, l'écoulement moyen et ses gradients restent relativement modérés, ce qui explique pourquoi les résultats obtenus avec les deux termes sources ne sont pas radicalement différents. Néanmoins, le bruit propre seul correspondant au rayonnement exact déterminé par les équations de Navier-Stokes, il apparaît que le terme source à utiliser doit être constitué à partir des fluctuations de la vitesse. Le bruit de cisaillement ne semble donc pas devoir être pris en compte dans les termes sources, ce qui semble logique si l'on considère que les équations d'Euler linéarisées contiennent déjà toutes les interactions entre le champ aérodynamique moyen et les fluctuations acoustiques.

Influence de la vitesse moyenne sur la propagation acoustique

On s'intéresse ici à l'influence de la vitesse moyenne sur le rayonnement acoustique. Les champs de dilatation fournis par les équations d'Euler avec les termes sources S_j^f , calculés avec et sans l'écoulement moyen, sont représentés respectivement sur les figures 3.15(c) et (d). On s'aperçoit que le rayonnement acoustique déterminé sans écoulement moyen présente des fronts d'ondes circulaires, n'ayant pas subi d'effets de convection. Le rayonnement n'est cependant pas homogène, en raison certainement d'une rotation irrégulière des tourbillons. Les fronts d'onde obtenus avec et sans écoulement moyen ne sont pas en phase, et n'ont pas la même amplitude, comme le montrent les profils de la figure 3.17.

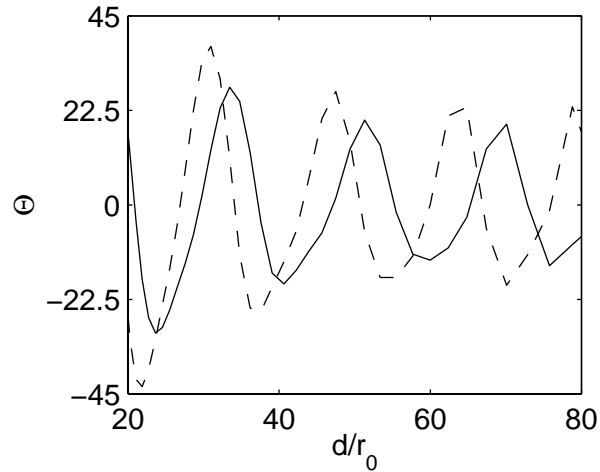


Figure 3.17: Tourbillons corotatifs dans une zone de cisaillement. Représentation du profil de dilatation sur la diagonale $x = y$ avec $d = \sqrt{x^2 + y^2}$, obtenu à $t = 2500\Delta t$ en utilisant les LEE avec les termes sources S_j^f : — , avec écoulement moyen; - - - , sans écoulement moyen. Dilatation donnée en s^{-1} .

Cette étude valide la prise en compte des effets de l'écoulement moyen sur la propagation acoustique, puisque la correction apportée par le champ moyen de vitesse, importante aussi bien en phase qu'en amplitude, a permis d'obtenir un profil de dilatation qui se superpose au profil exact sur la figure 3.16(b).

3.3 Conclusion

L'étude de deux tourbillons corotatifs a permis de constituer deux cas simples de génération de bruit par la turbulence, dans un milieu au repos, puis dans un écoulement moyen cisailé avec une vitesse de convection nulle. Les structures turbulentes restent ici au centre du domaine de calcul, et il n'y a donc pas de sortie de perturbations aérodynamiques, toujours difficile à traiter sans zone éponge. Ces deux configurations sont favorables, et autorisent un calcul précis du champ sonore.

Le rayonnement acoustique produit par l'appariement des tourbillons a été calculé par simulation numérique directe (DNS). La source de bruit de type quadrupôle tournant associée à la rotation des deux tourbillons a ainsi été mise en évidence. Dans ces deux cas, où seules des ondes acoustiques sortent du domaine de calcul, le champ rayonné déterminé par le code ALESIA n'est pas contaminé par d'éventuelles réflexions parasites et constitue une solution a priori exacte.

Les deux solutions de référence, obtenues dans un milieu au repos et dans l'écoulement moyen cisailé, ont alors été utilisées pour évaluer la précision de la méthode hybride de calcul du bruit qui s'appuie sur les équations d'Euler linéarisées. Les champs de vitesse donnés par DNS ont été

introduits dans les équations par l'intermédiaire de termes sources, dont l'expression a pu ainsi être validée. Le modèle suggéré par Bailly *et al.*,² de termes sources centrés constitués à partir des fluctuations de vitesse seules, a donné des résultats en très bon accord avec les résultats DNS. La contribution de la moyenne des termes sources a également été étudiée. Elle se traduit par une onde transitoire et par un champ de pression stationnaire qui décroît plus rapidement que les ondes acoustiques physiques. Enfin, l'influence de l'écoulement moyen sur la propagation des ondes a été montrée. Les équations d'Euler linéarisées prennent correctement en compte les effets de convection et de réfraction, contrairement à d'autres opérateurs de propagation.

Chapitre 4

Etude du rayonnement acoustique produit par une couche de mélange

Ce quatrième chapitre est consacré à l'étude d'une couche de mélange subsonique par simulation des grandes échelles (LES). Cet écoulement présente un développement aérodynamique quasi-bidimensionnel, et se prête donc bien à cette première simulation bidimensionnelle d'un écoulement libre avec le code ALESIA. La simulation 2-D d'un jet, présentée dans l'annexe B, n'est par contre pas du tout satisfaisante, car les effets tridimensionnels sont essentiels pour reproduire correctement le développement de cet écoulement. La première partie de ce chapitre présente la configuration étudiée ainsi que l'influence de la nature de l'excitation de la couche de mélange sur son développement aérodynamique. Dans la deuxième et la troisième partie, la couche de mélange est alors excitée avec des perturbations de type bruit blanc, puis à sa fréquence fondamentale et à son premier sous-harmonique. Dans le premier cas, l'écoulement se développe naturellement, ce qui nous permet de déterminer ses caractéristiques aérodynamiques afin de les comparer aux données de la littérature. Dans le second, on contrôle le premier appariement de tourbillons. Le rayonnement acoustique produit par ce phénomène est ainsi directement obtenu par LES, et le mécanisme de génération de bruit est décrit en s'appuyant sur l'étude du chapitre précédent portant sur les tourbillons corotatifs. Le champ sonore déterminé par LES constitue aussi une solution de référence pour valider la précision des méthodes hybrides. Dans les deux dernières parties de ce chapitre, les deux méthodes basées sur les équations d'Euler linéarisées et sur l'analogie de Lighthill sont donc mises en œuvre à partir des données aérodynamiques fournies par LES.

4.1 Configuration

On considère une couche de mélange se développant entre deux écoulements parallèles de vitesse différente. Le point d'inflexion du profil de vitesse est responsable de la croissance d'instabilités non visqueuses, appelées instabilités de Kelvin-Helmholtz. Celles-ci sont à l'origine

de la formation de tourbillons, dont l'observation par Brown & Roshko,¹⁷ sous la forme de rouleaux quasi-bidimensionnels orientés dans le sens de l'envergure, a permis de mettre en évidence la présence de structures cohérentes dans les écoulements turbulents même à grands nombres de Reynolds. Winant & Browand¹²³ ont par ailleurs montré que les appariements de ces tourbillons commandent principalement l'élargissement de la couche de mélange. Ces structures bidimensionnelles prédominent lors du développement initial de la turbulence, et les effets tridimensionnels apparaissent significativement seulement après les deux ou trois premiers appariements, et dans tous les cas, au moins après le premier.⁴⁹ Néanmoins, on retrouve expérimentalement ces structures encore assez loin en aval de l'écoulement. Leur persistance peut même être renforcée en excitant la couche de mélange à l'aide de perturbations purement 2-D.¹²⁷ Elles peuvent aussi être isolées expérimentalement en excitant la zone cisailée à sa fréquence fondamentale et à ses premiers sous-harmoniques.⁴⁶ Une démarche analogue sera suivie sur le plan numérique, pour étudier la génération de bruit par les appariements de tourbillons dans une couche de mélange.

4.1.1 Propriétés de la couche de mélange

On considère une couche de mélange présentant un profil de vitesse longitudinale $u(y)$ en tangente hyperbolique:

$$u(y) = \frac{U_1 + U_2}{2} + \frac{U_2 - U_1}{2} \tanh\left(\frac{2y}{\delta_\omega(0)}\right)$$

où U_1 et U_2 sont les vitesses des écoulements lent et rapide, comme il est représenté sur la figure 4.1, et $\delta_\omega(0)$ désigne l'épaisseur de vorticité initiale de la couche de cisaillement.

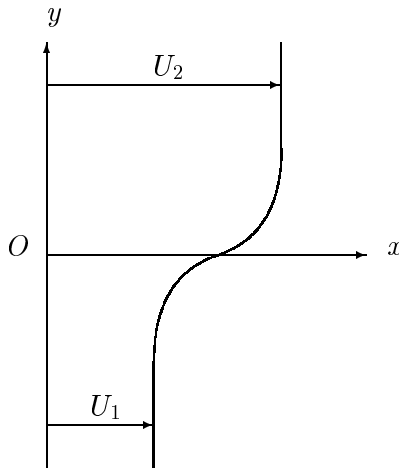


Figure 4.1: Représentation de la couche de mélange bidimensionnelle.

L'épaisseur de vorticité δ_ω de la zone cisailée se calcule de la façon suivante:

$$\delta_\omega = \frac{\Delta U}{|\partial u / \partial y|_{max}} \quad (4.1)$$

où $\Delta U = U_2 - U_1$. Différentes épaisseurs de la couche de mélange, généralement proportionnelles entre elles, sont utilisées dans la littérature comme échelle de longueur caractéristique. Citons l'épaisseur de quantité de mouvement δ_θ , qui est définie par l'intégrale suivante:

$$\delta_\theta = \frac{1}{(\Delta U)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} (u - U_1)(U_2 - u) dy \quad (4.2)$$

Dans le cas du profil en tangente hyperbolique, les épaisseurs de vorticité et de quantité de mouvement sont reliées l'une à l'autre par $\delta_\omega = 4\delta_\theta$.

Connaissant une longueur caractéristique de l'écoulement, on peut alors lui associer un nombre de Reynolds. Si, par exemple, δ_ω constitue l'échelle de référence, le nombre de Reynolds basé sur cette longueur est égal à:

$$Re_\omega = \frac{\delta_\omega \Delta U}{\nu}$$

De plus, les structures turbulentes produites au niveau de la couche de mélange sont convectées à la vitesse U_c donnée par:

$$U_c = \frac{U_1 + U_2}{2}$$

La vitesse de convection U_c est exprimée dans le repère absolu. Pour rendre compte de la différence de vitesse entre les deux écoulements, il est plus significatif de se placer dans le repère relatif. On définit ainsi le nombre de Mach de convection M_c par la formule suivante:

$$M_c = \frac{U_2 - U_1}{2c_0}$$

La théorie des instabilités linéaires permet de déterminer la fréquence fondamentale associée à un profil de vitesse, correspondant au plus fort taux d'amplification des instabilités. C'est à cette fréquence que les instabilités se développent de préférence. Michalke⁷⁵ a ainsi déterminé la fréquence fondamentale f_0 d'un profil en tangente hyperbolique. Elle est donnée par la relation suivante:

$$f_0 = 0.132 \frac{U_c}{\delta_\omega} \quad (4.3)$$

4.1.2 Influence de l'excitation sur le développement de la couche de mélange

En initialisant le calcul avec un profil de vitesse uniforme, l'écoulement reste laminaire. Le bruit parasite produit par la résolution numérique n'est pas suffisant pour amorcer la transition vers la turbulence. Pour cela, il est nécessaire d'exciter le profil de vitesse en ajoutant des perturbations en entrée d'écoulement.

On choisit ici d'introduire des fluctuations de vitesse transversale sur les points intérieurs situés les plus en amont de l'écoulement, dans le plan défini par $i = 4$. Cette vitesse est dans le sens du cisaillement, ce qui rend notre excitation plus efficace que d'autres excitations, de nature acoustique par exemple. Dans un premier temps, les perturbations sont aléatoires afin de simuler un développement naturel de la couche de mélange. Cette excitation de type bruit blanc se traduit par l'introduction de fluctuations sur le profil de la vitesse transversale, centrées

sur le point d'inflexion de la couche de mélange et actualisées à chaque itération, de la manière suivante:

$$v(y) = v(y) + \varepsilon \alpha U_c \exp\left(-\frac{y^2}{\Delta y_0^2}\right) \quad (4.4)$$

où ε est un nombre aléatoire entre -1 et 1, α l'amplitude, $\alpha \simeq 2 \times 10^{-3}$, et Δy_0 désigne le pas de discrétisation transversale au niveau du point d'inflexion.

Cette excitation est utilisée dans le cas d'une couche de mélange caractérisée par deux écoulements de vitesse $U_1 = 50$ et $U_2 = 100$ m.s⁻¹, et une épaisseur de vorticité initiale de $\delta_\omega(0) = 1.6 \times 10^{-3}$ m. Le nombre de Reynolds basé sur cette épaisseur est donc égal à $Re_\omega = 5333$. Deux calculs ont été menés, sur des maillages de 501×281 et de 601×281 points, afin d'évaluer l'influence du maillage sur le développement tourbillonnaire. Ces deux maillages sont semblables dans la direction transversale, et sont uniformes dans la direction longitudinale avec le même pas de discrétisation sur respectivement 401 et 501 points. Ils sont alors terminés par une même zone éponge, construite sur 100 points en combinant un étirement des mailles à un taux de 2% et le terme de dissipation (2.3) de profil parabolique. Les calculs sont réalisés pendant 20000 itérations ce qui correspond à un temps de calcul de $12 L_x/c_0$, où $L_x = 260\delta_\omega(0)$ est la longueur longitudinale du plus grand maillage. La figure 4.2 montre les champs de vorticité obtenus au même instant sur la partie physique des deux domaines de calcul. Le développement des structures tourbillonnaires est insensible à la position de la frontière aval, et donc à d'éventuelles réflexions produites à ce niveau. Il est gouverné seulement par l'excitation.

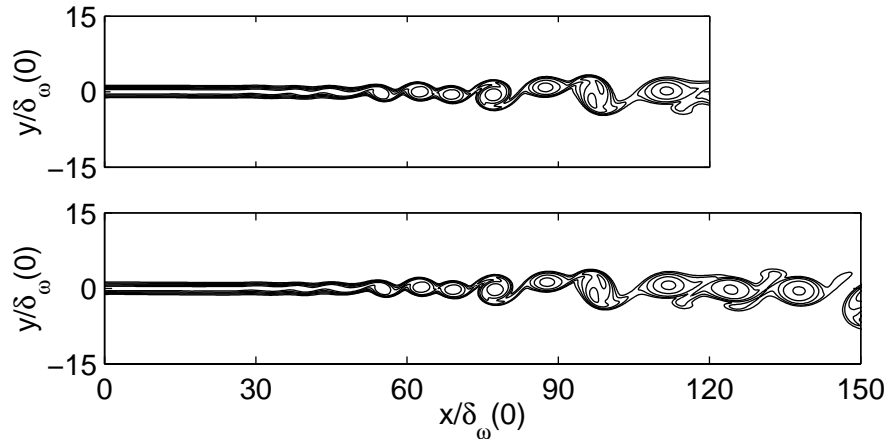


Figure 4.2: Développement d'une couche de mélange excitée par un bruit blanc. Représentation de la vorticité: en haut, sur le petit maillage; en bas, sur le grand maillage.

On étudie maintenant le rôle de l'excitation dans la formation des tourbillons au sein de la zone cisaillée. La couche de mélange définie précédemment est simulée sur le nouveau maillage de 601×281 points représenté sur la figure 4.4. Les paramètres numériques sont décrits en détail dans le paragraphe suivant. Les champs de vorticité obtenus avec quatre excitations différentes

sont présentés sur la figure 4.3.

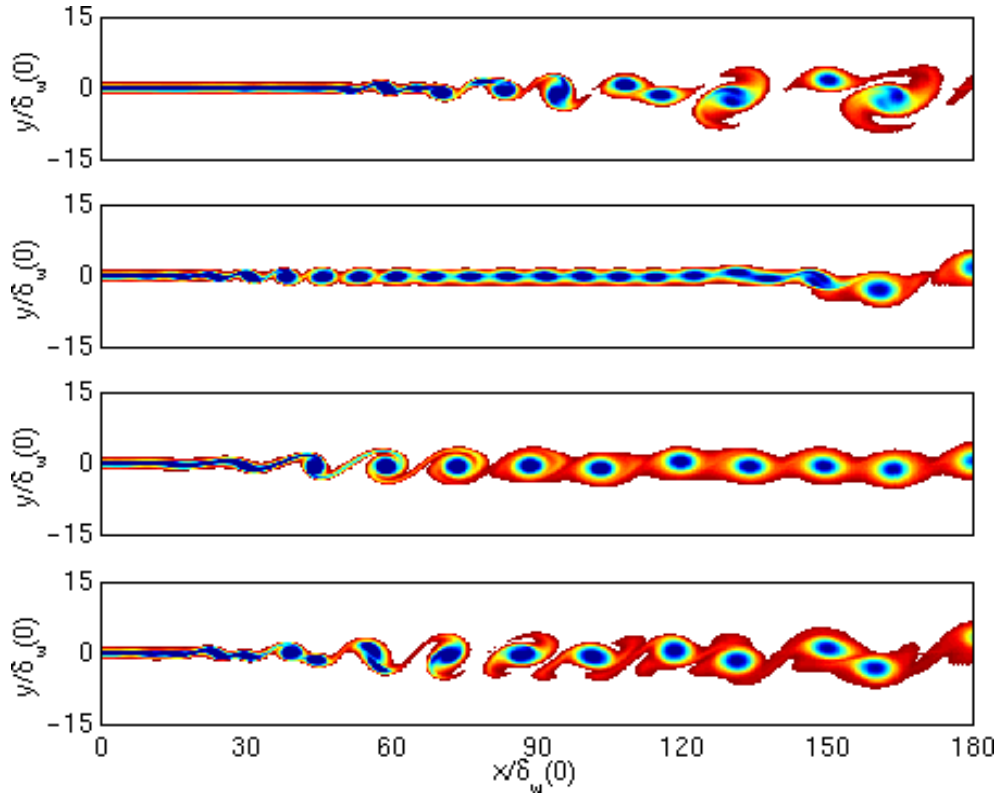


Figure 4.3: Représentation de la vorticité obtenue avec 4 excitations différentes. De haut en bas: excitation aléatoire, excitation à la fréquence fondamentale f_0 , excitation au premier sous-harmonique $f_0/2$, excitation à f_0 et $f_0/2$. Niveaux allant de -1.5×10^4 à $-6 \times 10^2 \text{ s}^{-1}$.

Une excitation de type bruit blanc conduit à un développement naturel de la couche de mélange, illustré sur la figure du haut, avec l'apparition de tourbillons qui se rencontrent et s'apparient de manière totalement aléatoire.

En 1971, Crow & Champagne²⁴ ont par ailleurs mis en évidence la possibilité d'ordonner les structures cohérentes d'un jet en excitant à des fréquences discrètes. Afin de contrôler le développement tourbillonnaire de la couche de mélange, on l'excite donc à certaines fréquences f bien précises. Cette excitation est introduite sur le profil de vitesse transversale, à chaque itération, de la façon suivante:

$$v(y) = v(y) + \alpha U_c \sin(2\pi ft) \exp\left(-\frac{y^2}{\Delta y_0^2}\right)$$

avec l'amplitude $\alpha \simeq 10^{-3}$. Les deux figures centrales montrent les champs de vorticité obtenus en excitant en entrée à la fréquence fondamentale f_0 , ici $f_0 = 6180 \text{ Hz}$, ou au premier sous-harmonique $f_0/2$. La couche de mélange est alors organisée, avec des tourbillons qui correspondent aux fréquences d'excitation. L'écoulement a par la suite tendance à oublier cette excitation et à reprendre un comportement aléatoire plus en aval.

De même, en excitant aux deux fréquences f_0 et $f_0/2$, on contrôle la transition de la fréquence fondamentale vers le premier sous-harmonique, en fixant le lieu, et la fréquence d'appariement des tourbillons à $f_p = f_0/2$, voir la figure du bas. Ce résultat est intéressant car on dispose ainsi d'une source de bruit fixe de fréquence f_p . Ce type d'excitation sera donc utilisé pour étudier le bruit produit par les appariements de tourbillons dans une couche de mélange.

4.2 Développement aérodynamique d'une couche de mélange excitée aléatoirement

La couche de mélange définie dans la partie précédente est excitée en entrée avec des perturbations aléatoires de vitesse, afin d'étudier les caractéristiques aérodynamiques de son développement naturel. On souhaite les comparer aux données expérimentales et aux résultats de simulations numériques 2-D et 3-D disponibles dans la littérature.

4.2.1 Paramètres de simulation

La couche de mélange est la même que celle étudiée précédemment, soit $U_1 = 50 \text{ m.s}^{-1}$ et $U_2 = 100 \text{ m.s}^{-1}$, $\delta_\omega(0) = 1.6 \times 10^{-3} \text{ m}$ et $Re_\omega = 5333$. La vitesse de convection des structures turbulentes est de $U_c = 75 \text{ m.s}^{-1}$, et le nombre de Mach de convection basé sur la différence de vitesse entre les deux fluides de $M_c = 0.074$.

On utilise le maillage de 601×281 points représenté sur la figure 4.4. Les mailles sont régulièrement étirées à un taux de 1.8% dans la direction transversale à partir du centre de la couche de mélange, où l'on a $\Delta y_0 = 0.16\delta_\omega(0)$. Le pas de maillage est constant dans la direction longitudinale sur les 500 premiers points, avec $\Delta x_0 = 0.32\delta_\omega(0)$. On met en œuvre sur les 100 derniers points un accroissement géométrique de la taille des mailles à un taux de 3%, afin de créer une zone éponge en sortie de l'écoulement. A cet effet, le terme de dissipation des fluctuations (2.3) est appliqué sur les 100 derniers points, suivant un profil parabolique avec $\sigma_{max} = 0.02$.

Dans notre étude, la viscosité turbulente est de l'ordre de la viscosité moléculaire, typiquement deux à trois fois la viscosité moléculaire. L'utilisation de la LES nous permet d'étudier une couche de mélange à un nombre de Reynolds plus élevé que celui qui serait autorisé par un calcul DNS sur le même maillage.

A $t = 0$, on impose un profil de vitesse longitudinale en tangente hyperbolique, une vitesse transversale nulle et des valeurs de pression et de densité constantes, égales respectivement à 10^5 Pa et 1.22 kg.m^{-3} . Le calcul est effectué avec un nombre de CFL de 1, ce qui se traduit par une discrétisation temporelle de $\Delta t = \Delta y_0/c_0 = 7.35 \times 10^{-7} \text{ s}$. Il se déroule pendant 4×10^4 itérations, soit pendant un temps de $18L_x/c_0 = 1400\delta_\omega(0)/U_c$, où $L_x = 340\delta_\omega(0)$ est la longueur totale du domaine dans la direction longitudinale. Enfin, la viscosité numérique sélective est

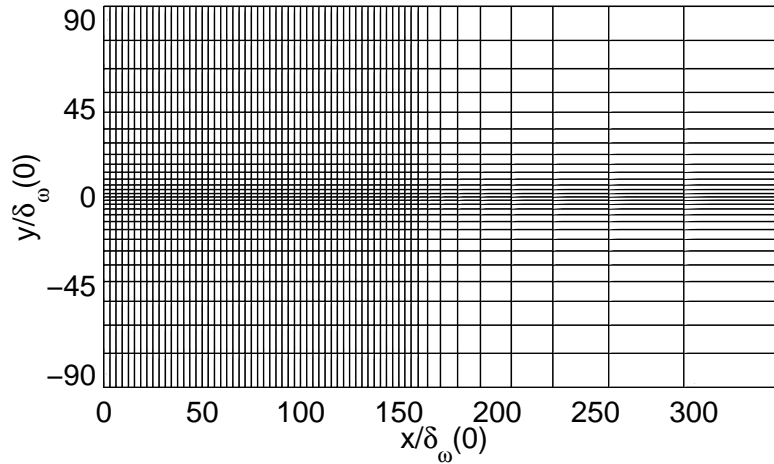


Figure 4.4: Maillage utilisé pour la couche de mélange excitée aléatoirement. Représentation d'un point sur dix.

appliquée avec un nombre de Reynolds du schéma de $R_s = 7$.

4.2.2 Développement aérodynamique

La couche de mélange est excitée en entrée en introduisant des fluctuations aléatoires sur la vitesse transversale, suivant la formule 4.4. On assiste tout d'abord à une période transitoire, pendant le temps mis par les premières structures turbulentes pour atteindre la frontière aval, typiquement de $L_x/U_c \simeq 4.5L_x/c_0$. La couche de mélange se développe alors d'une manière désordonnée sur tout le domaine de calcul

La figure 4.5 représente le champ de vorticit   à quatre instants successifs apr  s la p  riode transitoire, afin de pouvoir suivre l'  volution des structures coh  rentes. L'  cart de temps entre deux figures est de 500 it  rations, soit de $17\delta_\omega(0)/U_c$. Pour $x < 60\delta_\omega(0)$, la couche de m  lange ne pr  sente pas de structure tourbillonnaire visible. Elle est n  anmoins le lieu de croissance des instabilit  s    partir des petites perturbations introduites par l'excitation. Ces instabilit  s sont    l'origine du m  canisme d'enroulement dans la couche de m  lange, vers $x = 60\delta_\omega(0)$, qui donne lui m  me naissance    des tourbillons. La couche de m  lange est alors constitu  e de tourbillons isol  s, corotatifs, convect  s en moyenne    la vitesse U_c . Cependant, ces tourbillons se d  forment et interagissent entre eux. Ils s'apparient de mani  re totalement al  atoire, pour cr  er de nouveaux tourbillons de plus grosse taille, ce qui conduit    l'  largissement de la couche de m  lange.

La figure 4.6 montre c  te    c  te le champ de vorticit   et le champ de pression correspondant, au m  me instant. Les structures tourbillonnaires s'accompagnent d'une zone de d  pression, alors que des zones de surpression se trouvent entre elles. Ces fluctuations a  rodynamiques de la pression sont assez importantes, puisque leur amplitude est de l'ordre de 1000 Pa.

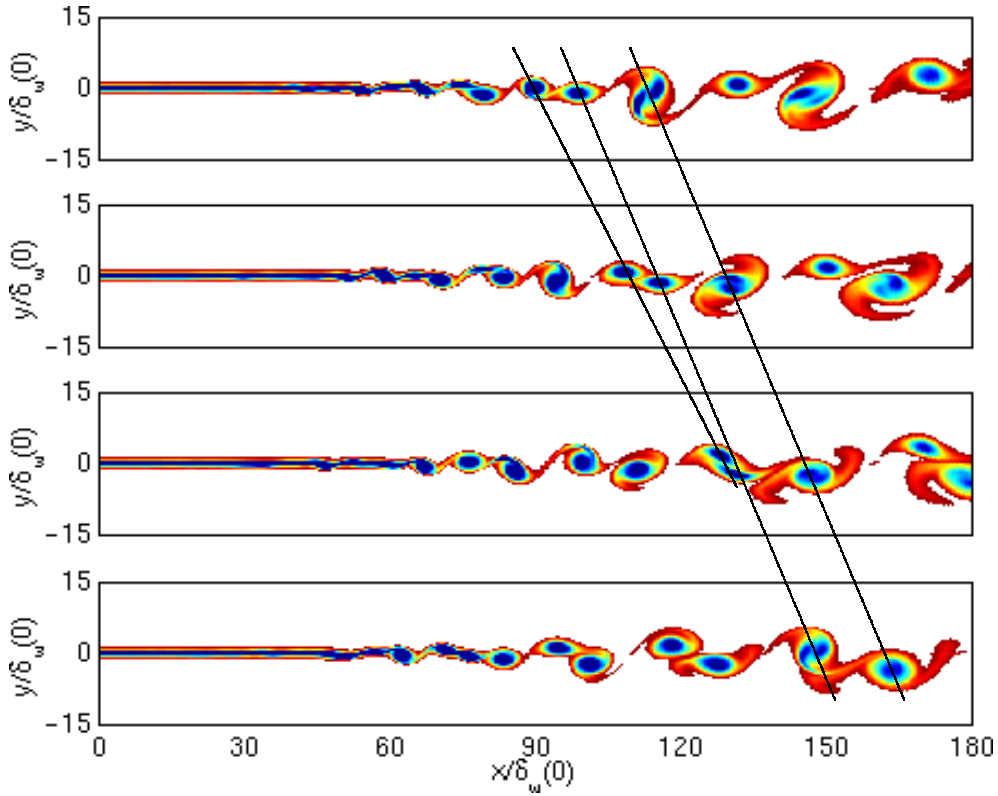


Figure 4.5: Couche de mélange excitée aléatoirement. Représentation de la vorticité à quatre instants successifs. Le temps entre deux figures est de $500\Delta t$, soit de $17\delta_w(0)/U_c$. Niveaux de vorticité allant de -1.5×10^4 à $-6 \times 10^2 \text{ s}^{-1}$.

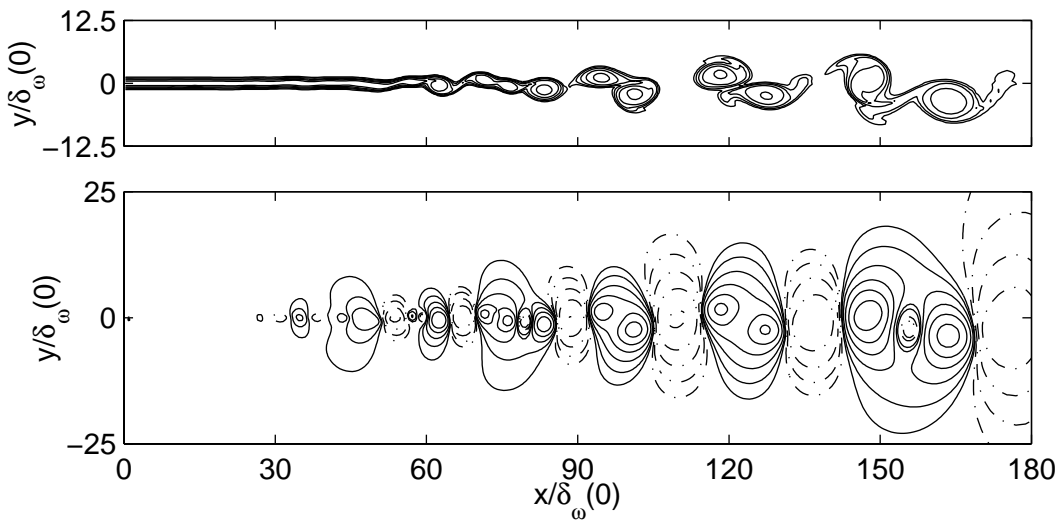


Figure 4.6: Couche de mélange excitée aléatoirement. Représentation: en haut, de la vorticité; en bas, de la pression fluctuante. — , isocontours de pression négatifs; ······ , isocontours positifs. Leurs niveaux vont de 25 Pa à 800 Pa suivant une progression géométrique de raison 2.

4.2.3 Taux d'élargissement de la couche de mélange

Winant & Browand¹²³ ont montré que les appariements des structures tourbillonnaires bidimensionnelles sont les principaux responsables de l'entraînement du fluide environnant dans la couche de mélange. Ils gouvernent ainsi également l'élargissement de la couche cisailée. La figure 4.7 représente la vitesse longitudinale moyenne calculée pendant les 4×10^4 itérations. On constate qu'elle s'ouvre progressivement. Les appariements sont des phénomènes discrets qui ont lieu de manière totalement aléatoire, ce qui explique cet aspect régulier et continu de la vitesse moyenne.

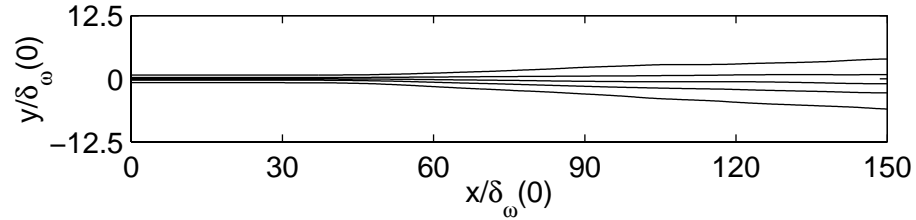


Figure 4.7: Couche de mélange excitée aléatoirement. Représentation de la vitesse longitudinale moyenne, avec 5 isocontours de 52.5, 63.75, 75, 86.25 et 97.5 m.s⁻¹.

Pour étudier plus précisément le développement spatial de la couche de mélange, on s'intéresse à l'évolution de ses épaisseurs de vorticité δ_ω et de quantité de mouvement δ_θ . Elles sont calculées en utilisant la vitesse longitudinale moyenne dans les formules (4.1) et (4.2), et représentées sur la figure 4.8.

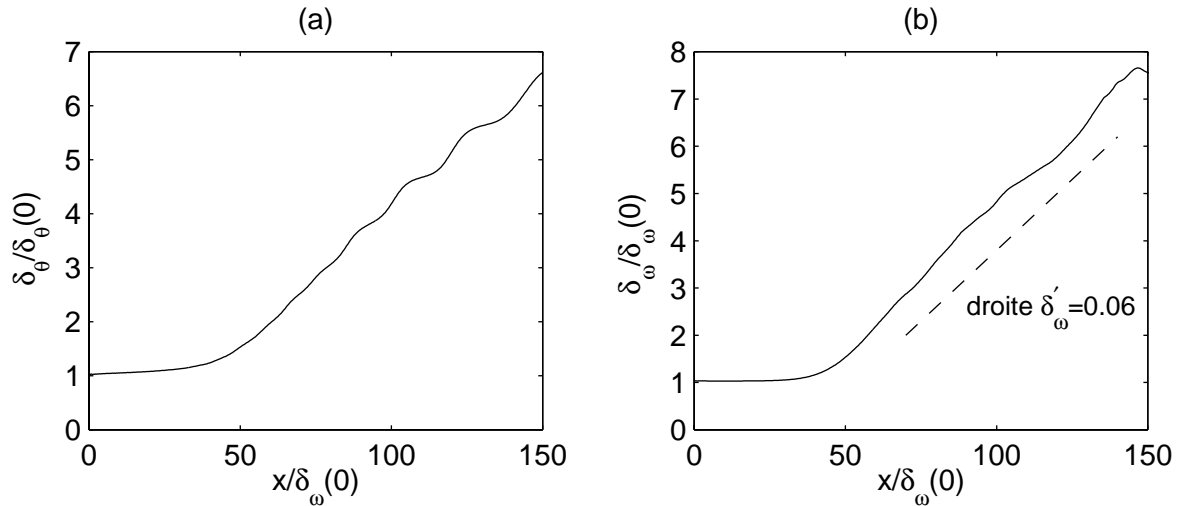


Figure 4.8: Couche de mélange excitée aléatoirement. Représentation de l'évolution spatiale: (a), de l'épaisseur de quantité de mouvement ; (b), de l'épaisseur de vorticité.

Après une première phase d'épaisseur constante, on assiste à la croissance linéaire des deux épaisseurs de la couche de mélange, dès lors que les structures turbulentes apparaissent. On note

en particulier que la relation $\delta_\omega = 4\delta_\theta$, valable initialement, n'est plus exactement vérifiée plus en aval, même si l'écart est faible, avec par exemple $\delta_\omega \simeq 4.5\delta_\theta$ à $x = 150\delta_\omega(0)$. Cela traduit le fait que le profil moyen n'est plus parfaitement décrit par une tangente hyperbolique.

Le caractère linéaire de l'élargissement des couches de mélange a été mis en évidence dans de nombreuses études expérimentales. Il peut être exprimé par la loi empirique suivante:

$$\frac{\partial\delta_\omega}{\partial x} = K_\delta \frac{U_2 - U_1}{U_1 + U_2} = K_\delta \eta$$

où le rapport de vitesse η est égal dans notre étude à $\eta = 1/3$, et K_δ est une constante. Les expériences de Brown & Roshko,¹⁷ puis de Papamoschou & Roshko⁸⁶ proposent des valeurs de K_δ de 0.181 et 0.170. Dans notre étude, la valeur de $\partial\delta_\omega/\partial x$, illustrée sur la figure 4.8(b), est de 0.06, ce qui fournit une constante K_δ de 0.18. Ce taux d'élargissement est également comparable aux résultats d'autres études regroupés dans le tableau 4.1.

Le taux d'élargissement, conforme aux taux expérimentaux, montre que le développement aérodynamique de notre écoulement correspond bien au développement naturel des couches de mélange. Il montre également que le phénomène d'entraînement est bien pris en compte dans nos calculs, en particulier au niveau des conditions aux limites qui doivent permettre l'entrée de fluide pour alimenter la couche de mélange.

4.2.4 Similitude des profils transversaux

On s'intéresse à la similitude des profils transversaux de la vitesse longitudinale moyenne, et des taux de turbulence σ_{uu} , σ_{vv} et σ_{uv} définis par:

$$\sigma_{uu} = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{\Delta U} \quad \sigma_{vv} = \frac{\sqrt{\overline{v'^2}}}{\Delta U} \quad \sigma_{uv} = \text{signe}(\overline{u'v'}) \frac{\sqrt{\overline{|u'v'|}}}{\Delta U}$$

On trace, sur la figure 4.9, cinq profils de ces quantités en coordonnées réduites par l'épaisseur de vorticité locale, pour des abscisses allant de $x = 56\delta_\omega(0)$ à $x = 144\delta_\omega(0)$.

On constate que les cinq profils de vitesse longitudinale moyenne sont autosemblables. Le profil de vitesse moyenne reste donc très proche de la tangente hyperbolique initiale. La similitude des taux de turbulence est par contre plus lente à s'installer. Le premier profil se trouve en effet à $x = 56\delta_\omega(0)$, abscisse pour laquelle les tourbillons ne sont pas encore totalement formés. La similitude des profils des taux de turbulence longitudinale et transversale n'apparaît même clairement que pour les trois derniers profils.

Les taux de turbulence sont comparés avec les résultats d'autres études rassemblés dans le tableau 4.1. Ces études sont aussi bien expérimentales (Wyganski & Fiedler,¹²⁶ Spencer & Jones¹⁰³), que numériques (calcul DNS 2-D de Stanley & Sarkar,¹⁰⁴ calculs DNS 3-D de Bell & Mehta¹¹ et de Rogers & Moser⁹⁴). Si le taux de turbulence longitudinale σ_{uu} est conforme aux valeurs trouvées dans les autres études, les taux de turbulence σ_{vv} et σ_{uv} sont significativement surévalués. On observe la même tendance dans le calcul bidimensionnel de Stanley & Sarkar.

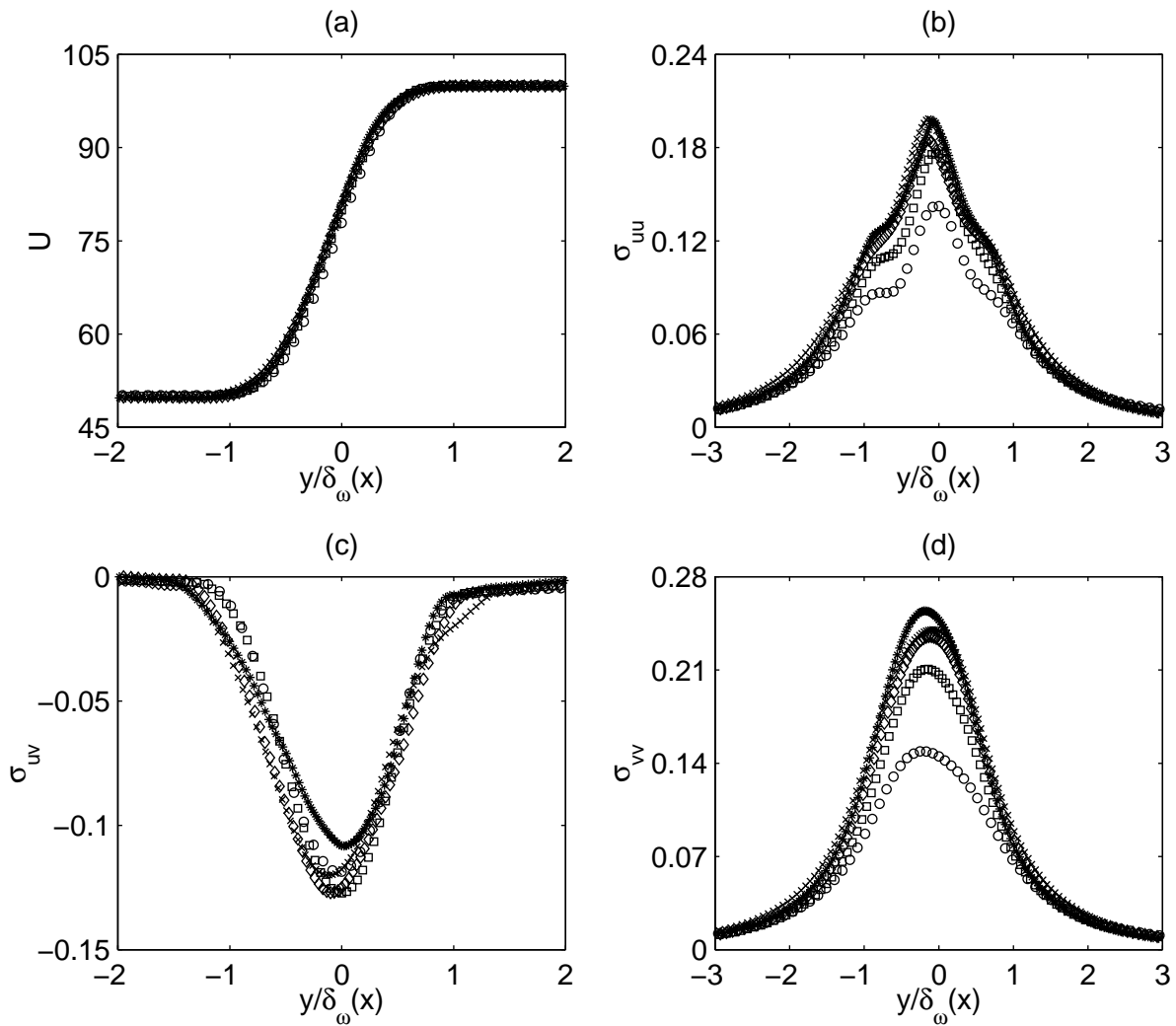


Figure 4.9: Couche de mélange excitée aléatoirement. Profils de la vitesse longitudinale moyenne et des taux de turbulence, en coordonnées réduites: \circ , à $x/\delta_\omega(0)=56$; \square , à $x/\delta_\omega(0)=78$; \diamond , à $x/\delta_\omega(0)=100$; \times , à $x/\delta_\omega(0)=122$; $*$, à $x/\delta_\omega(0)=144$.

Re_ω	σ_{uu}	σ_{vv}	σ_{uv}	$(\partial\delta_\omega/\partial x)/\eta$	Référence
-	0.176	0.138	0.097	0.19	Wyganski & Fiedler (1970)
-	0.19	0.12	0.114	0.16	Spencer & Jones (1971)
1800	0.18	0.14	0.10	0.163	Bell & Mehta (1990)
3200	0.16	0.13	0.10	0.13	Rogers & Moser (1994)
720	0.20	0.29	0.15	0.143	Stanley & Sarkar (1997)
5333	0.20	0.26	0.14	0.18	Présent calcul

Tableau 4.1: Résultats aérodynamiques de différentes études portant sur des couches de mélange se développant naturellement.

En l'absence des phénomènes d'étirements tridimensionnels (vortex stretching), le mélange des structures turbulentes se fait plus difficilement, ce qui a pour conséquence de surestimer l'énergie turbulente. On touche là aux limitations d'une approche bidimensionnelle, puisque la turbulence est affectée par cette hypothèse.

4.2.5 Contenu spectral des fluctuations de vitesse

On étudie ici le contenu fréquentiel des fluctuations de vitesse, directement lié à la taille des structures turbulentes. La figure 4.10 présente les spectres des signaux de vitesse longitudinale, obtenus en quatre points sur l'axe de la couche de mélange. Les spectres sont à large bande, et présentent un maximum à une fréquence correspondant à une taille de tourbillons privilégiée. Cette fréquence diminue quand on s'éloigne en aval de l'écoulement, les structures cohérentes devenant de plus en plus grosses.

On utilise la formule (4.3) donnée par la théorie des instabilités linéaires qui définit la fréquence la plus amplifiée dans un profil en tangente hyperbolique. La fréquence fondamentale est ainsi déterminée à partir de l'épaisseur de vorticité locale, ainsi que de l'épaisseur de quantité de mouvement, en supposant que $\delta_\omega = 4\delta_\theta$ dans la relation (4.3). Dans chacun des quatre spectres, ces fréquences sont en bon accord avec le maximum relevé. Dans la zone turbulente dominée par les appariements qui sont des phénomènes essentiellement non linéaires, la taille des tourbillons associée à une épaisseur de cisaillement donnée peut donc être prédite par une théorie non visqueuse et surtout linéaire.

4.3 Calcul direct du rayonnement d'une couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$

On s'intéresse maintenant à une couche de mélange excitée à sa fréquence fondamentale f_0 et à son premier sous-harmonique $f_0/2$. Cette excitation permet de contrôler le développement tourbillonnaire, en particulier les premiers appariements qui interviennent lors du passage de la

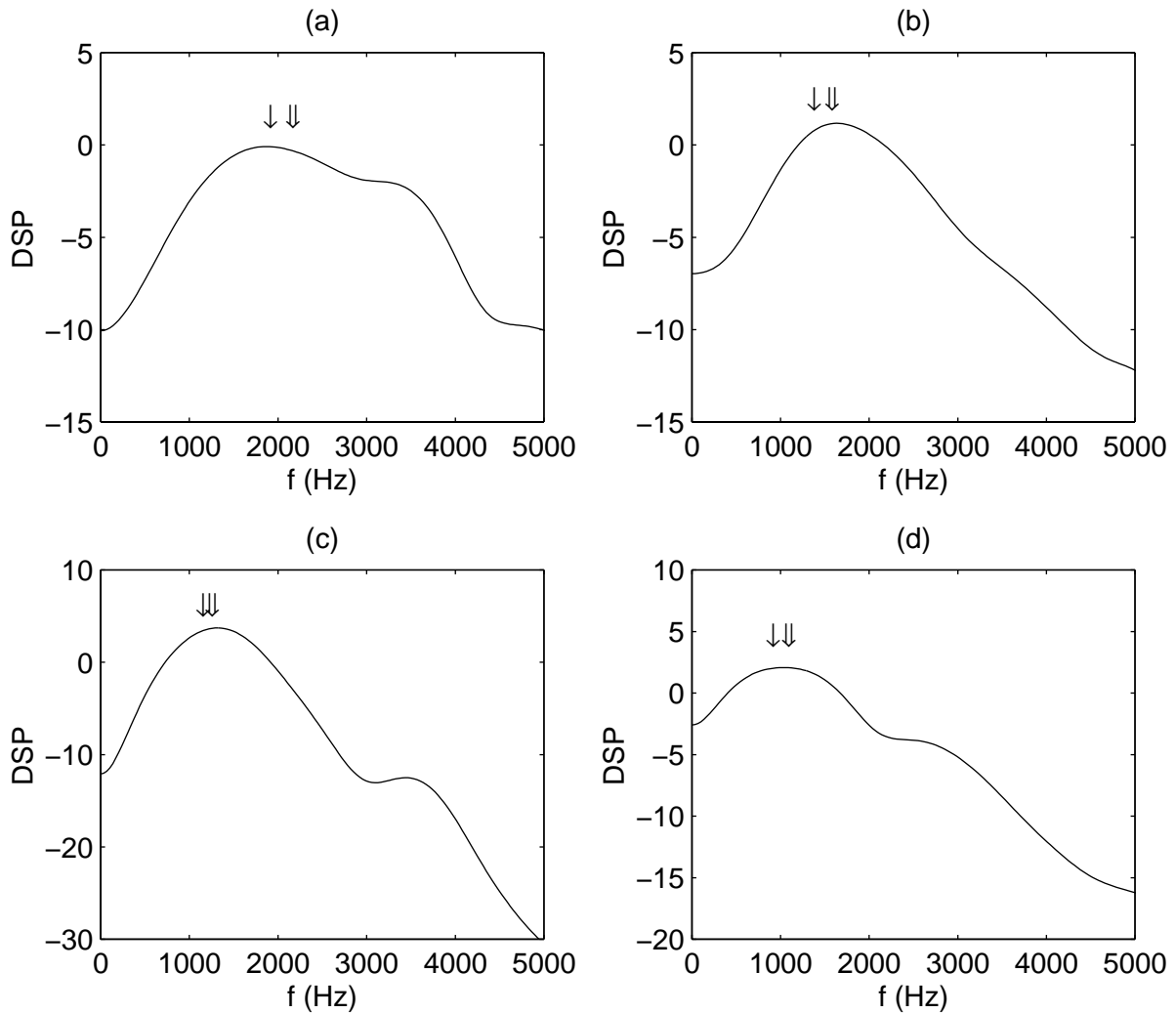


Figure 4.10: Couche de mélange excitée aléatoirement. Densité spectrale de puissance des signaux de vitesse longitudinale en 4 points situés sur l'axe des abscisses, calculée en moyennant sur 30 intervalles se recouvrant à moitié. La résolution spectrale est de $\Delta f = 33$ Hz, l'échelle en dB est arbitraire. (a), $x = 78\delta_\omega(0)$; (b), $x = 100\delta_\omega(0)$; (c), $x = 122\delta_\omega(0)$; (d), $x = 144\delta_\omega(0)$. \downarrow , fréquence f_0 calculée à partir de δ_ω ; \Downarrow , fréquence f_0 calculée à partir de δ_θ .

fréquence f_0 à la fréquence $f_0/2$. Les appariements se produisent à un lieu fixé, à la fréquence $f_p = f_0/2$. L'objectif de cette étude est d'obtenir directement, par LES, le champ sonore produit par les appariements. On souhaite ainsi mettre en évidence, dans une zone cisailée, ce mécanisme de génération de bruit largement étudié dans un milieu au repos.^{76,90}

4.3.1 Paramètres de simulation

On considère une couche de mélange entre deux écoulements de vitesse $U_1 = 40 \text{ m.s}^{-1}$ et $U_2 = 160 \text{ m.s}^{-1}$. La vitesse de convection des structures tourbillonnaires vaut alors $U_c = 100 \text{ m.s}^{-1}$, et le nombre de Mach convectif $M_c = 0.176$. L'épaisseur de vorticité initiale est la même que celle de la couche de mélange étudiée uniquement au niveau aérodynamique, et est égale à $\delta_\omega(0) = 0.0016 \text{ m}$. Le nombre de Reynolds basé sur cette épaisseur est de $Re_\omega = 12800$.

Le changement des vitesses des deux écoulements répond à deux objectifs. D'une part, la différence de vitesse entre les deux écoulements est plus importante, afin de renforcer le rayonnement acoustique et ainsi de faciliter son calcul direct. D'autre part, la vitesse de convection est plus élevée, ce qui augmente la fréquence des appariements et, par conséquent, permet de diminuer les longueurs d'onde acoustiques. La fréquence fondamentale f_0 calculée par la formule (4.3) est de 8250 Hz. La longueur d'onde acoustique principale est donnée par la fréquence des appariements.²⁰ Elle est donc ici de $\lambda_p = 51.5\delta_\omega(0)$.

Le maillage utilisé, représenté sur la figure 4.11, est constitué de 441×441 points. Il est relativement étendu dans la direction transversale, afin de prendre en compte les grandes longueurs d'onde acoustiques. Le pas de discrétisation transversal est étiré à un taux de 1.8% à partir du centre du maillage, où $\Delta y_0 = 0.16\delta_\omega(0)$, jusqu'aux 55 derniers points où il est constant avec $\Delta y_{max} = 3\delta_\omega(0)$, jusqu'à la frontière latérale. Le maillage est par contre uniforme dans la direction longitudinale sur les 340 premiers points, avec $\Delta x_0 = 0.32\delta_\omega(0)$. On applique alors une croissance géométrique de la taille des mailles à un taux de 2.8% sur les 100 derniers points pour constituer la zone éponge.

La figure 4.12 présente le rapport de la viscosité turbulente sur la viscosité dynamique moléculaire. La viscosité turbulente est limitée à des valeurs de l'ordre de cinq fois la viscosité moléculaire quand les structures tourbillonnaires sont cr ees. Ceci semble indiquer que le maillage utilisé est suffisamment fin pour simuler la couche de mélange au nombre de Reynolds choisi dans cette étude. Les plus grosses structures sont en particulier bien discrétisées, et leur comportement est bien représenté par les équations filtrées.

Comme dans la simulation précédente, le calcul est réalisé avec un nombre de CFL de 1, ce qui donne le même pas de temps de $\Delta t = \Delta y_0/c_0$. Il se déroule pendant 1.2×10^4 itérations, ce qui est équivalent à un temps de $7L_x/c_0 = 540\delta_\omega(0)/U_c$, où $L_x = 270\delta_\omega(0)$ est la longueur longitudinale totale du domaine de calcul. On note de plus que la période d'appariement des tourbillons, $T_p = 1/f_p$, est égale à $330\Delta t$, ce qui définit une durée du calcul de $36 T_p$. Enfin, la viscosité numérique sélective est appliquée sur tout le domaine avec un nombre de Reynolds

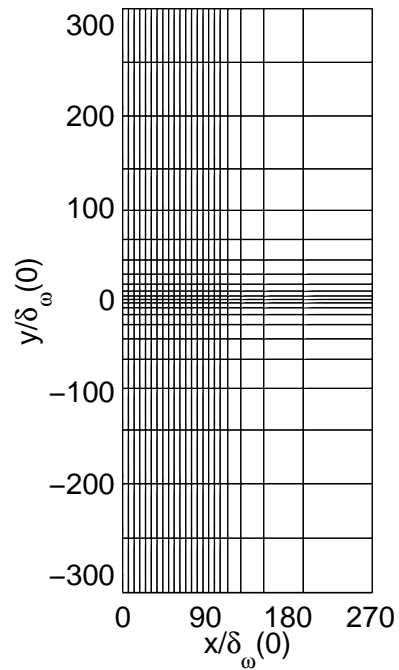


Figure 4.11: Maillage utilisé pour la couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Représentation d'un point sur vingt.

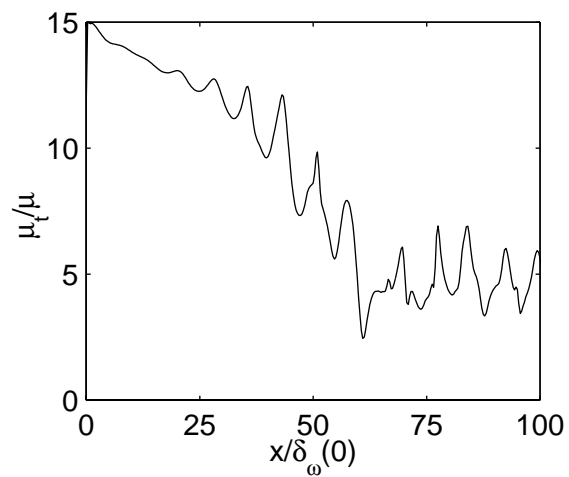


Figure 4.12: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Profil du rapport de la viscosité turbulente sur la viscosité moléculaire sur l'axe des abscisses.

de $R_s = 5$. La simulation a duré une heure CPU sur un CRAY C-98, définissant un temps de calcul par point et par itération de $1.6\mu s$.

Dans cette simulation où l'on veut obtenir un champ acoustique directement exploitable, en d'autres termes non contaminé par d'éventuelles réflexions aux frontières du domaine de calcul, le rôle de la zone éponge implantée en sortie d'écoulement est primordial. L'accroissement de la taille des mailles est de nouveau accompagné de l'introduction du terme de dissipation des fluctuations (2.3). Ce terme est constant sur les 10 derniers points avec $\sigma_{max} = 0.12$, mais suit une progression parabolique sur les 60 points précédents, soit de $x = 125\delta_\omega(0)$ à $x = 235\delta_\omega(0)$. Il est aussi pondéré transversalement par une fonction qui vaut 1 pour une distance au centre du domaine inférieure à $10\delta_\omega(0)$, et qui décroît linéairement pour atteindre une valeur nulle au delà de $50\delta_\omega(0)$. Le domaine physique sur lequel le champ acoustique est bien calculé s'étend finalement de 0 à $200\delta_\omega(0)$ dans la direction longitudinale, puisque les mailles y sont assez fines pour propager correctement la longueur d'onde acoustique considérée dans cette étude.

4.3.2 Développement aérodynamique

La technique d'excitation (4.4), définie pour les calculs aérodynamiques, produit un rayonnement acoustique de l'ordre de quelques Pascal, très pénalisant pour réaliser le calcul direct du champ sonore physique. Une excitation de nature incompressible, c'est-à-dire à divergence nulle, est donc développée pour minimiser un éventuel rayonnement parasite. Elle se traduit, pour une excitation à la fréquence f , par l'introduction sur la vitesse de perturbations tourbillonnaires, à chaque itération, de la forme:

$$\begin{cases} u(x, y) = u(x, y) + \alpha \frac{(y - y_0)}{\Delta y_0} \exp\left(-\ln 2 \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{\Delta y_0^2}\right) U_c \sin(2\pi ft) \\ v(x, y) = v(x, y) - \alpha \frac{(x - x_0)}{\Delta y_0} \exp\left(-\ln 2 \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{\Delta y_0^2}\right) U_c \sin(2\pi ft) \end{cases}$$

avec $x_0 = 1.5\delta_\omega(0)$ et $y_0 = 0$.

En pratique, on utilise deux fréquences f_0 et $f_0/2$, et on ajuste les amplitudes α associées à ces deux fréquences pour obtenir le développement tourbillonnaire constaté sur la figure 4.13 représentant le champ de vorticité. Dans notre étude, leurs valeurs sont égales respectivement   5×10^{-4} et   2.5×10^{-4} , avec un déphasage de $\pi/2$ entre les deux excitations. Ces deux valeurs sont suffisamment faibles pour que l'excitation ne produise pas d'onde acoustique d'amplitude significative. Le lieu des appariements est fixé vers $x = 70\delta_\omega(0)$. La fréquence des appariements est de $f_p = f_0/2$ comme prévue. On observe également que la zone éponge dissipe les tourbillons liés à la fréquence $f_0/2$ à partir de $x = 120\delta_\omega(0)$ environ. Elle interdit d'autres appariements en aval du premier appariement, et ainsi la présence dans le domaine de calcul de sources acoustiques secondaires.

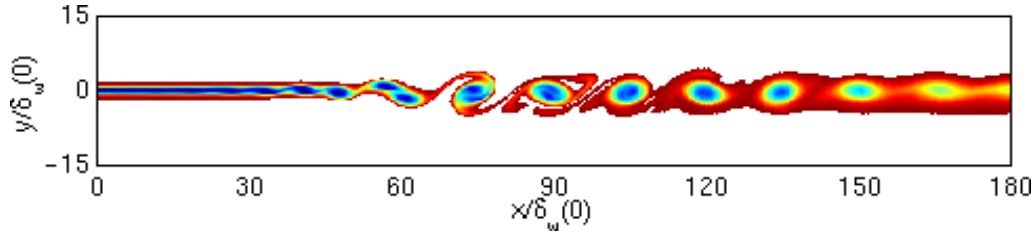


Figure 4.13: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Représentation du champ de vorticité. Les niveaux vont de -45×10^4 à $-2 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$.

La figure 4.14 présente le champ de vitesse longitudinale moyen. On remarque que l'épaisseur de la couche de mélange augmente au niveau de la zone d'appariements vers $x = 70\delta_\omega(0)$, pour se stabiliser ensuite à une valeur double de sa valeur initiale. L'excitation inhibe l'élargissement naturel de la couche de mélange en fixant la taille des tourbillons, et donc de l'épaisseur de la zone cisailée.

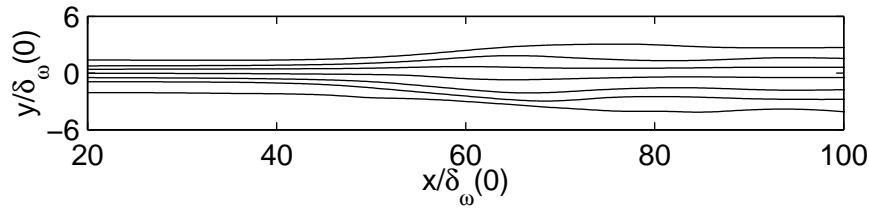


Figure 4.14: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Représentation de la vitesse longitudinale moyenne, avec des isocontours de 44, 52, 68, 100, 132, 148 et 156 m.s^{-1} . En bas, fluide lent à 40 m.s^{-1} ; en haut, fluide rapide à 160 m.s^{-1} .

4.3.3 Champ acoustique rayonné

Colonus *et al.*²⁰ ont montré numériquement que, dans une couche de mélange entre deux fluides à Mach 0.25 et 0.5, les appariements sont à l'origine d'un rayonnement à la fréquence d'appariement f_p . Pour cela, ils ont dû filtrer le résultat de leur simulation numérique directe précisément à cette fréquence. Dans notre étude, une longueur d'onde acoustique de $\lambda_p = 51.5\delta_\omega(0)$ est donc attendue.

On représente, sur la figure 4.15 de gauche, le champ de dilatation $\Theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$ calculé sur tout le maillage physique. Cette quantité est associée à la pression acoustique dans les deux écoulements uniformes U_i ($i = 1, 2$), par l'intermédiaire de la relation suivante:

$$\Theta = \nabla \cdot \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_0 c_0^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + U_i \frac{\partial p}{\partial x} \right)$$

Son utilisation permet d'éliminer le champ moyen de pression et les oscillations très basses fréquences. Pour des écoulements moyens lents, le terme lié à la vitesse moyenne est négligeable et le niveau de pression acoustique se déduit simplement de celui de la dilatation en multipliant

par le facteur $\rho_0 c_0^2 / \omega$, ω étant la pulsation angulaire de la source. Dans notre étude, ce rapport calculé à partir de la fréquence f_p est égal à 5.4.

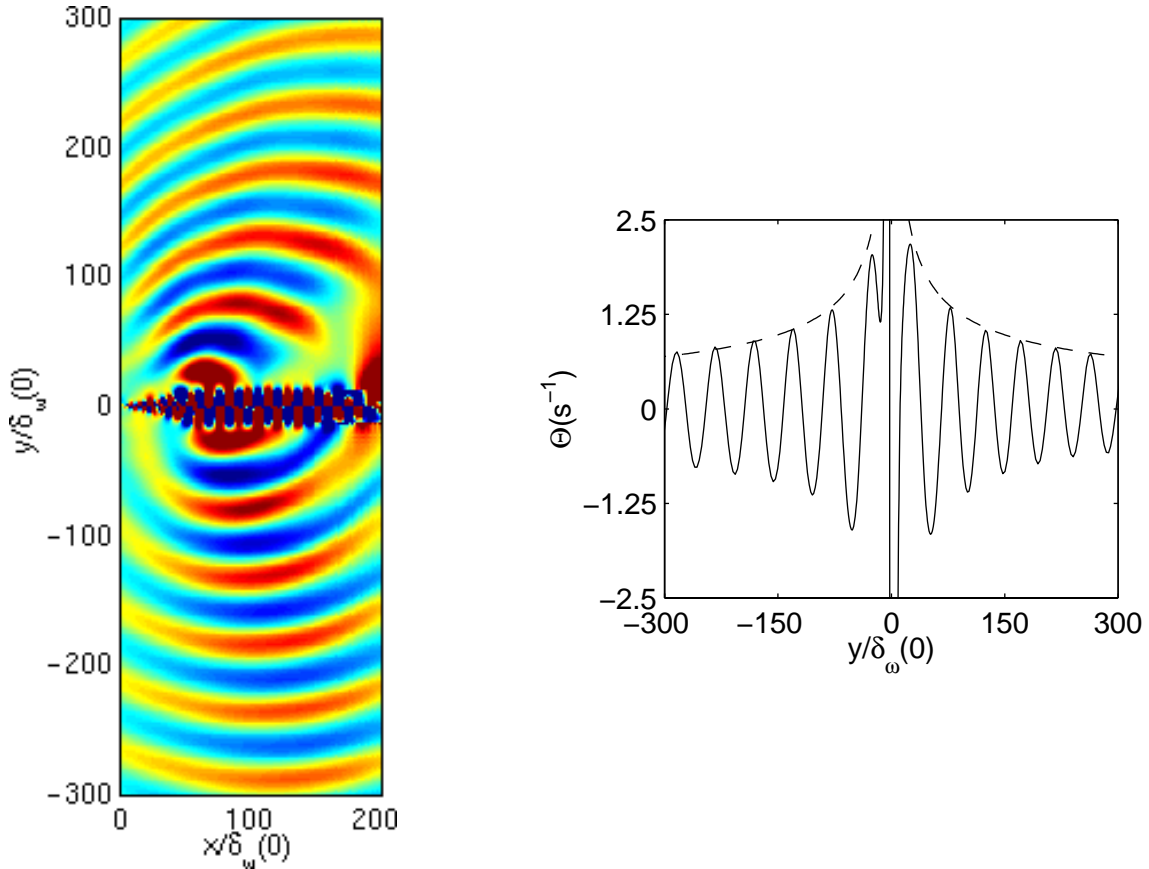


Figure 4.15: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. À gauche, champ de dilatation $\Theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$ obtenu sur tout le domaine de calcul; les niveaux vont de -1.6 à 1.6 s^{-1} . À droite, profil de la dilatation en $y = 70\delta_\omega(0)$; - - -, décroissance en $1/\sqrt{y}$.

Des fronts d'onde provenant de la zone des appariements apparaissent très nettement, et possèdent une longueur d'onde en accord avec la fréquence f_p . La propagation acoustique subit les effets de convection par les écoulements, lent en bas et rapide en haut. Ils se traduisent par une ovalisation des fronts d'onde, qui est surtout marquée sur la partie haute correspondant à l'écoulement le plus rapide. Le rayonnement acoustique est plus prononcé dans la direction aval, comme constaté par Colonius *et al.*²⁰ La figure 4.15 présente également le profil de dilatation dans la direction transversale en $x = 70\delta_\omega(0)$, soit à la hauteur de la zone des appariements. On observe la décroissance des ondes acoustiques depuis la source de bruit, avec une longueur d'onde égale à λ_p . L'enveloppe du profil de dilatation est approchée par une courbe proportionnelle à $1/\sqrt{y}$. On retrouve bien la loi de décroissance acoustique classique en $1/\sqrt{r}$ obtenue en champ lointain bidimensionnel.

La figure 4.16(a) trace l'évolution temporelle de la pression, enregistrée sur les 4000 dernières itérations du calcul, au point situé en $x = 90\delta_\omega(0)$ et $y = 120\delta_\omega(0)$. L'amplitude des fluctuations de pression acoustique est de 10 Pa environ. Cette valeur est petite par rapport aux amplitudes

des fluctuations aérodynamiques de pression dans l'écoulement, supérieures à 1000 Pa, ce qui valide l'efficacité des conditions aux limites.

Le signal est très régulier, et décrit quasiment une sinusoïde de fréquence f_p et d'amplitude constante. Ce résultat confirme que l'écoulement, excité à deux fréquences discrètes, reste périodique tout au long du calcul. Le signal de pression est cependant modulé par une oscillation beaucoup plus basse fréquence, d'amplitude inférieure à celle de l'onde à la fréquence f_p .

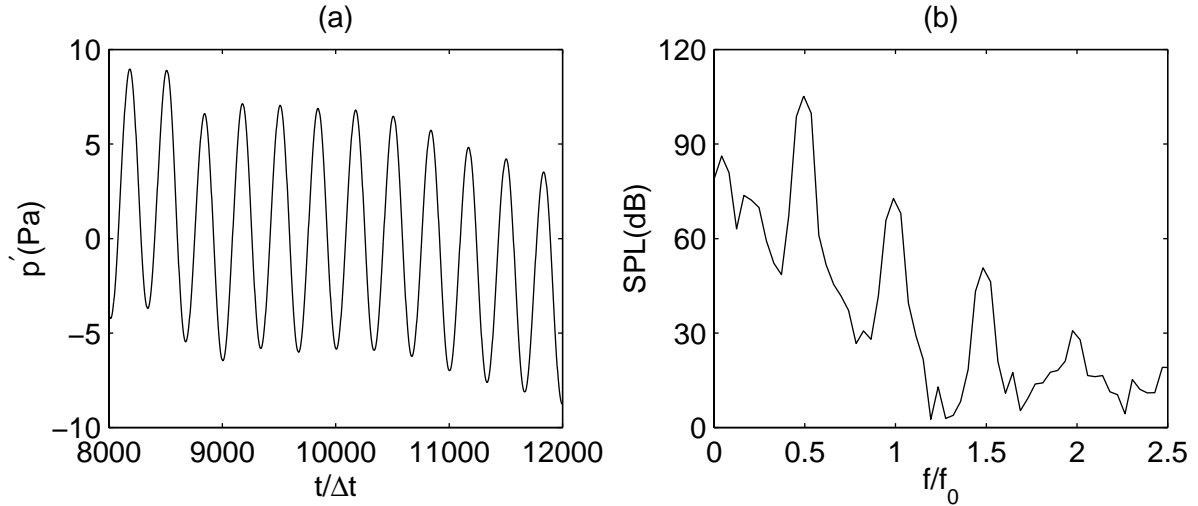


Figure 4.16: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Représentation: (a), de l'évolution temporelle de la pression au point situé en $x = 90\delta_\omega(0)$ et $y = 120\delta_\omega(0)$; (b), du spectre sonore calculé à partir du signal précédent.

La figure 4.16(b) présente le spectre acoustique obtenu à partir du signal précédent. Ce spectre de fréquences discrètes, de type $n \times f_0/2$, est dominé par le pic à la fréquence $f_0/2$, celui associé à la fréquence f_0 étant par exemple inférieur de 30 dB environ. On intègre alors le spectre acoustique en différents points du maillage afin d'obtenir la directivité du rayonnement. La représentation, sur la figure 4.17, des niveaux sonores à une distance de $100\delta_\omega(0)$ du lieu des appariements montre que le rayonnement acoustique est maximum pour des angles de $\theta_1 \simeq -70^\circ$ pour le fluide du bas, et de $\theta_2 \simeq 50^\circ$ pour le fluide du haut. La différence entre ces deux directivités peut être attribuée aux effets de convection.

4.3.4 Analyse du mécanisme de génération de bruit

La figure 4.18 montre la zone des appariements à quatre instants successifs. Les images sont régulièrement réparties pendant la période $T_p = 1/f_p$, correspondant à l'intervalle de temps entre deux fusions, le cycle (a)-(b)-(c)-(d)-(a) décrivant une période complète. Le champ de vorticité est superposé sur le champ de dilatation au niveau de la zone de cisaillement, afin de mettre en évidence le mécanisme de bruit associé à l'appariement de tourbillons dans une couche de mélange.

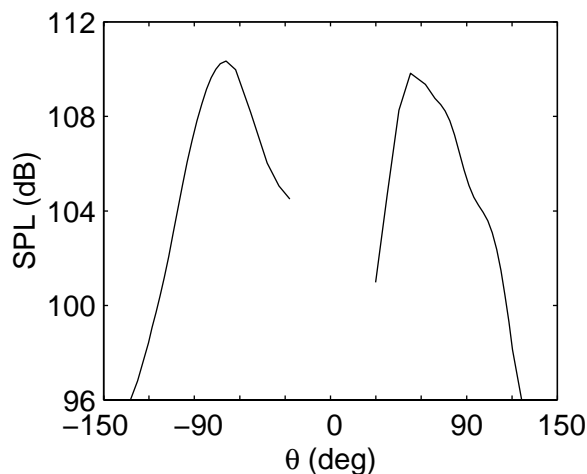


Figure 4.17: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Niveaux de pression acoustique à une distance de $100\delta_\omega(0)$ de la source de bruit située en $x = 70\delta_\omega(0)$ et $y = 0$.

Le champ de dilatation présente une structure en double hélice, centrée sur l'appariement des deux tourbillons, qui est particulièrement visible sur la figure 4.18(b). Cette caractéristique a précédemment été mise en évidence sur la figure 3.13 dans le cas de deux tourbillons corotatifs. On identifie ce mécanisme de génération de bruit comme un quadrupôle tournant produit par l'enroulement des tourbillons.

On peut décrire plus en détail les différentes étapes d'un appariement. Sur la figure 4.18(a), deux tourbillons successifs se sont rapprochés pour se retrouver côte à côte. Ils commencent à s'enrouler l'un autour de l'autre, ce qui marque le début du rayonnement acoustique, avec un premier lobe de rayonnement de couleur bleue. Sur la figure 4.18(b), un second lobe, rouge, correspondant au second bras du quadrupôle, apparaît perpendiculairement au premier. Le premier lobe arrête de rayonner et c'est le second qui assure une émission acoustique sur la figure 4.18(c). Enfin, le second lobe de couleur rouge arrête d'émettre à son tour sur la figure 4.18(d). Sur la figure 4.18(a), les deux tourbillons ont complètement fusionné, tandis qu'un nouvel appariement débute.

L'étude de deux tourbillons corotatifs dans le chapitre précédent a montré que leur appariement produit un rayonnement acoustique intense pendant la période de rotation. L'amplitude du rayonnement acoustique atteint un pic au moment de la coalescence des deux tourbillons pour diminuer de manière significative après leur fusion, comme il est illustré sur la figure 3.4.

Dans le cas de la couche de mélange, la durée d'émission acoustique associée à une paire de tourbillons est égale à une période d'appariement T_p . Ainsi, les fronts d'onde produits par les appariements successifs s'assemblent parfaitement. On observe en particulier qu'il n'y a pas de discontinuité dans le champ acoustique, car une discontinuité impliquerait une durée d'émission plus petite que la période d'appariement, soit l'existence d'une période de transition pendant laquelle il n'y aurait plus de génération de bruit. Inversement, les rayonnements

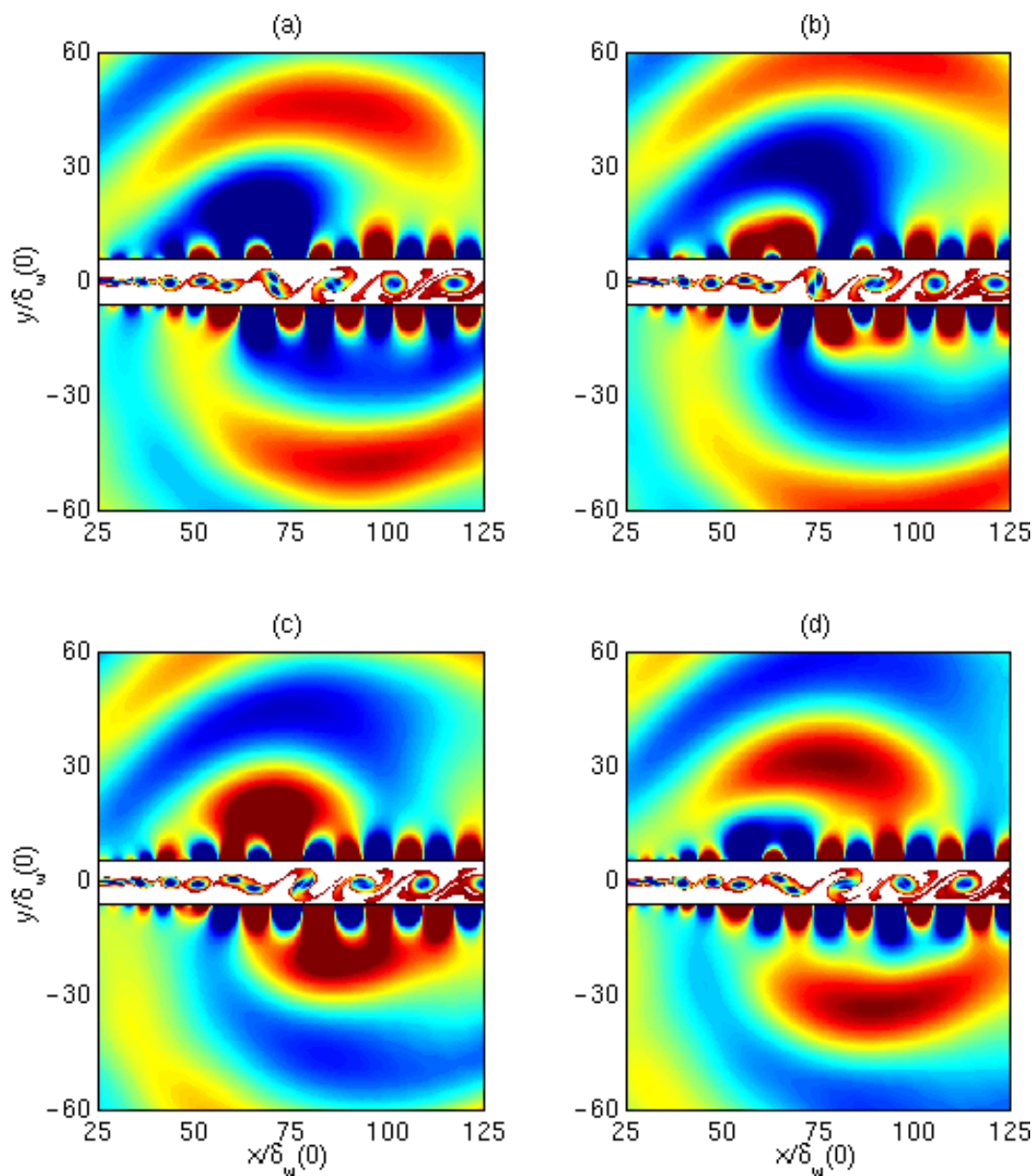


Figure 4.18: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Quatre représentations de la zone des appariements avec le champ de vorticité au centre de l'écoulement et le champ de dilatation ailleurs. L'intervalle de temps entre deux figures successives est de $T_p/4$. Le cycle (a)-(b)-(c)-(d)-(a) décrit donc une période d'appariement. Les niveaux de dilatation vont de -3 à 3 s^{-1} . Les niveaux de vorticité sont identiques à ceux de la figure 4.13.

de deux appariements ne peuvent pas interférer, puisque des interférences demanderaient deux sources de bruit rayonnant simultanément, avec une durée d'émission plus grande que la période d'appariement. L'absence d'interférence est également liée au déplacement des sources acoustiques qui n'intervient que sur une très petite distance pendant l'appariement. Les deux fronts d'onde produits par un appariement semblent d'ailleurs provenir de deux lieux très proches. Sur la figure 4.15, les fronts d'onde bleus et rouges ne sont pas exactement concentriques, les fronts bleus ayant été émis légèrement plus en amont.

De plus, la longueur d'onde acoustique est directement associée à la vitesse de rotation des deux tourbillons. Pour produire un rayonnement acoustique avec une longueur d'onde donnée par la fréquence d'appariement f_p , la vitesse de rotation doit correspondre à la moitié de cette fréquence en raison de la symétrie de la source quadrupolaire, voir l'étude du champ sonore produit par un quadrupôle tournant dans l'annexe C. En d'autres termes, les tourbillons accomplissent un demi-tour pendant la période d'appariement T_p . Cette propriété est illustrée sur les représentations du champ de vorticité de la figure 4.19. L'utilisation d'isocontours permet de détailler l'orientation des deux tourbillons qui s'apparient, aux quatre instants définis sur la figure 4.18. Les tourbillons réalisent un huitième de tour tous les $T_p/4$. La figure 4.19(d) présente également, côte à côte, les deux orientations des tourbillons avant et après la période T_p d'appariement, et ceux-ci ont bien réalisé un demi-tour.

La régularité du champ acoustique est donc due à la dynamique de l'appariement. Les appariements se succèdent au même endroit tous les T_p , et chacun des appariements génère un rayonnement à la fréquence f_p pendant la période T_p .

4.4 Calcul du rayonnement acoustique à l'aide des équations d'Euler linéarisées

On se propose d'utiliser, dans cette partie, les équations d'Euler linéarisées pour déterminer le rayonnement acoustique de la couche de mélange excitée à sa fréquence fondamentale f_0 et à son sous-harmonique $f_0/2$. Les résultats obtenus seront comparés à la solution de référence fournie par LES. Cette configuration vient compléter les cas des deux tourbillons corotatifs dans un milieu au repos ou immobiles au centre d'une zone cisailée de vitesse, étudiés dans le chapitre précédent. Elle correspond à un écoulement plus réaliste, dans lequel les tourbillons sont convectés. Les gradients de vitesse moyenne sont également plus importants, ce qui doit nous permettre de valider de manière plus nette l'expression des termes sources acoustiques et la prise en compte de l'écoulement moyen dans la propagation acoustique. L'épaisseur de cisaillement est en effet de l'ordre de la taille des tourbillons tandis que, dans le chapitre précédent, elle était de l'ordre de la distance entre les deux tourbillons.

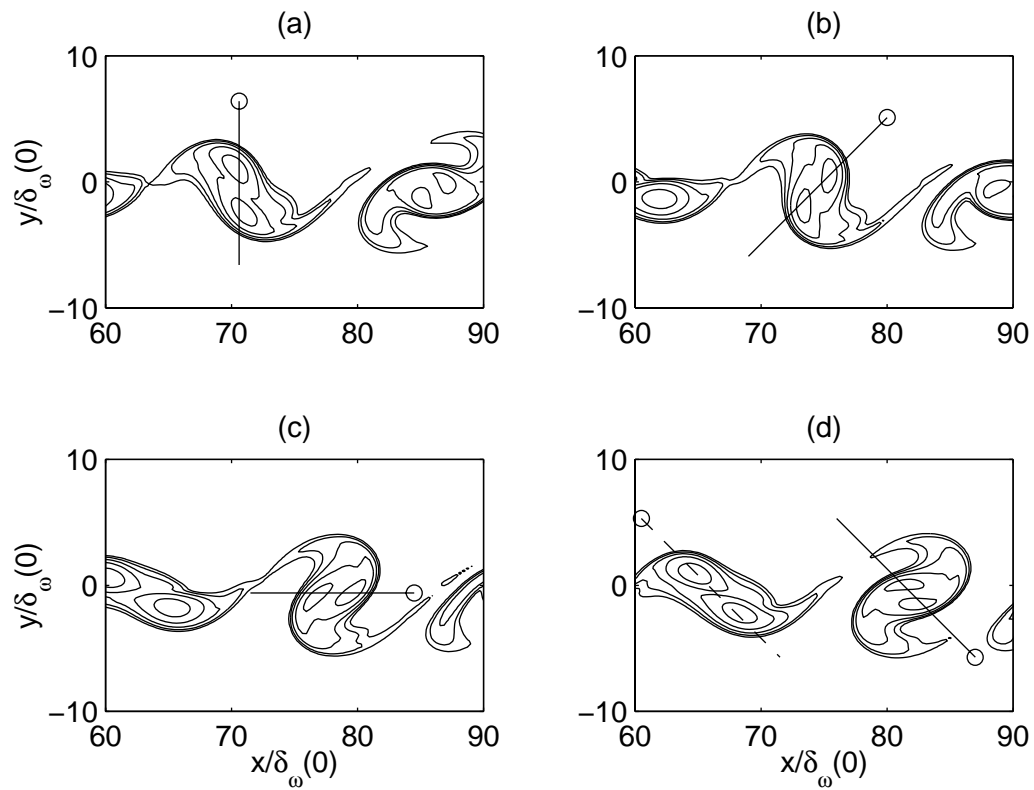


Figure 4.19: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Quatre représentations de la vorticité au niveau de la zone des appariements aux mêmes instants que sur la figure 4.18. 5 isocontours allant de -250 à $-4 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ suivant une progression géométrique de raison 2. $\text{---}\circ$, orientation des deux tourbillons corotatifs; $\text{---}\circ$, orientation des tourbillons suivants.

4.4.1 Mise en oeuvre numérique

Les termes sources issus de la LES sont enregistrés pendant les 5400 dernières itérations de la simulation, définissant une durée de 16 périodes d'appariements T_p . Le volume source s'étend de $5\delta_\omega(0)$ à $235\delta_\omega(0)$ dans la direction longitudinale, et de $-50\delta_\omega(0)$ à $50\delta_\omega(0)$ dans la direction transversale. On prélève un point sur deux du maillage aérodynamique, toutes les deux itérations. Les deux termes sources S_1 et S_2 sont ainsi stockés dans deux fichiers binaires de 300 Mo environ.

Le maillage utilisé pour appliquer les équations d'Euler linéarisées reprend, au niveau de la région source, le maillage d'enregistrement des termes sources. On évite de cette manière une interpolation spatiale des termes sources sur un maillage différent. Le code SPRINT de résolution des LEE possédant le même algorithme numérique que le code ALESIA, on conserve une condition de stabilité CFL de 1. La taille des mailles ayant doublé, le pas de discrétisation temporelle devient $\Delta t_{LEE} = 2\Delta t_{LES}$. C'est important, car ainsi il n'est pas nécessaire d'interpoler temporellement les termes sources, ce qui est toujours délicat et cause d'erreurs numériques.

On résout donc le système d'équations (3.2). Les champs moyens de masse volumique et de pression ρ_0 et p_0 sont homogènes, alors que les champs moyens de vitesse u_0 et v_0 sont déduits du calcul LES. La vitesse longitudinale moyenne u_0 , représentée sur la figure 4.14, prend des valeurs très supérieures à la vitesse transversale moyenne v_0 . Elle est, entre autres, responsable des effets de réfraction, principalement par l'intermédiaire du terme en $\partial u_0 / \partial y$ présent dans le terme \mathbf{H} .

Des oscillations numériques, créées au niveau de la zone éponge, se propagent dans la direction amont, où le maillage est beaucoup plus raffiné dans la direction longitudinale. Ces ondes parasites sont donc ici bien discrétisées et trop basses fréquences pour être atténuées par la viscosité sélective. Un filtrage moins sélectif, de type Laplacien sur trois points, a par conséquent été utilisé dans cette direction pour dissiper ces oscillations de manière plus efficace.

Les premiers calculs menés avec l'écoulement moyen ont mis en évidence la croissance d'instabilités dans la zone cisailée. Leur amplification exponentielle, en présence de notre profil moyen de vitesse de largeur constante due à notre excitation particulière, est typique des calculs linéaires.^{6,67} Afin d'interdire leur développement, le terme \mathbf{H} est mis à zéro dans cette étude. La réfraction des ondes acoustiques, qui se manifeste seulement pour des angles proches de la direction principale de l'écoulement, est donc négligée. Cependant, dans notre application, en raison du rapport entre la longueur d'onde acoustique λ_p et l'épaisseur $\delta_\omega(0)$ de la zone cisailée égal à 51, les effets de réfraction sont peu importants et l'annulation de \mathbf{H} n'aura que peu d'influence sur le résultat acoustique.

4.4.2 Expression des termes sources

Termes sources utilisés

Au chapitre 3, dans le cas de deux tourbillons corotatifs, on a examiné les deux formes de termes sources possibles S_i^t et S_i^f , construits respectivement à partir des champs de vitesse complets et des seules fluctuations de vitesse. On a en particulier montré que la forme S_i^f , correspondant au bruit propre de la turbulence, donne un rayonnement acoustique en bien meilleur accord avec la solution directe de référence.

Dans le cas de la couche de mélange où les gradients de vitesse moyenne sont importants, les différences entre les résultats obtenus en utilisant les termes sources S_i^t et S_i^f sont encore plus marquées. L'utilisation des termes sources S_i^t en présence de l'écoulement moyen conduit au champ de dilatation de la figure 4.20. Celui-ci présente deux lobes d'amplitude élevée, pour des angles proches de -20° et 140° , qui ne sont pas observés sur la solution de référence LES.

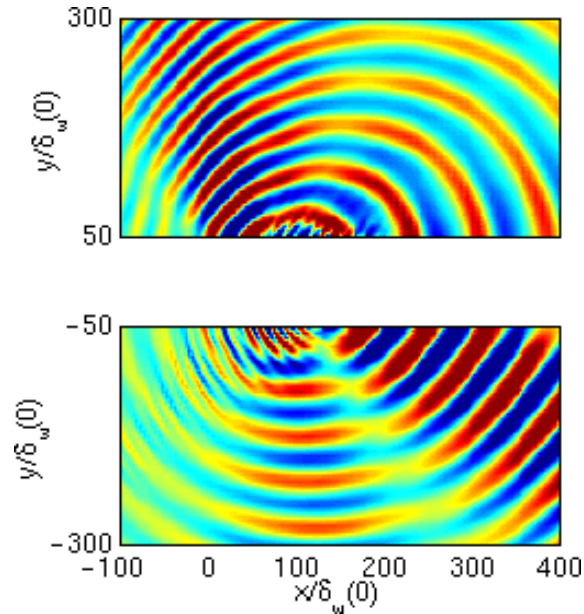


Figure 4.20: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Représentation du champ de dilatation obtenu avec les LEE, en présence de l'écoulement moyen pour la propagation, en utilisant les termes sources S_i^t . Les niveaux de dilatation vont de -1.6 à 1.6 s^{-1} .

Dans ce qui suit, tous les calculs sont donc réalisés à partir de termes sources S_i^f , basés sur les fluctuations de vitesse déterminées par LES.

Influence de la moyenne des termes sources

On revient sur les effets induits par la moyenne des termes sources, responsable d'un signal acoustique transitoire et d'un champ de pression stationnaire, en procédant comme dans l'étude des deux tourbillons corotatifs au chapitre 3.

La figure 4.21 présente les composantes centrées $S_i^f - \overline{S_i^f}$ et moyennes $\overline{S_i^f}$ des termes sources. On remarque qu'elles sont entièrement contenues dans la zone source. Il n'y a pas de troncature

des termes sources au niveau des frontières de cette zone et, par conséquent, pas de création de sources acoustiques artificielles.

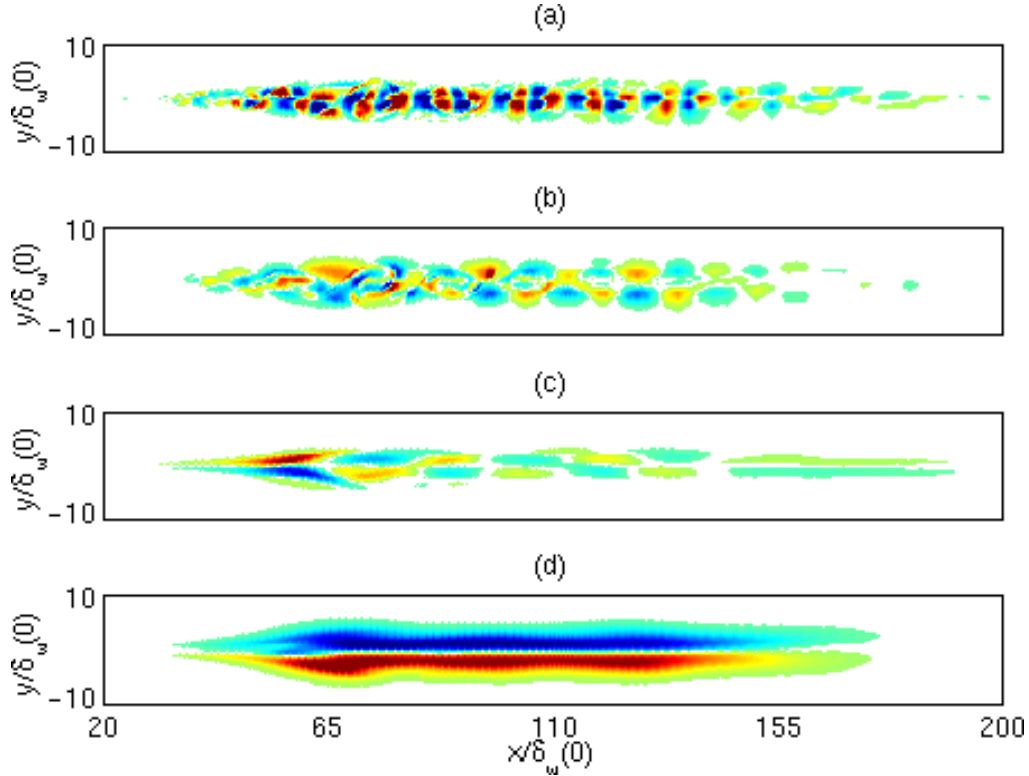


Figure 4.21: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Représentation des termes sources introduits dans les LEE: (a), composante centrée $S_1^f - \overline{S_1^f}$; (b), composante centrée $S_2^f - \overline{S_2^f}$; (c), composante moyenne $\overline{S_1^f}$; (d), composante moyenne $\overline{S_2^f}$. Les niveaux vont de -2 à 2×10^5 $\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-2}$.

On constate aussi que les composantes moyennes des termes sources sont du même ordre de grandeur que leurs parties centrées. Le champ de pression produit par ces valeurs moyennes, représenté sur la figure 4.22, n'est donc pas négligeable. Son amplitude est en effet de quelques Pascals, alors que le rayonnement physique ne dépasse pas 10 Pa. Quand on utilise les termes sources sans soustraire leurs valeurs moyennes, ce champ de pression stationnaire se superpose aux ondes physiques et les signaux acoustiques ne sont alors pas centrés, comme on le voit sur la figure 4.23. Il décroît enfin plus rapidement que le rayonnement acoustique en champ géométrique lointain.

4.4.3 Rayonnement acoustique

Deux calculs sont effectués, dans un milieu au repos, en prenant $u_0 = v_0 = 0$ pour le calcul des vecteurs \mathbf{E} et \mathbf{F} , et en présence de l'écoulement moyen donné par le calcul. Les champs de dilatation $\Theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$, déterminés au même instant par les équations d'Euler linéarisées, sont présentés sur la figure 4.24. Le rayonnement acoustique de la figure 4.24(a), obtenu sans

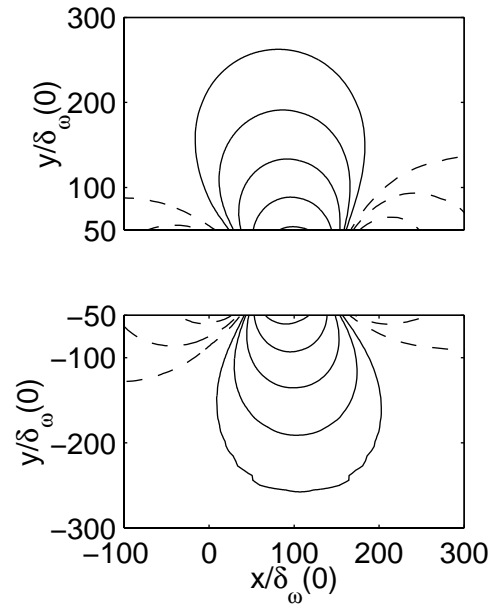


Figure 4.22: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Représentation du champ de pression produit par la moyenne des termes sources introduits dans les LEE sans écoulement moyen: — , 5 isocontours positifs allant de 0.5 à 8 Pa suivant une progression géométrique de raison 2; - - - , isocontours négatifs.

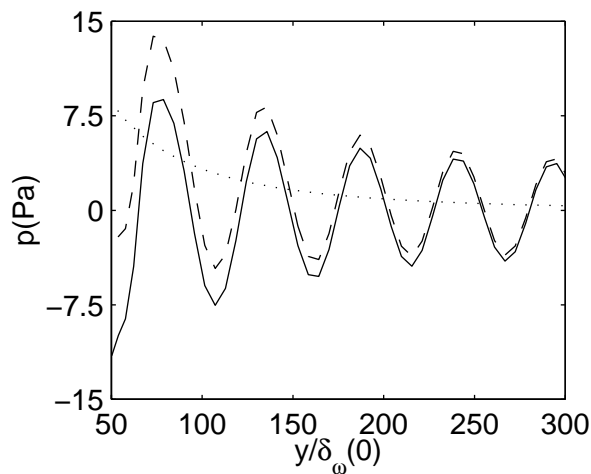


Figure 4.23: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Profil de pression en Pa à $x = 90\delta_\omega(0)$, obtenu en utilisant dans les LEE sans écoulement moyen: — , les termes sources centrés; - - - , les termes sources complets; , la moyenne des termes sources.

l'écoulement moyen pour la propagation, est différent en terme de directivité, de niveau sonore, mais surtout de phase, du rayonnement de la figure 4.24(b), obtenu avec l'écoulement moyen. La prise en compte de l'écoulement moyen pour la propagation acoustique a permis de modifier significativement la directivité, initialement bien plus marquée dans la direction aval. Les effets de convection des ondes acoustiques sont donc importants et doivent être inclus dans l'opérateur de propagation.

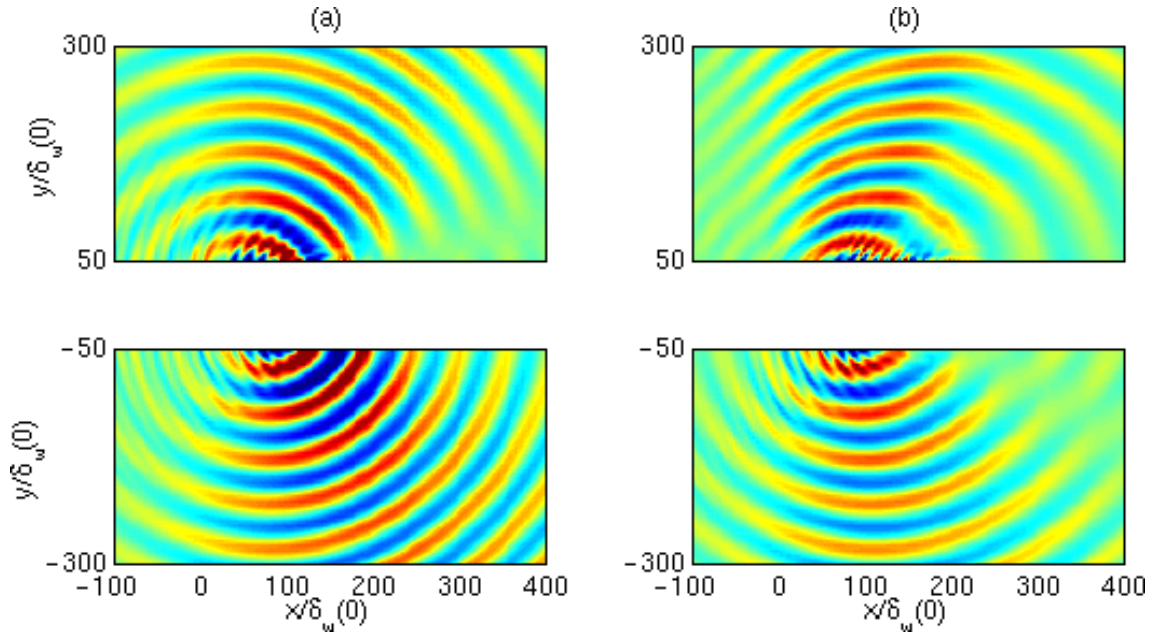


Figure 4.24: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Représentation du champ de dilatation calculé avec les LEE: (a), sans écoulement moyen pour la propagation; (b), avec l'écoulement moyen. Les niveaux vont de -1.6 à 1.6 s^{-1} .

Les deux champs de dilatation donnés par les LEE sont comparés au champ de dilatation fourni par le calcul LES sur la figure 4.25. Les rayonnements des figures 4.25(b) et 4.25(c) sont identiques. Ainsi, la prise en compte de l'écoulement moyen dans les vecteurs \mathbf{E} et \mathbf{F} pour la propagation est bien réalisée. L'annulation du terme \mathbf{H} est acceptable puisque le résultat donné par les LEE est semblable au résultat du calcul direct.

Le bon accord entre les figures 4.25(b) et 4.25(c) est également illustré par les profils transversaux de dilatation de la figure 4.26, qui sont superposables. L'accord entre les résultats fournis par les LEE et le calcul direct valide l'expression des termes sources introduits dans les LEE, composés uniquement de termes de bruit propre de la turbulence^{2,64} tandis que les interactions entre les ondes acoustiques et l'écoulement moyen sont décrites dans l'opérateur de propagation.

4.5 Utilisation de l'analogie de Lighthill

Dans ce dernier paragraphe, on utilise les champs de vitesse déterminés par le calcul LES,

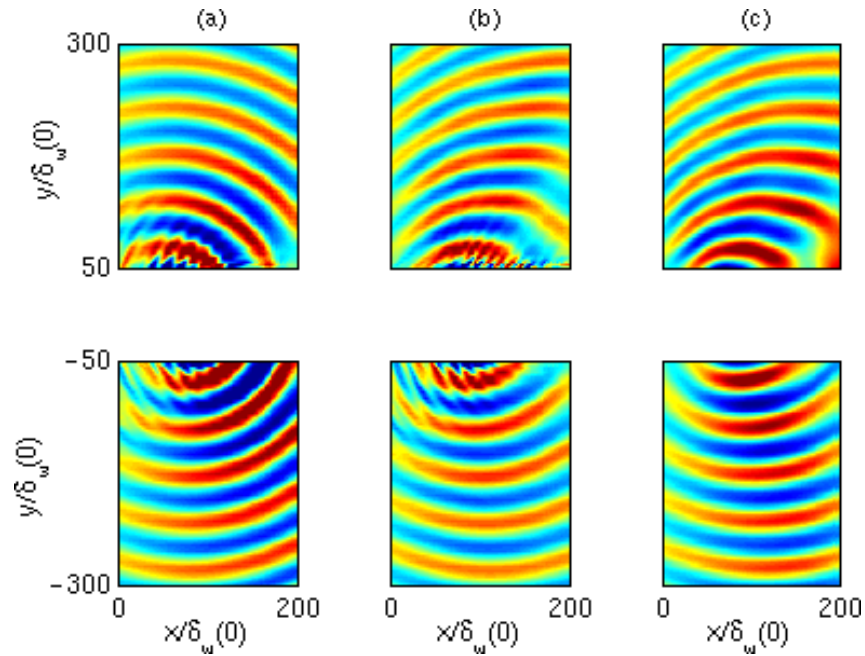


Figure 4.25: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Représentation du champ de dilatation $\Theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$ obtenu par: (a), les LEE sans l'écoulement moyen pour la propagation; (b), les LEE avec l'écoulement moyen; (c), le calcul LES. Les niveaux vont de -1.4 à 1.4 s^{-1} .

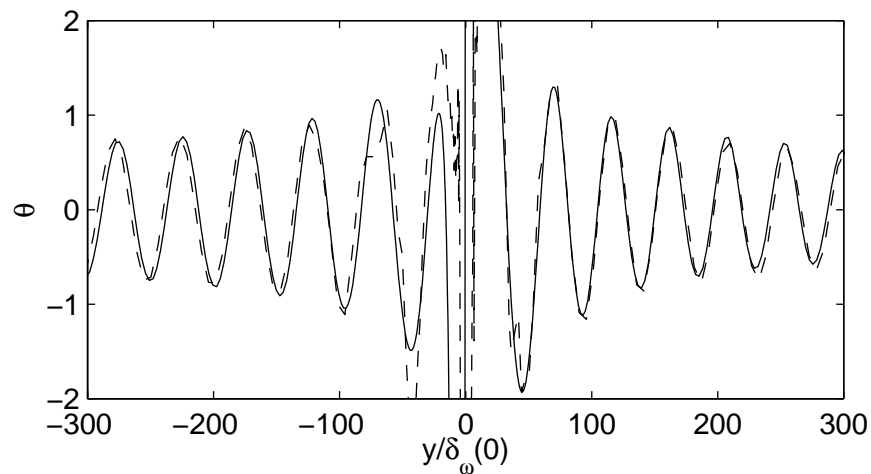


Figure 4.26: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Profil de dilatation en $x = 70\delta_\omega(0)$: —, fourni par le calcul direct; ---, calculé par les LEE en prenant en compte l'écoulement moyen pour la propagation. La dilatation est donnée en s^{-1} .

dans le cas de la couche de mélange excitée à sa fréquence fondamentale f_0 et à son premier sous-harmonique $f_0/2$, pour appliquer l'analogie de Lighthill. Il s'agit tout d'abord d'étudier la mise en œuvre numérique de ses formulations intégrales, et en particulier la résolution du délicat problème aux temps retardés. On considère ici deux formulations intégrales parmi les plus employées, celle aux dérivées spatiales par rapport aux points sources, et celle aux dérivées temporelles, dont on souhaite estimer les précisions respectives. Ces formulations s'appuient sur une propagation tridimensionnelle des ondes acoustiques, et fournissent par conséquent des niveaux sonores non significatifs. Néanmoins, la source sonore étant fixe et à la seule fréquence f_p , la structure du rayonnement acoustique et sa directivité peuvent être comparées au résultat LES de référence. Enfin, la question encore discutée aujourd'hui de l'expression des termes sources à utiliser dans l'analogie de Lighthill, concernant notamment le bruit propre de la turbulence et le bruit de cisaillement, est abordée.

4.5.1 Formulations intégrales de l'analogie

Lighthill⁶³ recombine les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour obtenir l'équation des ondes suivante, dans un milieu homogène et au repos:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta \rho' = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}$$

où T_{ij} est le tenseur de Lighthill, classiquement $T_{ij} \simeq \rho u_i u_j$ quand les sources de bruit sont uniquement d'origine aérodynamique.

Par convolution de cette équation avec la fonction de Green 3-D en champ libre, la pression acoustique $p' = c_0^2 \rho'$, en dehors de la région aérodynamique, est donnée par la formulation intégrale:

$$p'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{c_0} \right) d\mathbf{y} \quad (4.5)$$

dont on écrit une formulation approchée aux dérivées temporelles, exacte seulement en champ acoustique lointain:

$$p'(\mathbf{x}, t) \simeq \frac{1}{4\pi c_0^2} \int_V \frac{r_i r_j}{r^3} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2} \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{c_0} \right) d\mathbf{y} \quad (4.6)$$

Ces deux formulations sont équivalentes en champ lointain. Néanmoins, la formulation (4.6) aux dérivées temporelles apparaît moins sensible aux erreurs commises dans la résolution du problème aux temps retardés.⁷ Sarkar & Hussaini⁹⁵ ont d'ailleurs montré que les erreurs numériques de la formulation (4.5) aux dérivées spatiales sont de l'ordre $1/M_c^2$ plus importantes que celles de la formulation (4.6) aux dérivées temporelles, où M_c est le nombre de Mach de convection des sources acoustiques. Leur analyse monodimensionnelle suggère que cette différence de précision est principalement obtenue dans la direction de l'écoulement. L'utilisation de la formulation (4.5) pour des écoulements à nombres de Mach faibles nécessite donc une évaluation

très précise des sources acoustiques aux temps retardés, grâce à une interpolation temporelle d'ordre élevé par exemple.

Les formulations intégrales (4.5) et (4.6) de l'analogie de Lighthill sont obtenues à partir de la fonction de Green 3-D en champ libre, et s'appuient donc sur une propagation tridimensionnelle du rayonnement acoustique. Les niveaux calculés ne sont pas significatifs en ce sens qu'ils ne peuvent pas être directement comparés aux niveaux fournis par la simulation LES bidimensionnelle. Cependant, en raison de la nature de la source acoustique rencontrée dans notre étude et des propriétés des fonctions de Green, on peut s'attendre à ce que les champs sonores déterminés en 2-D et en 3-D présentent une structure identique. En effet, l'excitation de la couche de mélange a permis d'obtenir une source acoustique fixe et présentant une unique fréquence f_p , voir la figure 4.16(a).

En présence d'une source harmonique, la propagation du rayonnement acoustique dans un milieu au repos est décrite par les expressions des fonctions de Green 2-D et 3-D. La fonction de Green 2-D est donnée dans l'espace de Fourier par l'expression suivante:

$$G_{2D}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4i} H_0^{(1)}(k_0 r)$$

où $k_0 = \omega/c_0$ et $H_0^{(1)}$ est la fonction de Hankel d'ordre zéro. Pour $k_0 r \geq 4$, la fonction de Green peut être approchée par la formule:

$$G_{2D}(\mathbf{r}) \simeq \frac{1}{4i} \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} e^{ik_0 r - \frac{i\pi}{4}} \quad (4.7)$$

Dans notre étude, la condition $k_0 r \geq 4$, avec $k_0 = 2\pi/\lambda_p$ et $\lambda_p = 51\delta_\omega(0)$, est vérifiée à une distance de la source $r \geq 32\delta_\omega(0)$. La fonction de Green 3-D est par ailleurs donnée dans l'espace de Fourier par:

$$G_{3D}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi r} e^{ik_0 r} \quad (4.8)$$

La fonction de Green 2-D a donc le même comportement que la fonction de Green 3-D avec un retard de phase constant de $\pi/4$, et une décroissance en $1/\sqrt{r}$ au lieu de $1/r$. On peut ainsi comparer les structures des champs acoustiques obtenus par le calcul direct 2-D et les formulations 3-D de l'analogie de Lighthill.

4.5.2 Mise en œuvre numérique

Les informations aérodynamiques issues de la LES sont enregistrées sur une zone source pendant une période identique à celle utilisée dans la mise en œuvre des équations d'Euler linéarisées. La zone source s'étend de $5\delta_\omega(0)$ à $235\delta_\omega(0)$ dans la direction longitudinale, et de $-50\delta_\omega(0)$ à $50\delta_\omega(0)$ dans la direction transversale. On prélève les valeurs des champs aérodynamiques pour tous les points du maillage, toutes les 10 itérations pendant les 5400 dernières itérations du calcul LES. La discrétisation temporelle du tenseur de Lighthill est donc de $\Delta t_L = 10 \times \Delta t_{LES}$,

aussi équivalente à $T_0/16 = T_p/32$, où $T_0 = 1/f_0$ est la période associée à la fréquence fondamentale f_0 et $T_p = 2T_0$ la période d'appariement des tourbillons. Le stockage des informations aérodynamiques sur $540\Delta t_L$, correspondant à 16 périodes d'appariement, conduit à des tailles de fichiers sources de 250 Mo environ.

Les termes sources de l'analogie de Lighthill aux dérivées spatiales, $\partial^2 T_{ij}/\partial x_i \partial x_j$, sont calculés à l'aide du schéma aux différences finies DRP de Tam & Webb. De plus, pour définir les termes sources aux dérivées temporelles, on détermine les dérivées secondes par rapport au temps par des différences finies du deuxième ordre qui s'écrivent, à l'instant n :

$$\left[\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2} \right]^n = \frac{[T_{ij}]^{n+1} - 2[T_{ij}]^n + [T_{ij}]^{n-1}}{\Delta t_L^2}$$

L'évolution temporelle des termes sources $\partial^2 \rho u_i u_j / \partial x_i \partial x_j$ et $1/c_0^2 \partial^2 \rho u_1 u_2 / \partial t^2$, au point $x = 70\delta_\omega(0)$ et $y = 0$ situé dans la zone d'appariement des tourbillons, est représentée respectivement sur les figures 4.27(a) et 4.27(b). Les deux signaux sont périodiques de période $2T_0 = T_p$. Ils présentent également des oscillations plus hautes fréquences qui se reproduisent toutes les périodes T_p et qui traduisent donc des phénomènes physiques. Les termes sources sont suffisamment bien discrétisés temporellement pour rendre compte de ces oscillations. Le terme source spatial est aussi plus régulier, tandis que les informations hautes fréquences sont plus prononcées dans le terme source temporel. Ainsi la formulation intégrale (4.5), qui reconstruit la nature quadrupolaire des sources acoustiques uniquement à partir des temps retardés, risque d'être plus sensible aux erreurs commises dans l'évaluation de ces temps retardés, que la formulation (4.6).

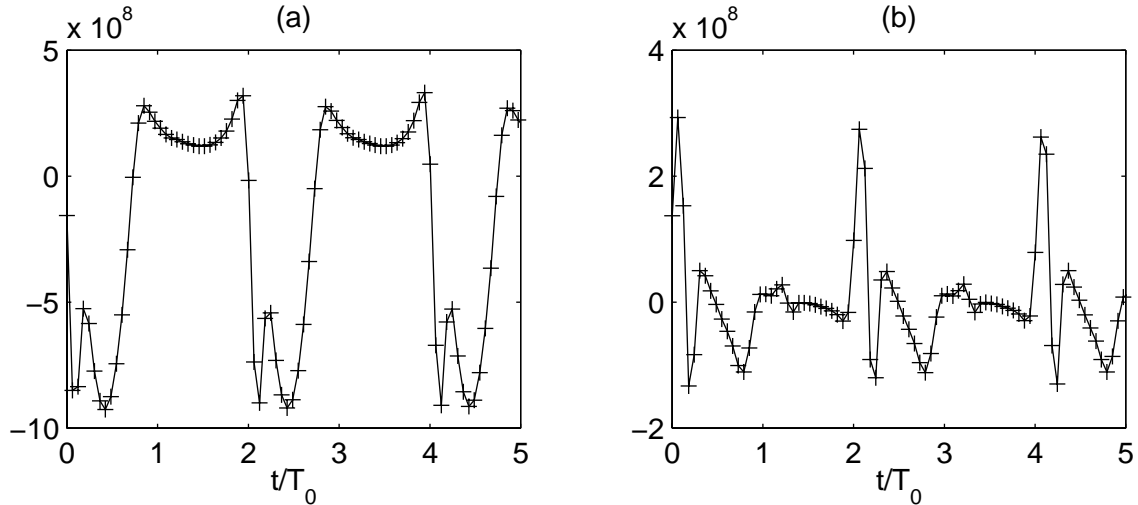


Figure 4.27: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Evolution temporelle des termes sources de l'analogie de Lighthill enregistrés au point situé en $x = 70\delta_\omega(0)$ et $y = 0$: (a), $\partial^2 \rho u_i u_j / \partial x_i \partial x_j$ et, (b), $1/c_0^2 \partial^2 \rho u_1 u_2 / \partial t^2$. +, point d'enregistrement des termes sources.

Le calcul des formulations intégrales de l'analogie de Lighthill impose la résolution d'un

problème aux temps retardés, délicat à mettre en œuvre numériquement. Pour obtenir le champ acoustique au temps t , il est nécessaire de connaître le terme source au temps retardé $t - r/c_0$. Le terme source est enregistré sur une grille temporelle discrète et il est dangereux, d'après Sarkar & Hussaini,⁹⁵ de remplacer simplement le temps retardé par le temps le plus proche où le terme source est connu, ce qui est surtout vrai pour la formulation (4.5). L'alternative consiste à procéder par interpolation. Dans notre étude, nous avons utilisé une interpolation d'ordre 4 à base de polynômes de Lagrange, supprimant ainsi des rayonnements parasites que l'on obtenait sans interpolation.

Enfin, on dispose des valeurs des termes sources sur un intervalle de temps $[t_0, t_1 = t_0 + 540\Delta t_L]$, suffisamment long pour déterminer le champ acoustique au même instant t sur un domaine s'étendant de $-100\delta_\omega(0)$ à $400\delta_\omega(0)$ dans la direction longitudinale, et de $-300\delta_\omega(0)$ à $300\delta_\omega(0)$ dans la direction transversale. En effet, on peut calculer le champ acoustique au seul point \mathbf{x} à l'instant t , si les termes sources sont connus pour tous les points sources \mathbf{y}_j aux temps retardés $t - |\mathbf{x} - \mathbf{y}_j|/c_0$, autrement dit si :

$$t_0 + \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}_j|_{max}}{c_0} \leq t \leq t_1 + \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}_j|_{min}}{c_0}$$

Pour obtenir le champ acoustique pour tous les points \mathbf{x}_i , il faut bien sûr que :

$$t_0 + \frac{|\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_j|_{max}}{c_0} \leq t \leq t_1 + \frac{|\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_j|_{min}}{c_0}$$

4.5.3 Expression des termes sources

A l'image de ce qui a été réalisé dans le cas de la méthode hybride s'appuyant sur les équations d'Euler linéarisées, on souhaite évaluer l'influence sur le champ acoustique calculé de l'expression du terme source utilisé dans l'analogie de Lighthill. On étudie en particulier le rôle de la moyenne du terme source de l'analogie de Lighthill aux dérivées spatiales.

Termes sources utilisés

Deux termes sources sont définis, selon qu'ils sont construits à partir des champs de vitesse complets ou des fluctuations de vitesse seulement. Le premier est basé sur le tenseur de Lighthill classique réduit à sa partie aérodynamique :

$$T_{ij}^t = \rho u_i u_j$$

qui contient non seulement le bruit propre de la turbulence (self-noise), mais aussi le bruit de cisaillement (shear-noise) induit par les interactions entre l'écoulement moyen et les fluctuations acoustiques. Le second est relatif uniquement aux sources de bruit propre composées des produits des fluctuations de vitesse. Les termes sources introduits dans l'analogie de Lighthill s'écrivent donc à partir du tenseur suivant :

$$T_{ij}^f = \rho u_i' u_j'$$

On représente sur la figure 4.28, au même instant, les deux termes sources $\partial^2 T_{ij}^t / \partial x_i \partial x_j$ et $\partial^2 T_{ij}^f / \partial x_i \partial x_j$ utilisés dans la formulation intégrale (4.5), et plus précisément leurs composantes centrées et moyennes. On constate que les deux termes sources possèdent la même moyenne, dont l'amplitude est de l'ordre de leurs composantes centrées. Dans T_{ij}^t , les termes linéaires en fluctuations ont en effet une moyenne nulle, et on n'obtient que la moyenne des termes non linéaires, soit de T_{ij}^f . La cartographie du terme source utilisant T_{ij}^t fait principalement apparaître les tourbillons, par l'intermédiaire du produit des composantes de leur vitesse aérodynamique et de l'écoulement moyen, tandis que celle du terme source basé sur T_{ij}^f présente une structure plus complexe, difficile à interpréter. Les niveaux dans ce dernier cas sont plus faibles.

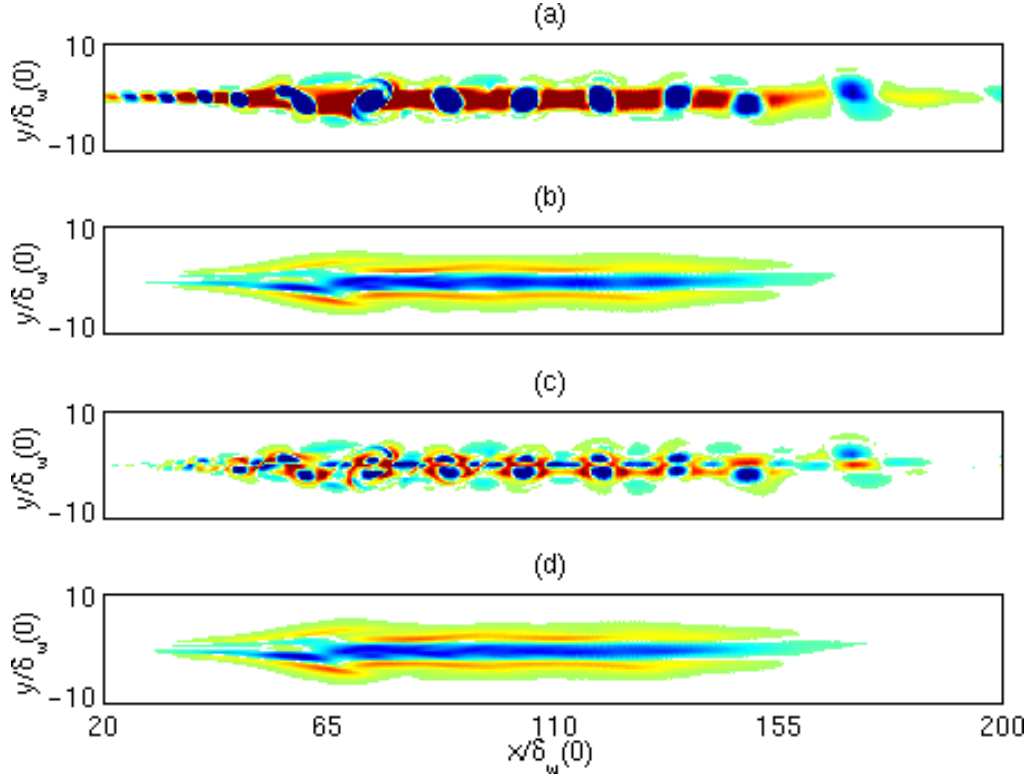


Figure 4.28: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Représentation des termes sources de l'analogie de Lighthill aux dérivées spatiales. $\partial^2 T_{ij}^t / \partial x_i \partial x_j$: (a), composante centrée, et (b), composante moyenne; $\partial^2 T_{ij}^f / \partial x_i \partial x_j$: (c), composante centrée, et (d), composante moyenne. Les niveaux vont de -1.5×10^8 à $1.5 \times 10^8 \text{ kg.m}^{-3}.\text{s}^{-2}$.

Il n'y a également pas de troncature notable des termes sources au niveau des frontières de la région source et, par conséquent, pas de source acoustique parasite induite. La seule exception est rencontrée sur la figure 4.28(a), où le terme source décroît trop lentement en aval pour être totalement nul en sortie de la zone source en $x = 230\delta_w(0)$. On applique donc une pondération des termes sources basés sur T_{ij}^t , de forme gaussienne, à partir de $x = 150\delta_w(0)$ jusqu'à la sortie. Elle permet d'éviter une éventuelle source acoustique à la frontière aval de la zone source, sans créer elle-même de rayonnement parasite notable car elle intervient à un endroit où les niveaux

des sources sont relativement faibles. La représentation sur la figure 4.29 du profil spatial du terme source $\partial^2 T_{ij}^t / \partial x_i \partial x_j$ centré illustre les effets de la pondération. On observe également le changement de périodicité spatiale, qui double après le lieu des appariements.

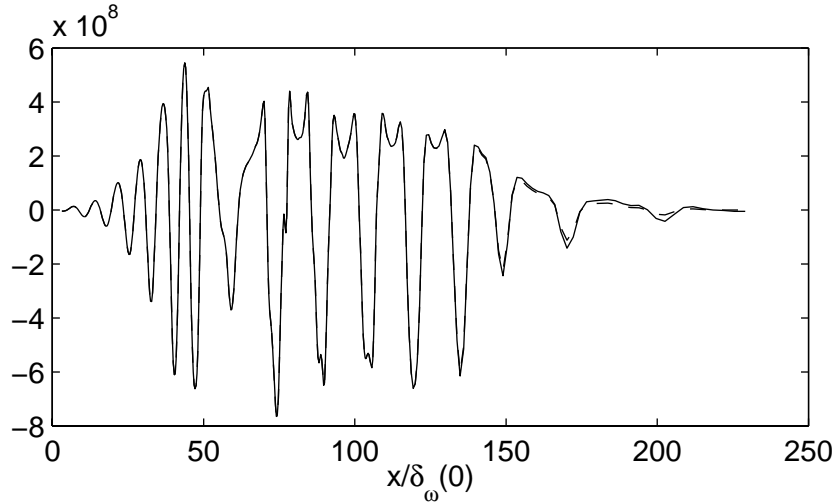


Figure 4.29: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Profil sur l'axe des abscisses du terme source $\partial^2 T_{ij}^t / \partial x_i \partial x_j$ centré: — , non pondéré; - - - , pondéré avec une gaussienne.

Influence du terme source moyen

L'analyse portant sur le rôle de la moyenne du terme source dans la formulation aux dérivées spatiales de l'analogie de Lighthill, réalisée dans le chapitre précédent, a montré que sa contribution en champ géométrique lointain est donnée par l'expression suivante:

$$p_m(\mathbf{x}) \simeq \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left[\left(\frac{1}{x} \right) \int_{V_s} \overline{T}_{ij}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \right]$$

et elle décroît par conséquent selon une loi en $1/r^3$.

La figure 4.30 montre le champ de pression stationnaire produit par le terme source moyen. Sa structure est comparable au champ de pression stationnaire de la figure 4.22 obtenu avec les équations d'Euler linéarisées. On observe, sur les profils de la figure 4.31, que son niveau n'est pas négligeable comparé au niveau du champ acoustique physique. Il est donc nécessaire de soustraire dans la formulation (4.5), la moyenne du terme source pour obtenir un rayonnement acoustique centré. Cependant, ce champ de pression stationnaire diminue plus rapidement que le rayonnement acoustique et devient négligeable en champ lointain.

Dans la suite de notre étude, les termes sources présentant des dérivées spatiales sont tous centrés. Les dérivées temporelles de la deuxième formulation intégrale éliminent quant à elles naturellement les composantes moyennes des termes sources, qui n'ont donc pas à être soustraites.

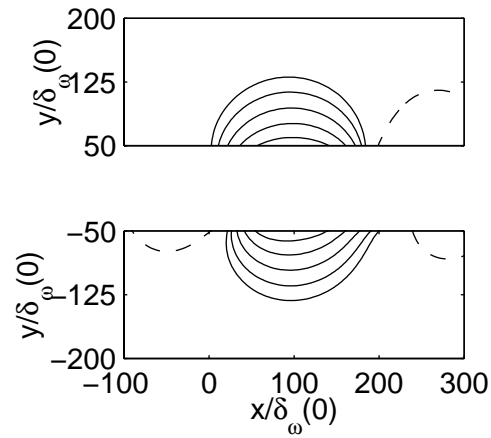


Figure 4.30: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Représentation de la contribution de la moyenne du terme source aux dérivées spatiales: — , 5 isocontours positifs allant de 0.04 à 0.64 suivant une progression géométrique de raison 2; - - - , isocontours négatifs. Les niveaux de pression sont adimensionnalisés comme sur la figure 4.31.

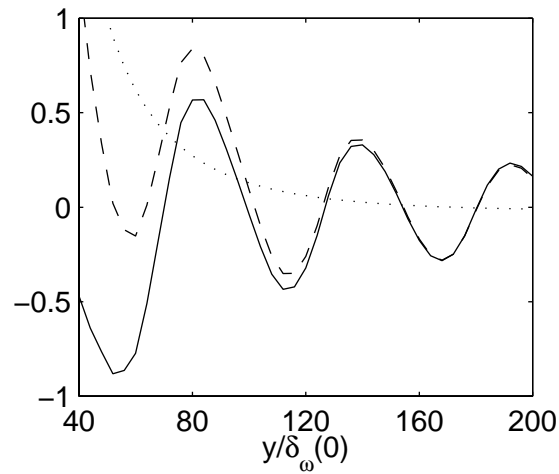


Figure 4.31: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Profil de pression adimensionné, en $x = 90\delta_\omega(0)$, obtenu en utilisant le terme source $\partial^2 T_{ij}^f / \partial x_i \partial x_j$: — , centré; - - - , complet; ······ , moyen.

4.5.4 Rayonnement acoustique

Les champs de pression calculés par les deux formulations intégrales (4.5) et (4.6) de l'analogie de Lighthill, en utilisant les termes sources basés sur T_{ij}^t et sur T_{ij}^f , sont rassemblés sur la figure 4.32. Dans tous les cas, on observe des ondes acoustiques provenant de la zone des appariements, à la fréquence f_p . Les amplitudes sont comparables, et le rayonnement est plutôt marqué dans la direction aval. Les principales différences observées concernent les précisions des résultats fournis par les deux formulations intégrales, et les directivités obtenues en utilisant les deux types de termes sources.

Equivalence des formulations intégrales

On s'intéresse, en premier lieu, aux résultats fournis par les deux formulations intégrales aux dérivées spatiales et temporelles de l'analogie en comparant, d'une part, les figures 4.32(a) et (b) et, d'autre part, les figures 4.32(c) et (d).

Les rayonnements déterminés en utilisant les mêmes termes sources sont similaires, aussi bien en terme de niveau que de phase. Leur similitude est plus prononcée sur les figures 4.32(c) et (d), utilisant les termes sources basés sur T_{ij}^f . Les profils obtenus en $x=70 \delta_\omega(0)$, sur la figure 4.33, montrent que les écarts entre les deux formulations diminuent de manière significative à mesure que l'on s'éloigne de la source de bruit. La formulation aux dérivées temporelles n'est exacte qu'en champ acoustique lointain, alors que la formulation aux dérivées spatiales l'est partout. Elles ne sont donc parfaitement équivalentes qu'en champ lointain.

Néanmoins, la formulation (4.6) semble fournir un champ de pression plus précis, comme prévu par Sarkar & Hussaini.⁹⁵ Avec la formulation (4.5), des erreurs numériques importantes sont produites dans la direction amont. De telles erreurs peuvent être attribuées à l'évaluation des temps retardés. En effet, si l'on utilise une méthode d'interpolation temporelle des termes sources d'ordre moins élevé, le champ de pression donné par la formulation spatiale se dégrade nettement alors que le résultat de la formulation temporelle reste de bonne qualité.

Etude de l'expression des termes sources

On considère maintenant les résultats obtenus à l'aide de la formulation temporelle de l'analogie en utilisant les termes sources construits à partir de T_{ij}^t et de T_{ij}^f , présentés sur les figures 4.32(b) et (d). Si les deux rayonnements sont assez proches, on constate des différences en terme de directivité, plus marquée dans la direction aval avec T_{ij}^f qu'avec T_{ij}^t . On observe également des différences de phase, visibles surtout près de l'axe de l'écoulement. Les fronts d'onde sont circulaires avec les T_{ij}^f , mais pas avec les T_{ij}^t . Pour étudier ces écarts, on s'intéresse aux champs de dilatation correspondants, calculés à l'aide de la formule suivante reliant la

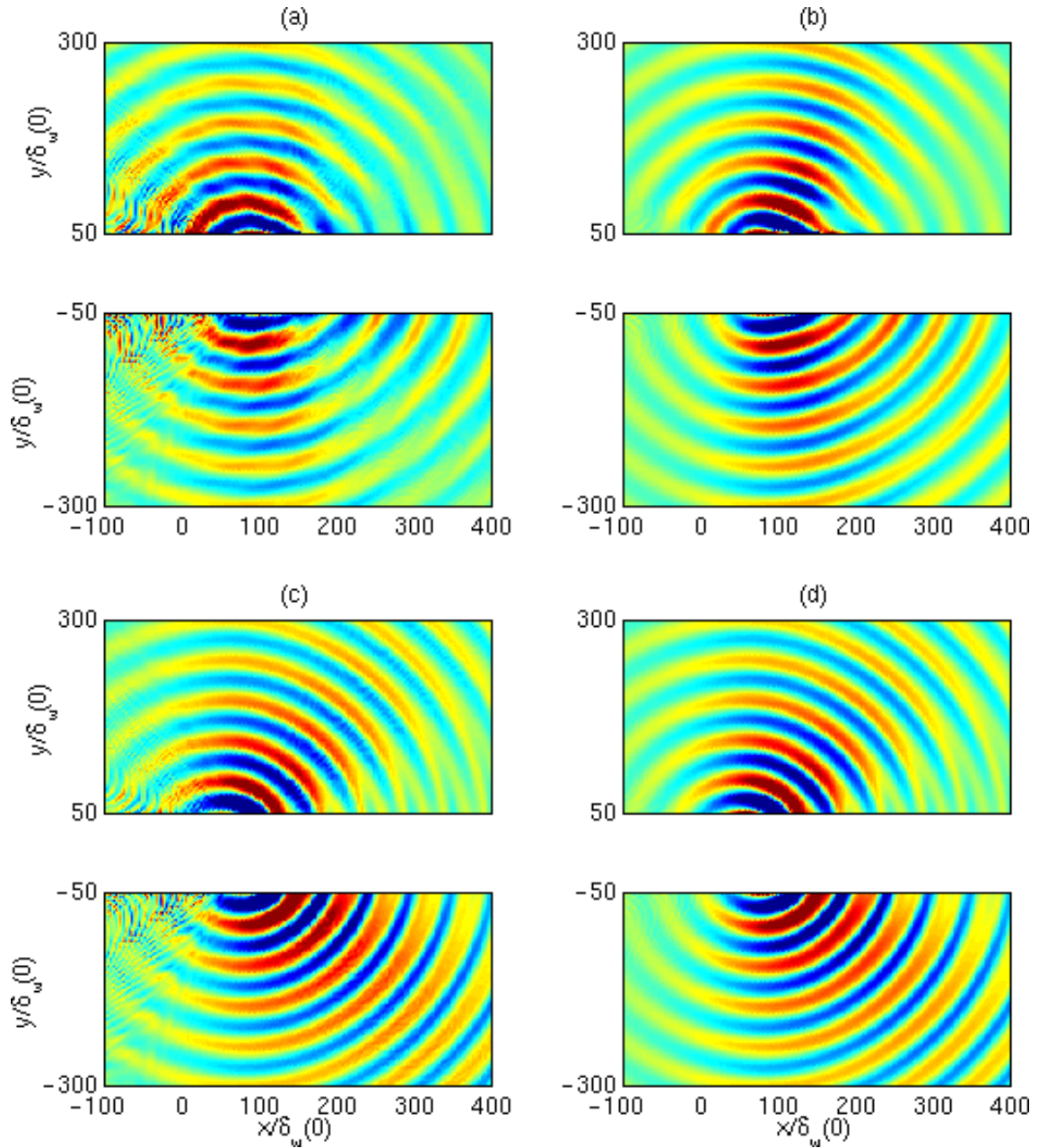


Figure 4.32: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Représentation du champ de pression calculé au même instant par l'analogie de Lighthill, en utilisant: (a) et (b), des termes sources basés sur T_{ij}^l ; (c) et (d), des termes sources basés sur T_{ij}^f ; à l'aide de: (a) et (c), la formulation aux dérivées spatiales; (b) et (d), la formulation aux dérivées temporelles;

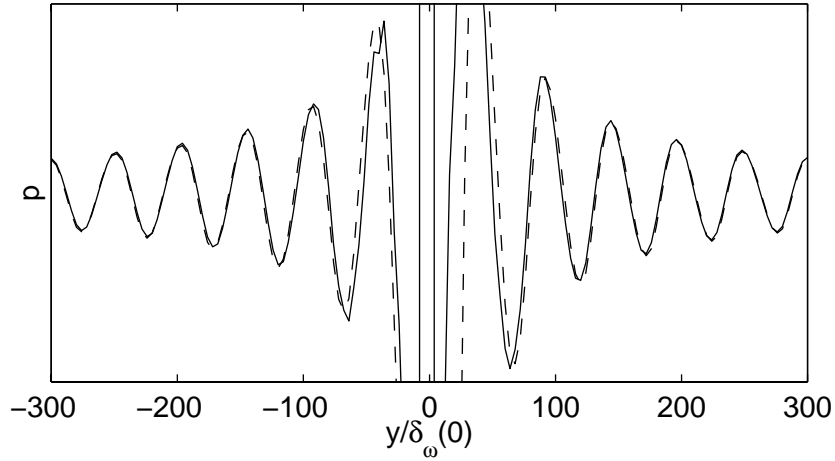


Figure 4.33: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Profil de pression en $x = 70\delta_\omega(0)$ calculé par l’analogie de Lighthill en utilisant des termes sources basés sur T_{ij}^f : — , formulation aux dérivées spatiales. - - - , formulation aux dérivées temporelles.

dilatation et la pression acoustique dans un milieu au repos:

$$\Theta = -\frac{1}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial p'}{\partial t}$$

On les représente sur la figure 4.34, ainsi que les champs de dilatation obtenus au même instant, par LES et par résolution des équations d’Euler linéarisées sans écoulement moyen. On souhaite ainsi mettre en évidence l’influence de l’expression des termes sources sur le rayonnement acoustique.

Les champs de dilatation déterminés en utilisant des termes sources basés sur T_{ij}^f dans l’analogie de Lighthill, et en appliquant les termes sources S_{ij}^f dans les LEE sans écoulement moyen pour la propagation, sont présentés sur les figures 4.34(c) et (d). Exceptées les décroissances différentes, respectivement en $1/r$ et $1/\sqrt{r}$, les deux champs sont identiques. Ils ont la même directivité, pour des angles proches de la direction aval. Les fronts d’onde semblent également en phase, avec cependant une différence de phase constante. Les profils de la figure 4.35 obtenus dans la direction transversale en $x = 70\delta_\omega(0)$, perpendiculairement aux fronts d’onde, montrent en effet que le rayonnement fourni par l’analogie est en avance de $\lambda_p/8$. On retrouve le déphasage de $\pi/4$, lié aux deux propagations 2-D et 3-D et prédit par l’analyse des fonctions de Green (4.7) et (4.8).

L’utilisation de termes sources construits à partir des seules fluctuations de vitesse dans l’analogie de Lighthill permet donc de déterminer le rayonnement acoustique produit par la turbulence dans un milieu au repos. On ne calcule néanmoins aucune interaction des ondes acoustiques avec l’écoulement moyen.

La figure 4.34(b) présente le champ de dilatation déterminé en utilisant des termes sources

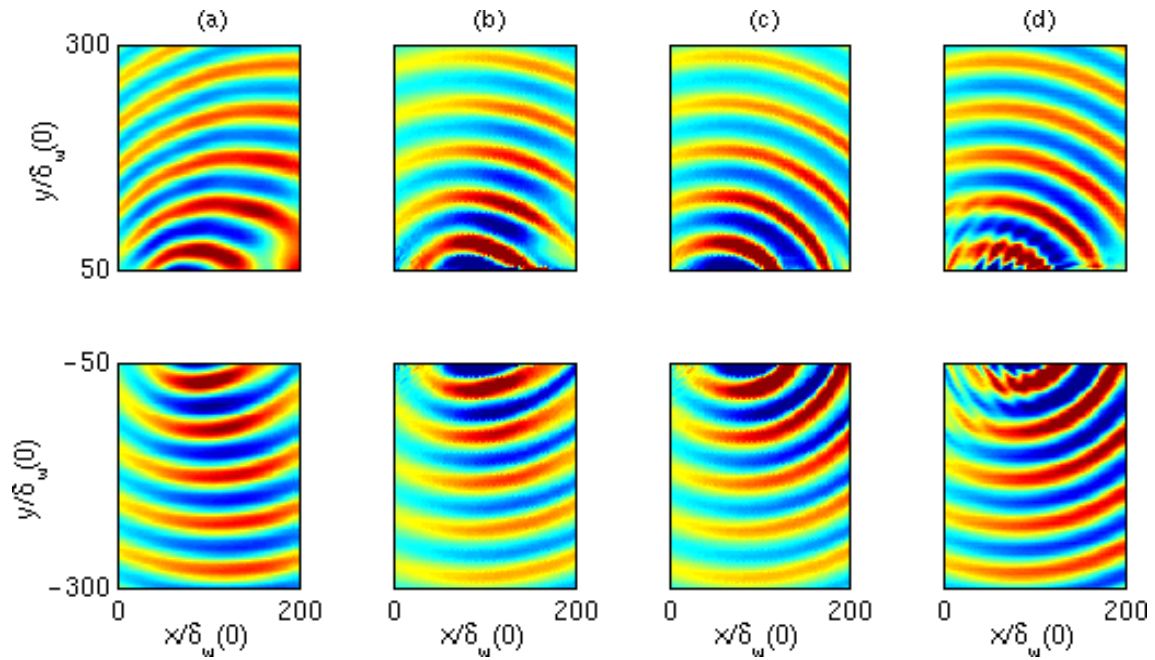


Figure 4.34: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Représentation du champ de dilatation calculé au même instant: (a), par LES; (b), par la formulation temporelle de l'analogie de Lighthill en utilisant les termes sources basés sur T_{ij}^t ; (c), par la formulation temporelle en utilisant les termes sources basés sur T_{ij}^f ; (d), à l'aide des LEE sans écoulement moyen pour la propagation en utilisant les termes sources S_{ij}^f .

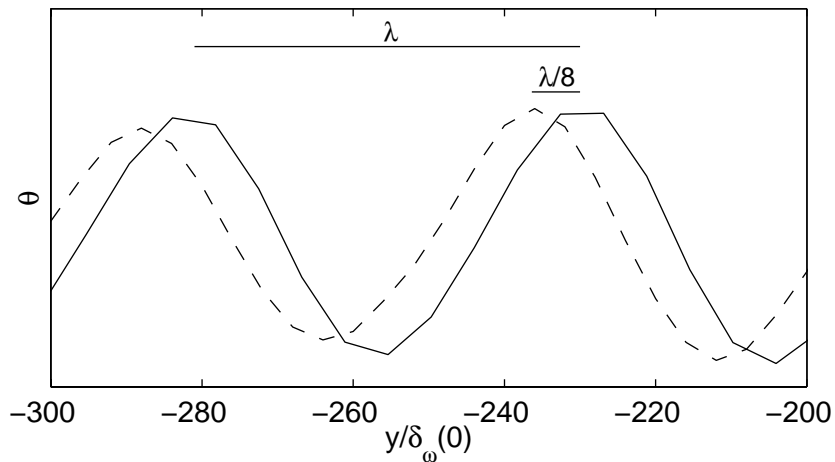


Figure 4.35: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Profil de dilatation obtenu en $x = 70\delta_\omega(0)$, calculé: —, à l'aide des LEE sans écoulement moyen pour la propagation en utilisant les termes sources S_{ij}^f ; - - -, par l'analogie de Lighthill en utilisant les termes sources basés sur T_{ij}^f . Les niveaux sont calés pour permettre la comparaison.

basés sur T_{ij}^t dans l'analogie de Lighthill. Le rayonnement n'est plus concentré dans la direction aval, comme sur la figure 4.34(c). De plus, les fronts d'onde sont déformés dans la direction de l'écoulement et ne sont plus circulaires. On constate que la longueur d'onde est plus grande après la source de bruit et plus courte avant. Cette structure de rayonnement se rapproche plus de celle du champ de dilatation de la figure 4.34(a), fourni par LES, avec des fronts d'onde qui sont similaires pour des distances transversales inférieures à $100\delta_\omega(0)$. L'analogie de Lighthill a donc ici pris en compte des effets de l'écoulement moyen sur le rayonnement acoustique.

Les directivités des champs sonores données par LES et par l'analogie de Lighthill avec des termes sources construits sur le tenseur T_{ij}^t sont comparées sur la figure 4.36. Le rayonnement acoustique prédit par l'analogie présente deux lobes pour des angles proches de 70° à partir de la direction aval. On retrouve par conséquent la directivité du calcul LES dans le fluide lent du bas à 40 m.s^{-1} . Dans le fluide rapide du haut à 160 m.s^{-1} , le pic est décalé de 20° vers l'amont.

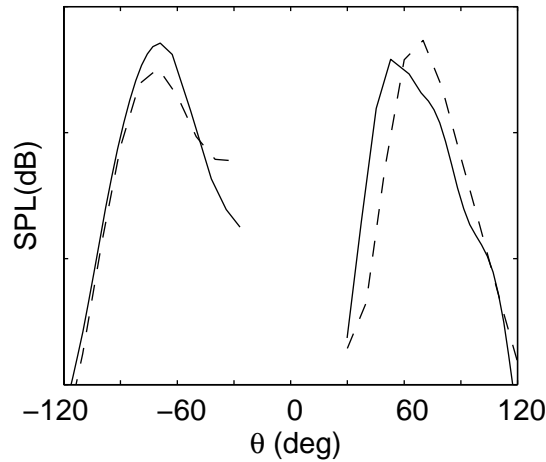


Figure 4.36: Couche de mélange excitée à f_0 et $f_0/2$. Représentation de la directivité du rayonnement sonore obtenue: —, par calcul LES; - - -, à l'aide de l'analogie de Lighthill en utilisant les termes sources basés sur T_{ij}^t . Les niveaux sont calés pour permettre la comparaison, avec 4 dB entre deux graduations de l'axe des ordonnées.

Dans la mise en œuvre de l'analogie de Lighthill, la région source s'étend seulement de -50 à $50 \delta_\omega(0)$ dans la direction transversale. Les termes sources construits à partir des champs de vitesse complets semblent contenir les effets de convection et de réfraction des ondes acoustiques par l'écoulement moyen, ce qui peut expliquer les écarts entre les deux directivités. Dans le fluide du bas en effet, les effets de convection sont négligeables, et toutes les interactions entre les fluctuations acoustiques et l'écoulement moyen sont contenues dans la zone source. Par contre, les effets de convection des ondes par l'écoulement rapide sont importants, et ne sont pas tous inclus dans la zone source.

Perspectives

Dans le cas de notre écoulement, on pourrait envisager d'étendre la région source à tout le domaine de calcul du champ acoustique pour prendre en compte toutes les interactions entre les ondes sonores et l'écoulement moyen. Celles-ci sont calculées à partir des fluctuations acoustiques présentes dans les termes sources, dont la décroissance est en $1/\sqrt{r}$ en champ lointain. Il est donc à craindre qu'elles soient surestimées dans le champ de pression déterminé par notre formulation 3-D de l'analogie, qui fait décroître le rayonnement sonore plus rapidement en $1/r$.

La poursuite de cette étude dans le cadre 2-D nécessiterait l'utilisation de la fonction de Green 2-D dans l'application de l'analogie de Lighthill. Cette fonction de Green s'écrit:

$$G_{2D}(\mathbf{x}, t) = \frac{H(c_0 t - x)}{2\pi c_0 \sqrt{c_0^2 t^2 - x^2}}$$

Il est clair que son utilisation dans la formulation intégrale aux potentiels retardés de Lighthill n'est pas très aisée, et il nous a donc semblé plus intéressant de poursuivre nos travaux dans une configuration tridimensionnelle.

4.6 Conclusion

L'étude dans ce chapitre d'une couche de mélange subsonique bidimensionnelle a montré que le code ALESIA est capable de calculer un écoulement du point de vue aérodynamique, mais aussi acoustique. Elle a permis d'acquérir le savoir-faire numérique propre à la simulation des écoulements turbulents, nécessaire pour traiter des configurations tridimensionnelles comme le jet rond.

La couche de mélange, de par son comportement quasi-bidimensionnel, constitue un écoulement approprié pour une simulation 2-D et, par ailleurs, son développement aérodynamique est très documenté dans la littérature. Dans notre étude, en excitant avec des perturbations de vitesse aléatoires, on a obtenu un développement naturel de la couche de mélange. Celui-ci a été validé par comparaison avec des données expérimentales, et nos résultats sont également consistants avec des simulations numériques similaires. La simulation LES rend par conséquent bien compte des caractéristiques aérodynamiques des écoulements. En excitant la couche de mélange à sa fréquence fondamentale et à son premier sous-harmonique, nous avons pu également obtenir le rayonnement acoustique produit par des appariements de tourbillons corotatifs. Le code ALESIA peut donc fournir un champ acoustique directement exploitable dans le cas d'écoulements avec sortie de structures tourbillonnaires du domaine de calcul. Le mécanisme de génération du bruit a ainsi pu être identifié; il est semblable à celui associé à deux tourbillons corotatifs dans un milieu au repos. Il est ici analysé dans le cas où cette source se trouve au cœur d'une zone cisailée de vitesse.

La couche de mélange excitée aux deux fréquences discrètes a été retenue pour appliquer les deux méthodes hybrides s'appuyant, d'une part, sur les équations d'Euler linéarisées et,

d'autre part, sur l'analogie de Lighthill. Dans le premier cas, il s'agissait de poursuivre sur un cas moins favorable, l'étude commencée au chapitre précédent avec deux tourbillons corotatifs. Les résultats confirment la validité de l'expression des termes sources, qui ne doivent être constitués que du bruit propre de la turbulence, et l'efficacité de la prise en compte des effets de l'écoulement moyen sur la propagation acoustique par l'opérateur de propagation. Dans le second cas, on souhaitait étudier la mise en œuvre de l'analogie de Lighthill. Les ajustements numériques ont été nombreux, notamment dans la résolution du problème aux temps retardés, avant de déterminer le rayonnement acoustique physique avec précision. L'équivalence des deux formulations intégrales aux dérivées spatiales et temporelles a été retrouvée. La comparaison avec le résultat acoustique de référence fourni directement par LES suggère enfin que les termes sources Lighthill construits à partir des champs de vitesse complets contiennent des effets liés aux interactions entre l'écoulement moyen et les ondes acoustiques. Ce sujet reste cependant ouvert, et nécessite encore certainement des études numériques complémentaires.

Chapitre 5

Simulation d'un jet rond 3-D

On s'intéresse, dans ce dernier chapitre, à l'étude d'un jet rond tridimensionnel subsonique par simulation des grandes échelles (LES). Les résultats numériques sont ainsi directement comparés aux nombreuses données expérimentales dont on dispose dans la littérature sur les jets. Dans la première partie, on cherche d'abord à valider les caractéristiques aérodynamiques du développement naturel du jet, obtenu par une excitation aléatoire en entrée d'écoulement. L'objectif principal est cependant de déterminer directement le champ acoustique rayonné par la turbulence. On montre ensuite qu'il est conforme aux champs sonores mis en évidence dans les jets expérimentaux correspondants, en termes de niveau, de directivité et de contenu spectral. Dans la seconde partie, le jet est excité à la fréquence fondamentale de sa couche de cisaillement initiale, et à son premier sous-harmonique, pour étudier la génération de bruit par appariement de tourbillons annulaires. Le champ sonore associé à ce mécanisme est alors comparé à celui du jet possédant un développement naturel.

5.1 Configuration

La démarche consistant à obtenir le rayonnement acoustique des jets directement par LES présente un grand intérêt au niveau pratique et théorique. Pour ce qui est de l'intérêt pratique, il suffit de rappeler que la simulation des grandes échelles constitue la seule méthode permettant de traiter le développement spatio-temporel d'écoulements pour des nombres de Reynolds relativement élevés. Elle doit donc permettre de prédire le champ sonore produit par des écoulements plus réalistes que la simulation numérique directe (DNS). L'intérêt théorique réside dans la faculté de la simulation numérique à fournir tous les champs physiques avec une grande précision. Ainsi, en modifiant le développement aérodynamique des jets, par exemple en jouant sur les excitations, on pourra mettre en évidence les mécanismes de génération de bruit associés aux différents modes du jet. En ce sens, la simulation numérique, et plus particulièrement la LES qui aborde les phénomènes turbulents rencontrés pour des nombres de Reynolds d'intérêt pratique, représentent un nouveau moyen d'étude du rayonnement des jets, susceptible de compléter et

de guider l'approche expérimentale.

5.1.1 Définition du jet

Dans notre étude, on considère le jet rond tridimensionnel illustré sur la figure 5.1.

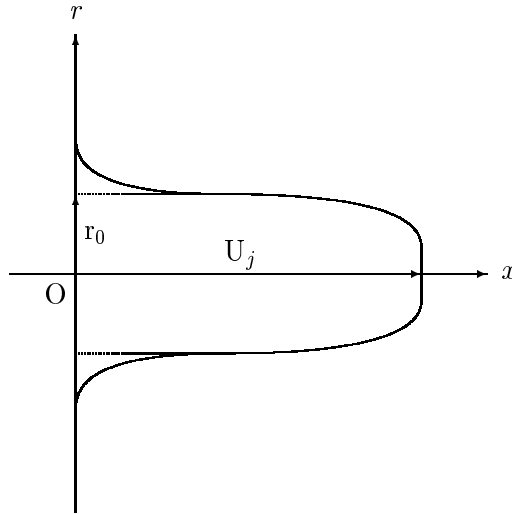


Figure 5.1: Paramètres du jet circulaire.

La vitesse longitudinale $u(r)$ en entrée d'écoulement, correspondant à la sortie de la buse dans le cas d'un jet, présente un profil en tangente hyperbolique donné par l'expression suivante:

$$u(r) = \frac{U_j}{2} + \frac{U_j}{2} \tanh\left(\frac{r_0 - r}{2\delta_\theta}\right)$$

où U_j est la vitesse nominale du jet, δ_θ l'épaisseur de quantité de mouvement initiale de la couche de cisaillement, et r_0 le rayon ou demi-largeur initiale du jet pour laquelle la vitesse est égale à la moitié de la vitesse nominale. Le nombre de Reynolds de l'écoulement est usuellement basé sur le diamètre du jet, à savoir $D = 2 \times r_0$, et s'écrit:

$$Re_D = \frac{U_j \times D}{\nu}$$

Le développement des fluctuations aérodynamiques de vitesse dans un jet peut être gouverné selon deux modes différents, associés aux deux échelles de longueur caractéristiques que sont l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche cisailée δ_θ et le diamètre du jet D .

Le premier mode, appelé mode de *couche de cisaillement*, est observé au voisinage de la buse et témoigne de la croissance exponentielle des instabilités dans la zone cisailée de vitesse. Dans cette zone, le théorème linéaire des instabilités⁷⁵ s'applique remarquablement bien. Elle prévoit le plus fort taux d'amplification des perturbations, dans un profil de vitesse en tangente hyperbolique, pour la fréquence fondamentale f_0 suivante:

$$f_0 = 0.017 \frac{U_j}{\delta_\theta} \quad (5.1)$$

Le second mode, dit mode *colonne*, correspond aux fréquences des fluctuations de vitesse que l'on rencontre dans le cône potentiel et se manifeste sur tout le diamètre du jet. On le caractérise donc à l'aide du nombre de Strouhal qui s'écrit :

$$St = \frac{f \times D}{U_j}$$

Expérimentalement, le mode *colonne* est principalement observé pour $0.2 < St < 1.5$.

5.1.2 Paramètres de simulation

Les mécanismes de génération de bruit prépondérants dans les jets supersoniques sont maintenant assez bien connus. Pour des jets libres parfaitement détendus, sans onde de choc, des ondes de Mach apparaissent pour des nombres de Mach $M > 1.5$, et dominant alors le rayonnement sonore pour des angles proches de $\theta \simeq \cos^{-1}(1/M_c)$, où $M_c > 1$ est le nombre de Mach de convection des structures turbulentes.⁸⁸ Ce mécanisme a été décrit de manière théorique en considérant le rayonnement acoustique des instabilités se développant dans l'écoulement.¹¹⁴ En régime subsonique, les phénomènes responsables de la production de bruit,^{29,40} et notamment la contribution sonore des structures cohérentes de l'écoulement,^{16,24} sont encore discutés. Dans ce domaine, la simulation des grandes échelles, calculant les grosses structures turbulentes, doit nous permettre d'étudier les mécanismes de génération de bruit. C'est ce que nous nous proposons de faire en réalisant la simulation d'un jet subsonique à l'aide du code ALESIA.

Le nombre de Mach du jet est fixé à 0.9, ce qui conduit à une vitesse U_j de $0.9 c_0$. Le fluide extérieur est initialement au repos. Le choix de ce nombre de Mach s'explique par le nombre important d'études expérimentales portant sur des jets à Mach 0.9 dont on dispose dans la littérature, et qui fournissent à la fois des résultats aérodynamiques,⁵⁷ et acoustiques.^{68,80,105} Les premières simulations numériques de jets subsoniques effectuées pour en déterminer le rayonnement acoustique concernent aussi des jets à Mach 0.9. C'est le cas de la simulation numérique directe de Freund,³⁴ qui a ainsi calculé le champ sonore rayonné par un jet possédant un nombre de Reynolds de $Re_D = 3600$. Citons également la simulation des grandes échelles de Boersma *et al.*¹⁵ reprenant les techniques numériques utilisées par Freund, appliquée à des jets à des nombres de Reynolds de $Re_D = 3600$ et de $Re_D = 36000$ dont seul le champ aérodynamique a été validé. Ce nombre de Mach permet également d'obtenir une vitesse de convection des structures turbulentes assez élevée, ce qui est favorable au niveau du temps de calcul.

Dans notre étude, le nombre de Reynolds du jet est de $Re_D = 6.5 \times 10^4$, puisque $D = 3.2 \times 10^{-3}$ m. Ce nombre de Reynolds est intermédiaire entre les nombres de Reynolds des jets expérimentaux, $Re \geq 10^5$, et ceux des jets calculés par DNS, de l'ordre de 10^3 . Le rapport entre la demi-largeur du jet et l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche de cisaillement est un paramètre important, car la transition vers la turbulence dans le jet dépend en grande partie de sa valeur.¹²⁰ Dans notre cas, le rapport δ_θ/r_0 est de 0.05, et il autorise le développement de structures tourbillonnaires dans la zone de cisaillement du jet avant l'apparition du mélange

turbulent sur toute la section transversale du jet, autrement dit avant la fin du cône potentiel. La fréquence fondamentale f_0 de la zone cisailée de vitesse, définie par la formule (5.1), est aussi de 64600 Hz, et correspond à un nombre de Strouhal de 0.68.

Le jet est simulé en utilisant en entrée d'écoulement deux excitations différentes, afin de retrouver les deux types de jets étudiés expérimentalement. Dans le premier cas, le jet se développe naturellement à partir de perturbations aléatoires de vitesse, ce qui correspond aux configurations des jets à Mach 0.9 de Mollo-Christensen *et al.*⁸⁰ et de Stromberg *et al.*,¹⁰⁵ et à Mach 0.88 de Lush.⁶⁸ Dans le second, à l'image des études expérimentales de Kibens⁵⁶ ou plus récemment de Bridges & Hussain,¹⁶ le jet est excité à la fréquence fondamentale de la couche de cisaillement initiale et à son premier sous-harmonique, pour mettre en évidence le bruit produit par des appariements de tourbillons. Dans les deux cas, le maillage est suffisamment étendu pour contenir le champ acoustique lointain, et possède de 3 à 6 millions de points.

5.2 Etude du jet excité aléatoirement

On s'intéresse tout d'abord au développement naturel du jet, en l'excitant de manière aléatoire en entrée du domaine de calcul. On souhaite ainsi évaluer la précision de la démarche numérique mise en œuvre avec le code ALESIA, dans le cas d'un écoulement libre tridimensionnel classique, aussi bien au niveau aérodynamique qu'au niveau acoustique. En effet, l'objectif de cette étude est double. La simulation doit d'une part fournir un développement du jet conforme aux données expérimentales, en terme de caractéristiques du champ moyen de vitesse et du champ turbulent. Elle doit d'autre part nous permettre de déterminer le champ sonore produit par le jet, afin de valider le calcul direct du rayonnement acoustique par LES.

5.2.1 Maillage

Le maillage utilisé est composé de $255 \times 187 \times 127$ points, avec une discrétisation de la demi-largeur du jet sur 26 points. En raison des limitations informatiques inhérentes au calcul 3-D, les mailles sont étirées de manière importante, comme on le constate sur la figure 5.2.

La discrétisation spatiale dans la direction radiale est la plus raffinée dans le jet, avec un taux d'étirement des mailles de 4.1%. Les mailles les plus petites se trouvent perpendiculairement à la couche de cisaillement. Leur largeur, $\Delta_0 = 5 \times 10^{-5}$ m, est définie par $\delta_\theta = 1.6\Delta_0$, ce qui assure une discrétisation du profil initial de vitesse sur une dizaine de mailles. En dehors du jet, la taille des mailles augmente de manière plus rapide, avec des taux d'accroissement de 5 à 10%, pour atteindre un maximum de $\Delta_{y_{max}} = 0.4r_0$. Cette taille des mailles $\Delta_{y_{max}}$ permet de propager des ondes acoustiques jusqu'à des fréquences correspondantes à des nombres de Strouhal de 1.2 environ. Dans la direction longitudinale, les gradients de vitesse sont moins importants, et la discrétisation spatiale est moins fine. Elle est constante sur les 215 premiers points, avec $\Delta x = 3\Delta_0$, jusqu'à $x = 20r_0$ environ, puis les mailles sont étirées sur les 30 points

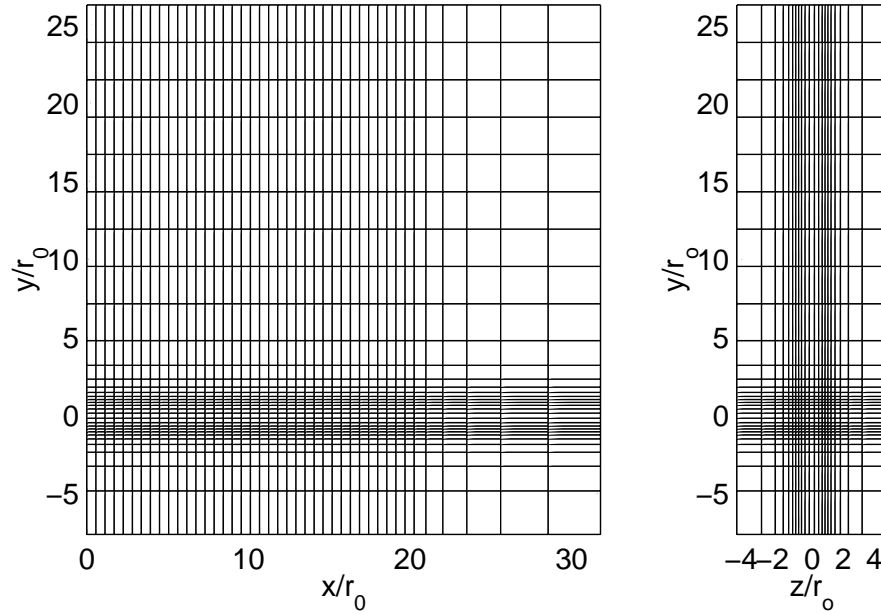


Figure 5.2: Maillage utilisé dans le cas du jet rond excité aléatoirement. Représentation d'un point sur six dans les trois directions.

suivants à un taux de 6%, afin de constituer une zone éponge. Sur les 10 derniers points, le maillage est uniforme avec $\Delta x_{max} = 0.54r_0$.

Le terme de dissipation des fluctuations (2.3) est ajouté dans la zone éponge. Il croît dans la direction longitudinale sur les 30 points d'étirement du maillage selon un profil exponentiel défini par $\beta = 1.5$ et $\sigma_{max} = 0.04$, pour être ensuite constant sur les dix derniers points. Il n'est appliqué qu'au niveau de la région aérodynamique, en utilisant une pondération radiale qui vaut un pour $r < 2.5r_0$, et zéro au delà de $r > 4.5r_0$. Le domaine physique s'étend donc dans la direction longitudinale jusqu'à $x = 20r_0$ pour la région aérodynamique, et jusqu'à la sortie aval du domaine de calcul en $x = 30r_0$ pour le champ acoustique.

Le pas de temps choisi correspond à un nombre de CFL de 0.7, et est donné par l'expression $\Delta t = 0.7\Delta_0/c_0$. Il a été nécessaire de filtrer les champs LES deux fois pour chaque itération temporelle en utilisant la viscosité sélective avec un nombre de Reynolds du schéma de $R_s = 5$, car le schéma numérique s'est révélé instable en présence de turbulence tridimensionnelle. Rappelons que ce filtrage n'élimine que les ondes courtes, non résolues par le maillage, et qu'il n'est appliqué que pour chaque pas de temps global de l'algorithme de Runge-Kutta

La simulation se déroule pendant 30000 itérations temporelles, le calcul des moyennes statistiques des taux de turbulence débutant après 5000 itérations. Le temps total correspond à $22 \times L_x/c_0$, où $L_x = 30r_0$ est la longueur du maillage dans la direction longitudinale. La simulation a duré 15 heures CPU sur un NEC SX-5, pour un temps de calcul par point et par itération de $0.3\mu s$.

5.2.2 Excitation

Une excitation aléatoire est définie pour obtenir un développement naturel du jet. Des fluctuations de vitesse sont ainsi ajoutées en entrée d'écoulement pour amorcer la transition turbulente du jet. Elles sont de nature incompressible, soit à divergence nulle, afin de minimiser la production d'ondes acoustiques parasites et de permettre l'exploitation directe du champ compressible.

Pour cela, un tourbillon annulaire de rayon r_0 , semblable à celui représenté sur la figure 2.11, est construit en entrée, avec une vitesse longitudinale Ux_0 et une vitesse radiale Ur_0 qui s'écrivent respectivement:

$$\begin{cases} Ux_0 = 2 \frac{r_0}{r} \frac{r - r_0}{\Delta_0} \exp\left(-\ln 2 \frac{(x - x_0)^2 + (r - r_0)^2}{\Delta_0^2}\right) \\ Ur_0 = -2 \frac{r_0}{r} \frac{x - x_0}{\Delta_0} \exp\left(-\ln 2 \frac{(x - x_0)^2 + (r - r_0)^2}{\Delta_0^2}\right) \end{cases}$$

avec $r = \sqrt{y^2 + z^2}$ et $x_0 = 0.8r_0$. La vitesse azimutale du tourbillon est nulle. La vitesse tangentielle maximale dans une section radiale est atteinte à une distance de Δ_0 du centre du tourbillon, et est égale à 1. A partir de ce tourbillon élémentaire, on obtient le $n^{\text{ième}}$ mode spatial en multipliant par une dépendance azimutale en $\cos(n\theta)$. On utilise ici pour l'excitation les dix premiers modes, en sommant de $n = 0$ à $n = 9$. Les fluctuations de vitesse ajoutées à chaque itération temporelle en entrée du jet sont donc formulées de la manière suivante:

$$\begin{cases} u_x = u_x + \sum_{n=0}^9 \alpha \epsilon_n \cos(n\theta + \phi_n) Ux_0 U_j \\ u_r = u_r + \sum_{n=0}^9 \alpha \epsilon_n \cos(n\theta + \phi_n) Ur_0 U_j \\ u_\theta = u_\theta \end{cases}$$

où ϵ_n et ϕ_n sont des variables aléatoires, respectivement entre -1 et 1, et entre 0 et 2π . Elles correspondent aux amplitudes et aux phases de chaque mode. L'amplitude α des modes est fixée à 0.02.

On note que l'excitation est appliquée au niveau de la couche de cisaillement, sur la région la plus instable du jet en entrée d'écoulement. Dans cette zone, les taux de turbulence induits sont de 3% environ, ce qui permet d'amorcer efficacement la transition vers la turbulence.

5.2.3 Développement aérodynamique

On étudie maintenant les propriétés du développement aérodynamique du jet, qui sont comparées aux mesures expérimentales pour valider notre simulation.

Champ de vorticité

Les champs de vorticité calculés par LES sont représentés sur la figure 5.3. On observe, sur le champ de vorticité ω_{xy} , que des structures tourbillonnaires sont créées au niveau des deux zones de cisaillement se développant initialement de manière indépendante. Les couches de mélange interagissent entre elles à partir d'une distance à la buse de l'ordre de $10r_0$, marquant ainsi la fin du cône potentiel dans lequel la vitesse du fluide est constante et égale à U_j . On obtient alors plus en aval une turbulence tridimensionnelle pleinement développée, illustrée par le champ de vorticité ω_{yz} obtenu dans une section transversale et caractérisée par un fort mélange. On constate enfin, qu'à partir de $x = 20r_0$, les fluctuations aérodynamiques sont dissipées par la zone éponge.

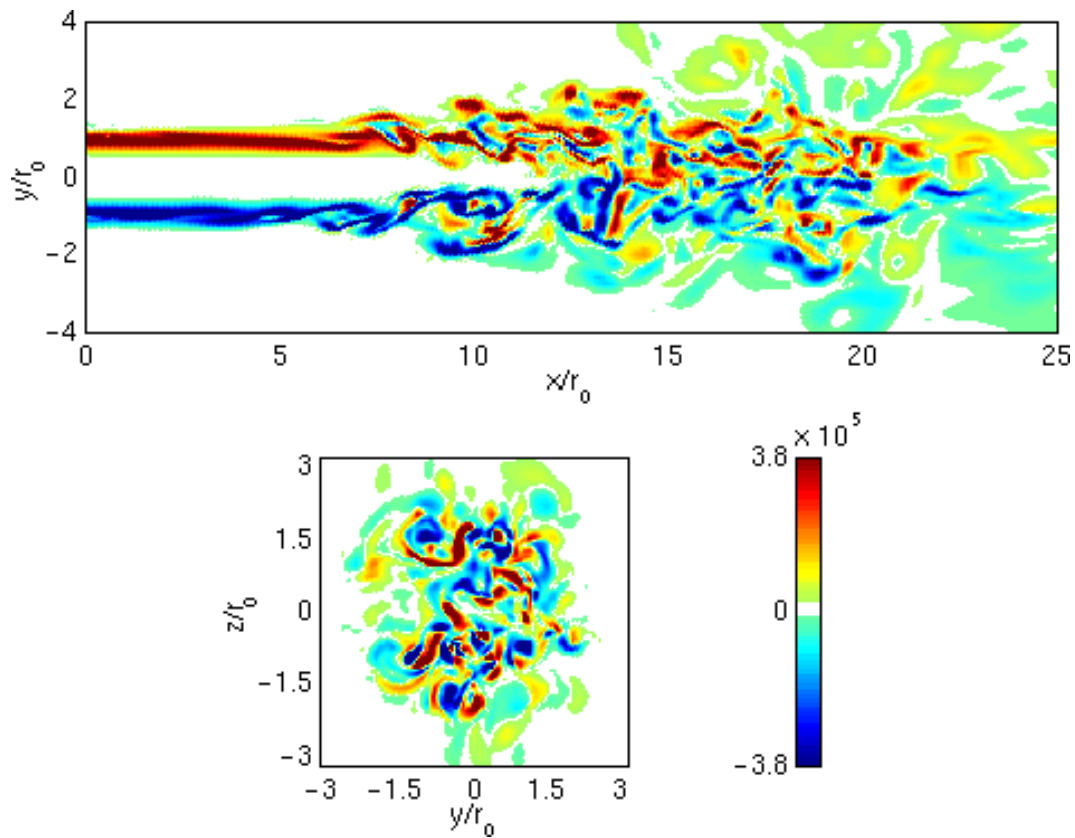


Figure 5.3: Jet rond excité aléatoirement. Figure du haut, représentation de la vorticité ω_{xy} dans le plan Oxy ; figure du bas, de la vorticité ω_{zy} dans la section transversale située à $x = 12r_0$.

Propriétés de la vitesse moyenne

La vitesse longitudinale moyenne est représentée sur la figure 5.4 à l'aide d'isocontours de vitesse définis de $0.05 U_j$ à $0.95 U_j$. On remarque en particulier le cône potentiel dans lequel la vitesse est égale à U_j , et qui se prolonge jusqu'à $x = 10r_0$ environ. Cette valeur est en accord avec les résultats expérimentaux. Citons l'étude d'un jet à Mach 0.9 de Lau *et al.*⁵⁷ qui relèvent

la fin du cône potentiel à une distance de $10.4r_0$ de la sortie de buse.

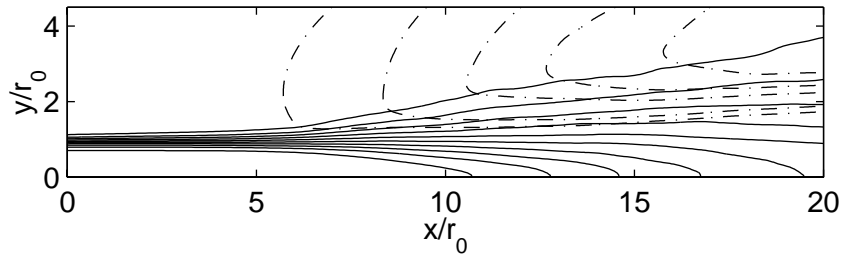


Figure 5.4: Jet rond excité aléatoirement. Représentation: —, de la vitesse longitudinale moyenne du jet avec 10 isocontours allant de $0.05 U_j$ à $0.95 U_j$; - - - -, de 5 lignes de courant calculées à partir des champs moyens de vitesse.

Des lignes de courant sont également tracées sur cette figure. Le fluide environnant, initialement au repos, est aspiré perpendiculairement à la direction de l'écoulement à des vitesses faibles, de l'ordre de 2% de U_j , pour être ensuite entraîné dans le jet. Ces observations correspondent aux descriptions expérimentales du phénomène d'entraînement de fluide, qui est responsable de l'augmentation du débit des jets.⁹³ Les conditions aux limites du code LES permettent donc l'entrée de fluide dans le domaine de calcul pour alimenter le jet. Ce résultat est essentiel pour obtenir un développement du jet conforme à l'expérience.

Les figures 5.5 illustrent les propriétés des champs moyens de vitesse. On retrouve en particulier la croissance linéaire de différents paramètres, en accord avec l'hypothèse de similitude des profils moyens dans la zone où la turbulence est pleinement développée.

Dans cette région, la décroissance de la vitesse moyenne sur l'axe du jet U_c doit en effet suivre une loi en $1/x$, pouvant s'écrire sous la forme:

$$\frac{U_c}{U_j} = B \times \frac{D}{x - x_0}$$

où x_0 est l'origine fictive du jet. On représente donc, sur la figure 5.5(a), l'inverse de la vitesse moyenne sur l'axe, soit U_j/U_c . Cette quantité, constante dans le cône potentiel, croît de manière linéaire en dehors, ce qui confirme la loi de décroissance de U_c en $1/x$. La constante B qui caractérise le taux de décroissance est ici de 5.5, l'origine fictive étant trouvée en $x_0 = 0$. La valeur de la constante B est conforme aux résultats des autres études regroupées dans le tableau 5.1, qui sont aussi bien de nature expérimentale avec Wygnanski & Fiedler,¹²⁵ Panchapakesan & Lumley⁸⁵ et Hussein & al.,⁵¹ que numérique avec la DNS de Boersma & al.¹⁴

De la même façon, la demi-largeur du jet $\delta_{1/2}$, distance pour laquelle la vitesse longitudinale moyenne vaut la moitié de la vitesse sur l'axe, doit croître linéairement dans la région d'auto-similarité du jet selon la formule suivante:

$$\delta_{1/2} = A \times (x - x_0)$$

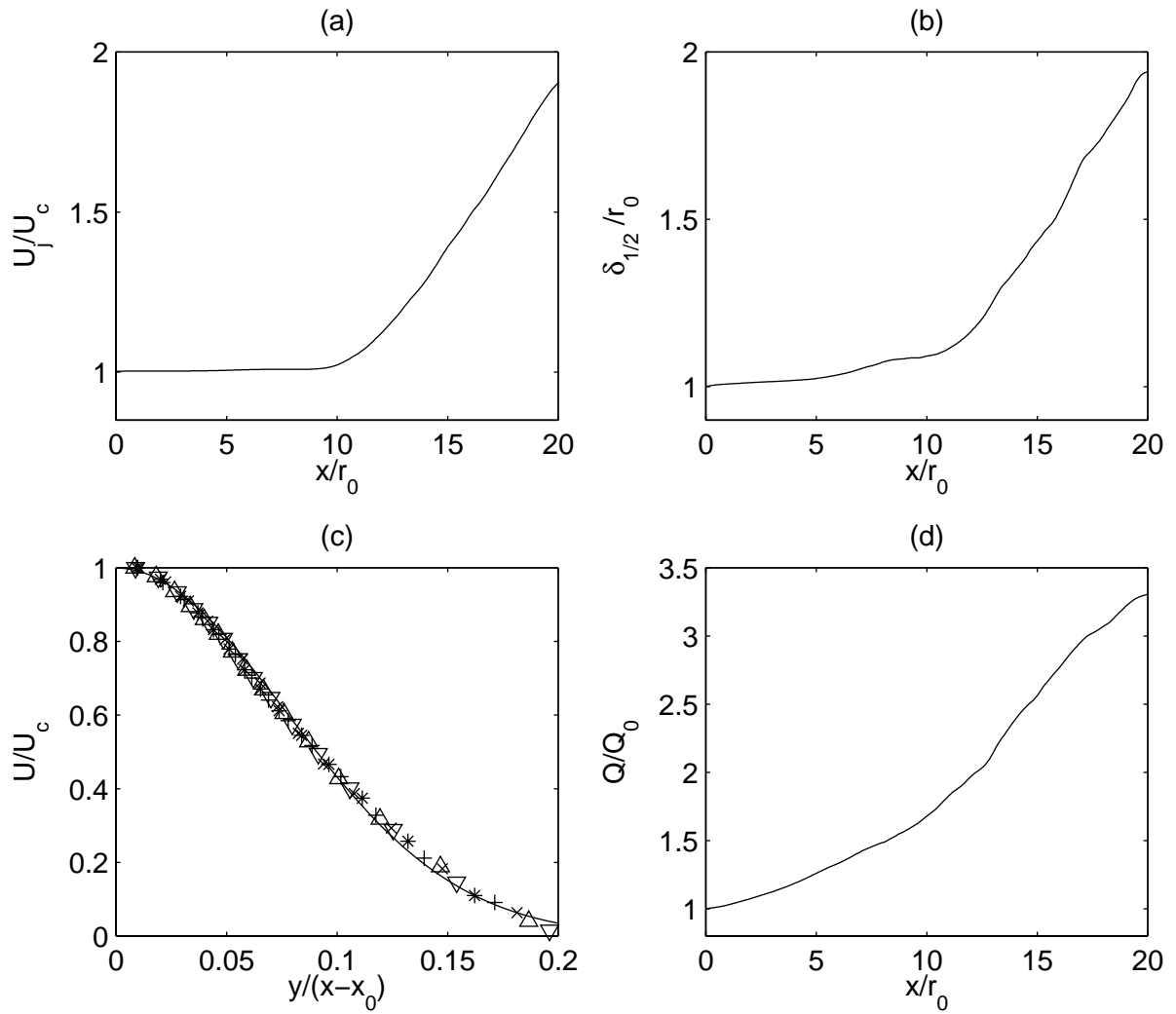


Figure 5.5: Jet rond excité aléatoirement. (a), inverse de la vitesse longitudinale moyenne sur l'axe U_c/U_j . (b), demi-largeur du jet $\delta_{1/2}/r_0$. (c), profil radial de la vitesse longitudinale moyenne: \times , en $x/r_0=15.8$; $+$, en $x/r_0=16.8$; $*$, en $x/r_0=17.7$; ∇ , en $x/r_0=18.6$; \triangle , en $x/r_0=19.6$; —, approximation du profil moyen par une gaussienne. (d), débit du jet Q/Q_0 .

M	Re_D	B	A	Référence
0.15	8.6×10^4	5.4	0.086	Wyganski & Fiedler (1969)
0.08	1.1×10^4	6.1	0.096	Panchapakesan & Lumley (1993)
0.16	9.5×10^4	5.8	0.094	Hussein, Capp & George (1994)
-	2.4×10^3	5.9	0.095	Boersma & al (1998)
0.9	6.5×10^4	5.5	0.096	Présent calcul

Tableau 5.1: Comparaison des paramètres déduits des champs de vitesse moyens, donnés par différentes études expérimentales et numériques.

On trace, sur la figure 5.5(b), l'évolution longitudinale de la demi-largeur du jet $\delta_{1/2}/r_0$. La demi-largeur est constante tant que la couche cisailée de vitesse ne présente pas de structures tourbillonnaires, puis augmente très légèrement à leur apparition vers $x = 6r_0$. Dans la zone où le jet est pleinement turbulent, par contre, la croissance de $\delta_{1/2}$ est bien linéaire. Le taux d'élargissement du jet A est ici de 0.096, en accord avec les données expérimentales et numériques du tableau 5.1.

Cette constante A définit également la demi-largeur du profil radial de vitesse longitudinale moyenne U/U_c , représenté en fonction de l'abscisse réduite $y/(x - x_0)$. Ce type de représentation permet aussi de mettre en évidence la similitude des profils de vitesse. La figure 5.5(c) montre en effet que les cinq profils moyens situés entre $x = 15r_0$ et $x = 20r_0$ se superposent. Il est intéressant de noter que l'on peut également approcher ce profil radial moyen à l'aide d'une gaussienne de la forme:

$$U/U_c = \exp\left(-K_u (y/(x - x_0))^2\right)$$

où la constante K_u est déduite de la demi-largeur A par l'intermédiaire de la relation $K_u = \ln 2/A^2$. Le profil gaussien mis en évidence expérimentalement est ainsi retrouvé dans notre simulation.

Enfin, on considère le débit volumique moyen du jet Q , défini sur une section transversale S par l'expression suivante:

$$Q = \int_S U dydz$$

En raison des deux lois déjà vérifiées dans notre simulation, de décroissance en $1/x$ de la vitesse moyenne sur l'axe et d'élargissement linéaire du jet, le débit doit croître également linéairement, autrement dit:

$$\frac{Q}{Q_0} = C \times \frac{x - x_0}{D}$$

où Q_0 est le débit du jet en sortie de buse. L'évolution longitudinale du débit dans notre étude est représentée sur la figure 5.5(d). Le débit augmente régulièrement depuis la sortie de buse, traduisant le fait que le fluide environnant est aspiré dans le jet dès le début du domaine de calcul. Cependant, sa croissance n'est linéaire qu'après $x = 10r_0$, c'est à dire une fois dans la zone où le jet est pleinement développé. Le taux d'entraînement C est alors ici de l'ordre de 0.32. Les mesures de l'entraînement des jets sont assez rares, car elles sont difficiles à réaliser. Ricou & Spalding⁹³ ont cependant réussi à déterminer les taux d'entraînement massique de jets entre différents fluides. Dans le cas air-air, ils trouvent un taux de 0.32, qui est comparable à la constante C de notre simulation.

Malgré les différences constatées en terme de nombre de Reynolds et de nombre de Mach entre notre étude et les jets de la littérature, on observe que les constantes liées aux champs moyens sont très similaires. La simulation LES prend donc correctement en compte le développement moyen de notre jet circulaire.

Taux de turbulence

On étudie maintenant les taux des perturbations aérodynamiques turbulentes fournis par LES. Pour cela, les taux de turbulence longitudinale σ_{uu} , radiale σ_{vv} et azimutale σ_{ww} sont calculés dans le plan Oxy , à partir des fluctuations de vitesse u' , v' et w' de la manière suivante:

$$\sigma_{uu} = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{U_c} \quad \sigma_{vv} = \frac{\sqrt{\overline{v'^2}}}{U_c} \quad \sigma_{ww} = \frac{\sqrt{\overline{w'^2}}}{U_c}$$

Le taux de turbulence σ_{uv} s'exprime également sous la forme:

$$\sigma_{uv} = \frac{\sqrt{\overline{|u'v'|}}}{U_c}$$

Ces taux sont adimensionnalisés par la vitesse longitudinale moyenne sur l'axe, afin de les comparer directement aux profils expérimentaux.

La figure 5.6 présente le profil sur l'axe du jet du taux de turbulence longitudinal σ_{uu} . Celui-ci est nul en sortie de buse en raison de l'excitation qui est appliquée uniquement au niveau des zones cisailées du jet. Il n'augmente de manière significative qu'en aval du cône potentiel, après $x = 10r_0$, pour atteindre une valeur constante de 0.25 environ après $x = 15r_0$. Cette observation indique que le calcul est effectué sur un temps suffisamment long pour faire converger les taux de turbulence vers des valeurs stables. Elle traduit surtout le fait que la turbulence est pleinement développée après $x = 15r_0$, et que les hypothèses de similitude y sont vérifiées, comme cela était déjà suggéré par les propriétés du champ de vitesse moyen.

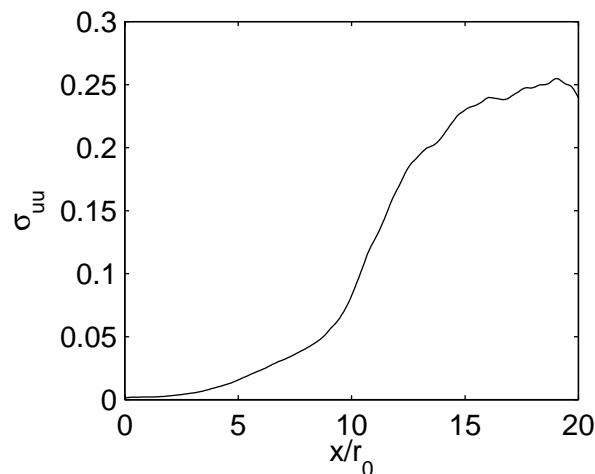


Figure 5.6: Jet rond excité aléatoirement. Profil du taux de turbulence σ_{uu} sur l'axe du jet.

Des profils radiaux des taux de turbulence sont représentés sur la figure 5.7, à cinq différentes abscisses entre $x/r_0 = 15$ et $x/r_0 = 20$. Pour les quatre taux de turbulence, les profils sont bien superposables ce qui confirme la similitude dans cette zone de turbulence pleinement développée.

Les profils moyens de taux de turbulence obtenus entre $x/r_0 = 15$ et $x/r_0 = 20$ sont représentés en trait continu. Ils sont comparables aux données expérimentales, puisqu'ils sont encadrés par les courbes de Hussein & al^{51} et de Panchapakesan & Lumley.⁸⁵

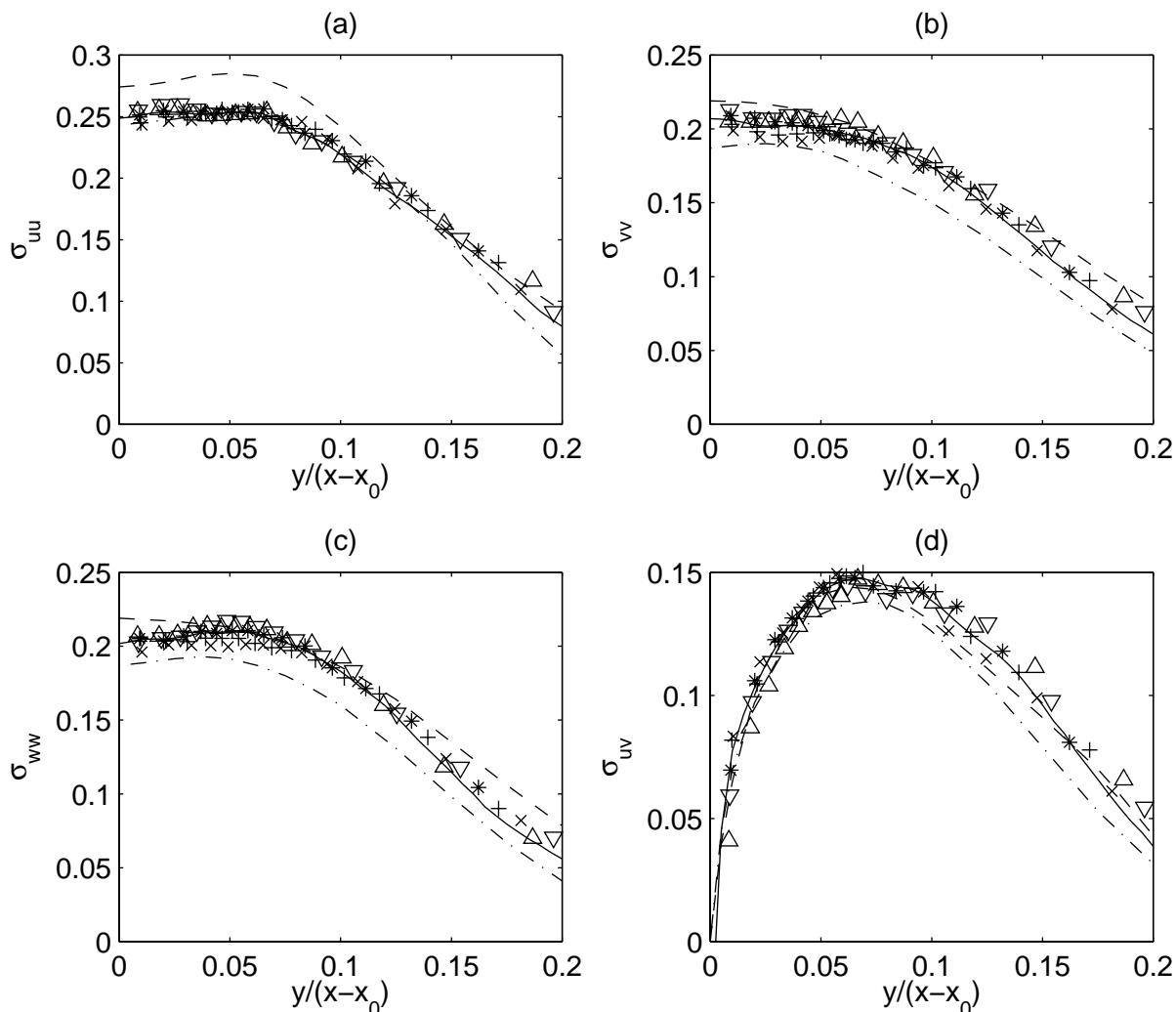


Figure 5.7: Jet rond excité aléatoirement. Représentation des profils radiaux des taux de turbulence: (a), σ_{uu} ; (b), σ_{vv} ; (c), σ_{wv} ; et (d), σ_{uv} . \times , en $x/r_0=15.8$; $+$, en $x/r_0=16.8$; $*$, en $x/r_0=17.7$; ∇ , en $x/r_0=18.6$; \triangle , en $x/r_0=19.6$. —, profils moyens calculés de $x/r_0=15$ à $x/r_0=20$; - - -, profils de Hussein, Capp & George⁵¹; - · - ·, profils de Panchapakesan & Lumley.⁸⁵

La simulation LES fournit donc des niveaux de turbulence en accord avec les niveaux expérimentaux. L'utilisation du modèle de sous-maille de Smagorinsky n'a en particulier pas conduit à une trop forte dissipation des structures tourbillonnaires. Il est d'ailleurs bien adapté au cas du jet pleinement développé, dans lequel l'hypothèse de Boussinesq est vérifiée, et la turbulence fine quasi homogène isotrope.

Contenu spectral des fluctuations aérodynamiques

On s'intéresse au développement de la turbulence dans le jet, en enregistrant le signal de vitesse radiale fluctuante v' en 4 points situés au niveau du point d'inflexion initial de la zone de cisaillement, soit à $y = r_0$ et $z = 0$. Les densités spectrales de puissance obtenues à partir de ces signaux sont présentées sur la figure 5.8.

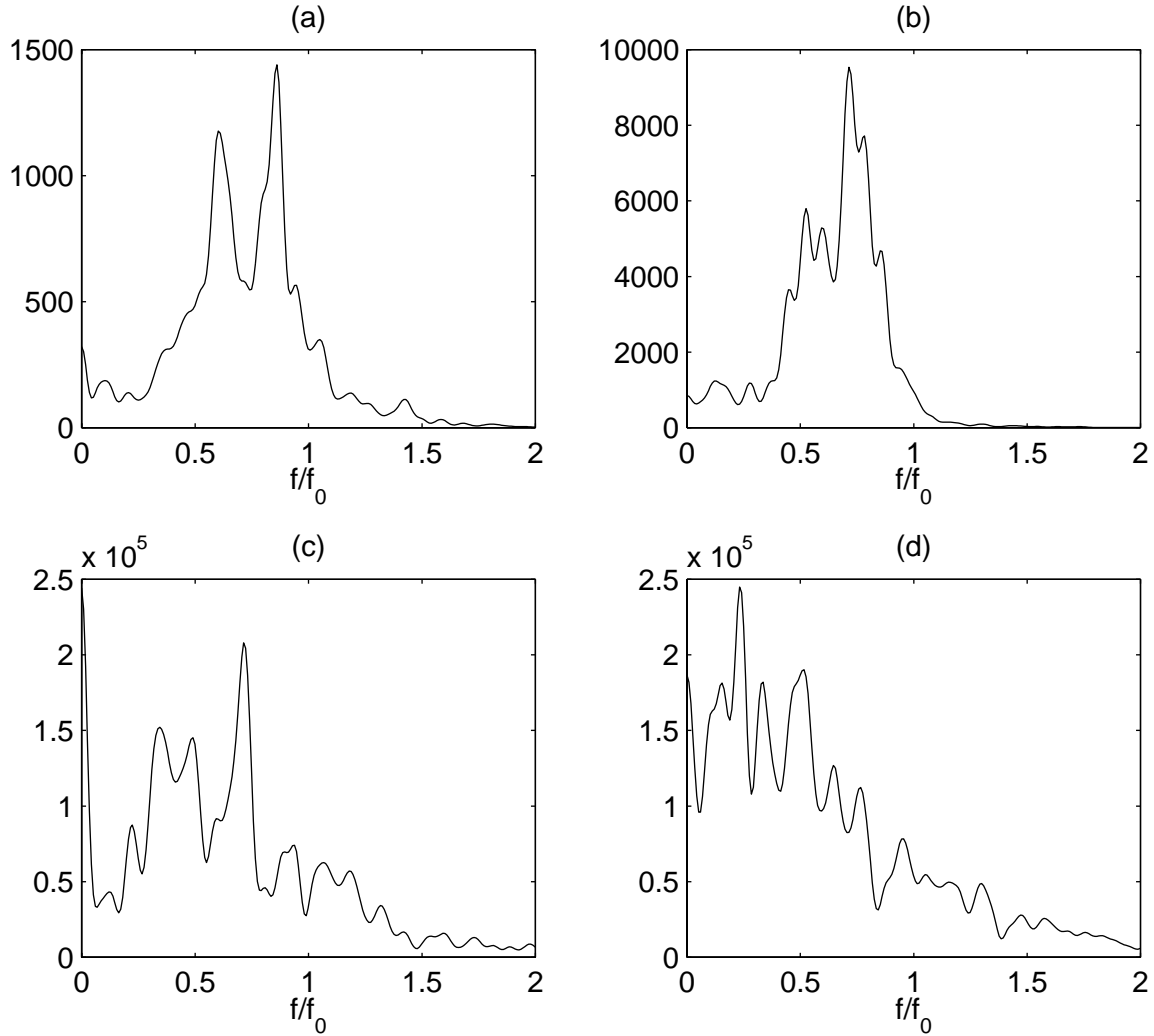


Figure 5.8: Jet rond excité aléatoirement. Densité spectrale de puissance du signal de fluctuation de vitesse radiale, au niveau de la zone cisillée en $y = r_0$ et $z = 0$: (a), en $x/r_0 = 2.3$; (b), en $x/r_0 = 4.4$; (c), en $x/r_0 = 8.5$; (d), en $x/r_0 = 12.6$; obtenue en moyennant sur 8 enregistrements de 4000 itérations se recouvrant à moitié, avec une résolution spectrale de $\Delta f = 0.0086f_0$.

On note tout d'abord la différence d'échelle des trois premiers spectres, avec un facteur de l'ordre de 10 entre deux spectres successifs, mettant en évidence la croissance des instabilités dans la zone de cisaillement.

L'excitation en entrée d'écoulement est aléatoire. Elle s'étend par conséquent sur une large bande spectrale, des basses fréquences jusqu'aux hautes fréquences dissipées par le maillage.

Cependant, à $x/r_0 = 2.3$, très près de l'excitation, on ne distingue nettement que certaines fréquences dans le spectre de la figure 5.8(a). Le profil de vitesse a sélectionné les fréquences les plus instables. On observe en particulier la fréquence la plus amplifiée près de la fréquence fondamentale f_0 du profil en tangente hyperbolique. Sur la figure 5.8(b), à $x/r_0 = 4.4$, la même gamme de fréquences que précédemment prédomine dans le spectre. Néanmoins, l'énergie a été redistribuée vers les premiers sous-harmoniques. Plus en aval du jet, le spectre s'élargit. Il s'enrichit en effet en sous-harmoniques d'ordre inférieur, tandis que des hautes fréquences, liées aux petites structures turbulentes, apparaissent, comme à $x/r_0 = 8.5$ sur la figure 5.8(c). Enfin, on obtient un spectre de turbulence très riche à $x/r_0 = 12.6$ sur la figure 5.8(d). Le spectre est large bande et dominé par des fréquences comprises entre $0.1f_0$ et $0.8f_0$, soit en terme de nombre de Strouhal $0.1 < St < 0.6$. La transition d'un écoulement laminaire à un écoulement turbulent est alors bien avancée.

Spectre de l'énergie cinétique turbulente

Au point situé en $y/r_0 = 1$, $z = 0$ et $x/r_0 = 16.8$, la turbulence est pleinement développée. Le spectre de l'énergie cinétique turbulente $E(k_1)$ est calculé en ce point, et tracé sur la figure 5.9. Il est déduit du spectre temporel $E(f)$, en utilisant l'hypothèse de Taylor de turbulence gelée,⁵ vérifiée quand le temps de convection des structures turbulentes est inférieur à leur temps caractéristique propre, ce qui est le cas dans un jet à Mach 0.9. On utilise ainsi la relation $k_1 = 2\pi f / \bar{u}_1$, où $\bar{u}_1 = 143.6 \text{ m.s}^{-1}$ est la vitesse longitudinale moyenne locale.

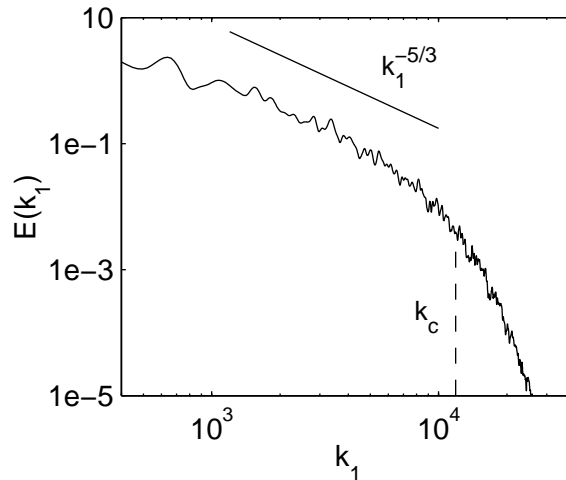


Figure 5.9: Jet rond excité aléatoirement. Spectre de l'énergie cinétique turbulente $E(k_1)$ au point situé en $x = 16.8r_0$, $y = r_0$ et $z = 0$, obtenu en moyennant sur 8 enregistrements de 4000 itérations se recouvrant à moitié, avec une résolution spectrale de $\Delta k_1 = 23.6 \text{ Hz}$. — , pente en $k_1^{-5/3}$; - - - , nombre d'onde de coupure du maillage k_c .

Le nombre d'onde de coupure du maillage k_c est calculé par la formule $k_c = 2\pi/6\Delta_c$, où $\Delta_c = 0.055r_0$ est la taille moyenne de la maille au point considéré. Il correspond au nombre

d'onde maximum pouvant être supporté par le schéma numérique de Tam & Webb. Le spectre $E(k_1)$ chute effectivement au delà de cette valeur k_c .

La coupure par le maillage du spectre de la turbulence a lieu dans la zone inertielle du spectre, zone de transfert de l'énergie des grosses structures vers les structures dissipatives beaucoup plus fines, caractérisée⁵ par une loi spectrale en $k_1^{-5/3}$. Cela constitue une des hypothèses du modèle de sous-maille de Smagorinsky. Les grosses structures turbulentes sont donc bien représentées dans notre simulation des grandes échelles.

Echelles intégrales de longueur de la turbulence

On s'intéresse maintenant aux échelles intégrales de longueur rencontrées dans le jet. Il apparaît expérimentalement que l'évolution de la taille des structures turbulentes est différente dans les trois régions du jet, que sont les couches cisailées de vitesse, la zone immédiatement après le cône potentiel et la zone d'auto-similarité. Avant la fin du cône potentiel, les couches cisailées du jet sont le lieu de croissance des tourbillons. Leur taille s'accroît rapidement et linéairement avec la distance longitudinale, comme l'ont constaté Davies *et al.*²⁵ Après le cône potentiel, ces structures se mélangent sur toute la section du jet, et l'échelle intégrale de longueur tend plutôt à diminuer. Enfin, dans la région d'auto-similarité où la turbulence est pleinement développée, les échelles augmentent de nouveau de manière linéaire, mais leur croissance est plus lente que dans les couches de cisaillement.¹²⁵

On détermine ici les échelles intégrales de longueur de la turbulence sur l'axe du jet à une distance de $x = 16.8r_0$, dans la zone où les lois d'auto-similarité des profils sont vérifiées. Pour cela, on trace sur la figure 5.10 l'évolution des fonctions de Karman et Howarth de corrélation longitudinale $f(r)$ et latérale $g(r)$, calculées au point (x, y, z) à partir des formules suivantes:

$$f(r) = \frac{\overline{u'(x, y, z) u'(x+r, y, z)}}{\overline{u'^2(x, y, z)}^{1/2} \times \overline{u'^2(x+r, y, z)}^{1/2}}$$

$$g(r) = \frac{\overline{u'(x, y, z) u'(x, y+r, z)}}{\overline{u'^2(x, y, z)}^{1/2} \times \overline{u'^2(x, y+r, z)}^{1/2}}$$

Les allures des courbes $f(r)$ et $g(r)$ sont conformes aux résultats expérimentaux, la fonction $g(r)$ prenant en particulier des valeurs négatives à partir d'une certaine distance.

Les échelles intégrales obtenues à partir des fonctions $f(r)$ et $g(r)$ sont égales respectivement à $L_f = 0.62r_0$ et $L_g = 0.29r_0$. Le rapport entre les deux longueurs intégrales est donc de $L_f/L_g = 2.14$. Cette valeur est semblable à la valeur déterminée expérimentalement par Wignanski & Fiedler¹²⁵ sur l'axe d'un jet dans sa région auto-similaire, rappelée dans le tableau 5.2. On note de plus que dans le cas d'une turbulence homogène isotrope, le rapport L_f/L_g est égal à 2. Le champ turbulent pleinement développé observé après $x = 15r_0$ possède donc des propriétés relativement proches de celles de la turbulence isotrope.

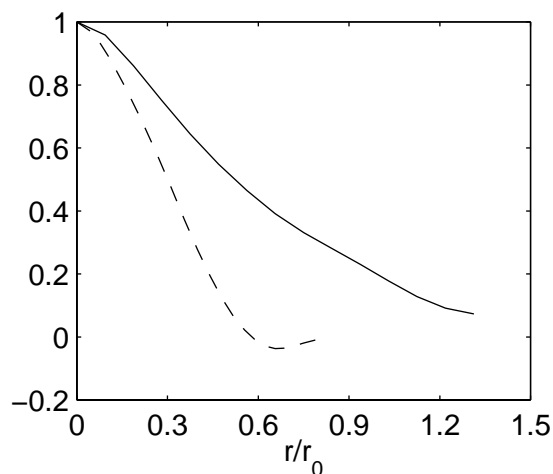


Figure 5.10: Jet rond excité aléatoirement. Evolution des fonctions de corrélation longitudinale et latérale de la turbulence, calculées en $x = 16.8r_0$ et $y = z = 0$: — , $f(r)$; - - - , $g(r)$.

L_f/x	L_g/x	L_f/L_g	Référence
0.0385	0.0157	2.43	Wyganski & Fiedler (1969)
0.037	0.017	2.14	Présent calcul

Tableau 5.2: Echelles intégrales de longueur mises en évidence dans les jets.

Wyganski & Fiedler¹²⁵ ont également montré que les rapports L_f/x et L_g/x sont constants en raison de la croissance linéaire des longueurs intégrales. Les rapports trouvés dans notre cas sont en bon accord avec les données expérimentales. Le champ de turbulence calculé par la LES est donc validé aussi bien en terme d'intensité turbulente que d'échelles de longueurs, des corrélations en un et deux points respectivement.

Profils de viscosité turbulente

On montre enfin les valeurs que prend la viscosité turbulente dans nos calculs. Le rapport entre la viscosité turbulente et la viscosité moléculaire est représenté sur les figures 5.11(a) et (b), sur l'axe du jet et au niveau de la zone cisailée de vitesse. En moyenne, il ne dépasse pas une valeur de 10, mais ponctuellement il peut atteindre une valeur de l'ordre de 15. Ce rapport est relativement modéré comparé aux rapports qui peuvent être rencontrés sur des calculs LES utilisant des maillages plus grossiers.¹⁵ Dans notre simulation en effet, le maillage est très raffiné dans la région aérodynamique. On réduit ainsi le risque de voir le modèle de sous-maille être mis en défaut ou produire un bruit parasite, qui pourrait se révéler gênant dans l'optique du calcul direct du champ acoustique rayonné.

5.2.4 Rayonnement acoustique

Le champ aérodynamique du jet excité aléatoirement présentant des caractéristiques aérody-

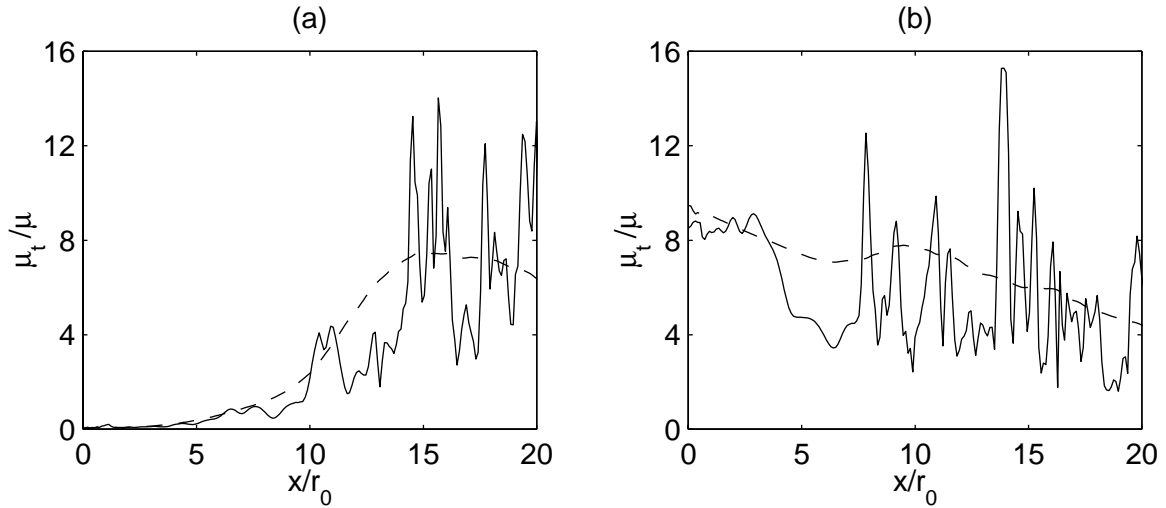


Figure 5.11: Jet rond excité aléatoirement. Profils du rapport entre la viscosité turbulente et la viscosité moléculaire, obtenus: (a), sur l'axe du jet; (b), au niveau de la zone cisailée en $y = r_0$ et $z = 0$. - - -, valeur moyenne; ———, valeur instantanée.

namiques en très bon accord avec les jets expérimentaux se développant naturellement, on s'intéresse maintenant au champ acoustique calculé par LES, afin d'évaluer si l'on est capable d'obtenir directement le rayonnement sonore du jet.

Champ de dilatation

On représente, sur la figure 5.12, le champ de dilatation $\Theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$ déterminé par LES, qui traduit uniquement les fluctuations de nature compressible. La dilatation est en effet associée à la pression acoustique en dehors du jet, où la vitesse moyenne est négligeable, par la relation:

$$\Theta = \nabla \cdot \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Elle correspond dans ce cas à la dérivée temporelle de la pression acoustique. Son utilisation permet donc d'éliminer le champ moyen de pression, ainsi que d'éventuelles oscillations très basses fréquences.

Des fronts d'onde apparaissent clairement, sous la forme d'arcs circulaires étendus sur des secteurs angulaires de plusieurs dizaines de degrés. Ils semblent provenir principalement d'une origine située vers $x = 11r_0$, à l'endroit où les structures tourbillonnaires les plus grosses se mélangent. On observe donc que les sources acoustiques prépondérantes dans un jet subsonique se trouvent à la fin du cône potentiel, comme l'ont montré les expériences de localisation de sources acoustiques de Chu & Kaplan¹⁸ et de Juvé *et al.*,⁵³ ainsi que la récente DNS de Freund.³⁴ On constate de plus que l'excitation du jet en entrée d'écoulement, ainsi que la sortie des structures turbulentes du domaine de calcul, ne produisent pas de rayonnement acoustique significatif. Le rayonnement produit par le jet est enfin plus prononcé dans la direction aval, à l'image des directivités des jets expérimentaux.

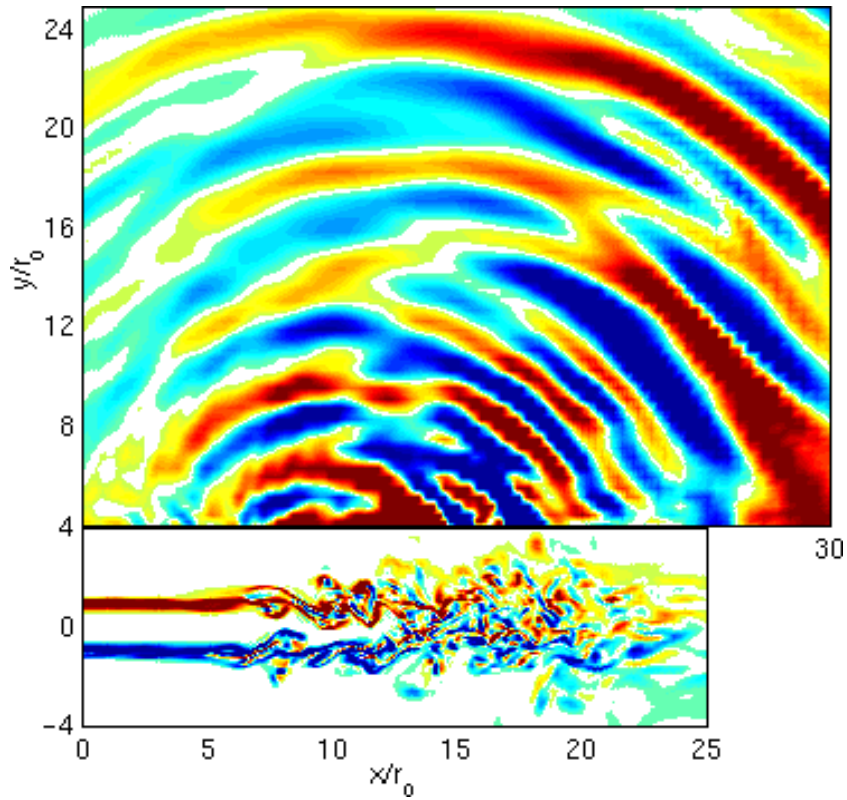


Figure 5.12: Jet rond excité aléatoirement. Représentation du champ de dilatation en haut, et de vorticité en bas. Les niveaux de dilatation vont de -90 à 90 s^{-1} , les niveaux de vorticité sont identiques à ceux de la figure 5.3.

Analyse des signaux acoustiques

Afin de déterminer les niveaux du champ sonore généré par le jet, les signaux de pression et de dilatation sont enregistrés en différents points le long des frontières du domaine de calcul, en champ acoustique lointain. On représente ainsi sur les figures 5.13(a) et (b) les signaux obtenus, pendant 4000 itérations, au point défini par $x = 10r_0$, $y = 24r_0$ et $z = 0$.

Comme prévu, le signal de dilatation fait ressortir les ondes hautes fréquences. Le signal de pression présente quant à lui des oscillations très basses fréquences dont les amplitudes sont très importantes, apparemment supérieures aux oscillations physiques. Le cas de la couche de mélange 2-D avait également montré des oscillations basses fréquences, néanmoins moins fortes, voir la figure 4.16. On peut supposer que c'est la différence entre les deux zones éponges qui explique ce phénomène. Dans l'étude du jet, la zone éponge n'est construite que sur 40 points, avec une taille maximum des mailles dans la direction longitudinale qui autorise des réflexions très basses fréquences en sortie de domaine.

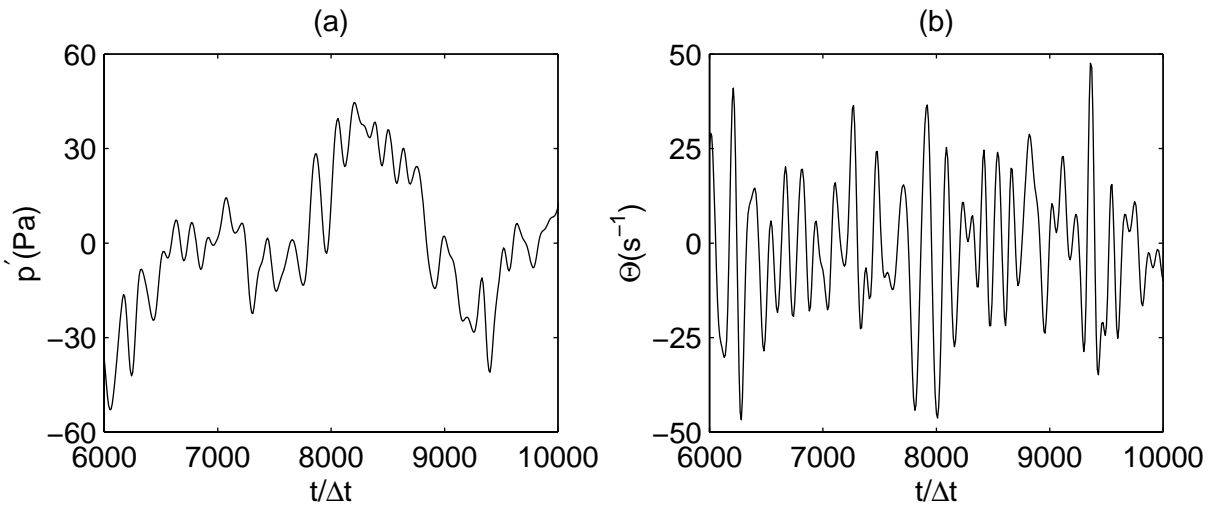


Figure 5.13: Jet rond excité aléatoirement. Evolution temporelle au point situé en $x = 10r_0$, $y = 24r_0$ et $z = 0$, sur 4000 itérations, des signaux: (a), de pression; (b), de dilatation.

On calcule alors le spectre acoustique en ce point, directement à partir du signal de pression ou en utilisant le signal de dilatation. Dans ce dernier cas, on déduit le spectre de pression du spectre de dilatation en appliquant la relation entre la pression acoustique et la dilatation, qui s'écrit dans l'espace de Fourier:

$$p(f) = \frac{\rho_0 c_0^2}{2\pi f} \Theta(f)$$

La figure 5.14(a) superpose les deux spectres ainsi calculés. Ils sont identiques, exceptés quelques écarts pour les très basses et les très hautes fréquences. L'utilisation des champs de pression ou de dilatation en champ acoustique est équivalente en terme de précision. La dilatation ne rendant compte que des informations de nature compressible, la pression n'est donc composée que de perturbations acoustiques, même pour les très basses fréquences.

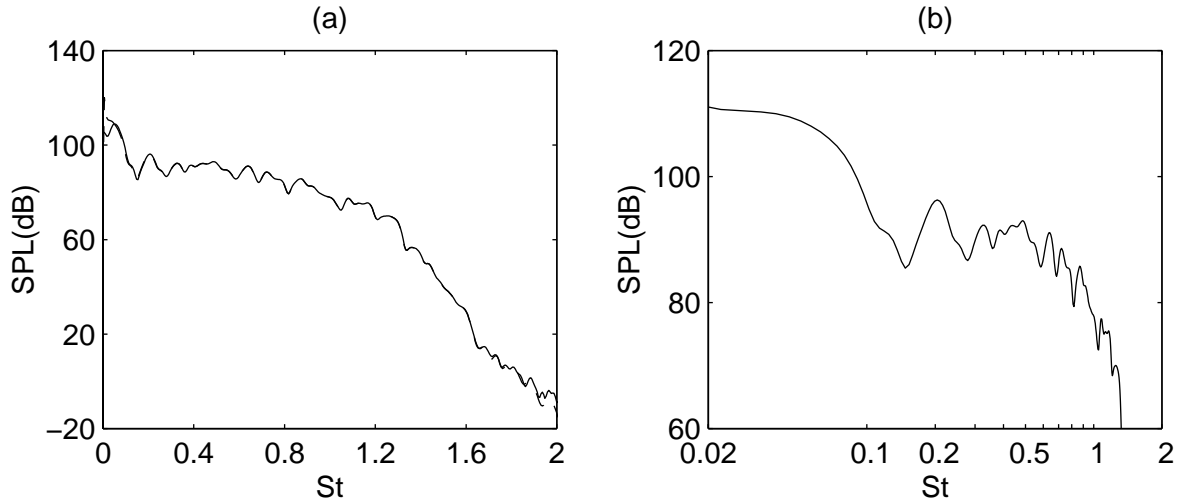


Figure 5.14: Jet rond excité aléatoirement. Spectre sonore au point défini sur la figure 5.13, obtenu en moyennant sur 8 enregistrements de 4000 itérations se recouvrant à moitié. Représentation: (a), en échelle linéaire, ———, calcul à partir du signal de pression, - - -, à partir du signal de dilatation. (b), en échelle logarithmique. Résolution spectrale de $\Delta St = 0.057$.

Le problème lié aux oscillations basses fréquences de la pression est aussi illustré par la figure 5.14(b), qui utilise une échelle logarithmique. Le spectre présente une brusque remontée pour $St \simeq 0.1$ vers les basses fréquences. Ce phénomène est également présent dans les études de Zhang *et al.*¹²⁹ et de Shieh & Morris⁹⁹ portant sur le calcul du bruit émis par une cavité en présence d'un écoulement. Le changement de comportement du spectre est néanmoins nettement visible, et pour $0.15 < St < 0.7$, le spectre apparaît sous la forme d'un spectre de jet classique avec un pic vers $St \simeq 0.2$. On note qu'il chute pour un nombre de Strouhal supérieur à une valeur de 0.7, avant la fréquence de coupure du maillage qui se situe vers $St \simeq 1.2$.

Directivité du rayonnement acoustique

On suppose, à l'image de Zhang *et al.*,¹²⁹ que l'on peut distinguer la partie physique du spectre de la partie basse fréquence non physique. Pour calculer les niveaux sonores, le spectre acoustique est intégré à partir d'un nombre de Strouhal de $St = 0.15$. Le rayonnement des jets expérimentaux étant surtout marqué pour $0.2 < St < 0.5$,^{53,80,105} la partie physique basse fréquence du champ acoustique négligée de cette manière n'est pas prépondérante en terme de contribution sonore. Le niveau sonore déterminé est donc très proche du niveau sonore qui serait obtenu en intégrant tout le spectre physique.

Les niveaux sonores sont calculés à une distance de $60r_0$ des sources acoustiques situées en $x = 11r_0$, en appliquant une décroissance en $1/r$ du champ acoustique obtenu aux différents points d'enregistrement. La directivité du champ sonore est alors donnée par la figure 5.15(a).

M	Re_D	Référence
0.9	5.4×10^5	Mollo-Christensen, Kolpin & Martucelli (1964)
0.88	5×10^5	Lush (1971)
0.9	3600	Stromberg, McLaughlin & Troutt (1980)
0.9	6.5×10^4	Présent calcul

Tableau 5.3: Caractéristiques des jets expérimentaux dont les rayonnements sonores sont comparés au rayonnement déterminé par notre simulation.

On constate que le niveau sonore est maximum pour un angle de 40° environ. Il diminue quand on se rapproche de l'axe du jet, ce qui peut s'expliquer par les effets de réfraction des ondes acoustiques par l'écoulement. Le champ acoustique est très marqué en aval sur ce diagramme de directivité. En effet, les niveaux sonores en amont, pour des angles supérieurs à 90° , sont inférieurs d'au moins 10 dB à la valeur maximale relevée en aval.

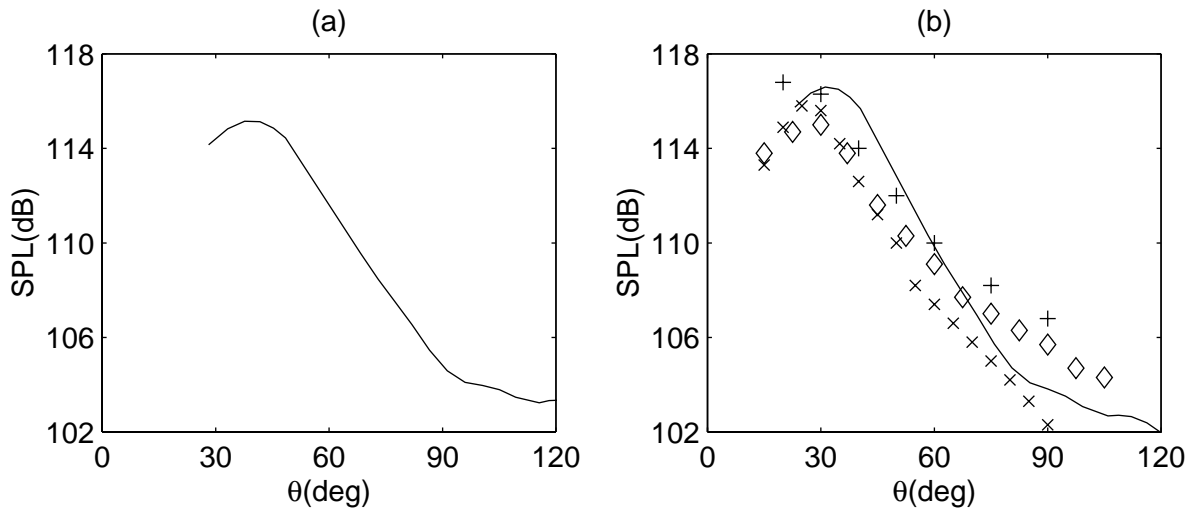


Figure 5.15: Jet rond excité aléatoirement. Niveaux sonores obtenus à une distance de $60r_0$: (a), de la fin du cône potentiel en $x = 11r_0$; (b), de la sortie de buse. Rayonnements expérimentaux des jets à Mach 0.9 de +, Mollo-Christensen *et al.*⁸⁰; x, et de Stromberg *et al.*¹⁰⁵; et \diamond , du jet à Mach 0.88 de Lush.⁶⁸

Afin de comparer ces résultats directement aux mesures expérimentales repérées par rapport à la sortie de la buse, les niveaux dans notre étude sont aussi calculés à une distance de $60r_0$ à partir de la sortie de la buse, en utilisant toujours une décroissance du rayonnement acoustique en $1/r$ depuis la région source. Ils sont représentés sur la figure 5.15(b), en compagnie des données expérimentales correspondant aux jets à Mach 0.9 de Mollo-Christensen *et al.*⁸⁰ et de Stromberg *et al.*,¹⁰⁵ et à Mach 0.88 de Lush,⁶⁸ dont les caractéristiques sont regroupées dans le tableau 5.3.

On constate que le champ sonore fourni par LES est conforme à l'expérience, en terme

de niveaux, de directivité, et de contenu spectral. Malgré le problème associé aux oscillations basses fréquences, le rayonnement acoustique du jet a été correctement calculé. Les mécanismes de génération de bruit sont donc bien décrits dans notre simulation numérique. Ceux-ci semblent en particulier être relativement indépendants du nombre de Reynolds, étant donné les similitudes des rayonnements acoustiques de jets à des nombres de Reynolds très différents. L'étude des sources de bruit dans un jet est par conséquent maintenant possible en utilisant la LES.

5.3 Etude du jet excité aux fréquences f_0 et $f_0/2$

La simulation du jet se développant naturellement a montré que l'on est capable de déterminer par LES le champ acoustique rayonné par la turbulence avec une grande précision. Il est donc maintenant naturel d'utiliser cette méthode pour étudier les différents mécanismes de génération de bruit dans les jets. La démarche consiste, à l'exemple de la démarche expérimentale, à exciter les jets selon des modes bien particuliers, afin d'isoler les phénomènes turbulents dont on veut évaluer le rayonnement sonore. Dans cette partie, on s'intéresse au bruit produit par l'appariement de tourbillons annulaires (vortex ring). On souhaite mettre en évidence les caractéristiques de ce bruit d'appariement, à l'image de ce qui a été développé en 2-D dans le cas de la couche de mélange. Le jet est pour cela excité selon le mode axisymétrique, à la fréquence fondamentale de la couche cisailée et à son premier sous-harmonique, pour organiser son développement tourbillonnaire.

5.3.1 Maillage

Le maillage, représenté sur la figure 5.16, est composé de $127 \times 177 \times 127$ points avec une discrétisation de 28 points dans la demi-largeur du jet. Il est construit de façon similaire au maillage utilisé dans le cas du jet pleinement développé. Il est cependant plus raffiné dans le jet afin de calculer le plus précisément possible les tourbillons annulaires, et la zone éponge débute plus tôt dans la direction longitudinale juste en aval du premier appariement.

Dans les directions perpendiculaires à l'écoulement, la discrétisation spatiale est la plus fine au niveau des zones cisillées avec un pas de $\Delta_0 = 5 \times 10^{-5}$ m. Les mailles sont étirées dans le jet à un taux de 3%, et en dehors à des taux de 5% puis de 10% pour atteindre $\Delta y_{max} = 0.44r_0$ au niveau des frontières latérales. Cette discrétisation permet de propager des ondes acoustiques pour des fréquences jusqu'à $1.5f_0$. Dans la direction longitudinale, la maillage est uniforme sur les 87 premiers points avec $\Delta x = 3\Delta_0$. Les mailles sont étirées sur les 26 points suivants, à partir de $x = 8r_0$, à un taux de 7.5%. Leur taille est ensuite constante sur les 14 derniers points où $\Delta x_{max} = 0.6r_0$.

La zone éponge commence donc en $x = 8r_0$ avec l'accroissement de la taille des mailles, qui s'accompagne de l'introduction du terme de dissipation des fluctuations (2.3) de la même manière que dans l'étude précédente. Sa valeur croît sur les 26 points où les mailles sont étirées

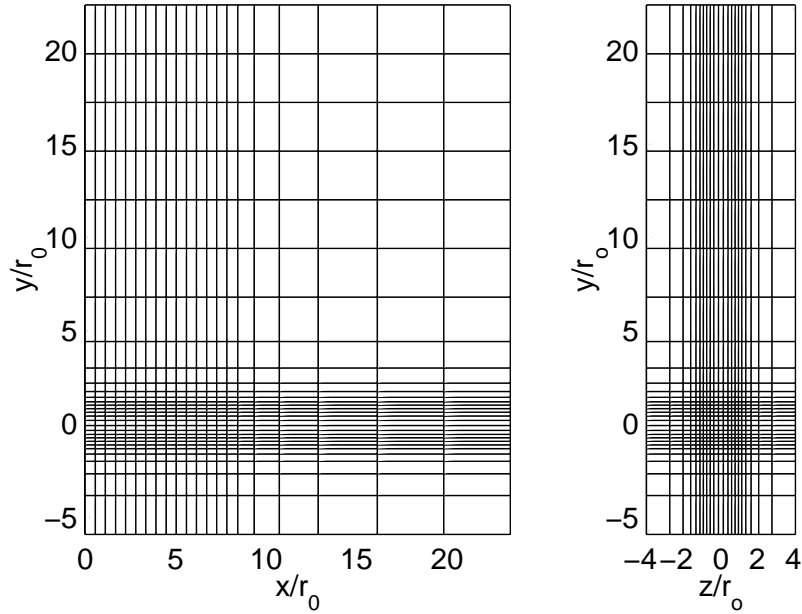


Figure 5.16: Maillage utilisé dans le cas du jet excité à la fréquence fondamentale et au premier sous-harmonique. Représentation d'un point sur six dans les trois directions.

avec $\beta = 1.5$ et $\sigma_{max} = 0.04$, puis est constante sur les derniers points. La pondération latérale utilisée est également identique, elle est en particulier nulle pour $r > 4.5r_0$. Le maillage physique s'étend donc seulement jusqu'à $x = 8r_0$ dans la région aérodynamique, mais jusqu'à $x = 24r_0$ au niveau du champ acoustique.

Le pas de temps est donné par l'expression $\Delta t = 0.7\Delta_0/c_0$. La viscosité sélective n'est ici appliquée qu'une seule fois par itération, avec un nombre de Reynolds du schéma de $R_s = 5$. La simulation se déroule pendant 12000 itérations temporelles. Le temps de calcul total correspond à $40 T_p$, où $T_p = 300\Delta t$ est la période d'appariement des tourbillons. La simulation a duré 25 heures CPU sur un CRAY C-98, pour un temps de calcul par point et par itération de $2.6\mu s$.

5.3.2 Excitation

Afin d'obtenir un développement des tourbillons annulaires dans le jet, le mode d'excitation doit être uniquement axisymétrique. Les fluctuations de vitesse ajoutées en entrée d'écoulement sont donc directement déduites du tourbillon élémentaire (Ux_0, Ur_0) défini dans la section 5.2.2.

On souhaite contrôler les appariements des tourbillons annulaires, ce qui nous amène à exciter le jet à la fréquence fondamentale f_0 de la couche cisailée de vitesse et au premier sous-harmonique $f_1 = f_0/2$. Cette stratégie est analogue à celle utilisée dans le cas de la couche de mélange dans le chapitre précédent. Les perturbations de vitesse introduites à chaque itération

temporelle peuvent donc s'écrire sous la forme suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_x = u_x + \sum_{n=0}^1 \alpha_n \cos(2\pi f_n t + \phi_n) U_{x0} U_j \\ u_r = u_r + \sum_{n=0}^1 \alpha_n \cos(2\pi f_n t + \phi_n) U_{r0} U_j \\ u_\theta = u_\theta \end{array} \right.$$

où α_n et ϕ_n sont les amplitudes et les phases associées à chacune des deux fréquences. On rappelle ici que la fréquence fondamentale f_0 correspond à un nombre de Strouhal de $St = 0.68$. La longueur d'onde acoustique à cette fréquence est de $\lambda_0 = 3.3r_0$.

5.3.3 Développement aérodynamique

Les paramètres de l'excitation aux deux fréquences f_0 et f_1 sont fixés à $\alpha_0 = 0.0036$ et $\alpha_1 = 0.0012$ pour les amplitudes, et à $\phi_0 = 0$ et $\phi_1 = \pi/2$ pour les phases, pour donner le développement tourbillonnaire de la figure 5.17. Cette figure présente le champ de vorticité ω_{xy} obtenu dans le plan Oxy .

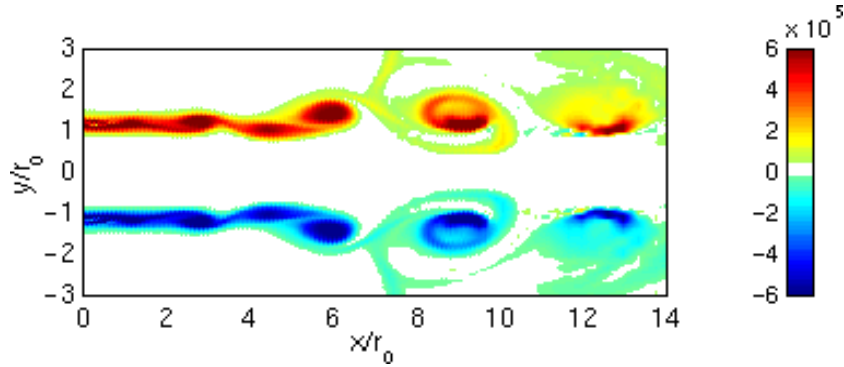


Figure 5.17: Jet rond excité à f_0 et $f_0/2$. Représentation de la vorticité ω_{xy} dans le plan $z = 0$.

Le jet se développe de manière axisymétrique, avec l'apparition de tourbillons annulaires dans la zone de cisaillement. Ces derniers s'apparient à une position fixe proche de $x = 4.5r_0$, tous les $T_p = 1/f_p$, à une fréquence $f_p = f_0/2$. On note que les tourbillons alors obtenus sont rapidement dissipés dans la zone éponge, à partir de $x = 8r_0$, interdisant d'éventuelles interactions comme d'autres appariements par exemple. Les paramètres de notre simulation numérique ont ainsi permis d'isoler la source de bruit associée aux appariements successifs de tourbillons imposés par notre excitation.

La figure 5.18 présente le champ de vorticité ω_{xy} à quatre instants successifs séparés de $T_p/4$, et décrit en détail la phase d'appariement de deux tourbillons annulaires dans un jet circulaire. On peut suivre l'évolution des deux structures en train de fusionner, et notamment l'accélération

du second tourbillon qui passe à l'intérieur du premier dans une région de vitesse élevée, et qui est alors déformé de manière importante. Ce développement aérodynamique est conforme à ceux obtenus à partir des simulations axisymétriques de Mitchell *et al.*⁷⁸ ou encore de Soh.¹⁰²

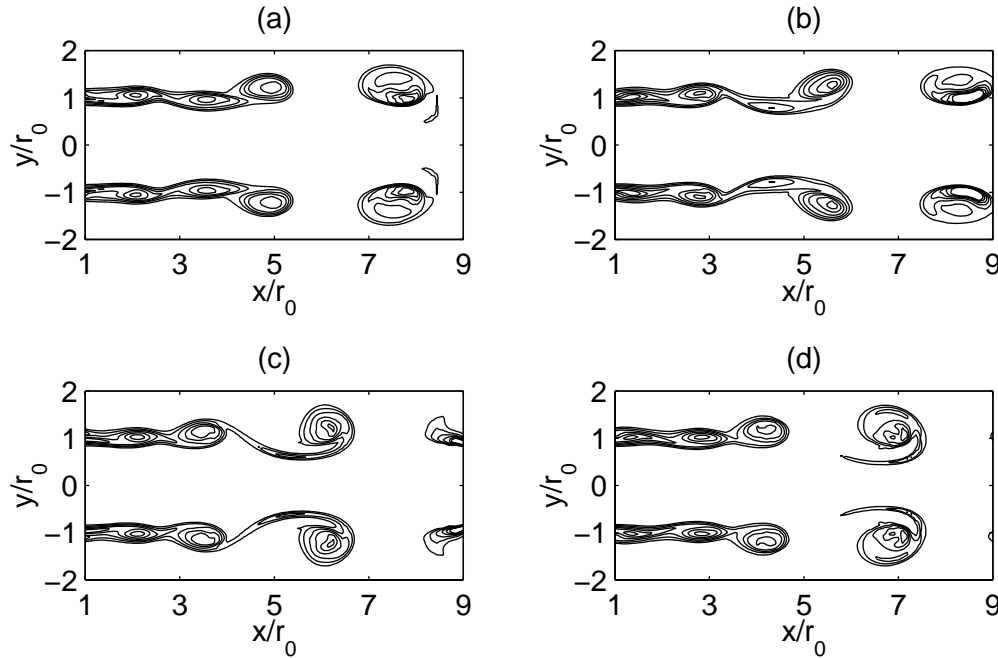


Figure 5.18: Jet rond excité à f_0 et $f_0/2$. Représentation de la vorticité ω_{xy} dans le plan $z = 0$ à quatre instants séparés de $T_p/4$. Les isocontours de vorticité sont de $[2, 3, 4, 5, 6, 7] \times 10^5 \text{ s}^{-1}$.

On peut de plus évaluer la vitesse de convection des structures turbulentes. Les tourbillons se déplacent en moyenne d'une distance de r_0 pendant la durée $T_p/4$, ce qui définit une vitesse de convection U_c de $4r_0/T_p$, soit $U_c \simeq 0.6c_0$. On retrouve la vitesse de convection des structures cohérentes de $2/3 \times U_j$ observée expérimentalement dans les jets circulaires.

5.3.4 Rayonnement acoustique

Le champ de dilatation $\Theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$ déterminé directement par LES est représenté sur la figure 5.19. On observe des fronts d'onde qui proviennent du lieu des appariements de tourbillons vers $x = 4.5r_0$. La longueur d'onde la plus marquée de ce rayonnement correspond à la fréquence des appariements, avec $\lambda_p = 6.6r_0$. L'excitation du jet introduite en entrée produit un rayonnement non négligeable, dû à la cohérence du type d'excitation utilisée. Le champ parasite généré est cependant faible comparé au champ sonore produit par les appariements, et il se manifeste principalement dans la direction perpendiculaire au jet, près de la frontière amont, en raison des effets de réfraction des ondes par l'écoulement. On constate aussi que les frontières du domaine de calcul n'ont pas créé d'ondes réfléchies d'amplitude notable.

Le rayonnement acoustique s'annule pour un angle proche de 80° , avec un changement de phase. Cette directivité particulière est attribuée au rayonnement d'une source quadrupolaire

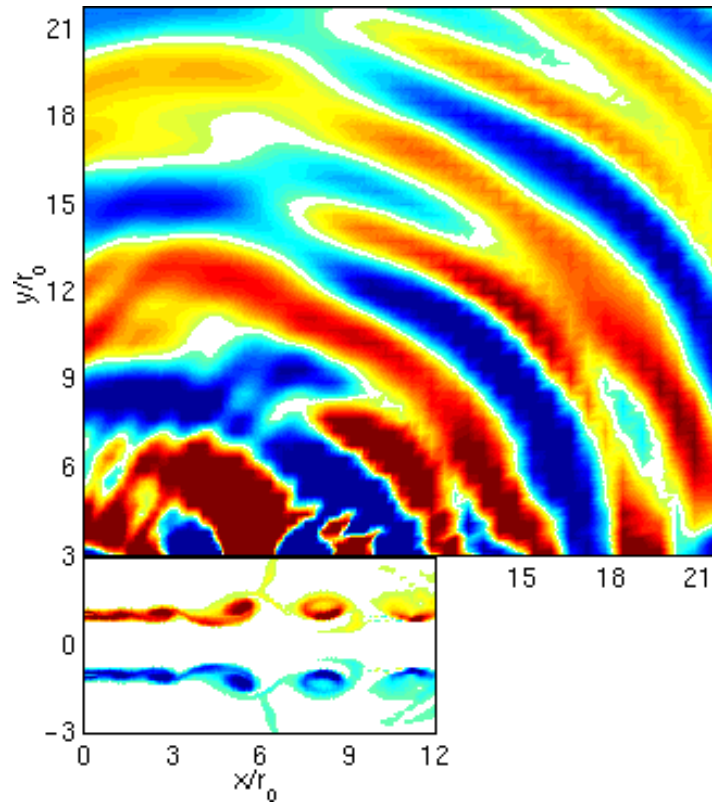


Figure 5.19: Jet rond excité à f_0 et $f_0/2$. Représentation de la vorticité au niveau du jet et de la dilatation ailleurs. Les niveaux de vorticité sont ceux définis pour la figure 5.17. Les niveaux de dilatation vont de -90 à 90 s^{-1} .

axisymétrique. Elle a été étudiée analytiquement dans le cas d'une source compacte radialement. Bridges & Hussain¹⁶ ont notamment repris les développements menés par Möhring pour illustrer son analogie⁷⁹ à partir de cette source aérodynamique. Citons également les travaux de Bastin⁷ qui conduisent au même résultat à partir de l'analogie de Lighthill. La directivité d'une source quadrupolaire, axisymétrique et compacte dans la direction radiale, est ainsi donnée théoriquement par la fonction $3 \cos^2(\theta) - 1$, permettant de prédire deux annulations du champ sonore pour des angles de 55° et de 125° . La première mise en évidence expérimentale de ce type de source a été réalisée par Bridges & Hussain,¹⁶ qui ont excité un jet à Mach 0.08 à l'aide de fréquences pures pour trouver un angle d'extinction du rayonnement sonore vers 70° . Depuis, il a été retrouvé dans des simulations numériques axisymétriques, par Bastin⁷ pour un jet à Mach 0.58 et par Mitchell *et al.*⁷⁸ pour des jets à Mach 0.4 et Mach 0.8. Dans ces deux études, les angles d'extinction du champ sonore sont compris entre 60° et 70° .

Dans notre étude, le rayonnement sonore est nul pour un angle proche de 80° . L'écart avec l'angle théorique et les autres résultats expérimentaux et numériques peut s'expliquer par les caractéristiques de notre jet. Tout d'abord, la source n'est pas suffisamment compacte dans la direction radiale puisque la longueur d'onde acoustique est seulement égale à trois fois le diamètre du jet. Pour illustrer l'influence du rapport λ_p/D sur le schéma d'interférences, le modèle de deux quadrupôles tournants contrarotatifs développé dans l'annexe C est appliqué avec les paramètres de notre jet. L'angle d'extinction du rayonnement, égal à 45° quand la source est compacte, prend une valeur de 70° environ pour $\lambda_p/D = 3.3$. Si ce modèle décrit de manière imparfaite la source axisymétrique associée à l'appariement de deux tourbillons annulaires, il montre néanmoins les effets de la non compacité de la source sur l'angle d'extinction en donnant une idée de son décalage dans la direction amont. La vitesse de notre jet est également assez élevée, avec un nombre de Mach de 0.9. On peut s'attendre à ce que l'écoulement modifie significativement la propagation des ondes acoustiques par des effets de réfraction. Enfin, le rayonnement parasite produit par l'excitation peut être évoqué, car il se manifeste de manière plus sensible au niveau de l'angle d'extinction où les amplitudes des ondes acoustiques sont faibles.

La figure 5.20(a) trace l'évolution temporelle de la dilatation au point situé en $x = 20r_0$, $y = 22r_0$ et $z = 0$, pendant 4000 itérations. Le signal est périodique de période T_p , confirmant que les mêmes appariements de tourbillons se reproduisent tous les T_p .

Le spectre acoustique calculé au point précédent est présenté sur la figure 5.20(b). On retrouve un spectre de raies aux fréquences multiples de $f_0/2$. La contribution de la fréquence $f_0/2$ est prépondérante, elle est supérieure de 10 dB environ à celle de la fréquence f_0 . Le spectre possède également une composante très basses fréquences significative. Néanmoins, dans le cas d'un jet excité, le spectre physique composé de raies est nettement séparé de la partie associée aux oscillations basses fréquences. Il suffit donc d'intégrer le spectre acoustique depuis

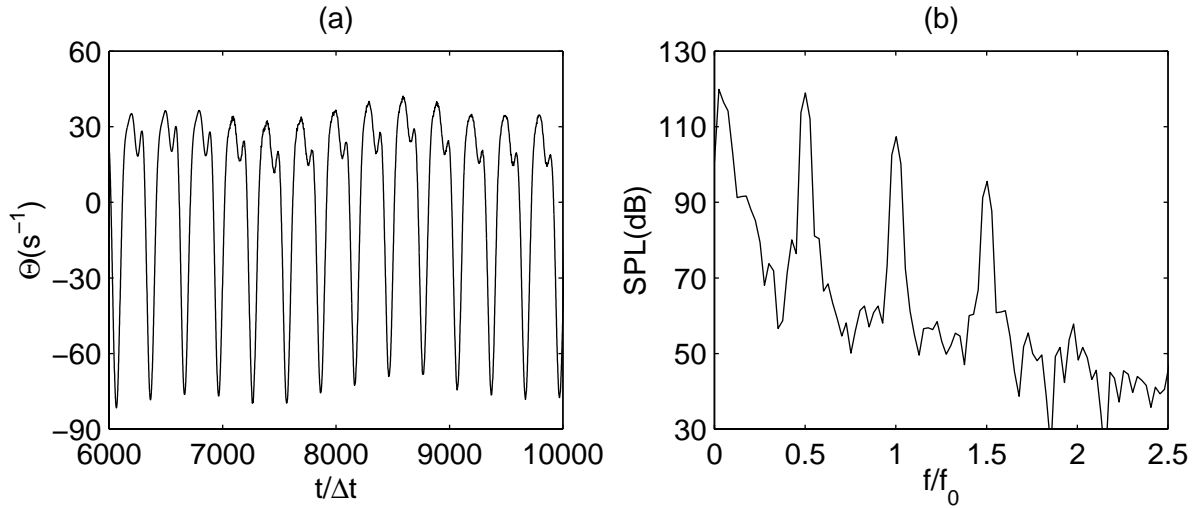


Figure 5.20: Jet rond excité à f_0 et $f_0/2$. (a), évolution temporelle de la dilatation enregistrée au point $x = 20r_0$, $y = 22r_0$ et $z = 0$ pendant 4000 itérations. (b), spectre acoustique calculé à partir du signal de pression au point précédent. La résolution spectrale est de $\Delta f = 0.0251f_0$.

une fréquence de $f = 0.25f_0$ pour obtenir le niveau sonore global.

La directivité du rayonnement acoustique est illustrée sur la figure 5.21, en prenant pour origine le lieu des appariements des tourbillons, soit $x/r_0 = 4.5$ et $y = z = 0$. Les niveaux sonores fournis par la LES sont extrapolés à une distance de $60r_0$, afin d'être comparés aux niveaux déterminés par l'étude du jet excité aléatoirement. Dans ce dernier cas, l'origine est prise à la fin du cône potentiel où se trouvent les sources de bruit.

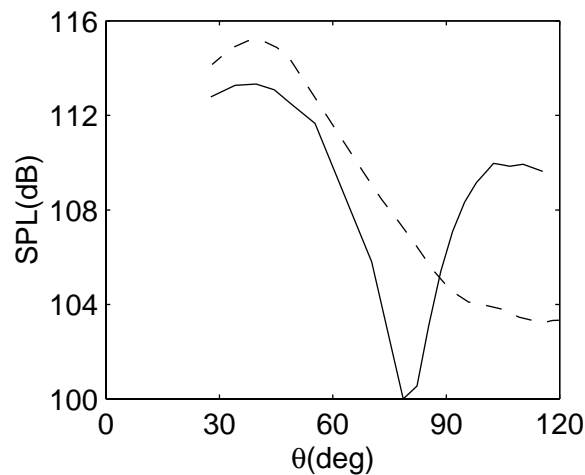


Figure 5.21: Jet rond excité à f_0 et $f_0/2$. — , niveaux sonores à une distance de $60r_0$ de la région des appariements. - - - , rayonnement du jet excité aléatoirement calculé à $60r_0$ de la fin du cône potentiel.

La directivité du champ sonore produit pas les appariements de tourbillons annulaires est

typique des sources quadrupolaires axisymétriques, avec un angle d'extinction proche de 80° . On ne la retrouve pas dans le cas du jet présentant un développement aérodynamique naturel. Néanmoins, pour des angles inférieurs à 60° , les deux courbes de directivité sont similaires, et possèdent un même maximum vers 40° . Cet accord peut s'expliquer par les effets de réfraction qui sont identiques dans les deux cas. Les niveaux calculés pour le jet excité à f_0 et $f_0/2$ ne sont ici inférieurs que de 2 dB aux niveaux du jet excité aléatoirement. Pour des angles supérieurs à 60° , les deux directivités sont par contre nettement différentes, avec des niveaux en amont qui sont de l'ordre de 6 dB plus forts dans le cas du jet se développant naturellement.

Les appariements de tourbillons purement axisymétriques ne constituent donc pas le mécanisme de génération sonore prépondérant dans les jets. Cependant, quand ils se produisent à une fréquence comprise dans la gamme de fréquences privilégiées du rayonnement acoustique, dans notre étude à un nombre de Strouhal de $St = 0.34$, le champ sonore en aval est semblable en terme de niveau et de directivité au champ obtenu pour un jet naturel. Ceci semble indiquer que le rayonnement sonore des jets est quand même produit par appariement de structures tourbillonnaires, à la fin du cône potentiel, quand les fluctuations de vitesse sont caractérisées par des nombres de Strouhal $0.2 < St < 1.5$

Cette étude pourrait se prolonger avec l'étude du bruit d'appariements de tourbillons annulaires intervenant pour des nombres de Strouhal plus élevés, afin de mettre en évidence la loi d'évolution du niveau sonore en fonction de la fréquence associée aux tourbillons.

5.4 Conclusion

Ce chapitre est consacré à la simulation des grandes échelles d'un jet circulaire possédant un nombre de Mach de 0.9 et un nombre de Reynolds de 6.5×10^4 . L'étude réalisée est complète en ce sens qu'elle traite aussi bien des propriétés aérodynamiques que du rayonnement sonore du jet.

On s'est attaché dans un premier temps à étudier le jet en lui imposant un développement naturel, à l'aide d'une excitation aléatoire en entrée. Les caractéristiques aérodynamiques calculées pour les champs moyens de vitesse et la turbulence sont en très bon accord avec les données expérimentales ou numériques concernant des jets subsoniques. Le rayonnement acoustique du jet a été également directement déterminé par LES. Les sources acoustiques se situent principalement à la fin du cône potentiel, comme il a été constaté expérimentalement. Le champ sonore présente des oscillations basses fréquences, que l'on peut distinguer du rayonnement physique, car elles ne recouvrent pas la gamme de fréquences $0.1 < St < 0.5$ du rayonnement classique des jets. Le rayonnement acoustique est ainsi conforme aux résultats expérimentaux trouvés pour des jets de nombres de Mach similaires, en terme de directivité, de niveaux et de spectre. Ceci valide l'application de la LES à des écoulements libres dans le but de déterminer directement le bruit produit par la turbulence.

De plus, on dispose maintenant d'un outil numérique intéressant pour étudier les différents mécanismes de génération de bruit. Les jets peuvent ainsi être excités pour isoler les phénomènes turbulents, suivant une démarche utilisée expérimentalement. Dans ce chapitre, le bruit d'appariements de tourbillons annulaires a été étudié en excitant le jet selon le mode axisymétrique, à la fréquence fondamentale de la zone cisailée et à son premier sous-harmonique. Le rôle du bruit d'appariements de ces structures simples a pu être discuté. Les propriétés d'une source quadrupolaire axisymétrique ont en particulier été retrouvées avec un angle d'extinction du champ acoustique pour un angle proche de 80° , qui n'est en général pas observé pour un jet se développant naturellement. Il serait donc intéressant d'étudier le bruit produit par d'autres types de structures susceptibles de donner lieu à des appariements, comme les structures tourbillonnaires non axisymétriques, pour mettre en évidence de nouvelles sources sonores.

Conclusion

Conclusion générale

Ce document présente la mise en œuvre du calcul direct du rayonnement acoustique produit par des écoulements libres à partir des équations de Navier-Stokes, depuis le développement d'un code de simulation des grandes échelles spécialement adapté à l'aéroacoustique, jusqu'à la simulation d'un jet rond tridimensionnel. La faisabilité et la précision de la démarche sont évaluées grâce à l'étude de différentes configurations. Les applications possibles de la méthode sont également explorées, comme par exemple l'identification des sources de bruit d'origine aérodynamique ou la validation de méthodes hybrides de calcul du bruit.

Afin d'obtenir un champ acoustique directement exploitable par résolution des équations de Navier-Stokes, le point de départ de ce travail a été la construction d'un code 2D/3D nommé ALESIA (pour Appropriate Large Eddy SIMulation for Aeroacoustics) utilisant des techniques numériques propres au calcul aéroacoustique. Les méthodes numériques ont été systématiquement soumises à l'épreuve de cas tests acoustiques afin de s'assurer de leur efficacité à traiter les ondes acoustiques avec une grande précision. Ces validations, et en particulier celles concernant les conditions aux limites, sont indispensables dans l'optique du calcul direct du rayonnement. Le modèle de sous-maille de Smagorinsky est également intégré dans le code ALESIA, pour permettre la réalisation de simulation des grandes échelles (LES). L'intérêt de la LES est double dans notre cas. D'une part, elle autorise l'étude d'écoulements pour des nombres de Reynolds plus élevés qu'une simulation numérique directe (DNS) et constitue en cela une méthode de simulation d'avenir. D'autre part, elle calcule les plus grosses structures de la turbulence, qui sont principalement responsables de la génération de bruit.

Le code ALESIA a été utilisé pour étudier deux écoulements libres cisailés: une couche de mélange bidimensionnelle entre deux fluides de vitesse 50 et 100 m.s⁻¹, pour un nombre de Reynolds de $Re_\omega = 5333$, et un jet rond tridimensionnel caractérisé par un nombre de Mach de 0.9 et un nombre de Reynolds de $Re_D = 6.5 \times 10^4$. Les propriétés aérodynamiques de leurs développements naturels, obtenus à l'aide d'une excitation aléatoire, sont en très bon accord avec

les données expérimentales de la littérature, aussi bien au niveau du champ moyen de vitesse, que des propriétés des fluctuations turbulentes. Les techniques numériques empruntées à la CAA (pour Computational AeroAcoustics) et développées initialement pour propager efficacement les ondes acoustiques à partir des équations d'Euler linéarisées, sont donc également performantes pour résoudre les équations de Navier-Stokes complètes et simuler des écoulements turbulents.

La simulation des grandes échelles du jet circulaire à Mach 0.9 a permis d'obtenir directement le rayonnement sonore produit. Comme il est montré expérimentalement, les sources acoustiques se situent à la fin du cône potentiel. Le champ acoustique est également conforme en terme de directivité, de niveaux et de contenu spectral, aux résultats expérimentaux obtenus pour des jets de vitesses similaires mais de nombres de Reynolds très variés. Les mécanismes de génération de bruit dans les jets, relativement indépendants du nombre de Reynolds, sont donc retrouvés dans notre simulation. On montre aussi, pour la première fois en subsonique, la faisabilité du calcul direct du rayonnement sonore à partir de la LES.

Nous sommes donc maintenant en mesure d'étudier de manière assez fine, par LES, la génération de bruit dans les écoulements turbulents. Notre intérêt se porte alors tout naturellement sur le rôle des grosses structures. A l'image de la démarche suivie expérimentalement pour identifier les mécanismes de génération de bruit, il est intéressant d'exciter les écoulements de façon particulière, en général à des fréquences discrètes, afin de mettre en évidence le rôle de certains phénomènes turbulents. Dans ce document, on a étudié le bruit des appariements de tourbillons. La source de bruit associée à l'appariement de deux tourbillons corotatifs, identifiée comme un quadrupôle tournant, est simulée dans un milieu au repos par DNS. Elle a également été mise en évidence au sein d'une couche de mélange entre deux écoulements à 40 m.s^{-1} et 160 m.s^{-1} pour un nombre de Reynolds de $Re_\omega = 12800$. De la même façon, le jet circulaire a été excité selon le mode axisymétrique afin d'obtenir le rayonnement acoustique produit par des appariements de tourbillons annulaires. Le champ sonore présente ici un angle d'extinction très marqué, pour 80° environ, qui est lié à la nature des sources quadrupolaires axisymétriques. Cela confirme que ces appariements de tourbillons purement axisymétriques ne sont pas la source de bruit prépondérante dans les jets. Néanmoins, les niveaux sonores obtenus sont semblables à ceux déterminés pour un jet excité aléatoirement, ce qui s'explique certainement par la fréquence des appariements située dans le spectre d'émission acoustique naturel des jets. Le bruit d'appariement des grosses structures tourbillonnaires, non axisymétriques, peut donc constituer une des sources de bruit principales.

Par ailleurs, le champ sonore fourni par la résolution des équations de Navier-Stokes est a priori exact, car cette approche ne fait pas intervenir de modèles acoustiques. On dispose ainsi de solutions de référence dans des configurations complexes pour lesquelles il n'existe pas de

solution analytique, et qui peuvent donc être utilisées pour valider les méthodes hybrides. Dans ce travail, on s'est attaché à la mise en œuvre des deux méthodes hybrides s'appuyant sur les équations d'Euler linéarisées (LEE) et sur l'analogie de Lighthill, à partir des champs de vitesse fournis par DNS ou LES. L'expression des termes sources a pu être discutée, ainsi que la prise en compte des effets de l'écoulement moyen sur la propagation des ondes acoustiques. Dans les deux approches hybrides, les termes sources doivent être centrés si l'on souhaite obtenir un champ de pression acoustique également centré. Les études des deux tourbillons corotatifs et de la couche de mélange ont montré que les termes sources introduits dans les LEE doivent être construits à partir des fluctuations de vitesse. En d'autres termes, ils contiennent uniquement le bruit propre de la turbulence, car les interactions des ondes acoustiques avec l'écoulement moyen sont déjà incluses dans l'opérateur de propagation. Deux formulations intégrales de l'analogie de Lighthill ont été testées dans le cas de la couche de mélange, et la formulation aux dérivées temporelles s'est révélée plus précise que celle aux dérivées spatiales. L'opérateur de propagation de l'analogie de Lighthill étant une équation d'onde dans un milieu au repos, l'utilisation de termes sources basés sur les composantes instantanées de vitesse semble permettre de prendre en compte les effets de l'écoulement moyen sur la propagation des ondes sonores par l'intermédiaire du bruit de cisaillement.

Perspectives

Les perspectives que l'on peut envisager pour ce travail sont nombreuses et concernent tous les domaines abordés, aussi bien numériques, avec le développement de méthodes de calcul du bruit aérodynamique, que physiques, avec l'étude des sources de bruit et donc des mécanismes mis en jeu dans les écoulements turbulents.

Les simulations numériques d'écoulements tridimensionnels sont aujourd'hui accessibles. Notons en effet que le nouveau supercalculateur NEC SX-5 de l'IDRIS (Institut du Développement des Ressources en Informatique Scientifique) est environ dix fois plus performant que le CRAY C-98, et autorise des calculs utilisant des maillages de 10 à 20 millions de points. Afin d'étudier des écoulements de plus en plus réalistes et complexes, tout en obtenant un rayonnement sonore directement exploitable, il est encore nécessaire de proposer et d'utiliser des méthodes numériques adaptées aux exigences du calcul des fluctuations acoustiques. Les nouvelles techniques à introduire dans le code de simulation, par exemple pour prendre en compte la présence de parois rigides ou de matériaux poreux, doivent donc être évaluées à l'aide de cas tests purement acoustiques. Il est également intéressant d'améliorer la LES, car elle permet d'étudier des écoulements à des nombres de Reynolds plus élevés que la DNS. Un modèle de sous-maille plus élaboré que celui de Smagorinsky, comme le modèle dynamique de Germano,³⁶ peut être intégré pour décrire plus fidèlement les effets de la turbulence fine non calculée. A terme, il est

indispensable de modifier les techniques de discrétisation, en passant à une formulation de type éléments finis, afin de traiter des géométries plus complexes. Ce problème est délicat puisqu'il faut préserver la précision élevée de la résolution pour ne pas détruire les ondes sonores au cours de la propagation.

Les méthodes hybrides de calcul du bruit sont encore indispensables si l'on veut traiter des configurations moins académiques, ou des écoulements lents pour lesquels le calcul direct du champ sonore s'avère difficile. Il est donc intéressant de poursuivre la validation des méthodes hybrides de calcul du bruit à l'aide de nouveaux cas tests 2-D ou 3-D. Les solutions de référence fournies par le calcul direct dans des configurations simples de génération de bruit peuvent nous permettre de préciser les limites d'application de chaque méthode.

Le calcul acoustique direct constitue aussi un formidable outil pour dégager les mécanismes de production de bruit dans les différents écoulements rencontrés, puisque l'on dispose simultanément de tous les champs physiques.

On peut poursuivre l'étude du rayonnement acoustique de jets circulaires, en mettant en évidence les effets de paramètres comme le nombre de Reynolds, le nombre de Mach, ou encore la géométrie de la buse. L'identification des sources de bruit doit aussi être réalisée en déterminant le rayonnement sonore associé aux différents modes des jets. Il est tout particulièrement intéressant de mettre l'accent sur les effets de la température avec l'étude de jets chauds. En effet, ces écoulements sont très souvent rencontrés en aéronautique, mais les caractéristiques de leur rayonnement acoustique restent encore assez mal connues. Non seulement la génération de bruit par la turbulence propre est fortement modifiée par rapport aux jets froids, mais de plus, de nouvelles sources de bruit liées aux fluctuations d'entropie apparaissent.⁶⁵ L'étude de jets coaxiaux avec un jet primaire rapide et chaud, configuration de la plupart des réacteurs en aéronautique civil, peut également être effectuée. La présence d'un jet secondaire froid permet notamment de diminuer le rayonnement sonore, en interdisant la production d'ondes de Mach⁸⁷ lorsque le jet primaire est fortement supersonique. Il s'agit donc, à géométrie fixée, de donner la vitesse du jet secondaire correspondant au minimum d'émission acoustique. Enfin, on peut considérer le rayonnement sonore d'écoulements confinés, comme le bruit de cavité que l'on retrouve dans le domaine des transports. En présence d'un écoulement, une cavité est en effet le siège d'oscillations auto-entretenues qui produisent un rayonnement acoustique important.³⁸

Afin de réduire le bruit, deux stratégies peuvent être envisagées avec, respectivement, le contrôle passif et le contrôle actif du rayonnement acoustique. Dans le premier cas, il s'agit d'introduire des matériaux poreux afin d'absorber le champ acoustique produit. Il est alors nécessaire de mettre au point des conditions aux limites pour de tels matériaux dans la résolution temporelle des équations de Navier-Stokes.⁸⁴

Dans le second cas, on cherche à contrôler l'écoulement afin de minimiser la production sonore. Des actionneurs peuvent par exemple être placés dans la simulation à un endroit bien choisi pour réaliser ce contrôle actif.¹⁰⁶ Il s'agit notamment d'optimiser la place des actionneurs et les lois de contrôle. Le contrôle actif est une technique prometteuse en mécanique des fluides pour optimiser les caractéristiques d'un écoulement, comme par exemple pour retarder le décollement d'une couche limite ou optimiser le mélange turbulent. C'est également une méthode d'avenir de réduction du bruit car elle agit directement sur le développement de l'écoulement turbulent et, par conséquent, sur les sources de bruit.

Annexe A

Maillage cartésien irrégulier

Cette première annexe est consacrée à la mise en œuvre numérique du maillage cartésien irrégulier et à sa validation en étudiant le rayonnement d'un monopôle acoustique en écoulement. Il est en effet nécessaire d'adapter la taille des mailles aux phénomènes physiques possédant des longueurs caractéristiques très différentes, comme la longueur d'onde en champ acoustique lointain ou l'épaisseur de cisaillement dans la région de l'écoulement.

Mise en œuvre numérique

On souhaite résoudre sur un maillage irrégulier (x_1, x_2, x_3) les équations de Navier-Stokes qui s'écrivent sous la forme suivante:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_2} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x_3} = 0$$

On définit donc les transformations $x_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$, $x_2(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ et $x_3(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ qui permettent de se ramener à un maillage régulier (ξ_1, ξ_2, ξ_3) . Le passage du maillage irrégulier au maillage régulier est représenté sur la figure A.1.

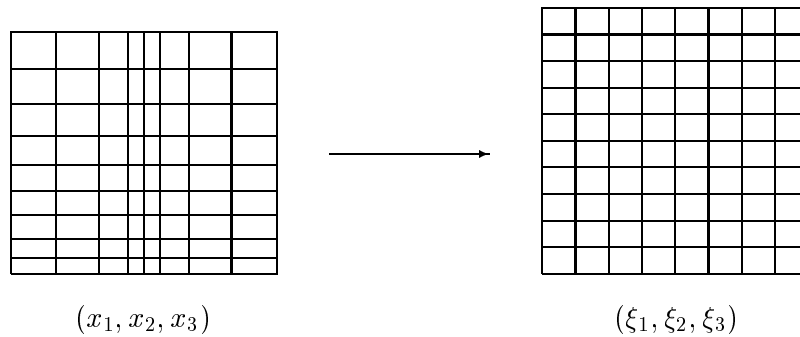


Figure A.1: Passage d'un maillage irrégulier à un maillage régulier.

On sait que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x_1} = \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} = \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial}{\partial x_3} = \frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} \frac{\partial}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} \frac{\partial}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} \frac{\partial}{\partial \xi_3} \end{array} \right.$$

On souhaite par la suite conserver un maillage physique structuré, ce qui se traduit simplement par $x_1 = x_1(\xi_1)$, $x_2 = x_2(\xi_2)$ et $x_3 = x_3(\xi_3)$. Le système précédent se simplifie donc en:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x_1} = \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} = \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial}{\partial x_3} = \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} \frac{\partial}{\partial \xi_3} \end{array} \right.$$

Les équations de Navier-Stokes à résoudre sont alors:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \xi_3} = 0$$

Pratiquement, on calcule les coefficients $\partial \xi_i / \partial x_i$ de la manière suivante:

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial x_i} = \left(\frac{\partial x_i}{\partial \xi_i} \right)^{-1}$$

et ces dérivées sont déterminées en utilisant le schéma numérique retenu dans le calcul du terme de flux correspondant, comme le suggère Fletcher.³⁰ Par exemple pour les flux eulériens, on utilise le schéma de Tam & Webb, et on a donc:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{x}_i}{\partial \xi_i} \right)_k = \frac{1}{\Delta \xi_i} \sum_{l=-3}^3 a_l (\mathbf{x}_i)_{k+l}$$

Dans nos travaux, les taux d'étirement restent modérés, inférieurs à 10%, pour ne pas générer d'oscillations numériques trop fortes.

Validation du maillage irrégulier

On calcule le rayonnement acoustique d'une source sinusoïdale à l'aide d'un maillage irrégulier, afin de tester les effets d'un pas de discrétisation variable sur la propagation des ondes et sur la prise en compte des conditions aux limites de non réflexion. Un monopôle de forme gaussienne et de demi-largeur $3 \Delta x_0$ est introduit au centre du domaine de calcul en ajoutant le terme suivant dans l'équation d'énergie:

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} = \dots + \frac{p'_0}{\gamma - 1} \omega \sin(\omega t) \exp\left(-\frac{\ln 2}{9}(x^2 + y^2)\right)$$

où p'_0 désigne l'amplitude du monopôle, égale à 1000 Pa.

On construit un maillage de 121×121 points avec un pas de discrétisation minimum au milieu du domaine de calcul où $\Delta x_0 = \Delta y_0 = 1\text{m}$. Ce maillage est étiré à un taux de 2.77% dans les directions x et y à partir de son centre comme on le voit sur la figure A.2 de gauche. Le pas de discrétisation maximum vaut donc près des frontières $\Delta x_{max} = \Delta y_{max} = 5.15\text{m}$.

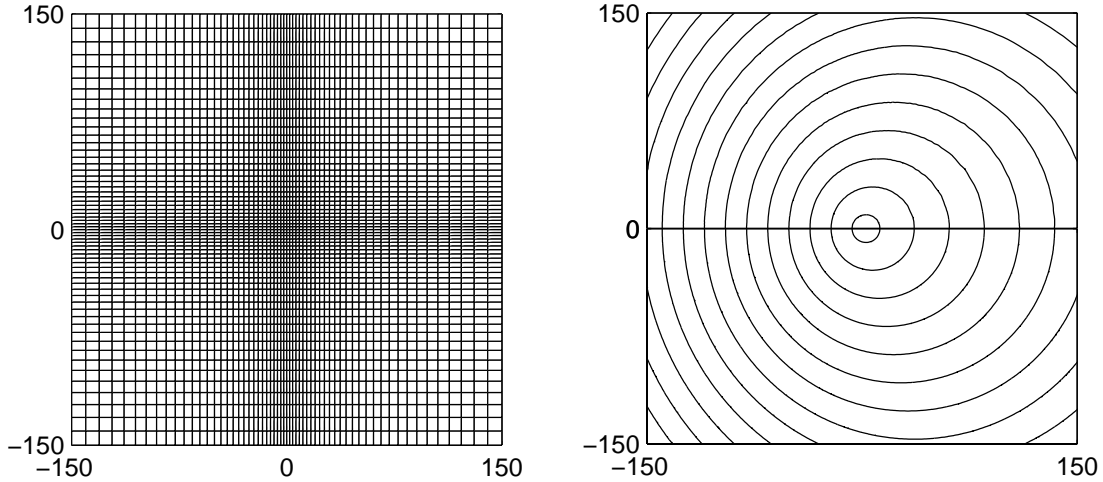


Figure A.2: A gauche, maillage irrégulier, représentation d'un point sur deux. A droite, représentation des isocontours de pression nulle; en haut, calcul sur le maillage irrégulier; en bas, calcul sur le maillage régulier.

La pulsation ω du monopôle est choisie de telle sorte que la longueur d'onde acoustique soit suffisamment grande pour être supportée partout par le schéma de Tam & Webb. En effet, sans écoulement, on a $\lambda = 40\Delta x_0$, et par conséquent $\lambda = 7.8\Delta x_{max}$. Un écoulement u_0 uniforme à Mach $M = 0.25$ est introduit dans notre calcul. L'effet de convection rapproche les fronts d'onde en amont de la source où l'on a alors $\lambda_{amont} = 6.21\Delta x_{max}$. On dispose de plus d'un calcul de référence obtenu sur un maillage régulier de 301×301 points. Les calculs sont réalisés pendant 400 itérations, avec un nombre de CFL = $c_0(1 + M)\Delta t/\Delta x_0$ de 1, sans viscosité sélective.

On remarque, sur la figure A.2 de droite, que les isocontours de pression nulle coïncident pour les deux calculs effectués sur des maillages irrégulier et régulier. L'étirement du maillage n'introduit donc pas de déphasage sur le signal de pression, ce qui est confirmé par les profils de pression représentés sur la figure A.3. On observe également sur cette figure qu'il n'y a pas de dissipation de l'onde acoustique.

L'étirement d'un maillage à un taux de 3% ne nuit pas significativement à la précision du calcul. Le maillage irrégulier est donc mis en œuvre d'un manière correcte aussi bien pour les points intérieurs que pour le traitement de conditions aux limites. L'utilisation de taux d'étirement plus importants est néanmoins susceptible de produire des oscillations numériques qu'il faut alors neutraliser à l'aide de la viscosité numérique. Enfin, il est toujours indispensable de s'assurer que les phénomènes étudiés sont suffisamment discrétisés.

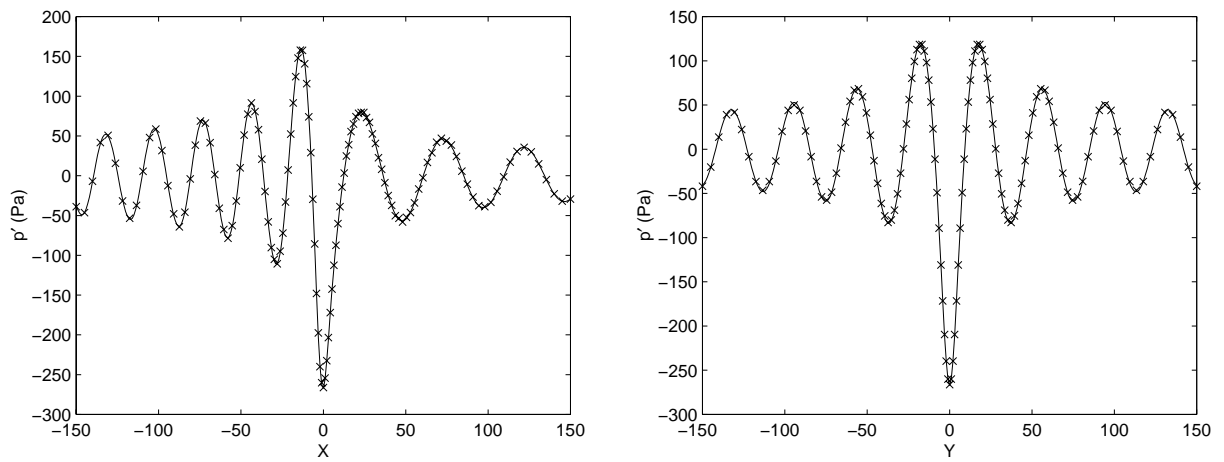


Figure A.3: Profils de pression. À gauche, sur l'axe des abscisses; à droite, sur l'axe des ordonnées. —, calcul sur le maillage régulier; \times , calcul sur le maillage irrégulier.

Annexe B

Simulation d'un jet bidimensionnel

Cette deuxième annexe présente les caractéristiques originales obtenues par simulation d'un jet bidimensionnel, qui sont propres à la turbulence purement bidimensionnelle.

En turbulence bidimensionnelle, deux tourbillons peuvent interagir de deux manières. S'ils sont corotatifs, ils tournent l'un autour de l'autre sous les effets de leur vitesse induite respective. On dit d'ailleurs qu'ils constituent une paire. Cet enroulement des deux tourbillons conduit normalement à leur coalescence. Si, inversement, les deux tourbillons sont contrarotatifs, ils ont tendance à s'entraîner l'un l'autre et arrivent ainsi à se déplacer ensemble de manière autonome. On identifie ce phénomène, mis en évidence expérimentalement par Couder & Basdevant,²² sous le terme de dipôle de vorticité, voir par exemple Batchelor.⁹ C'est un comportement associé à une turbulence purement bidimensionnelle, que l'on ne rencontre naturellement que de manière exceptionnelle.

On considère maintenant la simulation d'un jet bidimensionnel possédant un nombre de Mach de 0.5 et un nombre de Reynolds de 6×10^4 . Le jet est excité en entrée en introduisant des perturbations aléatoires de vitesse au niveau des deux zones cisillées. Le développement turbulent du jet ainsi obtenu est présenté sur la figure B.1. On observe que des tourbillons de sens de rotation opposés se forment au niveau des deux zones de cisaillement. Ils se regroupent alors pour constituer des dipôles ou même des structures plus complexes, comme le trip le que l'on peut remarquer dans le bas de la figure, qui se déplacent de manière désordonnée et indépendante et constituent alors un nuage de vorticité comme l'ont décrit Stanley & Sarkar.¹⁰⁴

Les comportements des jets, en particulier des jets plans, sont essentiellement associés à des effets tridimensionnels. Les tourbillons contrarotatifs qui viennent à se rencontrer à la fin du cône potentiel du jet, finissent par se mélanger grâce au phénomène d'étirement dans la troisième direction turbulente (ou vortex stretching). L'hypothèse bidimensionnelle est totalement erronée pour ce type d'écoulement, puisque le terme responsable du mélange est dans ce

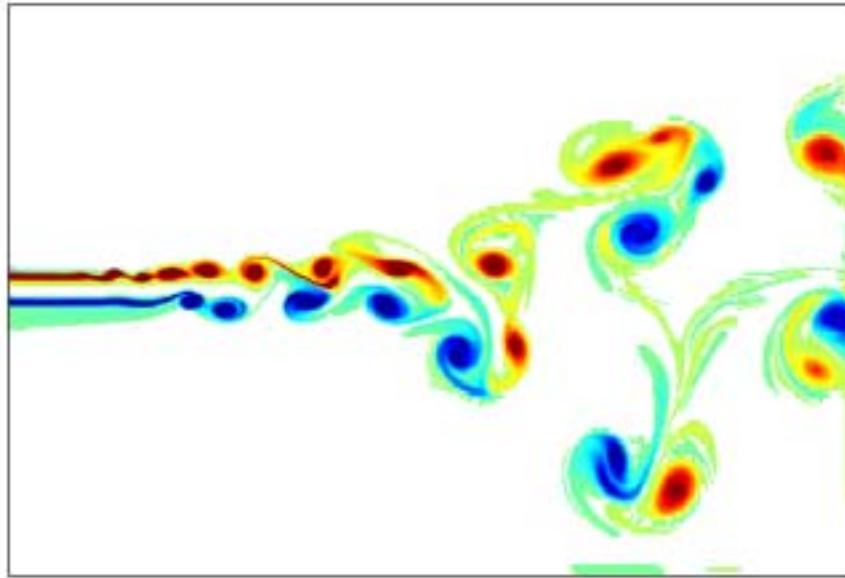


Figure B.1: Simulation d'un jet bidimensionnel à Mach 0.5. Représentation de la vorticité.

cas identiquement nul. Les simulations 2-D ne peuvent donc pas reproduire le développement des écoulements turbulents, aux exceptions notables de la couche de mélange (dans la première phase de son développement) et des écoulements géophysiques.

Annexe C

Champ sonore produit par des sources de type quadrupôle tournant

Cette troisième annexe est consacrée à l'étude des propriétés du champ sonore généré par des sources de bruit de type quadrupôle tournant. De telles sources acoustiques ont été mises en évidence lors d'appariements de deux tourbillons corotatifs, dans un milieu au repos dans le troisième chapitre sur la figure 3.13 et au sein d'une couche de mélange dans le chapitre suivant sur la figure 4.18(b). On propose dans un premier temps une expression mathématique décrivant le rayonnement acoustique produit par un seul quadrupôle. On s'intéresse alors au champ sonore rayonné par deux quadrupôles tournants contrarotatifs, construit à partir des interférences entre les deux sources. La formule de la directivité sonore ainsi définie est appliquée en utilisant les paramètres du jet rond excité à la fréquence fondamentale de sa couche cisailée et à son premier sous-harmonique.

Rayonnement acoustique d'un quadrupôle tournant

On considère la source quadrupolaire Q_1 représentée sur la figure C.1, d'amplitude a et tournant à une vitesse de rotation ω_r constante et positive dans le sens trigonométrique.

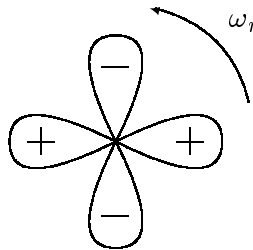


Figure C.1: Représentation du quadrupôle Q_1 tournant dans le sens trigonométrique positif.

Dans le plan perpendiculaire à la rotation, la pression acoustique au point repéré depuis le

centre du quadrupôle par une distance r_1 et un angle θ_1 peut s'écrire sous la forme:

$$p_1(r_1, \theta_1, t) = \frac{a}{r_1} \exp[i(\omega t - k_r r_1 - k_\theta \theta_1 + \varphi_1)]$$

où φ_1 est un terme de déphasage, alors que ω , k_r et k_θ représentent respectivement la pulsation et les nombres d'onde spatial et angulaire du rayonnement acoustique. Le nombre d'onde spatial est défini à partir de la vitesse du son c_0 ou de la longueur d'onde spatiale λ , à l'aide des relations suivantes:

$$k_r = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Par analogie, le nombre d'onde angulaire se déduit de la vitesse de rotation ω_r ou de la périodicité angulaire λ_θ par:

$$k_\theta = \frac{\omega}{\omega_r} = \frac{2\pi}{\lambda_\theta}$$

La structure quadrupolaire est caractérisée par une périodicité angulaire $\lambda_\theta = \pi$, ce qui conduit à $k_\theta = 2$ et à $\omega = 2\omega_r$. La fréquence du rayonnement acoustique produit est donc égale au double de la fréquence de rotation du quadrupôle. Au final, le rayonnement acoustique du quadrupôle Q_1 est donné par:

$$p_1(r_1, \theta_1, t) = \frac{a}{r_1} \exp\left[i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1 - 2\theta_1 + \varphi_1\right)\right]$$

Par un raisonnement identique, le rayonnement acoustique d'un même quadrupôle Q_2 tournant dans le sens contraire s'écrit sous la forme:

$$p_2(r_2, \theta_2, t) = \frac{a}{r_2} \exp\left[i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2 + 2\theta_2 + \varphi_2\right)\right]$$

où r_2 et θ_2 désignent une distance et un angle calculés depuis le centre du quadrupôle Q_2 .

Rayonnement de deux quadrupôles contrarotatifs

Pour illustrer les phénomènes d'interférences entre des sources quadrupolaires, on considère maintenant la configuration de la figure C.2, constituée des deux quadrupôles tournants Q_1 et Q_2 séparés verticalement par une distance D . Ils sont symétriques l'un de l'autre par rapport à la direction horizontale, ce qui signifie encore que leurs rayonnements respectifs sont identiques dans cette direction. On a donc pour toute distance r , $p_1(r, \theta_1 = 0, t) = p_2(r, \theta_2 = 0, t)$, ce qui impose que les quadrupôles sont en phase, soit $\varphi_1 = \varphi_2$. Dans la suite, pour alléger les notations, on prendra $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$

Le rayonnement acoustique produit par Q_1 et Q_2 est constitué par la somme:

$$p(r, \theta, t) = \frac{a}{r_1} \exp\left[i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1 - 2\theta_1\right)\right] + \frac{a}{r_2} \exp\left[i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2 + 2\theta_2\right)\right] \quad (\text{C.1})$$

où l'origine des coordonnées (r, θ) est située entre Q_1 et Q_2 . En champ géométrique lointain, pour $r \gg D$, la différence d'amplitude entre les deux contributions quadrupolaires est négligeable,

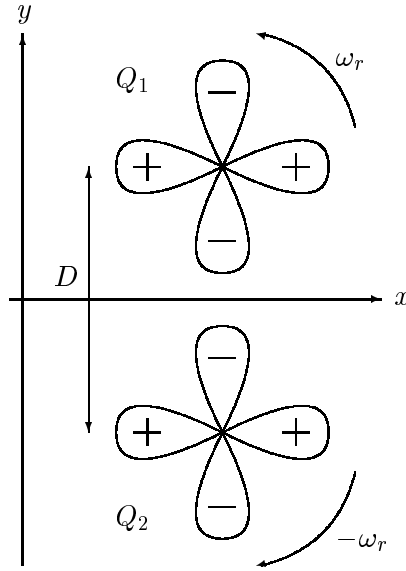


Figure C.2: Configuration des deux quadripôles tournants Q_1 et Q_2 .

$1/r_1 \simeq 1/r_2 \simeq 1/r$, et c'est principalement le déphasage entre les deux sources qui est responsable des interférences entre les deux rayonnements. Sur la figure C.3, on représente la différence de marche L entre les rayons émis dans la direction θ par les deux sources. Le retard de marche du rayonnement produit par le deuxième quadripôle Q_2 est ainsi donné par la formule $L = D \sin \theta$.

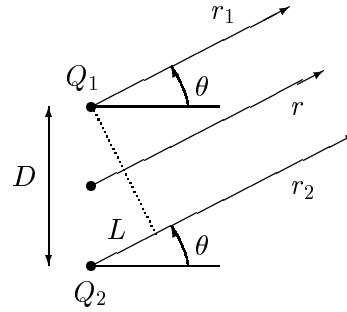


Figure C.3: Représentation de la différence de marche entre des rayons émis dans la direction θ par les deux quadripôles tournants.

En utilisant les relations:

$$\begin{cases} r_1 \simeq r - L/2 \\ r_2 \simeq r + L/2 \end{cases}$$

dans la formule (C.1), le champ sonore rayonné dans la direction θ en champ géométrique lointain peut s'écrire sous la forme:

$$\begin{aligned} p(r, \theta, t) &\simeq \frac{a}{r} \exp \left[i \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (r - L/2) - 2\theta \right) \right] + \frac{a}{r} \exp \left[i \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (r + L/2) + 2\theta \right) \right] \\ &\simeq \frac{a}{r} \exp \left[i \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (r - L/2) \right) \right] \left[\exp(-2i\theta) + \exp \left(-i \frac{2\pi}{\lambda} L + 2i\theta \right) \right] \end{aligned}$$

Le niveau sonore $P(r, \theta)$ est calculé de manière classique avec les notations complexes par

$P(r, \theta) = (pp^*)/2$. On trouve ici:

$$\begin{aligned}
 P(r, \theta) &\simeq \frac{a^2}{2r^2} \left[\exp(-2i\theta) + \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda}L + 2i\theta\right) \right] \left[\exp(2i\theta) + \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}L - 2i\theta\right) \right] \\
 &\simeq \frac{a^2}{2r^2} \left[2 + \exp\left(4i\theta - i\frac{2\pi}{\lambda}L\right) + \exp\left(-4i\theta + i\frac{2\pi}{\lambda}L\right) \right] \\
 &\simeq \frac{a^2}{r^2} \left[1 + \cos\left(4\theta - 2\pi\frac{L}{\lambda}\right) \right] \\
 &\simeq \frac{a^2}{r^2} \left[1 + \cos\left(4\theta - \frac{2\pi}{\lambda}D \sin\theta\right) \right]
 \end{aligned}$$

La directivité du rayonnement sonore est donc donnée par la fonction:

$$F(\theta) = 1 + \cos\left(4\theta - \frac{2\pi}{\lambda}D \sin\theta\right)$$

Cette fonction est symétrique. Les interférences sont toujours constructives dans la direction horizontale puisque $F(\theta = 0) = F(\theta = \pi) = 2$. Le nombre et la valeur des angles d'extinction dus aux interférences destructives entre 0 et π dépendent du rapport D/λ . Dans le cas où la source est compacte, pour $D/\lambda \ll 1$, on a $F(\theta) \simeq 1 + \cos(4\theta)$ et le rayonnement acoustique est nul pour deux angles de 45° et 135° .

De plus, on a supposé que l'amplitude a des quadrupôles ne dépend pas de θ . De manière plus générale, la génération de bruit est prise en compte par une fonction de forme $a(\theta)$. Si l'on suppose que la directivité du rayonnement du quadrupôle est quasi symétrique, avec $a(\theta) \simeq a(-\theta)$, le niveau sonore est donné par la formule:

$$P(r, \theta) \simeq \frac{a(\theta)^2}{r^2} F(\theta)$$

Le champ sonore varie toujours en $F(\theta)$ et les angles d'extinction dus aux interférences sont donc conservés.

Application au bruit d'appariement dans le jet 3-D

Dans le cinquième chapitre, un jet à nombre de Mach de 0.9 est excité selon son mode axisymétrique, à la fréquence fondamentale de sa couche de cisaillement initiale f_0 et à son premier sous-harmonique $f_0/2$. Des appariements de tourbillons annulaires se produisent ainsi à un lieu fixé et à la fréquence de $f_p = f_0/2$. La source de bruit associée est de type quadrupolaire axisymétrique, dont on connaît le comportement dans le cas où la source est compacte,^{7,16} quand la longueur d'onde acoustique λ_p est très supérieure au diamètre du jet D . Les deux angles d'extinction du rayonnement sonore sont alors de 55° et de 125° . Cependant, dans notre cas, le rapport λ_p/D est de 3.3 et l'hypothèse de compacité de la source acoustique est mise en défaut.

Pour illustrer l'influence du rapport λ_p/D sur la structure du champ sonore, et plus particulièrement sur le schéma d'interférences constructives et destructives, on utilise le modèle des deux sources quadrupolaires tournantes. Il est très incomplet, car il ne rend pas compte d'une source acoustique axisymétrique. Par exemple, quand la source acoustique est compacte, il prédit un angle d'extinction de 45° au lieu des 55° obtenus pour une source axisymétrique. Néanmoins, il décrit partiellement la génération de bruit, si l'on considère que l'appariement de deux tourbillons annulaires est localement bidimensionnel et que le rayonnement de chaque section est maximum dans le plan perpendiculaire à la rotation. Le champ sonore produit dans un plan passant par l'axe du jet est ainsi principalement généré par les deux quadrupôles tournants contrarotatifs contenus dans ce plan et séparés de la distance D .

La figure C.4 représente la fonction $F(\theta)$ pour un rapport $\lambda_p/D = 3.3$. On observe deux angles d'extinction du champ sonore pour 70° et 150° environ. La correction des angles d'extinction introduite par la non compacité de la source est donc importante, elle est de l'ordre de 25° pour le premier angle d'extinction trouvé dans la direction de l'écoulement.

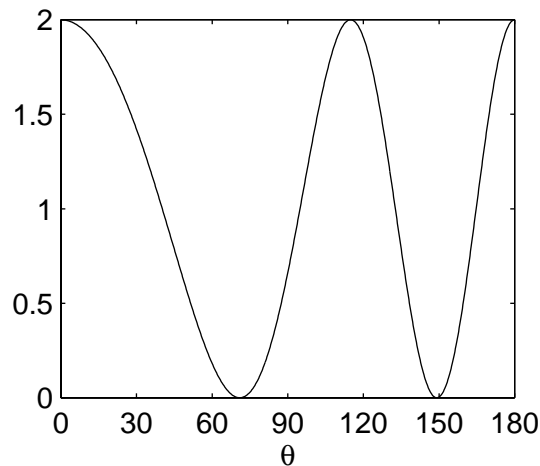


Figure C.4: Représentation de la fonction $F(\theta)$ pour un rapport λ_p/D de 3.3. L'angle θ est exprimé en degrés.

Le calcul direct du rayonnement acoustique à partir de la LES a permis de mettre en évidence un premier angle d'extinction de 80° environ, qui est du même ordre de grandeur que celui donné par notre modèle de deux quadrupôles tournants. La non compacité de notre source quadrupolaire axisymétrique explique donc en grande partie l'écart avec l'angle de 55° prédit théoriquement dans le cas compact. D'autres phénomènes peuvent également accentuer cet écart, comme les effets de réfraction des ondes acoustiques par le jet à Mach 0.9 qui redressent les rayons proches de la direction de l'écoulement vers des angles plus importants.

Références

- ¹BÉCHARA, W., BAILLY, C., LAFON, P. & CANDEL, S., 1994, Stochastic approach of noise modeling for free turbulent flows, *AIAA Journal*, **32**, 455-463.
- ²BAILLY, C., LAFON, P. & CANDEL, S., 1995, A stochastic approach to compute noise generation and radiation of free turbulent flows, *16th AIAA Aeroacoustics Conference*, Munich, Germany, June 12-15, AIAA Paper 95-092.
- ³BAILLY, C., LAFON, P. & CANDEL, S., 1997, Subsonic and supersonic jet noise prediction from statistical source models, *AIAA Journal*, **35**(11), 1688-1696.
- ⁴BAILLY, C. & JUVÉ, D., 1999, A stochastic approach to compute subsonic noise using Linearized Euler's Equations, *5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Seattle, WA, 10-12 May, AIAA Paper 99-1872.
- ⁵BAILLY, C. & COMTE-BELLOT, G., 1999, Turbulence, *Ecole Centrale de Lyon*, troisième édition.
- ⁶BAILLY, C. & JUVÉ, D., 2000, Numerical solution of acoustic propagation problems using linearized Euler equations, *AIAA Journal*, **38**(1), 22-29.
- ⁷BASTIN, F., 1995, Étude numérique du bruit de jet rayonné par les structures cohérentes de la turbulence, *Ecole Centrale Paris*, thèse de doctorat.
- ⁸BASTIN, F., LAFON, P. & CANDEL, S., 1997, Computation of jet mixing noise due to coherent structures: the plane jet case, *J. Fluid Mech.*, **335**, 261-304.
- ⁹BATCHELOR, G.K., 1967, An introduction to fluid dynamics, *Cambridge University Press*.
- ¹⁰BAYLISS, A. & TURKEL, E., 1982, Far-field boundary conditions for compressible flows, *J. Comput. Physics*, **48**, 182-199.
- ¹¹BELL, J.H. & MEHTA, R.D., 1990, Development of a two-stream mixing layer from tripped and untripped boundary layers, *AIAA Journal*, **28**(12), 2034-2042.

- ¹²BERENGER, J.-P., 1994, A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves, *J. Comput. Phys.*, **114**, 185-200.
- ¹³BISHOP, K.A., FLOWERS WILLIAMS, J.E & SMITH, W. , 1971 On the noise sources of the unsuppressed high-speed jet, *J. Fluid Mech.*, **50**(1), 21-31.
- ¹⁴BOERSMA, B.J., BRETHOUWER, G. & NIEUWSTADT, F.T.M., 1998, A numerical investigation on the effect of the inflow conditions on a self-similar region of a round jet, *Phys. Fluids*, **10**(4), 899-909.
- ¹⁵BOERSMA, B.J. & LELE, S.K., 1999, Large Eddy Simulation of a Mach 0.9 turbulent jet, *5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Greater Seattle, WA, 10-12 May, AIAA Paper 99-1874.
- ¹⁶BRIDGES, J. & HUSSAIN, F., 1992, Direct evaluation of aeroacoustic theory in a jet, *J. Fluid Mech.*, **240**, 469-501.
- ¹⁷BROWN, G.L. & ROSHKO, A., 1974, On density effects and large structure in turbulent mixing layers, *J. Fluid Mech.*, **64**(4), 775-816.
- ¹⁸CHU, W.T. & KAPLAN, R.E., 1976, Use of a spherical concave reflector for jet-noise-source distribution diagnosis, *J. Acoust. Soc. Am.*, **59**(6), 1268-1277.
- ¹⁹COLONIUS, T., LELE, S.K. & MOIN, P., 1993, Boundary conditions for direct computation of aerodynamic sound generation, *AIAA Journal*, **31**(9), 1574-1582.
- ²⁰COLONIUS, T., LELE, S.K. & MOIN, P., 1997, Sound generation in a mixing layer, *J. Fluid Mech.*, **330**, 375-409.
- ²¹COLONIUS, T., BASU, A.J. & ROWLEY, C.W., 1999, Numerical investigation of the flow past a cavity, *5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Seattle, WA, 10-12 May, AIAA Paper 99-1912.
- ²²COUDER, Y. & BASDEVANT, C., 1986, Experimental and numerical study of vortex couples in two-dimensional flows, *J. Fluid Mech.*, **173**, 225-251.
- ²³CRIGHTON, D.G., 1975, Basic principles of aerodynamic noise generation, *Prog. Aerospace Sci.*, **16**(1), 31-96.
- ²⁴CROW, S.C. & CHAMPAGNE, F.H., 1971, Orderly structure in jet turbulence, *J. Fluid Mech.*, **48**(3), 547-591.
- ²⁵DAVIES, P.O.A.L, FISHER, M.J. & BARRAT, M.J., 1963, Turbulence in the mixing region of a round jet, *J. Fluid Mech.*, **15**, 337-367.

-
- ²⁶EKATERINARIS, J.A., 1999, New formulation of Hardin-Pope equations for aeroacoustics, *AIAA Journal*, **37**(9), 1033-1039.
- ²⁷ERLEBACHER, G., HUSSAINI, M.Y., SPEZIALE, C.G. & ZANG, T.A., 1992, Toward the large-eddy simulation of compressible turbulent flows, *J. Fluid Mech.*, **238**, 155-185.
- ²⁸FLOWCS WILLIAMS, J.E. & HAWKINGS, D.L., 1969, Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, **264**, Ser. A, 1151, 321-342.
- ²⁹FLOWCS WILLIAMS, J.E., 1977, Aeroacoustics, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **9**, 447-468.
- ³⁰FLETCHER, C.A.J., 1988, Computational techniques for fluid dynamics, *Springer-Verlag*.
- ³¹FORTUNÉ, V. & GERVAIS, Y., 1999, Numerical investigation of the noise radiated from hot supersonic turbulent jets, *AIAA Journal*, **37**(9), 1055-1061.
- ³²FREUND, J.B., LELE, S.K. & MOIN, P., 1993, Matching of near/far-field equation sets for direct computations of aerodynamic sound, *AIAA 15th Aeroacoustics Conference*, Long Beach, CA, October 25-27, AIAA Paper 93-4326.
- ³³FREUND, J.B., LELE, S.K. & MOIN, P., 1998, Direct simulation of a Mach 1.92 jet and its sound field, *4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Toulouse, France, June 2-4, AIAA Paper 98-2291.
- ³⁴FREUND, J.B., 1999, Acoustic sources in a turbulent jet: a direct numerical simulation study, *5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Greater Seattle, WA, 10-12 May, AIAA Paper 99-1858.
- ³⁵GAMET, L & ESTIVALEZES, J.L., 1998, Application of Large-Eddy Simulations and Kirchhoff method to jet noise prediction, *AIAA Journal*, **36**(12), 2170-2178.
- ³⁶GERMANO, M., PIOMELLI, U., MOIN, P. AND CABOT, W.H., 1991, A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, *Phys, Fluids A*, **3**(7), 1760-1765.
- ³⁷GILES, M.B., 1990, Non-reflecting boundary conditions for Euler equations calculations, *AIAA Journal*, **28**(12), 2050-2058.
- ³⁸GLOERFELT, X., BAILLY, C. & JUVÉ, J., 2000, Simulation numérique directe du bruit rayonné par une cavité excitée par un écoulement, *5^{ème} Congrès Français d'Acoustique*, 3-6 sept., Lausanne.
- ³⁹GOLDSTEIN, M.E., 1976, Aeroacoustics, *McGraw-Hill*, New York.
- ⁴⁰GOLDSTEIN, M.E., 1984, Aeroacoustics of turbulent shear flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **16**, 263-285.

- ⁴¹GRÉVERIE, L., 1998, Propagation 2D et 3D en acoustique linéaire. Quelques exemples de simulation. *Rapport de DEA*, Ecole Centrale de Lyon.
- ⁴²HARDIN, J.C. & POPE, D.S., 1994, An acoustic/viscous splitting technique for computational aeroacoustics, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, **6**, 323-340.
- ⁴³HARDIN, J.C., 1995, High Reynolds Number computational aeroacoustics, *16th Aeroacoustics Conference*, Munich, Germany, 12-15 june, AIAA Paper 95-091.
- ⁴⁴HIRSCH, C., 1988, Numerical computation of internal and external flows, *edited by John Wiley & Sons*, Vol. 1 & 2.
- ⁴⁵HIXON, R., SHIH, S.H. & MANKBADI, R.R., 1995, Evaluation of boundary conditions for computational aeroacoustics, *AIAA Journal*, **33**(11), 2006-2012.
- ⁴⁶HO, C.H. & HUANG, L.S., 1982, Subharmonics and vortex merging in mixing layers, *J. Fluid Mech.*, **119**, 443-473 .
- ⁴⁷HOWE, M.S., 1975, The generation of sound by aerodynamic sources in an homogeneous steady flow, *J. Fluid Mech.*, **67**(3), 597-610.
- ⁴⁸HU, F.H., 1996, On absorbing boundary conditions for linerized euler equations by a perfectly matched layer, *J. Comput. Physics*, **129**, 201-219.
- ⁴⁹HUANG, L.S. & HO, C.H., 1990, Small-scale transition in a plane mixing layers, *J. Fluid Mech.*, **210**, 475-500.
- ⁵⁰HUERRE, P. & MONKEWITZ, P.A., 1990, Local and global instabilities in spatially developing flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **22**, 473-537.
- ⁵¹HUSSEIN, H.J., CAPP, S.P. & GEORGE, W.K., 1994, Velocity measurements in a high-Reynolds-number, momentum-conserving, axisymmetric, turbulent jet, *J. Fluid Mech.*, **258**, 31-75.
- ⁵²ICASE - NASA, 1995, Workshop on benchmark problems in computational aeroacoustics, edited by J.C. Hardin, J.R. Ristorcelli and C.K.W. Tam., NASA CP - 3300.
- ⁵³JUVÉ, D., SUNYACH, M. & COMTE-BELLOT, G., 1980, Intermittency of the noise emission in subsonic cold jets, *J. Sound Vib.*, **71**(3), 319-332.
- ⁵⁴KAMBE, T., 1986, Acoustic emissions by vortex motions, *J. Fluid Mech.*, **173**, 643-666.
- ⁵⁵KHARAVAN, A., 1999, Role of anisotropy in turbulent mixing layer, *AIAA Journal*, **37**(7), 832-841.

-
- ⁵⁶KIBENS, V., 1980, Discrete noise spectrum generated by an acoustically excited jet, *AIAA Journal*, **18**(4), 434-441.
- ⁵⁷LAU, J.C., MORRIS, P.J. & FISHER, M.J., 1979, Measurements in subsonic and supersonic free jets using a laser velocimeter, *J. Fluid Mech.*, **93**(1), 1-27.
- ⁵⁸LAUFER, J., SCHLINKER, R.S. & KAPLAN, R.E., 1976, Experiments on supersonic jet noise, *AIAA Journal*, **14**, 489-497.
- ⁵⁹LEE, D.J. & KOO, S.O., 1995, Numerical study of sound generation due to a spinning vortex pair, *AIAA Journal*, **33**(1), 20-26.
- ⁶⁰LELE, S.K., 1992, Compact finite difference schemes with spectral-like resolution, *J. Comput. Physics*, **103**(1), 16-42.
- ⁶¹LELE, S.K., 1997, Computational Aeroacoustics: a review, *35th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, Reno, NV, January 6-10, AIAA Paper 97-0018.
- ⁶²LESIEUR, M. & MÉTAIS, O., 1996, New trends in large-eddy simulations of turbulence, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **28**, 45-82.
- ⁶³LIGHTHILL, M.J., 1952, On sound generated aerodynamically - I. General theory, *Proc. Roy. Soc. London*, **211**, Ser. A, 1107, 564-587.
- ⁶⁴LILLEY, G.M., 1972, The generation and radiation of supersonic jet noise. Vol. IV - Theory of turbulence generated jet noise, noise radiation from upstream sources, and combustion noise. Part II: Generation of sound in a mixing region, *Air Force Aero Propulsion Laboratory*, AFAPL-TR-72-53, Vol. 4.
- ⁶⁵LILLEY, G.M., 1996, The radiated noise from isotropic turbulence with applications to the theory of jet noise, *J. Sound Vib.*, **190**(3), 463-476.
- ⁶⁶LONGATTE, E., LAFON, P. & CANDEL, S., 1998, Computation of noise generation by turbulence in internal flows, *4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Toulouse, France, June 2-4, AIAA Paper 98-2332.
- ⁶⁷LONGATTE, E., 1998, Modélisation de la propagation et de la génération du bruit au sein des écoulements turbulents internes, *Ecole Centrale Paris*, thèse de doctorat.
- ⁶⁸LUSH, P.A., 1971, Measurements of subsonic jet noise and comparison with theory, *J. Fluid Mech.*, **46**(3), 477-500.
- ⁶⁹LYRINTZIS, A.S., 1994, Review: the use of Kirchhoff's method in computational aeroacoustics, *Journal of Fluids Engineering*, **116**, 665-676.

- ⁷⁰MACCORMACK, R.W., 1982, A numerical method for solving the equations of compressible viscous flow, *AIAA Journal*, **20**(9), 1275-1281.
- ⁷¹MANKBADI, R.R., HAYER, M.E. & POVINELLI, L.A., 1994, Structure of supersonic jet flow and its radiated sound, *AIAA Journal*, **32**(5), 897-906.
- ⁷²MANKBADI, R.R., SHIH, S.H., HIXON, R. & POVINELLI, L.A., 1995, Direct computation of sound radiation by jet flow using large-scale equations, AIAA paper 95-0680.
- ⁷³MANKBADI, R.R., HIXON, R., SHIH, S.H. & POVINELLI, L.A., 1998, Use of linearized Euler equations for supersonic jet noise prediction, *AIAA Journal*, **36**(2), 140-147.
- ⁷⁴MELANDER, M.V., ZABUSKY, N.J. & MCWILLIAMS, J.C., 1988, Symmetric vortex merger in two dimensions: causes and conditions, *J. Fluid Mech.*, **195**, 303-340.
- ⁷⁵MICHALKE, A., 1964, On the inviscid instability of the hyperbolic-tangent velocity profile, *J. Fluid Mech.*, **19**, 543-556.
- ⁷⁶MITCHELL, B.E., LELE, S.K. & MOIN, P., 1995, Direct computation of the sound from a compressible co-rotating vortex pair, *J. Fluid Mech.*, **285**, 181-202.
- ⁷⁷MITCHELL, B.E., LELE, S.K. & MOIN, P., 1997, Direct computation of Mach wave radiation in an axisymmetric supersonic jet, *AIAA Journal*, **35**(10), 1574-1580.
- ⁷⁸MITCHELL, B.E., LELE, S.K. & MOIN, P., 1999, Direct computation of the sound generated by vortex pairing in an axisymmetric jet, *J. Fluid Mech.*, **383**, 113-142.
- ⁷⁹MÖHRING, W., 1978, On vortex sound theory at low Reynolds number, *J. Fluid Mech.*, **85**, 685-691.
- ⁸⁰MOLLO-CHRISTENSEN, E., KOLPIN, M.A. & MARTUCELLI, J.R., 1964, Experiments on jet flows and jet noise far-field spectra and directivity patterns, *J. Fluid Mech.*, **18**, 285-301.
- ⁸¹MORRIS, P.J., LONG, L.N., SCHEIDEGGER, T.E., WANG, Q. & PILON, A.R., 1998, High speed jet noise simulations, *4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Toulouse, France, June 2-4, AIAA Paper 98-2290.
- ⁸²MORRIS, P.J., LONG, L.N. & SCHEIDEGGER, T.E., 1999, Parallel computations of high speed jet noise, *5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Greater Seattle, WA, 10-12 May, AIAA Paper 99-1873.
- ⁸³MORRISON, G.L. & MCLAUGHLIN, D.K., 1979, The noise generation by instabilities in low Reynolds number supersonic jets, *J. Sound Vib.*, **65**, 177-191.
- ⁸⁴ÖZYÖRÜK, Y., LONG, L.N. & JONES, M.G., 1998, Time-domain numerical simulation of a flow-impedance tube, *J. Comput. Phys.*, **146**, 29-57.

-
- ⁸⁵PANCHAPAKESAN, N.R. & LUMLEY, J.L., 1993, Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium. Part I. Air jet. *J. Fluid Mech.*, **246**, 197-223.
- ⁸⁶PAPAMOSCHOU, D. & ROSHKO, A., 1988, The compressible turbulent shear layer: an experimental study, *J. Fluid Mech.*, **197**, 453-477.
- ⁸⁷PAPAMOSCHOU, D. & DEBIASI, M., 2000, Targeted Mach wave elimination, AIAA Paper 2000-0085.
- ⁸⁸PHILLIPS, O.M., 1960, On the generation of sound by supersonic turbulent shear layers, *J. Fluid Mech.*, **9**(1), 1-28.
- ⁸⁹PILON, A.R. & LYRINTZIS, A.S., 1998, Development of an improved Kirchhoff method for jet aeroacoustics, *AIAA Journal*, **36**(5), 783-790.
- ⁹⁰POWELL, A., 1964, Theory of vortex sound, *J. Acoust. Soc. Am.*, **36**(1), 177-195.
- ⁹¹RIBNER, H.S., 1977, On the role of the shear term in jet noise, *J. Sound Vib.*, **52**(1), 121-132.
- ⁹²RIBNER, H.S., 1996, Effects of jet flow on jet noise via an extension to the Lighthill model, *J. Fluid Mech.*, **321**, 1-24.
- ⁹³RICOU, F.P. & SPALDING, D.B., 1961, Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jets, *J. Fluid Mech.*, **11**, 21-32.
- ⁹⁴ROGERS, M.M. & MOSER, R.D., 1994, Direct simulation of a self-similar turbulent mixing layer, *Phys. Fluids*, **6**(2), 903-923.
- ⁹⁵SARKAR, S. & HUSSAINI, Y., 1993, Computation of the acoustic radiation from bounded homogeneous flows, in Computational aeroacoustics, edited by J. C. Hardin & M. Y. Hussaini, Springer-Verlag, 335-355.
- ⁹⁶SCULLY M.P., 1975, Computation of helicopter rotor wake geometry and its influence on rotor harmonic airloads, Massachusetts Inst. of Technology, Pub. ARSL TR 178-1, Cambridge, MA.
- ⁹⁷SEROR, C., SAGAUT, P., BAILLY, C. & JUVÉ, D., 1999, Subgrid scale contribution to noise production in decaying isotropic turbulence, *5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Seattle, WA, 10-12 May, AIAA Paper 99-1979.
- ⁹⁸SHEN, H. & TAM, C.K.W., 1998, Numerical simulation of the generation of the axisymmetric mode jet screech tones, *AIAA Journal*, **36**(10), 1801-1807.
- ⁹⁹SHIEH, C.M. & MORRIS, P.J., 1999, Parallel numerical simulation of subsonic cavity noise, *5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Seattle, WA, 10-12 May, AIAA Paper 99-1891.

- ¹⁰⁰SHIH, S.H., *et al.*, 1997, Evaluation of far-field jet noise prediction methods, AIAA paper 97-0282.
- ¹⁰¹SMAGORINSKY, J.S., 1963, General circulation experiments with the primitive equations: I. the basic experiment, *Mon. Weath. Rev.*, **91**, 99-163.
- ¹⁰²SOH, W.-Y., 1994, Unsteady jet flow computation towards noise prediction, *32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, Reno, NV, AIAA Paper 94-0138.
- ¹⁰³SPENCER, B.W. & JONES, B.G., 1971, Statistical investigation of pressure and velocity in the turbulent two-stream mixing layer, AIAA Paper 71-613.
- ¹⁰⁴STANLEY, S. & SARKAR, S., 1997, Simulations of spatially developing two-dimensional shear layers and jets, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, **9**, 121-147.
- ¹⁰⁵STROMBERG, J.L., McLAUGHLIN, D.K. & TROUTT, T.R., 1980, Flow field and acoustic properties of a Mach number 0.9 jet at a low Reynolds number, *J. Sound Vib.*, **72**(2), 159-176.
- ¹⁰⁶SUNYACH, M. & FLOWERS WILLIAMS, J.E., 1986, Contrôle actif des oscillations dans les cavités excitées par des écoulements, *C.R.A.S. Paris*, **t. 303**, Série II, 12, 1085-1088.
- ¹⁰⁷TA'ASAN, S. & NARK, D.M., 1995, An absorbing buffer zone technique of acoustic wave propagation, *33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV, January 9-12, AIAA Paper 95-0164.
- ¹⁰⁸TAM, C.K.W. & MORRIS, P.J., 1980, The radiation of sound by the instability waves of a compressible plane turbulent shear layer, *J. Fluid Mech.*, **98**(2), 349-381.
- ¹⁰⁹TAM, C.K.W. & BURTON, D.E., 1984, Sound generated by instability waves of supersonic flows. Part 2. Axisymmetric jets., *J. Fluid Mech.*, **138**, 273-295.
- ¹¹⁰TAM, C.K.W. & WEBB, J.C., 1993, Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics, *J. Comput. Phys.*, **107**, 262-281.
- ¹¹¹TAM, C.K.W., WEBB, J.C. & DONG, Z., 1993, A study of the short wave components in computational acoustics, *Journal of Comput. Acous.*, **1**(1), 1-30.
- ¹¹²TAM, C.K.W. & SHEN, H., 1993, Direct computation of nonlinear acoustic pulses using high order finite difference schemes, *15th Aeroacoustics Conference*, Long Beach, C.A., 25-27 October, AIAA Paper 93-4325.
- ¹¹³TAM, C.K.W., 1995, Computational aeroacoustics: issues and methods, *AIAA Journal*, **33**(10), 1788-1796.
- ¹¹⁴TAM, C.K.W., 1995, Supersonic jet noise, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **27**, 17-43.

-
- ¹¹⁵TAM, C.K.W. & DONG, Z., 1996, Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a nonuniform mean flow, *Journal of Computational Acoustics*, **4**(2), 175-201.
- ¹¹⁶TAM, C.K.W., 1998, Advances in numerical boundary conditions for computational aeroacoustics, *Journal of Computational Acoustics*, **6**(4), 377-402.
- ¹¹⁷TAM, C.K.W., AURIAULT, L. & CAMBULI, F., 1998, Perfectly matched layer as an absorbing boundary condition for the linearized Euler equations in open and ducted domains, *J. Comput. Physics*, **144**, 213-234.
- ¹¹⁸THOMPSON, K.W., 1987, Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems, I, *J. Comput. Phys.*, **68**, 1-24.
- ¹¹⁹TROUTT, T.R. & McLAUGHLIN, D.K., 1982, Experiments on the flow and acoustic properties of a moderate-Reynolds-number supersonic jet, *J. Fluid Mech.*, **116**, 123-156.
- ¹²⁰TROUVÉ, A., 1989, Instabilités hydrodynamiques et instabilités de combustion de flammes turbulentes prémélangées, *Ecole Centrale Paris*, thèse de doctorat.
- ¹²¹WANG, M., LELE, S.K. & MOIN, P., 1996, Computation of quadrupole noise using acoustic analogy, *AIAA Journal*, **34**(11), 2247-2254.
- ¹²²WILLIAMSON, J.H., 1980, Low-storage Runge-Kutta schemes, *J. Comput. Phys.*, **35**, 48-56.
- ¹²³WINANT, C.D. & BROWAND, F.K., 1974, Vortex pairing: the mechanism of turbulent mixing layer growth at moderate Reynolds number, *J. Fluid Mech.*, **63**(2), 237-255.
- ¹²⁴WITKOWSKA, A., BRASSEUR, J.G. & JUVÉ, D., 1996, Numerical study of noise from isotropic turbulence, *J. Comput. Acous.*, **5**(3), 317-336.
- ¹²⁵WYGNANSKI, I. & FIEDLER, H., 1969, Some measurements in the self-preserving jet, *J. Fluid Mech.*, **38**(3), 577-612.
- ¹²⁶WYGNANSKI, I. & FIEDLER, H.E., 1970, The two-dimensional mixing region, *J. Fluid Mech.*, **41**(2), 327-361.
- ¹²⁷WYGNANSKI, I., OSTER, D., FIEDLER, H. AND DZIOMBA, B., 1979, Perseverance of a quasi-two-dimensional eddy-structure, *J. Fluid Mech.*, **93**, 325-335.
- ¹²⁸ZAMAN K.B.M.Q., 1985, Far-field noise of a subsonic jet under controlled excitation, *J. Fluid Mech.*, **152**, 83-111.
- ¹²⁹ZHANG, X., RONA, A. & LILLEY, G.M., 1995, Far-field radiation from an unsteady supersonic cavity flow, *16th AIAA Aeroacoustics Conference*, Munich, Germany, June 12-15, AIAA Paper 95-040.

Publications

Publications dans des revues à comité de lecture

- BOGEY, C., BAILLY, C. & JUVÉ, D., 1999, Calcul direct du rayonnement acoustique d'une couche de mélange par macrosimulation, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Paris*, t. 327, série IIb, 1029-1034.
- BOGEY, C., BAILLY, C. & JUVÉ, D., 2000, Calcul du rayonnement acoustique d'une couche de mélange à l'aide des équations d'Euler linéarisées, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Paris*, t. 328, série IIb, 341-347.
- BOGEY, C. & BAILLY, C., 2000, Génération de bruit par appariement de tourbillons dans les zones cisailées, **accepté** dans *Mécanique et Industries*.
- BOGEY, C., BAILLY, C. & JUVÉ, D., 2000, Numerical simulation of the sound generated by vortex pairing in a mixing layer, **à paraître** dans l'*AIAA Journal*.

Chapitre de livre

- BAILLY, C. & BOGEY, C., 2000, Modeling and numerical simulation of free shear flows, Lectures Series 2000-02, *Von Kármán Institute for Fluid Dynamics*, 14-17 February, 1-88.

Conférences avec actes détaillés publiés

- BOGEY, C., BAILLY, C. & JUVÉ, D., 1999, CAA approaches applied to mixing layer noise computation using LES, *EAA / ASA Forum Acusticum*, 14-19 March, Berlin, 2pNSe1.
- BOGEY, C., BAILLY, C. & JUVÉ, D., 1999, Computation of mixing layer noise using Large Eddy Simulation, *5th AIAA/CEAS AeroAcoustics Conference*, 10-12 May, Seattle, USA, AIAA Paper 99-1871.
- BOGEY, C. & BAILLY, C., 1999, Modélisations et simulations numériques en aéroacoustique, *14^{ème} Congrès Français de Mécanique*, 30 août - 3 sept., Toulouse, n° 194.

- JUVÉ, D., BOGEY, C. & BAILLY, C., 1999, Numerical simulations of aerodynamic noise using linearized Euler equations, *Aerokustischer Workshop SWING*, 28-29 oct., Dresden.
- BOGEY, C., BAILLY, C. & JUVÉ, D., 1999, Direct computation of aerodynamic noise using Large Eddy Simulation, *Premier colloque européen sur la technologie des lanceurs*, CNES, 14-16 déc., Toulouse.
- BOGEY, C., BAILLY, C. & JUVÉ, D., 2000, Computation of the sound radiated by a 3-D jet using Large Eddy Simulation, *6th AIAA/CEAS AeroAcoustics Conference*, 12-14 June, Lahaina, USA, AIAA Paper 2000-2009.
- BAILLY, C., BOGEY, C. & JUVÉ, D., 2000, Computation of flow noise using source terms in Linearized Euler's equations, *6th AIAA/CEAS AeroAcoustics Conference*, 12-14 June, Lahaina, USA, AIAA Paper 2000-2047.
- BOGEY, C., BAILLY, C. & JUVÉ, D., 2000, Calcul du rayonnement acoustique des écoulements libres par Simulation des Grandes Echelles, *5^{ème} Congrès Français d'Acoustique*, 3-6 sept., Lausanne.

Contributions

- JUVÉ, D., 1999, Aeroacoustic research in Europe: the CEAS-ASC report on 1998 highlights, *5th AIAA/CEAS AeroAcoustics Conference*, 10-12 May 1999, Seattle, USA, AIAA Paper 99-1916.
- JUVÉ, D., 1999, Aeroacoustic research in Europe: the CEAS-ASC report on 1998 highlights, *J. Sound Vib.*, **227**(2), 321-342.

Participation à des manifestations scientifiques

- CINQUANTENAIRE DE LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE D'ACOUSTIQUE, 14-19 décembre 1998, Palais de la Découverte, Paris. Présentation d'un poster et d'un film sur le rayonnement acoustique produit par l'appariement de tourbillons dans une zone de mélange.
- SÉMINAIRE MÉCANIQUE DES FLUIDES TURBULENTS, 4-7 mai 1999, Centre de Physique des Houches. Communication : Calcul du bruit rayonné par une couche de mélange à partir d'une simulation des grandes échelles.
- JOURNÉES AÉROACOUSTIQUE NUMÉRIQUE, 20-21 avril 2000, Ecole Centrale de Lyon. Conférence générale : Bailly, C. & Bogey, C., Méthodes directes et hybrides de calcul du bruit aérodynamique.

Calcul direct du bruit aérodynamique et validation de modèles acoustiques hybrides

Ce travail de thèse concerne le calcul direct du bruit d'origine aérodynamique à partir des équations de Navier-Stokes. Il permet d'obtenir simultanément les champs aérodynamiques et les champs acoustiques, lesquels possèdent des caractéristiques physiques très différentes, sans faire intervenir de modélisation acoustique. L'alternative à cette démarche consiste à utiliser des méthodes hybrides, également étudiées dans ce travail, qui s'appuient sur un calcul en deux étapes. Dans ces méthodes, on détermine dans une première étape un champ turbulent de vitesse et on utilise, dans une seconde étape, un modèle de sources acoustiques combiné avec un opérateur de propagation pour obtenir le rayonnement acoustique.

Pour ces diverses approches, un code de résolution des équations de Navier-Stokes 2-D puis 3-D est développé avec des techniques propres à l'aéroacoustique numérique. Les techniques numériques mises au point prennent en compte les particularités des fluctuations acoustiques. La précision des conditions aux limites fait notamment l'objet d'une évaluation minutieuse à l'aide de cas tests afin de minimiser les réflexions parasites. On dispose ainsi d'un code de simulation numérique directe (DNS) qui calcule toutes les échelles de la turbulence. Le modèle de sous-maille de Smagorinsky est de plus implanté pour pouvoir réaliser des simulations des grandes échelles (LES) dans lesquelles seules les grosses structures sont résolues.

Plusieurs configurations sont considérées. (1) Le rayonnement de deux tourbillons corotatifs avec et sans écoulement moyen est déterminé directement par DNS. La source de bruit de type quadrupôle tournant est mise en évidence. Ces deux calculs préliminaires permettent également d'évaluer la précision de la méthode hybride qui introduit des termes sources dans les équations d'Euler linéarisées. L'expression des termes sources est ainsi validée. (2) Le rayonnement produit par appariement de tourbillons dans une couche de mélange 2-D subsonique est calculé directement par LES. Le mécanisme de génération de bruit est analysé en rapport avec la source quadrupolaire associée aux tourbillons corotatifs. Cette simulation permet aussi d'appliquer avec succès les deux méthodes hybrides s'appuyant sur l'analogie de Lighthill et sur les équations d'Euler linéarisées. (3) Un jet rond 3-D présentant un nombre de Mach de 0.9 et un nombre de Reynolds de 6.5×10^4 est étudié par LES. Le développement naturel du jet est obtenu en ajoutant des perturbations aléatoires de vitesse au profil initial en entrée du domaine de calcul. Les caractéristiques aérodynamiques du jet sont validées par comparaison avec des données expérimentales. Le rayonnement acoustique de ce jet, obtenu directement par LES, est conforme aux mesures de la littérature en terme de niveau, de directivité et de contenu spectral. Le jet est aussi excité de manière axisymétrique afin de générer des tourbillons annulaires. Les propriétés du rayonnement acoustique produit par les appariements de tels tourbillons sont ainsi directement mises en évidence.