

THÈSE

présentée devant l'ÉCOLE CENTRALE DE LYON
pour obtenir le titre de **DOCTEUR** Spécialité: **ACOUSTIQUE**

par

Johanna CHAPPUIS

**MODÉLISATION DES EFFETS D'INSTALLATION
SUR LE RAYONNEMENT DE TURBORÉACTEURS**

Méthodes Analytiques et Numériques

Soutenue le 13 Décembre 2007 devant la Commission d'Examen composée de:

MM. J. Astley	Professeur, University of Southampton, United Kingdom	Examineur
L.M.B.C. Campos	Professeur, Instituto Superior Tecnico, Portugal	Rapporteur
V. Gibiat	Professeur, Université Paul Sabatier, Toulouse	Rapporteur
S. Redonnet	Docteur d'Etat, ONERA, département DSNA, Chatillon	Examineur
J. Ricouard	Ingénieur, AIRBUS France, Toulouse	Examineur
M. Roger	Professeur, Département LMFA, École Centrale de Lyon	Examineur

Thèse préparée à AIRBUS FRANCE, Département Acoustique et Environnement

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique – UMR CNRS 5509
ÉCOLE CENTRALE DE LYON

Liste des personnes habilitées à diriger des recherches

École Centrale de Lyon

NOM Prénom	Corps grade	Laboratoire	Établissement
AURIOL Philippe	<i>Professeur</i>	CEGELY	ECL
BEROUAL Abderrahmane	<i>Professeur</i>	CEGELY	ECL
BURET François	<i>Maître de conférences</i>	CEGELY	ECL
JAFFREZIC-RENAULT Nicole	<i>Directeur de recherche</i>	CEGELY	CNRS/ECL
KRAHENBUHL Laurent	<i>Directeur de recherche</i>	CEGELY	CNRS/ECL
MARTELET Claude	<i>Professeur</i>	CEGELY	ECL
NICOLAS Alain	<i>Professeur</i>	CEGELY	ECL
NICOLAS Laurent	<i>Directeur de recherche</i>	CEGELY	CNRS/ECL
SIMONET Pascal	<i>Chargé de recherche</i>	CEGELY	CNRS/ECL
THOMAS Gérard	<i>Professeur</i>	CEGELY	ECL
VOLLAIRE Christian	<i>Maître de conférences</i>	CEGELY	ECL
HELLOUIN Yves	<i>Maître de conférences</i>	DER EEA	ECL
LE HELLEY Michel	<i>Professeur</i>	DER EEA	ECL
GUIRALDENQ Pierre	<i>Professeur émérite</i>	DER STMS	ECL
VINCENT Léo	<i>Professeur</i>	DER STMS	ECL
LOHEAC Jean-Pierre	<i>Maître de conférences</i>	ICJ	ECL
MAITRE Jean-François	<i>Professeur émérite</i>	ICJ	ECL
MARION Martine	<i>Professeur</i>	ICJ	ECL
MOUSSAOUI Mohand	<i>Professeur</i>	ICJ	ECL
MUSY François	<i>Maître de conférences</i>	ICJ	ECL
ROUY MIRONESCU Elisabeth	<i>Professeur</i>	ICJ	ECL
ZINE Abdel-Malek	<i>Maître de conférences</i>	ICJ	ECL
DAVID Bertrand	<i>Professeur</i>	ICTT	ECL
CLOAREC Jean-Pierre	<i>Maître de conférences</i>	LEOM	ECL
GAFFIOT Frédéric	<i>Professeur</i>	LEOM	ECL

GAGNAIRE Alain	<i>Maître de conférences</i>	LEOM	ECL
GARRIGUES Michel	<i>Directeur de recherche</i>	LEOM	CNRS/ECL
GENDRY Michel	<i>Directeur de recherche</i>	LEOM	CNRS/ECL
GRENET Geneviève	<i>Directeur de recherche</i>	LEOM	CNRS/ECL
HOLLINGER Guy	<i>Directeur de recherche</i>	LEOM	CNRS/ECL
JOSEPH Jacques	<i>Professeur</i>	LEOM	ECL
KRAWCZYK Stanislas	<i>Directeur de recherche</i>	LEOM	CNRS/ECL
MARTIN Jean-René	<i>Professeur émérite</i>	LEOM	ECL
O'CONNOR Ian	<i>Maître de conférences</i>	LEOM	ECL
PHANER-GOUTORBE Magali	<i>Professeur</i>	LEOM	ECL
ROBACH Yves	<i>Professeur</i>	LEOM	ECL
SOUTEYRAND Eliane	<i>Directeur de recherche</i>	LEOM	CNRS/ECL
TARDY Jacques	<i>Directeur de recherche</i>	LEOM	CNRS/ECL
VIKTOROVITCH Pierre	<i>Directeur de recherche</i>	LEOM	CNRS/ECL
CHEN Liming	<i>Professeur</i>	LIRIS	ECL
BAILLY Christophe	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL
BERTOGLIO Jean-Pierre	<i>Directeur de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
BLANC-BENON Philippe	<i>Directeur de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
BOGEY Christophe	<i>Chargé de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
CAMBON Claude	<i>Directeur de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
CARRIERE Philippe	<i>Chargé de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
CHAMPOUSSIN Jean-Claude	<i>Professeur émérite</i>	LMFA	ECL
COMTE-BELLOT Geneviève	<i>Professeur émérite</i>	LMFA	ECL
FERRAND Pascal	<i>Directeur de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
GALLAND Marie-Annick	<i>Maître de conférences</i>	LMFA	ECL
GODEFERD Fabien	<i>Chargé de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
HENRY Daniel	<i>Directeur de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
JEANDEL Denis	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL
JUVE Daniel	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL
LE RIBAUT Catherine	<i>Chargé de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
LEBOEUF Francis	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL
PERKINS Richard	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL
ROGER Michel	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL
SCOTT Julian	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL
SIMOENS Serge	<i>Chargé de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
TREBINJAC Isabelle	<i>Maître de conférences</i>	LMFA	ECL
BENAYOUN Stéphane	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
CAMBOU Bernard	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
COQUILLET Bernard	<i>Maître de conférences</i>	LTDS	ECL
DANESCU Alexandre	<i>Maître de conférences</i>	LTDS	ECL
FOUVRY Siegfried	<i>Chargé de recherche</i>	LTDS	CNRS/ECL
GEORGES Jean-Marie	<i>Professeur émérite</i>	LTDS	ECL
GUERRET Chrystelle	<i>Chargé de recherche</i>	LTDS	CNRS/ECL
HERTZ Dominique	<i>Past</i>	LTDS	ECL
ICHCHOU Mohamed	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
JEZEQUEL Louis	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
JUVE Denyse	<i>Ingénieur de recherche</i>	LTDS	ECL

KAPSA Philippe	<i>Directeur de recherche</i>	LTDS	CNRS/ECL
LE BOT Alain	<i>Chargé de recherche</i>	LTDS	CNRS/ECL
LOUBET Jean-Luc	<i>Directeur de recherche</i>	LTDS	CNRS/ECL
MARTIN Jean-Michel	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
MATHIA Thomas	<i>Directeur de recherche</i>	LTDS	CNRS/ECL
MAZUYER Denis	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
PERRET-LIAUDET Joël	<i>Maître de conférences</i>	LTDS	ECL
SALVIA Michelle	<i>Maître de conférences</i>	LTDS	ECL
SIDOROFF François	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
STREMSDOERFER Guy	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
THOUVEREZ Fabrice	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
TREHEUX Daniel	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
VANNES André-Bernard	<i>Professeur émérite</i>	LTDS	ECL

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Michel Pacull, Armand Malagoli et Pierre Lempereur de m'avoir accueillie au sein du Département Acoustique et Environnement d'AIRBUS France et d'avoir soutenu mon activité de recherche au cours de ces trois années.

Je remercie également Hugues Rémy et Jean-François Piet de la confiance qu'ils m'ont témoignée durant cette période, de leur soutien et de leur gentillesse.

Mes remerciements s'adressent ensuite à Julien Ricouard qui a encadré ce travail et favorisé mon intégration au sein du service Aéroacoustique. Ses conseils avisés, son expérience et sa disponibilité ont largement contribué au bon déroulement de mon activité de recherche.

J'exprime également ma profonde gratitude à Michel Roger, mon directeur de thèse. Sa rigueur, son souci de clarté et la pertinence de ses idées ont largement contribué à l'avancement de mes travaux de recherche. Ce fut un immense plaisir de partager cette aventure avec lui.

Je suis heureuse d'avoir pu compter parmi mes rapporteurs le Professeur Luis Campos de l'Instituto Superior Técnico Lisboa (Portugal) qui a investi beaucoup de temps dans une relecture et correction minutieuse de mon mémoire, ainsi que le Professeur Vincent Gibiat de l'Université Paul Sabatier de Toulouse qui a également assuré la présidence de mon jury de thèse. Vincent Gibiat est l'une de mes plus belles rencontres scientifiques. Si nos chemins se sont croisés maintes fois depuis 2001, j'espère sincèrement qu'ils se croiseront encore...

Mes remerciements vont ensuite à Jérémy Astley de l'Université de Southampton (Royaume-Uni), qui a accepté de faire partie de mon jury et à Stéphane Redonnet de l'ONERA, dont les remarques pertinentes et les précisions apportées au manuscrit en ont grandement amélioré la qualité. Je le remercie à nouveau pour tous les encouragements qu'il m'a adressés durant ce parcours.

Ce travail n'aurait peut-être jamais abouti sans la complicité de mes trois plus fidèles compagnons, Cissou, Alexia et Fred. Je ne peux leur dire à quel point nos petits repas clandestins et nos pause-café ont été pour moi un havre de paix. Dans les moments de découragement et de doute, ils ont été mes plus grands confidents et amis. Je les remercie également pour leur relecture acharnée du mémoire...

Pour avoir partagé mon quotidien et mes humeurs, je remercie tous mes co-bureaux: Jérôme, pour sa compagnie tardive, ses mots d'encouragement et son délicieux thé au jasmin, Jean-Paul, l'homme sage pour nos discussions remonte-moral, Jean-Nicolas, Spielberg de CATIAv5 pour toutes les animations parfois loufoques réalisées dans la bonne humeur, Malourène et Mauricio, ce fut un grand plaisir de vous cotoyer et de vous faire part de mes petites expériences de jeune chercheur, Emmanuel dont les conseils et la gentillesse m'ont été très précieux, et enfin... Yannou, à qui je dois un merci très spécial, et qui sous-estime à quel point sa générosité, ses conseils avisés et le temps consacré à répondre à mes questions parfois très naïves m'ont été bénéfiques.

Je remercie également tous les anciens thésards, Bastien, Fabienne, Pascale, Nicolas, les deux Stéphane, Mathieu et Aloïs pour m'avoir fait part de leur expérience et pour leur soutien

durant ces trois années. Merci aussi à Séb et Aurélien pour leurs coups de main efficaces.

Je tiens ensuite à remercier tous mes collègues du service Aéroacoustique et du service Méthodes Numériques ainsi que les collaborateurs de SOGETI High Tech, en particulier Caroline ainsi que Sébastien et Delphine qui ont réalisé les maillages.

Pendant la thèse, j'ai eu également l'occasion de nouer de nouvelles amitiés, je pense à Sylvain Miklaszewski, Julien Bailly, Frédéric Moynet et Fabrice Gantié avec qui j'ai partagé mon premier et mémorable congrès AIAA. Je remercie chaleureusement Cathy pour son aide si précieuse et son sourire de chaque jour.

Pour finir, je tiens à remercier toutes les personnes qui rendent ma vie belle quotidien. Merci à mes fidèles amis de l'ENAC, Vanessa, Nolwenn, Babie, Alexa, Maggy, David, Sacman, Aqua et Vincent, pour tous ces moments agréables, merci d'être toujours là dans les bons comme dans les mauvais jours.

Merci à Mélanie, mon amie de toujours, pour avoir été présente dans toutes les étapes importantes de ma vie.

Merci à mes parents et à mon frère pour avoir toujours cru en moi, pour leur amour et leur encouragement, mes réussites sont aussi les leurs.

Enfin, merci à Yohann de me faire rire chaque jour, de donner un sens à tout ça, et de m'assurer un petit coin chaud contre ton coeur où j'ai l'assurance de pouvoir venir me blottir...

*À mon mari, Yohann
À mes parents
À mon petit frère, Nicolas*

Table des matières

Nomenclature	15
Introduction	23
I Modèle analytique de la diffraction du rayonnement d'une source monopolaire par un écran	33
I.1 Introduction	33
I.2 Formulation du problème sans écoulement	35
I.2.1 Présentation des modèles	35
I.2.2 Evaluation de l'erreur de l'approximation de Cooke	39
I.3 Prise en compte de deux bords diffractants	44
I.4 Prise en compte d'un écoulement dans le problème de diffraction par un demi-plan	46
I.4.1 La transformation de Lorentz	47
I.4.2 L'équation d'onde	47
I.4.3 La question de l'observateur	48
I.4.4 Solution du problème de la diffraction du rayonnement d'une source monopolaire par un écran en présence d'un écoulement uniforme	49
I.4.5 Condition de Kutta et influence sur le rayonnement en champ lointain	53
I.5 Comparaison croisée des différents codes numériques et du code analytique	60
I.5.1 Cas de la diffraction par une plaque longue sans écoulement	61
I.5.2 Cas de la diffraction par une plaque courte sans écoulement	65
I.5.3 Cas de la diffraction par une plaque longue en présence d'un écoulement uniforme	69
I.5.4 Petite digression sur la notion de source ponctuelle	73
I.6 Comparaison entre les prédictions et des mesures en chambre sourde	73
I.7 Conclusion	76
II Modèle analytique de la diffraction du rayonnement d'une source monopolaire par un cylindre	79
II.1 Introduction	79
II.1.1 Contexte	79
II.1.2 Solution analytique exacte	80
II.1.3 Approximation géométrique	80
II.2 Détermination des rayons acoustiques	81
II.2.1 Calcul du rayon réfléchi	81
II.2.2 Calcul du rayon rampant sur un cylindre	84
II.3 Détermination du champ acoustique	88
II.3.1 Calcul du champ direct (propagation en espace libre)	88
II.3.2 Calcul du champ réfléchi	90
II.3.3 Calcul du champ diffracté	91
II.4 Comparaison croisée des différents codes numériques et du code analytique	94

II.4.1	Cas de la diffraction par un cylindre court	94
II.4.2	Cas d'un corps cylindrique à extrémités elliptiques	97
II.5	Comparaison entre les calculs et des mesures en chambre sourde	101
II.6	Conclusion	103
III	Modélisation numérique des effets d'installation et comparaison avec des résultats expérimentaux	105
III.1	Introduction	105
III.2	Formulation intégrale par éléments finis de frontière	106
III.2.1	Présentation du problème	106
III.2.2	Représentation intégrale	108
III.2.3	Résolution numérique	108
III.3	Méthodologie de décomposition de domaine et de couplage pour les effets d'installation	111
III.3.1	Principe général	111
III.3.2	Les étapes du couplage faible BEM/BEM	112
III.4	Comparaison entre le calcul numérique et des mesures en chambre sourde: évaluation de la chaîne de calcul de couplage faible	114
III.4.1	Dispositif expérimental, configurations isolées et installées pour la mesure et le calcul	115
III.4.2	Analyse des résultats en configuration non conventionnelle	118
III.4.3	Etude des paramètres gouvernant les effets d'installation en configuration non conventionnelle	126
III.4.4	Analyse des résultats en configuration conventionnelle	133
III.4.5	Les limites du couplage faible - Principe du couplage fort	140
III.5	Décomposition de domaine via une surface de Kirchhoff	143
III.5.1	Principe	143
III.5.2	Choix d'un code numérique dans le domaine $D1$	143
III.5.3	Exemple d'un couplage FEE/BEM : prise en compte d'un écoulement non uniforme autour du moteur	146
III.6	Conclusion générale sur l'utilisation des méthodes numériques pour l'étude des effets d'installation	148
IV	Modélisation de la source	151
IV.1	Introduction	151
IV.2	Rappel sur la propagation d'une onde acoustique guidée dans un conduit annulaire	152
IV.3	Modélisation d'un mode par des anneaux de monopôles	154
IV.3.1	Comparaison entre des calculs analytiques avec source ponctuelle et des mesures en chambre sourde	154
IV.3.2	Principe de la modélisation d'une source modale par un anneau de monopôles	155
IV.3.3	Paramètres de l'anneau	157
IV.3.4	Calcul du rayon de l'anneau en fonction de l'angle de rayonnement θ du mode simulé	157
IV.3.5	Calcul de l'orientation Δ du dipole	158
IV.3.6	Amélioration des résultats analytiques et limitation du modèle	159
IV.3.7	Plans, lignes et points d'annulation du champ acoustique	162
IV.4	Approximation de la membrane bafflée discrétisée - modélisation d'un mode par une distribution dense de monopôles	162
IV.4.1	Principe de l'approche	163
IV.4.2	Résolution du problème - Formule de Rayleigh	163
IV.4.3	Discrétisation de la surface vibrante par des monopôles	164

IV.4.4 Premiers résultats	165
IV.4.5 Domaine de validité du modèle de sources distribuées	168
IV.4.6 Résultats en configuration conventionnelle	174
IV.5 Et la GTD?	176
IV.5.1 Configuration non conventionnelle	176
IV.5.2 Configuration conventionnelle	178
IV.6 Conclusion	179
Conclusion	181
Fondamentaux théoriques	185
Annexes	193
A Formulation du problème sans écoulement	193
A.0.1 Préambule: démonstration de la formule d'Erdelyi	193
A.0.2 Configuration géométrique	194
A.0.3 Calcul de $W^*(\infty, k, R)$	195
A.0.4 Approximation de $W^*(\xi_0, k, R)$	196
B Formulation du problème avec écoulement: détail des calculs	199
B.1 Application de la transformation de Lorentz à l'équation d'onde	199
B.1.1 Transformation de Lorentz	199
B.1.2 Changement de variable	199
B.1.3 Calcul des dérivées premières de ϕ dans le nouveau repère	200
B.1.4 Calcul des dérivées secondes de ϕ dans le nouveau repère	200
B.1.5 Retour à l'équation d'onde	201
B.2 Détail des calculs de pression et fréquence dans le cas d'une source seule en écoulement uniforme	202
B.2.1 calcul de la pression	202
B.2.2 calcul de la fréquence	204
C Configurations non conventionnelles: comparaison entre les calculs et des mesures en chambre sourde - résultats complémentaires	205
D Configurations conventionnelles: comparaison entre les calculs et des mesures en chambre sourde - résultats complémentaires	209
Articles	217

Nomenclature

Afin de réduire toute signification équivoque des symboles et des notations mathématiques présents dans ce mémoire, la liste suivante regroupe par chapitre et par ordre alphabétique les différents caractères employés et leur interprétation physique.

Introduction

BEM	<i>Boundary Element Method</i> : méthode d'éléments finis de frontière
BPF	<i>Blade Passage Frequency</i> : fréquence de passage des aubes de la soufflante
BSN	<i>Buzz Saw Noise</i> : bruit de raie
DGM	<i>Discontinuous Galerkin Method</i> : méthode de Galerkin discontinue
FEE	<i>Full Euler Equations</i> : méthode numérique fondée sur la résolution des équations d'Euler formulées en petites perturbations
FEM	<i>Finite Element Method</i> : méthode d'éléments finis de volume
FFT	<i>Free Field Technologies</i> : concepteur de logiciels de traitements acoustiques
FW-H	<i>Ffowcs Williams et Hawkings</i>
GTD	<i>Geometrical Theory of Diffraction</i>
OACI	Organisation de l'Aviation Civile Internationale
ONERA	Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales
R	Rayon de l'éjection secondaire
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
RFN	<i>Rear Fuselage Nacelle</i> - configuration avion non conventionnelle avec moteurs à l'arrière
RPMC	<i>Revolution Per Minute Corrected</i> : vitesse de rotation du moteur corrigée de l'effet de température
SPL	<i>Sound Pressure Level</i> : niveau de pression exprimé en décibel

Avant-propos

α	Admittance du matériau acoustique
c	Célérité des ondes acoustiques
D	Dimension caractéristique de l'obstacle
M	Masse molaire de l'air: $M = 29.10^{-3} kg^{-1}$
p_0	Pression moyenne de l'écoulement
p_t	Pression locale de l'écoulement total
$q(t)$	Source de débit massique
R	Constante des gaz parfaits: $R = 8.32 J.K^{-1}$

t	Temps
\vec{v}_0	Vecteur vitesse moyen de l'écoulement
\vec{v}_r	Vitesse radiale de vibration d'une sphère pulsante
\vec{v}_t	Vecteur vitesse local de l'écoulement total
$\tilde{\gamma}$	Rapport des capacités calorifiques à pression et volume constants de l'air considéré comme un gaz parfait
γ	Facteur principal de la transformée de Lorentz ($\gamma = 1/\sqrt{1 - M^2}$)
λ	Longueur d'onde acoustique
ϕ	Potentiel acoustique
ρ_0	Masse volumique moyenne de l'écoulement
ρ_t	Masse volumique locale de l'écoulement total
Σ	Frontière de l'objet diffractant
T	Température du milieu ambiant

Chapitre I

BEM	<i>Boundary Element Method</i> : méthode d'éléments finis de frontière
c	Corde de la surface portante
c_0	Célérité des ondes acoustiques
$C(\beta)$	Intégrale de Fresnel
FEM	<i>Finite Element Method</i> : méthode d'éléments finis de volume
GTD	<i>Geometrical Theory of Diffraction</i>
$H_1^{(2)}(x)$	Fonction de Hankel ou fonction de Bessel de troisième espèce d'ordre 1 et d'argument x
$J_1(x)$	Fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1 et d'argument x
k	Nombre d'onde
$M, Mach$	Nombre de Mach associé à l'écoulement externe
N	Nombre de Fresnel
O	Point origine du repère choisi
p_I	Pression incidente en espace libre due à une source ponctuelle
p_T	Pression totale mesurée
(r, ϕ, z)	Coordonnées cylindriques
(r, θ, ϕ)	Coordonnées sphériques
R	Distance entre la source et l'observateur
\bar{R}	Distance entre la source miroir et l'observateur
$S(\beta)$	Intégrale de Fresnel
SCAT	<i>SCattering Analytical Tool</i> : code analytique de calcul relatif aux géométries planes
SPL	<i>Sound Pressure Level</i> : Niveau de pression exprimé en décibel
t	Temps
U	Fonction de Green du demi-plan
V	Vitesse de l'écoulement externe
$Y_1(x)$	Fonction de Bessel de deuxième espèce d'ordre 1 et d'argument x
δ	Différence de marche entre le rayon direct et le rayon diffracté par le bord
Γ	Facteur Doppler

γ	Facteur principal de la transformée de Lorentz ($\gamma = 1/\sqrt{1 - M^2}$)
λ	Longueur d'onde acoustique
ω	Pulsation des ondes acoustiques
ϕ	Potentiel acoustique
ϕ_F	Potentiel acoustique associé au problème sans écoulement
ϕ_M	Potentiel acoustique associé au problème avec écoulement uniforme
ρ_0	Masse volumique locale de l'écoulement moyen
ξ_0	Paramètre géométrique définissant la position de la source et de l'observateur

Chapitre II

a	Rayon du cylindre
$A(M)$	Amplitude de l'onde acoustique au point M
$ActiHF$	Code numérique GTD de lancer de rayons
Ai	Fonction d'Airy
BEM	<i>Boundary Element Method</i> : méthode d'éléments finis de frontière
CARILLON	<i>Cylinder Analytical with Ray ILLumination</i> : code analytique de calcul relatif aux corps cylindriques
D	Diamètre du cylindre
$D(A)$	Coefficient de diffraction au point A
FEM	<i>Finite Element Method</i> : méthode d'éléments finis de volume
GTD	<i>Geometrical Theory of Diffraction</i>
l	Demi-grand axe de l'ellipsoïde en bout de cylindre long
L	Longueur du cylindre
O	Point origine du repère choisi
$p_I(M)$	Pression incidente en un point M due à une source ponctuelle en espace libre
$p_r(M)$	Pression réfléchi sur le cylindre en un point M
$(P_{//})$	Plan tangent au cylindre
(P_{\perp})	Plan perpendiculaire au plan tangent au cylindre
q_m	$m^{\text{ième}}$ Zéro de la fonction d'Airy
R	Coefficient de réflexion
s	Abscisse curviligne le long d'un rayon acoustique
SPL	<i>Sound Pressure Level</i> : niveau de pression exprimé en décibel
t	Temps
Δ	Génératrice du cylindre
$d\sigma$	Aire de la section d'un tube de rayons
λ	Longueur d'onde acoustique
Φ	Isométrie projetant le cylindre sur un plan
ϕ	Terme de phase en un point du rayon acoustique
ϕ_0	terme de phase de l'onde incidente au point source S
ρ_i	Rayon de courbure du front d'onde incident
ρ_r	Rayon de courbure du front d'onde réfléchi
ρ_d	Rayon de courbure du front d'onde diffracté
θ	Angle de tir de rayons calculé depuis la source
Ω	Rotation d'angle α dans le plan

Ψ	Fonction qui associe à un point sa troisième coordonnée cartésienne
--------	---

Chapitre III

A_{mn}^{\pm}	Amplitude complexe de la pression relative au mode (m,n) incident ou réfléchi
$A_m(z,1)$	Amplitude complexe de la pression relative au mode azimutal m , tenant compte des dépendances axiales (z) et radiale ($r = 1$, paroi externe) donnée issue de la mesure par les anneaux de détection modale
<i>ACTIPOLE</i>	Code de calcul BEM itératif
<i>ACTI3S</i>	Code de calcul BEM direct
<i>ACTI2R</i>	Code de calcul BEM axisymétrique
BEM	<i>Boundary Element Method</i> : méthode d'éléments finis de frontière
c_0	Célérité des ondes acoustiques
CAA	Computational AeroAcoustics: méthodes de calcul numérique en aéroacoustique
CFD	Computational Fluid Dynamics: méthode de calcul numérique en mécanique des fluides
D_1	Sous-domaine contenant le moteur et la nacelle dans la méthode intégrale
D_2	Sous-domaine contenant les parties de l'avion autres que le moteur et la nacelle dans la méthode intégrale
DNS	<i>Direct Numerical Method</i> : méthode numérique fondée sur la résolution directe des équations de Navier-Stokes complètes
f	Fréquence des ondes acoustiques
$F_{mn}^{\pm}(k_{r_{mn}}^{\pm})$	Dépendance radiale du mode (m,n) incident ou réfléchi
$F_{mn}(\theta_{ec})$	Fonction de directivité du mode (m,n) pour le modèle de Rienstra ou le modèle du baffle
FEM	<i>Finite Element Method</i> : méthode d'éléments finis de volume
FMM	<i>Fast Multipole Method</i> : accélération multipolaire
$G(\vec{x},\vec{y})$	Fonction de Green harmonique en milieu homogène sans écoulement
h	Rapport du rayon interne sur le rayon externe pour une section annulaire
k	Nombre d'onde
$k_{r_{mn}}, k_{z_{mn}}$	Constantes de propagation radiale et axiale du mode (m,n) incident ou réfléchi
L_a	Distance entre les deux anneaux de détection modale pour l'étude expérimentale
m	Ordre azimutal du mode (m,n)
(m,n)	Numérotation des modes de conduit (ordre azimutal et ordre radial)
n	Ordre radial du mode (m,n)
N_S	Nombre de sommets du maillage dans la méthode intégrale
N_T	Nombre de triangles du maillage dans la méthode intégrale
O	Point origine du repère choisi
p	Pression acoustique totale

p^+, p^-	Pression acoustique complexe relative aux domaines Ω^+ et Ω^- dans la formulation intégrale
P^+	Problème associé au domaine Ω^+
P^-	Problème associé au domaine Ω^-
$p_{diff} = p^+$	Pression diffractée par un objet
p_{inc}	Pression due à une onde incidente sur un objet
p_{mn}	Pression acoustique modale relative au mode (m, n) incident ou diffracté
P_0	Première position expérimentale du bord de fuite de l'aile
RANS	<i>Reynolds Average Navier-Stokes</i> : équations de Navier-Stokes moyennées
S	Frontière du domaine dans la méthode intégrale
<i>sAbrinA</i>	Code de calcul de l'ONERA résolvant les équations d'Euler en écoulement visqueux stationnaire
<i>SPL</i>	Sound Pressure Level: Niveau de pression exprimé en décibel
t	Temps
$\delta(x)$	Distribution de Dirac au point x
Γ	Partie traitée de la frontière du domaine dans la méthode intégrale
Ω^-	Domaine intérieur utilisé dans la méthode intégrale
Ω^+	Domaine de propagation et de rayonnement acoustique utilisé dans la méthode intégrale
ω	Pulsation des ondes acoustiques
Σ	Partie rigide de la frontière du domaine dans la méthode intégrale
η	Impédance de la partie traitée Γ
ω_j	Fonction de base dans la méthode intégrale
χ_j	Fonction de base dans la méthode intégrale
Γ_g	Surface modale

Chapitre IV

<i>ActiHF</i>	Code numérique GTD de lancer de rayons
A_{mn}^\pm	Amplitude complexe de la pression relative au mode (m, n) incident ou réfléchi
A_{monop}	Amplitude complexe d'un monopôle
CAO	Conception assistée par ordinateur
Δ	Orientation du dipole
dz	Distance entre les deux anneaux de monopoles, petite par rapport à la longueur d'onde
f	Fréquence des ondes acoustiques
$F_{mn}^\pm (k_{r,mn}^\pm)$	Dépendance radiale du mode (m, n) incident ou réfléchi
$G(\vec{x}, \vec{y})$	Fonction de Green harmonique en milieu homogène sans écoulement
GTD	<i>Geometrical Theory of Diffraction</i>
h	Rapport du rayon interne sur le rayon externe pour une section annulaire
$J_m(x)$	Fonction de Bessel de première espèce d'ordre m et d'argument x
k	Nombre d'onde

$k_{r_{mn}}, k_{z_{mn}}$	Constantes de propagation radiale et axiale du mode (m,n) incident ou réfléchi
m	Ordre azimutal du mode (m,n)
$M_n(t)$	Moment multipolaire d'ordre n
(m,n)	Numérotation des modes de conduit (ordre azimutal et ordre radial)
n	Ordre radial du mode (m,n)
N_0	Discrétisation en nombre de points par lobe du mode simulé
O	Point origine du repère choisi
p	Pression acoustique totale
p_{mn}	Pression acoustique modale relative au mode (m,n) incident ou diffracté
P_0	Première position expérimentale du bord de fuite de l'aile
$\pm q$	Amplitude complexe d'une source ponctuelle
(r,ϕ,z)	Coordonnées cylindriques
$r_{c_{mn}}$	Rayon caustique du mode (m,n) marquant la frontière entre la zone de propagation forte et la zone de propagation faible
R_{ec}	Distance d'écoute entre l'observateur et le centre de la section de sortie du conduit
R_{int}, R_{ext}	Rayon interne et rayon externe d'une section de conduit annulaire
R_0	Rayon d'un anneau de monopôle
SPL	<i>Sound Pressure Level</i> : Niveau de pression exprimé en décibel
t	temps
$V_{z_{mn}}$	Composante axiale de la vitesse acoustique relative au mode (m,n) incident
\vec{x}	Position d'un point dans l'espace
$Y_m(x)$	Fonction de Bessel de deuxième espèce d'ordre m et d'argument x
α	Position angulaire du second anneau par rapport au premier
$\tilde{\alpha}$	Admittance réduite d'un traitement acoustique
$\delta(x)$	Distribution de Dirac au point x
$d\Phi$	Angle au centre de deux monopôles consécutifs
$\delta\phi$	Déphasage entre deux monopôles adjacents d'un même anneau
θ_{ec}	Angle d'écoute entre l'axe du conduit et la droite reliant le centre de la section de sortie au point d'écoute
ω	Pulsation des ondes acoustiques

Principales notations mathématiques

$f'(a)$	Dérivée de la fonction f au point a
\vec{g}	Grandeur physique vectorielle
$\Re(g)$	Partie réelle de la grandeur complexe g
$\Im(g)$	Partie imaginaire de la grandeur complexe g
$\ g\ $	Module de la grandeur complexe g
$\partial/\partial n$	Dérivée partielle par rapport à la variable n
d/dn	Dérivée totale par rapport à la variable n
i	Nombre complexe
$\vec{\nabla}g$	Opérateur gradient du scalaire g
$\text{div}\vec{g}$	Opérateur divergence du vecteur \vec{g}

$\text{rot}\vec{g}$	Opérateur rotationnel du vecteur \vec{g}
Δg	Opérateur Laplacien du scalaire g

Introduction

1. Contexte de l'étude

L'industrie du transport aérien se trouve aujourd'hui confrontée à une exigence de réduction des nuisances sonores occasionnées par l'aviation commerciale. Effectivement, le trafic aérien s'étant développé intensivement depuis quelques décennies, les aéroports ont dû accroître leur capacité d'accueil, ce qui occasionne une gêne grandissante pour les populations avoisinantes. Les normes internationales de certification définies par l'O.A.C.I. (Organisation de l'Aviation Civile Internationale) sont par conséquent de plus en plus sévères et obligent le constructeur à travailler de manière soutenue sur la prédiction du bruit dès les phases d'avant-projet de tout nouvel avion. Le problème du bruit dans l'industrie aéronautique est une chaîne complexe dont l'analyse comprend:

1. l'identification de la source de bruit
2. l'étude de la propagation du bruit depuis la source jusqu'à l'observateur
3. l'évaluation de l'effet du bruit sur l'individu

Une appréciation claire de chacune de ces composantes est indispensable pour traiter le problème du bruit aéronautique dans sa globalité.

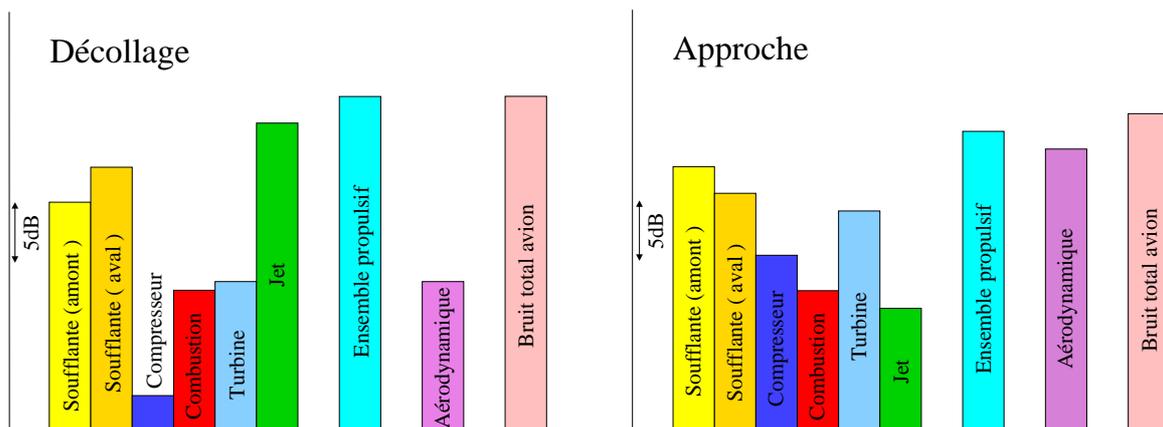


FIG. 1 – Importance des différentes sources de bruit en phase de décollage (à gauche) et en phase d'approche (à droite).

Pendant les différentes phases de vol d'un avion, deux composantes principales de bruit sont généralement identifiées: le bruit d'origine aérodynamique et le bruit de l'ensemble propulsif. Le bruit aérodynamique, produit par l'interaction des écoulements turbulents avec la surface extérieure de l'avion, s'amplifie dans les configurations hypersustentées en raison de la sortie des bords de fuite et des volets, et des trains d'atterrissage. Des modèles de calcul permettent de prédire le bruit aérodynamique de la cellule et des autres éléments [55]. Le bruit de turboréacteur est lui important pendant toutes les phases de vol, et largement prépondérant au décollage. Il se

compose du bruit de jet, engendré par le flux d'air éjecté des tuyères, du bruit des parties tournantes (soufflante, compresseurs, turbines) produit à l'intérieur des nacelles et du bruit de combustion. Les ondes acoustiques engendrées par ces sources internes se propagent dans les conduits d'entrée d'air et d'éjection et rayonnent en champ lointain avec une directivité spécifique (Fig. 2). La figure (1) illustre l'importance relative de ces différentes sources de bruit au décollage et à l'approche pour un avion moderne. On distingue ici les bruits de soufflante amont et aval, rayonnés respectivement par l'entrée d'air et par les conduits d'éjection, qui sont deux problématiques bien distinctes et ont fait l'objet de travaux spécifiques à AIRBUS France [47] [24]. La prédiction du bruit de l'ensemble propulsif repose sur la transposition en vol des niveaux de bruit mesurés au sol au cours d'essais statiques spécifiques aux moteurs.

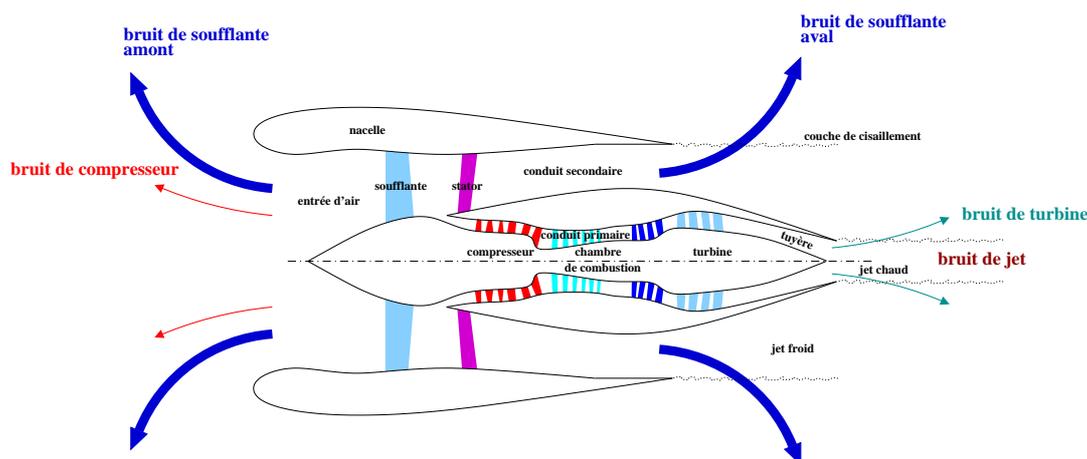


FIG. 2 – Directivité des différentes sources de bruit d'un turboréacteur.

L'apparition des moteurs à fort taux de dilution¹ et l'utilisation de traitements acoustiques ont réduit significativement le niveau de bruit des moteurs ces vingt dernières années, mais les législations étant de plus en plus strictes, les avionneurs sont contraints d'envisager de nouvelles configurations pour lesquelles le bruit du moteur serait masqué par certains composants de l'avion. L'interaction entre les ondes acoustiques et la voilure, l'empennage, ou le fuselage de l'avion affecte en effet la directivité et l'intensité du bruit rayonné par le moteur isolé. L'écoulement autour du moteur est également perturbé par la présence de ces structures. Tous ces effets d'interaction, appelés *effets d'installation*, sont d'autant plus importants que les surfaces sont proches des sources de bruit. On identifie généralement trois phénomènes physiques prépondérants: la réflexion, la diffraction des ondes acoustiques par la voilure et l'empennage, et la réfraction à travers les couches de cisaillement. Ces mécanismes contribuent à une augmentation ou une diminution du niveau de bruit en fonction de la position du moteur sur l'avion et de la position de l'observateur. Les deux premiers phénomènes sont souvent évoqués conjointement et on parlera généralement de l'effet diffractant au sens global du terme pour désigner à la fois la diffraction par une arête, la réflexion, les rayons rampants sur les surfaces...

Pour une configuration classique avec moteur sous la voilure, (Figure 3 a. b. c.) appelée génériquement configuration conventionnelle, la présence de l'intrados de l'aile à proximité de l'éjection réfléchit une partie du champ rayonné. Ce champ réfléchi s'ajoute au champ direct au niveau du sol, et au champ diffracté par le bord de fuite de l'aile ou du volet, qui peut avoir un impact non négligeable en configuration braquée. De plus, lors de la retraversée du jet, le champ réfléchi est réfracté par les couches de cisaillement qui se développent aux interfaces entre jet

1. Le taux de dilution d'un réacteur double flux est égal au rapport de volume d'air froid (flux secondaire) sur le volume d'air chaud éjecté par la tuyère (flux primaire).

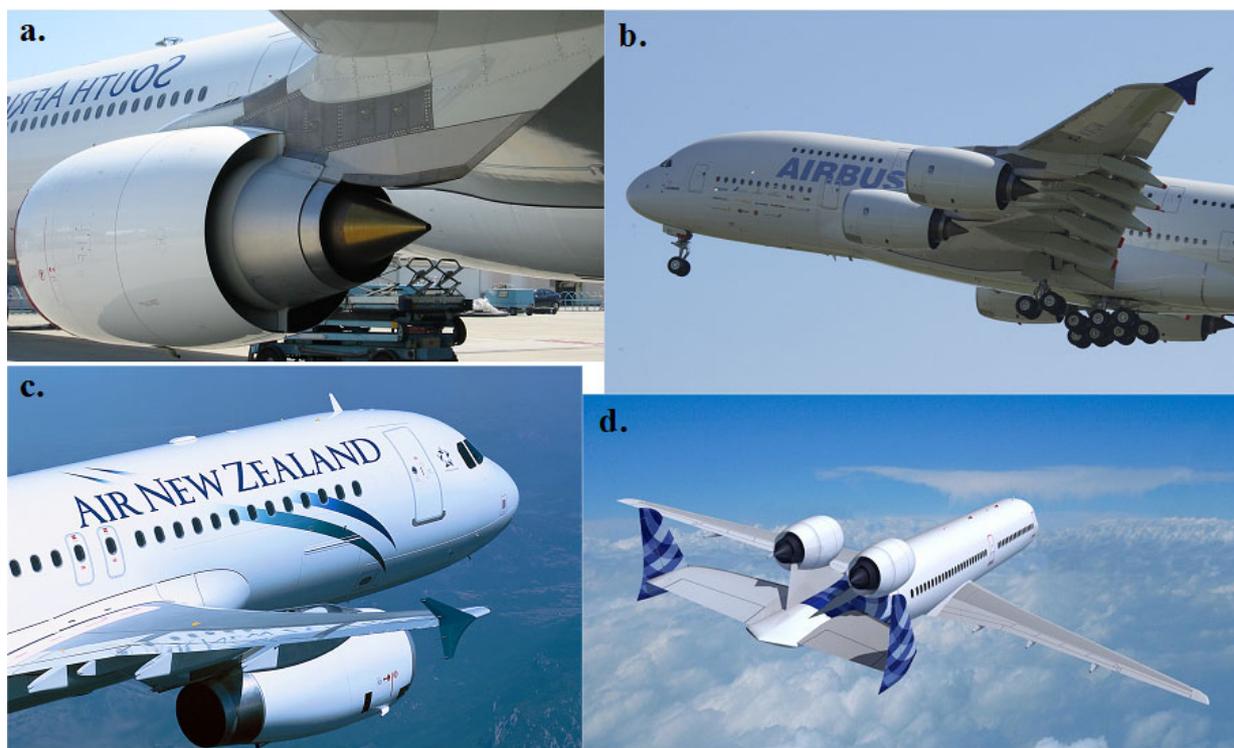


FIG. 3 – Photographies de moteurs réels installés sur avion en configuration conventionnelle (Fig. a. b. et c.) et représentation d'une configuration de type RFN avec moteur au-dessus de l'empennage arrière (Fig. d.).

chaud et jet froid d'une part, et jet froid et milieu extérieur d'autre part. L'ensemble de ces effets est résumé sur le schéma de la figure (4). Bien sûr, ce schéma est très simplifié et en réalité différents éléments structurels et fonctionnels sont susceptibles de perturber le rayonnement des ondes sonores à l'extérieur des conduits de sortie. Citons par exemple la présence du mât qui fixe le moteur à la voilure, et des carénages des rails de volets qui protègent les actionneurs et permettent de réduire la traînée induite. Les modèles de prédiction de bruit disponibles à AIRBUS France n'incluent pas pour le moment les effets d'installation et il apparaît nécessaire aujourd'hui de les intégrer dans le but d'améliorer la précision des modèles, mais également d'optimiser des configurations à moindre bruit, qui utilisent l'effet masquant de l'aile ou du fuselage.

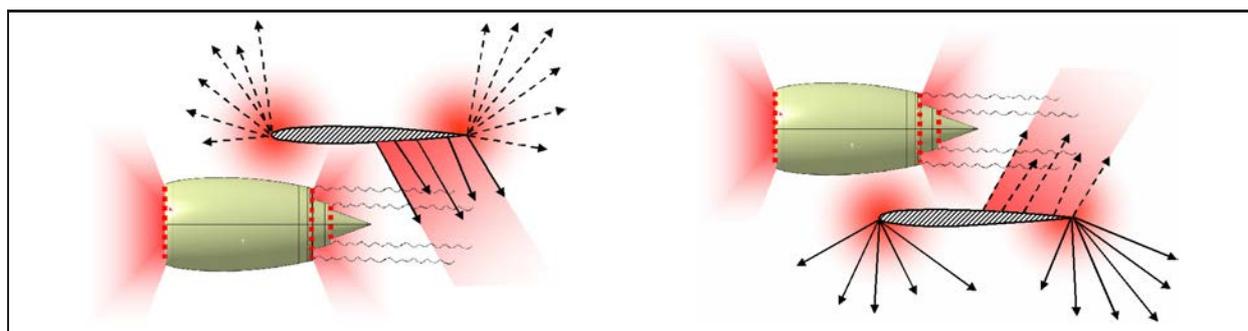


FIG. 4 – Effets d'installation en configuration conventionnelle (à gauche) et non conventionnelle (à droite).

Effectivement, de nouvelles architectures sont étudiées pour tirer parti de ces effets d'installation et réduire l'impact du bruit au sol. En particulier, AIRBUS France évalue le potentiel acoustique de la configuration RFN (pour: *Rear Fuselage Nacelle* - Fig. 3d.) exploitant l'effet de masquage du bruit de soufflante aval par l'empennage et du bruit de soufflante amont par le fuselage. Le champ direct est en partie masqué par l'empennage, et seule la diffraction par le bord de fuite ou éventuellement le bord d'attaque autorise la régénération de bruit vers le sol (Fig. 4). Encore une fois, le schéma présenté est extrêmement simplifié. En réalité, il faut tenir compte des perturbations acoustiques dues au mât, et de l'écoulement complexe autour du moteur et de l'empennage. A titre d'illustration, la figure (5) présente des cartographies de vitesse du jet au voisinage d'une éjection installée au-dessus d'un empennage, issues de deux calculs RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) raccordés [75]. Les conditions de calcul sont représentatives d'une phase de décollage. Le champ aérodynamique à proximité de l'éjection figure le jet chaud issu du conduit primaire et le jet froid issu du conduit secondaire, séparés par des couches de mélange qui se développent à partir des bords de fuite. Les ondes acoustiques générées par les parties tournantes du moteur se propagent donc à travers des écoulements cisailés fortement inhomogènes, qui se complexifient davantage en présence des bifurcations et du mât.

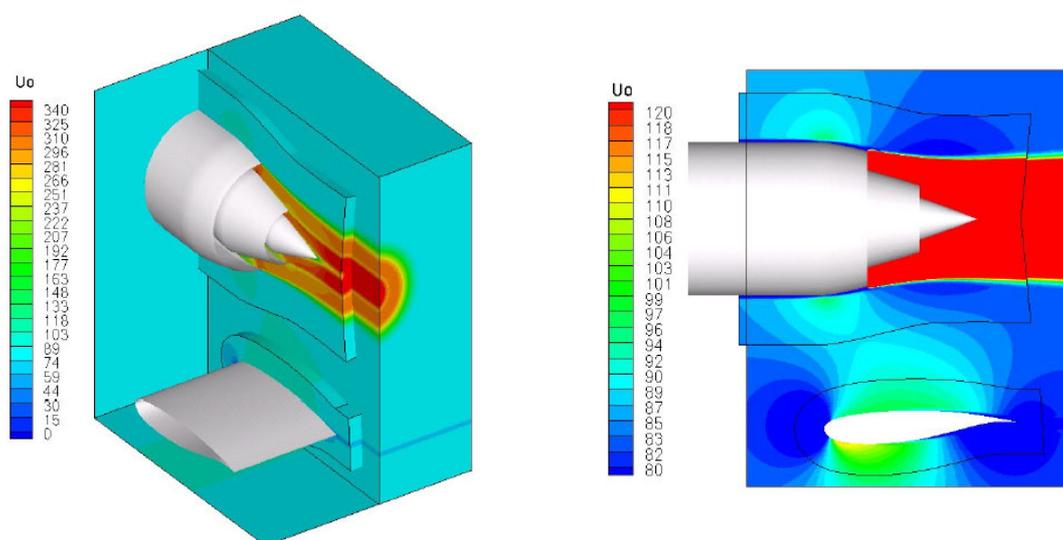


FIG. 5 – Champ aérodynamique stationnaire (vitesse axiale) obtenu autour d'une configuration de tuyère installée en condition de décollage. Issu d'une collaboration ONERA/AIRBUS sur l'étude des effets d'installation relatifs aux nouveaux concepts d'intégration motrice [75].

Pour conclure sur la présentation générale du problème, la figure (6) propose deux spectres de bruit typiques d'un moteur classique aux régimes de décollage et d'approche. Le bruit de soufflante apparaît comme la superposition d'un bruit à large bande dû à la turbulence qui se développe sur les pales du rotor et d'une succession de raies à la fréquence de passage des pales (BPF: *Blade Passage frequency*) et ses harmoniques, due au mouvement de rotation du rotor. D'autres raies moins prépondérantes comme les raies de BSN (pour: *Buzz Saw Noise*) sont parfois visibles aux basses fréquences lorsque la vitesse en bout de pale du rotor devient supersonique. Au décollage, le spectre est dominé par le bruit de soufflante. A l'approche le bruit de turbine apparaît comme souvent sous la forme de raies élargies (effet «meule de foin») liées à la diffusion de la fréquence de passage des aubes de turbine par les structures turbulentes du jet. La fréquence de passage des pales ainsi que ses harmoniques figurent dans le tableau (Fig. 7) pour un moteur classique. La gamme de fréquence d'intérêt s'étend ainsi de 0 à 7000 Hz environ, ce qui correspond à des valeurs de la fréquence réduite adimensionnalisée kR entre 0 et 140, où R , de l'ordre de 1.2m, est le rayon de l'éjection secondaire. Il faut donc disposer de méthodes prédictives capables de couvrir cette large gamme de fréquence.

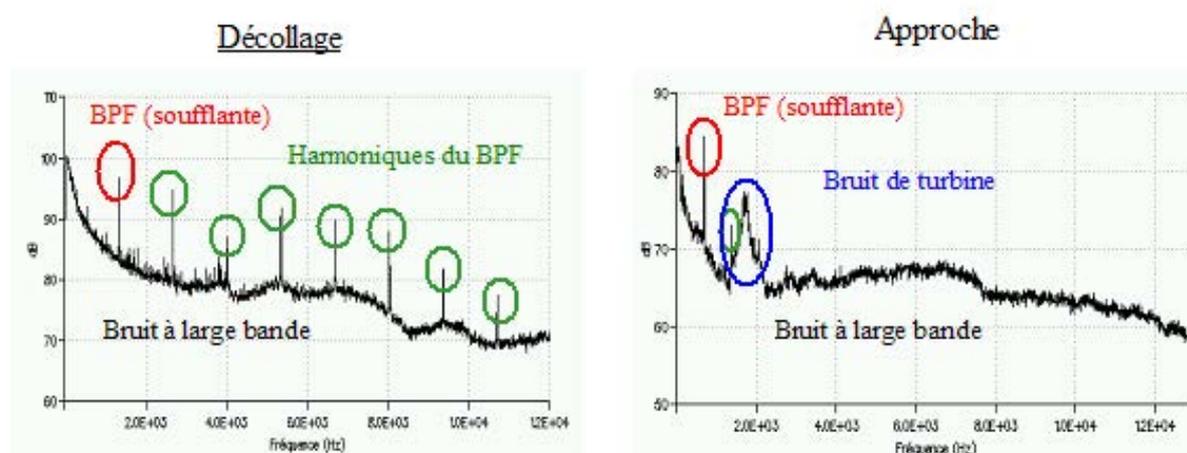


FIG. 6 – Exemple de spectre de bruit rayonné par une soufflante de turboréacteur pour deux régimes caractéristiques du décollage et de l'approche.

REGIME	Mach extérieur	Fréquence
APPROCHE 2900 rpmc	0.22	1100Hz (1 BPF) 2200Hz (2 BPF) ⋮
DECOLLAGE 3900 rpmc	0.25	1430Hz (1 BPF) 2860Hz (2 BPF) ⋮

FIG. 7 – Fréquence fondamentale et ses harmoniques pour un moteur classique en régime d'approche et de décollage.

Au final, la transposition en vol des spectres de bruit fournit le niveau sonore en vol de chacune des sources de bruit et le bruit total de l'avion.

2. Les outils

Le développement d'un nouvel avion est associé à une série de besoins et de contraintes. Depuis une étude de marché et une première esquisse du produit jusqu'à la phase finale de développement, une succession logique d'activités destinées à minimiser les risques suit le cycle de développement schématisé sur la figure (8).

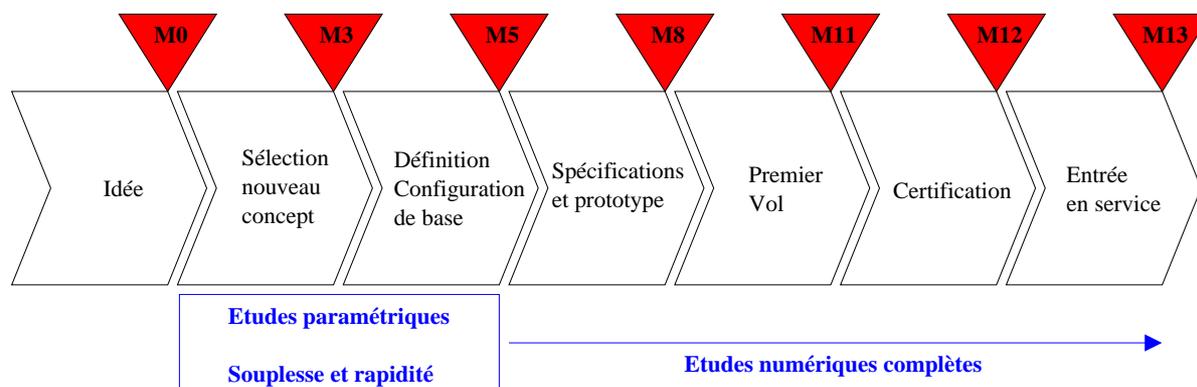


FIG. 8 – Schéma simplifié du cycle de développement d'un avion et jalons indicatifs.

Dans les perspectives actuelles de forte réduction des nuisances sonores, le département acoustique est sollicité au cours de chacune des phases du processus pour fournir une estimation des niveaux de bruit extérieurs et ce dès la phase d'avant-projet. La prédiction de l'impact acoustique des effets d'installation s'inscrit à plusieurs niveaux dans cette progression. Au début du développement, la définition de différents concepts donne lieu à de nombreuses études comparatives devant aboutir à la sélection d'une configuration optimale. C'est à ce stade que sont réalisées de nombreuses études paramétriques, nécessitant des outils de prédiction souples et rapides, d'une précision néanmoins suffisante pour justifier le choix d'une configuration. Une fois cette configuration de base définie (position des moteurs, taille de la voilure...) des prédictions de bruit beaucoup plus précises sont exigées en vue de garantir la certification acoustique de l'avion. Chaque phase de développement est donc associée à des besoins spécifiques en termes d'outils de calcul.

Le bureau d'études acoustiques dispose actuellement de deux méthodes pour évaluer l'impact des effets d'installation sur le bruit rayonné: l'expérimentation et la modélisation. L'acquisition de données expérimentales en soufflerie anéchoïque au cours de projets de recherche européens a permis de mettre en évidence des effets d'installation sur des configurations conventionnelles aussi bien que non conventionnelles [78]. Cependant, le coût d'une campagne d'essais reste trop élevé pour utiliser l'expérimentation dans un but prospectif. Les industriels se tournent donc naturellement vers des modèles de calcul, plus ou moins complexes, associés à des hypothèses sur la géométrie de l'avion, les écoulements de l'air, le comportement acoustique des matériaux, et la nature des sources aéroacoustiques. Il existe deux familles de méthodes, les méthodes analytiques et les méthodes numériques. Les méthodes analytiques permettent une très bonne compréhension des phénomènes physiques et combinent les avantages d'une mise en oeuvre simple et de faibles coûts en temps de calcul. Leur application est en revanche souvent limitée par des hypothèses simplificatrices, notamment géométriques. Les modèles numériques résolvent des problèmes fondés sur des hypothèses plus réalistes par la prise en compte de géométries complexes et d'écoulements non uniformes. Ces méthodes sont naturellement plus gourmandes en ressources informatiques et nécessitent des temps de calcul plus longs. Le tableau de la figure (9) fournit une liste exhaustive des outils disponibles actuellement à AIRBUS France pour l'étude des effets d'installation.

Les méthodes numériques directes, dont le code BEM² *ACTI3S* et le code FEM³ *ACTRAN* sont capables de modéliser la propagation et la diffraction d'une onde acoustique en présence de matériaux à impédance localisée. Ces deux méthodes numériques sont couramment appliquées pour évaluer et optimiser le rayonnement acoustique des entrées d'air et conduits d'éjection des moteurs [24][47] ainsi que le niveau sonore à l'intérieur des avions [62]. Cependant, le champ aérodynamique réel au voisinage de l'entrée d'air et de l'éjection, caractérisé notamment par des couches de mélanges rotationnelles et de forts gradients de température, s'écarte du modèle d'écoulement porteur potentiel. Dans la perspective d'augmenter la précision des résultats, trois nouveaux codes sont à l'étude, le code FEE⁴ *sAbrinA* et le code FW-H *KIM* en collaboration avec l'ONERA⁵ ainsi que le code DGM⁶ *ACTRAN-DGM* en collaboration avec la société FFT⁷ de Louvain. De plus, la modélisation des effets d'installation pour une source harmonique telle que le bruit généré par une soufflante de turboréacteur implique la résolution de problèmes de très grande taille au sens acoustique, c'est-à-dire pour lesquels la dimension caractéristique du domaine de calcul est très grande comparée à la longueur d'onde. Les méthodes classiques d'éléments finis de frontières ou de volume se révèlent inadéquates pour traiter ce type de problèmes. De ce fait, AIRBUS développe en collaboration avec différents partenaires de nouvelles méthodologies pour traiter ces problèmes dont principalement les méthodes asymptotiques et les méthodes de décomposition de domaine.

Les méthodes asymptotiques sont des méthodes GTD⁸ dites *méthodes de rayons* valables en hautes fréquences procédant par décomposition du champ total en interactions élémentaires, champ direct, champ réfléchi, champ diffracté. Chaque interaction élémentaire est calculée par tracé du rayon géométrique correspondant à la propagation de l'onde acoustique depuis la source jusqu'au récepteur. L'énergie acoustique associée à chaque rayon est ensuite déduite de la longueur de parcours et de la nature du rayon. Nous reviendrons plus en détail sur ces méthodes au chapitre II.

Au cours de cette thèse, notre attention s'est portée préférentiellement sur les méthodes de décomposition de domaine et de couplage. Ces méthodes reposent sur une partition du domaine de calcul en sous-domaines et l'utilisation du code le plus adapté sur chacun des sous-domaines. La nacelle occupera par exemple un domaine $D1$ et l'aile et le fuselage un second domaine $D2$. La communication entre les deux domaines se fait par l'intermédiaire d'une surface dite *de Kirchhoff*, surface fictive entourant la nacelle et les perturbations de l'écoulement: le champ induit sur la surface de Kirchhoff par le rayonnement de la source acoustique dans le domaine $D1$ joue le rôle de source rayonnant dans le domaine $D2$. Plusieurs codes numériques parmi l'éventail disponible (tableau 9) sont susceptibles d'être couplés afin de tirer profit de leur spécificité. En particulier, on privilégie dans le domaine $D1$ entourant la nacelle les codes capables de prendre en compte un écoulement non uniforme, comme les codes FEM ou FEE. Suffisamment loin du domaine $D1$ pour considérer l'écoulement uniforme, on utilise des méthodes BEM, parlant alors de couplage FEM/BEM ou FEE/BEM. Dans la perspective de réaliser et valider ces couplages, une étude préliminaire consiste à utiliser un code BEM dans les deux domaines, couplage dit BEM/BEM.

2. Boundary Element Method

3. Finite Element Method

4. Full Euler Equations

5. Office National d'Etudes et de Recherches Aéronautiques

6. Discontinuous Galerkin Method

7. Free Field Technologies

8. Geometrical Theory of Diffraction

Outil		Complexité physique						Coût			
		Géométrie	Source	Ecoulement	Traitement acoustique	Ressources CPU	Pré-processing	Accessibilité	Limitations		
Analytique	SCAT	Surfaces Planes	ponctuelle, modale simulée	uniforme	non	++	0	++	Géométrie simplifiée		
	CARILLON	Cylindre	ponctuelle, modale simulée	uniforme	non	++	0	++	Géométrie simplifiée		
Numériques directes	GTD AchHF	Forme réelle 3D	ponctuelle directive	uniforme	oui	+	CAO	+	Hautes fréquences		
	BEM ACTIS	Forme réelle 3D	modale	uniforme (rasant)	oui	-	CAO Maillage surfacique	+	Ecoulement uniforme Moyennes fréquences		
	FEM ACTRAN	Forme réelle 3D	modale	potentiel	oui	-	CAO Maillage volumique	-	Taille de maillage fonction de la fréquence		
	FEE sAbrnA	Forme réelle 3D	modale	stationnaire	non	-	CAO Maillage volumique	-	Taille de maillage fonction de la fréquence		
	FW-H ou Kirchhoff KIM	Forme réelle 3D	calcul CFD	stationnaire puis uniforme	non	-	CAO Maillage tournant	-	Taille de maillage		
	DGM ACTRAN-DGM	Forme réelle 3D	modale	stationnaire	oui	-	CAO Maillage volumique	-	Taille de maillage		
Numériques couplage faible fort itératif	BEM/BEM ACTIS/ACTIPOLE	Forme réelle 3D	modale	uniforme (rasant)	oui	-	CAO Maillage surfacique Surface Kirchhoff	+	Ecoulement uniforme		
	?/BEM ?/ACTIPOLE	Forme réelle 3D	selon outil domaine 1	quelconque/uniforme	oui	-	CAO Maillage volumique Surface Kirchhoff	-	Taille de maillage		

FIG. 9 – Liste des outils disponibles pour l'étude des effets d'installation.

3. Objectifs de l'étude et organisation du mémoire

Ce mémoire déploie un ensemble de résultats portant sur la prédiction des effets d'installation, dont l'objectif principal est d'évaluer l'effet de la structure d'un avion sur le bruit rayonné par les entrées d'air ou conduits d'éjection des moteurs et ainsi de fournir un outil pour la conception d'architectures capables de minimiser l'impact sonore au sol. Cette problématique est assez récente. En effet, les industriels n'avaient pas besoin jusqu'à présent de prédictions de bruit d'une telle précision. En outre, les moyens de calcul ne permettaient pas de prendre en compte des domaines aussi grands en termes de longueur d'onde. Ce mémoire constitue donc, à notre connaissance, l'un des premiers documents de synthèse sur le sujet. Pour traiter au mieux ce thème très vaste, nous avons progressé pas à pas dans nos études, en partant de modèles simples pour comprendre les phénomènes physiques mis en jeu, et en intégrant progressivement des niveaux de complexité physique supérieurs.

Dans cette perspective, les **chapitres 1 et 2** introduisent deux modèles analytiques dédiés respectivement à la modélisation de la diffraction par des écrans plans (voilure) et cylindriques (fuselage) en présence d'un écoulement uniforme. Le premier modèle, fondé sur les travaux de H.M. Macdonald [52], repose sur la résolution de l'équation d'onde avec conditions aux limites rigides sur le plan diffractant. Il fournit une solution exacte du problème pour un demi-plan et une solution approchée dans le cas d'une géométrie finie. Le chapitre 2 propose un nouveau développement mettant à profit la théorie géométrique de la diffraction empruntée à l'optique pour calculer, sous les hypothèses de l'approximation haute-fréquence, la contribution des rayons réfléchis et diffractés par un cylindre rigide. A chaque étape, les comparaisons avec des mesures disponibles, ou les confrontations des résultats à des calculs numériques assurent la cohérence et la validité des méthodes développées. L'objectif final de ces deux chapitres est la mise en place d'une méthodologie analytique susceptible de se prêter aux études paramétriques rapides pour sélectionner des configurations d'avion qui pourront être précisées par un calcul numérique plus lourd.

Le chapitre 3 est dédié aux méthodes de calcul numériques. Nous nous limiterons tout au long de ce mémoire aux sources de bruit du moteur de type harmonique produites par les parties tournantes telles que soufflante amont/avale et turbine et les phénomènes de propagation des ondes acoustiques dans les conduits d'entrée d'air et d'éjection, supposés connus, constituent les données d'entrée de notre problème. Dans ce contexte, ce chapitre met l'accent sur une méthodologie de décomposition de domaine et de couplage BEM/BEM mise en place pour l'étude des effets d'installation, après un bref rappel de la formulation intégrale par éléments finis de frontière et des hypothèses inhérentes à ces méthodes. Les résultats des calculs de couplage sont ensuite comparés à des mesures en chambre sourde réalisées au laboratoire d'acoustique d'AIRBUS France, assurant la validation de la méthode aussi bien en configuration conventionnelle qu'en configuration non conventionnelle. La méthode de décomposition de domaine est enfin généralisée au couplage entre un code numérique quelconque et un code BEM, via une surface de Kirchhoff assurant la communication entre les deux domaines, dans la perspective de modéliser un écoulement réaliste autour du moteur.

Le chapitre 4 revient pour finir sur les méthodes analytiques, au regard des enseignements apportés par les méthodes numériques. Il propose un modèle de source recréant artificiellement, à partir d'associations de monopôles, le comportement d'un mode, dans le but d'améliorer la prédiction du calcul de l'effet d'installation par les méthodes analytiques.

En résumé, les objectifs de ce mémoire s'organisent principalement autour de trois points:

- Développer et valider des modèles analytiques de prédiction des effets d'installation prépondérants en configuration conventionnelle ou non conventionnelle.
- Evaluer la capacité et le domaine de validité des méthodes numériques disponibles au sein

d'AIRBUS à prédire les effets d'installation dans le cas de configurations géométriques et d'écoulements réalistes, par comparaison avec des résultats expérimentaux.

- Utiliser les différentes méthodes analytiques ou numériques pour analyser les différents phénomènes physiques gouvernant ces effets, et calculer enfin le bruit rayonné en champ lointain pour une large gamme de fréquences d'intérêt.

Chapitre I

Modèle analytique de la diffraction du rayonnement d'une source monopolaire par un écran

I.1 Introduction

Les méthodes de calcul alternatives aux méthodes numériques, fondées sur des géométries et des écoulements simples, constituent un moyen de prédiction privilégié pour l'industrie. Dans cette perspective, ce premier chapitre initie une démarche progressive de l'étude des effets d'installation: un premier modèle analytique assimilant les surfaces portantes à des surfaces planes et le rayonnement du moteur au rayonnement d'une source omnidirectionnelle est développé puis confronté à des résultats de mesures et de calculs numériques sur ces mêmes géométries simplifiées, conduisant à une première estimation de ces effets en configurations conventionnelle et non conventionnelle. En préalable à une étude numérique sur des géométries réalistes, cet exercice est moins complexe et moins coûteux à mettre en oeuvre, offre une meilleure compréhension des phénomènes physiques et permet des études paramétriques souples et rapides. Une démarche identique est adoptée au chapitre suivant dans le cas des surfaces cylindriques.

La modélisation de la diffraction par un écran a fait l'objet de nombreuses études que l'on peut classer en trois grandes familles: les méthodes empiriques et semi-empiriques, les méthodes analytiques et les méthodes géométriques.

Les méthodes empiriques apparaissent avec Maekawa [53], l'un des premiers physiciens à fournir une courbe expérimentale d'atténuation d'une onde acoustique par un demi-plan (Fig. I.1). Considérant une source sphérique, il a mesuré les niveaux de pression dans la zone d'ombre pour différentes fréquences et positions de la source. Il a ainsi obtenu différentes valeurs d'atténuations en fonction du nombre de Fresnel N égal à $2\delta/\lambda$, où δ désigne la différence de marche entre le rayon direct et le rayon diffracté par le bord. Par la suite, la ligne de tendance dessinée par Maekawa a été reprise dans plusieurs articles, notamment ceux de Kurze et Anderson [42], Rathe [70], Wong [91], Beranek [6] et Berton [7]: on y retrouve énoncée la formule empirique suivante, reliant l'atténuation d'un demi plan et le nombre de Fresnel N :

$$Att = 20 \log \frac{\sqrt{2\pi N}}{\tanh \sqrt{2\pi N}} + 5. \quad (I.1)$$

Cette formule est couramment appelée *équation de Berton*. Plus tard, Lam [43] a prolongé le travail de Maekawa à des géométries finies en sommant, à la place des énergies, les amplitudes

complexes des pressions acoustiques le long des chemins de parcours. Ceci lui permet de prendre en compte les interférences entre les deux bords diffractants et améliore de façon considérable les prédictions du modèle de Maekawa. Enfin Muradali et Fyfe [61] ont étendu avec succès cette étude en utilisant la formulation de Kurze-Anderson et le travail de Pierce [68].

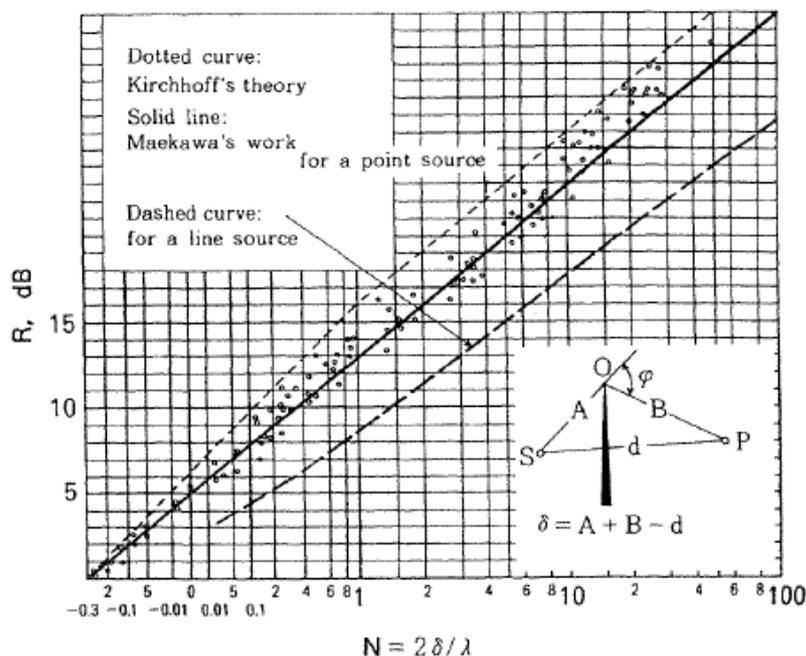


FIG. I.1 – Courbe expérimentale de l'atténuation par un demi-plan due à Maekawa [53] en fonction du nombre de Fresnel N . Les points représentent les mesures et la courbe unie la ligne de tendance déduite par Maekawa.

Le champ diffracté par un obstacle peut également être calculé de manière exacte par résolution de l'équation d'onde avec les conditions aux limites appropriées sur la surface de l'objet. Pour un obstacle rigide, on impose par exemple la nullité de la dérivée normale du potentiel acoustique sur la surface. La première solution analytique rigoureuse a été développée par A. Sommerfeld en 1896 [82], dans le cas d'une onde plane harmonique en incidence normale sur un demi-plan rigide. Ce problème classique de diffraction par un bord semi-infini a été ensuite résolu directement à l'aide d'une technique de Wiener-Hopf par Noble [64] en 1958, puis Jones [34] en 1964. Néanmoins, cette approche reste difficile à mettre en oeuvre et le problème ne se résout bien que pour des formes diffractantes géométriquement simples. Macdonald [52] a résolu le même problème dans les cas d'une onde cylindrique et d'une onde sphérique, exploitant une représentation intégrale de la fonction de Hankel. A partir de cette solution, Cooke [19] a déduit une formule approchée de la diffraction d'une onde sonore par un demi-plan en champ lointain pour des grands nombres d'onde.

Pour mieux comprendre le phénomène de diffraction d'une onde sonore, on peut aussi s'intéresser à la loi de Huygens et à la théorie de l'optique ondulatoire, détaillées dans l'ouvrage de Max Born et Emil Wolf [9]. En effet, au XVIIe siècle Huygens a analysé la nature ondulatoire de la lumière et son modèle dédié aux ondes lumineuses s'adapte bien pour décrire le comportement des ondes acoustiques. Son approche qualitative des phénomènes ondulatoires est inspirée d'ailleurs des rides qui se forment à la surface de l'eau. De même, de l'hypothèse de Fresnel-Kirchhoff dérive un modèle acoustique classique, sous l'hypothèse d'une composante normale

de vitesse et d'une pression nulles sur la surface masquante. L.M.B.C. Campos et F.J.P. Lau [13][14] ont utilisé cette méthode pour calculer l'effet de masquage d'une source ponctuelle par une plaque de longueur finie: appelée également *méthode des sources virtuelles*, elle consiste à remplacer la source réelle par une distribution de sources virtuelles situées autour de l'objet diffractant et rayonnant vers l'observateur en champ lointain.

Keller [38][44] introduit en 1962 la théorie géométrique de la diffraction GTD (Geometrical Theory of Diffraction) pour étudier le problème de la diffraction et du masquage. Cette nouvelle théorie de la propagation des ondes est en fait une extension de l'optique géométrique fondée sur l'hypothèse d'une onde se propageant le long de rayons. On distingue deux types de rayons: les rayons diffractés par une arête et les rayons *rampant* sur la surface de l'objet. Lorsqu'un rayon rencontre une arête vive, il engendre un cône de rayons diffractés dont l'amplitude dépend de la géométrie du bord diffractant et de l'angle d'incidence des rayons. Les rayons rampants, quant à eux, apparaissent lorsqu'un rayon arrive en incidence rasante sur un objet courbe. A l'heure actuelle, la GTD est activement utilisée par la communauté acoustique. Pour des formes simples, les méthodes de rayons sont utilisées dans des codes analytiques: nous développons cette technique sur le cas particulier de la diffraction d'une onde par un cylindre au chapitre II. Par ailleurs, de plus en plus de codes numériques haute-fréquence font appel à la GTD pour traiter des géométries plus complexes. En particulier, certaines applications du code *ActiHF* développé par EADS-IW¹ et largement utilisé au sein du département acoustique d'AIRBUS France seront présentées dans la suite de ce mémoire.

Ce chapitre se propose d'exposer la théorie analytique du calcul de la diffraction du rayonnement d'une source monopolaire par une géométrie plane en présence d'un écoulement uniforme. C'est sur ces éléments que repose le code de calcul *SCAT* (SCattering Analytical Tool) développé à AIRBUS France au cours de cette thèse, reprenant les travaux de F.R.M. Van Der Zijpp [88] réalisés dans le cadre d'un stage de DEA. D'un modèle exact de calcul de la diffraction d'une source ponctuelle par un demi-plan, nous déduisons une approximation plus performante en temps de calcul et plus facile à implémenter, dont nous évaluons l'erreur par rapport à la solution exacte. Une fois le domaine de validité de ce modèle parfaitement défini, la méthode est étendue au calcul de la diffraction par une aile de corde finie en présence d'un écoulement uniforme.

I.2 Formulation du problème sans écoulement

I.2.1 Présentation des modèles

Le modèle analytique retenu pour le code de calcul *SCAT* est un modèle générique de calcul de la diffraction d'une source ponctuelle omnidirectionnelle par un demi-plan. La solution exacte du calcul du champ diffracté a été établie par Macdonald en 1915 dans [52] et une approximation asymptotique beaucoup plus facile à implémenter numériquement a été décrite par Cooke en 1971 [19]. Pour ces deux modèles, on considère le demi-plan défini par $y = 0$ et $x > 0$, l'axe z se trouvant le long du bord diffractant (Fig. I.2). En coordonnées cylindriques² on considère une source S de coordonnées $(r_0, \phi_0, 0)$ et un récepteur P quelconque de l'espace de coordonnées (r, ϕ, z) . La distance de la source au récepteur s'écrit alors

$$PS = R = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\phi - \phi_0) + z^2}. \quad (\text{I.2})$$

1. Centre Commun de Recherche d'EADS

2. Bien que Macdonald travaille à l'origine en coordonnées sphériques, toutes les équations présentées dans ce chapitre sont écrites en coordonnées cylindriques

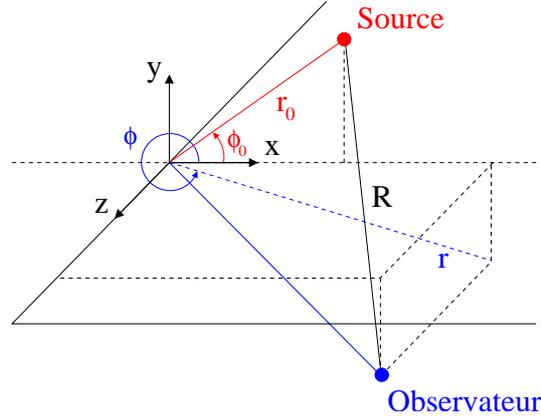


FIG. I.2 – *Modèle de Macdonald: configuration géométrique.*

Dans les calculs à suivre, on introduit une source image ou source *miroir*, notée \bar{S} , symétrique de la source S par rapport au demi-plan diffractant, de coordonnées $(r_0, 2\pi - \phi_0, 0)$. La distance de la source image au récepteur s'écrit alors :

$$P\bar{S} = \bar{R} = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\phi + \phi_0) + z^2}. \quad (\text{I.3})$$

Il est important de bien noter que cette source miroir n'est pas une véritable source acoustique mais une source fictive. C'est un artifice mathématique de calcul qui apparaît naturellement dans la formulation du champ diffracté. Nous reviendrons sur ce point particulier un peu plus loin. En coordonnées cylindriques, le champ de pression incidente pour une source monopolaire en espace libre s'écrit de la façon suivante:

$$p_I(r, \phi, z) = \frac{Ae^{ik(c_0t - R)}}{R} \quad (\text{I.4})$$

où A est l'amplitude de la source monopolaire, $k = 2\pi/\lambda$ le nombre d'onde, λ la longueur d'onde et c_0 la célérité. D'après [52], le champ de pression en présence d'un demi-plan peut s'écrire sous la forme:

$$p(r, \phi, z) = Ae^{ikc_0t}U. \quad (\text{I.5})$$

L'expression de la fonction U est explicitée ci-après pour la solution exacte de Macdonald d'une part, et l'approximation de Cooke d'autre part.

• Formulation exacte du problème sans écoulement: le modèle de Macdonald

Dans la solution exacte de Macdonald, la fonction U prend la forme suivante

- Diffraction par un demi-plan, solution exacte de Macdonald:

$$U(k, \xi_0, R, \bar{\xi}_0, \bar{R}) = -\frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{\xi_0} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi - \frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{\bar{\xi}_0} H_1^{(2)}(k\bar{R} \cosh \xi) d\xi \quad (\text{I.6})$$

La première intégrale correspond à la contribution de la source acoustique S et la seconde à la contribution de la source miroir fictive \bar{S} . Les paramètres ξ_0 et $\bar{\xi}_0$ sont définis de la manière suivante:

$$\begin{aligned} \sinh \xi_0 &= \left(\frac{2\sqrt{rr_0}}{R} \right) \cos\left(\frac{\phi - \phi_0}{2}\right), \\ \sinh \bar{\xi}_0 &= \left(\frac{2\sqrt{rr_0}}{R} \right) \cos\left(\frac{\phi + \phi_0}{2}\right). \end{aligned} \quad (\text{I.7})$$

La notation $H_1^{(2)}$ désigne classiquement la fonction de Hankel (fonction de Bessel de troisième espèce):

$$H_1^{(2)}(x) = J_1(x) - iY_1(x). \quad (\text{I.8})$$

On note que la fonction U est bien définie en dehors des points source et source miroir. Précisément,

- lorsque l'observateur se trouve au voisinage du point source, c'est-à-dire lorsque R tend vers 0, la seconde intégrale est bien définie mais la première intégrale diverge: s'approcher indéfiniment de la source réelle n'a pas de sens physique.
- Lorsque l'observateur se trouve au point source miroir, c'est-à-dire lorsque \bar{R} tend vers 0, il n'y a *a priori* aucune limitation physique à évaluer le champ acoustique dans cette région de l'espace où il n'y pas de source sonore réelle. Ainsi, la première intégrale est bien définie et la seconde intégrale doit admettre une valeur limite, difficilement maîtrisable numériquement: il s'agit d'une compensation entre le domaine d'intégration dont la mesure tend vers 0 et l'intégrande dont la valeur devient infiniment grande. C'est pourquoi la solution peut être parasitée pour un observateur placé dans cette zone.

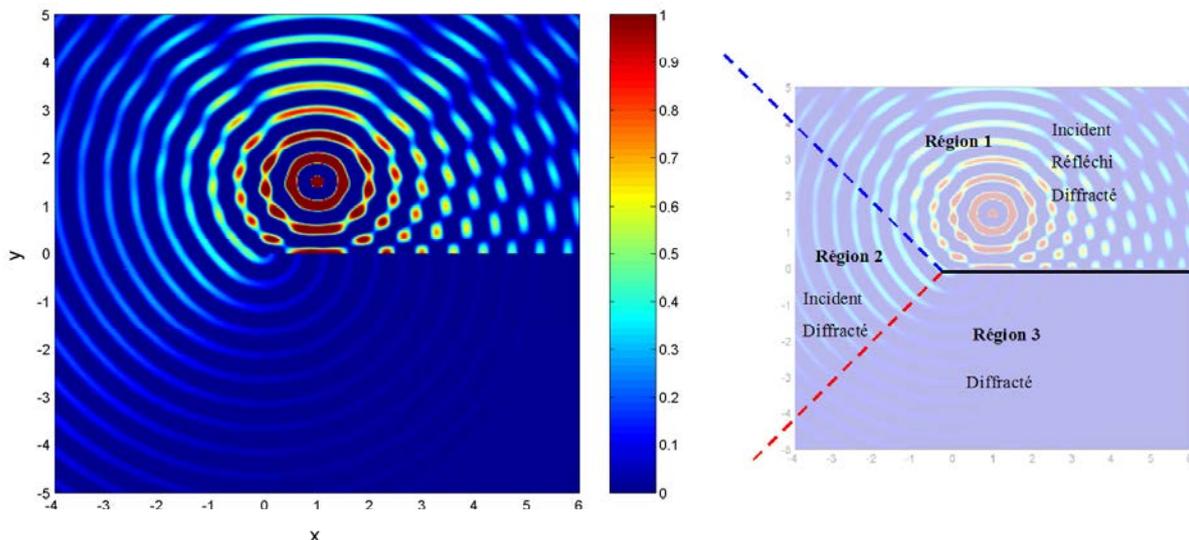


FIG. I.3 – Diffraction du rayonnement d'une source monopolaire par un demi-plan calculée par le modèle de Macdonald à 680Hz sans écoulement.

La figure (I.3) illustre le champ issu d'une source ponctuelle omnidirectionnelle et diffracté par un demi-plan d'équation $\{y = 0 \text{ et } x \geq 0\}$ calculé par le modèle exact de Macdonald: l'onde incidente contourne le bord diffractant et contamine la zone d'ombre géométrique. Dans la zone éclairée, la réflexion de l'onde incidente sur le demi-plan est mise en évidence par des interférences entre le champ direct et le champ réfléchi. Cette figure peut en fait être découpée en trois régions (figure de droite): dans la région 1, $0 < \phi < \pi - \phi_0$, les champs directs, réfléchis et diffractés coexistent et s'additionnent; dans la région 2, $\pi - \phi_0 < \phi < \pi + \phi_0$, les champs incidents et diffractés sont présents mais pas le champ réfléchi; la région 3, d'étendue angulaire $\pi + \phi_0 < \phi < 2\pi$, est la zone d'ombre géométrique où seul le champ diffracté se propage. Dans le cas de la figure (I.3), aucun problème numérique n'est observé à l'endroit de la source image.

• Formulation approchée du problème sans écoulement: modèle de Cooke

Contrairement au modèle de Macdonald rigoureusement exact dans tout l'espace, plusieurs hypothèses sont effectuées dans le modèle de Cooke. Pour une meilleure compréhension du modèle, les grandes lignes du calcul sans écoulement méritent d'être rappelées. Le lecteur pourra

se reporter à l'annexe A pour le détail complet de tous les développements. Le modèle de Cooke utilise comme point de départ la représentation intégrale obtenue par Macdonald:

$$U(k, \xi_0, R, \bar{\xi}_0, \bar{R}) = -\frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{\xi_0} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi - \frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{\bar{\xi}_0} H_1^{(2)}(k\bar{R} \cosh \xi) d\xi = V + \bar{V}. \quad (\text{I.9})$$

Intéressons nous uniquement au premier terme intégral V - les mêmes manipulations s'effectuent naturellement sur le second \bar{V} - que nous décomposons en deux parties³:

$$\begin{aligned} V &= -\frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{\xi_0} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi \\ &= -\frac{ik}{2} \int_0^{+\infty} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi - \frac{ik}{2} \int_0^{\xi_0} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi \end{aligned} \quad (\text{I.10})$$

Le calcul exact de la première intégrale est un résultat classique (voir Annexe A.0.1):

$$-\frac{ik}{2} \int_0^{+\infty} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi = \frac{e^{-ikR}}{2R}. \quad (\text{I.11})$$

Quant à la deuxième intégrale, sous l'hypothèse $kR \gg kr_0$ elle admet le développement asymptotique suivant:

$$\begin{aligned} -\frac{ik}{2} \int_0^{\xi_0} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi &= \frac{e^{-ikR}}{kR} \left((i-1)[C(\beta) - iS(\beta)] \right. \\ &\quad \left. - \frac{i+1}{4\sqrt{\pi kR}} e^{-2ikRy'^2} y' \left[-3 + \frac{19y'^2}{4} - \frac{15i}{16kR}(1-3y'^2) \right] \right) \end{aligned} \quad (\text{I.12})$$

Dans l'expression ci-dessus, $C(\cdot)$ et $S(\cdot)$ sont les intégrales de Fresnel standard évaluées en $\beta = 2\sqrt{kR/\pi y'}$ avec $y' = \sqrt{(\cosh \xi_0 - 1)/2}$. De là, V s'écrit

$$\begin{aligned} V(\xi_0, k, R) &= \frac{e^{-ikR}}{2R} \left(1 + \text{sign}(\xi_0) \left((i+1)[C(\beta) - iS(\beta)] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{i-1}{4\sqrt{\pi kR}} e^{-2ikRy'^2} y' \left[-3 + \frac{19y'^2}{4} - \frac{15i}{16kR}(1-3y'^2) \right] \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{I.13})$$

On en déduit une expression similaire pour \bar{V} en remplaçant R par \bar{R} et y' par \bar{y}' et on obtient l'expression finale de U :

- Diffraction par un demi-plan, approximation de Cooke d'ordre élevé:

$$\begin{aligned} U &= \frac{e^{-ikR}}{2R} \left(1 + \text{sign}(\xi_0) \left((i+1)[C(\beta) - iS(\beta)] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{i-1}{4\sqrt{\pi kR}} e^{-2ikRy'^2} y' \left[-3 + \frac{19y'^2}{4} - \frac{15i}{16kR}(1-3y'^2) \right] \right) \right) \\ &\quad + \frac{e^{-ik\bar{R}}}{2\bar{R}} \left(1 + \text{sign}(\bar{\xi}_0) \left((i+1)[C(\bar{\beta}) - iS(\bar{\beta})] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{i-1}{4\sqrt{\pi k\bar{R}}} e^{-2ik\bar{R}\bar{y}'^2} \bar{y}' \left[-3 + \frac{19\bar{y}'^2}{4} - \frac{15i}{16k\bar{R}}(1-3\bar{y}'^2) \right] \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{I.14})$$

3. la fonction $H_1^{(2)}(kR \cosh \xi)$ est symétrique par rapport au paramètre ξ donc l'intégration peut se faire indifféremment sur l'intervalle $]-\infty, 0]$ ou $[0, +\infty[$.

Une approximation d'ordre plus faible s'obtient en ne conservant que les intégrales de Fresnel dans l'approximation intégrale:

- Diffraction par un demi-plan, approximation de Cooke d'ordre faible:

$$U = \frac{e^{-ikR}}{2R} (1 + \text{sign}(\xi_0)(i+1)[C(\beta) - iS(\beta)]) + \frac{e^{-ik\bar{R}}}{2\bar{R}} (1 + \text{sign}(\bar{\xi}_0)(i+1)[C(\bar{\beta}) - iS(\bar{\beta})]) \quad (\text{I.15})$$

La figure (I.4) illustre la solution du problème de la diffraction du rayonnement d'une source ponctuelle par un demi-plan calculée par l'approximation d'ordre élevé du modèle de Cooke.

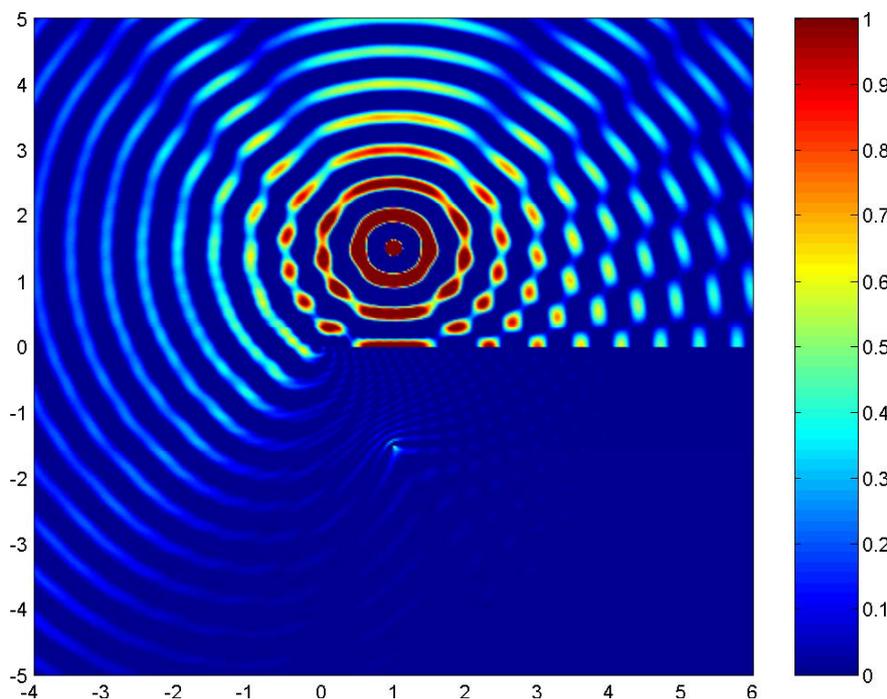


FIG. I.4 – Diffraction du rayonnement d'une source monopolaire par un demi plan calculée par le modèle de Cooke à 680Hz sans écoulement.

Le résultat est semblable à celui de la figure (I.3) obtenu par le calcul exact de Macdonald. Les seules différences sont visibles dans la zone d'ombre géométrique où certaines erreurs apparaissent au voisinage du point source miroir.

I.2.2 Evaluation de l'erreur de l'approximation de Cooke

• Approximation d'ordre élevé

Afin d'évaluer l'erreur de l'approximation de Cooke par rapport à la solution exacte de Macdonald, les solutions des deux modèles sont comparées. Pour cela, l'intégrale (I.6) est décomposée en parties réelle et imaginaire et calculée numériquement à partir de l'expression:

$$W^*(\xi_0, k, R) = \int_0^{\xi_0} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi = \int_0^{\xi_0} J_1(kR \cosh \xi) d\xi - i \int_0^{\xi_0} Y_1(kR \cosh \xi) d\xi \quad (\text{I.16})$$

où $J_1(z)$ et $Y_1(z)$ sont respectivement les fonctions de Bessel de première et deuxième espèces.

Les figures de gauche (I.5) et (I.6) représentent l'évaluation numérique des parties réelles et imaginaires de $W^*(\xi_0, k, R)$ pour $0 < \xi_0 < 1.6$ et $a = kR = 2, 4, 6$ et 8. De même, les figures de droite (I.5) et (I.6) représentent les valeurs des parties réelles et imaginaires de l'approximation de Cooke d'ordre élevé pour les mêmes paramètres. Enfin, la figure (I.9) met en évidence l'erreur relative de l'approximation de Cooke d'ordre élevé par rapport au calcul exact de l'intégrale de Macdonald.

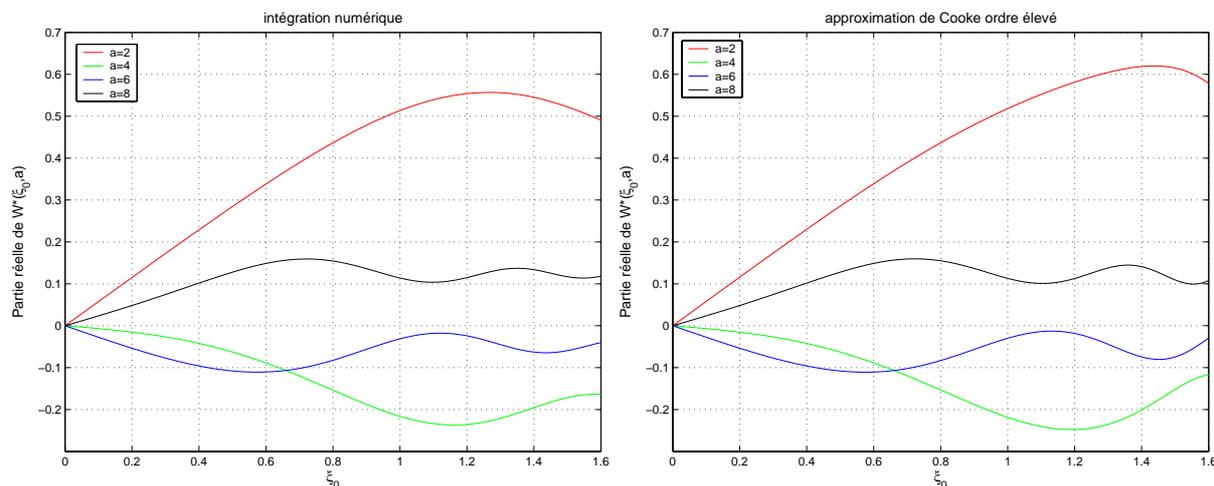


FIG. I.5 – Intégration numérique de la **partie réelle** de $W^*(\xi_0, a)$ (à gauche). Approximation de Cooke d'ordre élevé de la **partie réelle** de $W^*(\xi_0, a)$ (à droite).

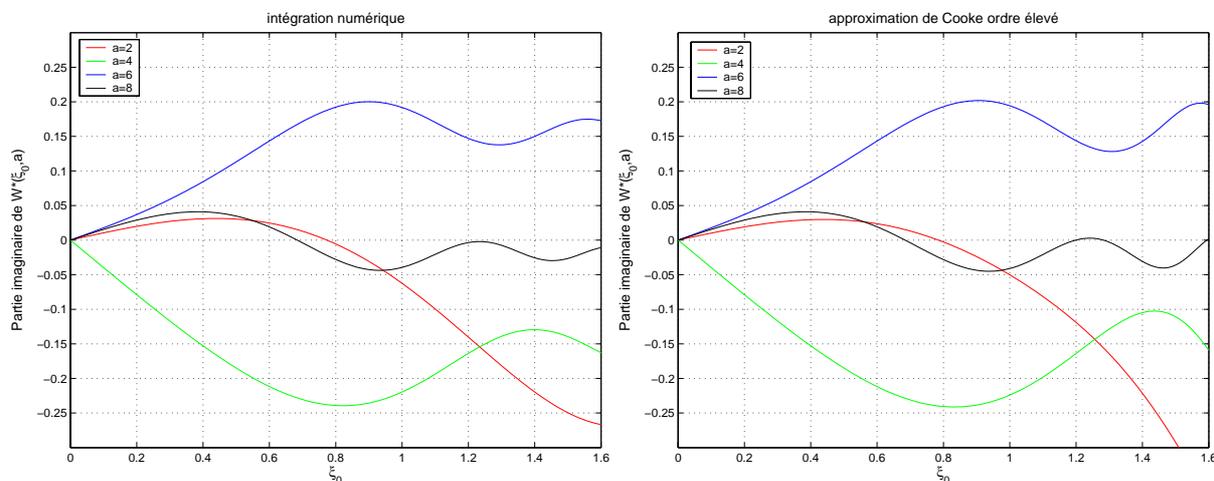


FIG. I.6 – Intégration numérique de la **partie imaginaire** de $W^*(\xi_0, a)$ (à gauche). Approximation de Cooke d'ordre élevé de la **partie imaginaire** de $W^*(\xi_0, a)$ (à droite).

Cette erreur dépend donc:

- du paramètre $a = kR$, c'est-à-dire de la fréquence.
- du paramètre ξ_0 qui dépend de la position de l'observateur pour une position de source donnée. Nous décrirons plus loin l'évolution du paramètre ξ_0 dans l'espace.

Aux différentes fréquences étudiées (Fig. I.9), l'erreur relative reste inférieure à 1 % pour des valeurs de ξ_0 inférieures à 0.8; elle augmente rapidement pour des valeurs de ξ_0 supérieures. De plus, lorsque ξ_0 est inférieur à 0.8, l'erreur relative diminue quand $a = kR$ augmente: l'approximation est meilleure aux fréquences élevées. L'approximation de Cooke prend tout

son intérêt en termes de temps de calcul pour l'évaluation du champ rayonné par un ensemble de sources, lorsque le nombre de sources augmente (voir chapitre IV).

• **Approximation d'ordre faible**

Il est également intéressant de regarder l'approximation d'ordre faible obtenue en ne conservant que les intégrales de Fresnel dans l'approximation de Cooke:

$$W^*(\xi_0, k, R) = \frac{e^{-ikR}}{kR} (i - 1)[C(\beta) - iS(\beta)]. \tag{I.17}$$

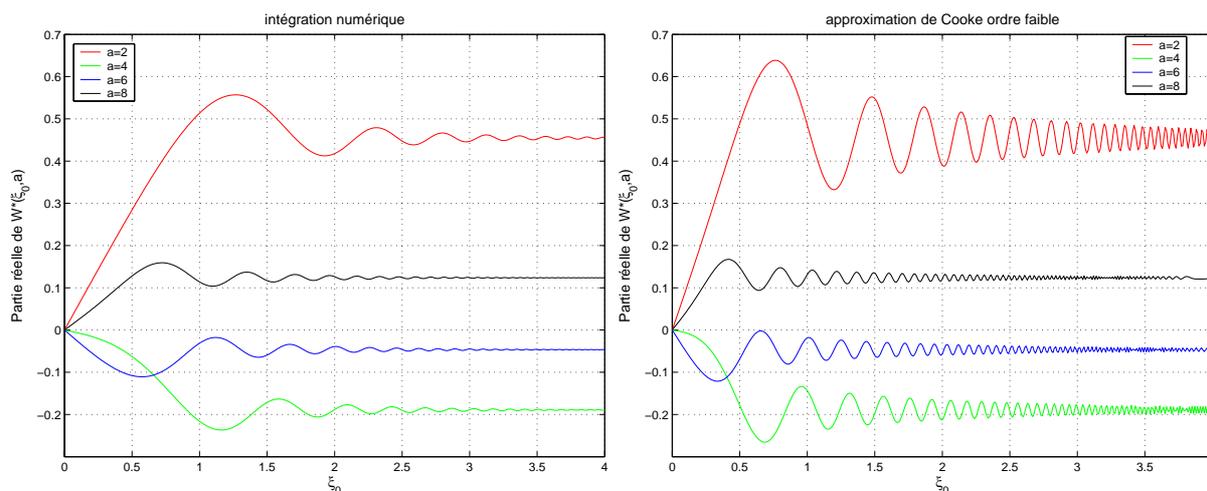


FIG. I.7 – Intégration numérique de la **partie réelle** de $W^*(\xi_0, a)$ (à gauche). Approximation de Cooke d'ordre faible de la **partie réelle** de $W^*(\xi_0, a)$ (à droite).

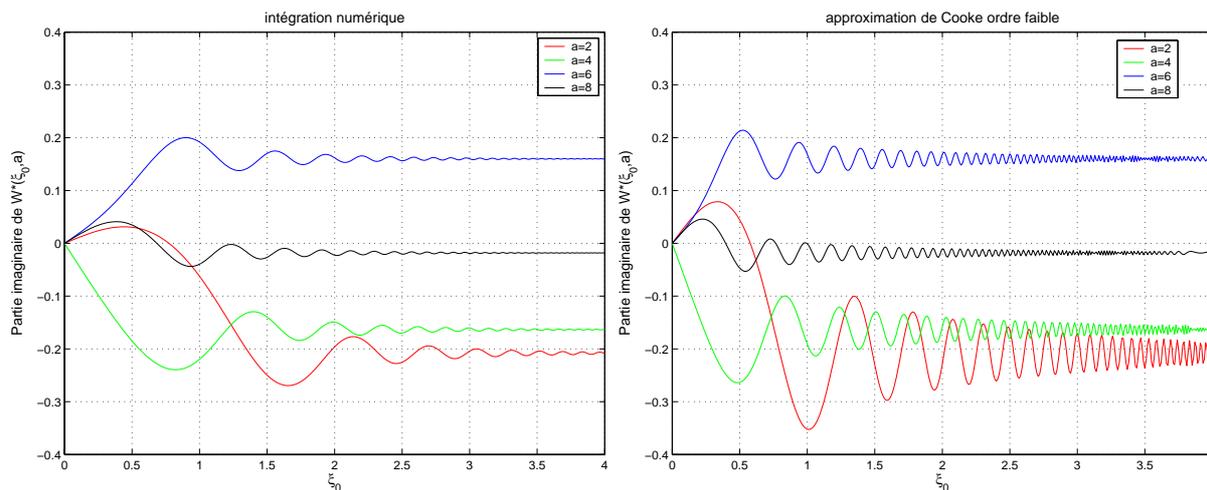


FIG. I.8 – Intégration numérique de la **partie imaginaire** de $W^*(\xi_0, a)$ (à gauche). Approximation de Cooke d'ordre faible de la **partie imaginaire** de $W^*(\xi_0, a)$ (à droite).

Les figures de gauche (I.7) et (I.8) représentent respectivement l'évaluation numérique des parties réelles et imaginaires de $W^*(\xi_0, k, R)$ pour $0 < \xi_0 < 4$ et $a = kR = 2, 4, 6, 8$. De même les figures de droite (I.7) et (I.8) représentent respectivement les valeurs des parties réelles et imaginaires de l'approximation de Cooke d'ordre faible pour les mêmes paramètres. La figure (I.10) montre l'erreur relative entre le calcul exact de l'intégrale de Macdonald et cette

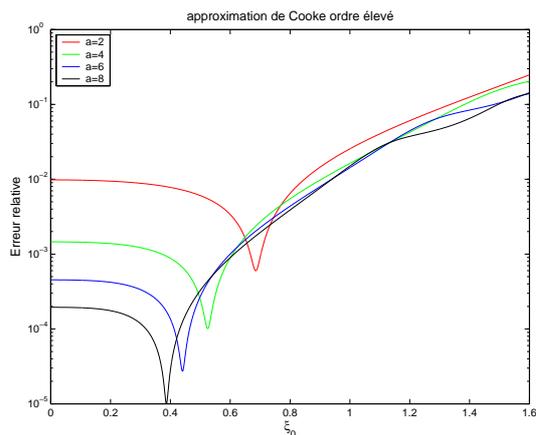


FIG. I.9 – Valeur absolue de l'erreur relative de l'approximation de Cooke d'ordre élevé.

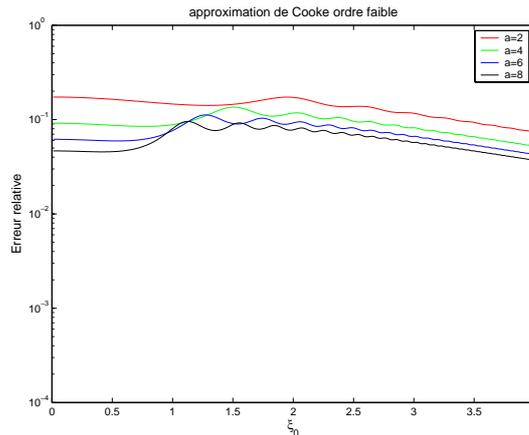


FIG. I.10 – Valeur absolue de l'erreur relative de l'approximation de Cooke d'ordre faible.

approximation. L'erreur relative apparaît constante et égale à 10 %. Elle est indépendante de a et pratiquement indépendante de la valeur de ξ_0 .

L'approximation de Cooke d'ordre élevé devient très performante à haute fréquence et pour des valeurs de ξ_0 inférieures à 0.8. Dans ces conditions elle pourra être utilisée de manière satisfaisante en lieu et place d'un calcul exact plus gourmand en temps de calcul. Quant à l'approximation d'ordre faible, son gain de temps est minime en comparaison de l'erreur commise par rapport à l'approximation d'ordre élevé. On lui préférera donc cette dernière.

• Evolution du paramètre ξ_0 dans l'espace

Dans tout ce qui précède, nous avons parlé d'erreur en fonction du paramètre ξ_0 . Ce paramètre n'est pas évident à appréhender géométriquement. Il dépend des coordonnées de la source, de celles du récepteur, et de la distance source-récepteur, mais ne correspond à aucun paramètre apparent sur la figure (I.2).

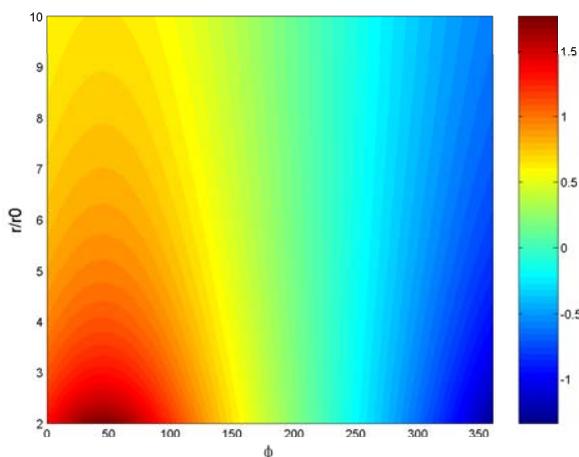


FIG. I.11 – Cartographie des valeurs de ξ_0 correspondant à une position angulaire de la source $\phi_0 = 45^\circ$.

Cependant, il est possible d'associer des régions de l'espace aux différentes valeurs de ξ_0 : nous avons donc tracé une cartographie des valeurs de ξ_0 en fonction de la position de l'observateur

ϕ et du rapport r/r_0 pour une position angulaire de la source $\phi_0 = 45^\circ$ (Fig. I.11). Les valeurs minimales de ξ_0 , correspondant aux régions où l'approximation est la meilleure, sont atteintes à la frontière de la zone d'ombre géométrique $\phi = \phi_0 + 180^\circ$ (ici 225°) et les valeurs maximales au niveau du point source (ici 45°). Bien sûr, il faut garder à l'esprit le fait que l'intégrale de Macdonald doit aussi être évaluée pour la source miroir. Or la variation du paramètre $\bar{\xi}_0$ est identique à celle de ξ_0 : fortes valeurs dans la zone de transition ombre/lumière *miroir* et faibles valeurs près de la source miroir. Finalement on conclut à une erreur relative totale faible et à une approximation de la solution exacte par le modèle de Cooke très satisfaisante lorsque l'observateur se situe suffisamment loin de la source **et** de la source miroir.

• **Evolution de l'erreur en fonction de la position de la source (r_0, ϕ_0) et du récepteur (r, ϕ) dans l'espace**

Ayant défini des critères de validité de l'approximation de Cooke d'ordre élevé en fonction du paramètre ξ_0 et étudié les positions relatives de l'observateur et de la source en fonction de ce paramètre, nous pouvons à présent décrire directement l'évolution de l'erreur de cette approximation en fonction de la position de l'observateur et/ou de la source. La figure (I.12) représente l'évolution des paramètres ξ_0 et $\bar{\xi}_0$, donc de l'erreur totale, dans l'espace observateur pour deux positions différentes de la source.

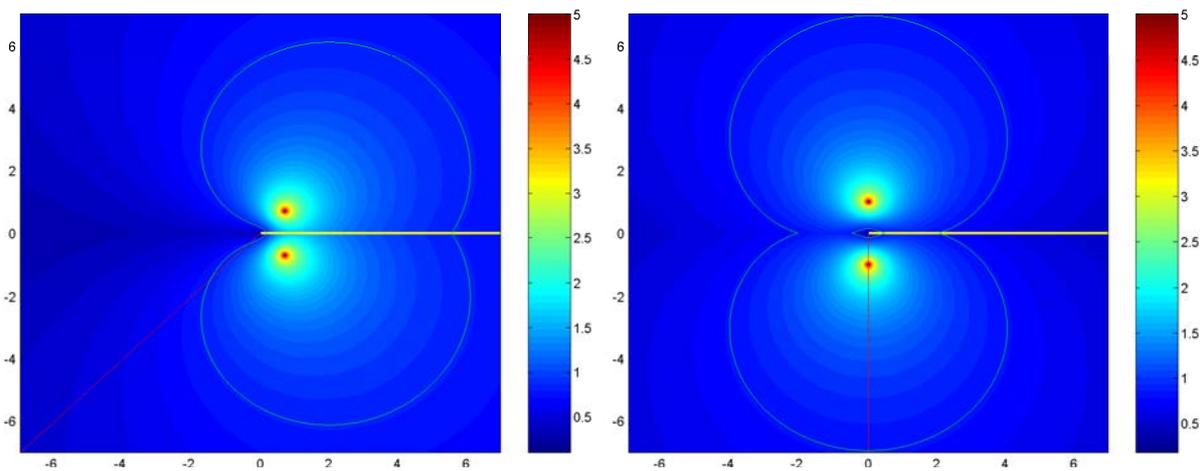


FIG. I.12 – Evolution de l'erreur totale de l'approximation de Cooke d'ordre élevé dans l'espace observateur pour $r_0 = 1$ $\phi_0 = \frac{\pi}{4}$ (à gauche) et pour $r_0 = 1$ $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ (à droite).

- Le demi-plan masquant est représenté en jaune.
- La zone d'ombre géométrique est délimitée par la droite figurée en rouge.
- La cardioïde bleu ciel représente la ligne de niveau $\xi_0 = 0.8$.

Pour un observateur situé à l'extérieur de cette cardioïde, les valeurs de ξ_0 sont inférieures à 0.8 ce qui assure une erreur relative inférieure à 1 % pour des fréquences supérieures à 70Hz. Par conséquent, l'erreur est symétrique par rapport à la position du demi-plan et l'approximation satisfaisante en dehors de deux zones entourant respectivement la source et la source miroir.

Nous disposons à présent de deux modèles analytiques pour le calcul de la diffraction d'une source monopolaire par un demi-plan:

- une solution exacte valable dans tout l'espace d'observation.
- une solution approchée valable sous l'hypothèse $kR \gg kr_0$, et dont l'erreur par rapport à la solution exacte est inférieure à 1% loin de la source et de la source miroir (en terme de longueur d'onde).

Ces modèles permettent d'évaluer la diffraction par le bord d'attaque⁴ d'une aile ou d'un empennage dans le cadre des configurations non conventionnelles (moteur au-dessus de la voilure). En configuration conventionnelle, le modèle s'applique au calcul de la réflexion sous la voilure. Cependant, dans le cas réel de l'installation d'un moteur au-dessus d'une aile d'avion, l'interférence entre le champ diffracté par le bord d'attaque et le bord de fuite est un phénomène non négligeable à prendre en compte pour le calcul des effets d'installation. Il est donc nécessaire d'introduire la diffraction par le bord de fuite dans les modèles.

I.3 Prise en compte de deux bords diffractants

• Position du problème

En l'absence d'écoulement, les deux modèles analytiques précédents sont applicables de manière symétrique pour le calcul relatif à un bord d'attaque ou à un bord de fuite. Toutefois, sommer les champs diffractés par ces deux bords nécessite certaines précautions. En effet, si la longueur d'onde incidente est grande devant la corde de l'aile (distance entre le bord d'attaque et le bord de fuite), la diffraction par le bord d'attaque est affectée par la présence du bord de fuite et vice-versa. Les deux bords ne sont plus indépendants et la sommation directe n'est plus valable. Dans le code analytique *SCAT* considéré ici, le calcul est appliqué indépendamment aux deux bords d'une plaque rectangulaire de corde finie et les contributions correspondantes sont sommées en champ lointain. En ce sens, le modèle analytique est valable pour des longueurs d'onde inférieures à la corde. Une étude de sensibilité a été menée afin de déterminer l'erreur commise lors de la prise en compte de deux bords diffractants. Les principales conclusions de cette étude sont présentées dans ce qui suit.

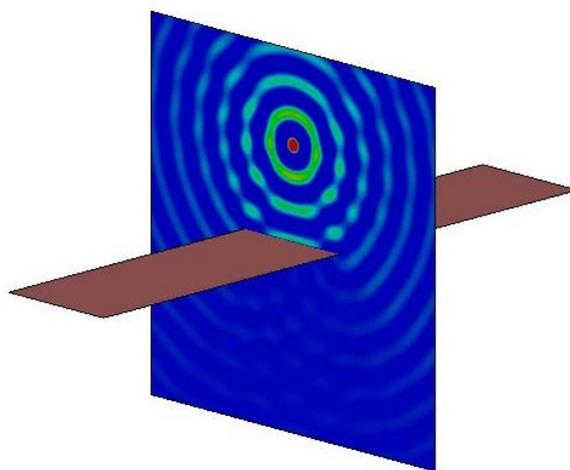


FIG. I.13 – Plan de visualisation du champ total dû à une source ponctuelle en présence d'une plaque de grand allongement.

• Etude de sensibilité

L'évaluation de l'erreur commise par sommation des contributions des deux bords diffractants de manière indépendante est réalisée par comparaison avec un calcul BEM. La géométrie diffractante considérée dans le calcul numérique est une plaque rectangulaire de longueur 10m et de corde $c = 2m$. Une source ponctuelle est placée au-dessus de la plaque et le champ résultant est calculé sur un plan de coupe contenant la source, perpendiculaire à la plaque diffractante

4. On appellera bord d'attaque et bord de fuite les deux bords d'une plaque en anticipant sur le cas d'un milieu en écoulement.

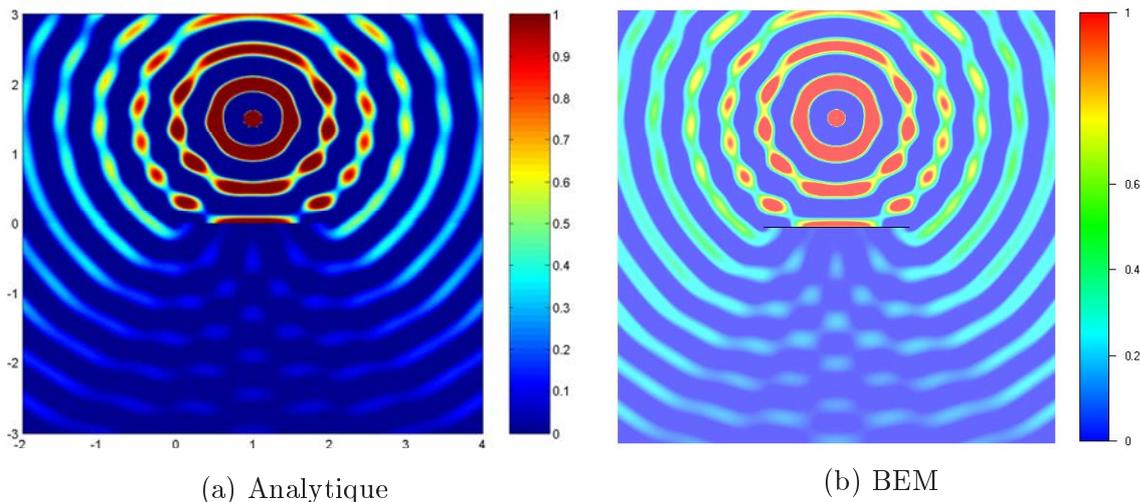


FIG. I.14 – *Champ acoustique dû à une source monopolaire située au-dessus d’une plaque de corde 2m pour un rapport $\lambda/c = 0.5$, calculé analytiquement (a) et numériquement (b).*

(Fig. I.13) ainsi que sur un arc d’observateurs situés en champ lointain sous la plaque dans ce même plan. Dans le calcul analytique correspondant, on considère un bord d’attaque et un bord de fuite distants de $c = 2m$ d’envergure infinie et le champ résultant est calculé aux mêmes points d’observation. La figure (I.14) présente une première comparaison des résultats obtenus par le calcul analytique et par le calcul BEM pour une valeur du rapport adimensionnel λ/c égale à 0.25: le modèle analytique prévoit de manière très satisfaisante les caractéristiques du champ acoustique autour de la plaque, en particulier le nombre de lobes d’interférences entre le champ direct et le champ réfléchi. Plus précisément, l’ensemble des figures (I.15) présente les résultats de comparaison entre les calculs analytiques et numériques obtenus pour trois valeurs du rapport adimensionnel λ/c , $\lambda/c = 0.25, 0.5$ et 3: plus le rapport λ/c augmente et plus le calcul analytique s’écarte du calcul BEM de référence, donc plus l’hypothèse d’indépendance des deux bords semble erronée.

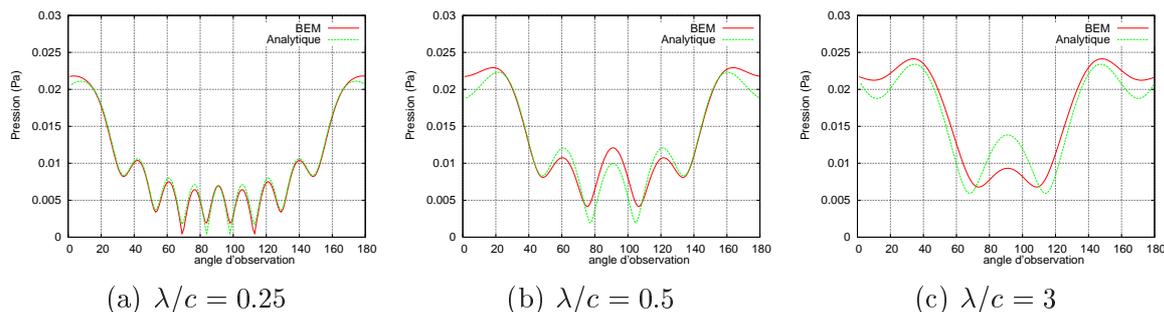


FIG. I.15 – *Comparaison des champs de pression diffractés par une plaque de grand allongement de corde 2m, obtenus par un calcul analytique et un calcul BEM.*

Il est délicat de donner une limite stricte au-delà de laquelle le modèle analytique n’est plus convenable. Mais il est encore plus malaisé de fixer l’impact en décibels d’une telle approximation (donnée qui intéresse cependant prioritairement l’industriel). A titre indicatif, la figure (I.16) propose une série de mesures d’écart en décibels entre les prédictions du modèle analytique et du calcul de référence, évalués par le rapport des pressions, pour des valeurs du rapport λ/c comprises entre 0.25 et 3 ($56Hz < f < 680Hz$). Le tableau (I.17) indique la correspondance entre les fréquences calculées et le rapport λ/c . Lorsque ce rapport devient supérieur à 1, l’impact en décibel de la sommation des deux bords diffractants devient supérieur à $0.8dB$. Une

longueur d'onde égale ou inférieure à la corde assurera donc un respect acceptable de l'hypothèse d'indépendance des deux bords dans le calcul du bruit total rayonné. Pour les longueurs d'onde inférieures à une demi-corde, on assurera un impact inférieur à $1/2dB$.

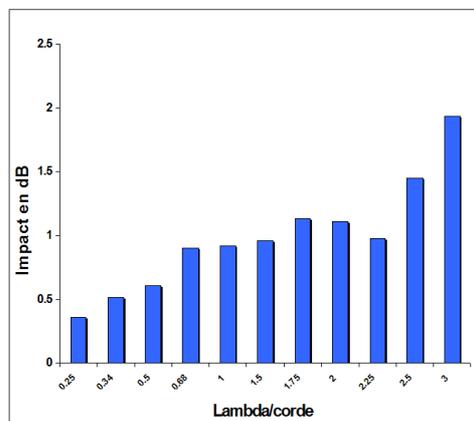


FIG. I.16 – *Ecart en dB entre les prédictions des modèles analytique et numérique en fonction du rapport λ/c .*

fréquence	λ/c
680	0.25
500	0.34
340	0.5
250	0.68
170	1
136	1.25
113	1.5
97	1.75
85	2
76	2.25
68	2.5
56	3

FIG. I.17 – *Correspondance entre la fréquence et le rapport λ/c pour $c = 2m$.*

I.4 Prise en compte d'un écoulement dans le problème de diffraction par un demi-plan

Jusqu'à présent, nous avons considéré le cas d'une source fixe, en présence d'une surface masquante fixe dans un milieu sans écoulement. L'étape suivante vers une modélisation plus proche d'un élément de voilure consiste à intégrer un écoulement uniforme parallèle à la surface masquante dans nos modèles. Dans ce cas, l'observateur pourra être soit fixe par rapport à la source (condition de soufflerie), soit en mouvement (condition de vol). L'électromagnétisme a été le premier domaine de la physique à s'intéresser au problème de la diffraction par des demi-plans. Pour ce genre d'applications, la question d'un écoulement ne se pose pas. L'intérêt acoustique est venu plus tard de sorte que la diffraction en présence d'un écoulement a reçu assez peu d'attention. C'est avec l'arrivée du concept de configurations non conventionnelles et l'idée d'utiliser l'aile ou l'empennage d'un avion comme surface masquante pour le bruit des moteurs, que la communauté acoustique a commencé à s'intéresser au problème des sources mobiles et de la diffraction en présence d'un écoulement. On peut citer à ce titre les travaux de A. Dowling [23], V.E. Ostashev [65] et R. Ewert [26]. Morse et Ingard [60] en 1968 sont les premiers à contourner de manière élégante le problème de l'écoulement uniforme en se ramenant à un problème sans écoulement par une transformation adéquate. Amiet [5] et Candel [15] ont également étendu le problème de la diffraction d'une onde plane par un demi-plan au cas où ce demi-plan est immergé dans un écoulement uniforme. Tous ces modèles procèdent de manière identique par résolution successive de deux problèmes semi-infinis. Jeon *et al* [33] ont proposé une solution différente par utilisation d'une méthode de type Wiener-Hopf, et résolvent le problème complet en haute-fréquence: le résultat s'interprète alors comme la somme d'un terme de diffraction par un bord d'attaque et d'un terme correctif dû au bord de fuite, auxquels s'ajoute un terme d'interaction entre le bord d'attaque et le bord de fuite. Pour traiter astucieusement le cas d'un écoulement, Cooke [19] a considéré non pas une source et un objet fixes dans un fluide en mouvement mais une source et un objet en mouvement dans un fluide au

repos. La transformation de Lorentz permet alors de se ramener aux équations sans écoulement traitées au paragraphe I.2.

I.4.1 La transformation de Lorentz

Soit $R(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère fixe. Etant donné un repère R' en translation uniforme à la vitesse $-V$ par rapport à l'axe des abscisses \vec{x} (Fig. I.18), la transformation de Lorentz exprime les coordonnées d'un événement vu dans le référentiel R' en fonction des coordonnées du même événement vu dans le référentiel R :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma^2(x + Vt) \\ \gamma y \\ \gamma z \\ \gamma^2(t + \frac{Vx}{c_0^2}) \end{pmatrix} \quad (\text{I.18})$$

où $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - M^2}}$ et où l'on notera le nombre de Mach $M = \frac{V}{c_0}$.

La transformation de Lorentz inverse s'écrit alors

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' - Vt' \\ \frac{y'}{\gamma} \\ \frac{z'}{\gamma} \\ t' - \frac{Vx'}{c_0^2} \end{pmatrix}. \quad (\text{I.19})$$

L'idée est maintenant de réécrire les équations du modèle de diffraction dans le repère mobile R' .

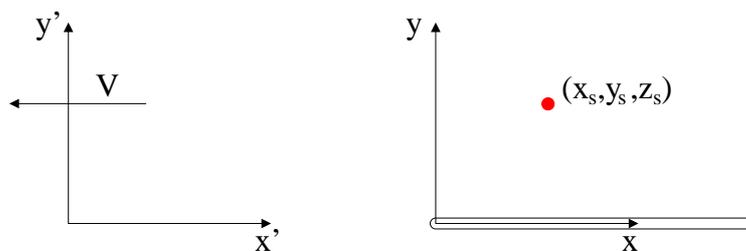


FIG. I.18 – Repère R' en translation uniforme par rapport au repère R .

I.4.2 L'équation d'onde

Nous avons considéré au paragraphe I.2 une source ponctuelle fixe S de coordonnées (x_s, y_s, z_s) dans un repère fixe R , rayonnant en présence d'une surface rigide fixe et sans écoulement. La relation gouvernant ce problème ramenée au potentiel acoustique ϕ , est l'équation suivante:

$$\Delta\phi - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = f(t)\delta(x - x_s)\delta(y - y_s)\delta(z - z_s) \quad (\text{I.20})$$

soumise à une condition aux limites rigide

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad \text{sur la surface.} \quad (\text{I.21})$$

Notons qu'en général, le facteur temps est $f(t) = e^{i\omega t}$. Appelons ϕ_F la solution de ce problème:

$$\phi_F = \phi_F(x, y, z, t, x_s, y_s, z_s). \quad (\text{I.22})$$

Imaginons maintenant que la source et la surface masquante se déplacent à la vitesse $-V$ parallèlement à l'axe des x , c'est-à-dire dans le sens des x négatifs. Dans le repère R fixe, la source S à l'instant t a pour coordonnées $(x_s - Vt, y_s, z_s)$. Le potentiel acoustique vérifie désormais l'équation d'onde suivante:

$$\Delta\phi - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = f(t) \delta(x - x_s + Vt) \delta(y - y_s) \delta(z - z_s). \quad (\text{I.23})$$

Pour se ramener à une équation de même forme que dans le paragraphe I.2, nous appliquons la transformation de Lorentz à l'équation (I.23) obtenant l'équation d'onde exprimée dans le nouveau repère mobile $R'(\vec{x}', \vec{y}', \vec{z}')$ (le calcul est détaillé dans l'annexe B.1) sous la forme:

$$\left(\Delta' \phi - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t'^2} \right) = \gamma^2 f \left(t' - \frac{V\gamma^2 x_s}{c_0^2} \right) \delta(x' - \gamma^2 x_s) \delta(y' - \gamma y_s) \delta(z' - \gamma z_s). \quad (\text{I.24})$$

Dans ce nouveau système de coordonnées, les conditions aux limites sont également modifiées. Elles sont données dans le repère R par $\{\partial\phi/\partial y = 0\}$ pour $x + Vt \geq 0$ et $y = 0$. Dans le repère mobile R' , ces conditions deviennent $\{\partial\phi/\partial y' = 0\}$ pour $x' \geq 0$ et $y' = 0$. On retrouve alors des conditions aux limites similaires à celles de la section I.2 où la source et le masque sont fixes. Ainsi, la solution ϕ_M du problème *mobile* dans le repère R' s'exprime en fonction de la solution ϕ_F connue dans le repère *fixe* R :

$$\phi_M = \gamma^2 \phi_F \left(x', y', z', t' - \frac{\gamma^2 V x_s}{c_0^2}, \gamma^2 x_s, \gamma y_s, \gamma z_s \right) \quad (\text{I.25})$$

soit

$$\phi_M = \gamma^2 \phi_F \left(\gamma^2 (x + Vt), \gamma y, \gamma z, \gamma^2 \left(t + \frac{Vx}{c_0^2} - \frac{Vx_s}{c_0^2} \right), \gamma^2 x_s, \gamma y_s, \gamma z_s \right). \quad (\text{I.26})$$

Si l'on pose

$$\begin{cases} X = \gamma^2 x \\ Y = \gamma y \\ Z = \gamma z \\ T = \gamma^2 t \end{cases}, \quad (\text{I.27})$$

la solution ϕ_M s'écrit enfin

$$\boxed{\phi_M = \gamma^2 \phi_F \left(X + VT, Y, Z, T + \frac{V(X - X_s)}{c_0^2}, X_s, Y_s, Z_s \right)} \quad (\text{I.28})$$

On obtient donc le potentiel acoustique pour une source et un objet mobiles dans le repère R d'axes fixes, problème qui est équivalent à celui d'une source et d'un objet fixes dans un écoulement uniforme.

I.4.3 La question de l'observateur

Naturellement, le comportement de l'observateur modifie la forme de l'équation (I.28). A titre d'illustration, examinons deux cas possibles:

• **L'observateur de coordonnées (x_0, y_0, z_0) est fixe dans le repère R .**

Le potentiel acoustique vérifie alors la même équation que ϕ_M avec $x = x_0, y = y_0, z = z_0$:

$$\phi_M = \gamma^2 \phi_F \left(\gamma^2(x_0 + Vt), \gamma y_0, \gamma z_0, \gamma^2 \left(t + \frac{Vx_0}{c_0^2} - \frac{Vx_s}{c_0^2} \right), \gamma^2 x_s, \gamma y_s, \gamma z_s \right) \quad (I.29)$$

soit en posant :

$$\begin{cases} X_0 = \gamma^2 x_0 \\ Y_0 = \gamma y_0 \\ Z_0 = \gamma z_0 \\ T = \gamma^2 t \end{cases} \quad (I.30)$$

$$\phi_M = \gamma^2 \phi_F \left(X_0 + VT, Y_0, Z_0, T + \frac{V(X_0 - X_s)}{c_0^2}, X_s, Y_s, Z_s \right). \quad (I.31)$$

On retrouve bien l'équation (I.28) avec $X = X_0, Y = Y_0$ et $Z = Z_0$.

• **L'observateur est en mouvement uniforme de vitesse (u, v, w) .**

Les coordonnées de l'observateur à l'instant t s'écrivent :

$$\begin{pmatrix} x_0 + ut \\ y_0 + vt \\ z_0 + wt \end{pmatrix} \quad (I.32)$$

Dans ce cas, le potentiel acoustique vérifie l'équation :

$$\begin{aligned} \phi_M &= \gamma^2 \phi_F \left(\gamma^2(x_0 + ut + Vt), \gamma(y_0 + vt), \gamma(z_0 + wt), \gamma^2 \left(t + \frac{V(x_0 + ut)}{c_0^2} - \frac{Vx_s}{c_0^2} \right), \gamma^2 x_s, \gamma y_s, \gamma z_s \right) \\ &= \gamma^2 \phi_F \left(X + VT, Y, Z, T + \frac{V(X - X_s)}{c_0^2}, X_s, Y_s, Z_s \right) \end{aligned} \quad (I.33)$$

où

$$\begin{cases} X = X_0 + uT \\ Y = Y_0 + \frac{vT}{\gamma} \\ Z = Z_0 + \frac{wT}{\gamma} \end{cases} \quad (I.34)$$

Lorsque l'observateur se déplace à la même vitesse V que la source et parallèlement à l'axe des x , le paramètre u prend la valeur $-V$ et le potentiel acoustique s'écrit :

$$\phi_M = \gamma^2 \phi_F \left(X, Y, Z, T + \frac{V(X - X_s)}{c_0^2}, X_s, Y_s, Z_s \right). \quad (I.35)$$

Concrètement, prendre en compte un écoulement uniforme de cette manière revient à appliquer le modèle de Macdonald ou de Cooke dans un système de coordonnées dilatées. Nous illustrons cette démarche sur le modèle de Cooke dans le paragraphe suivant.

I.4.4 Solution du problème de la diffraction du rayonnement d'une source monopolaire par un écran en présence d'un écoulement uniforme

Au début de cette partie, nous avons montré comment grâce à la transformation de Lorentz, nous ramenons un problème avec écoulement uniforme à un problème sans écoulement. Dans ce qui suit, cette méthode est utilisée pour résoudre le problème de la diffraction du rayonnement d'une source ponctuelle par un demi-plan en présence d'un écoulement uniforme. Dans un premier temps, afin d'appréhender l'effet d'un écoulement sur le rayonnement d'une telle source, nous présentons le cas d'une source seule rayonnant en champ libre.

A- Cas d'une source seule dans un écoulement uniforme

Pour résoudre ce problème, on considère une source seule S se déplaçant dans un fluide au repos à la vitesse V suivant l'axe des x négatifs. A $t = 0$, les coordonnées de S dans le repère R fixe sont (x_s, y_s, z_s) . On étudie le cas d'un observateur P se déplaçant exactement comme la source (Fig. I.19- droite): ses coordonnées à l'instant t s'écrivent $(x - Vt, y, z)$. Ce cas est représentatif d'un essai soufflerie, étant donné que l'observateur reste fixe par rapport à la source. Le cas d'un observateur au repos est traité en annexe B.2.

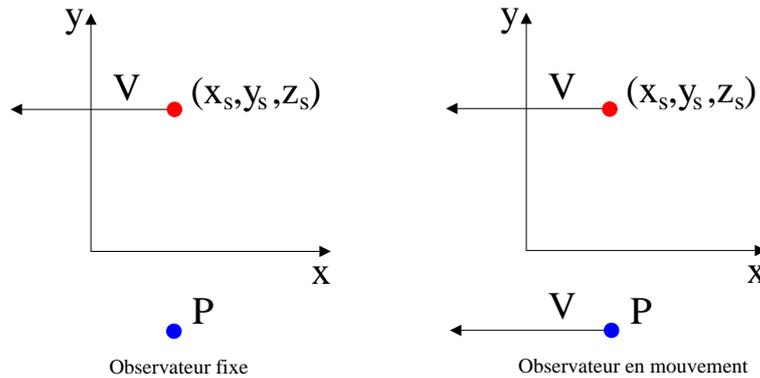


FIG. I.19 – Source en mouvement dans un repère fixe avec observateur fixe - condition de vol (à gauche)- et observateur en mouvement - condition de soufflerie (à droite) -.

Le problème de la source fixe sans écoulement est régi par l'équation d'onde:

$$\Delta\phi - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = f(t)\delta(x - x_s)\delta(y - y_s)\delta(z - z_s). \quad (\text{I.36})$$

Si l'on choisit $f(t) = e^{i\omega t}$ alors la solution $\phi_F(x, y, z, t, x_s, y_s, z_s)$ prend la forme:

$$\phi_F = A e^{i\omega t} \frac{e^{-iks}}{s} \quad (\text{I.37})$$

ou encore

$$\phi_F = \frac{A e^{il}}{s}. \quad (\text{I.38})$$

où $l = \omega(t - \frac{s}{c_0})$ et la distance source-récepteur $s = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_s)^2}$.

Dans le cas d'un observateur en mouvement uniforme à la vitesse V , l'application de la transformation de Lorentz conduit à la solution du problème avec écoulement d'après la formule (I.35):

$$\phi_M = \gamma^2 \phi_F \left(X, Y, Z, T + \frac{V(X - X_s)}{c_0^2}, X_s, Y_s, Z_s \right). \quad (\text{I.39})$$

Finalement, l'expression du potentiel acoustique ϕ_M , solution du problème du rayonnement d'une source libre en présence d'un écoulement uniforme de vitesse V prend la forme:

$$\phi_M = \frac{\gamma^2 A e^{i\omega(T + \frac{V(X - X_s)}{c_0^2})}}{S} e^{-i\omega \frac{S}{c_0}} \quad (\text{I.40})$$

que l'on peut aussi écrire de manière synthétique:

$$\boxed{\phi_M = \frac{\gamma^2 A e^{iL}}{S}} \quad (\text{I.41})$$

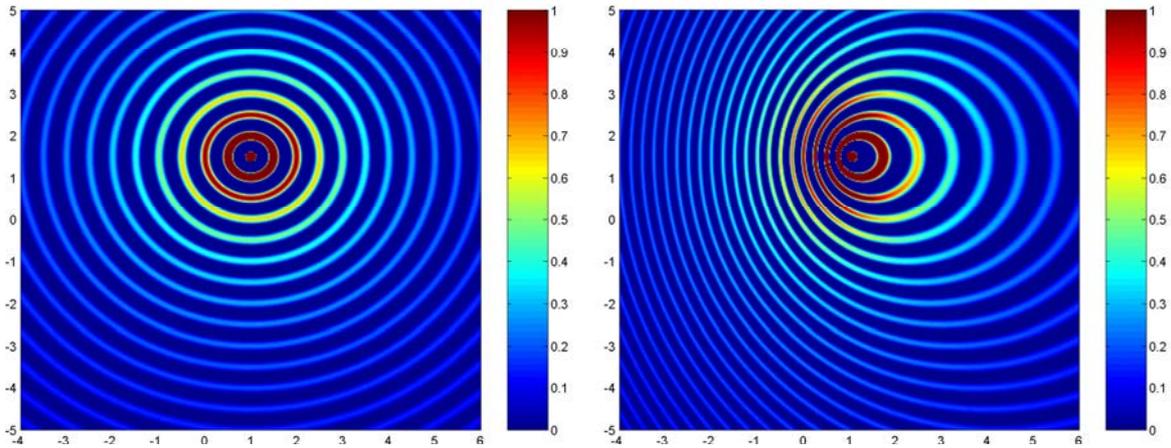


FIG. I.20 – Rayonnement d'un monopôle en champ libre sans écoulement (à gauche) et en présence d'un écoulement uniforme de nombre de Mach 0.5 à 680Hz (à droite). Cartographie du potentiel.

où:

$$\begin{cases} S = \sqrt{(X + VT - X_s)^2 + (Y - Y_s)^2 + (Z - Z_s)^2} \\ L = \omega \left(T + \frac{V(X - X_s)}{c_0^2} - \frac{S}{c_0} \right) \end{cases} \quad (\text{I.42})$$

La figure (I.20) illustre les résultats de ce calcul pour une source seule sans écoulement et en présence d'un écoulement uniforme. On observe dans ce dernier cas une contraction des fronts d'onde dans le sens opposé à l'écoulement. Pour finir, on peut calculer la pression résultante à partir du potentiel acoustique, ainsi que la fréquence de l'onde reçue par l'observateur.

- **Calcul de la pression rayonnée par une source ponctuelle en présence d'un écoulement uniforme**

On considère toujours le cas d'un observateur en mouvement avec la source. La pression et le potentiel acoustiques sont liés par la relation

$$p = -\rho_0 \frac{\partial \phi_M}{\partial t} = \frac{-i\omega \rho_0 A \gamma^4}{S} (1 - M^2) e^{iL} \quad (\text{I.43})$$

et à $t = 0$ l'expression devient

$$p = -\rho_0 \frac{\partial \phi_M}{\partial t} = \frac{-i\omega \rho_0 A \gamma^4}{S'} (1 - M^2) e^{iL'} \quad (\text{I.44})$$

où:

$$\begin{cases} S' = \sqrt{(X - X_s)^2 + (Y - Y_s)^2 + (Z - Z_s)^2} \\ L' = \omega \left(\frac{V(X - X_s)}{c_0^2} - \frac{S'}{c_0} \right) \end{cases} \quad (\text{I.45})$$

On trouvera le détail de ces calculs en annexe B.2 ainsi que le cas particulier d'une source mobile et d'un observateur fixe (condition de vol).

- **Calcul de la fréquence dans le cas d'une source ponctuelle en présence d'un écoulement uniforme**

On définit la fréquence par $\frac{\partial L}{\partial t}$ avec $L = \omega \left(T + \frac{V(X - VT - X_s)}{c_0^2} - \frac{S}{c_0} \right)$. D'où à $t = 0$:

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \omega \quad (\text{I.46})$$

On retrouve bien la même fréquence entre l'onde émise et l'onde reçue, donc aucun effet Doppler, puisqu'il n'y a pas de mouvement relatif de la source par rapport à l'observateur. De même que pour le calcul de la pression, les différentes étapes de ce calcul sont présentées en annexe B.2.

B- Diffraction du rayonnement d'une source ponctuelle par un demi-plan en présence d'un écoulement uniforme

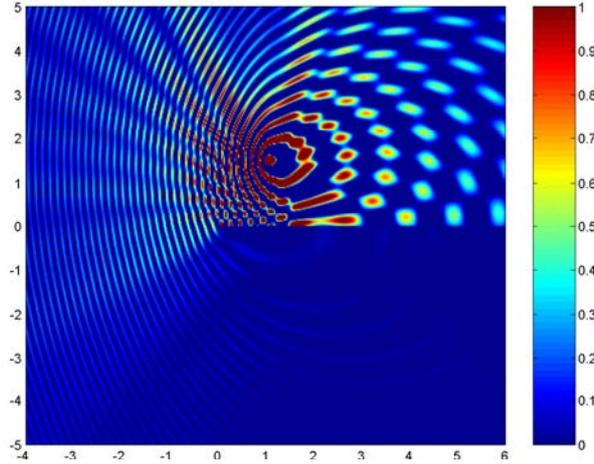


FIG. I.21 – Diffraction du rayonnement d'une source ponctuelle par un bord d'attaque en présence d'un écoulement de nombre de Mach 0.7 à 680Hz. Cartographie du potentiel.

Lorsque l'on place un écran entre la source et l'observateur, la démarche de calcul du champ sonore en présence d'un écoulement uniforme est la même que dans le cas d'une source seule. Puisque l'on connaît la solution du problème sans écoulement (I.2), on applique une transformation de Lorentz et l'on se ramène à cette solution de référence. La solution ϕ_F du problème de la diffraction d'une source ponctuelle $S(x_s, y_s, z_s)$ au repos par un objet masquant fixe est donnée dans le modèle de Cooke par:

$$\begin{aligned} \phi_F = & \frac{A}{s} e^{i\omega(t - \frac{s}{c_0})} \left(\frac{1}{2} + \text{sign}\xi_0 \left(\frac{1+i}{2} \right) [C(\beta) - iS(\beta)] \right) \\ & + \frac{A}{\bar{s}} e^{i\omega(t - \frac{\bar{s}}{c_0})} \left(\frac{1}{2} + \text{sign}\bar{\xi}_0 \left(\frac{1+i}{2} \right) [C(\bar{\beta}) - iS(\bar{\beta})] \right) \end{aligned} \quad (\text{I.47})$$

où s mesure la distance entre la source et l'observateur, et \bar{s} la distance entre la source miroir et l'observateur. Comme précédemment, le potentiel acoustique pour une source et un observateur en mouvement s'écrit:

$$\phi_M = \gamma^2 \phi_F \left(X, Y, Z, T + \frac{V(X - X_s)}{c_0^2}, X_s, Y_s, Z_s \right) \quad (\text{I.48})$$

d'où l'on déduit la solution du problème avec écoulement. La figure (I.21) illustre l'exemple d'un calcul à 680Hz pour un nombre de Mach de 0.7: les fronts d'ondes apparaissent resserrés à l'amont et la diffraction par le bord est moins importante que dans le cas sans écoulement.

La solution continue de Macdonald étendue au cas avec écoulement supposé irrotationnel et non visqueux, n'impose pas de condition de Kutta; elle est donc symétriquement applicable au cas d'un bord d'attaque ou d'un bord de fuite, sous réserve d'inverser le sens de l'écoulement.

Cependant, cette solution fait apparaître une vitesse acoustique infinie au bord de fuite, caractérisant le contournement du bord singulier infiniment mince par l'onde acoustique. Cette vitesse infinie, calculée comme le gradient du potentiel acoustique, est mise en évidence sur la figure (I.22) représentant les valeurs du potentiel sur un petit arc de cercle passant exactement par le bord de fuite et centré sur un point proche du bord: la tangente à la courbe au point du bord de fuite est verticale, et donc la dérivée infinie.

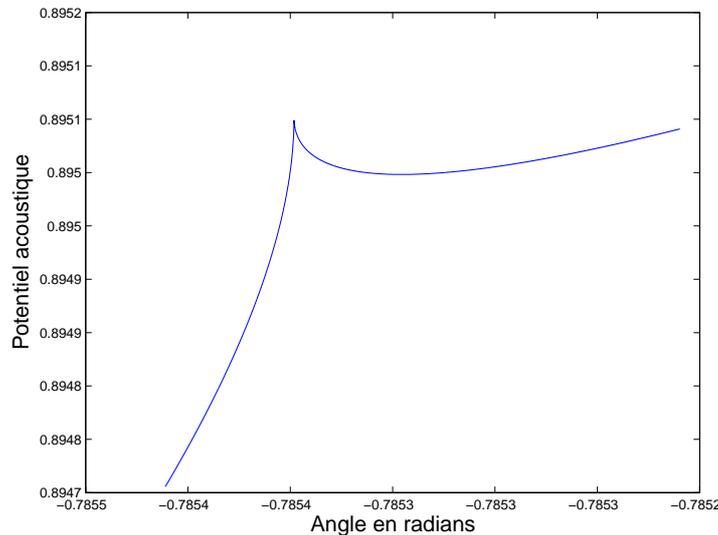


FIG. I.22 – Valeurs du potentiel acoustique sur un arc passant par le bord de fuite et centré sur un point proche du bord.

Ce phénomène n'est pas physique: en réalité la viscosité du fluide empêche le contournement du bord de fuite en imposant un décrochage de «l'écoulement acoustique», les tourbillons ainsi créés étant écartés du bord et convectés sous la forme d'un sillage le long d'une couche de vorticité. Pour modéliser correctement les phénomènes réels au bord de fuite, il est nécessaire d'y imposer une vitesse finie: c'est le rôle de la condition de Kutta ou de Kutta-Joukowski, qui contraint l'abandon des hypothèses de continuité du potentiel acoustique ϕ et de la vitesse acoustique axiale $\partial\phi/\partial x$ dans le prolongement du bord où se développe la couche de vorticité, empêchant le contournement de la paroi.

I.4.5 Condition de Kutta et influence sur le rayonnement en champ lointain

En mécanique des fluides, les effets de viscosité sont généralement confinés au sein des couches limites, ce qui permet souvent de modéliser l'écoulement en dehors de ces régions par un fluide non visqueux. En contrepartie, pour que la solution reste réaliste, il est généralement nécessaire d'adjoindre une contrainte supplémentaire au modèle. Dans les problèmes d'écoulements autour d'un bord de fuite singulier, la condition de Kutta permet, en conservant l'hypothèse d'un fluide non visqueux, d'imposer artificiellement les caractéristiques de l'écoulement réel, à savoir le non contournement du bord de fuite par l'onde acoustique. Jones pose dans [35] la question de la condition de Kutta dans le problème de la diffraction par un bord de fuite en présence d'un écoulement en dimension deux, problème repris par Rienstra dans [79]. Nous proposons d'étendre leur résultat en dimension trois en suivant une démarche parallèle.

• Solution de Jones sans écoulement (2D)

Jones construit dans [35] une solution au problème de la diffraction d'une ligne source par un demi-plan en présence d'un écoulement uniforme subsonique non visqueux. Dans le repère

de la figure (I.23), le demi-plan rigide est situé en $y = 0$, $x \leq 0$, l'axe z étant le long du bord diffractant. L'écoulement est perturbé par l'onde émise par la ligne source parallèle à l'axe z en (x_0, y_0) , et le rayonnement de cette source, indépendant de z , est solution du problème (I.49), soumise à la condition de rigidité du demi-plan (I.50), à la condition de continuité du potentiel (I.51) et de la pression (I.52) dans le prolongement du bord de fuite et enfin à la condition de rayonnement à l'infini de Sommerfeld (I.53):

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + k^2 \phi = -4\pi \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \quad (\text{I.49})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}(x \leq 0, 0) = 0 \quad (\text{I.50})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}(x \geq 0, 0^+) = \frac{\partial \phi}{\partial y}(x \geq 0, 0^-) \quad (\text{I.51})$$

$$p(x \geq 0, 0^+) = p(x \geq 0, 0^-) \quad (\text{I.52})$$

$$\phi \rightarrow 0 \text{ quand } k\sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty \quad (\text{I.53})$$

Ce système admet une unique solution (p, \vec{v}, ϕ) continue en tout point de l'espace dont l'expression exacte est la fonction de Green à deux dimensions du demi-plan, notée $G(x, y)$ [34]:

$$G(x, y) = \int_{-\infty}^{u_{r_1}} e^{-ikr_1 \cosh u} du + \int_{-\infty}^{u_{r_2}} e^{-ikr_2 \cosh u} du \quad (\text{I.54})$$

où

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\theta - \theta_0)} \\ r_2 &= \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\theta + \theta_0)} \\ u_{r_1} &= \operatorname{arcsinh} \left[\frac{2\sqrt{rr_0}}{r_1} \cos\left(\frac{\theta - \theta_0}{2}\right) \right] \\ u_{r_2} &= \operatorname{arcsinh} \left[\frac{2\sqrt{rr_0}}{r_2} \cos\left(\frac{\theta + \theta_0}{2}\right) \right], \end{aligned} \quad (\text{I.55})$$

et en coordonnées polaires $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, $x_0 = r_0 \cos \theta_0$, $y_0 = r_0 \sin \theta_0$.

L'expression (I.54) est à rapprocher de la fonction de Green d'un demi-plan dans l'espace explicitée par Macdonald (I.6), où la fonction de Hankel remplace la fonction exponentielle et les paramètres ξ_0 et $\bar{\xi}_0$ les coefficients u_{r_1} et u_{r_2} . Comme mentionné précédemment, cette unique solution $G(x, y)$ induit une vitesse acoustique infinie au bord de fuite et ne vérifie donc pas la condition de Kutta. Pour déterminer une solution du système satisfaisant cette condition, il est nécessaire de renoncer à la continuité du potentiel acoustique ϕ . Le postulat de la présence d'un sillage le long de l'axe $x \geq 0$ en $y = 0$ suggère d'introduire une discontinuité de la forme

$$\phi(x, 0^+) - \phi(x, 0^-) = Ae^{-i\mu x}, \quad x \geq 0. \quad (\text{I.56})$$

Le paramètre μ , déterminé par les caractéristiques de l'écoulement, prend la forme $\mu = k/M$ où k est le nombre d'onde et M le nombre de Mach. La constante A dépend de la condition imposée au bord de fuite, comme nous le montrons par la suite. Sous ces nouvelles hypothèses, la solution de Jones se décompose alors sous la forme

$$\phi(x, y) = \phi_c(x, y) + A\phi_e(x, y), \quad (\text{I.57})$$

ϕ_c étant la solution continue $G(x, y)$ donnée par (I.54) et ϕ_e le terme supplémentaire s'écrivant:

$$\phi_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{i\frac{\pi}{4} - ikr} \left[F\left(\sqrt{2kr} \sin\left(\frac{\theta - \theta_1}{2}\right)\right) + F\left(\sqrt{2kr} \sin\left(\frac{\theta + \theta_1}{2}\right)\right) \right] - \frac{1}{2} \left[e^{-ikr \cos(\theta + \theta_1)} + e^{-ikr \cos(\theta - \theta_1)} \right] H(-\theta), \quad (\text{I.58})$$

où $\theta_1 = \arccos(\mu/k)$, $F(z)$ est l'intégrale de Fresnel $F(z) = e^{iz^2} \int_z^\infty e^{-it^2} dt$ et H la fonction de Heaviside valant 1 pour $x > 0$, 1/2 pour $x = 0$ et 0 pour $x < 0$. Un développement limité de ϕ au voisinage de $r = 0$

$$\phi(x, y) = 2\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \left[\frac{2}{\sqrt{r_0}} e^{-ikr_0} \sin \frac{\theta_0}{2} - A \sqrt{\frac{k}{2\pi}} e^{i\frac{\pi}{4}} \cos \frac{\theta_1}{2} \right] \quad (\text{I.59})$$

montre que la vitesse acoustique $\vec{v} = \vec{\nabla} \phi$ admet une valeur finie au bord de fuite seulement si le coefficient en \sqrt{r} de l'expression (I.59) s'annule, ce qui conduit à la valeur de A associée à la condition de Kutta

$$A = 2 \sqrt{\frac{2\pi}{kr_0}} \frac{\sin \frac{\theta_0}{2}}{\cos \frac{\theta_1}{2}} e^{-ikr_0 - i\frac{\pi}{4}}. \quad (\text{I.60})$$

En l'absence d'écoulement, le paramètre μ devient infini et A tend vers une valeur nulle, si bien que la solution ϕ tend logiquement vers la solution continue. L'effet de l'application de la condition de Kutta prend son sens lorsque le fluide est en mouvement à une vitesse U non nulle.

• Solution de Jones avec écoulement uniforme (2D)

Dans un fluide en mouvement à vitesse constante U , la pression p et le potentiel acoustique $\tilde{\phi}$ sont liés par la relation

$$p = -\rho_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \tilde{\phi} \quad (\text{I.61})$$

où l'équation vérifiée par $\tilde{\phi}$ s'écrit

$$\frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial y^2} - \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + M \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \tilde{\phi} = -4\pi \delta(x - x_0) \delta(y - y_0). \quad (\text{I.62})$$

La transformation de Lorentz appliquée à la solution ϕ sans écoulement conduit à l'expression de $\tilde{\phi}$ suivante

$$\tilde{\phi}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{1 - M^2}} \phi \left(\frac{x}{\sqrt{1 - M^2}}, y \right) e^{ikM \frac{(x - x_0)}{(1 - M^2)}}, \quad (\text{I.63})$$

soit d'après (I.57)

$$\tilde{\phi}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{1 - M^2}} e^{ikM \frac{(x - x_0)}{(1 - M^2)}} \left[\phi_c \left(\frac{x}{\sqrt{1 - M^2}}, y \right) + A \phi_e \left(\frac{x}{\sqrt{1 - M^2}}, y \right) \right]. \quad (\text{I.64})$$

La solution $A = 0$ correspond à la solution continue en présence d'un écoulement uniforme de nombre de Mach M , laquelle n'intègre aucun phénomène visqueux et se caractérise par un champ acoustique (p, \vec{v}, ϕ) continu en tout point de l'espace mais singulier au bord de fuite (v et p sont infinies). La solution pour laquelle A prend la valeur (I.60) correspond à la solution avec condition de Kutta, unique solution pour laquelle la vitesse acoustique et la pression sont finies

au bord de fuite. Dans ce cas, le potentiel et la vitesse acoustiques sont discontinues à travers la couche de vorticité, mais la pression reste continue. Toutes les autres valeurs de A représentent des solutions intermédiaires discontinues le long de la couche de vorticité mais singulières au bord de fuite. Ces solutions sont rendues uniques par la prescription de l'amplitude du lâché de vorticité au bord de fuite, lié mathématiquement au degré de singularité du champ acoustique au bord de fuite.

La solution de Jones avec écoulement uniforme, bien que réduite à deux dimensions, autorise néanmoins une première évaluation de l'influence de la condition de Kutta sur le rayonnement en champ lointain.

• **Influence théorique de la condition de Kutta sur le rayonnement en champ lointain**

Comme l'a démontré Rienstra [79], la condition de Kutta a une influence seulement sur le champ diffracté généré par les sources secondaires situées au niveau du bord de fuite. Au premier ordre, le rapport de la solution avec condition de Kutta et de la solution continue, restreint au champ de pression diffracté s'écrit:

$$\frac{p_{k,d}}{p_{c,d}} \approx \frac{1 + M \cos \theta_0}{1 - M \cos \theta_0} \begin{cases} > 1 & \text{si } -\pi + \theta_0 < \theta < \pi - \theta_0 \\ < 1 & \text{partout ailleurs} \end{cases} \quad (\text{I.65})$$

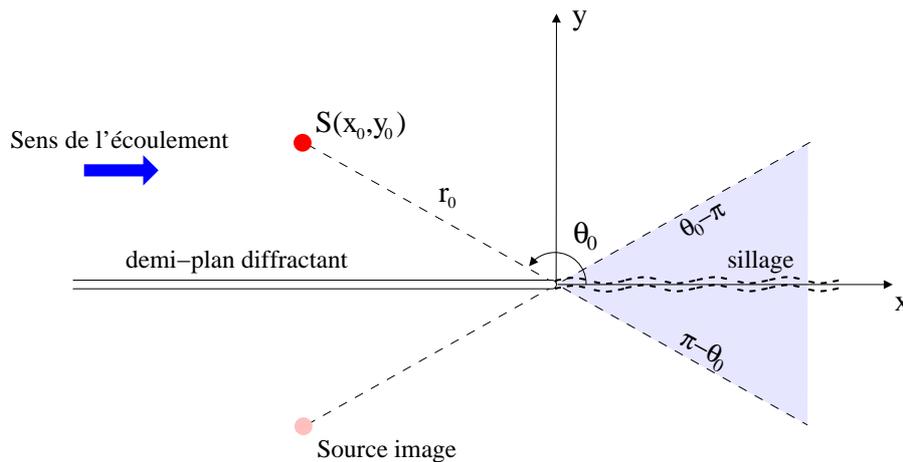


FIG. I.23 – Mise en évidence des zones d'influence théorique de la condition de Kutta sur le champ diffracté.

La zone $-\pi + \theta_0 < \theta < \pi - \theta_0$ sur la figure (I.23) correspond à la zone «vue» à la fois par la source et par son image. L'application de la condition de Kutta conduit à une augmentation du champ diffracté dans cette zone. Dans la zone d'ombre géométrique $-\pi < \theta < \theta_0 - \pi$ où seul le champ diffracté est non nul, la prise en compte de la condition de Kutta entraîne une atténuation Δ du rayonnement, calculée en décibels par l'expression:

$$\Delta_{dB} = 20 \log(1 + M \cos \theta_0) - 20 \log(1 - M \cos \theta_0). \quad (\text{I.66})$$

Cette atténuation de l'intensité acoustique s'explique physiquement par la conversion d'une partie de l'énergie acoustique en énergie hydrodynamique du fait de la création de vorticité au bord de fuite. Cette transformation est significative aux basses fréquences, mais moins marquée aux fréquences qui nous intéressent. L'influence de la condition de Kutta sur le rayonnement acoustique dépend également de la vitesse de l'écoulement moyen. Les figures (I.24) montrent l'évolution de l'atténuation (ou augmentation) du rayonnement en fonction de cette vitesse sur

un arc d'observateurs centré sur le bord de fuite et pour trois positions de la source $\theta_0 = \pi/4$, $\theta_0 = \pi/2$ et $\theta_0 = 3\pi/4$.

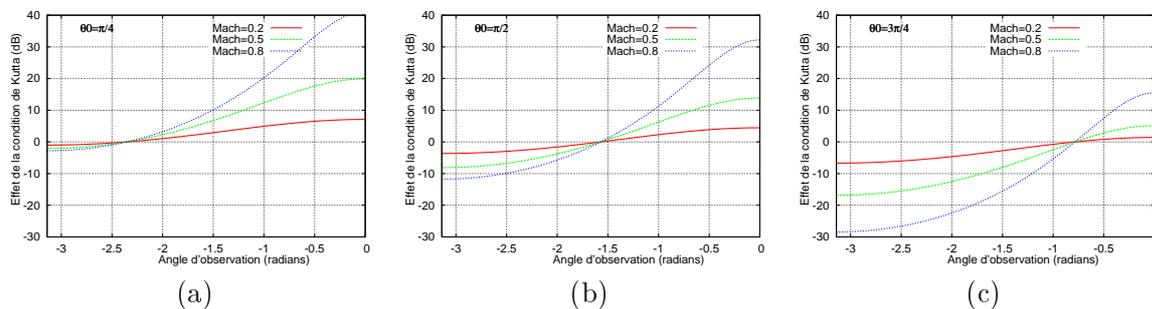


FIG. I.24 – *Effet de la condition de Kutta sur le champ diffracté pour trois positions de la source: (a) $\theta_0 = \pi/4$, (b) $\theta_0 = \pi/2$ et (c) $\theta_0 = 3\pi/4$.*

Le point d'intersection des trois courbes est situé sur la frontière ombre/lumière. Plus le nombre de Mach est élevé et plus l'atténuation due à la condition de Kutta est importante dans la zone d'ombre pour une position de source et un observateur donnés, le maximum étant atteint à la position $\theta = -\pi$. Dans la zone éclairée, l'amplification calculée par la solution de Kutta par rapport à la solution continue diminue en revanche avec la valeur du nombre de Mach. Bien sûr, ces niveaux sont uniquement le reflet du rapport entre la solution avec condition de Kutta et la solution continue pour le champ diffracté, cet écart pouvant être relativement petit. En outre, les mêmes figures prédisent une forte influence de la condition de Kutta sur l'intensité du champ diffracté dans la zone d'ombre pour un angle θ_0 élevé, donc lorsque la source est proche du demi-plan diffractant, et une faible influence près de la couche de cisaillement.

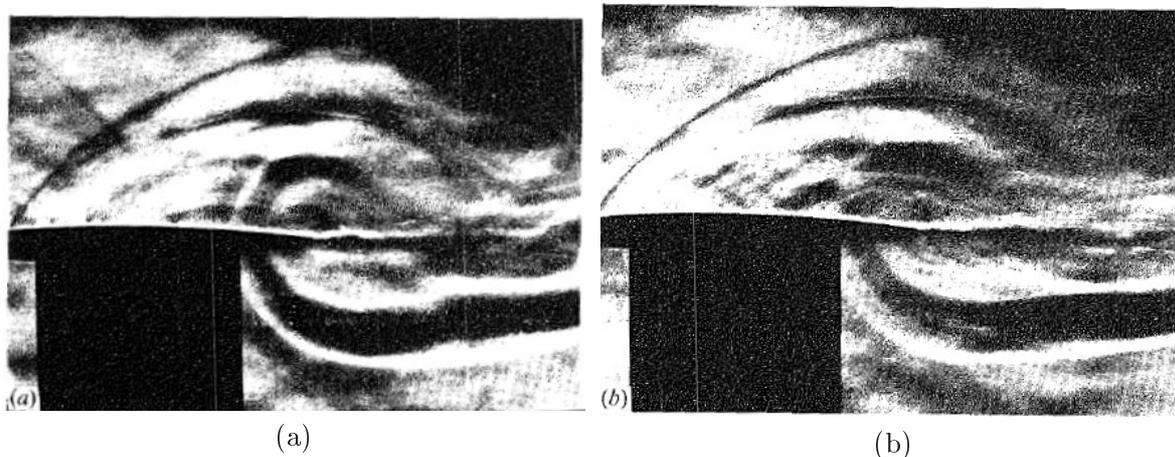


FIG. I.25 – *Photographies de la diffraction d'une onde sonore par le bord de fuite d'un profil sans incidence, (a) en présence d'une singularité et (b) dans les conditions de Kutta, pour un nombre de Mach de 0.24 - Issu de [31].*

Les photographies réalisées par Heavens [31] d'une onde sonore diffractée par le bord de fuite d'un profil en écoulement subsonique corroborent l'ensemble de ces conclusions. Les deux photographies reproduites sur la figure (I.25) représentent une onde sonore se propageant à proximité d'un profil sans incidence en présence d'un écoulement et démontrent la possible connexion entre l'intensité du champ diffracté et la condition imposée au bord de fuite. En effet, dans le cas de la figure (a) où apparaît une singularité au bord de fuite, les fluctuations de la couche de cisaillement sont bien visibles et l'intensité de l'onde diffractée est renforcée, par comparaison au cas de la figure (b) où l'écoulement quittant le bord de fuite est relativement stationnaire (cas où la condition de Kutta s'applique) et l'intensité du champ diffracté très atténuée. Ces

photographies présument que les caractéristiques de l'écoulement déterminent le comportement régulier (condition de Kutta) ou singulier du champ diffracté au bord de fuite.

• **Vers une solution à 3 dimensions...**

En suivant le même raisonnement que Jones [35] il est possible de généraliser la formule analytique (I.64) au cas où la source est ponctuelle et le demi-plan à trois dimensions. On considère un demi-plan analogue à celui de la figure (I.23) défini par $y = 0$ et $x > 0$, l'axe z se trouvant le long du bord diffractant. Trouver une solution au problème de la diffraction du rayonnement d'une source ponctuelle par un demi-plan avec prise en compte de la condition de Kutta au bord de fuite revient à résoudre le problème (I.67) associé à la condition de rigidité (I.68) et à la condition de discontinuité (I.69):

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + k^2 \phi = -4\pi \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0) \quad (\text{I.67})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}(x \leq 0, 0, z) = 0 \quad (\text{I.68})$$

$$\phi(x, 0^+, z) - \phi(x, 0^-, z) = A(z) e^{-i\mu x} \quad (\text{I.69})$$

Suivant une démarche classique, on écrit la transformée de Laplace $\bar{\phi}$ de la fonction ϕ par rapport à la troisième variable:

$$\bar{\phi}(x, y, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-sz} \phi(x, y, z) dz. \quad (\text{I.70})$$

On montre alors que $\bar{\phi}$ est solution du problème à deux dimensions résolu par Jones. En effet, en calculant le laplacien à deux dimensions de la fonction $\bar{\phi}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y^2} &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-sz} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}(x, y, z) dz + \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-sz} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}(x, y, z) dz \\ &= - \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-sz} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}(x, y, z) dz - k^2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-sz} \phi(x, y, z) dz \\ &\quad - 4\pi \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-sz} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0) dz \\ &= -s^2 \bar{\phi} - k^2 \bar{\phi} - 4\pi e^{-sz_0} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0), \end{aligned} \quad (\text{I.71})$$

on obtient l'équation de propagation suivante

$$\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y^2} + (k^2 + s^2) \bar{\phi} = -4\pi e^{-sz_0} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0). \quad (\text{I.72})$$

De plus, la condition de rigidité sur la variable $\bar{\phi}$ s'écrit

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y}(x \leq 0, 0, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-sz} \frac{\partial \phi}{\partial y}(x \leq 0, 0, z) dz = 0, \quad (\text{I.73})$$

et la condition de discontinuité prend la forme

$$\begin{aligned} \bar{\phi}(x, 0^+, s) - \bar{\phi}(x, 0^-, s) &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-sz} (\phi(x, 0^+, z) - \phi(x, 0^-, z)) dz \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-sz} A(z) e^{-i\mu x} dz \\ &= \bar{A}(s) e^{-i\mu x} \end{aligned} \quad (\text{I.74})$$

En posant à ce stade $\Psi = \bar{\phi}e^{sz_0}$ et en le substituant à $\bar{\phi}$ dans les équations (I.72) (I.73) et (I.74) on obtient dès lors l'ensemble des équations suivantes vérifiées par Ψ :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + (k^2 + s^2)\Psi = -4\pi\delta(x - x_0)\delta(y - y_0) \quad (\text{I.75})$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y}(x \leq 0, 0, s) = 0 \quad (\text{I.76})$$

$$\Psi(x, 0^+, s) - \Psi(x, 0^-, s) = \bar{A}(s)e^{sz_0}e^{-i\mu x} \quad (\text{I.77})$$

La fonction Ψ s'identifie à une famille de solutions de problèmes de Jones à deux dimensions sans écoulement paramétrées par s . Comme $\bar{\phi} = \Psi(x, y, s)e^{-sz_0}$, l'expression (I.57) permet d'écrire:

$$\bar{\phi}(x, y, s) = \bar{\phi}_e(x, y, s)e^{-sz_0} + \bar{A}(s)\bar{\phi}_e(x, y, s). \quad (\text{I.78})$$

Les écritures de $\bar{\phi}_e(x, y, s)$, $\bar{\phi}_e(x, y, s)$, et $\bar{A}(s)$ s'obtiennent en substituant dans les expressions (I.54) (I.58) et (I.60) les fonctions $\kappa(s) = \sqrt{k^2 + s^2}$ et $\theta_1(s) = \arccos(\mu/\kappa(s))$ aux paramètres respectifs k et θ_1 . On déduit alors la solution ϕ à trois dimensions du problème (I.67), transformée de Laplace inverse de la fonction $\bar{\phi}$:

$$\phi(x, y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{sz} \bar{\phi}(x, y, s) ds. \quad (\text{I.79})$$

A nouveau l'application de la transformation de Lorentz permet d'exprimer la solution $\tilde{\phi}$ avec écoulement en fonction de la solution ϕ :

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}(x, y, z) &= \frac{e^{ikM \frac{(x-x_0)}{(1-M^2)}}}{\sqrt{1-M^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{s(z-z_0)} \bar{\phi}_e \left(\frac{x}{\sqrt{1-M^2}}, y, s \right) ds \\ &+ \frac{e^{ikM \frac{(x-x_0)}{(1-M^2)}}}{\sqrt{1-M^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{sz} \bar{A}(s) \bar{\phi}_e \left(\frac{x}{\sqrt{1-M^2}}, y, s \right) ds. \end{aligned} \quad (\text{I.80})$$

Par unicité de la solution continue avec écoulement, la transformée de Laplace du premier terme de l'expression (I.80) est la transformée de Lorentz de la fonction de Green de Macdonald donnée par l'expression (I.6). En revanche, le calcul de la transformée de Laplace inverse du second terme est délicat et fastidieux. Néanmoins, Hayat *et al* [30] sont parvenus à intégrer cette formule grâce à des fonctions spéciales telles que les fonctions de Whittaker. L'implémentation de leur résultat sous Matlab, les fonctions de Whittaker étant générées à partir des fonctions hypergéométriques, permet de visualiser l'influence de la condition de Kutta sur le rayonnement d'une source ponctuelle diffracté par un bord de fuite, par comparaison à la solution continue de Macdonald (Fig. I.26).

Si l'on peut émettre un doute sur l'ordre de grandeur des niveaux corrigés sur la figure de droite, les tendances observées corroborent les conclusions avancées par Rienstra dans le cas à deux dimensions. En effet, on observe bien une augmentation du niveau dans la zone «vue» à la fois par la source et la source miroir et une atténuation dans la zone d'ombre géométrique.

• Conclusion

Nous disposons désormais d'une solution mathématique pertinente (qui reste à valider) imposant une condition de Kutta au bord de fuite dans le problème de la diffraction du rayonnement d'une source ponctuelle par un demi-plan. Ces résultats corroborent les conclusions de Jones [35] et Rienstra [79] obtenues dans le cas à deux dimensions d'une ligne source, permettant d'appréhender l'influence de la création de vorticité au bord de fuite et montrant que l'atténuation ou le renforcement de l'intensité acoustique qui en résulte, d'autant plus importante que

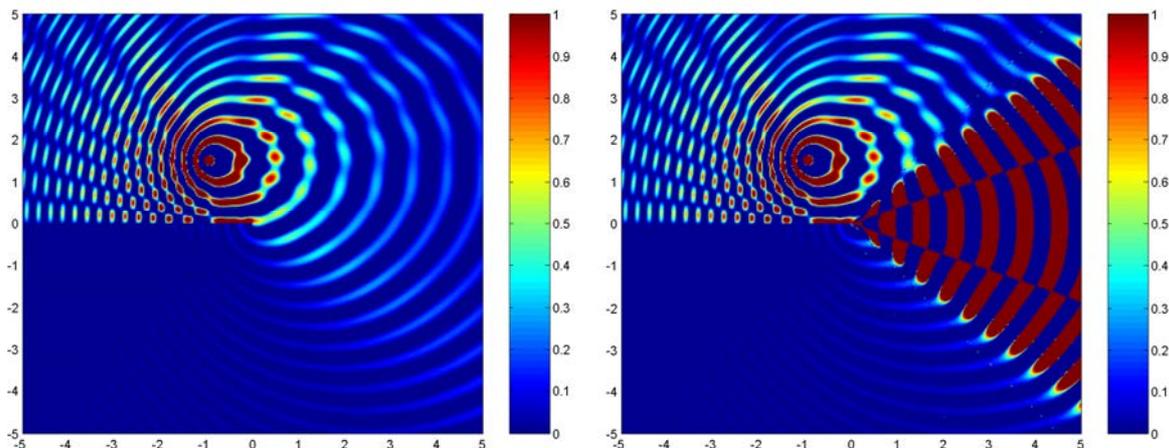


FIG. I.26 – Cartographies de la diffraction du rayonnement d’une source ponctuelle par un bord de fuite en présence d’un écoulement uniforme pour un nombre de Mach de 0.7 - Solution continue de Macdonald sans condition de Kutta (à gauche) - Ajout d’une condition de Kutta d’après le calcul de Hayat (à droite).

la vitesse de l’écoulement est élevée, peut s’avérer conséquente. Cependant, reste une question fondamentale: dans quelles circonstances doit-on appliquer une condition de Kutta au bord de fuite? Dans une configuration analytique de paroi infiniment mince, la condition de Kutta semble légitime du fait de l’incapacité du fluide à contourner un bord singulier. Cependant, l’épaisseur d’un bord de fuite n’est en réalité jamais nulle, l’écoulement moyen rarement uniforme, et un grand nombre de paramètres influe sur la diffraction des ondes au bord de fuite. Il est légitime de penser ainsi que la solution réelle représente un compromis entre la solution continue et la solution avec condition de Kutta. Les photographies réalisées par Heavens [31] apportent l’argument supplémentaire de la forte dépendance du comportement du champ diffracté vis-à-vis de la qualité de l’écoulement au bord de fuite.

Dans le cadre de l’étude des effets d’installation, seule la solution continue est utilisée aujourd’hui dans le code de prédiction *SCAT*. Néanmoins son niveau de précision, évalué en particulier dans le cas d’un écoulement uniforme par comparaison à une méthode BEM, est suffisant pour assurer des études paramétriques relativement fines et une évaluation des ordres de grandeur des niveaux sonores satisfaisante.

I.5 Comparaison croisée des différents codes numériques et du code analytique

Afin de sélectionner la ou les méthodes les plus adaptées à l’évaluation de l’effet de masquage dans le cadre de l’étude des configurations non conventionnelles, les premières comparaisons des différentes méthodes de calcul disponibles au sein d’AIRBUS France ont été réalisées sur un cas simple de calcul de la diffraction du rayonnement d’une source monopolaire par deux géométries de plaque plane. La première géométrie, dite *plaque longue* est identique à celle utilisée pour les calculs BEM du paragraphe I.3. La seconde géométrie dite *plaque courte* a pour longueur $4r$ et largeur $2r$, où r est la demi-largeur de la plaque. Les deux plaques supposées infiniment fines dans le calcul analytique, ont une épaisseur finie de $0.1r$ dans les calculs numériques pour des raisons pratiques d’implémentation. Le système de coordonnées est centré sur la plaque, l’axe des x étant parallèle au grand côté et l’axe des y au petit côté. Nous présentons dans un premier temps une analyse qualitative des résultats des différentes méthodes à l’aide de cartographies du champ mesuré sous la plaque. L’interprétation des nuances de couleurs donne un premier aperçu des domaines de validité de certaines méthodes, mais ne permet pas une

évaluation rigoureuse des codes utilisés. C'est pourquoi cette étude qualitative est suivie d'une analyse quantitative où les pressions acoustiques sont comparées sur des lignes d'observables. Les résultats de la comparaison des méthodes numériques et analytiques ont fait l'objet d'une publication au 25^{ème} congrès international ICAS [16].

I.5.1 Cas de la diffraction par une plaque longue sans écoulement

Dans cette partie, les prédictions de la valeur du champ diffracté par une plaque longue (Fig. I.27) sont évaluées sur un plan d'observation situé à $5r$ sous la plaque par quatre méthodes de calcul spécifiques. La source acoustique est placée au-dessus de la plaque masquante. L'étude est réalisée pour différentes longueurs d'onde et hauteurs de source. Parmi les méthodes de calcul employées figurent le modèle analytique de Cooke présenté au paragraphe I.2.1, une méthode par éléments finis de frontière (BEM), une méthode par éléments finis de volume (FEM) et une méthode haute-fréquence de tracé de rayons (GTD). Les caractéristiques détaillées des différentes méthodes numériques sont présentées au chapitre III. Chaque figure présentée par la suite regroupe ainsi quatre résultats: le label (a) fait référence au modèle analytique, le label (b) au calcul BEM, le label (c) au calcul GTD, et le label (d) au résultat FEM.

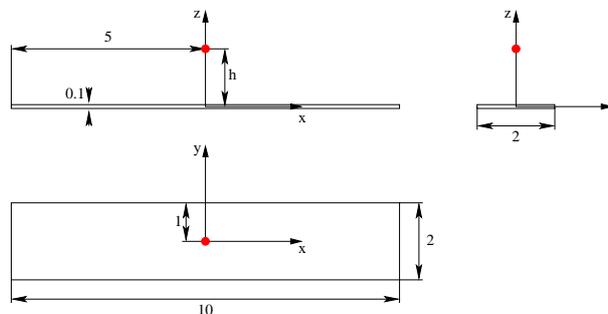


FIG. I.27 – Géométrie de plaque longue pour le calcul numérique.

• Description qualitative du champ sonore

Les figures (I.28), (I.29), (I.30) et (I.31) représentent la valeur absolue du champ de pression totale pour deux longueurs d'onde adimensionnées $\lambda/r = 2$ et $\lambda/r = 1$, et les deux positions de source $z = 0.5r$ et $z = 1.5r$. Le comportement qualitatif est similaire pour les quatre cas présentés, c'est pourquoi seul le cas $\lambda/r = 2.0$ et $z = 0.5r$ (Fig. I.28) est discuté en détails. Dans ce cas, on observe un bon accord global entre les résultats des différentes méthodes. D'une manière générale, l'impact de l'onde acoustique sur les bords de la plaque est responsable d'un effet de diffraction prononcé qui régénère du bruit dans la zone d'ombre géométrique. On devine d'ailleurs l'étendue de cette zone d'ombre sur la figure (c) issue du calcul de rayons, du fait d'un artéfact de calcul au niveau de la frontière ombre/lumière. Dans l'approximation analytique (Fig.(a)), il n'apparaît qu'un seul maximum de pression suivant l'axe des x dans la zone d'ombre, alors que plusieurs maxima sont visibles pour les autres codes. Ces maxima résultent de la diffraction du champ incident par les petits côtés de la plaque qui ne sont pas pris en compte dans l'approximation analytique. On peut s'attendre à ne pas les observer en présence d'un écoulement réel, car les interférences sont en général lissées: les sources secondaires résultant de la diffraction perdent leur cohérence et n'interfèrent plus. En outre, comme on peut s'y attendre, on observe un très bon accord entre les résultats FEM et BEM (Fig.(b) et (d)): les deux méthodes résolvent en effet le même problème complet régi par l'équation d'onde et des conditions aux limites rigides sur la plaque. Quant au code de rayons, il calcule une solution très satisfaisante dans la zone d'ombre géométrique de la plaque, mais laisse apparaître d'importantes discontinuités du champ de pression à la frontière ombre/lumière, ce

qui est un comportement classique pour une méthode haute-fréquence. Lorsque la longueur d'onde diminue, le phénomène de diffraction est moins marqué (la pression diminue sous la plaque), si bien que l'effet de masquage est renforcé e.g. (Fig. I.28) comparé à (Fig. I.29). Lorsque la distance entre la source et la plaque augmente, les maxima de pression suivant les plus longs côtés de la plaque sont plus prononcés, par exemple pour $\lambda/r = 1.0$ on pourra comparer les figures (I.31) ($z = 1.5r$) et (I.29) ($z = 0.5r$): l'effet de masquage de la source par la plaque devient moins efficace lorsque la hauteur de la source augmente.

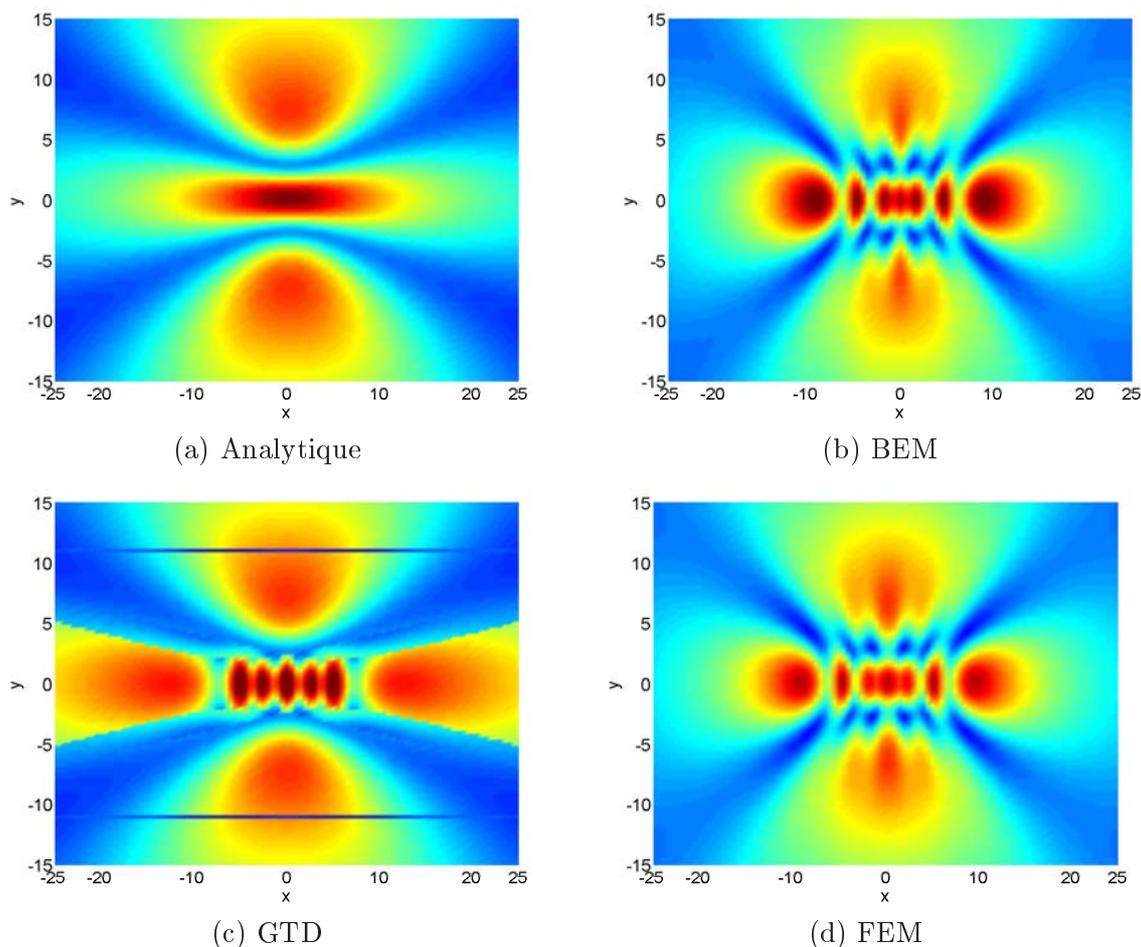
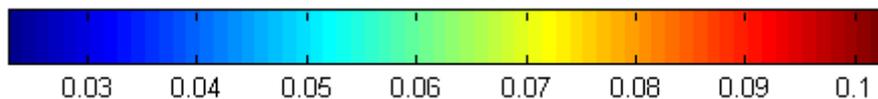


FIG. I.28 – Norme de la pression totale $|P_T|$ sur le plan $z = -5r$ pour une longueur d'onde $\lambda/r = 2$ et une source placée en $z = 0.5r$ - cas de la plaque longue.



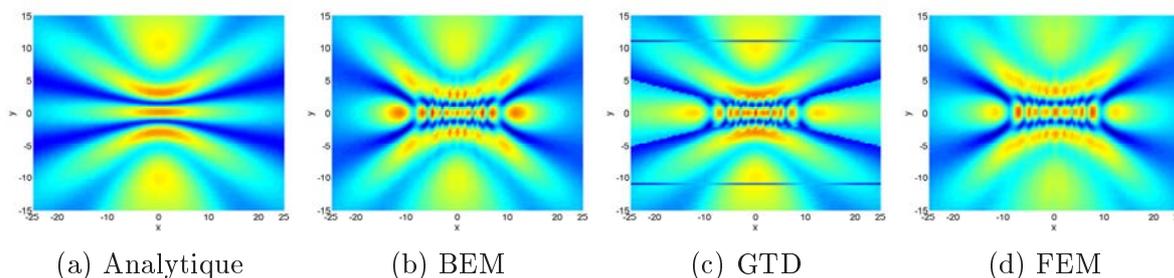


FIG. I.29 – Norme de la pression totale $|P_T|$ sur le plan $z = -5r$ pour une longueur d'onde $\lambda/r = 1$ et une source placée en $z = 0.5r$ - cas de la plaque longue.

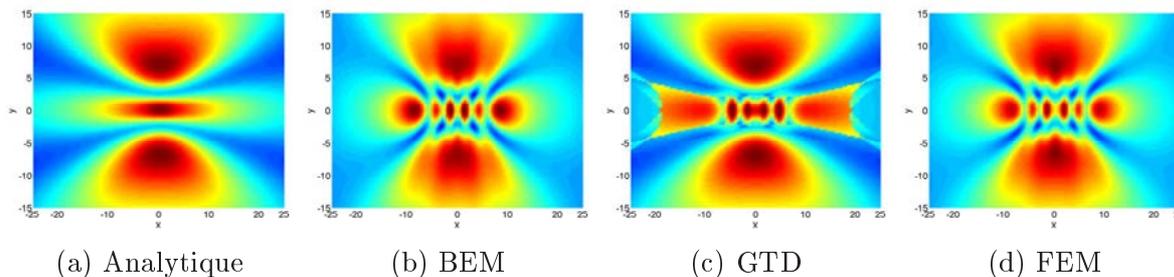


FIG. I.30 – Norme de la pression totale $|P_T|$ sur le plan $z = -5r$ pour une longueur d'onde $\lambda/r = 2$ et une source placée en $z = 1.5r$ - cas de la plaque longue.

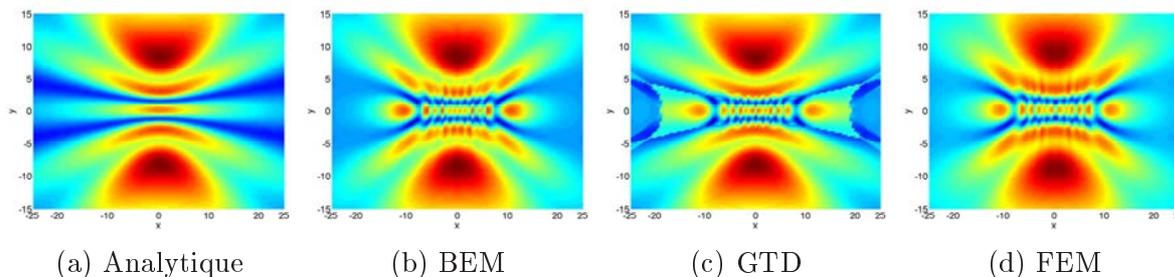


FIG. I.31 – Norme de la pression totale $|P_T|$ sur le plan $z = -5r$ pour une longueur d'onde $\lambda/r = 1$ et une source placée en $z = 1.5r$ - cas de la plaque longue.

• Comparaison quantitative des champs sonores

Afin de comparer les résultats de manière quantitative, la valeur absolue de la pression totale est retracée suivant l'axe des y en $x = 0$ sur le plan d'observation situé à $5r$ sous la plaque pour quatre longueurs d'onde $\lambda/r = 0.5, 1.0, 1.5$ et 2.0 . La figure (I.32) représente le résultat pour la hauteur de source $z = 0.5r$, et la figure (I.33) pour la hauteur de source $z = 1.5r$. D'une manière générale, les quatre méthodes affichent des résultats similaires, en particulier pour ce qui concerne la position des maxima dans la zone d'ombre. On note cependant que dans cette zone, les différences entre les résultats calculés par les méthodes propres aux hautes fréquences d'une part (méthode analytique et GTD) et BEM et FEM d'autre part, augmentent avec la longueur d'onde et la distance entre la source et la plaque, comme illustré sur la figure (I.33)(d). Dans ce cas particulier, l'écart entre le calcul BEM et le calcul analytique atteint $4.5dB$ sur le lobe principal et l'écart entre le calcul BEM et le calcul GTD $3.5dB$. Comme prévu, le phénomène de diffraction devient plus prononcé lorsque la longueur d'onde augmente, ce que l'on voit en comparant les niveaux croissants du lobe principal en $y = 0$ sur l'ensemble des figures (I.32).

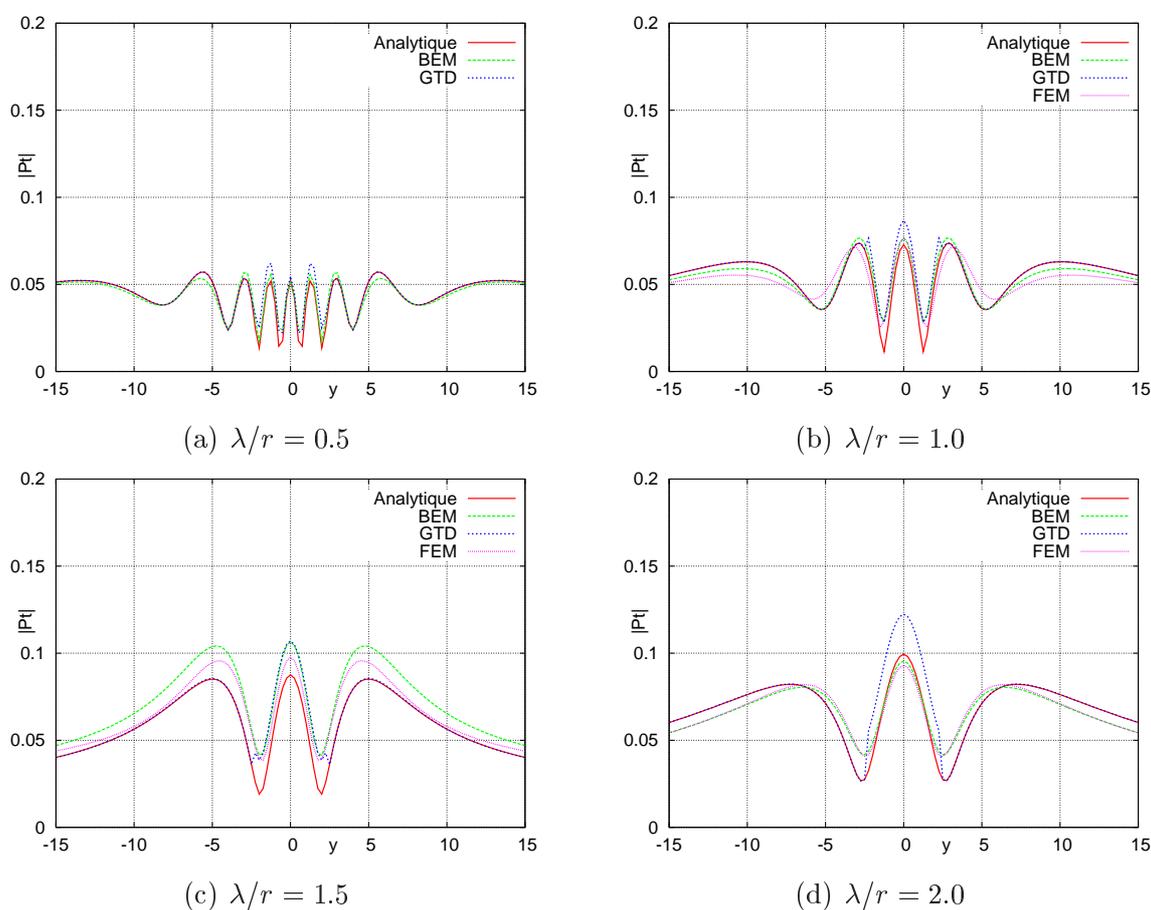


FIG. I.32 – Norme de la pression totale $|P_T|$ en $x = 0$ sur le plan $z = -5r$, due à une source placée en $z = 0.5r$.

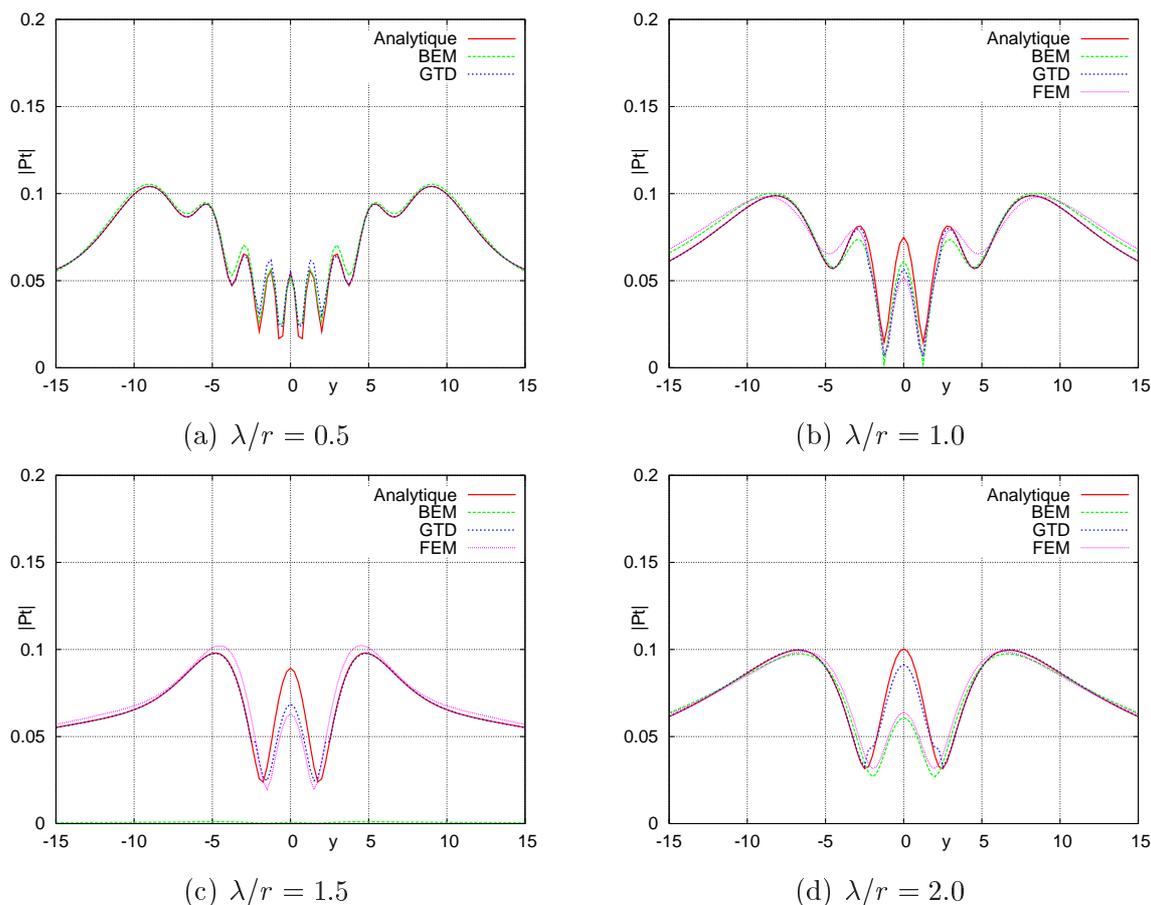


FIG. I.33 – Norme de la pression totale $|P_T|$ en $x = 0$ sur le plan $z = -5r$, due à une source placée en $z = 1.5r$.

1.5.2 Cas de la diffraction par une plaque courte sans écoulement

Dans cette section, les résultats de la diffraction d'une source monopolaire par une plaque courte (Fig. I.34) sont présentés. Comme pour le cas de la plaque longue, une comparaison qualitative du champ de pression sous la plaque ($z = -2r$) précède l'analyse quantitative.

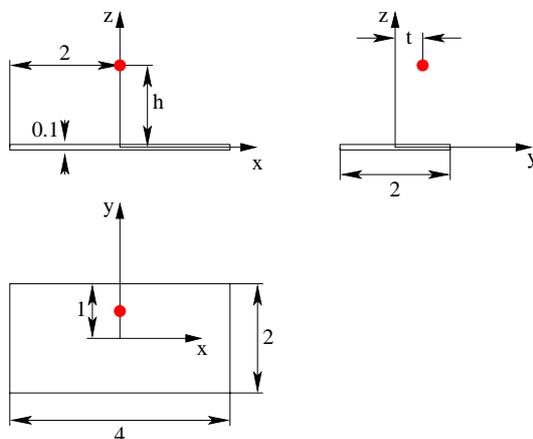


FIG. I.34 – Géométrie de plaque courte pour le calcul numérique.

• Description qualitative du champ sonore

Pour la méthode analytique, seuls les deux plus longs bords de la plaque sont pris en compte dans le calcul, comme dans le cas précédent. On ne peut donc s'attendre qu'à une approximation grossière du champ de pression prédite par ce modèle. Les figures (I.35),(I.36),(I.37) et (I.38) représentent le champ de pression pour les deux longueurs d'onde $\lambda/r = 2.0$ et $\lambda/r = 1.0$ et les positions de source $z = 0.25r$ et $z = 0.75r$. Seul le cas $\lambda/r = 2$ (Fig. I.35) est discuté en détails. L'approximation analytique figure une zone de basse pression au voisinage de l'axe des x , qui augmente avec la distance à l'origine et qui est absente dans les calculs BEM, GTD ou FEM. La présence de cette zone s'explique par la prise en compte de bords diffractants infinis dans le modèle analytique. Notons cependant les très bons résultats de ce modèle le long de l'axe y en $x = 0$. Les quatre maxima de pression observés près de l'origine sont caractéristiques d'un calcul BEM (Fig.(b)). On les retrouve également dans la zone d'ombre du calcul GTD (Fig. (c)). Lorsque la longueur d'onde diminue, les résultats GTD deviennent meilleurs dans la zone d'ombre mais comme dans le cas de la plaque longue, on observe des discontinuités à la frontière ombre/lumière caractéristiques des méthodes haute-fréquences.

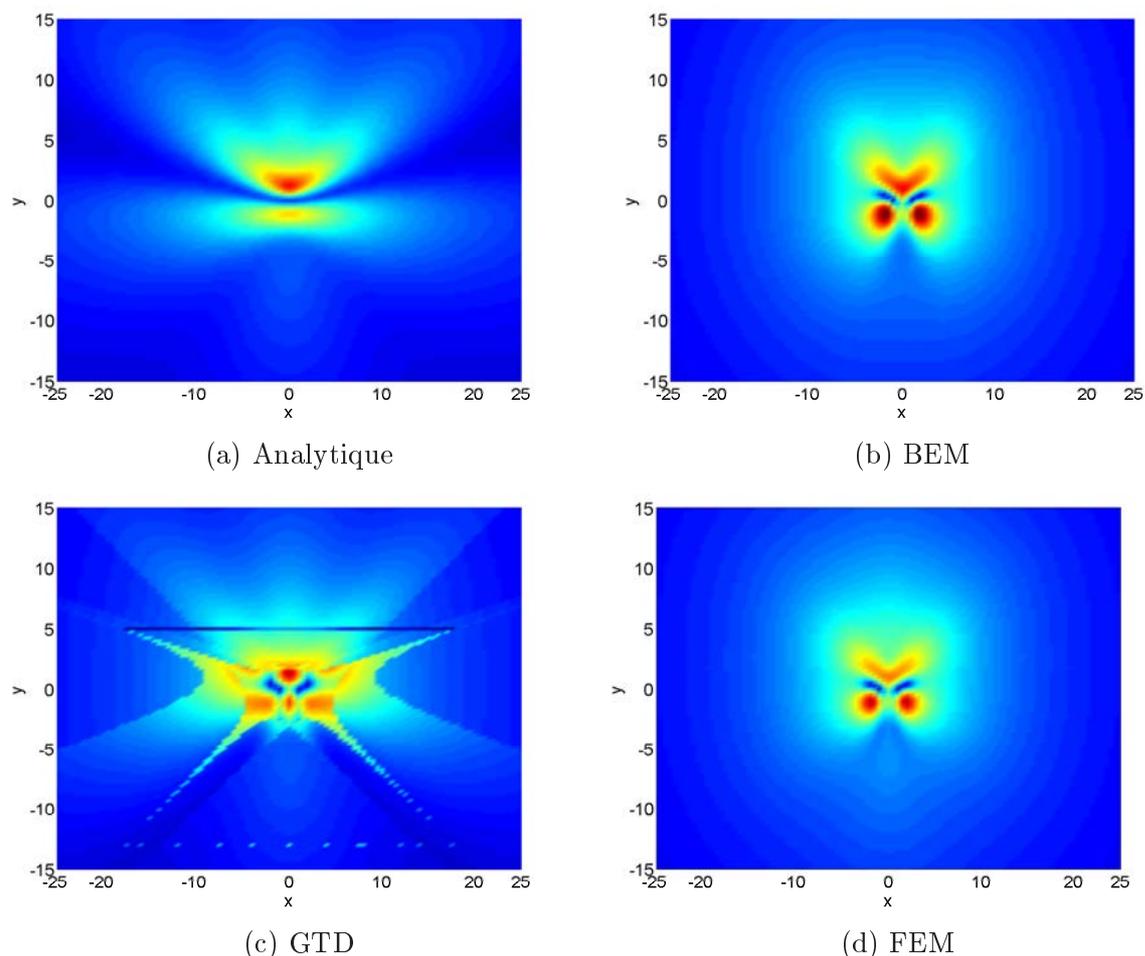
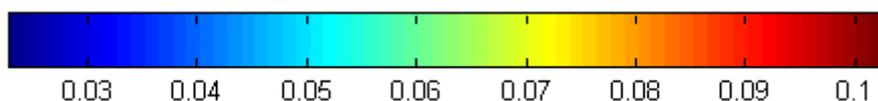


FIG. I.35 – Norme de la pression totale $|P_T|$ sur le plan $z = -2r$ pour une longueur d'onde $\lambda/r = 2$ et une source placée en $z = 0.25r$ - cas de la plaque courte.



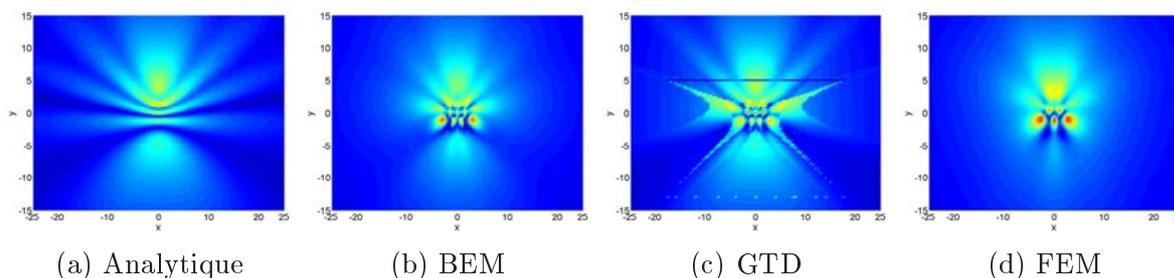


FIG. I.36 – Norme de la pression totale $|P_T|$ sur le plan $z = -2r$ pour une longueur d'onde $\lambda/r = 1$ et une source placée en $z = 0.25r$ - cas de la plaque courte.

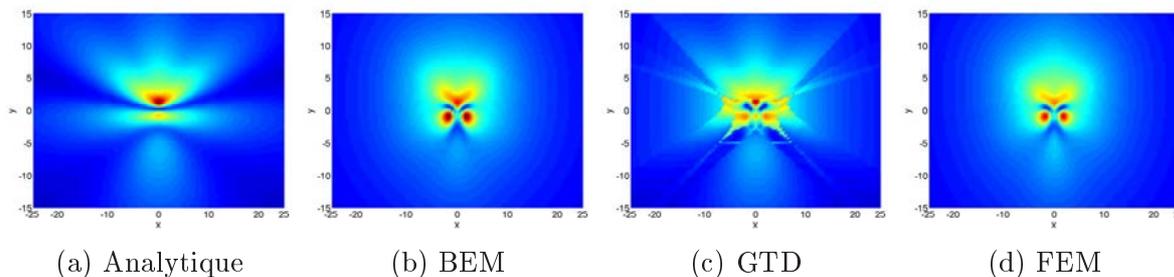


FIG. I.37 – Norme de la pression totale $|P_T|$ sur le plan $z = -2r$ pour une longueur d'onde $\lambda/r = 2$ et une source placée en $z = 0.75r$ - cas de la plaque courte.

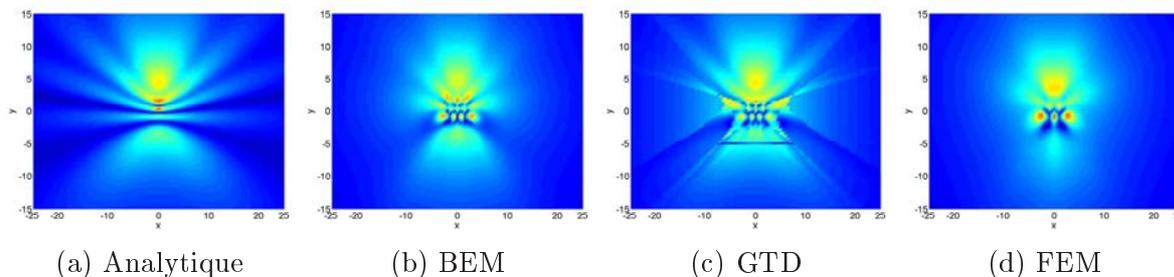


FIG. I.38 – Norme de la pression totale $|P_T|$ sur le plan $z = -2r$ pour une longueur d'onde $\lambda/r = 1$ et une source placée en $z = 0.75r$ - cas de la plaque courte.

• Comparaisons quantitatives des champs sonores

Pour finir on a de nouveau tracé le champ de pression le long de l'axe y en $x = 0$ au niveau du plan d'observation situé à $2r$ sous la plaque. La figure (I.39) représente la pression calculée avec les différentes méthodes pour la hauteur de source $z = 0.25r$ et la figure (I.40) pour la hauteur de source $z = 0.75r$. Chaque figure regroupe quatre sous-figures correspondant aux longueurs d'onde $\lambda/r = 0.5, 1.0, 1.5$ et 2.0 . En première approximation, les quatre méthodes considérées fournissent des résultats similaires pour les plus petites longueurs d'onde $\lambda/r = 0.5$ et $\lambda/r = 1.0$. Pour $\lambda/r = 1.5$ et $\lambda/r = 2.0$ les différences deviennent plus importantes. Par rapport aux résultats de la plaque longue, les courbes ne sont plus symétriques, car la source est plus proche d'un bord de la plaque et donc l'effet diffractant plus prononcé de ce côté. En effet, sur chacune des figures relatives à la plaque courte, le lobe principal de pression est situé du côté des ordonnées positives. De plus, comme dans le cas de la plaque longue, la diffraction est plus efficace lorsque la longueur d'onde augmente, ce qui apparaît en comparant les niveaux des lobes principaux sur les figures (I.39) (a), (b), (c) et (d). Pour une longueur d'onde donnée, la pression augmente dans la zone éclairée du côté y positif: l'effet de masquage est plus efficace du côté opposé à la source.

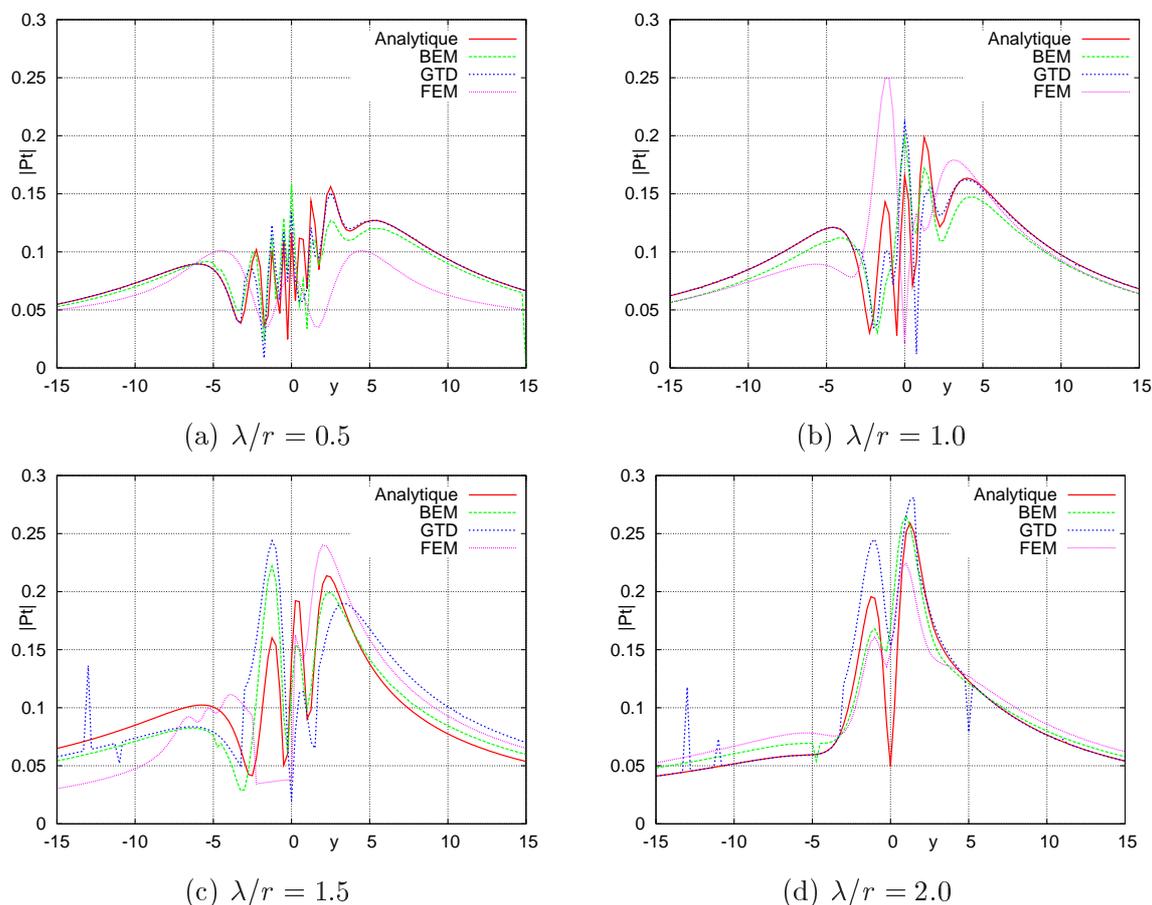


FIG. I.39 – Norme de la pression totale $|P_T|$ en $x = 0$ sur le plan $z = -2r$, due à une source placée en $z = 0.25r$.

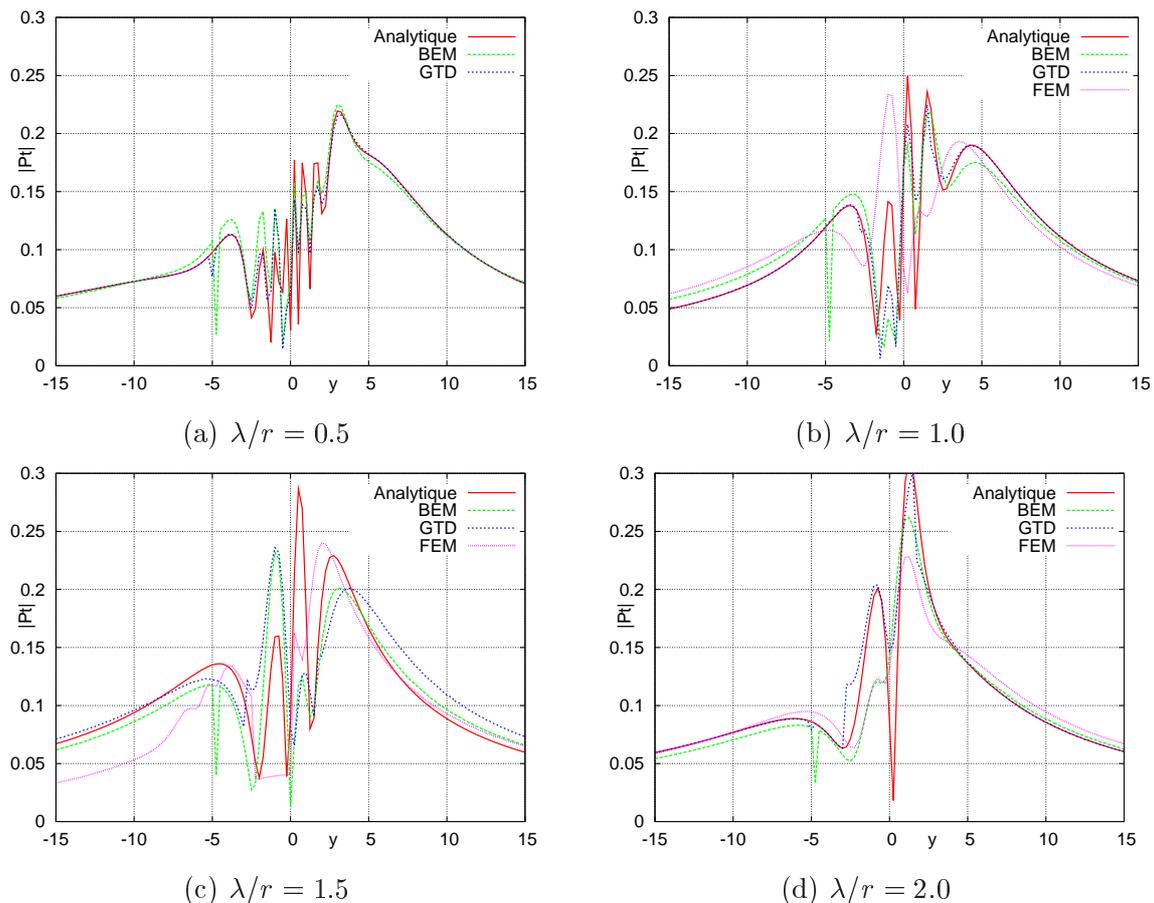


FIG. I.40 – Norme de la pression totale $|P_T|$ en $x = 0$ sur le plan $z = -2r$, due à une source placée en $z = 0.75r$.

I.5.3 Cas de la diffraction par une plaque longue en présence d'un écoulement uniforme

• Description qualitative du champ sonore

Nous avons décrit au paragraphe I.4 l'intégration d'un écoulement uniforme dans le modèle de diffraction d'un monopôle ou d'une source ponctuelle par un bord d'attaque et un bord de fuite semi-infinis. La sommation *avec précaution* des deux champs résultants fournit alors le champ total diffracté par une aile de corde finie en présence d'un écoulement uniforme. Dans cette section, nous présentons une première comparaison qualitative de cartographies de champs acoustiques obtenues par le code analytique *SCAT* d'une part et par une méthode BEM d'autre part en présence d'un écoulement uniforme. La géométrie diffractante utilisée dans le calcul BEM est une plaque longue de type *clinquant*, c'est-à-dire sans épaisseur, afin de se rapprocher au mieux du modèle analytique⁵. Nous reviendrons plus en détails sur ce modèle ainsi que sur la modélisation mathématique de l'écoulement dans le code BEM au chapitre III consacré aux méthodes numériques. Les figures (I.41) et (I.42) représentent la partie réelle de la pression sur un plan de coupe contenant la source située à $1.5r$ au dessus de la plaque. Les calculs ont été réalisés pour quatre valeurs de nombre de Mach: (a) $M = 0$, (b) $M = 0.3$, (c) $M = 0.5$ et (d) $M = 0.7$. La figure (I.41) regroupe les résultats analytiques et la figure (I.42) ceux du calcul BEM. D'une manière générale on retrouve en présence d'un écoulement le même comportement que pour une source en mouvement: les fronts d'onde sont resserrés

5. Cette possibilité n'était pas disponible lors des calculs précédents, effectués à une date antérieure.

dans la direction du bord d'attaque et écartés dans la direction du bord de fuite. On insiste encore une fois sur le fait qu'il n'y a pas ici d'effet Doppler puisqu'aucun mouvement relatif de la source par rapport à l'observateur.

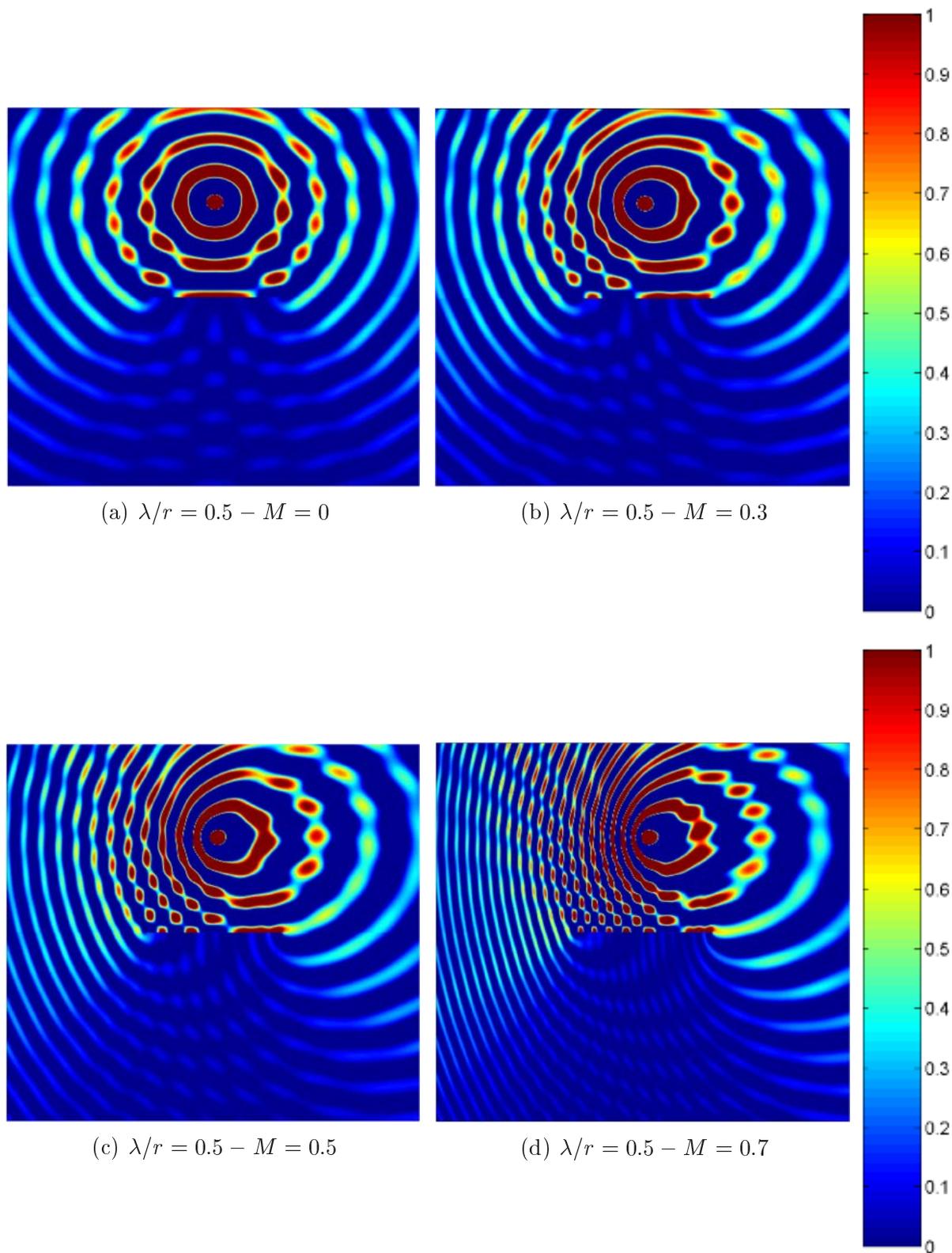


FIG. I.41 – *Partie réelle de la pression totale P_T sur un plan de coupe contenant la source, hauteur de la source $h = 1.5r$ - calcul analytique.*

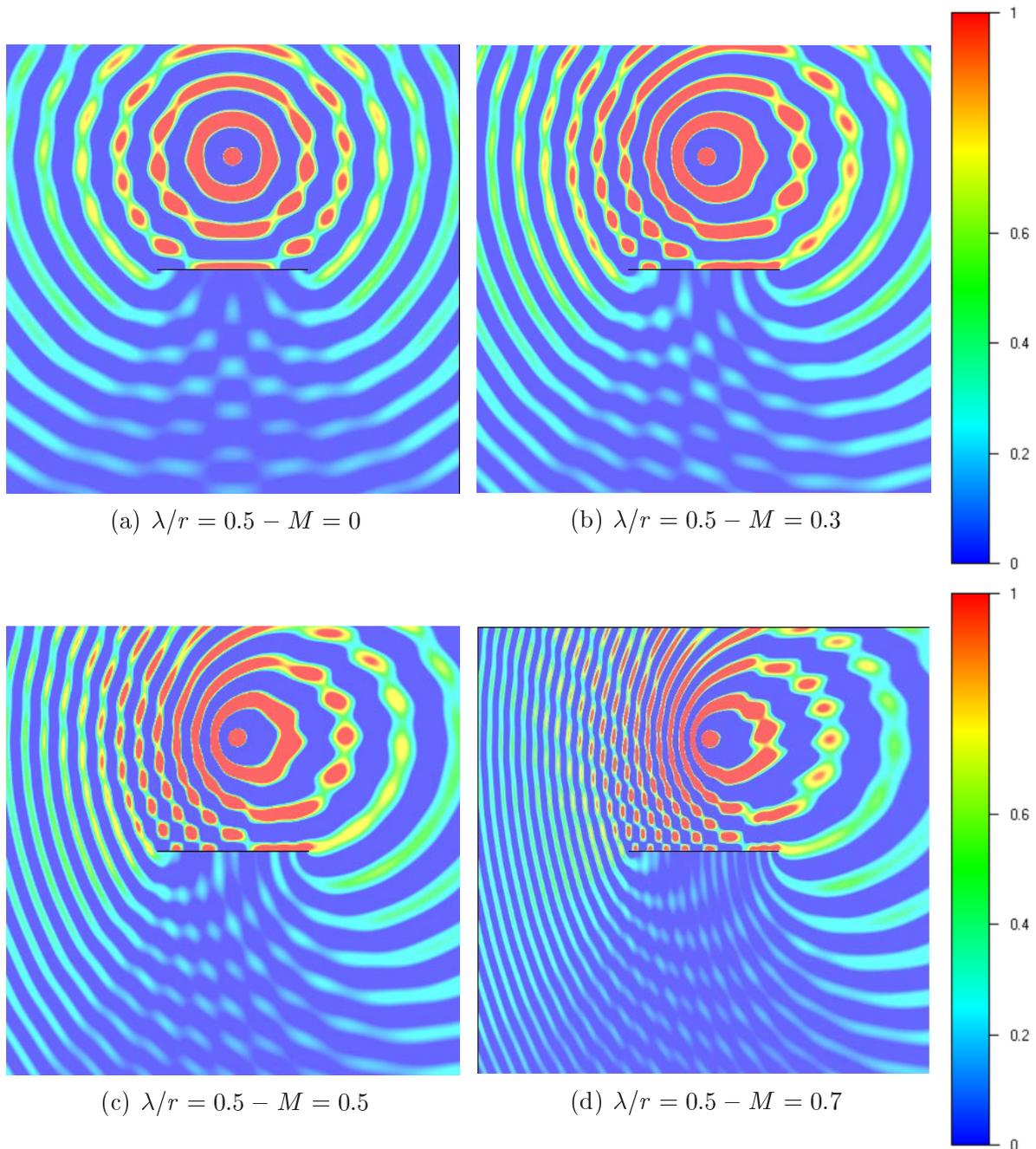


FIG. I.42 – *Partie réelle de la pression totale P_T sur un plan de coupe contenant la source, hauteur de la source $h = 1.5r$ - calcul numérique.*

• Comparaisons quantitatives des champs sonores

Pour finir nous avons comparé les valeurs de pression prédites par le modèle analytique et le calcul BEM sur un arc d'observateurs de rayon $5r$ sous la plaque pour trois longueurs d'onde adimensionnées distinctes $\lambda/r = 0.5, 1$ et 2 , en l'absence de et avec écoulement.

Si l'on s'intéresse aux cas sans écoulement, les résultats de la figure (I.43) (a) (c) (e) suggèrent les conclusions déjà énoncées au paragraphe I.3, à savoir que le code analytique est plutôt un code haute-fréquence: la comparaison analytique/numérique se détériore à basse fréquence (longueur d'onde grande devant la corde). Ce phénomène reste vrai en présence d'un écoulement (Fig. I.43 (b) (d) (f)): les corrélations entre les deux calculs sont meilleures aux plus petites longueurs d'onde. On retrouve également un plus fort masquage par la plaque longue pour ces

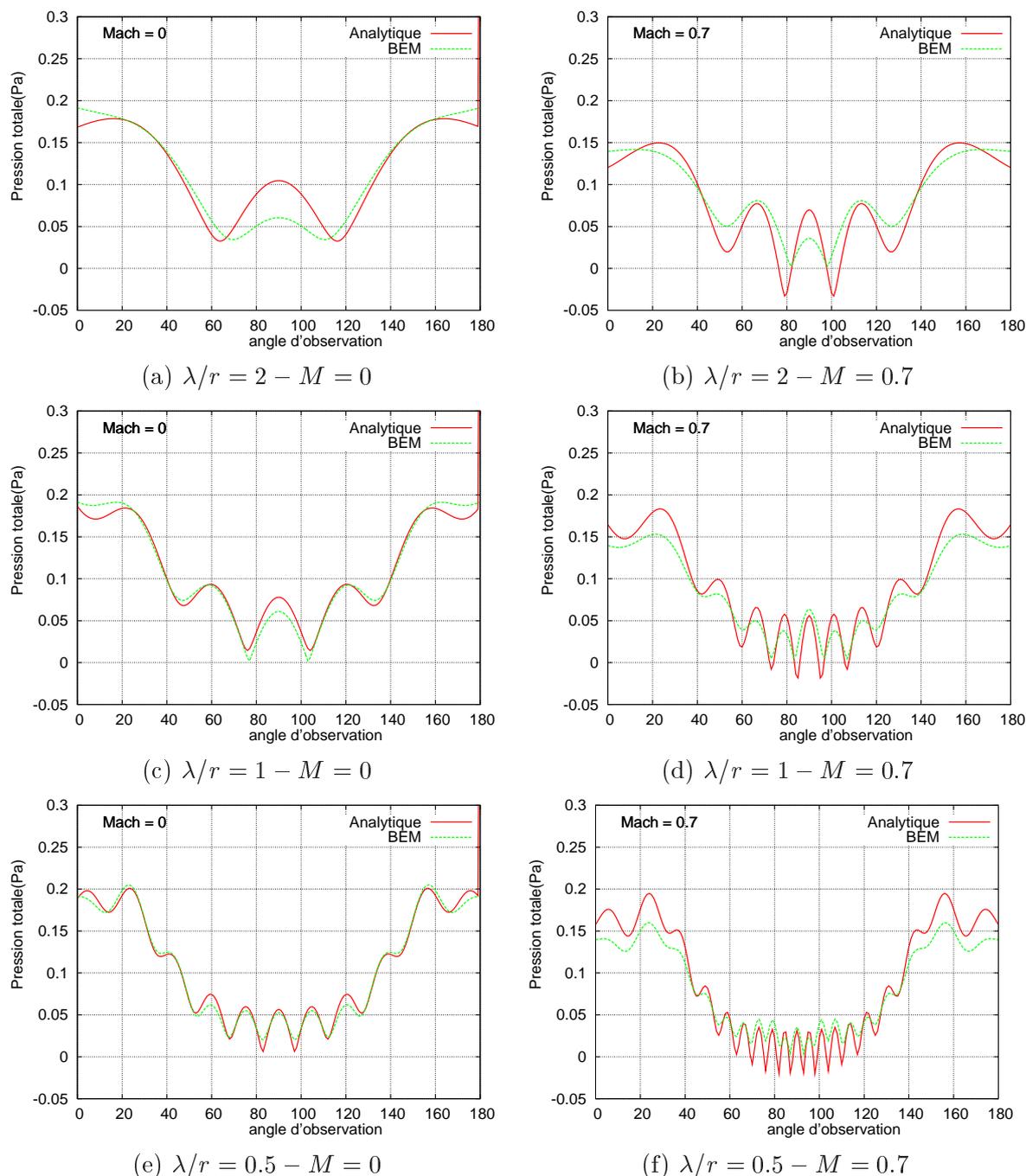


FIG. I.43 – Pression totale P_T dans le plan flyover, hauteur de la source $h = 1.5r$.

faibles longueurs d'onde. La présence d'un écoulement entraîne une augmentation du nombre de lobes d'interférences, mais une diminution de leur amplitude. La position de ces lobes et des extinctions est toujours prédite de manière très précise par le code analytique, même si leur amplitude est légèrement surestimée.

En conclusion, le modèle analytique implémenté dans le code de calcul *SCAT* a été confronté à trois autres codes de calcul disponibles à AIRBUS France sur deux types de géométries de plaques planes. La diffraction d'une source ponctuelle par des géométries simples constitue en effet une première étape vers la modélisation de l'effet de masquage de bruit de moteur par une aile ou un empennage d'avion de transport. Dans le cas de la plaque longue, les résultats du

modèle analytique sont très satisfaisants, mais ils se détériorent dans le cas de la plaque courte, plus proche d'une géométrie tridimensionnelle.

I.5.4 Petite digression sur la notion de source ponctuelle

Jusqu'à présent nous avons parlé de source ponctuelle ou de monopôle sans distinction. Lorsque la source est mobile ou dans un milieu en mouvement, on est amené à distinguer *source élémentaire* et *source de débit* (appelée couramment monopôle). Lorsque l'on considère une source élémentaire mobile, on spécifie le mouvement de la source dans l'équation des ondes, qui prend la forme

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = q(t) \delta(x - \vec{v}t) \quad (\text{I.81})$$

dont la solution s'écrit

$$p(t, x) = \frac{q(t - R/c)}{4\pi R}. \quad (\text{I.82})$$

Lorsque l'on considère une source de débit mobile, on spécifie en revanche le mouvement de la source dans l'équation de conservation de la masse [28]:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \text{div} \vec{v} = q(t) \delta(x - \vec{v}t) \quad (\text{conservation de la masse}) \quad (\text{I.83})$$

pour aboutir à l'équation des ondes scalaire:

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} (q(t) \delta(x - \vec{v}t)). \quad (\text{I.84})$$

Il apparaît une dérivée temporelle supplémentaire pour la source équivalente dans l'équation des ondes (I.84) par rapport à l'équation (I.81). C'est pourquoi on distingue source élémentaire et monopôle, ce dernier étant défini comme la dérivée temporelle de la source élémentaire. De ce fait, le rayonnement du monopôle mobile ou, ce qui équivalent, le rayonnement du monopôle fixe dans un écoulement n'est pas symétrique alors que celui de la source élémentaire est bien symétrique et s'apparente en fait au cas du potentiel, comme le montrent les figures (I.43). Le code numérique BEM traite donc le cas de la source élémentaire et non du monopôle au sens exact du terme. Par conséquent, les cartographies (I.41) et (I.42) sont représentatives du potentiel acoustique d'un vrai monopôle.

I.6 Comparaison entre les prédictions et des mesures en chambre source

La comparaison des différentes approches théoriques entre elles constitue une première étape dans la validation des méthodes de prédiction. Mais elle n'est pas suffisante; il est également important de s'assurer que les modèles mathématiques utilisés dans chacune des méthodes traduisent la réalité physique des phénomènes étudiés. Nous présentons ici la campagne de mesures menée au DLR (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt) en Allemagne, simulant le masquage d'une source ponctuelle par une plaque ou un cylindre, ainsi que la comparaison des résultats d'essais aux prédictions du modèle analytique. Malheureusement, les mesures effectuées avec seulement trois microphones n'ont pas permis une validation rigoureuse du code de calcul. Néanmoins, la technique de génération de source ponctuelle mise au point par le DLR est remarquablement novatrice, et confère à cette campagne un large intérêt.

• Génération d'une source omnidirectionnelle

Afin de générer une source de type monopolaire, un laser Nd:YAG est utilisé: il permet de générer un plasma d'une durée de 0.8ms équivalent à une source ponctuelle. Les mécanismes de cette génération de source sont présentés dans [39], [40] et [81] et schématisés sur les figures (I.44) et (I.45). Les avantages de cette nouvelle technique sont notables:

- ce type de source permet de s'affranchir des problèmes de champ proche et de champ lointain, ce qui est moins contraignant que lorsque l'on travaille avec des haut-parleurs qui ont nécessairement une directivité.
- le dispositif laser permet de générer des fréquences très élevées donc de travailler sur des maquettes de petite taille.
- en présence d'un écoulement, l'intérêt est d'autant plus marqué puisque la durée de la pulsation émise est très petite (de l'ordre de la milliseconde). La source n'est donc pas perturbée par l'écoulement.

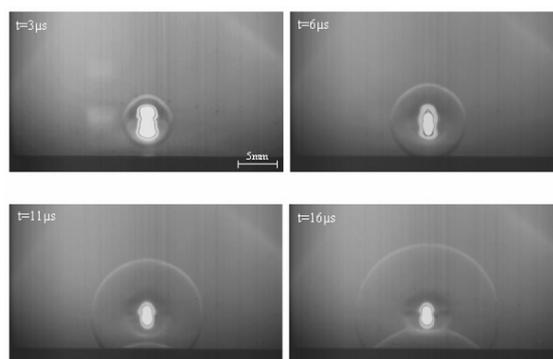
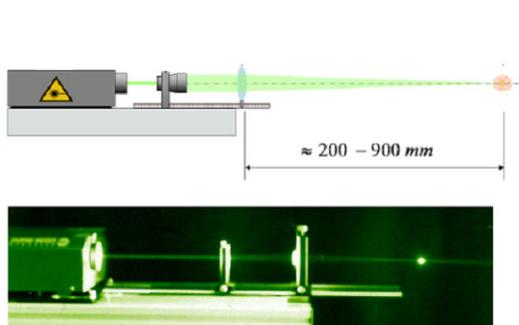


FIG. I.44 – Génération d'une source sonore de type monopolaire par création d'un plasma.

FIG. I.45 – Propagation d'une onde sphérique depuis le point focal de la lentille.

Une étape préliminaire de validation du caractère monopolaire de la source a été réalisée par l'intermédiaire d'un arc de microphones centré sur la position de l'émission laser. Les résultats sont très satisfaisants: la différence de niveau reçu sur chacun des microphones n'excède pas 1dB ce qui équivaut, en termes de distance de propagation, à une différence de trajet de 4mm sur un rayon de 1 mètre. La source ponctuelle est donc très correctement modélisée. Ceci est bien visible sur les photos (I.45) où l'on peut voir la formation du plasma et une sphère parfaite se dessiner. Les différentes images montrent le plasma 3, 6, 11 et 16 ms après l'impulsion laser. La région brillante correspond au point focal de la lentille. On voit clairement sur la figure la propagation d'une onde sphérique depuis le point focal. Sur l'image à 3ms, l'onde sphérique n'est pas encore complètement séparée du plasma car les deux ont une vitesse de propagation similaire. En revanche, sur l'image à 6ms et sur les suivantes, une séparation nette est visible. Sur l'image à 11ms, on aperçoit la réflexion de l'onde acoustique sur une surface plane située à proximité du point focal, puis l'interaction de cette onde réfléchie avec l'onde créée autour du plasma. Durant la campagne de mesures, la source a été générée à proximité d'une surface diffractante afin d'évaluer un effet de masquage. Actuellement, de nouveaux essais utilisant ce mécanisme de génération de source ont lieu au DLR en présence d'un écoulement.

• Géométries expérimentales et principe des mesures

L'ensemble des mesures a été réalisé dans la chambre anéchoïque AWB (Aeroacoustic Wind tunnel Braunschweig) du DLR. Quatre différentes géométries de surface masquante ont été testées, deux surfaces planes et deux géométries cylindriques. Les résultats relatifs au cylindre sont exposés au chapitre II et nous présentons dans cette partie uniquement les résultats obtenus avec la plaque longue. Les dimensions de la plaque correspondent au cas test spécifié au

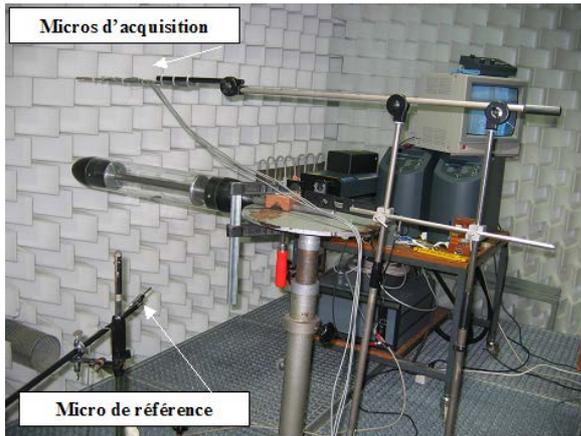


FIG. I.46 – Photographie de l'installation expérimentale pour la mesure du champ diffracté par un cylindre.

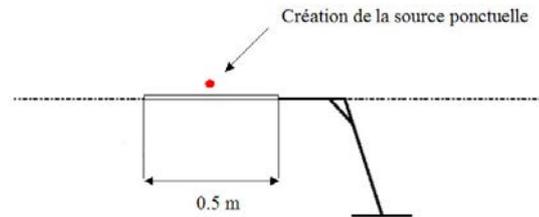


FIG. I.47 – Schéma de l'installation expérimentale pour la mesure du champ diffracté par une plaque longue.

paragraphe I.5. La plaque est montée sur pied à environ 1 m du sol et maintenue en position fixe. L'acquisition des données est réalisée par quatre micros $1/4''$ B&K, dont un micro de référence qui enregistre le signal émis par la source et trois micros d'acquisition placés au dessus de l'objet test (plaque ou cylindre) afin de mesurer le champ diffracté. La position de ces micros est schématisée sur la figure (I.48). Comme l'amplitude de la source diffère entre deux points de mesure, les résultats sont exprimés en termes de *facteur d'atténuation*, défini comme le rapport de la pression mesurée à la pression de référence.

• Analyse des résultats

Comme on le voit sur le schéma de la figure (I.48), seuls trois microphones ont été utilisés, pouvant coulisser le long de l'axe X pour parcourir l'ensemble des points de mesure. Pour illustrer quelques résultats, des comparaisons avec le calcul analytique suivant l'axe Y en $X = 0$ sont présentées sur les figures (I.49) et (I.50). Le facteur d'atténuation est calculé analytiquement comme le quotient de la pression en présence du masque par la pression rayonnée par la source en champ libre.

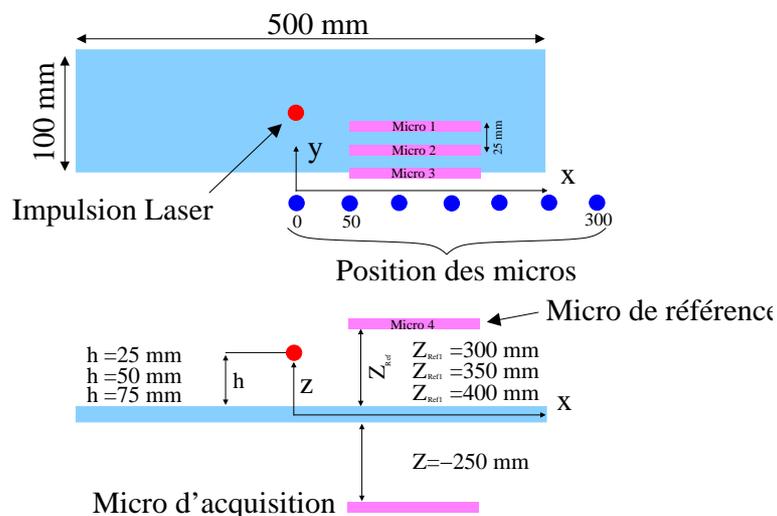


FIG. I.48 – Position des microphones de mesure.

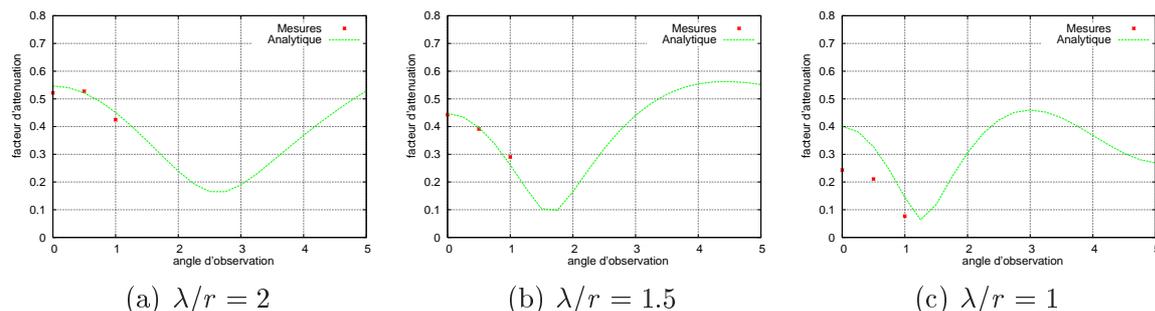


FIG. I.49 – Comparaison des facteurs d'atténuation mesurés et calculés analytiquement le long de l'axe Y , pour une hauteur de la source $h = 0.5r$.

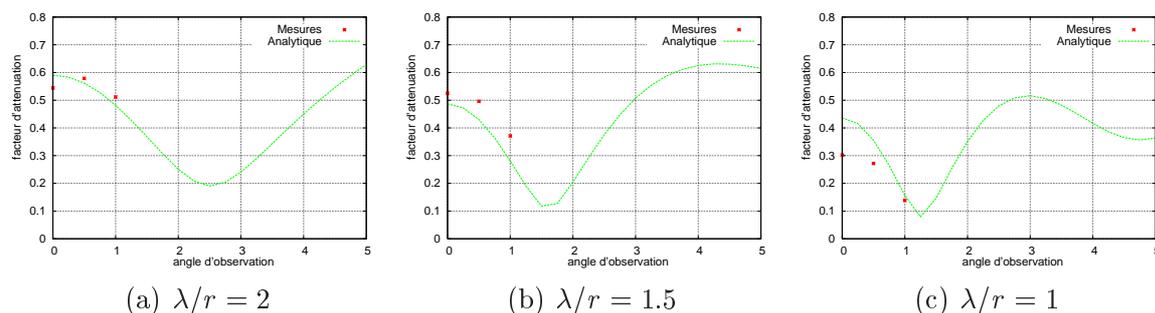


FIG. I.50 – Comparaison des facteurs d'atténuation mesurés et calculés analytiquement le long de l'axe Y , pour une hauteur de la source $h = 1r$.

Sur l'ensemble des six courbes présentées, le calcul analytique semble reproduire correctement la ligne de tendance expérimentale. Néanmoins le nombre trop limité de points de mesure ne permet pas de tirer davantage parti de ces expérimentations.

I.7 Conclusion

Ce premier chapitre nous a permis d'exposer deux modèles de calcul analytique de diffraction du rayonnement d'une source ponctuelle par un écran. Le premier modèle de Macdonald est une solution exacte du problème du demi-plan; le second modèle de Cooke est une solution approchée dérivée du premier modèle. Dans un premier temps, les différentes étapes du calcul pour un demi-plan ont été exposées puis le calcul a été étendu à deux bords diffractants simulant un bord d'attaque et un bord de fuite. Enfin, la prise en compte d'un écoulement uniforme autour de la plaque et l'influence de cet écoulement sur le rayonnement acoustique ont été présentés. A chacune des étapes de complexification du modèle, nous avons insisté sur l'erreur induite dans le calcul, l'hypothèse la plus contraignante étant la sommation de manière indépendante des champs diffractés par le bord d'attaque et le bord de fuite, qui limite le domaine de validité du modèle à des longueurs d'onde petites devant la corde. Dans le cas d'application d'un avion classique de type AIRBUS A320 (6), la fréquence la plus contraignante au regard des hypothèses du modèle serait la fréquence de passage des pales (1 BPF) à l'approche (1100Hz). La longueur d'onde correspondante $\lambda = 0.3\text{m}$ est très petite devant la valeur de la corde $c \approx 4\text{m}$ et l'hypothèse d'indépendance des deux bords est vérifiée à cette fréquence.

Nous disposons donc désormais d'un code de calcul dédié à la modélisation de la diffraction du rayonnement d'une source ponctuelle par une surface plane de corde finie en présence d'un écoulement uniforme. Ce premier code analytique, limité comme nous le verrons dans les cha-

pitres suivants par le modèle trop simpliste de source ponctuelle, constitue néanmoins un moyen rapide pour une première évaluation de l'effet de masquage d'une configuration donnée. Si le calcul de Macdonald est une solution exacte du demi-plan diffractant, il ne peut rigoureusement être comparé à un calcul numérique sur une géométrie de corde finie. Cependant, si les deux méthodes coïncident sur une telle géométrie dans le domaine des hautes fréquences, où l'hypothèse d'indépendance des deux bords est analytiquement vérifiée, la validité de méthodes numériques est assurée et autorise l'étude de phénomènes plus fins sur des géométries plus réalistes, objet du chapitre III. Auparavant, le chapitre II propose un deuxième modèle analytique de diffraction du rayonnement d'une source monopolaire par un cylindre.

Chapitre II

Modèle analytique de la diffraction du rayonnement d'une source monopolaire par un cylindre

II.1 Introduction

II.1.1 Contexte

Comme évoqué en introduction de ce mémoire, l'aile et le fuselage de l'avion modifient le rayonnement du moteur. Dans le cas particulier des configurations avec moteur au-dessus de la voilure, ces structures ont un effet masquant sur le bruit rayonné au sol. Un premier modèle analytique dédié au calcul de la diffraction par des surfaces planes comme l'aile ou l'empennage a été présenté au chapitre I. Le présent chapitre s'intéresse à la diffraction et à la réflexion par le fuselage, modélisé en première approximation par un cylindre de longueur infinie. Le masquage par le fuselage apparaît en effet comme un moyen efficace de réduction de bruit pour des configurations non conventionnelles [11][90]. Des réductions de $15dB$ sur le bruit d'entrée d'air ont été estimées théoriquement sur certaines de ces configurations. Dans ce cas, le champ direct est masqué et seule la diffraction par le fuselage est responsable de la transmission du son au niveau du sol. En configurations classiques avec moteur sous voilure, la réflexion des ondes sur le fuselage augmente au contraire le bruit perçu au niveau du sol.

La littérature concernant la diffraction par les cylindres s'avère beaucoup moins vaste que celle sur la diffraction par les écrans. Ce thème intéresse surtout l'électromagnétisme ou l'optique [9]. Dans le domaine de l'acoustique, on trouve néanmoins des références en acoustique sous-marine [46] [63]: Faran [27] résout dès 1951 le problème de la diffraction d'une onde plane par un cylindre infini immergé dans un milieu fluide. Piquette [69] et Tai [84] prolongent plus tard ces travaux au cas d'une onde sphérique. En particulier, ce dernier propose une solution exacte du problème pour une source et un observateur en champ lointain.

L'avènement de la théorie géométrique de la diffraction (GTD - Geometrical Theory of Diffraction) avec Keller en 1962 [44] [38] [36] ouvre une voie vers de nouvelles méthodes de calcul et les méthodes dites de *rayons* sont évoquées régulièrement dans les publications acoustiques récentes [89]. Par exemple, des chercheurs de l'université de Cambridge [4] [3] travaillent actuellement sur un concept d'aile volante silencieuse où les moteurs sont placés au dessus de la voilure. Ils évaluent l'effet de masquage d'une telle configuration à l'aide de deux monopôles simulant les moteurs et rayonnant vers le sol par des méthodes de recherche de rayons.

Dans ce chapitre, nous proposons un calcul asymptotique fondé sur l'approximation de la théorie géométrique de la diffraction, laquelle est bien adaptée à notre gamme de fréquences

d'intérêt relativement élevées. Il existe néanmoins des solutions analytiques exactes faisant appel généralement au développement en harmoniques cylindriques, mais ces solutions s'avèrent coûteuses en temps calcul et instables dans certaines régions. A titre indicatif, les grandes lignes du calcul exact sont rappelées dans cette introduction avant de développer intégralement le modèle géométrique.

II.1.2 Solution analytique exacte

Une source ponctuelle est placée au point \vec{x}_0 à proximité d'un cylindre rigide de rayon a et de longueur infinie, en l'absence d'écoulement. Si l'on note p_T la pression totale en présence du cylindre et p_I le champ libre incident de la source monopolaire, la solution de ce problème s'écrit d'après [11] [90] sous la forme d'une série de fonctions de Bessel de première, deuxième et troisième espèce:

$$\frac{p_T}{p_I} = 1 - F(u, b, \varphi) e^{ib \cos \varphi}, \quad \text{où} \quad (\text{II.1})$$

$$p_I = \frac{e^{ik|\vec{x}-\vec{x}_0|}}{4\pi|\vec{x}-\vec{x}_0|}$$

R = distance entre la source et l'axe du cylindre

$$u = ka \sin \xi$$

$$b = kR \sin \xi$$

$$F(u, b, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} q_n(u, b) \cos(n\varphi)$$

$$q_0(u, b) = H_0^{(1)}(b) \frac{J_0'(u)}{H_0^{(1)}(u)}$$

$$q_n(u, b) = 2(-i)^n H_n^{(1)}(b) \frac{J_n'(u)}{H_n^{(1)}(u)}$$

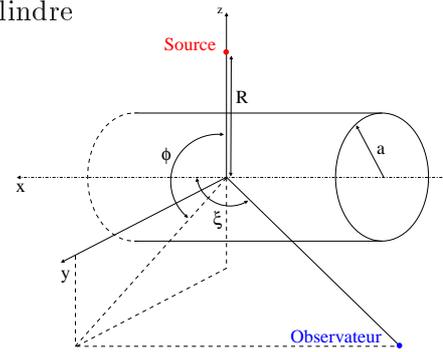
$[J_n, Y_n, H_n^{(1)}]$ = fonctions de Bessel d'ordre n de première, deuxième et troisième espèce.

La convergence de la série $F(u, b, \varphi)$ requiert un nombre élevé d'itérations lorsque la valeur du paramètre u augmente, ce qui explique la durée du calcul pour des fréquences élevées. Dans ce chapitre, nous proposons une méthode analytique alternative basée sur la théorie géométrique de la diffraction.

II.1.3 Approximation géométrique

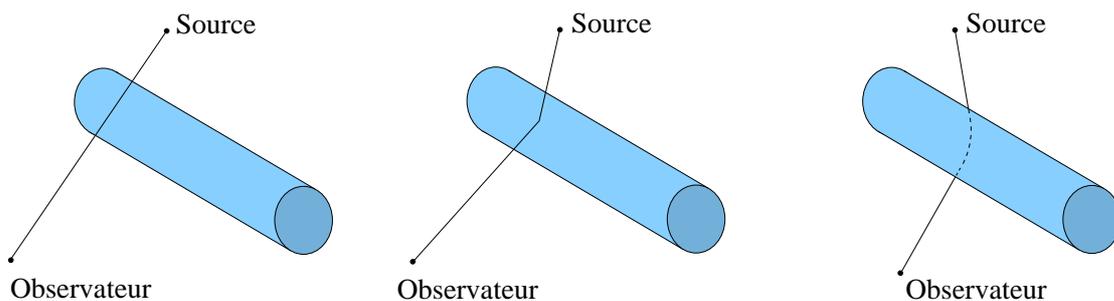
La théorie de Keller repose sur le postulat d'une propagation des ondes acoustiques le long de rayons. On distingue plusieurs types de rayons diffractés: les rayons diffractés par une arête, une discontinuité d'impédance ou de courbure et les rayons dits *rampants* sur la surface de l'objet, structurés lorsque le rayon arrive en incidence rasante sur une surface courbe. Seuls ces rayons rampants existent dans le cas de la diffraction par un objet cylindrique supposé infini (pas d'effets de bords) et viennent s'ajouter aux rayons directs et réfléchis; la convexité du cylindre n'autorise pas de réflexions multiples. Le champ acoustique total au point d'observation s'obtient alors en sommant les contributions des rayons de différentes natures.

La propagation acoustique le long de rayons s'évalue par une approximation asymptotique haute-fréquence. On s'attend donc à ce que le calcul donne des résultats satisfaisants pour des



longueurs d'onde petites par rapport à la dimension de l'obstacle ou à son rayon de courbure, ici celui du cylindre. Cependant cette méthode a été appliquée également au calcul de la diffraction par une ouverture dans un écran [37] et au cas d'un guide d'onde et les résultats sont très satisfaisants pour des longueurs d'onde de l'ordre de la dimension de l'objet diffractant.

Le code *CARILLON* (Cylinder Analytical with Ray ILLuminatiON) a été développé au cours de cette thèse et a pour objet le calcul du champ diffracté ou réfléchi par un cylindre éclairé par une source monopolaire. La méthode de calcul repose sur la Théorie Géométrique de la Diffraction. Ce chapitre se propose d'exposer les principaux éléments théoriques de la méthode. Une première étape consiste à déterminer le rayon géométrique reliant la source et le récepteur. Suivant sa position relative par rapport au cylindre, le rayon peut être direct (Fig. II.1), réfléchi (Fig. II.2) ou rampant (Fig. II.3). Le plan de ce chapitre correspond à la structuration du code de calcul *CARILLON*: le calcul du rayon réfléchi est détaillé au paragraphe II.2.1 et le calcul du rayon diffracté au paragraphe II.2.2. Une fois le trajet déterminé, le paragraphe II.3 explicite le calcul du champ acoustique correspondant à chaque type de rayon. Nous présentons dans ce qui suit les étapes principales de ces différents calculs. Le chapitre se termine par la confrontation du code analytique aux méthodes numériques disponibles à AIRBUS France.

FIG. II.1 – *Rayon direct.*FIG. II.2 – *Rayon réfléchi.*FIG. II.3 – *Rayon rampant.*

II.2 Détermination des rayons acoustiques

Comme en optique, les rayons acoustiques se propagent en ligne droite dans un milieu homogène et isotrope. Lorsqu'un rayon incident rencontre un obstacle, il se réfléchit suivant les lois de Descartes, ou donne naissance à un rayon rampant suivant le principe de Fermat du plus court chemin de parcours sur la surface de l'objet.

II.2.1 Calcul du rayon réfléchi

Rappelons rapidement les lois de la réflexion (lois de Descartes):

- Première loi: le rayon incident, la normale à la surface réfléchissante et le rayon réfléchi se trouvent tous trois dans le même plan.
- Deuxième loi: l'angle entre le rayon incident et la normale à la surface (angle d'incidence) est égal à l'angle formé par la normale et le rayon réfléchi (angle de réflexion).

Dans le cas où le récepteur se situe dans la zone éclairée par la source, la contribution du rayon réfléchi s'ajoute à celle du rayon direct incident. On détermine dans un premier temps le rayon réfléchi sur un cercle avant de généraliser au problème à trois dimensions du cylindre.

• **Calcul du rayon réfléchi dans le plan (Oxy) en $z = 0$**

Le problème à résoudre est un problème de géométrie du plan schématisé sur la figure (II.4): connaissant les coordonnées du récepteur M , caractériser le rayon qui, issu de la source S , se réfléchit sur le cercle de rayon a en un point T pour atteindre le point M . Dans cette configuration, on peut déterminer directement, au prix d'un calcul exact fastidieux, les coordonnées du point de réflexion T . Dans une toute autre optique, le code *CARILLON* procède selon un algorithme de type dichotomique, par *tir de rayons* successifs à partir du point S jusqu'à ce que le rayon réfléchi atteigne le point M avec une précision fixée à l'avance.

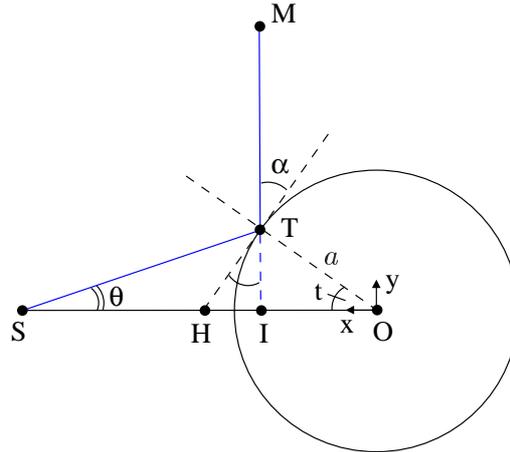


FIG. II.4 – Recherche du rayon réfléchi dans le plan du cercle.

L'étape principale dans la détermination du rayon réfléchi est le calcul de l'équation de la droite (TM) . Pour cela, on exprime tout d'abord l'angle au centre t en fonction de l'angle de tir θ .

Le paramétrage du cercle choisi, le point T a pour coordonnées

$$\begin{pmatrix} x_T \\ y_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cos t \\ a \sin t \end{pmatrix} \quad (\text{II.2})$$

et la droite (ST) a pour équation

$$y = -\tan \theta (x - x_S). \quad (\text{II.3})$$

De plus, $T \in (ST)$ ce qui permet d'écrire:

$$\begin{aligned} y_T &= -\tan \theta (x_T - x_S), \\ \sin(t + \theta) &= \frac{\sin(\theta)x_S}{a}, \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

d'où l'on déduit l'expression de t en fonction de θ :

$$t = \arcsin\left(\frac{\sin(\theta)x_S}{a}\right) - \theta. \quad (\text{II.5})$$

On peut alors écrire l'équation de la droite réfléchie sous la forme

$$y - y_T = -\tan \Gamma (x - x_T), \quad (\text{II.6})$$

avec $\Gamma = \pi - 2t - \theta$ l'angle \widehat{OIT} , soit finalement:

$$y - a \sin t = \tan(\theta + 2t)(x - a \cos t). \quad (\text{II.7})$$

Une fois connue l'équation de la droite réfléchie pour un point d'impact T , un test sur la position du point M par rapport à cette droite permet de déterminer par dichotomie la droite réfléchie passant par M .

• Calcul du rayon réfléchi dans l'espace

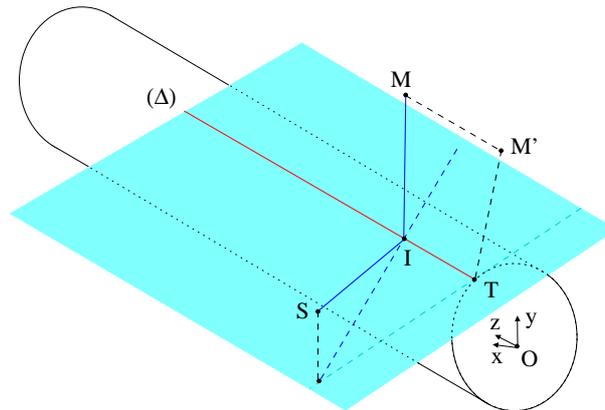


FIG. II.5 – Recherche du rayon réfléchi dans l'espace.

Considérons maintenant un rayon quelconque issu d'une source S se réfléchissant sur le cylindre de rayon a en un point I (à déterminer) pour atteindre un récepteur M . Localement, la réflexion sur le cylindre au point d'incidence I se ramène à la réflexion sur le plan tangent au cylindre au point I . L'intersection de ce plan tangent noté $(P_{//})$ avec le cylindre est une génératrice du cylindre que l'on note Δ . Le point I recherché se trouve alors à l'intersection de la génératrice Δ et du plan contenant la source S , le récepteur M et perpendiculaire au plan tangent. Le calcul s'effectue en trois étapes:

1. Détermination de l'équation de la génératrice Δ : on se ramène au problème à deux dimensions du paragraphe II.2.1 en projetant le point M dans le plan (Oxy) en un point M' . On peut alors montrer que le point T solution du problème pour la source S et le récepteur M' appartient à cette droite Δ . On en déduit donc directement l'équation de la génératrice:

$$\begin{cases} x = x_T \\ y = y_T \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

2. Détermination de l'équation du plan perpendiculaire au plan tangent contenant S et M , noté (P_{\perp}) : soit $\vec{u}(x_u, y_u, z_u)$ un vecteur normal au plan (P_{\perp}) recherché appartenant au plan tangent $(P_{//})$. On fixe arbitrairement $z_u = 1$. Ces deux conditions s'écrivent:

$$\begin{cases} x_u(x_M - x_S) + y_u y_M + z_u z_M = 0 & (1) \\ x_u \cos t + y_u \sin t = 0 & (2) \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

La condition (1) correspond à l'orthogonalité de \vec{u} au plan (P_{\perp}) et la condition (2) à l'appartenance de \vec{u} à $(P_{//})$. Le système s'écrit encore:

$$\begin{cases} y_u = \frac{-z_M}{y_M - \tan t(x_M - x_S)} \\ x_u = -y_u \tan t \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

L'équation recherchée du plan (P_{\perp}) prend alors la forme:

$$x_u x + y_u y + z_u z - x_u x_S = 0. \quad (\text{II.11})$$

3. Calcul des coordonnées du point I , intersection du plan (P_{\perp}) et de la droite Δ :

$$\begin{cases} x_I = x_T \\ y_I = y_T \\ z_I = x_u x_S - x_u x_T - y_u y_T \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

Le rayon se réfléchit donc suivant la droite (IM) , les coordonnées des points I et M étant maintenant déterminés.

II.2.2 Calcul du rayon rampant sur un cylindre

• Position du problème

Chaque rayon incident tangent à la surface du cylindre se scinde en deux rayons distincts au point de tangence: le premier rayon suit la direction du rayon incident et le second rayon *rampe* sur la surface de l'objet. Sous l'hypothèse d'un milieu homogène et isotrope, un rayon rampant est donc constitué de trois parties distinctes (Fig. II.6):

1. une ligne droite du point S jusqu'au point A de tangence au cylindre;
2. un arc de géodésique sur la surface du cylindre entre les points A et B ;
3. une ligne droite du point de tangence B au cylindre jusqu'au point M .

Ce découpage résulte directement de l'application étendue du principe de Fermat qui sert de fondement à l'optique géométrique. Il s'énonce ainsi: «La lumière se propage d'un point à un autre sur des trajectoires telles que la durée de parcours soit stationnaire». Sous une forme moins rigoureuse mais qui s'applique ici, le terme *stationnaire* est remplacé par *minimal*. Ce principe permet de retrouver la plupart des résultats de l'optique géométrique, en particulier les lois de la réflexion et de la réfraction. Ainsi dans notre cas, le rayon reliant les points S et M est la courbe joignant S à M pour laquelle le chemin optique est minimal. Ces rayons rampants pénètrent dans la zone d'ombre géométrique et sont responsables de la valeur non nulle du champ dans cette zone.

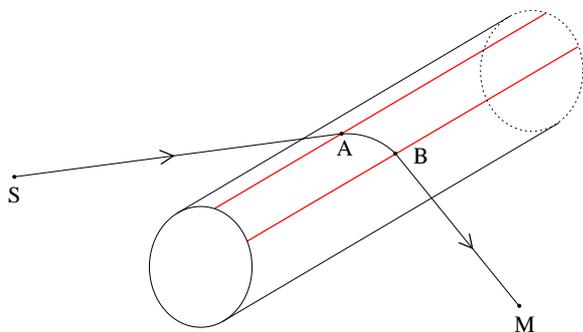


FIG. II.6 – Rayon rampant sur le cylindre.

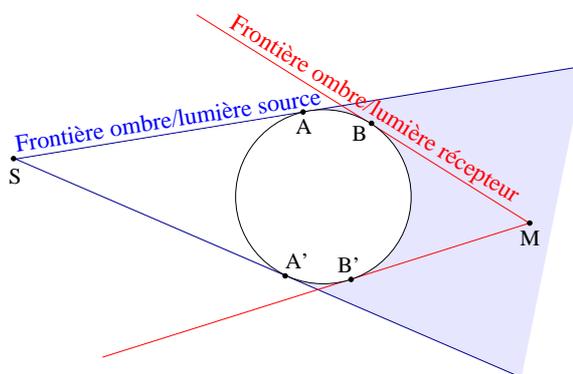


FIG. II.7 – Définition des frontières ombre-lumière.

Le problème est donc le suivant: étant donné un cylindre de rayon a , une source S et un récepteur M situé dans la zone d'ombre géométrique, caractériser géométriquement les rayons rampants sur le cylindre allant de S à M . Le premier résultat utilisé fait intervenir la notion de frontière ombre-lumière. On définit une frontière ombre/lumière relative à la source et une frontière ombre/lumière relative au récepteur (Fig. II.7). Un rayon issu de la source *s'accroche* à l'intersection de la frontière ombre/lumière de la source et du cylindre (points A et A'), et se *décroche* à l'intersection de la frontière ombre/lumière du récepteur et du cylindre (points B et B'). Ainsi l'ensemble des rayons issus d'une même source S s'accrochent tous suivant la même génératrice du cylindre, intersection du cylindre avec le plan tangent passant par S , comme illustré sur la figure (II.8). De même, les rayons rampants se décrochent tous suivant une même génératrice du cylindre, intersection du cylindre avec le plan tangent passant par M (non représenté).

En réalité, il existe une infinité de rayons rampants allant de S à M , qui s'enroulent de multiples fois autour du cylindre, mais ces rayons supplémentaires ont une amplitude négligeable devant

les deux rayons rampants que nous appelons *principaux* dont la longueur de parcours sur le cylindre est inférieure à $2\pi a$, comme expliqué au paragraphe II.3.3 dédié au calcul du champ. Dans tout ce qui suit, on se place dans le système de coordonnées représenté sur la figure (II.8). L'axe z est parallèle aux génératrices du cylindre et l'axe des x pointe vers la source S .

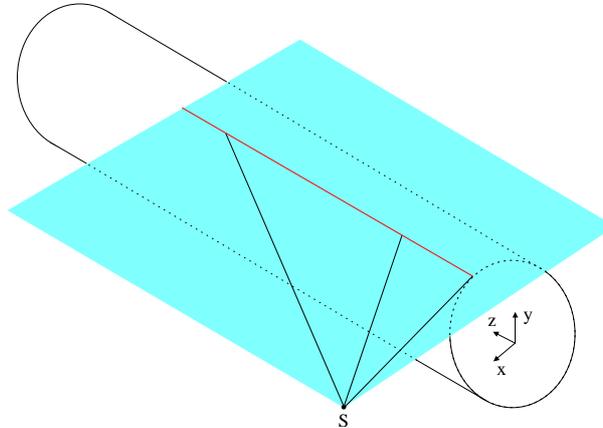


FIG. II.8 – Rayon incident issu de S dans le plan tangent au cylindre.

On considère les deux rayons rampants principaux issus de S , l'un passant par le haut du cylindre et l'autre par le bas. Le calcul pour un rayon rampant se fait ensuite en trois étapes:

1. calcul des deux premières coordonnées en x et en y des points A et B d'entrée et de sortie du rayon rampant sur le cylindre;
2. calcul de la longueur Δ du rayon rampant en projection sur le plan (Oxy) ;
3. calcul de la troisième coordonnée en z des points A et B d'entrée et de sortie du rayon rampant sur le cylindre.

D'après les symétries du problème, on peut placer la source S sur l'axe (Ox) sans perte de généralité.

• Calcul des deux premières coordonnées x et y des points d'entrée et de sortie du rayon rampant

Nous présentons dans cette partie uniquement le calcul pour le rayon rampant sur le haut du cylindre; le calcul pour le rayon du bas est similaire. Comme les rayons incidents s'accrochent tous suivant une même génératrice du cylindre, il suffit, pour déterminer les deux premières coordonnées du point d'entrée du rayon incident, de faire un calcul en projection dans le plan (Oxy) . On suppose à nouveau sans nuire à la généralité que le point source S est situé sur l'axe (Ox) et on note A le point d'entrée du rayon rampant (Fig. II.9).

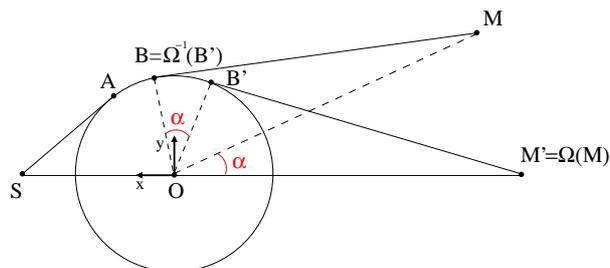


FIG. II.9 – Calcul des coordonnées des points d'entrée et de sortie du rayon rampant dans le plan (Oxy) .

Les coordonnées des points S et A s'écrivent, en notant a le rayon du cylindre

$$S = \begin{pmatrix} x_S \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } A = \begin{pmatrix} \frac{a^2}{|x_S|} \\ a\sqrt{1 - \left(\frac{a}{|x_S|}\right)^2} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Le récepteur M est supposé situé dans la zone d'ombre et le point B désigne le point de sortie du rayon rampant passant par M . Notons α l'angle entre le point $M(x_M, y_M, 0)$ et l'axe $(-Ox)$, caractérisé par la relation

$$\sin \alpha = \frac{y_M}{\sqrt{x_M^2 + y_M^2}}. \quad (\text{II.13})$$

La rotation

$$\Omega = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (\text{II.14})$$

ramène le point M en un point M' de l'axe $(-Ox)$. Le point B est ainsi l'image par la rotation Ω^{-1} du point B' , point de sortie du rayon rampant passant par M' . Ses coordonnées s'écrivent alors, par analogie avec les coordonnées du point A

$$\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix} = \Omega^{-1} \times \begin{pmatrix} -\frac{a^2}{\|OM\|} \\ a\sqrt{1 - \left(\frac{a}{\|OM\|}\right)^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{a^2}{\|OM\|} \cos \alpha + a \sin \alpha \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\|OM\|}\right)^2} \\ \frac{a^2}{\|OM\|} \sin \alpha + a \cos \alpha \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\|OM\|}\right)^2} \end{pmatrix}. \quad (\text{II.15})$$

Pour tout point S de l'axe (Ox) et pour tout point M de la zone d'ombre, on peut donc écrire les coordonnées des points d'entrée A et de sortie B du rayon rampant passant par le haut du cylindre sous la forme

$$A = \begin{pmatrix} \frac{a^2}{|x_S|} \\ a\sqrt{1 - \left(\frac{a}{|x_S|}\right)^2} \\ z_A \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -\frac{a^2}{\|OM\|} \cos \alpha + a \sin \alpha \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\|OM\|}\right)^2} \\ \frac{a^2}{\|OM\|} \sin \alpha + a \cos \alpha \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\|OM\|}\right)^2} \\ z_B \end{pmatrix},$$

où z_A et z_B restent à déterminer.

• Calcul de la longueur Δ du rayon rampant en projection sur le plan (Oxy)

Un rayon rampant est une droite dans le plan de paramétrage d'un cylindre. L'idée de ce calcul est donc d'utiliser l'isométrie qui projette les points du cylindre \mathcal{C} sur le plan \mathcal{P} , induite par le déploiement du cylindre (Fig. II.10):

$$\Phi : M(x, y, z) \in \mathcal{C} \mapsto \tilde{M}\left(a \arccos \frac{x}{a}, 0, z\right) \in \mathcal{P}. \quad (\text{II.16})$$

La longueur Δ du rayon rampant en projection sur le plan (Oxy) est aussi celle de la projection sur l'axe x du segment $[\tilde{A}\tilde{B}]$, image de l'arc (AB) par l'isométrie Φ . On en déduit la longueur recherchée:

$$\Delta = \left| a \arccos \frac{x_A}{a} - a \arccos \frac{x_B}{a} \right|. \quad (\text{II.17})$$

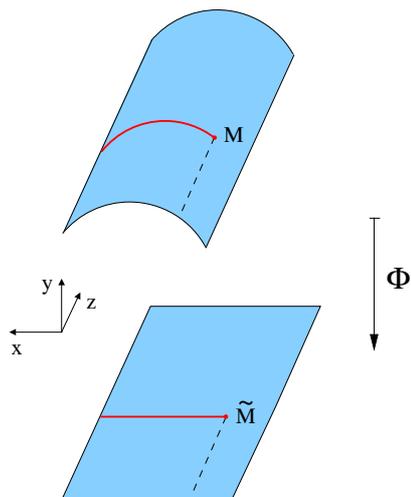


FIG. II.10 – Détermination de l'isométrie projetant le cylindre sur le plan.

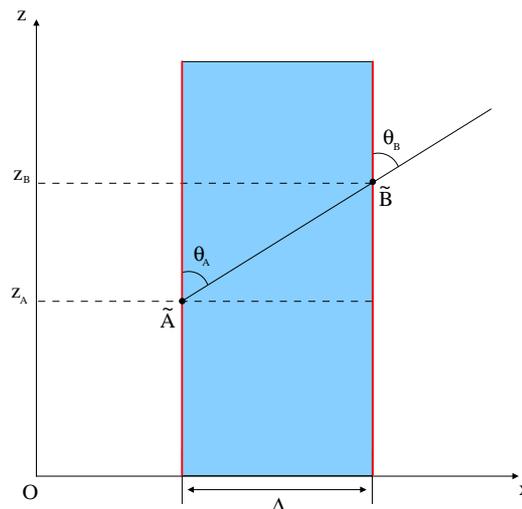


FIG. II.11 – Cylindre déployé et angles d'entrée et de sortie du rayon rampant.

• Calcul de la troisième coordonnée z des points d'entrée et de sortie du rayon rampant

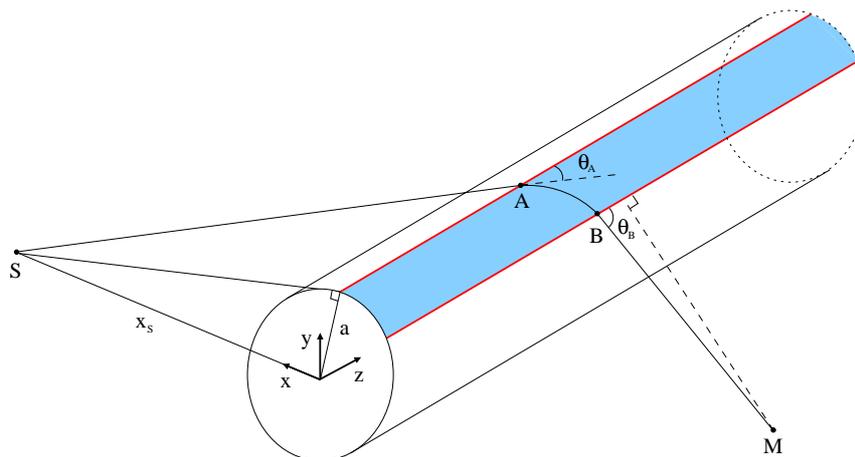


FIG. II.12 – Calcul de la troisième coordonnée des points d'entrée et de sortie du rayon rampant.

Dans les calculs qui suivent, on se limite au cas d'un rayon incident passant par le haut du cylindre, c'est-à-dire pour lequel $y_M > 0$ et où le récepteur M est dans la zone d'ombre telle que $z_M > 0$. Supposons en effet que l'on dispose d'une fonction qui, à un tel point M de coordonnées (x_M, y_M, z_M) , associe la troisième coordonnée $\Psi(x_M, y_M, z_M)$ du point d'entrée du rayon, alors:

- la troisième coordonnée du point d'entrée pour un récepteur M avec $z_M < 0$ est déterminée par la fonction $(x_M, y_M, z_M) \mapsto -\Psi(x_M, y_M, -z_M)$, par symétrie de la configuration selon le plan (Oxy) ,
- la troisième coordonnée du point d'entrée pour un récepteur M avec $z_M > 0$ et un rayon incident passant par le **bas** du cylindre est donnée par la fonction $(x_M, y_M, z_M) \mapsto \Psi(x_M, -y_M, z_M)$, par symétrie par rapport au plan (Oxz) ,
- un rayon rampant passant par le bas du cylindre avec $z_M < 0$ est déterminé par combinaison des deux remarques ci-dessus.

La troisième coordonnée de B , peut être déduite de celle de A en utilisant l'isométrie Φ décrite

précédemment:

$$z_B = z_A \left(1 + \frac{\Delta}{\sqrt{x_S^2 - a^2}} \right). \quad (\text{II.18})$$

Si θ_B désigne l'angle de sortie du rayon rampant et θ_A l'angle d'entrée (Fig. II.11), on dispose de la relation suivante:

$$\tan \theta_B = \frac{\sqrt{(x_M - x_B)^2 + (y_M - y_B)^2}}{z_M - z_B}. \quad (\text{II.19})$$

De là, la condition nécessaire et suffisante pour que le rayon issu de A atteigne le point M s'écrit $\theta_A = \theta_B$ ce qui est équivalent à $\tan \theta_A = \tan \theta_B$. On obtient :

$$\frac{z_A}{\sqrt{x_S^2 - a^2}} = \frac{z_M - z_B}{\sqrt{(x_M - x_B)^2 + (y_M - y_B)^2}}, \quad (\text{II.20})$$

ou encore

$$\frac{z_A}{\sqrt{x_S^2 - a^2}} = \frac{z_M - z_A \left(1 + \frac{\Delta}{\sqrt{x_S^2 - a^2}} \right)}{\sqrt{(x_M - x_B)^2 + (y_M - y_B)^2}}, \quad (\text{II.21})$$

ce qui détermine z_A sans ambiguïté.

Nous avons dans cette première partie caractérisé géométriquement les rayons directs, diffractés et réfléchis reliant une source S et un récepteur M quelconques. Nous allons maintenant déterminer le champ acoustique associé à chacun de ces rayons.

II.3 Détermination du champ acoustique

La notion de rayon acoustique permet une description qualitative de la réflexion et de la diffraction d'une onde par un cylindre. De surcroît, il est possible d'associer à chaque point du rayon une valeur du champ acoustique [67][38]. Le champ total au point considéré résulte alors d'une combinaison des différentes contributions des champs directs, réfléchis et rampants, en fonction de la position relative de la source par rapport au cylindre.

II.3.1 Calcul du champ direct (propagation en espace libre)

Comme en optique, les rayons acoustiques sont les trajectoires orthogonales aux fronts d'ondes ou surfaces équiphasés. Keller [38] associe alors une amplitude $A(s)$ et une phase $\phi(s)$ à chacun des points d'un rayon (ST), s étant l'abscisse curviligne le long de ce rayon. On note le champ au point S :

$$p_I(S) = A_0 e^{ik\phi_0} \quad (\text{II.22})$$

où A_0 et ϕ_0 sont respectivement l'amplitude et la phase de la source ponctuelle placée en S . Le terme de phase en un point du rayon est déterminé par la loi de l'optique¹ $d\phi/ds = 1$. La phase en un point T du rayon incident se déduit donc de la phase au point S de ce même rayon par

$$\phi(T) = \phi_0 + s_i, \quad (\text{II.23})$$

où s_i représente la distance entre les points S et T (Fig. II.13). L'amplitude $A(T)$ est déterminée par application du principe de conservation de l'énergie le long d'un *tube de rayons*. Il stipule

1. généralisation de l'équation eikonale $(\nabla\phi)^2 = (c/c_0)^2$ pour un milieu homogène

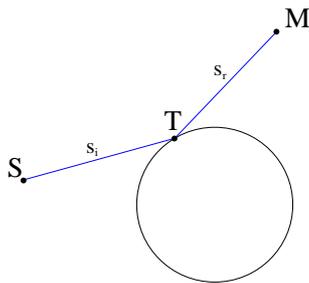


FIG. II.13 – Rayons incident et réfléchi.

que le flux d'énergie $A^2 d\sigma$ est le même en chaque section du tube, où $d\sigma$ est l'aire de la section. Considérant alors les deux sections $d\sigma(S)$ et $d\sigma(T)$ d'un tube de rayons aux points S et T respectivement (Fig. II.14), on obtient l'équation de transport:

$$A(T) = A(S) \sqrt{\frac{d\sigma(S)}{d\sigma(T)}}. \tag{II.24}$$

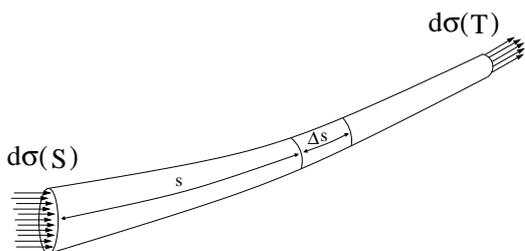


FIG. II.14 – Tube de rayons aux points S et T.

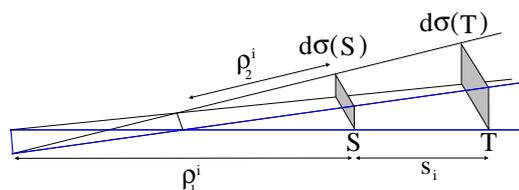


FIG. II.15 – Rayons principaux de courbure du front d'onde aux points S et T.

Ainsi l'amplitude du champ acoustique, comme pour la phase, peut être calculée en n'importe quel point du rayon pourvu qu'elle soit connue en un point de ce même rayon. Le calcul de $d\sigma(S)/d\sigma(T)$ se fait en introduisant les rayons principaux de courbure ρ_1^i et ρ_2^i du front d'onde incident au point S (Fig. II.15). A une distance s_i le long du rayon, au point T, les rayons de courbure sont $\rho_1^i + s_i$ et $\rho_2^i + s_i$. On obtient les relations suivantes

$$\frac{d\sigma(S)}{d\sigma(T)} = \frac{\rho_1^i \rho_2^i}{(\rho_1^i + s_i)(\rho_2^i + s_i)} \tag{II.25}$$

et

$$\begin{cases} A(T) = A_0 \sqrt{\frac{\rho_1^i \rho_2^i}{(\rho_1^i + s_i)(\rho_2^i + s_i)}} \\ \phi(T) = \phi_0 + s_i \end{cases} \tag{II.26}$$

Finalement,

$$p_I(T) = p_I(S) \sqrt{\frac{\rho_1^i \rho_2^i}{(\rho_1^i + s_i)(\rho_2^i + s_i)}} e^{iks_i} \tag{II.27}$$

Dans le cas d'une source monopolaire, l'onde rayonnée est sphérique c'est-à-dire que les surfaces d'ondes sont des sphères et les deux rayons de courbures ρ_1^i et ρ_2^i sont égaux et prennent la valeur du rayon de la sphère du front d'onde. L'équation (II.27) décrit bien dans ce cas un rayonnement isotrope en $1/s_i$.

II.3.2 Calcul du champ réfléchi

Pour déterminer le champ au point M suivant le rayon réfléchi, noté $p_r(M)$, on suppose dans un premier temps qu'au point de réflexion T sur la surface du cylindre, le champ réfléchi est proportionnel au champ incident, le coefficient de proportionnalité R étant *le coefficient de réflexion*

$$p_r(T) = p_I(T)R. \quad (\text{II.28})$$

Ce coefficient vaut 1 pour un cylindre rigide, ainsi les amplitudes des champs incidents et réfléchis sont identiques sur la surface du cylindre. L'égalité des phases provient de l'approximation haute-fréquence qui assimile localement la surface réfléchissante à un plan à l'échelle de l'onde acoustique et conduit à une réflexion classique où la source image est en phase avec la source réelle. Ensuite, le champ au point M se déduit du champ au point T de manière identique au calcul du champ incident (II.27):

$$p_r(M) = p_r(T) \sqrt{\frac{\rho_1^r \rho_2^r}{(\rho_1^r + s_r)(\rho_2^r + s_r)}} e^{iks_r} \quad (\text{II.29})$$

Les rayons de courbure ρ_1^r et ρ_2^r sont mesurés cette fois par rapport au point de réflexion T (Fig. II.16). Ils dépendent:

- des rayons principaux de courbure du front d'onde incident ρ_1^i et ρ_2^i ;
- des rayons principaux de courbure de la surface réfléchissante au point de réflexion T .

Le calcul de ces rayons de courbure est assez complexe. On trouvera les formules complètes dans [66]. La figure (II.16) permet cependant de comprendre intuitivement ce que représentent ces rayons.

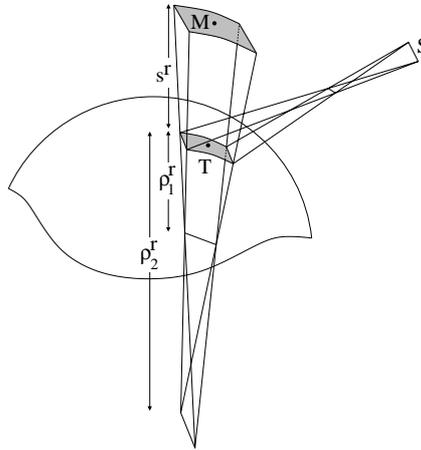


FIG. II.16 – Tube de rayons réfléchis sur une surface - Détermination des rayons de courbure du front d'onde réfléchi.

Le front d'onde incident vient «épouser» en quelque sorte la forme de la surface avant de se réfléchir en champ libre. On comprend alors la double dépendance des rayons de courbure du front d'onde réfléchi à la fois vis-à-vis de la forme du front d'onde incident et de celle de la surface réfléchissante. Finalement, le champ acoustique au point M se déduit du champ au point S par la relation:

$$p_r(M) = p_I(S) \sqrt{\frac{\rho_1^i \rho_2^i}{(\rho_1^i + s_i)(\rho_2^i + s_i)}} \sqrt{\frac{\rho_1^r \rho_2^r}{(\rho_1^r + s_r)(\rho_2^r + s_r)}} e^{ik(s_i + s_r)}. \quad (\text{II.30})$$

II.3.3 Calcul du champ diffracté

Le calcul qui suit reprend les grandes lignes des travaux de Pathak [66] auxquels le lecteur pourra se reporter pour plus de détails, aidé du cours de géométrie différentielle de Bouteloup [10].

En chaque point de la géodésique le long de laquelle le rayon rampe, des rayons se décrochent du cylindre. En conséquence, l'amplitude du champ diffracté associé aux rayons rampants décroît rapidement le long de la surface. Le rayon diffracté issu de S atteignant le point M , représenté sur la figure (II.17) est constitué de trois parties: une propagation en ligne droite depuis S tangentiellment au cylindre au point A , une géodésique de longueur t entre les points A et B , et une propagation en ligne droite depuis le point de tangence B jusqu'en M . Le calcul du champ diffracté au point M issu de S se décompose donc en trois étapes:

1. calcul du champ au premier point de tangence A ;
2. évolution du champ le long du rayon rampant entre les points A et B ;
3. calcul du champ au point de réception M .

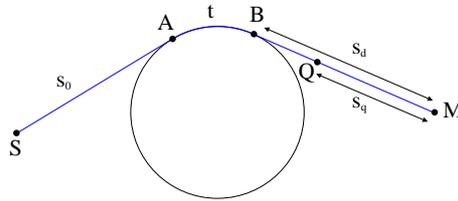


FIG. II.17 – Rayon rampant entre un point source S et un récepteur M .

• Calcul du champ au premier point de tangence A

Le champ incident au point A est donné par l'équation (II.27)

$$p_I(A) = p_I(S) \sqrt{\frac{\rho_1^i \rho_2^i}{(\rho_1^i + s_0)(\rho_2^i + s_0)}} e^{iks_0}, \quad (\text{II.31})$$

où s_0 représente la distance entre les points S et A . Si l'on note respectivement $p_I(A)$ et $p_d(A)$ les pressions incidentes et diffractées au point A sous la forme

$$p_I(A) = A_i(A) e^{ik\phi_i(A)} \quad \text{et} \quad p_d(A) = A_d(A) e^{ik\phi_d(A)} \quad (\text{II.32})$$

alors d'après [38][66], les phases des champs incidents et diffractés au point A sont égales et les amplitudes sont proportionnelles:

$$\begin{cases} A_d(A) = D(A) A_i(A) \\ \phi_d(A) = \phi_i(A) \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

Le coefficient de proportionnalité $D(A)$ est appelé *coefficient de diffraction* et a pour valeur

$$[D(A)]^2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi k}} \left(\frac{k\rho}{2}\right)^{1/3} \frac{e^{-i(\pi/12)}}{\bar{q}_m [A_i(-\bar{q}_m)]^2}, \quad (\text{II.34})$$

où ρ est le rayon de courbure du cylindre dans la direction du rayon sonore et $-\bar{q}_m$ le $m^{\text{ième}}$ zéro de la dérivée de la fonction d'Airy $Ai'(-\bar{q}_m) = 0$.

En conclusion, la pression au point de tangence A s'écrit

$$p_d(A) = D(A) \sqrt{\frac{\rho_1^i \rho_2^i}{(\rho_1^i + s_0)(\rho_2^i + s_0)}} e^{iks_0} p_I(S) \quad (\text{II.35})$$

• **Evolution du champ le long du rayon rampant entre les points A et B**

Soit t la longueur du rayon rampant entre les points A et B . De la même manière que pour le calcul du champ incident, la phase au point B se déduit de la phase au point A par la relation

$$\phi_d(B) = \phi_d(A) + t. \quad (\text{II.36})$$

Pour le calcul de l'amplitude, on applique à nouveau le principe de conservation de l'énergie à une bande de rayons rampants sur la surface du cylindre (Fig. II.18).

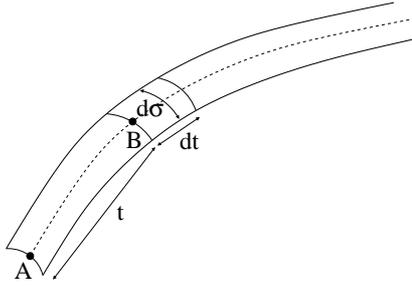


FIG. II.18 – Bande de rayons rampants sur la surface du cylindre.

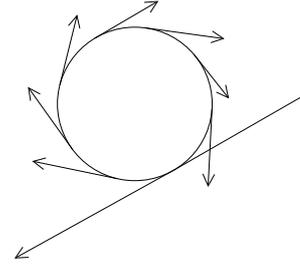


FIG. II.19 – Rayons rampants s'enroulant autour du cylindre.

Notons $d\sigma(A)$ la largeur de cette bande au point A . Le flux d'énergie à travers cette section est proportionnel à $A_d^2(A)d\sigma(A) = A_d^2(t)d\sigma(t)$. De plus, tout au long du parcours sur la surface du cylindre, la diminution du nombre de rayons entraîne une diminution de l'énergie sur cette surface. Sous l'hypothèse d'une énergie rayonnée proportionnelle au flux d'énergie à travers la section $d\sigma(t)$ au point A et notant α le coefficient de proportionnalité, il vient:

$$A_d^2(t + dt)d\sigma(t + dt) - A_d^2(t)d\sigma(t) = -2\alpha(t)A_d^2(t)d\sigma(t)dt, \quad (\text{II.37})$$

$$\text{où } \alpha = \frac{\bar{q}_m}{\rho} \left(\frac{k\rho}{2} \right)^{1/3} e^{i\pi/6}.$$

Après intégration de l'équation (II.37), on obtient:

$$\begin{aligned} A_d(B) &= A_d(A) \sqrt{\frac{d\sigma(A)}{d\sigma(B)}} e^{[-\int_0^t \alpha(\tau) d\tau]} \\ &= D(A) A_i(A) \sqrt{\frac{d\sigma(A)}{d\sigma(B)}} e^{[-\int_0^t \alpha(\tau) d\tau]} \end{aligned} \quad (\text{II.38})$$

Le rapport $d\sigma(A)/d\sigma(B)$ représente la limite du rapport des sections aux points A et B lorsque t tend vers 0. Finalement, l'expression du champ diffracté au point B en fonction du champ diffracté au point A s'écrit:

$$\boxed{p_d(B) = p_d(A) \sqrt{\frac{d\sigma(A)}{d\sigma(B)}} e^{-\int_0^t \alpha(\tau) d\tau} e^{ikt}} \quad (\text{II.39})$$

Il ressort bien de l'équation (II.39) que plus le rayon acoustique rampe sur la surface du cylindre et plus il perd de l'énergie. C'est pour cette raison que le code de calcul *CARILLON* ne calcule pas la contribution des rayons ayant fait plus d'un tour du cylindre, l'énergie de ces rayons étant considérée comme négligeable par rapport à l'énergie des deux rayons principaux.

• Calcul du champ au point de réception M

Pour calculer la variation du champ entre le point B où le rayon quitte le cylindre et le point M où se situe le récepteur, il n'est plus possible d'utiliser directement le résultat de l'équation (II.27) car l'un de rayons de courbure représenté sur la figure (II.17) s'annule. On choisit alors un point Q quelconque du rayon sortant (BM) et la formule (II.27) fournit la valeur du champ au point M en fonction du champ au point Q :

$$\begin{aligned} p_d(M) &= p_d(Q) \sqrt{\frac{\rho_1^d \rho_2^d}{(\rho_1^d + s_Q)(\rho_2^d + s_Q)}} e^{iks_Q} \\ &= A_d(Q) e^{ik\phi_d(Q)} \sqrt{\frac{\rho_1^d \rho_2^d}{(\rho_1^d + s_Q)(\rho_2^d + s_Q)}} e^{iks_Q} \end{aligned} \quad (\text{II.40})$$

Les rayons de courbure ρ_1^d et ρ_2^d sont associés au tube de rayons diffractés et illustrés sur la figure (II.20).

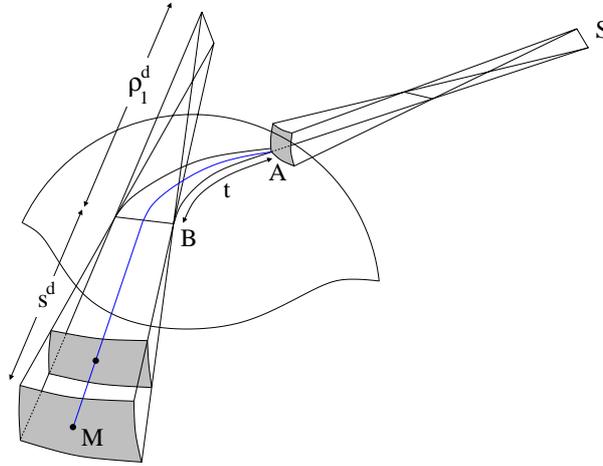


FIG. II.20 – Tube de rayons rampants sur une surface - Détermination des rayons de courbure du front d'onde diffracté.

Comme pour les rayons réfléchis, ces rayons de courbure dépendent des caractéristiques du rayon incident et de la surface. On trouvera les formules complètes dans [66]. Lorsque le point Q tend vers le point B , ρ_2^d tend vers 0, ρ_1^d tend vers une limite finie et s_Q tend vers s_d . En revanche, $p_d(M)$ est constant, de sorte que $A_d(Q) \sqrt{\frac{\rho_1^d}{(\rho_1^d + s_d)}}$ a une limite finie notée $A'_d(B)$ et $p_d(M)$ s'écrit

$$p_d(M) = A'_d(B) \sqrt{\frac{\rho_1^d}{(\rho_1^d + s_d)}} e^{ik(\phi_d(B) + s_d)}. \quad (\text{II.41})$$

L'amplitude $A'_d(B)$ est supposée proportionnelle à l'amplitude du champ diffracté évaluée au point A :

$$A'_d(B) = D(B)D(A)A_i(A) \sqrt{\frac{d\sigma(A)}{d\sigma(B)}} e^{-\int_0^t \alpha(\tau) d\tau}. \quad (\text{II.42})$$

La pression acoustique au point M s'écrit pour finir

$$p_d(M) = A_i(A)D(B)D(A) \sqrt{\frac{d\sigma(A)}{d\sigma(B)}} \sqrt{\frac{\rho_1^d}{(\rho_1^d + s_d)}} e^{-\int_0^t \alpha(\tau) d\tau} e^{ik(\phi_i(A) + s_d + t)} \quad (\text{II.43})$$

et en fonction du champ incident au point A

$$p_d(M) = p_I(A) D(A) D(B) \sqrt{\frac{d\sigma(A)}{d\sigma(B)}} \sqrt{\frac{\rho_1^d}{(\rho_1^d + s_d)}} e^{-\int_0^t \alpha(\tau) d\tau} e^{ik(s_d+t)} \quad . \quad (\text{II.44})$$

Les coefficients $D(A)$ et $D(B)$ sont appelés *coefficients de diffraction*: ils dépendent de k et des propriétés de la surface au point d'incidence. On le répète ici, il existe une infinité de rayons rampants allant de S à M , qui s'enroulent de multiples fois autour du cylindre. Cependant, compte tenu de la décroissance exponentielle du champ le long du rampant, ces rayons supplémentaires ont une amplitude négligeable devant le rayon rampant principal.

II.4 Comparaison croisée des différents codes numériques et du code analytique

Au chapitre I, nous comparons les différentes méthodes disponibles à AIRBUS France sur un cas simple de calcul de diffraction du rayonnement d'une source monopolaire par deux plaques planes de géométries différentes, modélisant en première approximation une aile et un empennage. De manière identique, le fuselage d'un avion de transport peut être modélisé simplement par un cylindre de longueur finie. Nous reprenons dans cette partie les mêmes méthodes numériques et les comparons au modèle analytique asymptotique décrit précédemment sur un calcul de diffraction par deux configurations de cylindre. Le premier, dit *cylindre court*, est un cylindre de diamètre $D = 2a$ et de longueur $L = 10a$, où a est le rayon du cylindre (Fig. II.21). Le deuxième, dit *cylindre elliptique* est un cylindre court complété aux extrémités de deux demi-ellipsoïdes de demi-grand axe $l = 2a$ (Fig. II.27). Le modèle analytique assimile ces deux géométries à un cylindre infini de diamètre $D = 2a$. L'origine du système de coordonnées est le centre du cylindre, l'axe x étant situé le long de l'âme du cylindre. La source est placée au dessus du cylindre sur l'axe z , à une hauteur égale à $1.5a$. Nous présentons dans un premier temps une analyse qualitative des résultats des différentes méthodes à l'aide de cartographies du champ mesuré sous le cylindre. Cette première étude est suivie d'une analyse quantitative où les pressions acoustiques sont comparées sur des lignes de points d'observation.

II.4.1 Cas de la diffraction par un cylindre court

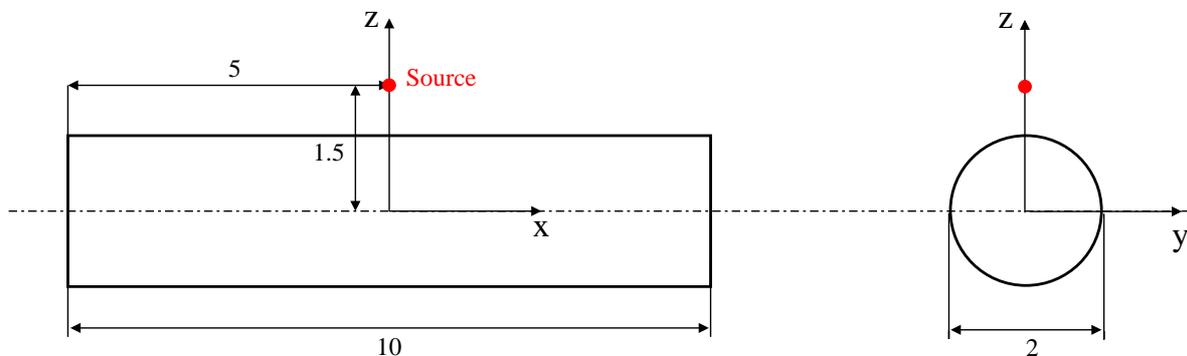


FIG. II.21 – *Cylindre court*.

Dans cette partie, les prédictions de la valeur du champ diffracté par un cylindre court sont évaluées sur un plan d'observation situé à $5a$ sous le cylindre. Les méthodes de calcul utilisées sont les mêmes qu'au chapitre I consacré aux géométries planes: une méthode par éléments finis

de frontière (BEM), une méthode par éléments finis de volume (FEM), une méthode haute-fréquence de tracé de rayons (GTD) et son pendant analytique sur une géométrie de cylindre infini. Chaque figure présentée par la suite regroupe donc quatre résultats, le label (a) fait référence au modèle analytique, le label (b) au calcul (BEM), le label (c) au calcul (GTD) et le label (d) au résultat (FEM).

• **Description qualitative du champ sonore**

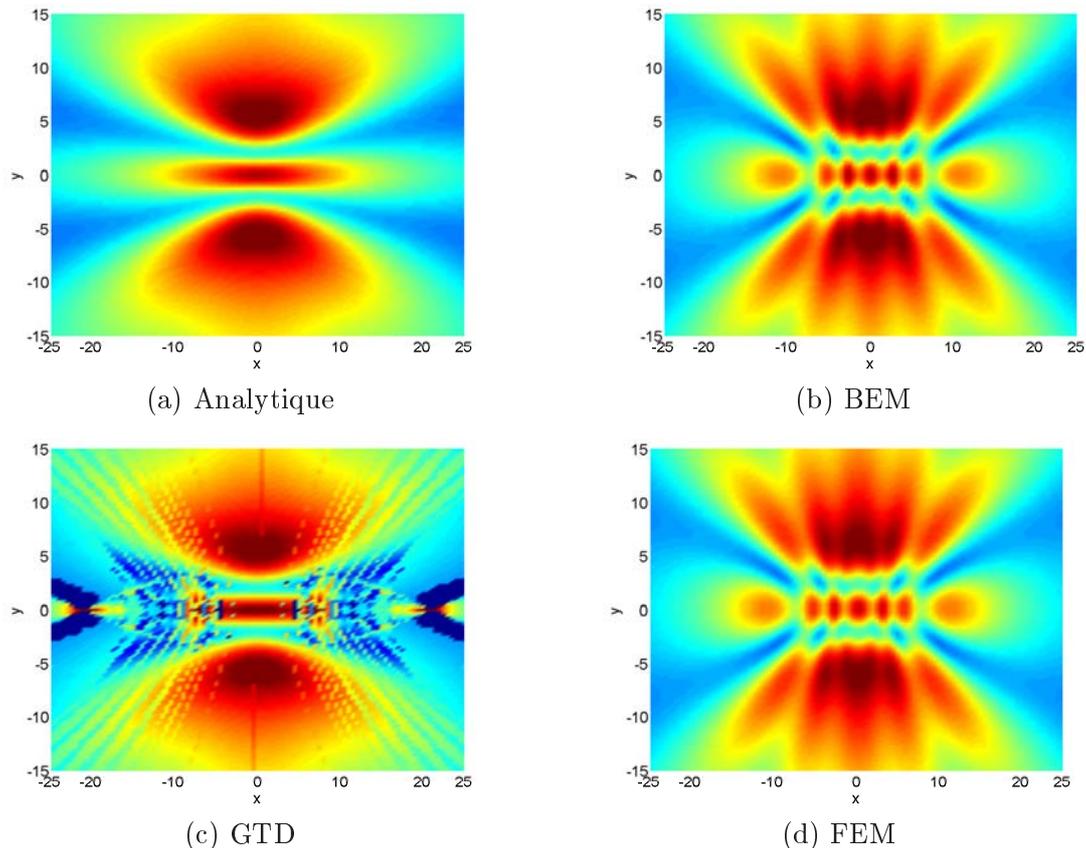
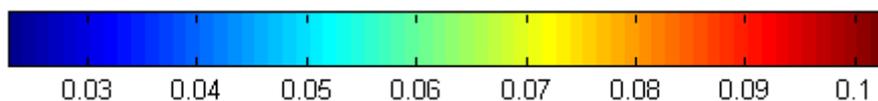


FIG. II.22 – Norme de la pression totale sur le plan $z = -5a$, pour une longueur d'onde $\lambda/a = 2$ et une source placée en $z = 1.5a$ - cas du cylindre court.



Les figures (II.22), (II.23), (II.24) et (II.25) représentent la valeur absolue du champ de pression totale pour quatre longueurs d'onde adimensionnalisées $\lambda/a = 2, 1.5, 1$ et 0.5 . D'une manière générale, on observe pour les grandes longueurs d'onde (Fig. II.22) un important effet de diffraction qui régénère du bruit dans la zone d'ombre géométrique. L'effet de masquage dû au cylindre est plus important aux fréquences élevées (Fig. II.25). Comme pour le cas de la plaque longue, il n'apparaît qu'un seul maximum de pression suivant l'axe x dans la zone d'ombre sur les résultats du modèle analytique, alors que plusieurs maxima sont visibles pour les méthodes numériques. Ces maxima résultent de la diffraction du champ incident par les deux bords droits du cylindre qui ne sont pas pris en compte dans le modèle analytique. On observe un très bon accord entre les résultats BEM et FEM (Fig. (b) et (d)). Dans le cas du modèle analytique et

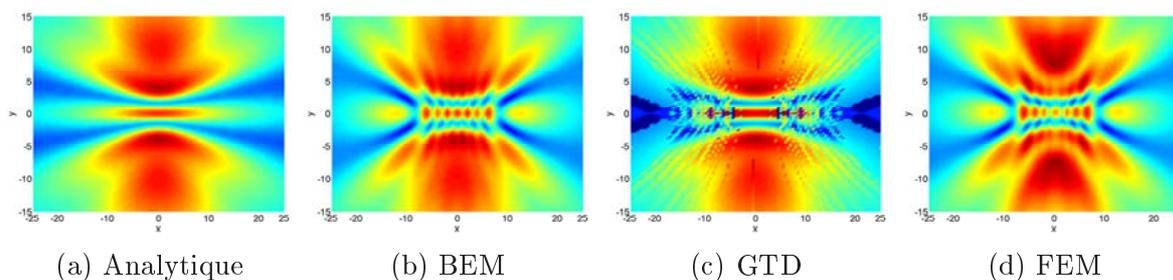


FIG. II.23 – Norme de la pression totale sur le plan $z = -5a$, pour une longueur d'onde $\lambda/a = 1.5$ et une source placée en $z = 1.5a$ - cas du cylindre court.

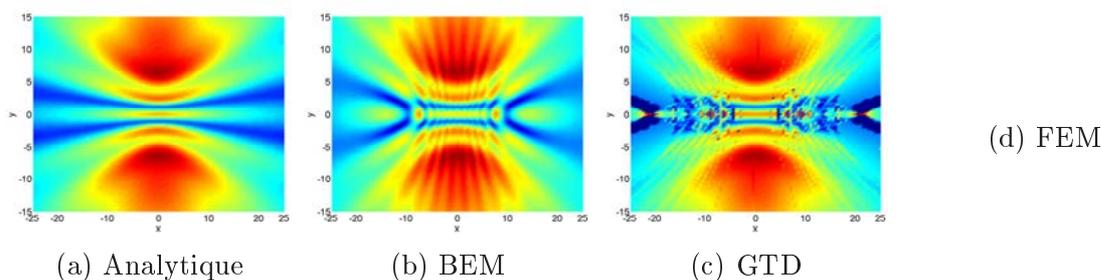


FIG. II.24 – Norme de la pression totale sur le plan $z = -5a$, pour une longueur d'onde $\lambda/a = 1$ et une source placée en $z = 1.5a$ - cas du cylindre court.

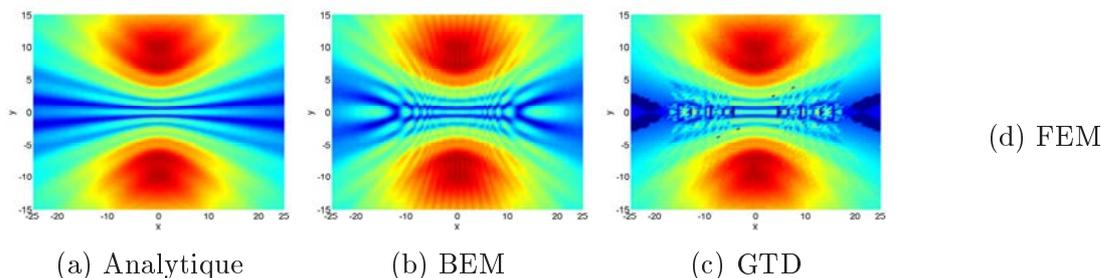


FIG. II.25 – Norme de la pression totale sur le plan $z = -5a$, pour une longueur d'onde $\lambda/a = 0.5$ et une source placée en $z = 1.5a$ - cas du cylindre court.

de la GTD, les lobes de part et d'autre de l'axe du cylindre sont moins marqués. Cependant, la prédiction analytique reste très satisfaisante, notamment aux fréquences les plus élevées (Fig. II.24 et II.25). Seule le calcul numérique GTD montre de plus larges différences le long de l'axe x et des résultats davantage bruités que ceux des autres méthodes numériques, phénomène qui s'atténue à des fréquences plus élevées. Pour les longueurs d'onde $\lambda/a = 1$ et $\lambda/a = 0.5$, le coût en temps calcul par la méthode (FEM) est trop élevé pour que les calculs soient effectués, c'est pourquoi aucun résultat n'est présenté à ces fréquences.

• Comparaison quantitative des champs sonores

Afin de comparer les résultats de manière quantitative, la valeur absolue de la pression totale est retracée suivant l'axe y en $x = 0$, c'est-à-dire perpendiculairement à l'axe du cylindre, au niveau du plan d'observation à une distance égale à $5a$ sous le cylindre, pour les quatre mêmes longueurs d'onde que précédemment. L'ensemble des méthodes fournit des prédictions remarquablement proches, y compris le calcul analytique sur la base d'une géométrie de cylindre infini. Dans la zone d'ombre géométrique (y proche de 0), un unique maximum apparaît au centre pour les deux longueurs d'onde les plus grandes $\lambda/a = 2$ et $\lambda/a = 1.5$, dont l'amplitude est légèrement surestimée par le calcul analytique. Pour les longueurs d'onde plus petites $\lambda/a = 1$ et $\lambda/a = 0.5$,

la pression diminue dans la zone d'ombre et il apparaît de multiples maxima locaux dont la position et l'amplitude sont prédits de manière très précise par le calcul analytique.

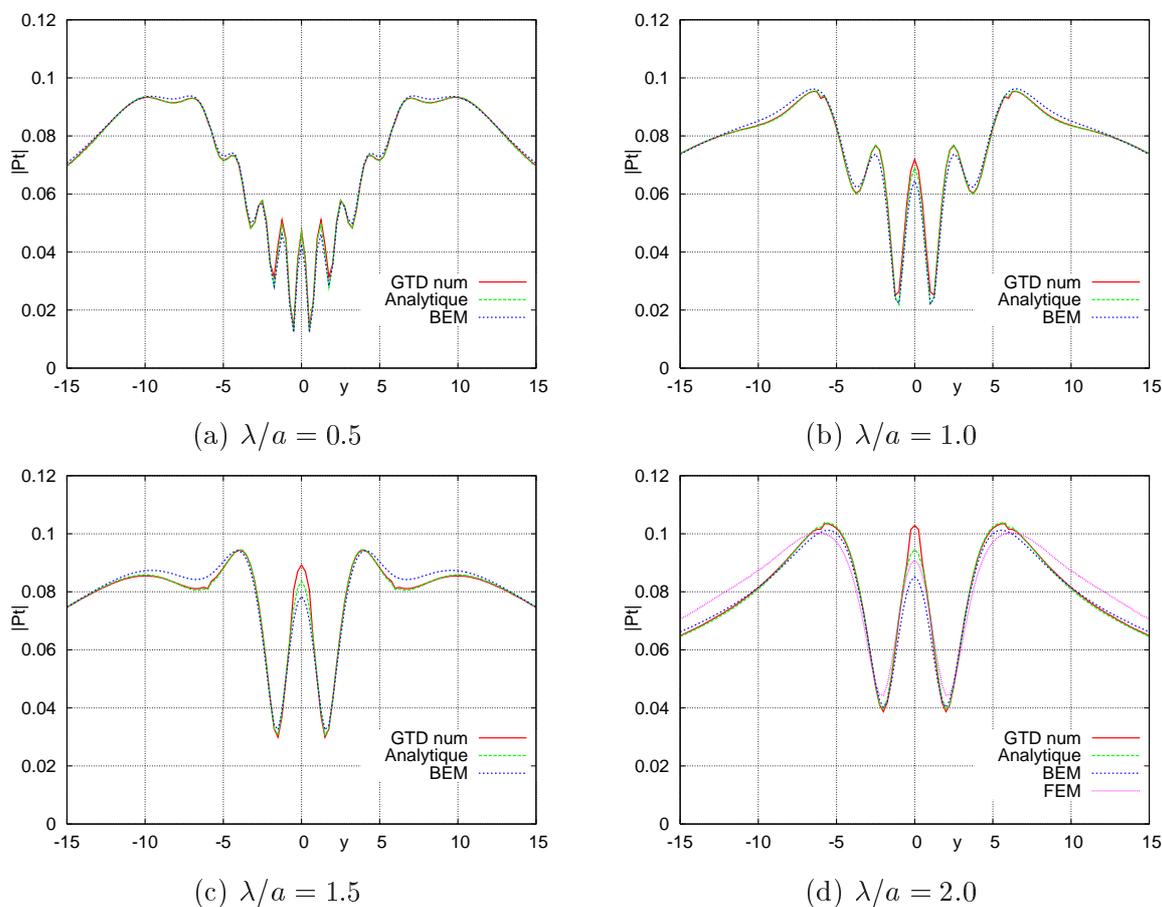


FIG. II.26 – Norme de la pression totale en $x = 0$ sur le plan $z = -5a$ due à une source placée en $z = 1.5a$.

II.4.2 Cas d'un corps cylindrique à extrémités elliptiques

De la même manière que précédemment, nous présentons dans cette partie les résultats de la diffraction du rayonnement d'une source monopolaire par un cylindre à extrémités elliptiques (Fig. II.27). Comme pour le cas du cylindre court, une comparaison qualitative du champ de pression sous le cylindre précède l'analyse quantitative.

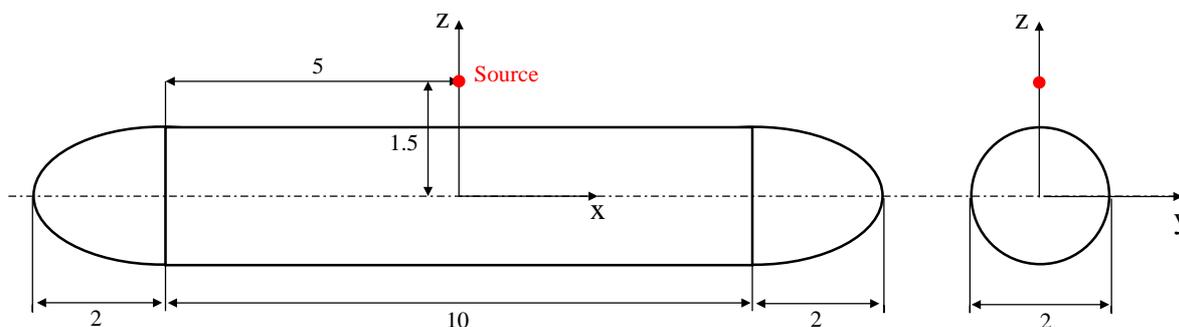


FIG. II.27 – Cylindre elliptique.

• Description qualitative du champ sonore

Les figures (II.28), (II.29), (II.30) et (II.31) représentent la valeur absolue de la pression totale pour les longueurs d'onde $\lambda/a = 2, 1.5, 1$ et 0.5 respectivement. Le label (a) fait référence au calcul analytique sur une géométrie de cylindre infini, le label (b) aux résultats (BEM) et le label (d) aux résultats (FEM). Pour cette géométrie, les calculs avec le code numérique GTD n'ont pu être réalisés et ne sont donc pas présentés. Cet inconvénient provient de la difficulté du code à calculer les rayons rampants sur les extrémités elliptiques, opération qui nécessite actuellement un temps de calcul prohibitif compte tenu du nombre de points d'observation (supérieur à 10000). D'une manière générale, les résultats du calcul (BEM) sont assez proches de la prédiction du modèle analytique, obtenue avec une géométrie infinie. En particulier, les lobes secondaires multiples observés dans le cas du cylindre court sont moins marqués. Ceci permet de conclure à la faible influence de la forme des extrémités du cylindre et de sa longueur sur les principales caractéristiques de l'effet de masquage, lorsque la source reste suffisamment éloignée des bords du cylindre et que ces derniers ne sont pas abrupts. Pour l'ensemble des longueurs d'onde étudiées, les calculs (FEM) ont été réalisés sur un maillage trop fin, et les résultats obtenus ne sont présentés qu'à titre indicatif.

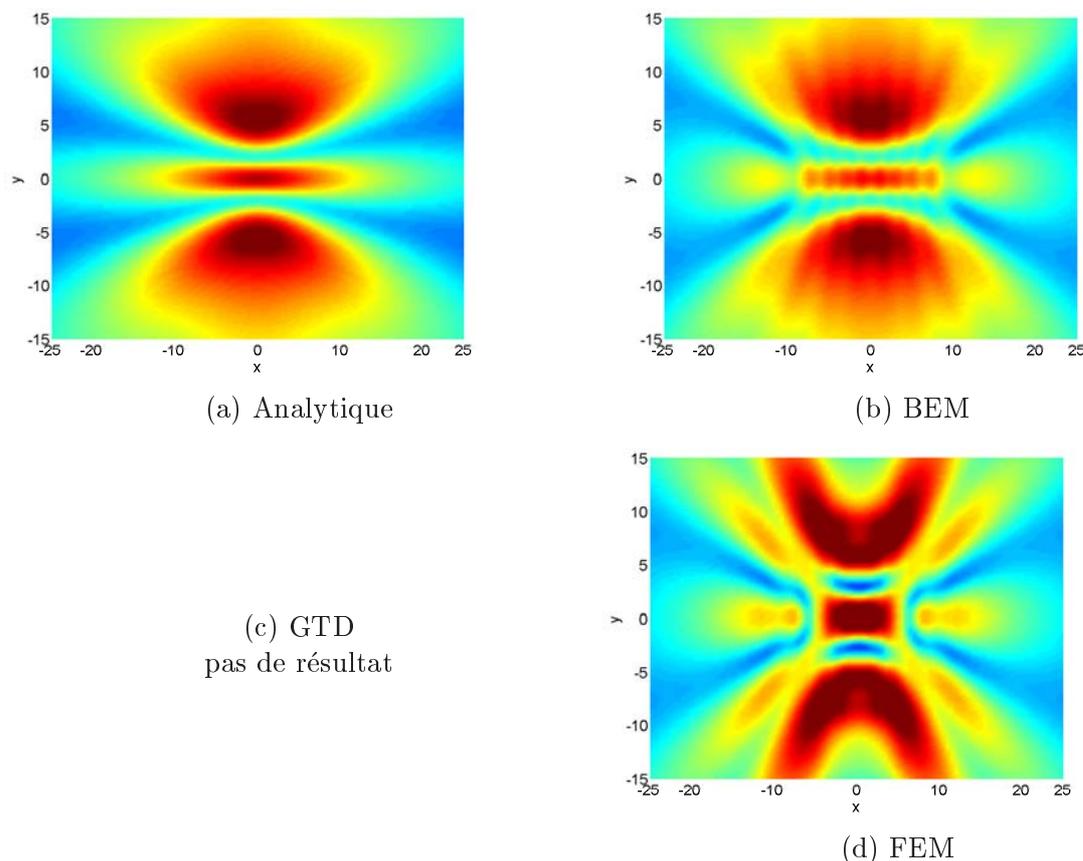
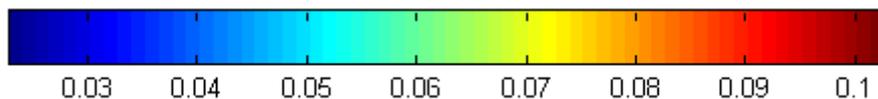


FIG. II.28 – Norme de la pression totale sur le plan $z = -5a$, pour une longueur d'onde $\lambda/a = 2$ et une source placée en $z = 1.5a$ - cas du cylindre elliptique.



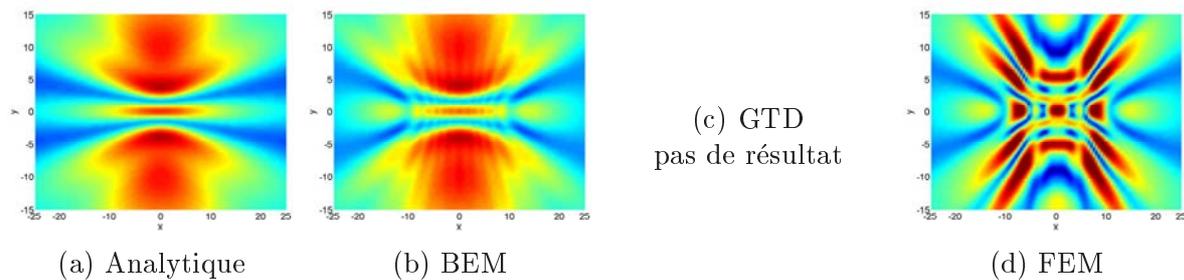


FIG. II.29 – Norme de la pression totale sur le plan $z = -5a$, pour une longueur d'onde $\lambda/a = 1.5$ et une source placée en $z = 1.5a$ - cas du cylindre elliptique.

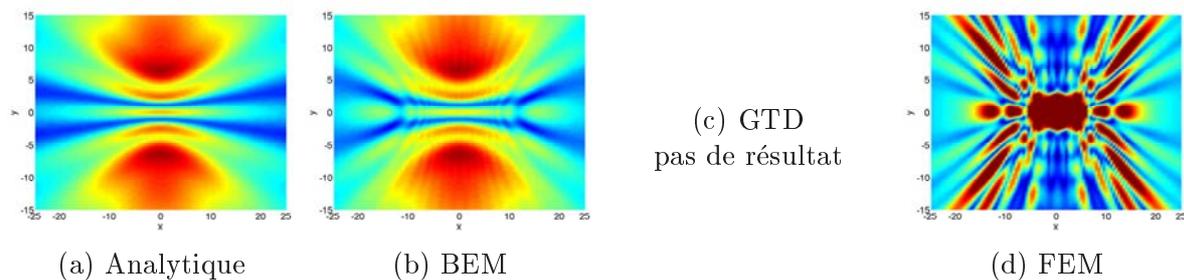


FIG. II.30 – Norme de la pression totale sur le plan $z = -5a$, pour une longueur d'onde $\lambda/a = 1$ et une source placée en $z = 1.5a$ - cas du cylindre elliptique.

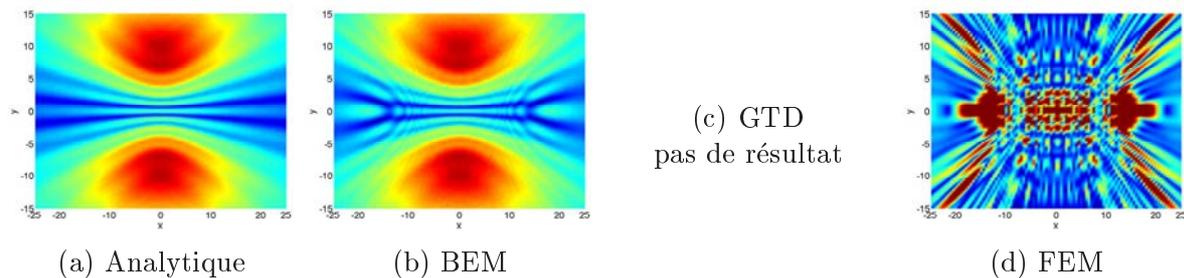


FIG. II.31 – Norme de la pression totale sur le plan $z = -5a$, pour une longueur d'onde $\lambda/a = 0.5$ et une source placée en $z = 1.5a$ - cas du cylindre elliptique.

• Comparaisons quantitatives des champs sonores

Comme dans le cas du cylindre court, la valeur absolue de la pression totale est tracée sur une ligne perpendiculaire à l'axe du cylindre elliptique au niveau du plan d'observation à une distance égale à $5a$ sous le cylindre pour les quatre mêmes longueurs d'onde que précédemment (Fig. II.32). Pour les raisons déjà évoquées, seuls les résultats des calculs analytiques et (BEM) sont présentés. Les résultats obtenus sont très similaires à ceux du cylindre court et les mêmes conclusions s'appliquent ici.

En conclusion générale, il ressort de l'ensemble de ces comparaisons la pertinence de la solution analytique pour calculer le champ diffracté par une géométrie de cylindre finie. A titre indicatif, la figure (II.33) décrit le profil le long de l'axe x des champs diffractés par les deux configurations de cylindre, calculé par une méthode BEM. Cette comparaison illustre le lissage des lobes en présence d'extrémités arrondies.

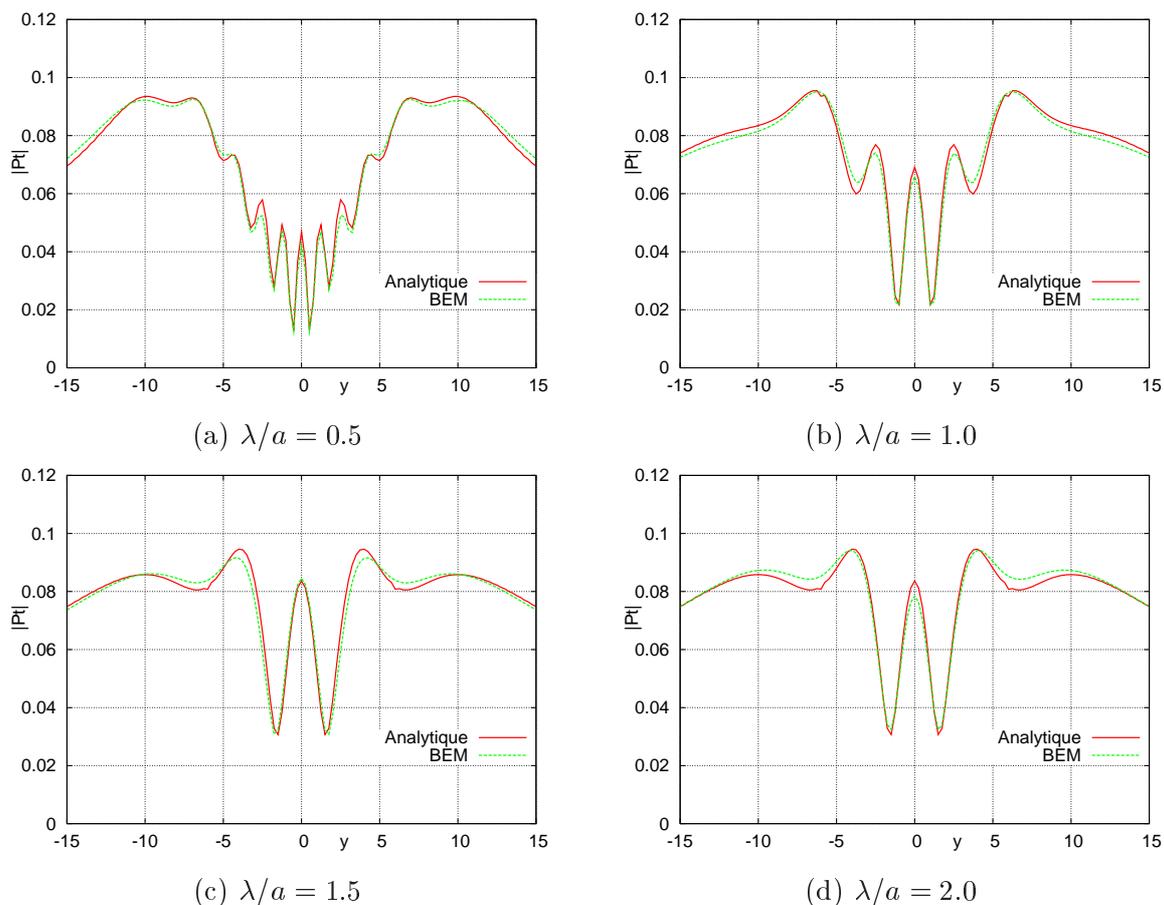


FIG. II.32 – Norme de la pression totale en $x = 0$ sur le plan $z = -5a$, due à une source placée en $z = 1.5a$.

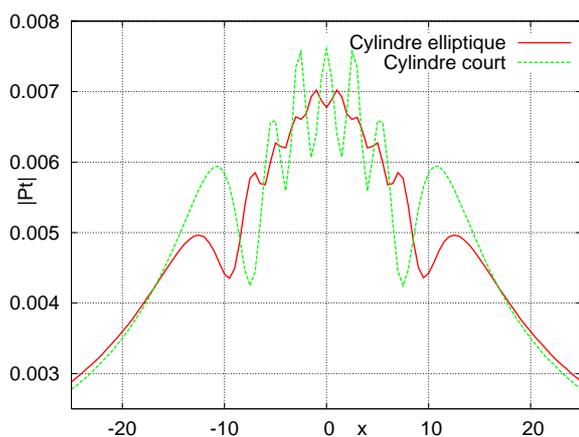


FIG. II.33 – Profil du champ de pression le long de l'axe x en $y = 0$ sur le plan $z = -5a$, pour une longueur d'onde $\lambda/a = 2$ et une source placée en $z = 1.5a$.

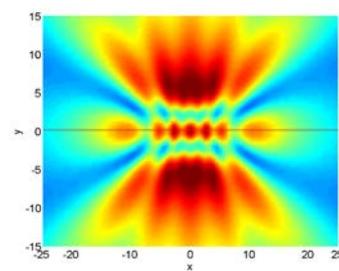


FIG. II.34 – cylindre court

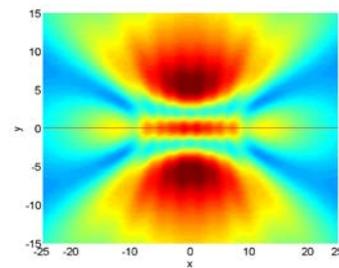


FIG. II.35 – cylindre elliptique

II.5 Comparaison entre les calculs et des mesures en chambre sourde

• Dispositif expérimental et principe des mesures

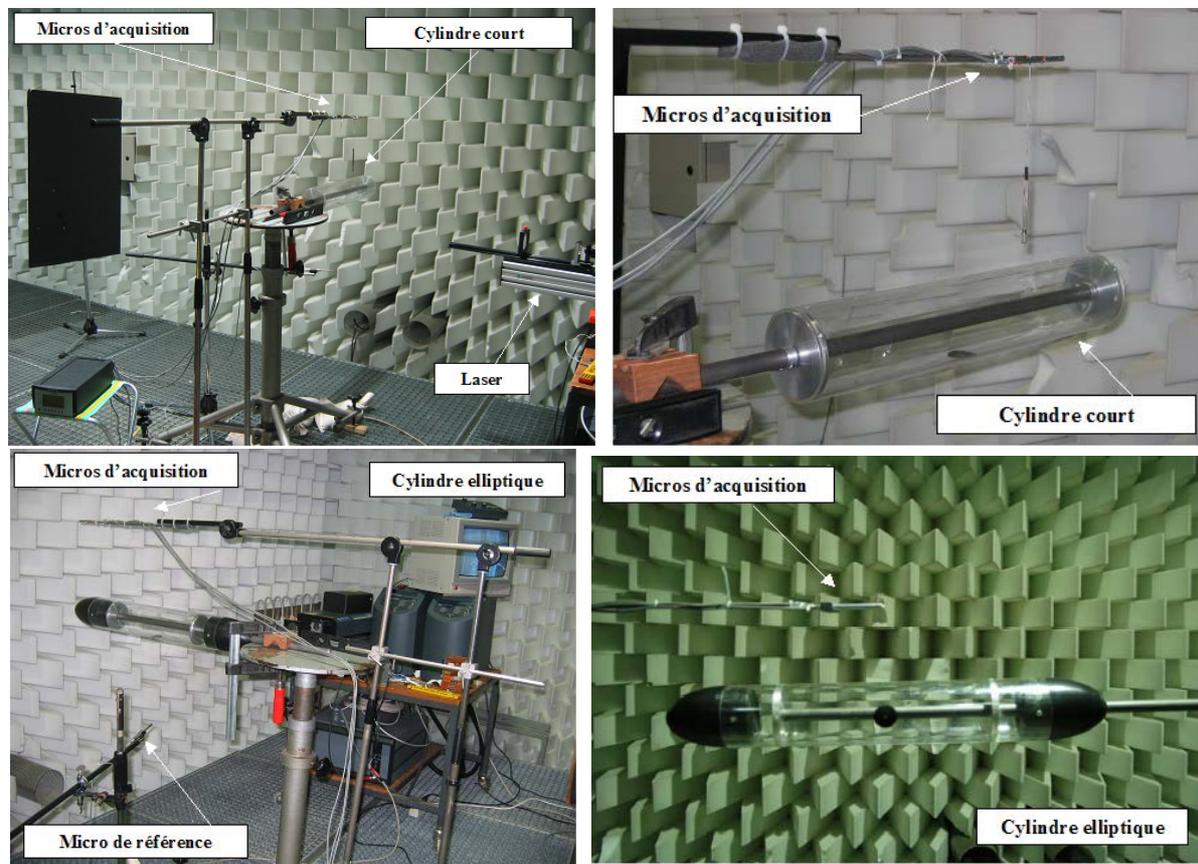


FIG. II.36 – Photographies de la configuration expérimentale installée et du dispositif de mesure.

Les résultats d'essais présentés ici proviennent de la campagne de mesures menée au DLR (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt) en Allemagne et déjà présentée au chapitre I consacré à la diffraction par des surfaces planes. Le même principe de réalisation d'une source omnidirectionnelle par génération d'un plasma laser est utilisé, mais deux configurations de cylindre remplacent cette fois les plaques planes et jouent le rôle de masque (Fig. II.37). La première géométrie est un cylindre court en plexiglas, conçu à l'échelle $1/20^e$, de diamètre 0.1m et de longueur 0.5m (Fig. II.36 en haut). La deuxième géométrie, de longueur totale 0.7m possède en plus deux embouts elliptiques en plastique (Fig. II.36 en bas). Les deux cylindres sont montés sur un pied et maintenus à 1m du sol en position fixe. Comme dans le cas de la plaque, les mesures sont effectuées avec seulement trois microphones et ne permettent pas de ce fait une validation complète du code analytique. Les résultats sont toujours exprimés en termes de facteur d'atténuation, défini comme le rapport entre la pression mesurée et la pression de référence.

• Analyse des résultats

Comme dans le cas de la plaque, les trois microphones peuvent coulisser le long de l'axe x pour parcourir l'ensemble des points de mesures (Fig. II.37). Les figures (II.38) et (II.39) illustrent quelques résultats de comparaison entre les mesures et le calcul analytique, en $x = 0$ suivant l'axe y . Le facteur d'atténuation est défini analytiquement comme le rapport de la pression en présence du masque à la pression rayonnée par la source en champ libre. La figure (II.38)

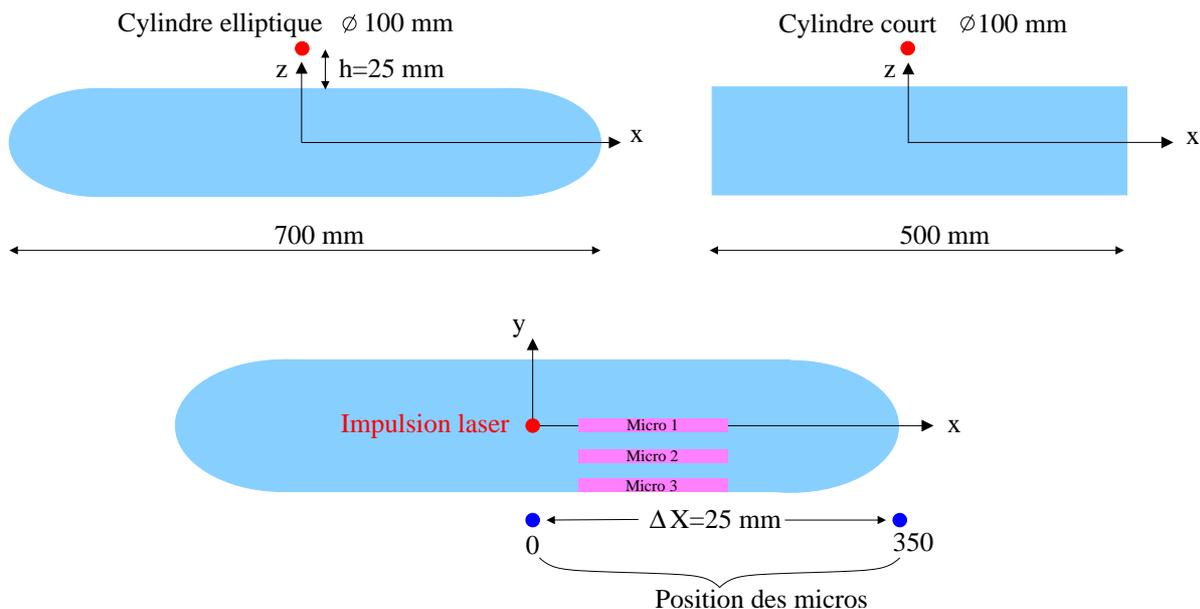


FIG. II.37 – Description des deux configurations expérimentales de cylindre et position des microphones de mesure et de la source.

correspond au cas du cylindre court et la figure (II.39) au cas du cylindre elliptique. Dans le cas du cylindre court, la prédiction analytique semble surestimer l'atténuation mesurée, alors que les résultats paraissent meilleurs dans le cas du cylindre elliptique pour lequel le calcul tend à reproduire correctement la ligne de tendance expérimentale. Néanmoins, comme précédemment, le nombre trop réduit de points de mesures ne permet pas d'exploiter davantage les résultats de ces essais.

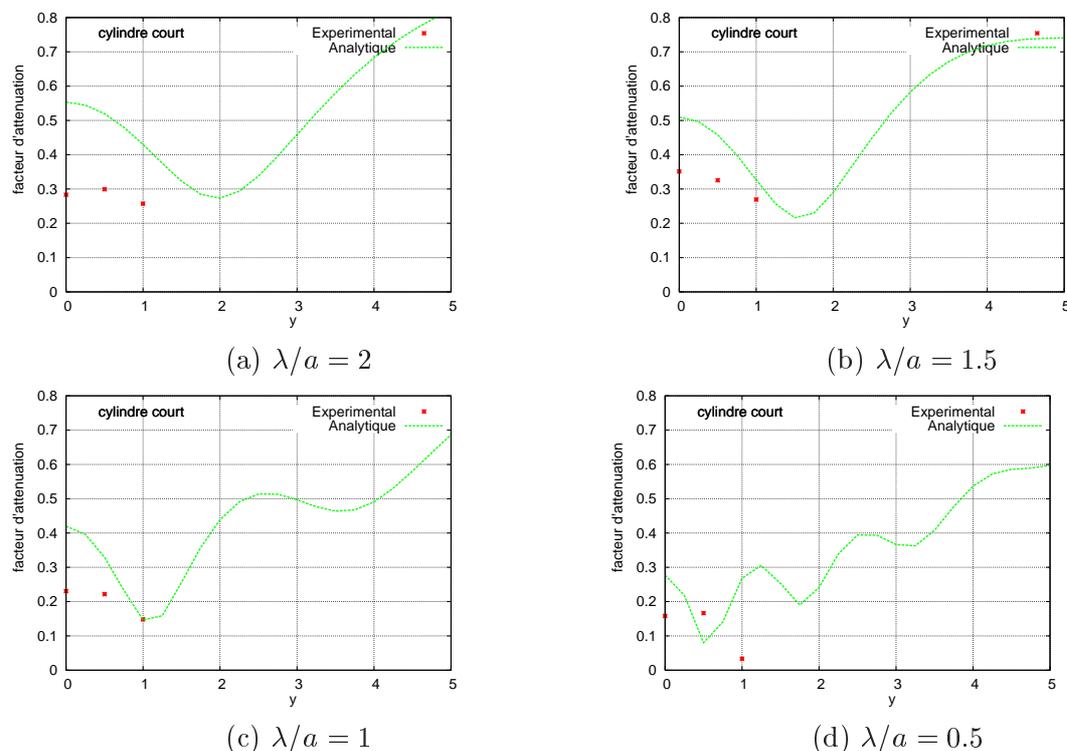


FIG. II.38 – Comparaison des facteurs d'atténuation mesurés et calculés analytiquement le long de l'axe y , pour une hauteur de la source $h = 1.5a$ - cas du cylindre droit.

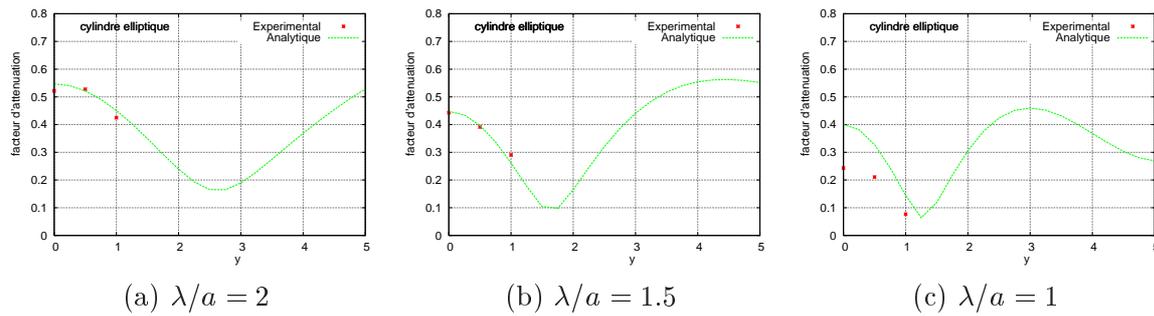


FIG. II.39 – Comparaison des facteurs d'atténuation mesurés et calculés analytiquement le long de l'axe y , pour une hauteur de la source $h = 1.5a$ - cas du cylindre elliptique.

II.6 Conclusion

Dans ce deuxième chapitre, nous avons proposé un nouveau développement mettant à profit la théorie géométrique de la diffraction (GTD) empruntée à l'optique pour calculer sous les hypothèses haute-fréquences, l'effet diffractant d'un corps cylindrique. La méthode asymptotique consiste en deux étapes: la détermination du rayon acoustique, dépendant de la position relative de la source et de l'observateur, suivie du calcul du champ acoustique associé au trajet de chaque rayon. La limite classique $ka > 2$ pour la validité du calcul de rayons rampants [41] où k est le nombre d'onde et a le rayon du cylindre, s'applique à notre modèle asymptotique comme au code numérique GTD *ActiHF*.

Nous disposons donc désormais d'un code de calcul validé, dédié à la modélisation de la diffraction du rayonnement d'une source ponctuelle par un corps cylindrique, permettant une première évaluation rapide de l'effet de masquage d'un fuselage pour une configuration nouvelle. Le modèle de source omnidirectionnelle très simpliste pourra être remplacé par une association de monopôles afin de recréer le comportement et la directivité d'une source modale, comme nous le verrons au chapitre IV. Auparavant, nous consacrons un troisième chapitre à l'évaluation numérique des effets d'installation.

Chapitre III

Modélisation numérique des effets d'installation et comparaison avec des résultats expérimentaux

III.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté deux outils analytiques dédiés à l'étude de la diffraction par une surface portante et un fuselage, modélisés de manière simplifiée par un demi-plan et un cylindre. Comme explicité en introduction, cette première approche est indispensable aux applications industrielles: non seulement elles apportent un éclairage immédiat sur les phénomènes physiques modélisés, mais leur rapidité et souplesse d'utilisation permet d'orienter le choix d'une configuration optimisée d'un point de vue acoustique. Cependant, lorsque sont exigés des niveaux de bruit plus précis, il est nécessaire de prendre en compte des géométries ainsi que des écoulements plus réalistes et de faire appel aux méthodes de calcul numériques.

La simulation numérique des phénomènes de propagation et de rayonnement acoustiques a connu ces dernières années une évolution considérable, avec un développement très rapide de techniques permettant une prise en compte des contraintes acoustiques dans une phase très amont des projets industriels. A l'interface entre la mécanique des fluides et l'acoustique, l'aéroacoustique utilise des méthodes de calcul connues sous l'appellation CAA (Computational AeroAcoustics) scindées généralement en deux catégories:

- **les méthodes DNS** (Direct Numerical Simulation) consistent à résoudre exactement les équations de Navier-Stokes compressibles instationnaires à toutes les échelles. Ainsi, le champ aérodynamique et les perturbations acoustiques, calculés simultanément, ne sont pas découplés. Ce type de méthodes requiert une discrétisation très fine du volume d'étude due aux écarts d'échelles entre les variables aérodynamiques et acoustiques. Elles commencent à être utilisées dans le domaine aéronautique mais uniquement pour des problèmes de petites tailles.
- **les méthodes hybrides** dissocient le calcul aérodynamique du calcul acoustique. Le calcul aérodynamique est réalisé dans un premier temps par une méthode CFD (Computational Fluid Dynamics), indépendamment de l'acoustique. On parle de calcul RANS (Reynolds Average Navier-Stokes) dans le cas visqueux, et de calcul Euler dans le cas non visqueux. L'écoulement moyen sert ensuite de support pour écrire l'opérateur de propagation acoustique et les perturbations tourbillonnaires déterminent les termes sources. Le plus souvent, le calcul acoustique est réalisé par résolution des équations d'Euler linéarisées (méthodes LEE: Linearized Euler Equations). Certains auteurs comme Redonnet *et*

al [76] [73] [71] se placent dans un cadre plus général en considérant une formulation en petites perturbations des équations d'Euler ou de Navier-Stokes (méthodes FEE: Full Euler Equations). Ces méthodes sont fréquemment utilisées dans les calculs de rayonnement acoustique, aussi bien dans le domaine temporel que fréquentiel.

De nombreux outils sont disponibles à AIRBUS France pour modéliser et simuler numériquement le bruit lié aux parties tournantes du moteur. Lorsque ce dernier est en configuration installée, c'est-à-dire rattachée à une partie de l'avion, on aborde l'étude des effets d'installation, faisant appel à de nouvelles méthodologies pour traiter ces problèmes de grande taille acoustique. En particulier, les méthodes de couplage et de décomposition de domaine consistant à partitionner le domaine de calcul en sous-domaines pour y appliquer l'outil le plus adapté, constituent un axe de développement important. Dans ces stratégies de couplage, le moteur est traité dans un premier sous-domaine, le reste de l'avion dans un autre, des éléments d'interaction étant alors à définir. Ce chapitre présente cette nouvelle démarche de décomposition de domaine et propose au paragraphe III.3 l'exemple d'un couplage entre deux méthodes BEM¹ reposant sur une formulation intégrale du problème acoustique, couplage qui a permis pour la première fois des calculs sur des configurations incluant à la fois la nacelle, l'aile et une partie du fuselage. Par la suite, la méthodologie est évaluée par comparaison à des mesures en chambre sourde au paragraphe III.4, puis généralisée au couplage d'un code numérique quelconque avec un code BEM au paragraphe III.5. La technique la plus utilisée dans nos études étant cette approche intégrale dans le domaine fréquentiel, nous débutons ce chapitre par un rappel de ses fondements théoriques.

III.2 Formulation intégrale par éléments finis de frontière

L'utilisation du théorème de représentation intégrale est récurrente dans les problèmes de physique à grande échelle, lorsque le domaine de propagation est ouvert, comme dans l'étude des phénomènes de rayonnement en présence d'objets diffractants. En effet, la connaissance de certaines grandeurs sur la frontière du domaine suffit à calculer le champ acoustique en tout point de l'espace extérieur. Par conséquent, seul un maillage de la surface de l'objet diffractant est nécessaire, ce qui limite fortement le nombre d'inconnues du problème, par comparaison à un maillage volumique du milieu de propagation. Cependant, la résolution numérique est perturbée par l'existence de singularités qui apparaissent au voisinage de la surface d'intégration. Pour contourner ce problème, Hamdi [29], Mebarek [54] puis I. Terrasse [85] proposent une *formulation variationnelle* de la méthode intégrale. En suivant un schéma de Galerkin classique, cette approche réduit l'ordre des singularités et a été retenue dans le code de calcul *ACTI3S* développé par EADS-IW² et utilisé à AIRBUS France. Les justifications mathématiques complètes et les étapes du raisonnement sont présentées dans [20][21][22].

III.2.1 Présentation du problème

En l'absence d'écoulement, un objet quelconque Ω^- (Fig. III.1) est éclairé par une onde acoustique incidente p_{inc} de fréquence f et de pulsation $\omega = 2\pi f$. On souhaite déterminer le champ diffracté p_{diff} (ou p^+) par cet objet dans le domaine extérieur non borné Ω^+ . La frontière du domaine, notée S est constituée d'une partie traitée Γ d'impédance η et d'une partie rigide Σ . La modélisation de ce problème relève du système d'équations suivant noté (P^+)

1. Boundary Element Method
2. Centre Commun de Recherche d'EADS

$$(P^+) \begin{cases} \Delta p^+ + k^2 p^+ = 0 & \text{dans } \Omega^+ & (1) \\ \frac{\partial p^+}{\partial n} = -\frac{\partial p_{inc}}{\partial n} & \text{sur } \Sigma & (2) \\ \frac{\partial p^+}{\partial n} + i\frac{k}{\eta} p^+ = -\left(\frac{\partial p_{inc}}{\partial n} + i\frac{k}{\eta} p_{inc}\right) & \text{sur } \Gamma & (3) \\ \lim_{r \rightarrow \infty} r \left(\frac{\partial p^+}{\partial r} - ikp^+\right) = 0 & & (4) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

- Ω^+ : domaine extérieur où se propagent les ondes acoustiques.
- Ω^- : domaine intérieur correspondant à l'intérieur de l'objet.
- Σ, Γ : surface rigide, surface traitée correspondant à la peau de l'objet.
- \vec{n} : normale à la surface de l'objet, orientée vers le domaine extérieur.

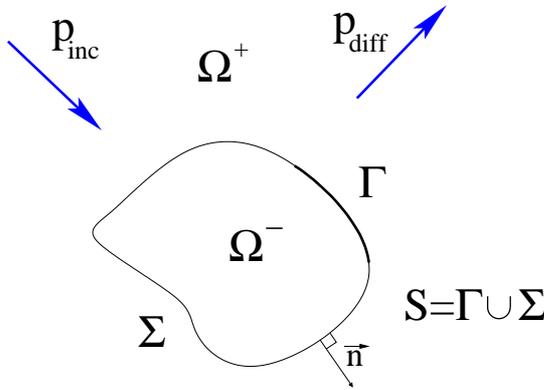


FIG. III.1 – Cas d'une onde incidente.

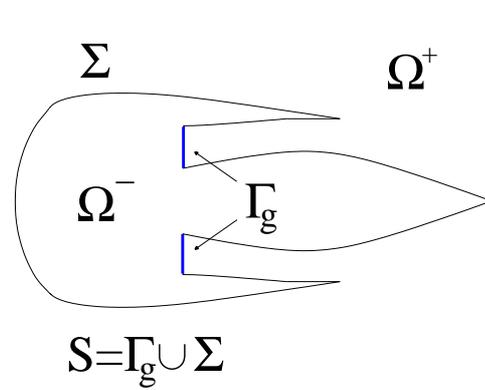


FIG. III.2 – Cas du guide d'onde.

On désigne par $p = p_{inc} + p_{diff}$ le champ acoustique total. L'équation (1) dite *équation de Helmholtz en champ libre* régit la propagation d'une onde acoustique. L'équation (2) exprime la condition de rigidité sur Σ , $\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{\partial p_{inc}}{\partial n} + \frac{\partial p_{diff}}{\partial n} = 0$, c'est-à-dire $\frac{\partial p^+}{\partial n} = -\frac{\partial p_{inc}}{\partial n}$. L'équation (3) formule la condition aux limites sur une paroi traitée d'impédance η . La dernière équation est la condition de radiation de Sommerfeld à l'infini qui traduit le principe de causalité. Elle impose aux ondes acoustiques une propagation libre vers l'infini sans aucune réflexion possible. Ce système d'équations peut se résoudre par une méthode d'éléments finis, en maillant l'ensemble du domaine extérieur et en recherchant les valeurs de la fonction p^+ aux noeuds de ce maillage volumique. Cependant, cette méthode conduit à la résolution d'un système matriciel de taille conséquente. Dans le cadre d'une propagation uniforme en milieu homogène, on préfère reformuler le problème (P^+) sous forme intégrale, en introduisant un problème complémentaire (P^-) dans le domaine Ω^- :

$$(P^-) \begin{cases} \Delta p^- + k^2 p^- = 0 & \text{dans } \Omega^- \\ \frac{\partial p^-}{\partial n} = -\frac{\partial p_{inc}}{\partial n} & \text{sur } \Sigma \\ \frac{\partial p^-}{\partial n} - i\frac{k}{\eta} p^- = -\left(\frac{\partial p_{inc}}{\partial n} - i\frac{k}{\eta} p_{inc}\right) & \text{sur } \Gamma \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Notons que le choix de ce problème complémentaire est en fait arbitraire et n'influence pas le résultat final.

III.2.2 Représentation intégrale

Une fois les problèmes sur Ω^+ et Ω^- correctement posés, le *théorème de représentation intégrale* détermine les solutions p^+ et p^- des problèmes respectifs (P^+) et (P^-):

$$\forall x \in \Omega^+ \cup \Omega^- / S \quad p(x) = \int_S \left(\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] (y) G(x, y) - [p](y) \frac{\partial G}{\partial n_y}(x, y) \right) dy. \quad (\text{III.3})$$

où

$$p(x) = \begin{cases} p^+ & \text{si } x \in \Omega^+ \\ p^- & \text{si } x \in \Omega^- \end{cases}. \quad (\text{III.4})$$

Ce théorème exprime le champ acoustique en dehors de la peau de l'objet en fonction d'une intégrale de surface faisant intervenir la fonction de Green ainsi que les sauts de pression et de dérivée de pression sur la surface de l'objet définis comme suit:

- la fonction de Green harmonique tridimensionnelle en espace libre $G(x, y)$, solution de l'équation $\Delta p + k^2 p = -\delta_0$ associée à la condition de radiation apparaissant dans le problème (P^+)

$$G(x, y) = \frac{e^{ik\|x-y\|}}{4\pi\|x-y\|}. \quad (\text{III.5})$$

- Le saut de dérivée de pression, appelé aussi potentiel de simple couche

$$\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] = \frac{\partial p^-}{\partial n} \Big|_S (x) - \frac{\partial p^+}{\partial n} \Big|_S (x), \quad x \in S.$$

- Le saut de pression, appelé aussi potentiel de double couche

$$[p] = p^- \Big|_S (x) - p^+ \Big|_S (x), \quad x \in S.$$

Physiquement, les deux dernières grandeurs correspondent à des distributions de sources ponctuelles de type monopolaire et dipolaire rayonnant dans le domaine de propagation. En outre, la connaissance de $[p]$ et $\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right]$ sur la surface de l'objet Ω^- suffit à résoudre entièrement le problème. La formulation intégrale permet ainsi de scinder le problème en deux parties. Dans un premier temps, on détermine les sauts de pression et de dérivée de pression sur la surface de l'objet diffractant, ce qui constitue le coeur même du calcul intégral et nécessite une discrétisation spatiale en éléments finis de frontière. C'est l'objet du paragraphe suivant. Une fois ces sauts déterminés, on obtient la pression en tout point de l'espace Ω^+ et notamment en champ lointain en calculant une simple intégrale de surface. Par construction, la pression y vérifie bien la condition de Sommerfeld.

III.2.3 Résolution numérique

De l'expression établie par le théorème de représentation se déduisent les traces de p et $\frac{\partial p}{\partial n}$ sur la frontière S de l'objet

$$\forall x \in S \quad \begin{cases} p^+ &= \int_S \left(\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] (y) G(x, y) \right) dy - \int_S \left([p](y) \frac{\partial G}{\partial n_y}(x, y) \right) dy - \frac{1}{2}[p] \\ p^- &= \int_S \left(\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] (y) G(x, y) \right) dy - \int_S \left([p](y) \frac{\partial G}{\partial n_y}(x, y) \right) dy + \frac{1}{2}[p] \\ \frac{\partial p^+}{\partial n} &= \int_S \left(\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] (y) \frac{\partial G}{\partial n_x}(x, y) \right) dy - \int_S \left([p](y) \frac{\partial^2 G}{\partial n_x \partial n_y}(x, y) \right) dy - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] \\ \frac{\partial p^-}{\partial n} &= \int_S \left(\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] (y) \frac{\partial G}{\partial n_x}(x, y) \right) dy - \int_S \left([p](y) \frac{\partial^2 G}{\partial n_x \partial n_y}(x, y) \right) dy + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] \end{cases}. \quad (\text{III.6})$$

Pour simplifier l'exposé, nous faisons dans ce qui suit l'hypothèse d'une surface S entièrement rigide. En choisissant alors $p^- = 0$ et en réécrivant les conditions aux limites sur S sous la forme $\frac{\partial p^+}{\partial n} = -\frac{\partial p_{inc}}{\partial n}$, on obtient l'équation intégrale suivante à résoudre, déduite de la troisième équation du système (III.6):

$$-\int_S \frac{\partial^2 G}{\partial n_x \partial n_y}(x,y)[p](y)dy = -\frac{\partial p_{inc}}{\partial n}. \quad (\text{III.7})$$

Soit p^t une fonction test choisie dans le même espace de classe que la fonction $[p]$. La formulation variationnelle associée à l'équation (III.7) s'écrit:

$$\iint_{S \times S} \frac{\partial^2 G}{\partial n_x \partial n_y}[p](y)p^t(x)dydx = \int_S \frac{\partial p_{inc}(x)}{\partial n}p^t(x)dx \quad (\text{III.8})$$

L'équation (III.8) se résout par une méthode d'éléments finis de Lagrange utilisant un maillage triangulaire de la surface S . Soit N_S le nombre de sommets du maillage. Les fonctions de base relatives au saut de pression $[p]$, notées ω_j ($1 \leq j \leq N_S$), sont des fonctions affines valant 1 sur le sommet S_j et 0 sur tous les autres. On recherche alors la fonctions $[p]$ sous la forme

$$[p](x) = \sum_{1 \leq j \leq N_S} p_j \omega_j(x). \quad (\text{III.9})$$

On substitue la relation (III.9) dans l'équation (III.8) réécrite avec $p^t = \omega_i$, ce qui conduit à un système matriciel de la forme $AX = b$, où $A_{i,j} = \iint_{S \times S} \frac{\partial^2 G}{\partial n_x \partial n_y}(x,y)\omega_i(y)\omega_j(x)dydx$, $b_i = \int_S \frac{\partial p_{inc}}{\partial n}(x)\omega_i(x)dx$ et $X = (p_1, \dots, p_{N_S})^t$.

La résolution de ce système linéaire plein détermine les valeurs de $[p]$ en tout point du maillage, et le théorème de représentation intégrale conduit à la pression totale p^+ dans tout l'espace.

Lorsque l'objet considéré est représentatif d'une entrée d'air ou d'une éjection de turboréacteur, souvent composées d'une nacelle et d'un guide d'onde (Fig. III.2), la frontière Ω^- devient la réunion $S = \Sigma \cup \Gamma_g$ d'une surface fermée rigide Σ séparant le domaine infini extérieur Ω^+ du domaine intérieur Ω^- et d'une surface fictive Γ_g appelée *surface modale* assurant l'entrée et la sortie des ondes dans le domaine de propagation. La pression acoustique p^+ dans le domaine Ω^+ est solution du nouveau problème (P^+):

$$(P^+) \left\{ \begin{array}{ll} \Delta p^+ + k^2 p^+ = 0 & \text{dans } \Omega^+ \\ \frac{\partial p^+}{\partial n} = 0 & \text{sur } \Sigma \\ p^+ = \sum_{m,n} A_{mn}^+ p_{mn}^{inc} + \sum_{m,n} A_{mn}^- p_{mn}^{diff} & \text{sur } \Gamma_g \\ \frac{\partial p^+}{\partial n} = \sum_{m,n} A_{mn}^+ \frac{\partial p_{mn}^{inc}}{\partial n} + \sum_{m,n} A_{mn}^- \frac{\partial p_{mn}^{diff}}{\partial n} & \text{sur } \Gamma_g \\ \lim_{r \rightarrow \infty} r \left(\frac{\partial p^+}{\partial r} - ikp^+ \right) = 0 & \end{array} \right. \quad (\text{III.10})$$

où le champ incident p^+ est une combinaison linéaire de modes incidents $\sum_{m,n} A_{mn}^+ p_{mn}^{inc}$ et le champ réfléchi une combinaison linéaire de modes rétrogrades $\sum_{m,n} A_{mn}^- p_{mn}^{diff}$, les coefficients A_{mn}^- étant les amplitudes des modes réfléchis et les inconnues du problème au niveau de la

surface modale. La décomposition du champ acoustique en modes de conduit est explicitée plus en détails au chapitre IV relatif à la modélisation de la source. On se ramène ensuite comme précédemment, par formulation variationnelle puis discrétisation, à la résolution d'un système linéaire.

Les critères de discrétisation classiques dépendent de la longueur d'onde λ . Pour obtenir une bonne convergence de la solution, il faut en effet pouvoir décrire correctement le caractère ondulatoire du champ acoustique. De manière générale, un critère de maillage convenable correspond à une taille de maille inférieure à $\lambda/5$ loin des discontinuités de géométrie et d'impédance et inférieur à $\lambda/10$ dans les zones plus sensibles, avec une transition continue entre les différentes zones. Ces critères confirment le coût croissant en temps de calcul et stockage mémoire de cette méthode lorsque la fréquence d'étude augmente.

Trois codes BEM sont disponibles à ce jour au département acoustique d'AIRBUS France:

- le code *ACTI3S* repose sur une résolution directe du système linéaire obtenu par formulation variationnelle et sert de référence pour la validation des autres codes BEM.
- le code *ACTI2R* est la version axisymétrique du code *ACTI3S*. Exploitant la symétrie de révolution de l'objet, il nécessite le maillage de la seule méridienne ce qui diminue beaucoup la taille du problème à résoudre et autorise l'accès à des fréquences plus élevées à moindre coût.
- le code *ACTIPOLE* utilise une méthode de résolution itérative, par opposition au code *ACTI3S* qui résout le système linéaire de manière exacte par inversion de matrice. L'avantage principal de cette méthode est l'existence de l'accélération multipolaire ou *FMM* (Fast Multipole Method)[83], utilisant une valeur approchée de certains termes de la matrice du système linéaire obtenu par formulation intégrale, permettant ainsi d'atteindre des fréquences plus élevées qu'avec un calcul direct et de considérer des objets de taille supérieure. Elle ouvre la voie aux simulations en configuration installée avec la prise en compte de la nacelle, de l'aile et du fuselage.

Les figures (III.3) et (III.4) présentent deux illustrations de champs acoustiques obtenus à partir du code BEM *ACTI3S*. Dans le cas du guide d'onde, le champ acoustique calculé au voisinage de l'éjection offre entre autres un aperçu de l'influence du conduit primaire sur le rayonnement de l'éjection secondaire.

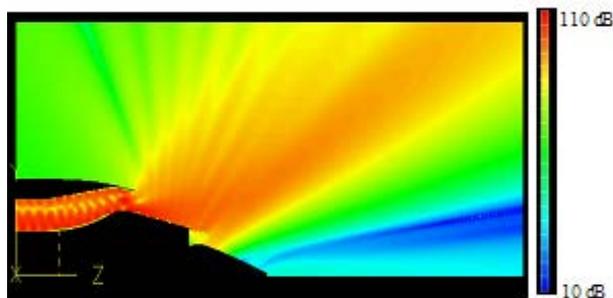


FIG. III.3 – Cartographie de champ acoustique au voisinage d'une éjection obtenue par un calcul BEM.

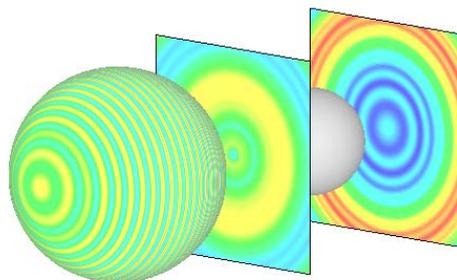


FIG. III.4 – Visualisation du champ acoustique sur une sphère et un plan éclairés par une source ponctuelle.

III.3 Méthodologie de décomposition de domaine et de couplage pour les effets d'installation

Les méthodes BEM classiques sont efficaces aux basses et moyennes fréquences, donc bien adaptées à des objets de taille comprise entre un dixième et dix longueurs d'onde. Cependant, prendre en compte les effets d'installation dans un calcul BEM accroît considérablement la complexité numérique du problème à résoudre, puisque d'autres éléments comme l'aile, l'empennage, ou le mât moteur sont pris en compte dans le domaine de calcul. A titre d'exemple, le calcul du bruit aval de soufflante de l'A340, en tenant compte du mât moteur et d'une partie de la voilure nécessite une boîte de calcul de l'ordre de 100 longueurs d'onde pour une fréquence de 4500Hz. Pour traiter ces problèmes, on pourrait choisir d'utiliser l'accélération multipolaire permettant d'accroître considérablement les capacités de calcul des méthodes BEM. Nous avons privilégié dans notre travail les méthodes de couplage, reposant sur la décomposition du domaine de calcul en sous-domaines de taille raisonnable. Non seulement elles permettent des études paramétriques, importantes dans le problème des effets d'installation, mais elles autorisent de surcroît la prise en compte d'écoulement non uniforme autour du moteur par l'utilisation d'un code approprié dans ce domaine, et lèvent ainsi la contrainte d'écoulement uniforme associée aux méthodes BEM. Nous présentons dans cette partie la méthodologie envisagée pour le calcul du champ acoustique généré par le bruit de soufflante et rayonnant à travers le conduit d'éjection en présence d'une surface portante.

III.3.1 Principe général

La méthodologie retenue pour l'évaluation des effets d'installation s'appuie sur une décomposition du domaine d'étude en deux domaines disjoints (Fig. III.5). On distingue ainsi:

- le domaine $D1$ contenant la source de bruit (le moteur et la nacelle),
- le domaine $D2$ contenant les surfaces diffractantes (le reste de l'avion).

On ne tient pas compte pour le moment du mât réacteur qui relie la nacelle à la voilure, nous reviendrons sur ce point particulier un peu plus loin.

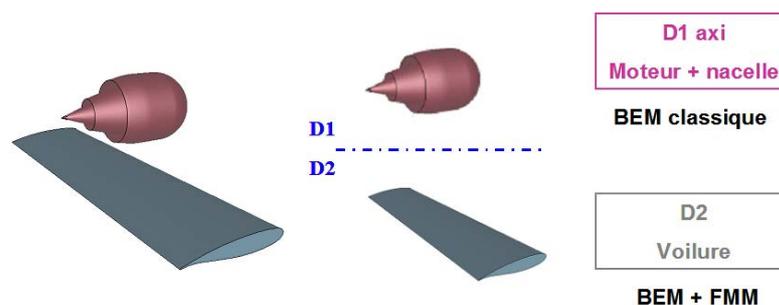


FIG. III.5 – Principe de décomposition de domaine pour la simulation numérique des effets d'installation.

La décomposition de domaine consiste à utiliser dans chaque sous-domaine le code de calcul le plus performant compte tenu de la complexité et de la taille de ce sous-domaine. Le couplage considéré dans cette partie est un couplage BEM/BEM. Dans le domaine $D1$, le code *ACTIS3* calcule le rayonnement du moteur seul, la source acoustique étant une combinaison de modes propagatifs. Le champ acoustique issu de ce calcul est utilisé ensuite via un module de couplage nommé P_{OR} pour déterminer le champ incident du problème défini dans le domaine $D2$. Le code *ACTIPOLE* calcule alors le rayonnement dans le domaine $D2$ sans tenir compte de la présence du moteur. Le champ total s'obtient au final par la sommation des contributions des deux domaines $D1$ et $D2$. La rétroaction du domaine $D2$ sur le domaine $D1$ n'est pas calculée.

En ce sens, le couplage est dit *faible* et nous verrons plus loin en quoi ce point constitue une limite de la méthode proposée.

III.3.2 Les étapes du couplage faible BEM/BEM

Un calcul d'effet d'installation suivant cette démarche se décompose donc en quatre étapes:

1. Calcul *ACTI3S* dans le domaine *D1*.

Le domaine *D1* contient le moteur et la nacelle donc la source de bruit. La résolution du problème acoustique de type propagation modale dans ce domaine conduit au calcul des sauts de pression $[p]$ et de dérivée de pression $[\partial p/\partial n]$ sur la surface de la nacelle ainsi que des coefficients de réflexion sur la surface modale. Le calcul dans le domaine *D1* est réalisé avec le code *ACTI3S*, *ACTI2R* si la nacelle est axisymétrique, ou *ACTIPOLE*. Le temps de calcul du code *ACTI3S* est en N^3 où N est le nombre d'éléments du maillage de la surface du moteur.

2. Détermination du champ induit par le domaine *D1* sur le domaine *D2*.

C'est la partie de couplage proprement dite: le module $P \circ R$ ($R = \ll \text{Rayonnement} \gg$ et $P = \ll \text{Projection} \gg$) opère la projection du résultat d'un calcul du rayonnement du moteur sur le domaine *D2*, fournissant un nouveau champ incident. En se plaçant à nouveau dans le cas entièrement rigide, le théorème de représentation permet d'écrire en tout point x de la surface extérieure de l'aile notée S_{Aile} :

$$p_{Aile}(x) = - \int_{S_{moteur}} \frac{\partial G}{\partial n_y}(x,y)[p](y)dy + \int_{S_{moteur}} G(x,y) \left[\frac{\partial p}{\partial n} \right](y)dy. \quad (III.11)$$

Le second membre de l'équation (III.11) est calculé à l'étape (1). Le champ p_{Aile} sert de champ incident p_{inc} à l'étape (3). Le module $P \circ R$ calcule donc précisément l'intégrale:

$$\begin{aligned} P \circ R &= \int_{S_{Aile}} \frac{\partial p_{inc}}{\partial n} p^t(x) dx = \int_{S_{Aile}} \frac{\partial p_{Aile}}{\partial n} p^t(x) dx \\ &= \int_{S_{Aile}} \left[\int_{S_{moteur}} \frac{\partial^2 G}{\partial n_x \partial n_y}(x,y)[p](y)dy + \frac{\partial G}{\partial n_x}(x,y) \left[\frac{\partial p}{\partial n} \right](y)dy \right] p^t(x) dx \end{aligned} \quad (III.12)$$

Une fois discrétisé suivant la démarche présentée au paragraphe III.2, on obtient un produit matrice \times vecteur

$$P \circ R = M.p \quad (III.13)$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} p = (p_1, \dots, p_{N'}) \text{ est le vecteur de pressions aux noeuds de la surface de l'aile} \\ M_{i,j} = - \int_{S_{Aile}} \int_{S_{moteur}} \left[\frac{\partial^2 G}{\partial n_x \partial n_y} w_i(x) w_j(y) \right] dy dx \end{array} \right. , \quad (III.14)$$

dont le temps de calcul est en $N \times N'$, N étant le nombre d'éléments du maillage S_{moteur} et N' le nombre d'éléments du maillage S_{Aile} .

3. Calcul *ACTIPOLE* dans le domaine *D2*.

Le problème acoustique dans le domaine *D2* correspond au problème acoustique détaillé au paragraphe III.2.1. L'obtention de la pression sur la surface S_{Aile} repose sur la résolution de l'équation

$$\iint_{S_{Aile} \times S_{Aile}} \frac{\partial^2 G}{\partial n_x \partial n_y} [p](y) p^t(x) dy dx = \underbrace{\int_{S_{Aile}} \frac{\partial p_{inc}}{\partial n} p^t(x) dx}_{\text{calculé à l'étape 2}}. \quad (III.15)$$

Le temps de calcul est N'^3 avec une méthode classique. L'aile ayant une surface beaucoup plus conséquente que la nacelle, le nombre de noeuds de son maillage rend généralement impossible une résolution directe. On réalise alors cette étape avec le solveur itératif *ACTIPOLE* et l'accélération multipolaire, qui réduit le temps de calcul à $N' \log N'$.

4. Calcul du champ acoustique rayonné par l'ensemble $D1 + D2$.

L'application du théorème de représentation intégrale permet à ce stade de prendre en compte les contributions des domaines $D1$ et $D2$ pour évaluer la pression en tout point de l'espace:

$$p(x) = \int_{D1 \cup D2} G(x,y) \left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] (y) - \frac{\partial G}{\partial n_y}(x,y)[p](y) dy , \quad (\text{III.16})$$

où $p(x)$ représente la pression rayonnée dans tout l'espace. L'intégrale porte sur la réunion des deux domaines et les champs sur chacun des domaines sont fournis respectivement par les étapes 1 et 3. Le coût de ce calcul est en $(N + N') \times N_{obs}$, où N_{obs} est le nombre de points d'observation.

L'ensemble des figures suivantes illustre les différentes étapes de la chaîne de calcul de couplage faible.

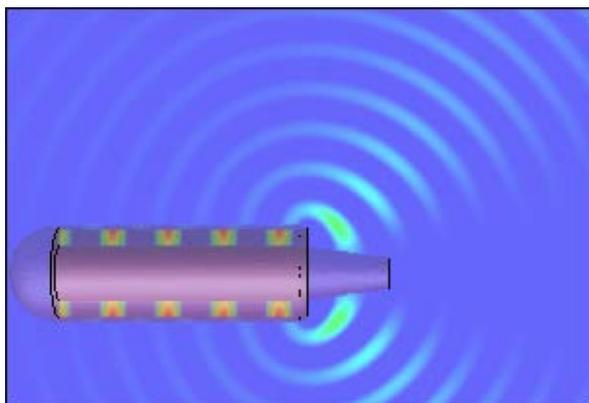


FIG. III.6 – Rayonnement du moteur seul.

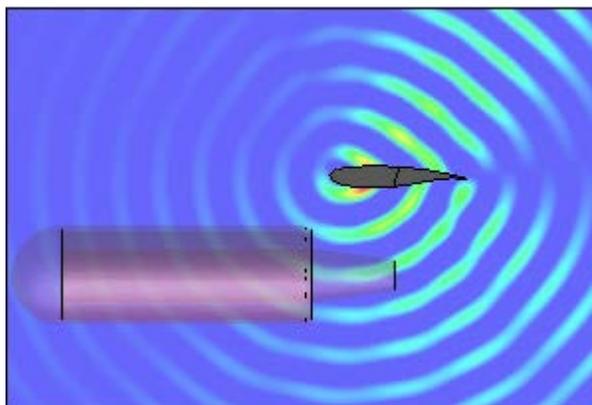


FIG. III.7 – Champ acoustique diffracté par l'aile.

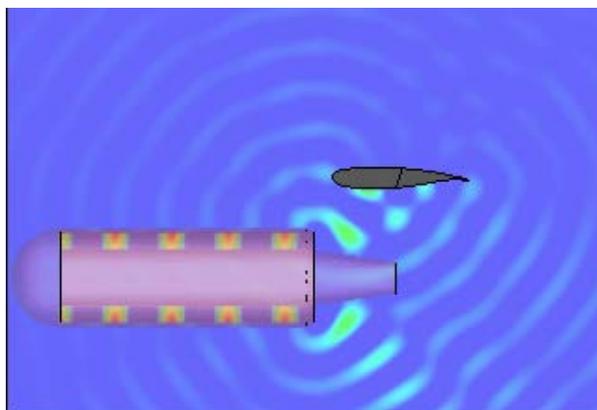


FIG. III.8 – Rayonnement du moteur en présence de l'aile.

La figure (III.6) montre la partie réelle de la pression acoustique générée par le moteur seul sans tenir compte de la présence de l'aile. Le rayonnement est axisymétrique sauf dans le domaine intérieur du moteur. La figure (III.7) représente la partie réelle de la pression acoustique diffractée par l'aile seule lorsque celle-ci a été éclairée auparavant par le moteur. Les valeurs du champ ont été amplifiées artificiellement pour permettre une meilleure visualisation de l'onde acoustique. De manière évidente, l'interaction avec le moteur du bruit rayonné par l'aile n'est pas prise en compte dans cette étape. Enfin la figure (III.8) décrit la partie réelle de la pression acoustique totale obtenue par la chaîne complète de couplage faible BEM/BEM comme la somme des deux champs de pression précédents.

La méthodologie de couplage faible BEM/BEM a été utilisée dans plusieurs études relatives aux effets d'installation au sein d'AIRBUS. Les avantages de cette méthode sont notables en comparaison d'un calcul sans couplage, à la fois en termes de complexité et de place mémoire. Concernant le calcul proprement dit des effets d'installation, le point le plus remarquable est le calcul en deux temps du rayonnement du moteur isolé puis de celui de l'aile. Ainsi, lorsque l'on étudie plusieurs configurations d'une même aile (configuration lisse ou avec volet déployé, position variable par rapport à la nacelle...) il n'est pas nécessaire d'effectuer à nouveau l'étape 1 relative au moteur. Cependant, lorsque les domaines $D1$ et $D2$ sont très proches en termes de longueur d'onde, la rétroaction du domaine $D2$ sur le domaine $D1$ n'est plus négligeable et il est nécessaire de mettre en place une méthodologie dite de couplage fort, que nous présentons au paragraphe III.4.5.

La méthodologie de couplage faible a été validée numériquement par comparaison avec un calcul *ACTIS* direct sur l'ensemble des domaines $D1$ et $D2$. La partie suivante est consacrée à l'évaluation de ce couplage faible BEM/BEM par comparaisons à des mesures.

III.4 Comparaison entre le calcul numérique et des mesures en chambre sourde : évaluation de la chaîne de calcul de couplage faible

La campagne de mesures a été réalisée dans la chambre anéchoïque d'AIRBUS France située à Blagnac. L'objectif premier est de mesurer en champ lointain l'effet d'installation d'un bruit aval de soufflante par une surface rigide positionnée à proximité d'une éjection en l'absence d'écoulement. Ces résultats expérimentaux autorisent alors la construction d'une base de données relative à l'effet d'installation et la validation de la méthode numérique de couplage. Dans cette perspective, l'essai réalisé permet de :

- simuler en chambre sourde le rayonnement de soufflante aval à travers une éjection secondaire sans mât à partir d'une répartition de modes azimutaux connus,
- simuler l'effet de masquage d'un bord de fuite sur la propagation de bruit en champ lointain,
- mesurer en champ proche la répartition modale effectivement générée,
- mesurer en champ lointain le bruit rayonné par le conduit d'éjection installé au-dessus de la surface masquante.

Le principe des mesures, le banc d'essai, les modèles d'éjection et de surface portante sont présentés dans un premier temps, suivis de l'analyse des résultats en configuration non conventionnelle au paragraphe III.4.2 et des mesures en configuration conventionnelle au paragraphe III.4.4.

III.4.1 Dispositif expérimental, configurations isolées et installées pour la mesure et le calcul

- Description du modèle d'éjection et principe des mesures en champ proche

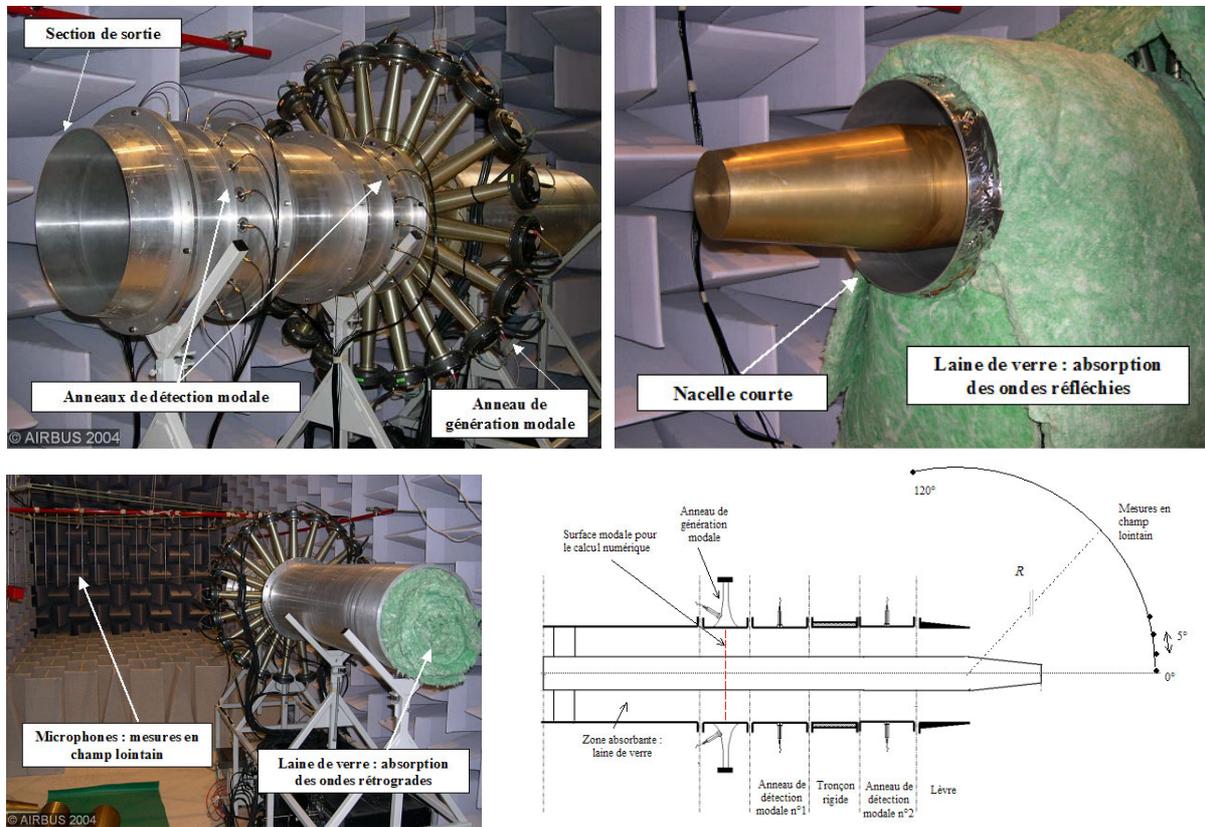


FIG. III.9 – Photographies et schéma du dispositif expérimental.

La maquette de conduit d'éjection, schématisée sur la figure (III.9), correspond à une forme simplifiée d'éjection à flux séparés avec cône immergé, dite *nacelle courte*, de rayon interne $0.1014m$ et de rayon externe $R = 0.169m$. La section annulaire a donc un rapport de rayon³ $h = 0.6$. La veine extérieure est constituée de plusieurs tronçons remplissant chacun une fonction spécifique. A l'intérieur du conduit, l'excitation acoustique est assurée par un anneau de 21 haut-parleurs, répartis de manière équidistante sur la circonférence de l'anneau. Le contrôle du signal émis en chaque point permet de générer des modes d'ordre azimutal m donné, avec m compris entre -10 et 10 . Ce nombre est directement lié au nombre de haut-parleurs utilisés. L'ordre radial des modes en revanche ne peut être contrôlé. Pour vérifier que le mode se propageant dans le conduit correspond bien au mode excité, le champ acoustique généré par l'anneau de haut-parleurs est analysé par l'intermédiaire de deux anneaux de détection modale constitués de 22 microphones affleurant la paroi externe du conduit. La présence de deux anneaux de détection permet de déterminer et de dissocier, sur la section de conduit correspondante, les amplitudes complexes incidentes $A_m^+(z)$ et réfléchies $A_m^-(z)$ des modes azimutaux et de valider la plus ou moins bonne émergence du mode excité par rapport aux autres modes. Pour finir, la partie arrière du conduit, ainsi que l'extérieur de la veine sont remplis de laine de verre afin d'absorber les ondes réfléchies dans le conduit et à l'extérieur.

3. Le rapport de rayon est le quotient du rayon interne par le rayon externe. Nous verrons l'importance de ce paramètre au chapitre suivant.

• **Description du modèle de surface portante et principe des mesures en champ lointain**

L'impact d'un empennage horizontal sur la propagation du bruit de soufflante aval en champ lointain est reproduit grâce à une maquette de surface portante possédant un bord d'attaque et un bord de fuite représentatifs. La maquette est un profil à deux dimensions de corde $0.5m$, étendu le long de l'envergure sur une longueur de $2m$. Elle est placée à proximité de l'éjection et maintenue en position verticale (Fig. III.10), afin de faciliter son déplacement et d'étudier différentes positions par rapport à la section de sortie du conduit. Les mesures en champ lointain sont réalisées par 49 microphones B&K $1/2''$ distribués tous les 5° sur deux arcs de rayon $10R$ dans les plans *flyover* et *sideline* (resp. plan horizontal et plan orienté de 56° par rapport au plan *flyover* dans la chambre sourde), où R est le rayon extérieur du conduit. Le principe de ces mesures en configuration installée est décrit sur les photographies de la figure (III.11).

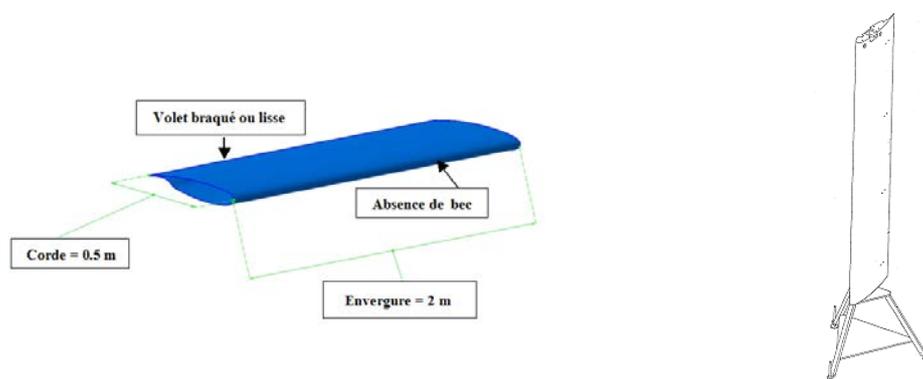


FIG. III.10 – Maquette de surface portante et dispositif de maintien.

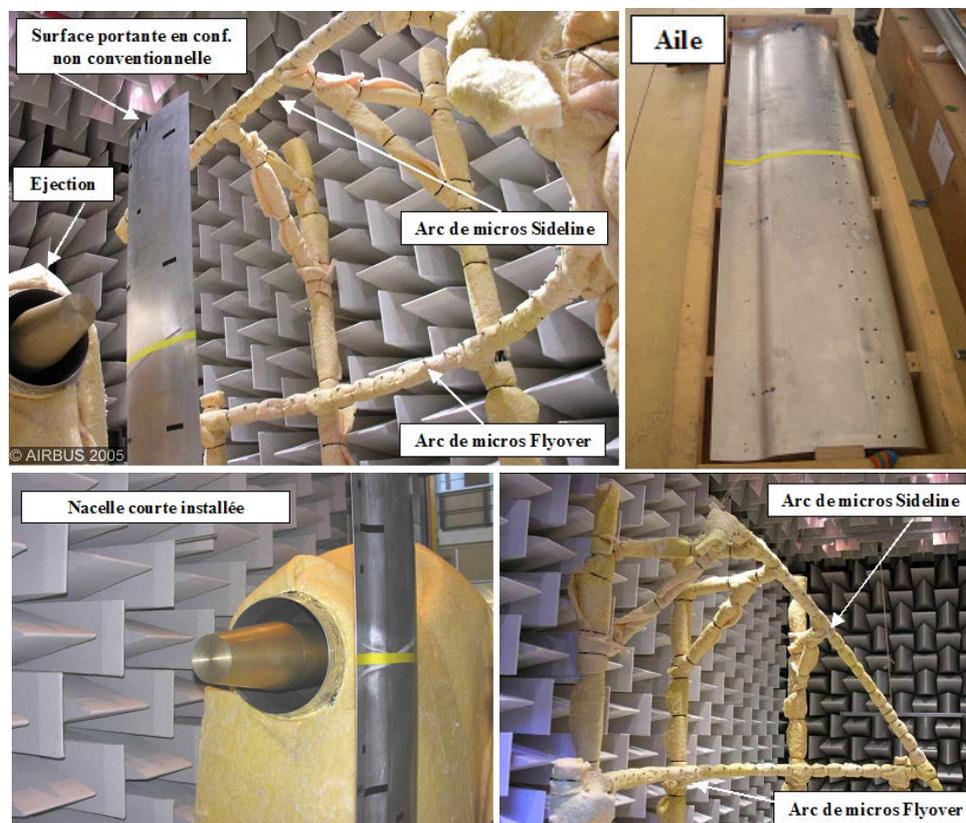


FIG. III.11 – Photographies de la configuration expérimentale installée et du dispositif de mesure.

• Configurations d'étude

Les mesures sont effectuées sans, puis avec la surface portante, pour quatre valeurs de fréquences $1662Hz$, $2289Hz$, $3301Hz$, et $4111Hz$ correspondant aux fréquences réduites respectives $kR = 5.19$, $kR = 7.15$, $kR = 10.31$ et $kR = 12.84$, où $R = 0.169m$. Le choix de ces fréquences est dicté principalement par deux critères:

- l'excitation et la détection modale ne permettent pas de distinguer les différents modes radiaux pour un ordre azimutal donné. Les fréquences d'études citées précédemment sont donc sélectionnées pour qu'un seul mode radial n soit passant dans la majorité des cas.
- En général, la dissociation des ondes incidentes et réfléchies à partir des mesures effectuées par les deux anneaux de détection modale n'offre pas de difficulté particulière. Cependant, Boden et Abom [1][8][24] ont montré que cette séparation n'est correctement réalisée qu'à la condition:

$$(p + 0.1)\pi < k_{z_{mn}} L_a < (p + 0.8)\pi \quad (\text{III.17})$$

où $k_{z_{mn}}$ est la constante de propagation axiale du mode considéré et L_a l'espacement entre les deux positions de mesure.

Les fréquences réduites citées sont retenues pour que les modes passants $(m,1)$ vérifient tous la condition (III.17). Seul le mode $(8,1)$ à la fréquence réduite $kR = 12.84$ ne respecte pas ce critère et le calcul de l'onde incidente est incorrect pour ce mode. Le tableau (III.1) indique pour chaque fréquence d'étude l'ensemble des modes passant sur une section annulaire de rapport de rayon $h = 0.6$.

kR=5.19	(0,1) (1,1) (2,1) (3,1) (4,1)
kR=7.15	(0,1) (1,1) (2,1) (3,1) (4,1) (5,1)
kR=10.31	(0,1) (0,2) (1,1) (1,2) (2,1) (2,2) (3,1) (3,2) (4,1) (4,2) (5,1) (6,1) (7,1) (8,1)
kR=12.84	(0,1) (0,2) (1,1) (1,2) (2,1) (2,2) (3,1) (3,2) (4,1) (4,2) (5,1) (5,2) (6,1) (6,2) (7,1) (7,2) (8,1) (9,1) (10,1)(11,1)

TAB. III.1 – Liste des modes passant pour l'ensemble des fréquences d'étude.

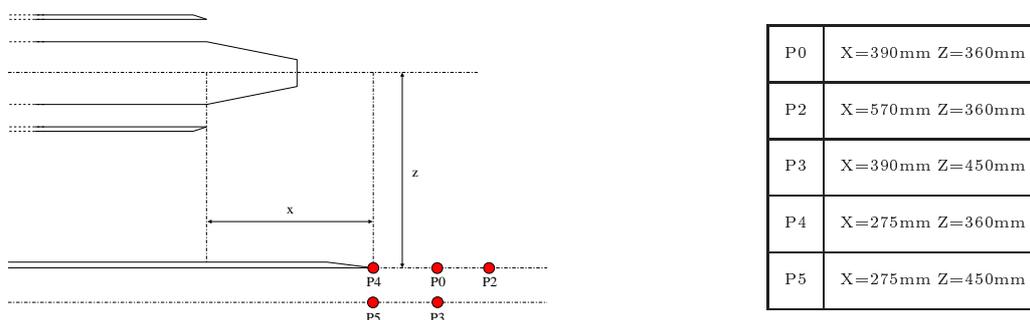


FIG. III.12 – Définition des cinq positions du bord de fuite de la surface portante testées durant la campagne.

Lorsqu'une fréquence est testée, les mesures en conduit et en champ lointain sont réalisées sur chacun des modes azimutaux passants séparément. Le bord de fuite de la surface masquante est positionné par rapport au conduit d'éjection secondaire (Fig. III.12) et cinq positions distinctes sont testées expérimentalement afin d'étudier l'effet de position de la surface portante sur le masquage.

III.4.2 Analyse des résultats en configuration non conventionnelle

• Mesures en conduit

Avant de comparer les rayonnements en champ lointain mesurés et les résultats théoriques, il convient de s'assurer de la correcte génération des modes dans le conduit, c'est-à-dire de vérifier que l'excitation spécifiée sur l'anneau de haut-parleurs correspond bien au mode mesuré par les deux anneaux de détection. La figure (III.13) présente les amplitudes des modes azimutaux détectés par les anneaux de microphones pour deux excitations données ($m = 4$ à $kR = 5.19$ et $m = 0$ à $kR = 10.31$).

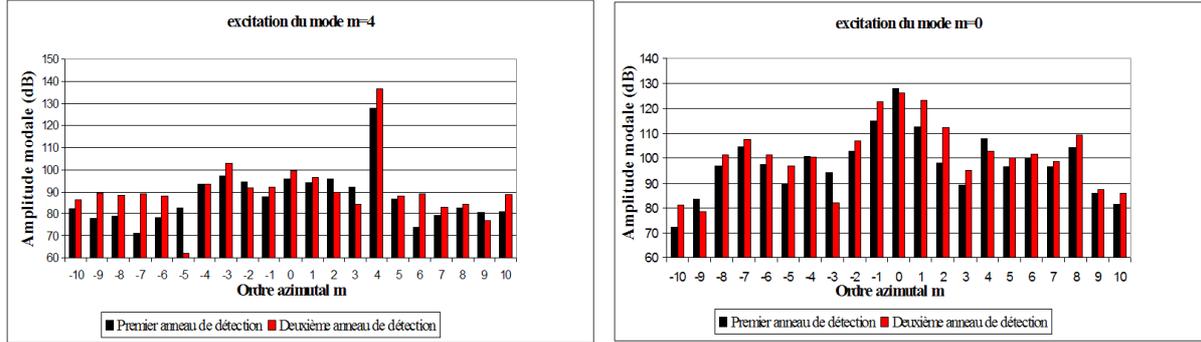


FIG. III.13 – Contenu modal sur les deux anneaux de détection pour l'excitation du mode $m = 4$ à $kR = 5.19$ (à gauche) et $m = 0$ à $kR = 10.31$ (à droite).

L'abscisse des diagrammes correspond à l'ordre azimutal des modes mesurés par les anneaux de détection. L'ordonnée indique l'amplitude en décibel $A_m^{dB}(z)$ de ces modes au niveau de la paroi externe, donnée par la relation:

$$A_m^{dB}(z) = 20 \log \frac{\|A_m(z,1)\|}{2.10^{-5}} \quad (\text{III.18})$$

où

$$A_m(z,1) = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(A_{mn}^+ F_{mn}^+(k_{r_{mn}}^+ 1) e^{ik_{z_{mn}}^+ z} + A_{mn}^- F_{mn}^-(k_{r_{mn}}^- 1) e^{ik_{z_{mn}}^- z} \right). \quad (\text{III.19})$$

On rappelle l'équation (III.20) de la pression acoustique dans un conduit, combinaison linéaire de modes incidents (notés +) et de modes réfléchis (notés -)(voir chapitre IV)

$$p(r,\varphi,z) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{im\varphi} \underbrace{\left[\sum_{n=1}^{+\infty} A_{mn}^+ F_{mn}^+(k_{r_{mn}}^+ r) e^{ik_{z_{mn}}^+ z} + \sum_{n=1}^{+\infty} A_{mn}^- F_{mn}^-(k_{r_{mn}}^- r) e^{ik_{z_{mn}}^- z} \right]}_{A_m(z,r)} \quad (\text{III.20})$$

Les histogrammes noir représentent les niveaux mesurés sur le premier anneau de détection et les histogrammes rouge ceux mesurés sur le deuxième anneau. Les deux diagrammes mettent en évidence dans le conduit la présence de modes passant autres que le mode principal, excités de manière parasite par l'anneau de génération. Deux cas de figure se présentent alors:

- la dynamique entre le mode principal excité et les modes parasites est supérieure à $20dB$. On en conclut que le mode se propageant dans le conduit correspond bien au mode excité; c'est le cas du mode (4,1) présenté. Dans ces circonstances, l'essai est satisfaisant et l'on peut comparer les mesures à un calcul numérique où seul le mode émergent est envoyé à la source.

- L'écart entre le niveau du mode principal et le niveau d'un ou plusieurs autres modes est inférieur à $20dB$. On conclut alors à la présence non négligeable de modes parasites dans le conduit; c'est le cas pour le mode 0 présenté. Dans ces circonstances, l'essai n'est pas satisfaisant et la comparaison au calcul numérique abandonnée.

On remarque dans tous les cas une différence de niveau mesuré par les deux anneaux de détection. Cette différence s'explique par la présence des ondes réfléchies dans le conduit, lesquelles se combinent aux ondes incidentes pour former une onde stationnaire responsable de la variation de niveau le long du conduit.

Nous présentons aux paragraphes suivants les comparaisons sans écoulement entre la pression rayonnée en champ lointain mesurée dans la chambre anéchoïque d'une part et calculée numériquement d'autre part. Les calculs sont effectués avec le solveur BEM *ACTI3S* sur la configuration moteur isolé et suivant la chaîne de couplage faible *ACTI3S/ACTIPOLE* (couplage BEM/BEM) en configuration moteur installé. Les cas expérimentaux retenus pour la validation sont sélectionnés afin d'être cohérents avec le modèle de calcul.

• Sélection des cas de validation

Dans l'optique d'une comparaison pertinente mesure/calcul, une série de cas expérimentaux est sélectionnée suivant plusieurs critères portant à la fois sur la source et sur la position du masque:

- numériquement, le modèle prend en compte une source modale parfaitement définie rayonnant à travers un conduit parfaitement axisymétrique. Le rayonnement en champ lointain de cette source est également axisymétrique.
- Expérimentalement, la détection radiale est absente, des modes parasites sont générés lors de l'excitation du mode principal et la propagation se fait à travers un conduit qui n'est pas parfaitement axisymétrique, ce qui peut entraîner une redistribution modale sur le mode excité.

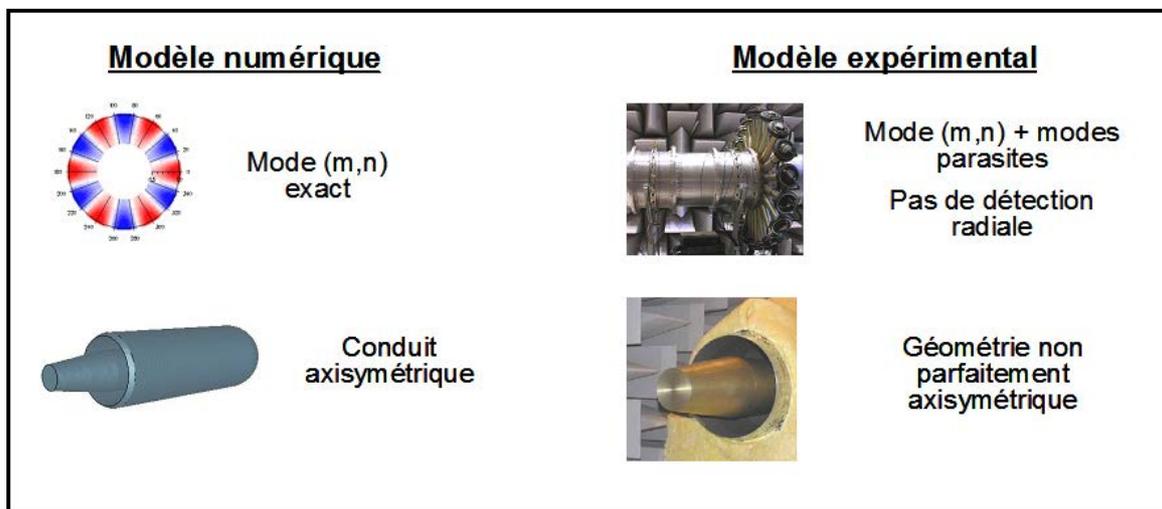


FIG. III.14 – Différences intrinsèques aux modèles numérique et expérimental.

Ces distinctions sont résumées sur la figure (III.14). La minimisation de l'impact de ces limitations expérimentales sur la comparaison avec le calcul numérique impose deux critères pour la sélection des cas de comparaison:

1. seuls les modes n'ayant qu'un ordre radial propagatif sont conservés.
2. L'axisymétrie du rayonnement est «vérifiée» en comparant les rayonnement sur les arcs *flyover* et *sideline*.

La comparaison des niveaux mesurés sur les deux arcs révèle en effet des différences, comme on peut le voir sur les figures (III.15). Deux phénomènes principaux expliquent ces écarts :

- la présence de modes parasites, lesquels se recombinent en champ lointain avec le mode principal, générant ainsi un rayonnement azimuthal.
- des défauts de mesures qui font apparaître des «trous» dans les tracés.

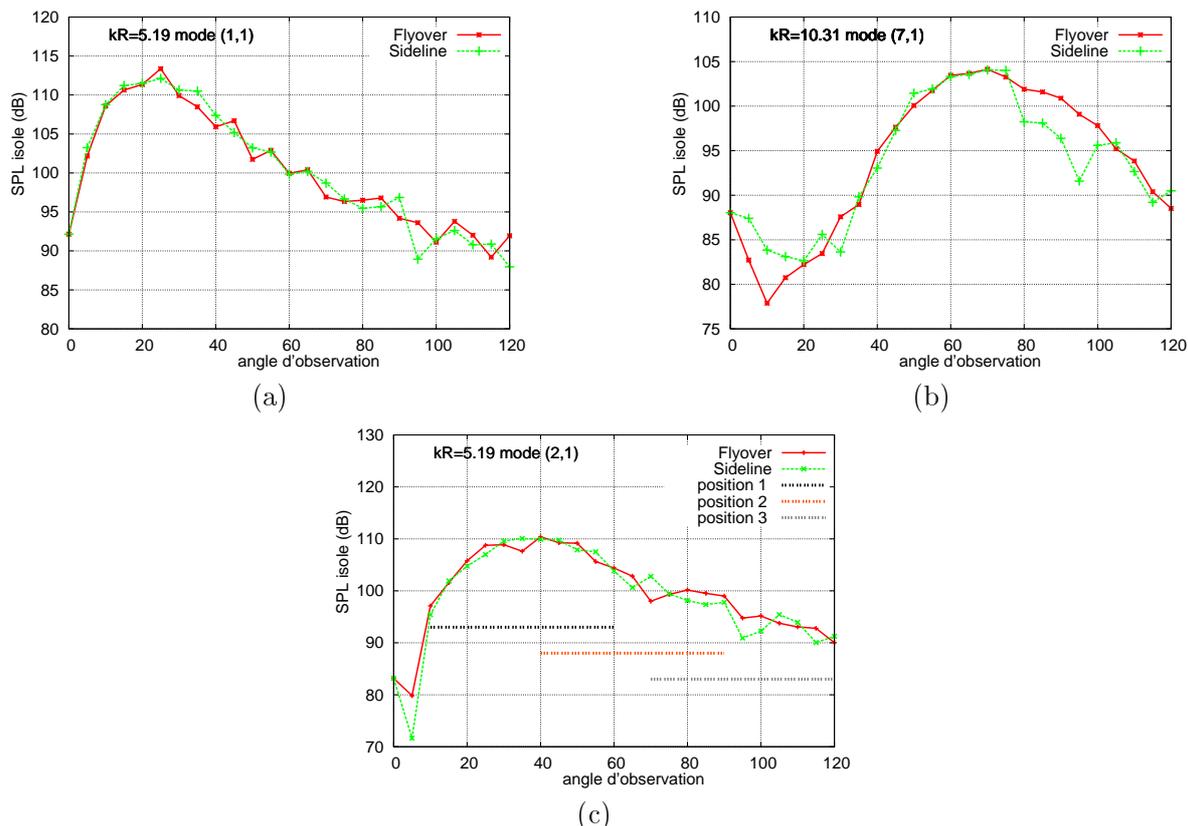


FIG. III.15 – Comparaison entre les rayonnements mesurés sur les arcs *flyover* et *sideline*.

Le cas de la figure (a) est retenu pour la validation; les rayonnements sur les arcs *flyover* et *sideline* y sont similaires. Dans le cas d'une erreur de mesure manifeste, comme sur le mode (7,1) de la figure (b) sur l'arc *sideline*, le cas est immédiatement rejeté pour la comparaison. Enfin, si les résultats sur les arcs *flyover* et *sideline* diffèrent au niveau du lobe principal de rayonnement, le mode est éliminé. Dans le cas où ces différences apparaissent dans une zone de rayonnement faible, le cas est sélectionné seulement si la zone concernée n'influence pas la diffraction, c'est-à-dire si au moins l'un des deux bords du masque se trouve dans la zone où la source est correctement simulée. Sur la figure (c), les positions 1 et 2 du masque vérifient ce critère. En position 3, les deux bords du masque sont dans une zone de faible niveau où les rayonnements *flyover* et *sideline* diffèrent. Le cas est rejeté pour la validation. Suivant cette démarche, plusieurs cas de comparaison ont été retenus.

Dans la partie suivante, nous présentons les résultats de la comparaison entre le calcul numérique par la méthode de couplage faible *ACTI3S/ACTIPOLE* et des mesures en chambre sourde. Essais et calculs sont réalisés pour quatre valeurs de la fréquence réduite $kR = 5.19$, $kR = 7.15$, $kR = 10.31$ et $kR = 12.84$. Les niveaux sonores sont évalués en champ lointain sur un arc de directivité de rayon $1.69m$ s'étendant de 0° à 120° , l'angle 0° correspondant à l'axe de l'éjection.

• **Rayonnement du moteur isolé : comparaison entre la mesure et le calcul à $kR = 5.19$**

La figure (III.16) présente la comparaison entre la mesure dans la chambre sourde de la pression rayonnée en champ lointain par le moteur isolé et le calcul BEM correspondant à la fréquence réduite $kR = 5.19$ sur l'arc *flyover* (la convention retenue fixe l'angle 0° suivant l'axe de l'éjection).

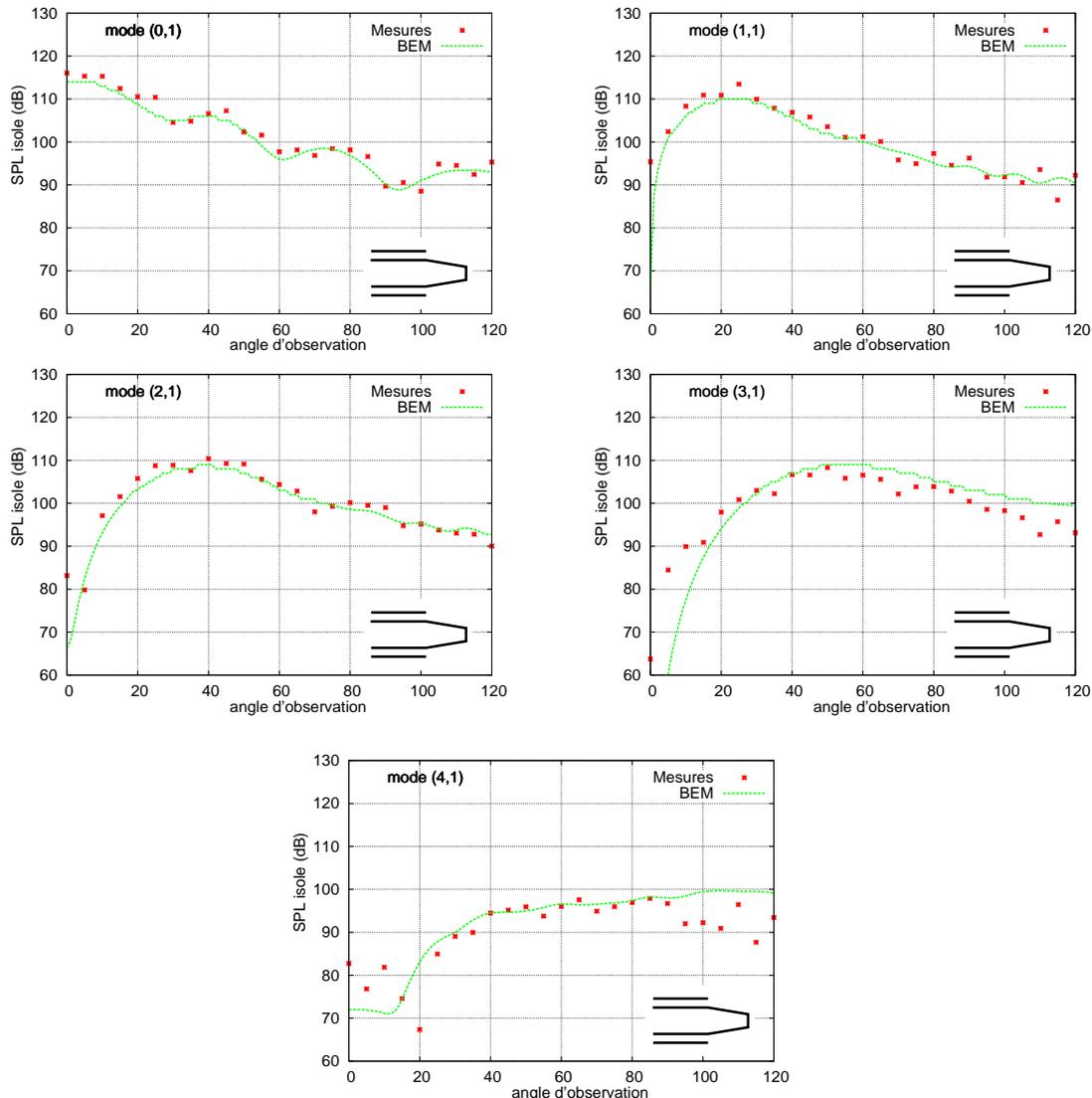


FIG. III.16 – Comparaison entre les rayonnements isolés mesurés et calculés pour l'ensemble des modes propagatifs à $kR = 5.19$, sans écoulement.

Sur l'ensemble des modes présentés, les comparaisons sont très satisfaisantes. On observe en effet une très bonne prédiction de la position du lobe principal de directivité ainsi que de l'allure générale du mode, notamment pour les modes (0,1) et (1,1) qui présentent une forme assez irrégulière. Pour ces modes, les maxima locaux de la courbe de directivité se retrouvent de manière très précise. Notons ici que le niveau fourni par le calcul a été recalé pour chaque mode sur le niveau mesuré suivant un facteur de recalage R_{mn} , tous les calculs ayant été réalisés avec un niveau incident de 100dB à la source: $p_{mn}^{mesure} = R_{mn} p_{mn}^{calcul}$, soit $SPL_{mn}^{mesure} = 20\log(R_{mn}) + SPL_{mn}^{calcul}$. Il est néanmoins possible d'imposer en entrée de la chaîne de calcul le niveau incident mesuré effectivement dans le conduit par les anneaux de détection, mais nous sommes davantage intéressés dans cette étude par l'écart entre les niveaux installés et isolés que par la détermination d'un niveau absolu. Dans ce contexte, la figure (III.18) compare par la suite l'effet d'installation

mesuré et calculé pour ces mêmes modes. Auparavant, la figure (III.17) compare les niveaux installés mesurés et calculés en présence de la surface masquante positionnée sous l'éjection. Pour chaque mode (m,n) calculé, la linéarité des équations de l'acoustique autorise un recalage par le même facteur R_{mn} que dans le cas isolé.

• **Rayonnement du moteur installé en configuration non conventionnelle: comparaison entre la mesure et le calcul à $kR = 5.19$**

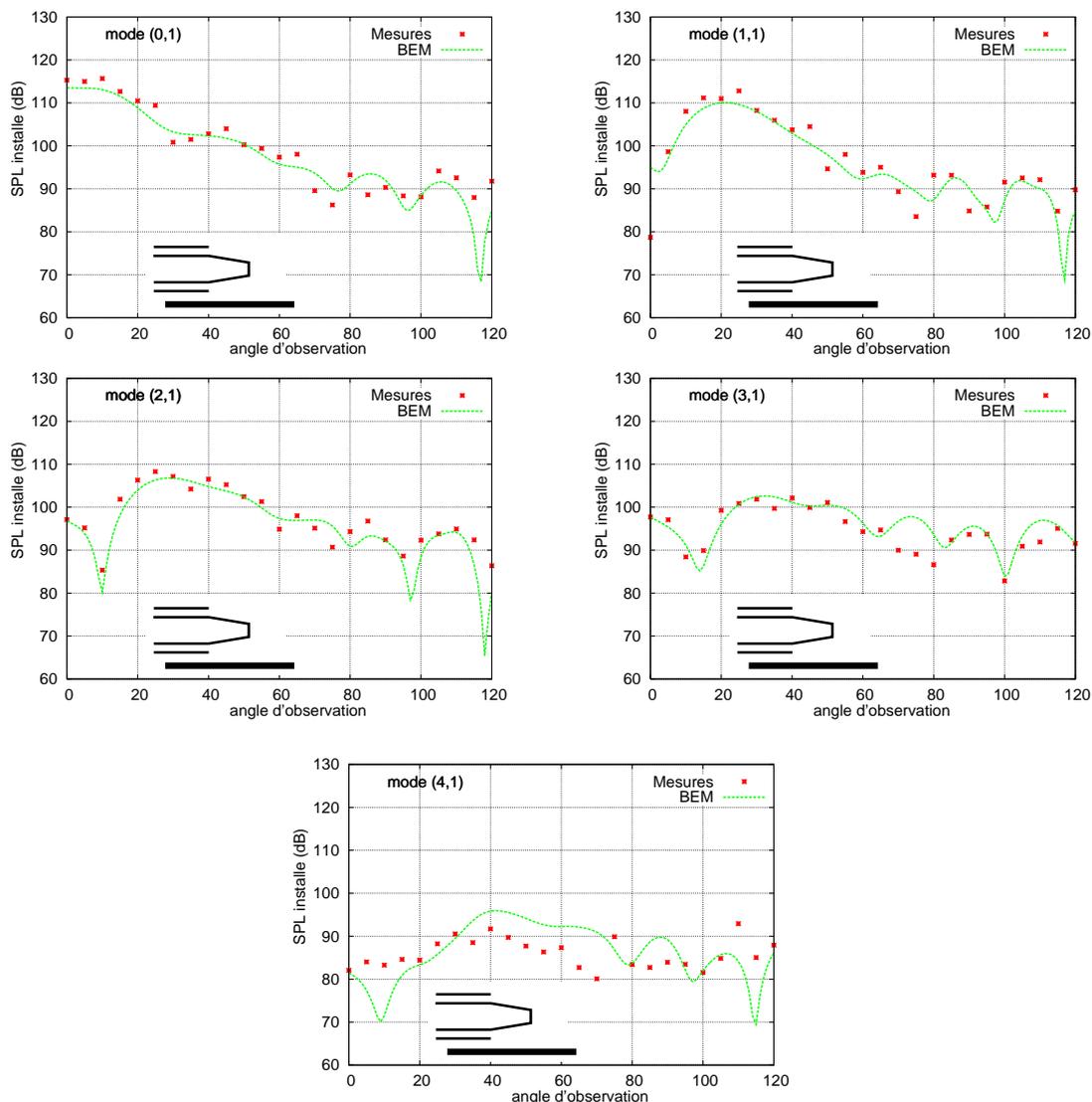


FIG. III.17 – *Comparaison entre les rayonnements installés mesurés et calculés pour l'ensemble des modes propagatifs à $kR = 5.19$, sans écoulement.*

Pour l'ensemble des résultats présentés ici, le moteur est installé au dessus de la surface portante placée en position $P0$ ($X = 390\text{mm}$ et $Z = 360\text{mm}$) décrite précédemment sur la figure (III.12). D'une manière générale, on observe un bon accord entre la mesure et le calcul. On peut cependant dissocier deux zones d'études :

- dans la zone aval, située entre 0° et 60° avec la convention choisie, la comparaison calcul/mesure est excellente. Le lobe principal de rayonnement de l'ensemble des modes étudiés se situe dans cette zone angulaire, et présente une très bonne cohérence en terme d'axisymétrie comme on l'a vu au paragraphe précédent en comparant les rayonnements

isolés sur les arcs *flyover* et *sideline*.

- Dans la zone amont située entre 60° et 120° , les rayonnements mesurés sur les deux arcs *flyover* et *sideline* présentent des dissymétries, ce qui peut expliquer certaines déviations entre la prédiction et la mesure, visibles par exemple sur le rayonnement du mode (3,1) entre 70° et 80° .

Plus précisément, on peut classer les différents modes étudiés en deux catégories:

- Les modes d'ordre azimutal faible (0,1) et (1,1) ont, dans la direction aval, une courbe de rayonnement en configuration installée similaire à celle de la courbe de niveau isolé correspondante, figurant un lobe de directivité de même niveau et de même position angulaire. En effet, ces modes rayonnant relativement près de l'axe de l'éjection, leur lobe principal est peu affecté par la présence du masque. Dans l'arc amont en revanche, les courbes de niveau en configuration installée sont plus chahutées et une série d'oscillations apparaît. Cette modification de la directivité aux angles plus élevés s'explique par l'influence du masque sur le rayonnement des lobes secondaire.
- Les modes d'ordre azimutal plus grand (2,1), (3,1) et (4,1) figurent une courbe de rayonnement d'allure générale altérée par rapport à la forme de leur rayonnement isolé. Effectivement, la direction de rayonnement du lobe principal de directivité de ces modes s'éloigne de l'axe, si bien que ces modes sont davantage masqués par la surface et le niveau observé à ces angles beaucoup plus faible.

L'ensemble de ces phénomènes visibles expérimentalement est reproduit par le calcul, qui prédit correctement à la fois l'amplitude et la forme du rayonnement installé. Compte tenu de l'incertitude relative à la simulation de la source, ces comparaisons permettent de valider le modèle de calcul.

• Effets d'installation du moteur en configuration non conventionnelle: comparaison entre la mesure et le calcul à $kR = 5.19$

A titre d'illustration, les effets d'installation correspondants mesurés sur l'arc *flyover* sont représentés sur la figure (III.18). Ils sont calculés comme la différence entre les niveaux de rayonnement en configuration installée et isolée. Par conséquent, l'écart entre la mesure et le calcul est majoré par la somme des valeurs absolues des écarts obtenus dans les configurations isolée et installée. Les prédictions sont donc toujours très satisfaisantes dans la zone aval et semblent se dégrader dans la zone amont. Cette comparaison souligne le risque encouru lorsque l'on se limite à l'étude de la courbe d'effet d'installation, où les erreurs commises sur les niveaux isolés et installés se cumulent. Ainsi l'erreur sur la prédiction de l'effet d'installation du mode (2,1) à 60° est de l'ordre de $5dB$ alors que son niveau installé est prédit avec une erreur inférieure à $2dB$. On préférera donc en général travailler à partir des niveaux absolus.

D'autre part, la majorité des cas présente un effet d'installation négatif correspondant à une atténuation du niveau sonore en présence de la surface masquante. Cette atténuation augmente avec l'ordre azimutal du mode et atteint des niveaux de $15dB$ dans certaines zones angulaires. En effet, plus l'ordre azimutal du mode considéré est grand, plus le mode rayonne loin de l'axe accentuant la tendance de son lobe de directivité à être masquée par la surface placée à proximité. Nous reviendrons un peu plus loin sur l'ensemble des paramètres gouvernant l'amplitude de l'atténuation en configuration non conventionnelle.

Résultats sur l'arc flyover

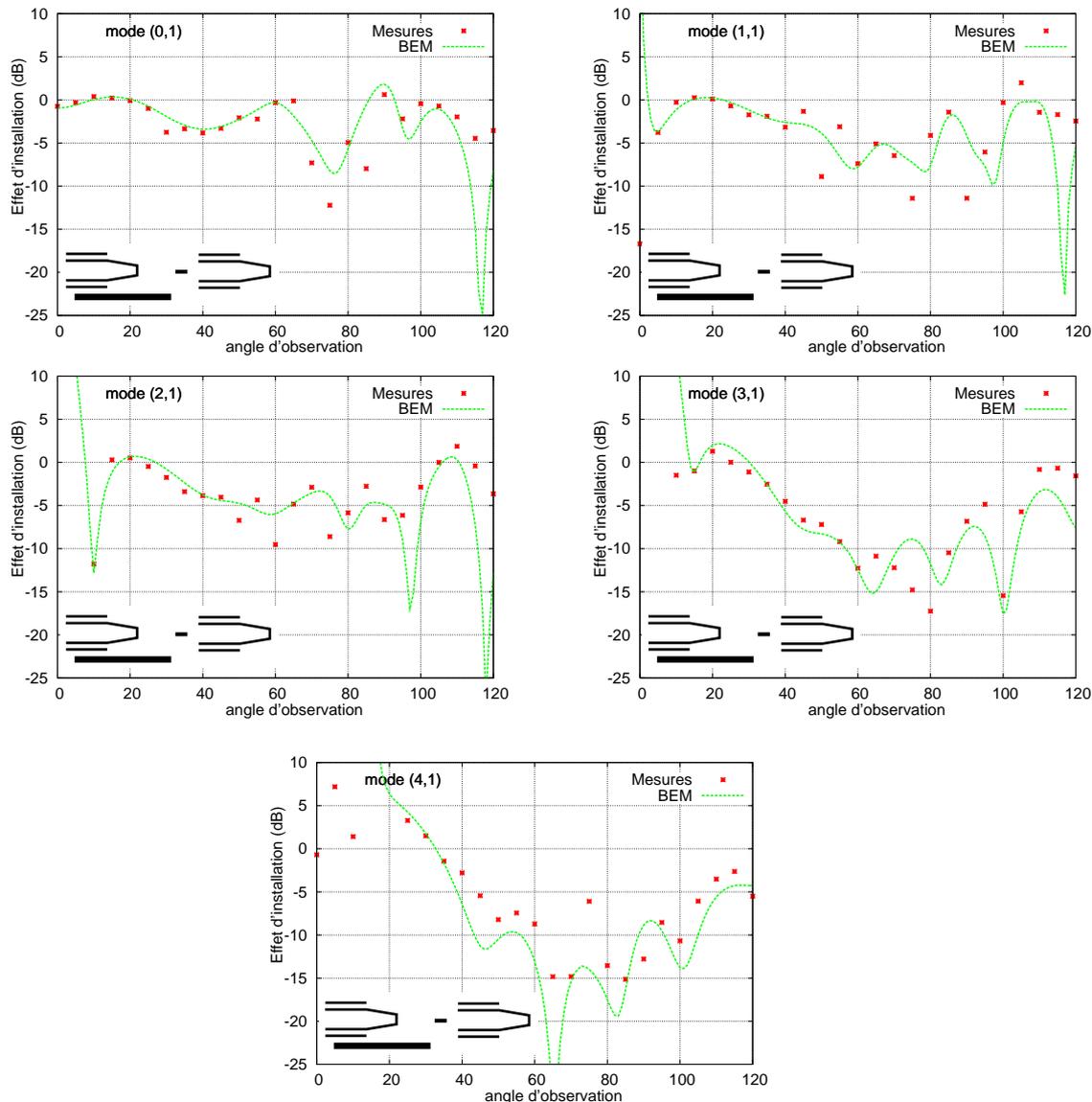


FIG. III.18 – Comparaison entre les effets d'installation mesurés (différence entre les mesures installées et isolées) et calculés sur l'arc flyover pour l'ensemble des modes propagatifs à $kR = 5.19$, sans écoulement.

L'un des aspects intéressant et original de cette campagne d'essai est la présence d'un deuxième arc de microphones appelé génériquement arc *sideline* orienté de 56° par rapport à l'arc *flyover* standard. D'une part, les 25 microphones de cet arc sont autant de points de mesure supplémentaires pour valider le calcul numérique, mais avant tout, cet arc contient un point de certification acoustique en vol, d'où l'importance d'une prédiction correcte des niveaux rayonnés dans cette zone. L'ensemble des figures (III.19) présente les effets d'installation calculés et mesurés sur l'arc *sideline* à la même fréquence réduite $kR = 5.19$. Des conclusions identiques au cas de l'arc *flyover* s'imposent ici, pondérées par un effet de masquage moins prononcé.

Résultats sur l'arc sideline

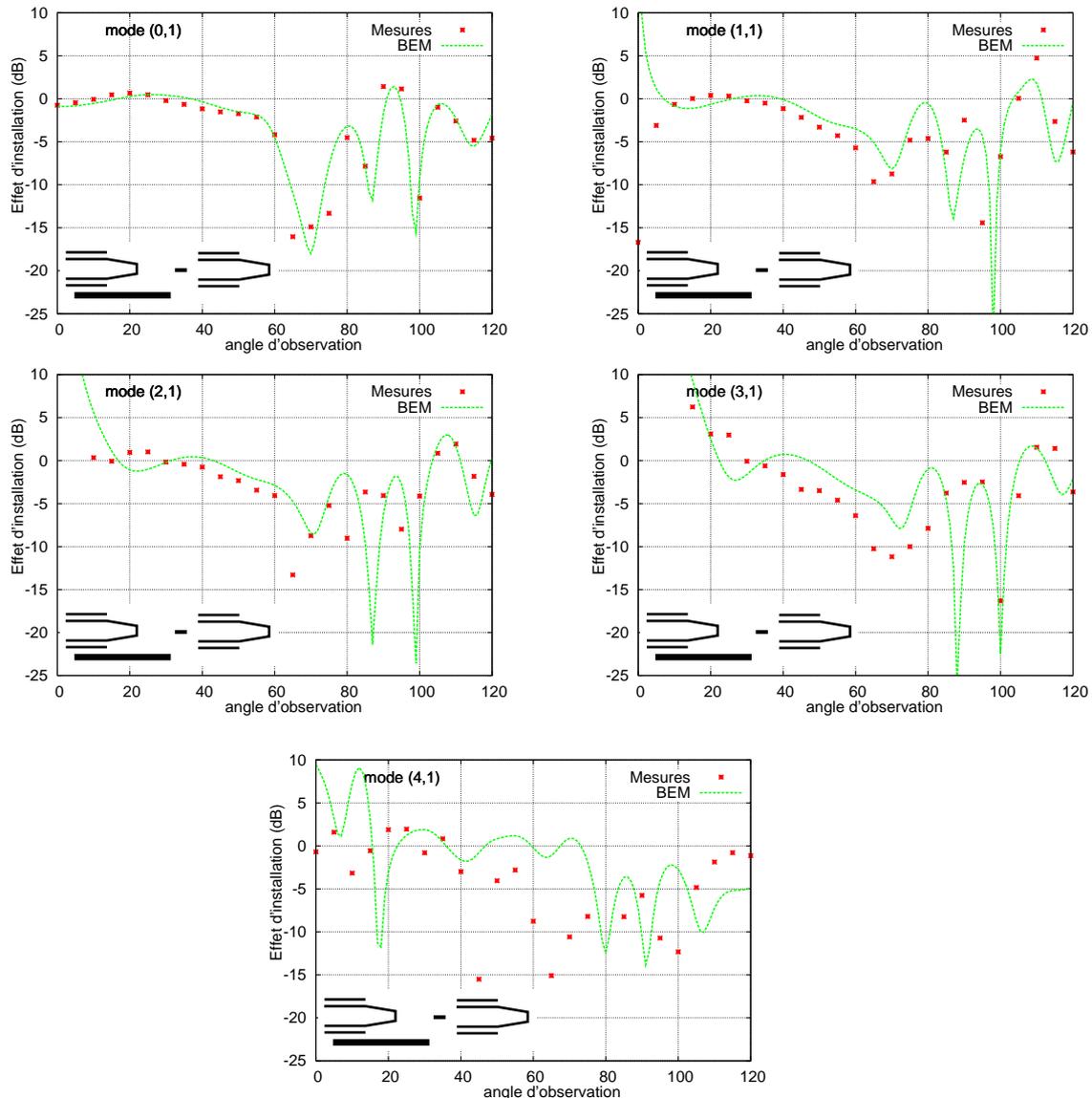


FIG. III.19 – Comparaison entre les effets d'installation mesurés (différence entre les mesures installées et isolées) et calculés sur l'arc sideline pour l'ensemble des modes propagatifs à $kR = 5.19$, sans écoulement.

• Autres résultats

Les tracés correspondant aux autres fréquences réduites testées sont regroupés en Annexe C. Seules les configurations ne présentant qu'un seul mode radial généré à la source sont présentées. C'est le cas de tous les modes passants à $kR = 7.15$ et uniquement des derniers modes azimutaux propagatifs à $kR = 10.31$. Comme à $kR = 5.19$, la comparaison mesure/calcul est très satisfaisante à ces fréquences et la forme globale des diagrammes de rayonnement très précisément reproduite par le calcul, aussi bien en présence qu'en l'absence de la surface masquante. D'une manière générale, lorsque la fréquence d'étude augmente, un mode s'éloigne de sa coupure et rayonne plus près de l'axe. Pour l'ensemble des modes propagatifs aux deux fréquences les plus basses $kR = 5.19$ et $kR = 7.15$, ce comportement est vérifié expérimentalement et par le calcul. Par conséquent, un mode donné est moins masqué aux fréquences plus

élevées, puisque le rayonnement de ce mode est moins impacté par la présence du masque et donc l'effet d'installation moins prononcé à cette fréquence: un maximum de $5dB$ d'atténuation est mesuré à $kR = 7.15$ (Fig. C.3), soit $10dB$ de moins qu'à la fréquence réduite $kR = 5.19$. A $kR = 10.31$, seuls les modes (5,1), (6,1), (7,1) et (8,1) n'ont qu'un seul ordre radial propagatif et les niveaux des rayonnements isolés de ces modes sont prédits de manière très précise par le calcul numérique (Fig. C.4). En revanche, les niveaux installés sont beaucoup plus chahutés, ce qui se traduit par des écarts plus importants entre la mesure et le calcul (Fig. C.5). De plus, les modes considérés ayant un ordre azimutal plus grand, ils rayonnent davantage en direction de la surface et l'atténuation mesurée est plus importante pour ces modes (Fig. C.6).

Au delà des comparaisons brutes entre les calculs numériques et les mesures, qui confirment la validité de nos méthodes de calcul, plusieurs phénomènes physiques sont mis en évidence par l'observation des résultats de la campagne d'essai. Nous les présentons dans ce qui suit.

III.4.3 Etude des paramètres gouvernant les effets d'installation en configuration non conventionnelle

La figure (III.20) superpose les amplitudes des niveaux isolés et installés du mode (7,1) mesurés à $kR = 12.84$. Le niveau isolé de ce mode a une dynamique de $30dB$, un rayonnement faible dans la direction de l'éjection (0°) et un lobe principal de directivité situé autour de 60° . Le niveau installé, c'est-à-dire en présence de la surface, présente un niveau atténué dans la région correspondant à l'étendue angulaire du masque représenté en pointillés noirs. La figure (III.21) montre l'effet d'installation correspondant, calculé comme la différence entre les niveaux mesurés avec et sans le masque. Plus l'effet d'installation est négatif et plus le niveau de bruit est atténué sous le masque. Dans le cas du mode (7,1), la courbe met en évidence un creux de $20dB$ dans la zone d'ombre et une remontée de l'effet dans la zone de faible niveau isolé.

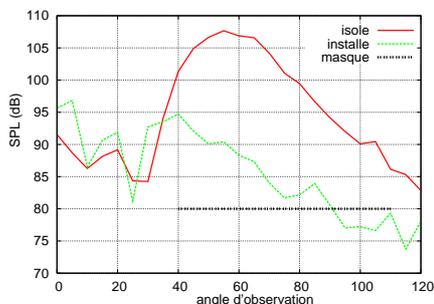


FIG. III.20 – Rayonnement isolé et installé du mode (7,1) à $kR = 12.84$.

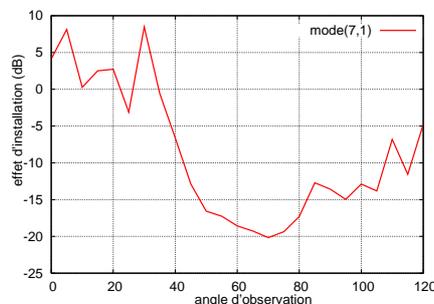


FIG. III.21 – Effet d'installation du mode (7,1) à $kR = 12.84$.

Cet exemple met distinctement en évidence un effet de masquage du bruit de soufflante aval par la surface portante en configuration non conventionnelle. L'ensemble des mesures de la campagne d'essai illustre au même titre un effet de masquage pouvant atteindre $25dB$ sur l'arc *flyover* et $20dB$ sur l'arc *sideline*. Comme nous l'avons mentionné au paragraphe précédent, cet effet varie en fonction de la fréquence d'étude et de l'ordre azimutal du mode. Cette liste n'est pas exhaustive: la directivité de la source, la position de la surface masquante sont autant de paramètres supplémentaires influençant l'effet de masquage. Dans cette optique, cette partie propose d'identifier et de hiérarchiser les différents paramètres gouvernant les effets d'installation en configuration non conventionnelle afin de guider par la suite l'optimisation de configurations avion à moindre bruit. En plus des résultats expérimentaux de la campagne d'essai, nous nous appuyons sur certains résultats de calculs analytiques avec une source modale ou ponctuelle omidirectionnelle, les conclusions étant différentes pour ces deux modèles de source.

• Effet de la fréquence

La diffraction, mesurant la facilité d'une onde à contourner un obstacle, augmente généralement avec la longueur d'onde comme rappelé en avant-propos. Cela signifie que les ondes hautes fréquences sont davantage masquées par une surface située entre la source et l'observateur. Nous avons essayé de mettre en évidence ce phénomène expérimentalement en comparant l'effet de masquage mesuré pour trois modes à trois fréquences réduites distinctes $kR = 7.15$, $kR = 10.31$ et $kR = 12.84$. Afin de s'affranchir d'autres phénomènes pouvant avoir un impact sur le masquage, les modes sélectionnés ont des directivités comparables, mises en évidence sur la figure (III.22). Les effets d'installation correspondant à chacun de ces modes sont présentés sur la figure (III.23). A cause du phénomène d'interférences, les courbes apparaissent très chahutées et ne permettent pas une comparaison satisfaisante des niveaux d'atténuation. De plus, nous avons limité les mesures à une gamme de fréquences relativement basses, afin de n'avoir qu'un seul mode radial propagatif, ce qui limite l'amplitude de variation de la fréquence d'étude dans les essais à un intervalle d'environ $3000Hz$. Pour une source omnidirectionnelle, l'effet attendu relatif à cette variation est inférieur à $5dB$. Dans le cas présent, la variation de niveau due aux interférences étant en certains points supérieure à $10dB$, l'effet de fréquence est trop fin pour être mis en évidence par ces mesures. A titre indicatif, les courbes d'atténuation équivalentes du rayonnement d'une source ponctuelle en présence d'un masque semi-infini sont représentées sur la figure (III.24) pour une plage de fréquence variant de $100Hz$ à $10000Hz$ et confirment l'augmentation de l'effet de masquage avec la fréquence pour une source omnidirectionnelle.

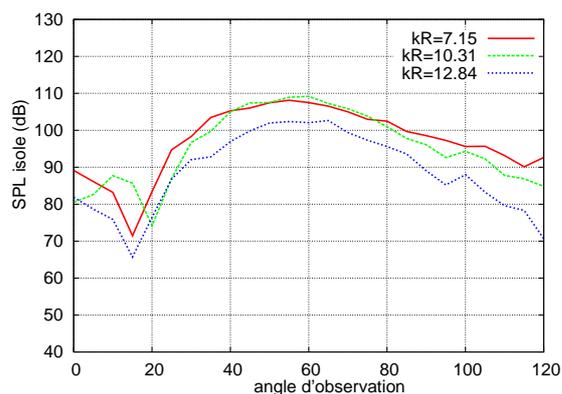


FIG. III.22 – Directivités isolées mesurées de trois modes à différentes fréquences.

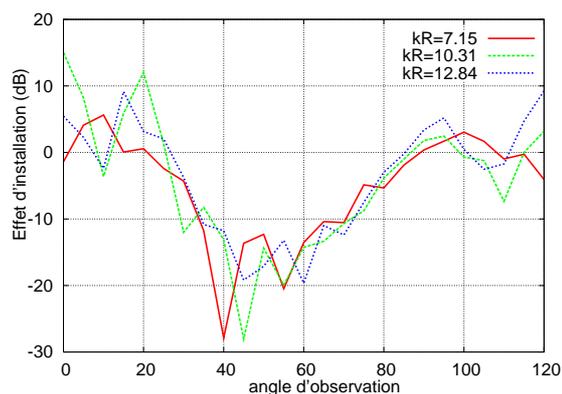


FIG. III.23 – Influence de la fréquence sur l'effet de masquage mesuré d'une source modale.

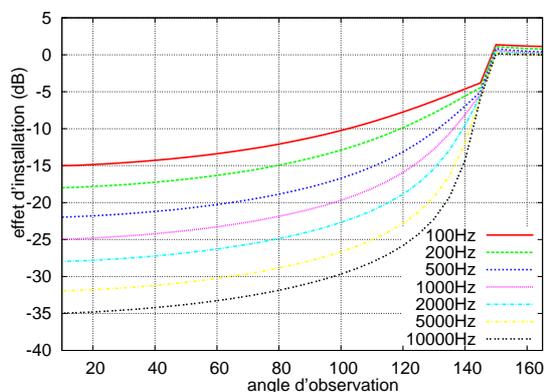


FIG. III.24 – Mise en évidence de l'effet d'une variation de fréquence sur le masquage d'une source ponctuelle par un demi-plan - calcul analytique.

• Influence de la directivité de la source

La directivité d'une source sonore est le niveau rayonné par cette source dans une direction donnée. L'influence de ce paramètre est mis en évidence expérimentalement, en comparant pour des sources de directivités différentes, les niveaux installés mesurés et donc l'efficacité du masquage. Les figures (III.25) et (III.26) représentent respectivement les niveaux isolés et installés des trois modes (5,1) (6,1) et (7,1) mesurés expérimentalement à $kR = 10.31$. On vérifie les deux points suivants:

- lorsque la source rayonne vers l'aval (source très directive), le niveau installé est piloté par la diffraction avale, donc par le bord de fuite. C'est le cas par exemple pour le mode (5,1) représenté en rouge. Ce mode a en effet un lobe de directivité très marqué qui impacte le bord de fuite du masque. De fait, la diffraction avale est prononcée et la régénération de bruit sous le masque dans la zone d'ombre géométrique, est importante. Cette catégorie de modes est très peu masquée.
- lorsque le rayonnement de la source se rapproche davantage de celui d'une source omnidirectionnelle, le niveau installé est piloté à la fois par la diffraction amont du bord d'attaque et avale du bord de fuite. C'est le cas du mode (7,1) représenté en bleu. Pour ce mode, la zone de fort niveau de bruit atteint le milieu du masque, et les niveaux impactant le bord d'attaque et le bord de fuite sont de $20dB$ inférieur à ceux du mode (5,1) précédent. La diffraction amont et avale est moins importante, et donc le niveau installé très atténué. Ce profil de modes est très bien masqué.

Le mode (6,1) représente un cas plus délicat à analyser: le lobe principal de directivité impacte la surface masquante, mais les niveaux atteignant le bord d'attaque et le bord de fuite sont intermédiaires. L'effet d'installation n'est pas aisément prévisible: dans le cas présenté, l'atténuation mesurée est comparable à celle du mode (7,1).

L'ensemble de ces résultats montre que l'étendue et l'amplitude de l'effet de masquage dépendent des niveaux de la source dans la direction du bord d'attaque et du bord de fuite. En effet, les points de la surface diffractante se comportent comme des sources secondaires cohérentes entre elles, et le champ observé est le résultat des interférences des ondes émises par ces sources. Or l'amplitude de l'onde réémise est directement proportionnelle au niveau de la source impactant le bord diffractant. La directivité est donc un paramètre déterminant pour l'effet de masquage d'une source sonore et de premier ordre par rapport à l'effet de fréquence. Des variations de $20dB$ de l'effet d'installation reliées uniquement à une modification de la directivité de la source sont effectivement observées sur l'ensemble des mesures.

La prédiction d'effets d'installation en configuration non conventionnelle requiert donc une étude approfondie du rayonnement isolé de la source considérée. Mais si la position des lobes de directivité est déterminante, elle est à évaluer dans le référentiel lié à la surface masquante. Directivité et position du masque sont interdépendants.

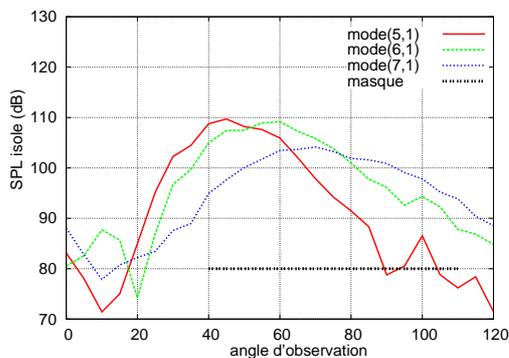


FIG. III.25 – Comparaison des directivités isolées mesurées des modes (5,1), (6,1) et (7,1).

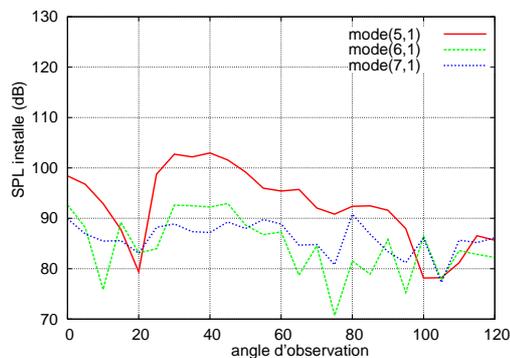


FIG. III.26 – Comparaison des niveaux installés mesurés des modes (5,1), (6,1) et (7,1).

• Influence de la position de la surface portante

Nous nous intéressons à la diffraction par le bord de fuite d'une aile, des considérations équivalentes s'appliquant naturellement au cas d'un bord d'attaque. Comme démontré auparavant, le niveau de masquage est piloté par le niveau de la source dans la direction du bord diffractant. La position de la surface portante est donc un paramètre sur lequel le constructeur peut jouer pour obtenir un masquage efficace. Nous étudions ici trois situations différentes: l'effet d'un déplacement de la surface masquante à angle θ fixé (Fig. III.27), l'effet d'un déplacement horizontal de la surface masquante à hauteur h constante (Fig. III.28) et enfin l'effet d'un déplacement vertical de la surface masquante à distance x du bord de fuite fixée (Fig. III.28).



FIG. III.27 – Déplacement de la surface masquante à θ fixé.

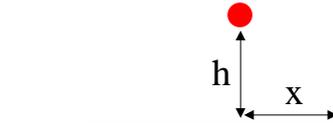


FIG. III.28 – Déplacement horizontal ou vertical de la surface masquante.

Effet d'un déplacement de la surface portante à θ fixé

Pour une source et un observateur donnés, on peut paramétrer la position relative du masque par rapport à la source par la grandeur sans dimension kD , où k est le nombre d'onde et D la distance entre la source et le bord de fuite, et par l'angle θ entre la source et la surface masquante (Fig. III.27).

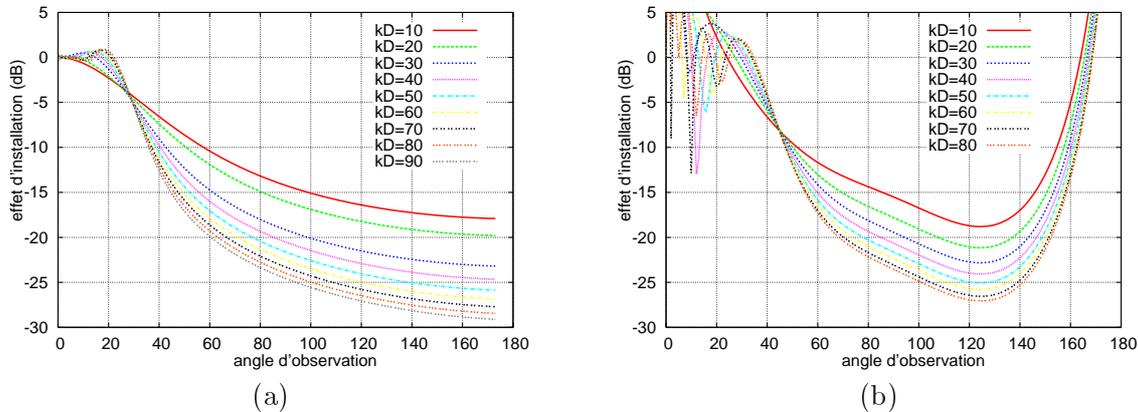


FIG. III.29 – Effet d'un déplacement du masque à θ fixé sur l'atténuation du rayonnement d'une source ponctuelle (a) et sur l'atténuation d'un mode (3,1) (b), calculé analytiquement.

A θ fixé, un déplacement vertical du masque n'a pas d'influence sur la forme de la courbe d'effet d'installation mais induit une simple variation de niveau de l'atténuation dans la zone d'ombre, que l'on considère une source ponctuelle (Fig. III.29(a)) ou une source modale (Fig. III.29(b)). Plus kD augmente, c'est-à-dire la distance entre la source et le bord de fuite à une fréquence donnée, plus le niveau est atténué sous le masque. On vérifie cette même tendance expérimentalement sur la figure (III.30) qui compare les différentes mesures d'effets de masquage obtenues pour les positions expérimentales $P3$ et $P4$ définies sur la figure (III.12), positions pour lesquelles l'angle θ est fixé à 40° . A nouveau, ce comportement est dicté par le niveau de la source au bord de fuite: plus la distance entre la source et le bord diffractant est grande et plus l'amplitude de l'onde réémise par la source secondaire est faible, et donc le niveau sonore dans la zone d'ombre atténué. A θ fixé, un masque acoustique est donc d'autant plus performant que la distance entre la source de bruit et le bord diffractant est grande.

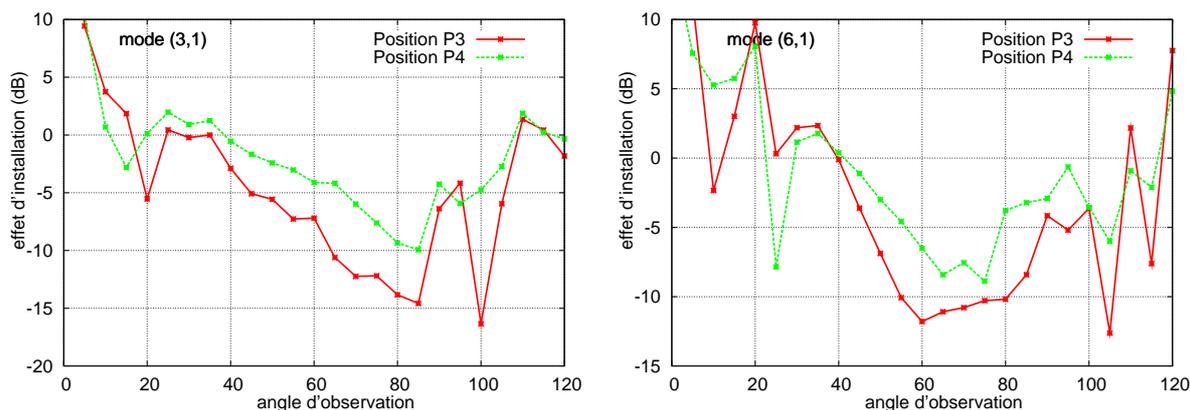


FIG. III.30 – Mise en évidence expérimentale de l'effet d'un déplacement du masque à θ fixé sur l'atténuation du rayonnement du mode (3,1) à $kR = 5.19$ et du mode (6,1) à $kR = 10.31$.

Effet d'un déplacement horizontal de la surface portante

Contrairement au cas précédent, l'effet d'un déplacement horizontal de la surface masquante, paramétré par le nombre sans dimension kx , où k est le nombre d'onde et x la distance au bord de fuite (Fig. III.31), n'est pas le même qu'il s'agisse d'une source ponctuelle ou d'une source modale. Le cas d'un monopôle est simple: plus le paramètre kx augmente, c'est-à-dire la distance entre la source et le bord de fuite à fréquence fixe, plus la zone d'ombre est étendue et l'atténuation forte dans cette zone (Fig. III.31(a)). En effet, le niveau impactant le bord de fuite est plus faible lorsque la source s'en éloigne, et l'amplitude des sources secondaires régénérant un champ sonore dans la zone d'ombre diminue. Dans le cas d'une source modale, l'analyse est compliquée par la dépendance de la directivité de la source au mode considéré. Il n'y a donc a priori pas de règle, mais quelques remarques d'ordre général s'appliquent bien au cas d'un mode n'ayant qu'un seul lobe de directivité. C'est le cas du mode (2,1) dont l'évolution de l'effet d'installation est présenté sur la figure (III.31(b)), ce mode possédant un unique lobe de rayonnement autour de 45° . Il est nécessaire d'étudier alors séparément la zone d'ombre profonde et la zone d'ombre située à proximité de la zone éclairée:

- dans la zone d'ombre peu profonde entre 0° et 80° , l'atténuation est d'autant plus importante que le nombre kx est grand.
- dans la zone d'ombre profonde, on observe un phénomène d'inversion lorsque kx atteint une valeur seuil. Dans le cas du mode (2,1) présenté, lorsque kx augmente de 0 à 15, le niveau impactant le bord de fuite est de plus en plus fort, et donc la régénération de bruit dans la zone d'ombre de plus en plus prononcée. Pour des valeurs de kx supérieures à 20, le lobe principal du mode est masqué, l'atténuation très marquée et ce phénomène s'accroît lorsque kx augmente.

On vérifie encore ce comportement de manière expérimentale sur les figures (III.32) comparant pour les deux modes (2,1) et (3,1) les trois positions expérimentales $P0$, $P2$ et $P4$ décrites comme précédemment sur la figure (III.12). Entre 0° et 60° , la position $P2$ a un effet de masquage plus prononcé que la position $P0$, elle-même plus prononcée que la position $P4$ et pour un angle supérieur à 60° , les comportements sont inversées.

En conclusion, déplacer horizontalement un masque acoustique revient pour une source omnidirectionnelle à augmenter ou diminuer la distance entre la source et le bord diffractant, et donc à augmenter ou diminuer en conséquence l'amplitude de l'onde acoustique réémise au niveau de ce bord. Pour une source directive, le déplacement horizontal du masque acoustique entraîne une variation du niveau impactant le bord diffractant, mais le sens et l'amplitude de cette variation de niveau dépendent complètement de la forme du rayonnement isolé de la source. Deux modes

distincts ne sont donc pas affectés identiquement par un déplacement donné. L'optimisation de configurations à moindre bruit devient à ce stade un problème relativement complexe, puisqu'il existe une position de masque adaptée à chaque source acoustique.

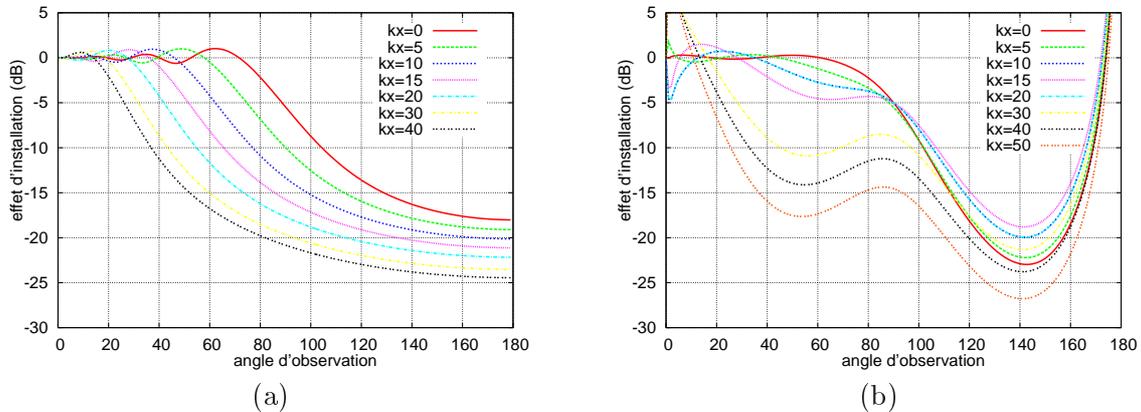


FIG. III.31 – Effet d'un déplacement horizontal du masque sur l'atténuation du rayonnement d'une source ponctuelle (a) et sur l'atténuation d'un mode (2,1) (b), calculé analytiquement.

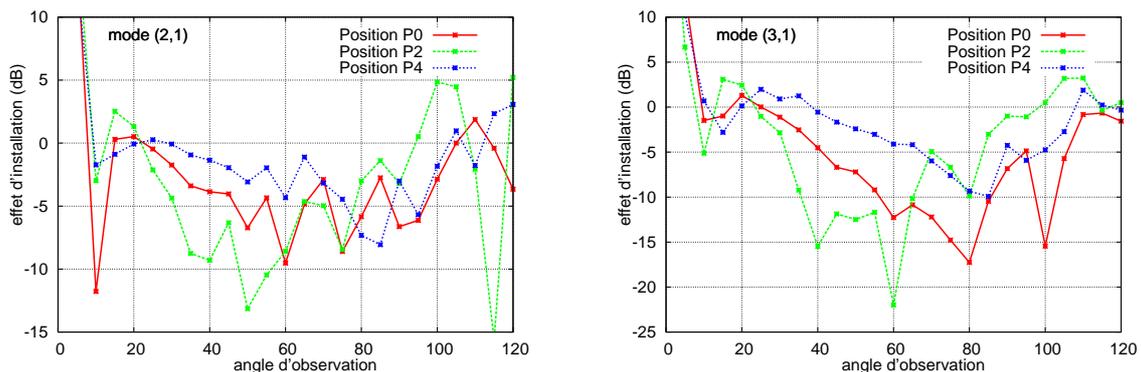


FIG. III.32 – Mise en évidence expérimentale de l'effet d'un déplacement horizontal du masque sur l'atténuation du rayonnement d'un mode (2,1) et d'un mode (3,1) à $kR = 5.19$.

Effet d'un déplacement vertical de la surface portante à x fixé

Finalement, un déplacement vertical de la surface portante à x fixé paramétré par le nombre sans dimension kh , où k est toujours le nombre d'onde et h la hauteur de la source (Fig. III.28), représente un compromis entre les deux effets précédents. Dans un premier temps, on remarque que plus kh augmente, c'est-à-dire la distance entre la source et le masque à une fréquence donnée, plus l'étendue angulaire de la zone d'ombre est réduite. Il est donc nécessaire de raisonner sur la zone d'ombre commune à toutes les positions. Pour une source ponctuelle, le rayonnement dans cette zone d'ombre est d'autant plus atténué que kh est grand (Fig. III.33(a)), l'amplitude de l'onde secondaire étant plus faible lorsque la source s'éloigne du bord. Dans le cas d'une source modale (Fig. III.33(b)), il est impossible de conclure sans étudier le rayonnement isolé du mode considéré. Suivant sa directivité, l'effet de position n'est pas identique. Expérimentalement, les figures (III.34) illustrent le cas de trois modes au comportement sensiblement différent. Le mode (3,1) est insensible au changement de position $P4$ à $P5$, le mode (4,1) est beaucoup plus atténué en position $P5$ qu'en position $P4$ et le mode (5,1) seulement faiblement atténué en position $P4$ comparé à la position $P5$.

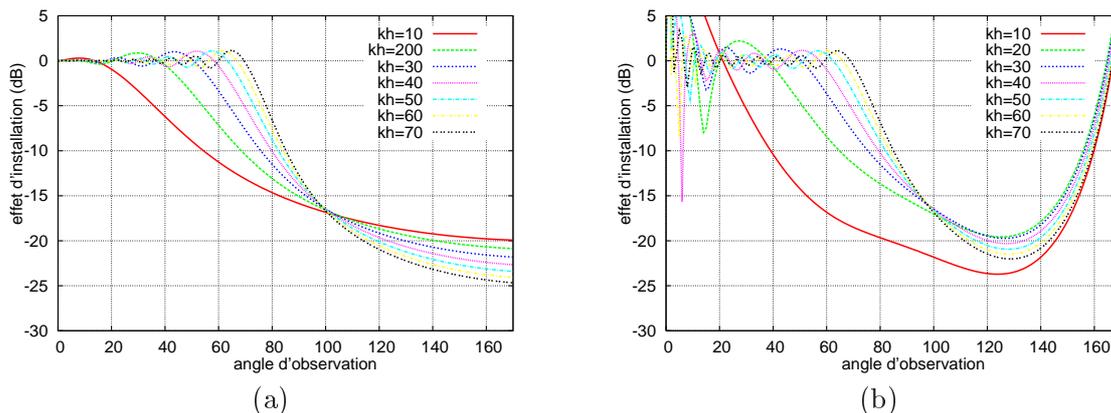


FIG. III.33 – Effet d'un déplacement vertical du masque sur l'atténuation du rayonnement d'une source ponctuelle (a) et sur l'atténuation d'un mode (3,1) (b), calculé analytiquement.

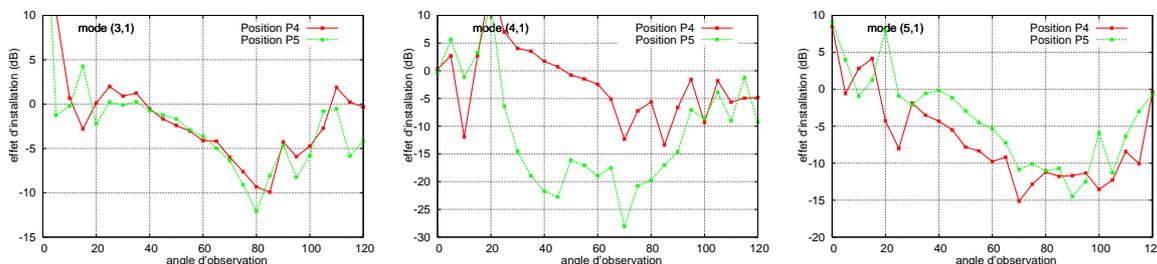


FIG. III.34 – Mise en évidence expérimentale de l'effet d'un déplacement vertical du masque sur l'atténuation du rayonnement d'un mode (3,1) à $kR = 5.19$, d'un mode (4,1) à $kR = 5.19$ et d'un mode (5,1) à $kR = 7.15$.

• Conclusions générales sur les effets d'installation en configuration non conventionnelles

En configuration non conventionnelle, lorsque la source de bruit est placée au-dessus d'une surface portante, la diffraction du rayonnement par les bords d'attaque et de fuite est le phénomène physique responsable de la non nullité du champ acoustique dans la zone d'ombre géométrique. D'après le principe de Huygens rappelé en avant-propos, ce phénomène de diffraction est le résultat des interférences entre les ondes réémises par les sources secondaires situées au niveau des bords diffractants, l'amplitude de ces sources étant directement proportionnelle au niveau de rayonnement de la source principale dans la direction de ces bords. Par conséquent, l'effet d'installation est gouverné au premier ordre par le niveau sonore impactant le bord diffractant et la directivité de la source apparaît comme le paramètre principal à prendre en compte pour l'optimisation d'une configuration à moindre bruit. Dans le cas des sources modales qui nous intéressent particulièrement, la directivité est liée à l'ordre azimutal du mode: plus l'ordre azimutal est élevé et plus son angle de rayonnement augmente, donc plus ce mode est en général masqué. La position optimale de la surface masquante est donc entièrement liée à la directivité de la source.

La distance entre une source et un masque est un autre paramètre sur lequel le constructeur peut jouer pour améliorer l'effet de masquage: si l'angle θ formé par la source, le bord de fuite et le masque reste constant, l'augmentation de la distance entre la source et le bord de fuite induit une atténuation du niveau sonore dans la zone d'ombre. Dès que cet angle varie, le niveau sonore est entièrement dépendant de la directivité de la source et on ne peut plus conclure sur l'effet de distance. Enfin, la variation de fréquence de la source s'avère être un paramètre secondaire par rapport aux précédents. Son influence est réelle mais significative seulement pour des échelles importantes, qui ne sont pas compatibles avec notre cadre d'étude.

III.4.4 Analyse des résultats en configuration conventionnelle

Sur une configuration avion classique dite configuration conventionnelle, le moteur étant placé sous la voilure, une partie du champ rayonné par l'éjection est réfléchi vers le sol. Dans ces circonstances, l'effet d'installation tend généralement à renforcer le niveau de bruit perçu. Ce phénomène physique, jusqu'à présent non pris en compte dans les calculs de prédiction de bruit en vol, est pourtant à même de modifier profondément le champ sonore. La situation se complique davantage lorsque le volet est déployé puisque des réflexions multiples sont rendues possibles par la présence d'une paroi supplémentaire. Aux rayons directs et réfléchis viennent s'ajouter enfin les rayons diffractés par le bord d'attaque et le bord de fuite. Leur contribution énergétique s'avère secondaire, mais peut se révéler non négligeable dans certaines configurations de braquage de volet. Ces champs acoustiques de différentes natures interagissent et modifient le niveau sonore mesuré au sol. Afin d'appréhender cet effet, il est essentiel d'évoquer la notion classique de cohérence de sources acoustiques.

• Notion de sources cohérentes

La cohérence en physique est l'ensemble des propriétés de corrélation d'un système ondulatoire. Elle mesure la capacité d'une ou plusieurs ondes à donner naissance à des interférences résultant d'une relation de phase définie. En acoustique, deux sources sonores sont cohérentes lorsque leur déphasage est constant.

Considérons deux sources S_1 et S_2 de pulsation ω et de phases respectives φ_1 et φ_2 . L'intensité totale I_{tot} mesurée par un microphone placé en dehors des sources s'écrit

$$I_{tot} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (\text{III.21})$$

où I_1 (resp. I_2) représente l'intensité mesurée par le microphone en présence de la seule source S_1 (resp. S_2). Lorsque les sources sont incohérentes, le cosinus s'annule en moyenne et l'intensité totale s'écrit comme la somme des intensités dues à chacune des sources. Lorsque les sources sont au contraire cohérentes, la valeur du cosinus est non nulle.

Considérons maintenant une source acoustique à proximité d'une paroi parfaitement réfléchissante. Comme déjà mentionné en avant-propos, l'action du plan réfléchissant peut être modélisée par le rayonnement de la source image. La source et son image ayant même amplitude, l'expression (III.21) de l'intensité totale en tenant compte de la réflexion devient

$$I_{tot} = 2I_1 + 2I_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (\text{III.22})$$

Si les sources sont incohérentes, ce qui se produit par exemple en présence d'un écoulement réel qui perturbe les trajets acoustiques et donc les différences de phase, l'intensité de l'onde réfléchie s'ajoute simplement à celle de l'onde incidente, doublant celle-ci:

$$I_{tot} = 2I_1, \quad (\text{III.23})$$

soit,

$$I_{tot}(dB) = I_1(dB) + 3dB. \quad (\text{III.24})$$

L'intensité en présence de la surface réfléchissante est dans ce cas de $3dB$ supérieure à l'intensité de la source rayonnée en champ libre. Lorsque les sources sont cohérentes, des interférences constructives et destructives se succèdent et l'intensité totale atteint au maximum $4I_1$, soit $I_1(dB) + 6dB$. Ainsi l'écart entre le niveau sonore mesuré et celui qui serait reçu en champ libre peut atteindre $6dB$.

Lors de la campagne de mesure présentée au début de ce chapitre, des essais en configuration conventionnelle ont également été réalisés avec une surface portante en position lisse (volet rentré - Fig. III.35) ou en position braquée (volet déployé - Fig. III.36). Les mêmes fréquences

réduites $kR = 5.19$, $kR = 7.15$, $kR = 10.31$ et $kR = 12.84$ ont été testées. La suite de ce paragraphe propose une analyse de ces résultats expérimentaux ainsi qu'une comparaison à des calculs numériques.



FIG. III.35 – Surface portante en configuration lisse dans la chambre sourde.



FIG. III.36 – Surface portante en configuration braquée dans la chambre sourde.

- **Rayonnement du moteur isolé: comparaison entre la mesure et le calcul à $kR = 5.19$**

Le rayonnement du moteur isolé n'est pas représenté à nouveau puisqu'il est indépendant de la notion de configuration conventionnelle ou non conventionnelle. On pourra se reporter aux figures (III.16, C.1 et C.4) pour le tracé des résultats. Pour cette étude, ni les mesures ni les calculs isolés n'ont donc été reproduits. La méthodologie de décomposition de domaine démontre ici tout son intérêt, puisque quels que soient le nombre et la nature des configurations installées examinées, le calcul dans le domaine $D1$ relatif au moteur isolé n'est effectué qu'une seule et unique fois.

- **Rayonnement du moteur installé et effets d'installation en configuration conventionnelle: comparaison entre la mesure et le calcul à $kR = 5.19$**

Aile en configuration lisse - résultats sur l'arc flyover

La figure (III.37) présente la comparaison mesure/calcul de la pression rayonnée en champ lointain par un moteur installé sous une aile en configuration lisse. D'une manière générale, la forme du rayonnement mesurée sur l'arc *flyover* n'est plus similaire à celle d'un mode présentant un lobe de directivité principal bien marqué mais apparaît comme une succession d'extrema locaux. En particulier, les angles d'amplitude maximale de rayonnement des configurations installées et isolées diffèrent. En effet, la présence de l'aile à proximité du moteur réfléchit une partie du champ rayonné s'ajoutant au champ direct au niveau des microphones de mesure. En l'absence d'écoulement, le champ direct et le champ réfléchi sont cohérents et la succession d'interférences constructives et destructives est responsable de l'oscillation du champ acoustique mesuré qui déstructure entièrement la forme du mode. Ces interférences sont prises en compte par le calcul numérique qui prédit donc de manière satisfaisante l'amplitude et la forme des courbes expéri-

mentales. Le faible accroissement de l'écart entre la mesure et le calcul par rapport au cas non conventionnel s'explique par les brusques variations du niveau sonore dans cette configuration rendant numériquement et expérimentalement les phénomènes assez sensibles à la position des microphones et à leur nombre.

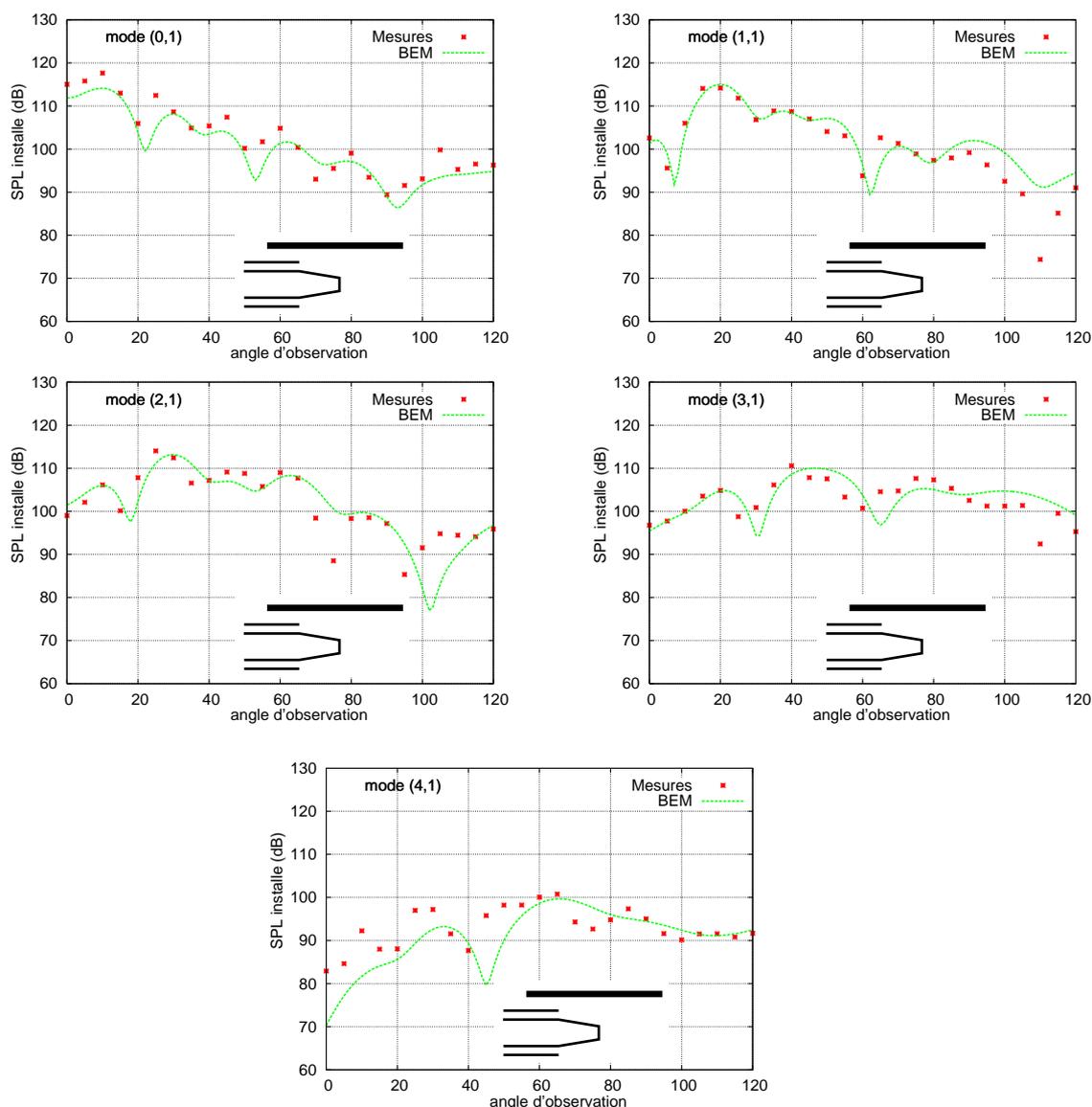


FIG. III.37 – Comparaison entre les rayonnements installés mesurés et calculés sur l'arc flyover pour l'ensemble des modes propagatifs à $kR = 5.19$, sans écoulement - configuration lisse.

L'effet d'installation correspondant, c'est-à-dire la différence entre les niveaux installés et isolés, est représenté sur la figure (III.38). On retrouve sur les courbes expérimentales et par le calcul les niveaux théoriques attendus explicités au début du paragraphe évoquant la cohérence des sources: l'effet d'installation atteint un maximum de $+6dB$ par rapport au niveau isolé. Les interférences destructives ne sont elles pas minorées et des creux de $20dB$ sont visibles par exemple sur le tracé relatif au mode (2,1). La forte augmentation de l'effet d'installation entre 0° et 20° pour les modes d'ordre azimutal non nul s'explique par l'absence de rayonnement dans cette direction en configuration isolée. La présence de l'aile contribue à augmenter le niveau

de bruit perçu au niveau du sol, et de surcroît crée un champ sonore dans une direction où le moteur seul ne rayonne pas. Ces niveaux démontrent la nécessité de prendre en compte un calcul d'effet d'installation dans les prédictions puisqu'en configuration installée, la forme et l'amplitude du rayonnement du moteur sont profondément modifiées. Dans le cas plus réaliste d'un avion en vol néanmoins, l'écoulement autour du moteur devient relativement complexe, si bien que la cohérence entre les champs directs et réfléchis est perdue. Dans ce cas, on prédit un maximum de l'effet d'installation voisin de $+3dB$ seulement, toutes les remarques précédentes restant valables, en particulier la déstructuration de la forme du mode en présence de l'aile. La situation se complique davantage lorsque le volet est déployé.

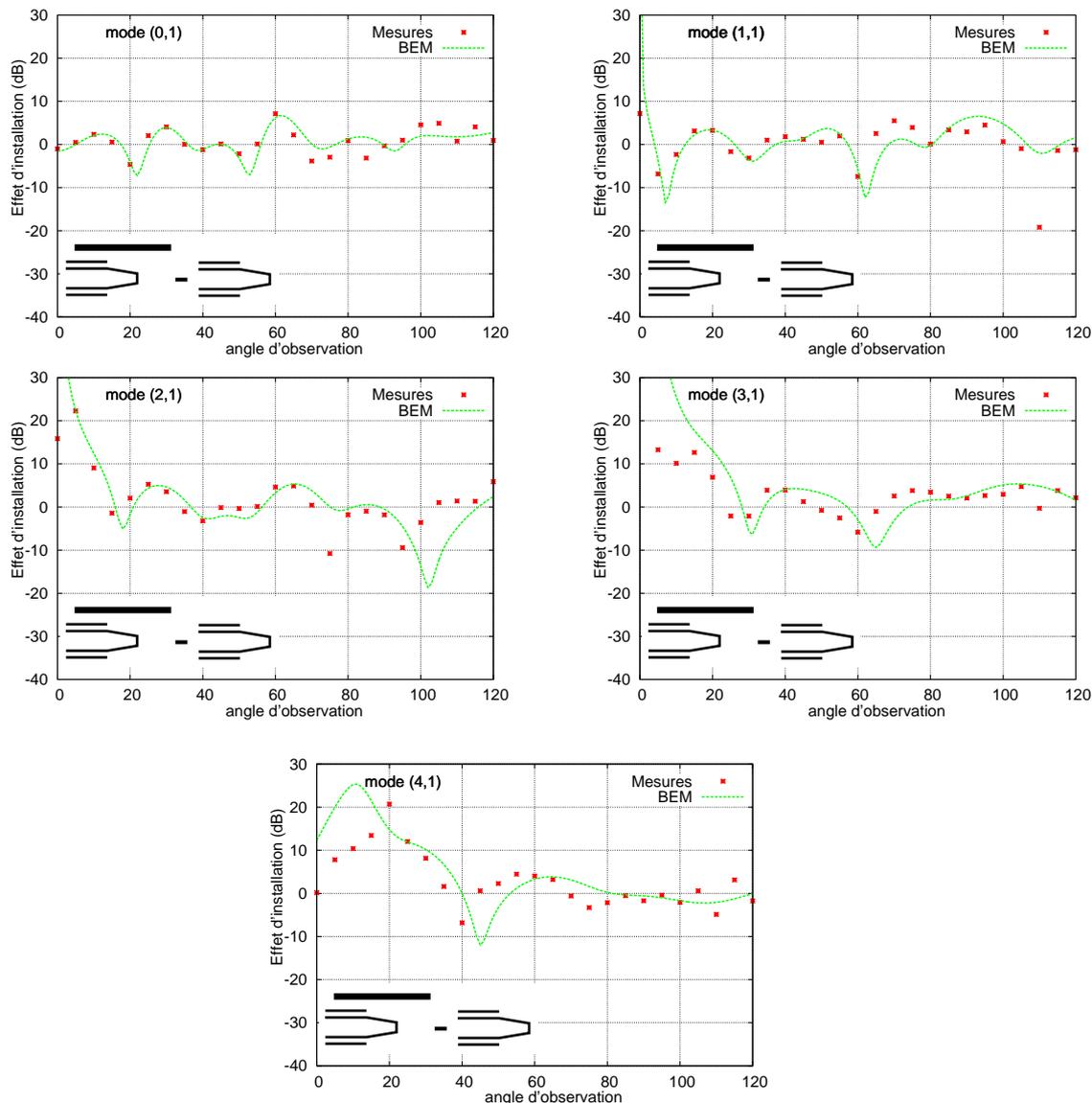


FIG. III.38 – Comparaison entre les effets d'installation mesurés (différence entre les mesures installées et isolées) et calculés sur l'arc flyover pour l'ensemble des modes propagatifs à $kR = 5.19$, sans écoulement - configuration lisse.

Aile en configuration volet braqué à 40° - résultats sur l'arc flyover

La figure (III.39) compare les mesures et un calcul de couplage faible BEM/BEM en configuration braquée, pour l'ensemble des modes propagatifs à la fréquence $kR = 5.19$.

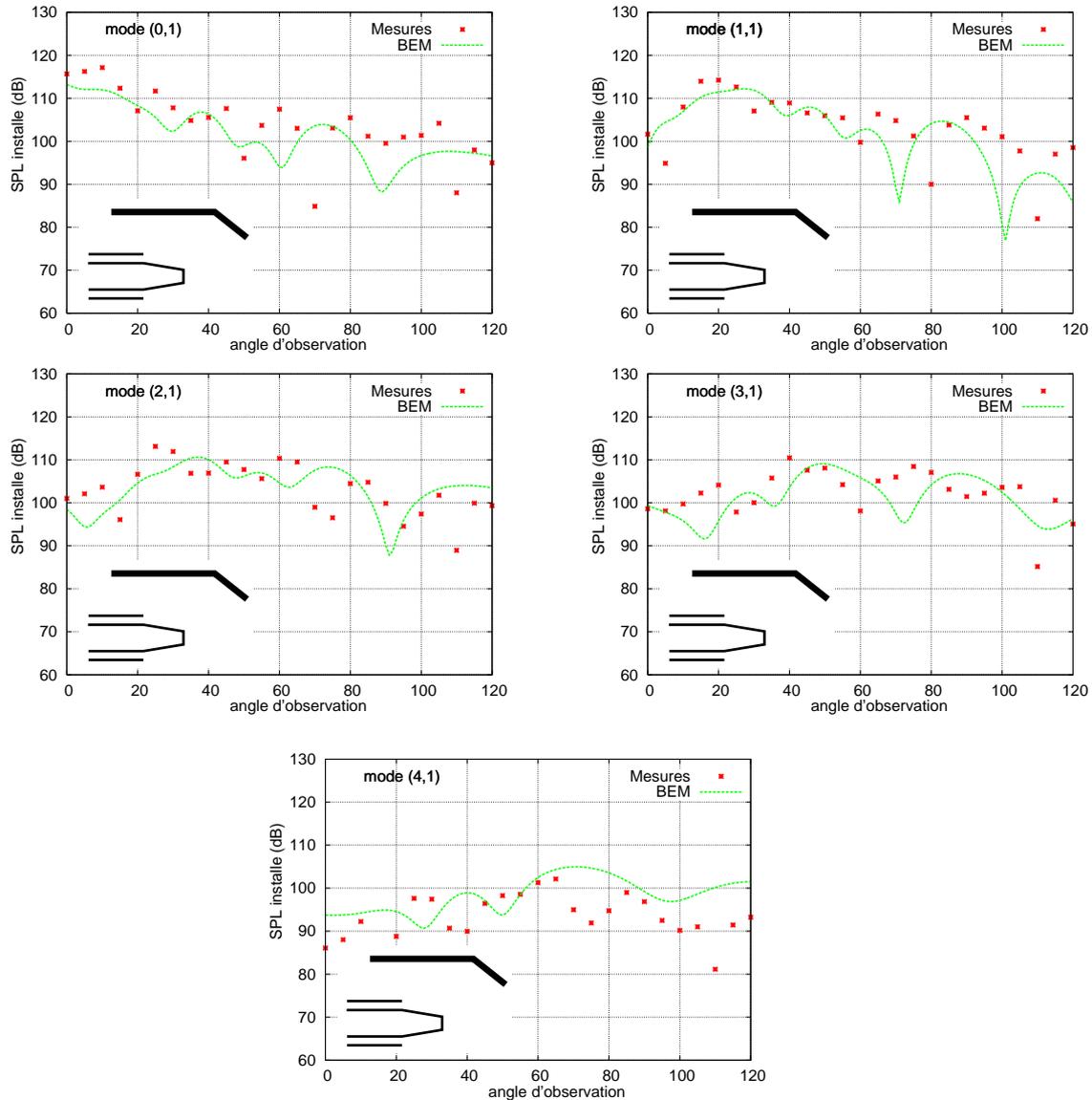


FIG. III.39 – Comparaison entre les rayonnements installés mesurés et calculés sur l'arc flyover pour l'ensemble des modes propagatifs à $kR = 5.19$, sans écoulement - configuration braquée.

La présence du volet renforce encore la réflexion sous la voilure en autorisant des réflexions supplémentaires et des réflexions multiples caractérisées par deux réflexions successives sur l'aile puis sur le volet avant d'atteindre le récepteur. Ces réflexions sont à nouveau responsables de la destruction de la forme initiale du mode et d'interférences encore plus prononcées qu'en configuration lisse, les champs directs, réfléchis et doublement réfléchis étant cohérents en l'absence d'écoulement. Ce phénomène est bien visible lorsque l'on compare les modes (1,1) dans les deux configurations (Fig. III.37 et III.39). L'effet d'installation correspondant est représenté sur la figure (III.40). Le niveau théorique attendu, de 12dB supérieur au niveau isolé en présence d'une double réflexion, est atteint expérimentalement pour les modes (0,1) et (1,1). L'augmentation du niveau sonore, globalement plus importante qu'en configuration lisse, apparaît localisée à des angles de rayonnement supérieurs à 60° du fait de l'angle de braquage

du volet (40°) qui renforce le rayonnement dans cette zone. A nouveau, la forte augmentation de l'effet d'installation entre 0° et 20° s'explique par l'absence de rayonnement dans cette direction en configuration isolée.

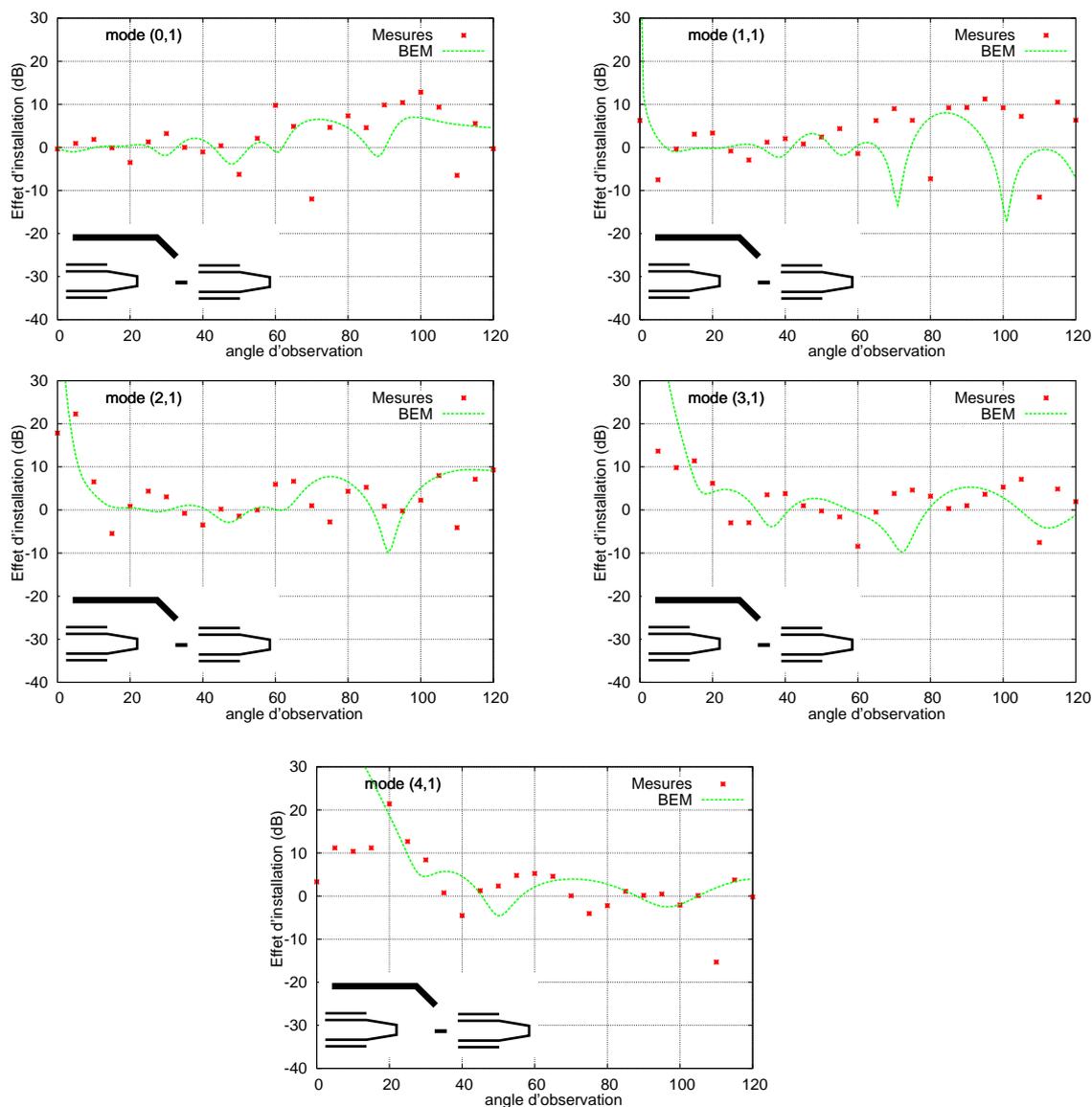


FIG. III.40 – Comparaison entre les effets d'installation mesurés (différence entre les mesures installées et isolées) et calculés sur l'arc flyover pour différents excitations modales à $kR = 5.19$, sans écoulement - configuration braquée.

Le calcul numérique est capable de modéliser l'ensemble de ces interactions. Cependant, la déviation entre le calcul et la mesure est plus conséquente qu'en l'absence du volet. La présence de cette surface supplémentaire à proximité de l'éjection soulève alors la question de la non prise en compte de la rétroaction du domaine $D2$ sur le domaine $D1$ et des limites du couplage faible. Un calcul direct sur l'ensemble {moteur + aile}, le temps calcul étant encore raisonnable à basse fréquence, éclaire cette problématique. En effet, un calcul direct résout le système linéaire obtenu à partir des équations du problème de manière exacte à la précision machine, et non plus de manière approchée comme dans le cas du couplage. Par conséquent, ce calcul constitue la référence en terme de calcul numérique. Dans ce contexte, les deux figures (III.41) comparent les résultats des mesures à un calcul direct et un calcul de type couplage faible pour les modes

propagatifs (1,1) et (4,1) à $kR = 5.19$, permettant ainsi de quantifier l'erreur due au couplage. L'écart entre les deux calculs numériques confirme l'insuffisance du couplage faible pour cette configuration. En particulier, les niveaux de certaines interférences autour de 45° pour le mode (4,1), ne sont pas prédits correctement par le couplage. L'écart relatif entre les mesures et le calcul direct est meilleur, démontrant la nécessité de la prise en compte d'une rétroaction pour cette configuration. Le paragraphe suivant III.4.5 introduit la notion de *couplage fort* et apporte un éclairage nouveau sur ces résultats.

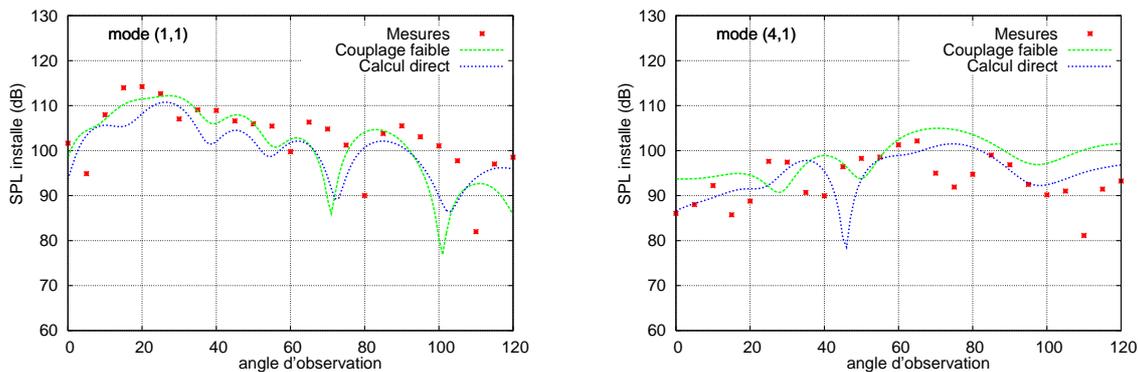


FIG. III.41 – Comparaison d'un calcul direct et d'un calcul couplage faible sur une configuration conventionnelle avec volet déployé pour deux modes propagatifs à $kR = 5.19$.

Il importe à ce stade de bien distinguer les deux types de méthodes, mesure et calcul, dont sont issus les résultats comparés ici. La méthode numérique reste un modèle mathématique, dont les hypothèses (conditions aux limites, conditions de température et de pression...) tentent de refléter au mieux les conditions expérimentales. L'expérience représente quant à elle la physique des phénomènes mais les essais réalisés ne vont pas sans des incertitudes de mesures, des défauts de fabrication, des conditions thermodynamiques variables... Plus les phénomènes mis en jeu sont fins et plus les mesures sont sensibles à ces petites variations nécessitant un plus grand nombre de points de mesure. La vérité se situe sûrement à mi-chemin entre les mesures et le calcul.

• Autres résultats

À titre d'illustration, les graphiques correspondant à l'ensemble des configurations testées à la fréquence réduite $kR = 7.15$ sont regroupées en Annexe D. Globalement, on retrouve les comportements identifiés à la fréquence réduite $kR = 5.19$ mais l'augmentation de la fréquence de l'onde rayonnée induisant une augmentation du nombre d'interférences, un nombre croissant de lobes et d'extinctions apparaît sur les courbes de rayonnement installé en configuration lisse comme en configuration braquée (Fig. D.1 et D.2). Ces oscillations sont toujours prédites de manière satisfaisante par le calcul numérique. L'effet d'installation correspondant est logiquement plus chahuté à haute fréquence et l'augmentation de niveau due aux diverses réflexions plus nombreuses est renforcée, mais toujours inférieure à $10dB$ en configuration lisse et $12dB$ en présence du volet. Des comportements identiques sont vérifiés aux autres fréquences testées $kR = 10.31$ et $kR = 12.84$ non représentées.

III.4.5 Les limites du couplage faible - Principe du couplage fort

La figure (III.42) illustre les différents types de rayons acoustiques interagissant entre le moteur et l'aile dans un calcul d'effet d'installation: les rayons de couleur bleu, qui issus du moteur se réfléchissent une ou plusieurs fois sur l'aile avant de rayonner en champ libre, sont pris en compte dans le couplage faible. En revanche, les rayons de couleur rouge, qui peuvent se réfléchir sur la source et ainsi modifier le champ rayonné par le moteur, ne sont pas pris en compte par un calcul de type couplage faible. Les études réalisées au sein du service numérique d'AIRBUS France [32] ont montré que ces rayons sont d'autant plus nombreux et énergétiques que le moteur et l'aile sont proches en terme de longueur d'onde. Dans certains cas, le couplage faible s'avère alors insuffisant. Le couplage fort permet de quantifier et de prendre en compte ces interactions lorsque cela est nécessaire.

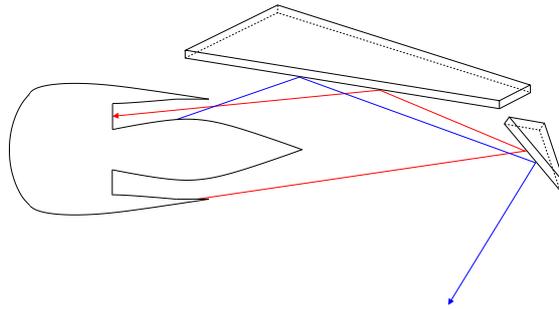


FIG. III.42 – Interactions entre le moteur et l'aile en termes de rayons acoustiques.

Le principe général du couplage fort est représenté sur le schéma de la figure (III.44). Aux quatre étapes du couplage faible: rayonnement du domaine $D1$, calcul du champ induit sur le domaine $D2$, rayonnement du domaine $D2$ et sommation des contribution de $D1$ et $D2$, s'ajoute une étape supplémentaire de calcul de la rétroaction du domaine $D2$ sur le domaine $D1$ par l'intermédiaire d'un module nommé $P \circ R^*$. Comme les deux domaines sont disjoints, on peut écrire symboliquement la matrice du problème sur tout le domaine $D1 \cup D2$ obtenue à partir des équations de propagation sous la forme

$$\begin{pmatrix} \text{MOTEUR} & P \circ R^* \\ P \circ R & \text{AILE} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_i^1 \\ p_i^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.25})$$

où p_i^1 et p_i^2 sont les inconnues relatives aux domaines $D1$ et $D2$ respectivement et L un second membre. Le couplage fort est alors caractérisé par une formulation itérative (S_n) de la forme

$$(S_n) \begin{cases} \text{MOTEUR}.p_n^1 & = L - P \circ R^*.p_{n-1}^2 \\ \text{AILE}.p_n^2 & = -P \circ R.p_{n-1}^1 \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

La suite (S_n) est initialisée en posant $p_0^2 = 0$ et $p_0^1 = p_1^1$, le système (S_1) correspondant exactement au couplage faible:

$$(S_1) \begin{cases} \text{MOTEUR}.p_1^1 & = L \\ \text{AILE}.p_1^2 & = -P \circ R.p_0^1 \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

Les itérations successives correspondent aux itérations du couplage fort. Plus la distance entre les deux domaines d'étude est petite, plus un nombre élevé d'itérations est nécessaire à la convergence de la suite (S_n) .

Au regard de ces précisions, nous pouvons revenir sur le cas de calcul de la figure (III.41) pour lequel, l'aile étant en configuration braquée, de possibles rétroactions sur le domaine contenant le moteur existent et ne sont pas prises en compte dans un calcul de couplage faible. La figure

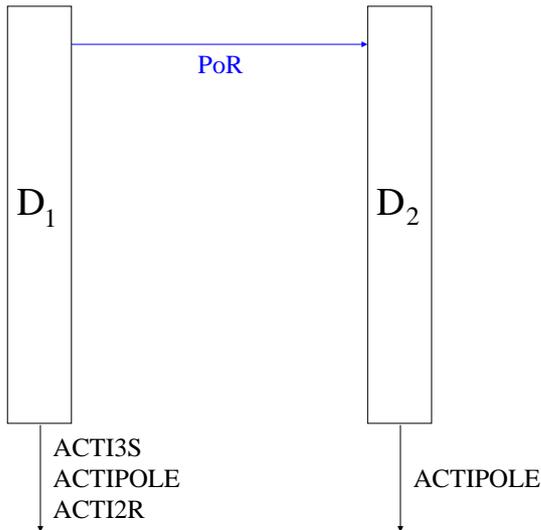


FIG. III.43 – Principe du couplage faible.

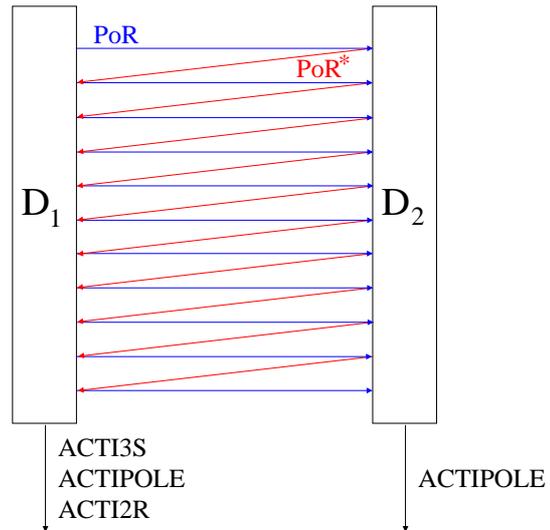


FIG. III.44 – Principe du couplage fort.

(III.45) montre une comparaison d'un calcul de type couplage faible avec un calcul direct et un calcul couplage fort à une et deux itérations. Les résultats permettent effectivement de conclure à l'amélioration de la comparaison des mesures avec le calcul de couplage fort, qui converge vers le calcul direct dès la première itération.

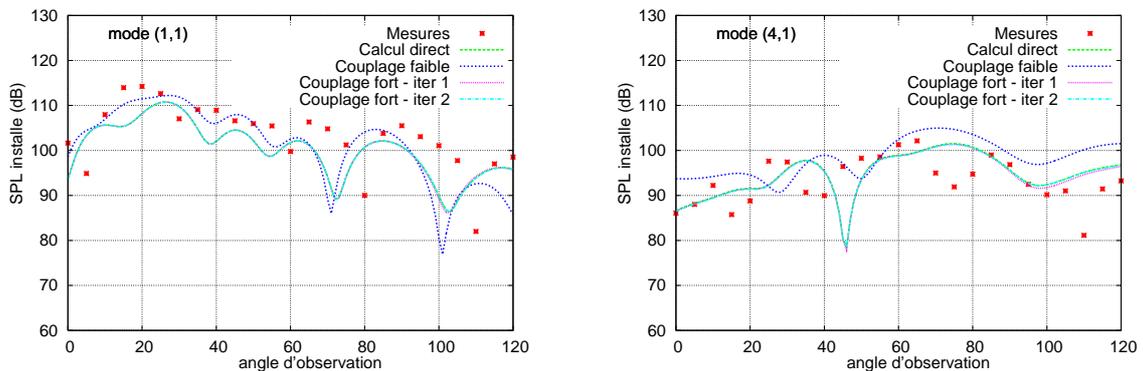


FIG. III.45 – Comparaison d'un calcul direct, couplage faible et couplage fort (deux premières itérations) sur une configuration conventionnelle avec volet déployé pour les modes (1,1) et (4,1) à $kR = 5.19$.

Dans ce cas particulier, le couplage faible n'est donc pas suffisant puisque la rétroaction du champ induit par l'aile sur la surface source n'est pas négligeable. Le critère numérique de convergence du couplage faible ou fort repose sur les coefficients de réflexion (A_{mn}^-) à chaque itération. En fixant un seuil sur ces coefficients, on obtient un critère lié directement à une «quantification» de la rétroaction.

• **Conclusions générales sur les effets d'installation en configuration conventionnelle**

Lorsque le moteur est placé de manière classique sous la voilure en configuration dite conventionnelle, la réflexion sur l'intrados des surfaces portantes est responsable d'une altération du champ acoustique rayonné par le moteur seul. Ces réflexions peuvent être simples (une réflexion sur l'aile) ou doubles (réflexion sur l'aile puis sur le volet) lorsque le volet est déployé en phase d'approche par exemple. En l'absence d'écoulement, les champs directs, réfléchis et doublement réfléchis sont cohérents, l'effet d'installation attendu est donc une augmentation respective du niveau sonore de $+6dB$ ou $+12dB$ par rapport au rayonnement isolé pour une aile en configu-

ration lisse et avec volet braqué. D'une manière générale, ces niveaux sont atteints aux angles de rayonnement élevés, entre 60° et 120° . Aux angles de rayonnement proches de l'axe de l'éjection, la présence d'une paroi réfléchissante crée un champ sonore dans une direction où le moteur seul ne rayonne pas et l'effet d'installation correspondant est dès lors conséquent. En présence d'un écoulement, la réflexion induit une augmentation théorique du champ sonore de seulement $+3dB$, mais dans certaines régions le blocage du champ réfléchi par le jet chaud atténue cet effet et doit être pris en compte dans les modèles.

En effet, certains auteurs [57][58] ont montré qu'en pratique les niveaux théoriques ne sont pas atteints dans certains cas spécifiques où les rayons réfléchis sont «bloqués» par le jet chaud du moteur. Ce phénomène appelé *Jet-blockage* a été mis en évidence récemment par des ingénieurs de la société Rolls-Royce et explique pourquoi de nombreux modèles de prédiction de bruit avion ne prenant pas en compte cette réflexion obtiennent néanmoins des niveaux de bruit avec un degré de précision acceptable. Le schéma de la figure (III.46) illustre le cône de direction des rayons affectés par le blocage du jet chaud dans le cas d'un moteur de type double flux, calculés par l'intermédiaire de la source image et la figure (III.47) les niveaux d'atténuation correspondants. La modification du champ sonore en présence du jet résulte à la fois de la réfraction déviant les rayons sonores à la traversée du jet chaud et de l'atténuation du niveau acoustique due à la température élevée du jet qui affecte les longueurs d'onde petites par rapport au diamètre du jet. C'est pourquoi les essais réalisés avec un jet chaud montrent généralement moins de réflexions que ceux réalisés avec un jet froid. Bien que cet effet soit très variable en fonction de la position des observateurs et de la configuration testée et affecte beaucoup moins la réflexion sur le volet, il semble aujourd'hui important de modéliser le blocage par le jet dans les études numériques d'effet d'installation de bruit de soufflante en configuration conventionnelle. Au département acoustique d'AIRBUS France, le code PUREFLO (Prediction of Underwing Reflection for Engines with Finite Lateral Offset) modélisant le blocage des sources acoustiques par le jet chaud est en cours de validation.

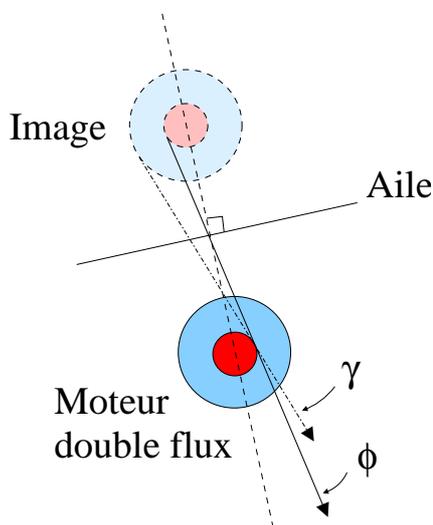


FIG. III.46 – Schéma représentant les angles γ et Φ de blocage des champs réfléchis secondaire et primaire respectivement par le jet chaud du moteur.

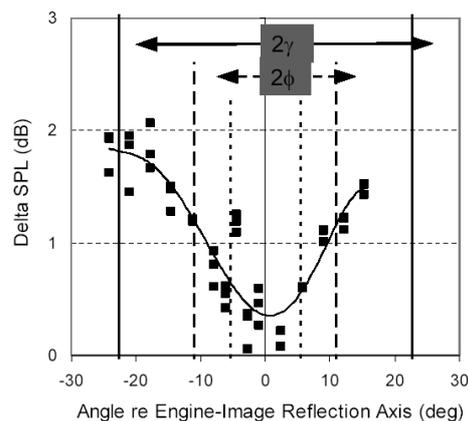


FIG. III.47 – Impact en décibels de la réflexion sous voilure avec prise en compte du jet chaud - Issu de [58].

III.5 Décomposition de domaine via une surface de Kirchhoff

III.5.1 Principe

Nous avons introduit au paragraphe III.3 la méthodologie de décomposition de domaine à travers l'exemple d'un couplage BEM/BEM et mis en évidence l'intérêt d'une telle démarche, notamment pour la réalisation d'études paramétriques dans le cadre de l'étude des effets d'installation. Nous généralisons dans cette partie la méthode au couplage entre un code numérique quelconque et un code BEM.

En effet, jusqu'à présent, nous avons toujours considéré des calculs sans écoulement ou avec un écoulement uniforme. Cette hypothèse, qui conditionne l'utilisation des méthodes intégrales, n'est plus réaliste pour des phases de vol telles que l'approche ou le décollage, pour lesquelles l'écoulement devient relativement complexe au voisinage du moteur. Pour ces études, les méthodes BEM deviennent caduques et l'on fait appel à d'autres modèles numériques comme les méthodes par éléments finis de volume (FEM) ou d'autres méthodes CAA utilisées par exemple dans le code *sAbrinA*⁴ développé par l'ONERA. Cependant, ces codes requièrent des temps de calcul et des capacités de stockage excessifs, et ne sont donc pas adaptés aux calculs d'effets d'installation pour lesquels la taille du domaine est conséquente. Tout l'intérêt de la décomposition de domaine et du couplage de codes prend alors son sens, l'idée étant d'utiliser dans chaque domaine le code le plus adapté. L'interface entre ces domaines est couramment appelée *Surface de Kirchhoff* [51]. En règle générale, le domaine de calcul est ainsi séparé en deux domaines $D1$ et $D2$:

- le domaine $D1$ renferme les termes sources et la zone de propagation non linéaire.
- le domaine $D2$ décrit la partie linéaire de la propagation, l'écoulement y étant obligatoirement uniforme.

La surface de Kirchhoff renferme donc tous les effets non linéaires, et en dehors de cette surface, le rayonnement acoustique est gouverné par l'équation d'onde. Le code *ACTIPOLE* calcule alors le rayonnement de la surface de Kirchhoff dans le domaine $D2$ à l'aide du théorème de représentation intégrale. Le choix du code *ACTIPOLE* dans le domaine $D2$ est gouverné par la taille souvent conséquente des objets diffractants dans ce domaine. La première étape de calcul fournit les pressions et dérivées normales de pression sur la surface de Kirchhoff. *A priori*, la correcte prescription de ces valeurs conditionne seule le choix d'un code numérique dans le domaine $D1$. La position de la surface de couplage est également primordiale: comme l'on a supposé la validité de l'équation d'onde dans le domaine $D2$, la surface doit être suffisamment large pour englober la région où l'écoulement est non uniforme. Cependant, les méthodes numériques utilisées dans le domaine $D1$ sont généralement précises en champ très proche mais la précision diminue lorsque l'on s'éloigne car le maillage est en général moins raffiné dans cette zone. Pour appliquer correctement la méthode de Kirchhoff, un choix judicieux du placement de la surface de couplage est dès lors nécessaire.

III.5.2 Choix d'un code numérique dans le domaine $D1$

Plusieurs codes numériques disponibles à AIRBUS France, répertoriés en introduction dans le tableau (Fig. 9) sont susceptibles d'être utilisés dans le domaine $D1$ et couplés avec le code BEM *ACTIPOLE*. Nous résumons ici les principales caractéristiques de ces différents outils.

- **le code FEM *ACTRAN***

ACTRAN est un code commercial développé par la société Free-Field Technologies de Louvain pour résoudre des problèmes acoustiques. Il utilise une méthode par éléments finis de volume,

4. Solver for Aeroacoustics BRoadband INteractions from Aerodynamics

dite FEM (Finite Element Method), qui permet de prendre en compte l'effet d'un écoulement non uniforme potentiel sur la propagation des ondes acoustiques. Cette méthode est bien adaptée pour étudier le comportement des ondes acoustiques dans une entrée d'air à basse fréquence (Fig. III.48). Les effets de réfraction et de convection dus à la forme particulière de la nacelle peuvent être mis en évidence bien que l'on néglige la couche limite et les effets de la turbulence dans le calcul de l'écoulement. En revanche, dans le cas des conduits d'éjection, la méthode FEM n'est plus satisfaisante car elle ne permet pas de prendre en compte l'influence des gradients de densité et de température, primordiale pour le calcul du rayonnement du conduit primaire, ni la présence de couches de cisaillement épaisses. C'est pourquoi un nouveau code de calcul, *ACTRAN-DGM*, adapté au problème spécifique des conduits d'éjection, est en cours de développement.

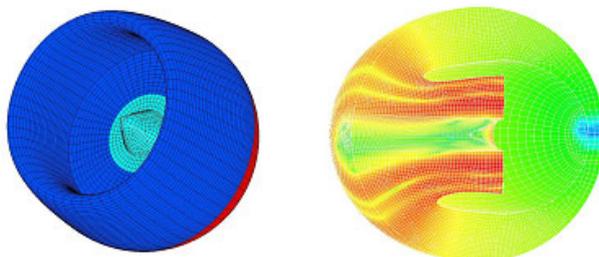


FIG. III.48 – Illustration d'un calcul ACTRAN sur une entrée d'air: maillage (à gauche) et cartographie du champ de pression (à droite).

• le code DGM *ACTRAN-DGM*

Le code *ACTRAN-DGM* (Discontinuous Galerkin Method) est fondé sur une résolution temporelle des équations d'Euler linéarisées. La méthode de discrétisation spatiale choisie est la méthode de Galerkin discontinue: la formulation conservative des équations d'Euler est multipliée par une fonction test puis intégrée pour aboutir à une formulation variationnelle. Contrairement à la méthode de Galerkin classique, cette formulation variationnelle est écrite pour chaque élément du maillage. Aucune hypothèse de continuité n'est effectuée sur l'ensemble du domaine et le couplage entre les éléments adjacents se fait par l'intermédiaire de termes de flux correspondant aux intégrales surfaciques. Cette approche possède plusieurs avantages numériques comme la possibilité d'adapter l'ordre des fonctions de base pour chaque élément. La figure (III.49) montre l'exemple d'un tel calcul dans un conduit d'éjection.

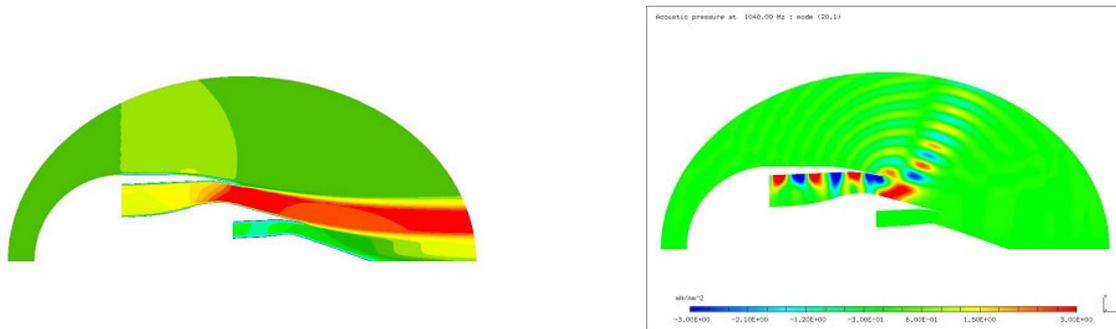


FIG. III.49 – Illustration d'un calcul ACTRAN-DGM sur un conduit d'éjection: cartographie du champ de vitesse variable (à gauche) et du champ de pression correspondant (à droite).

- **le code Ffowcs Williams et Hawkings *KIM***

Le code *KIM* regroupe l'ensemble des fonctionnalités développées à l'ONERA pour les formulations surfaciques de Kirchhoff et de Ffowcs Williams et Hawkings, dérivées de l'analogie acoustique de Lighthill [48]. Il utilise une méthode intégrale de calcul du rayonnement sonore et présente la particularité de bien s'adapter à des maillages CFD se déplaçant à des vitesses supersoniques. Diverses fonctionnalités ont été développées pour l'application aux rotors d'hélicoptères, aux hélices, aux compresseurs de turbomachines, aux profils, aux jets et permettent le post-traitement acoustique de la plupart des calculs aérodynamiques. L'écoulement dans le domaine de propagation est uniforme. La figure (III.50) montre un exemple de calcul de propagation acoustique réalisée avec le code *KIM* à partir de résultats calculés par une méthode CFD. Le champ acoustique récupéré sur une surface de couplage, ici en forme de tore, peut servir de source à un calcul BEM dans le domaine extérieur. Ce couplage est mis en place actuellement pour l'étude des effets d'installation de l'hélice de l'A400M.

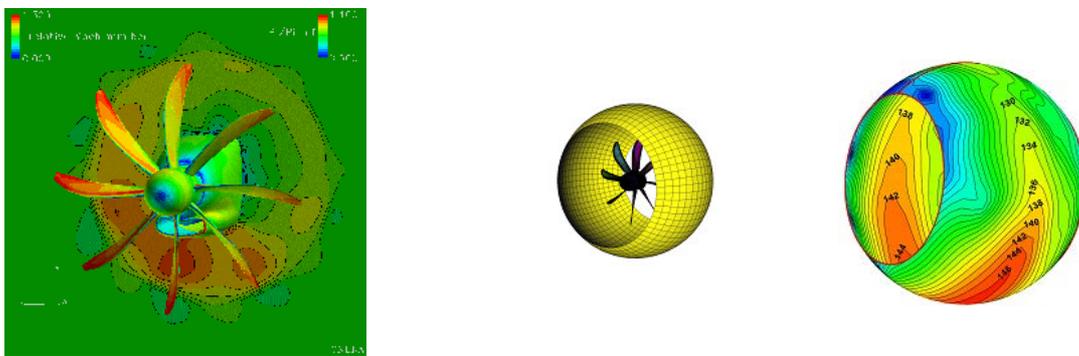


FIG. III.50 – Illustration d'un couplage *KIM/ACTIPOLE* pour le calcul du bruit de l'hélice de l'A400M.

- **le code FEE *sAbrinA***

Le code *sAbrinA* développé par l'ONERA repose sur la résolution des équations d'Euler formulées en petites perturbations [76]. Le champ total est décomposé en un champ moyen fourni par un calcul aérodynamique à partir duquel se propagent les perturbations acoustiques. La figure (III.51) illustre l'exemple d'un calcul à trois dimensions réalisé avec le code *sAbrinA* dans le cadre de l'évaluation acoustique de la configuration RFN, en condition statique et en condition de décollage.

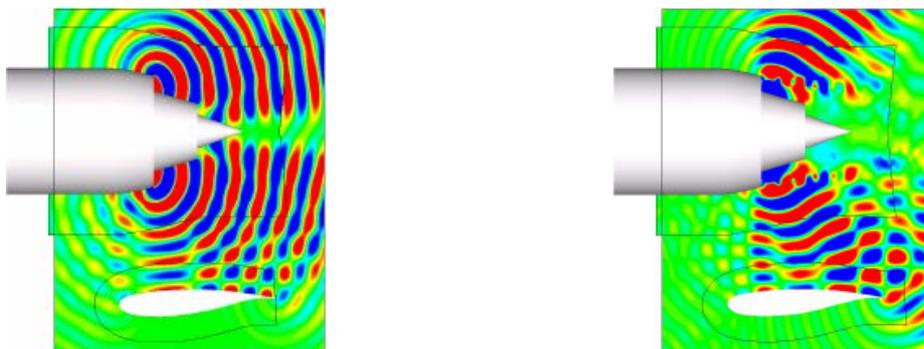


FIG. III.51 – Rayonnement du bruit de soufflante avale en présence d'une surface masquante représentative d'une configuration RFN sans écoulement (à gauche) et en condition de décollage (à droite) calculée par le code *sAbrinA* [71]

Dans ce qui suit, nous présentons plus en détail les résultats du couplage entre le code *sAbrinA* de l'ONERA et le code *ACTIPOLE* d'AIRBUS.

III.5.3 Exemple d'un couplage FEE/BEM : prise en compte d'un écoulement non uniforme autour du moteur

Pour caractériser correctement le rayonnement acoustique aval du bruit de soufflante, en vue de sa réduction par un effet d'installation, il est nécessaire de prendre en compte un écoulement réaliste autour du moteur. En effet, on sait d'après [74][72] que les gradients de vitesse dans l'écoulement modifient la directivité de rayonnement aval du bruit de soufflante de manière significative, avec comme conséquence une augmentation du niveau de bruit émis en direction du sol, ce qui est visible par exemple sur la figure (III.51): en condition de décollage, la directivité du rayonnement est orientée davantage en direction de la surface masquante, du fait de la réfraction par la couche limite. Ceci laisse supposer une sous-estimation de la prédiction de l'effet de masquage avec la condition d'écoulement uniforme. C'est pour pallier en particulier à ce manque que le département acoustique d'AIRBUS France met en place une méthode de couplage entre le code *sAbrinA* et le code *ACTIPOLE*, exploitant les spécificités de chacune des méthodes pour traiter à la fois des géométries et écoulements aérodynamiques complexes et un calcul d'effet d'installation. On s'intéresse ici plus particulièrement à la configuration RFN avec l'idée de masquer le bruit de soufflante aval par le fuselage ou l'empennage. Dans cette optique, un guide d'onde coaxial axisymétrique représentatif d'un moteur double-flux est placé au-dessus d'une surface portante de section constante étendue le long de l'envergure. La simulation d'un tel problème n'est pas simple. Elle suppose à la fois la modélisation de la propagation acoustique dans le conduit d'éjection puis à travers l'écoulement du jet, et de la diffraction du champ résultant par les surfaces rigides proches. L'approche proposée repose donc sur la séparation du domaine d'étude en deux régions [75][77]:

- dans la région où l'écoulement est non uniforme, le code *sAbrinA* permet de résoudre les équations d'Euler à travers un écoulement visqueux stationnaire fourni au préalable par un calcul RANS. Il modélise ainsi la propagation depuis la soufflante jusqu'à une surface cylindrique entourant le jet.
- dans la région complémentaire où l'écoulement est considéré comme approximativement uniforme, le rayonnement en champ lointain est calculé avec le code *ACTIPOLE* par une méthode intégrale beaucoup moins gourmande en temps de calcul, à partir des données récupérées sur la surface de couplage (Fig. III.52).

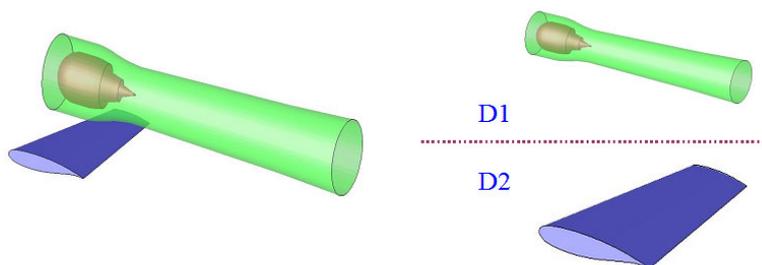


FIG. III.52 – Décomposition de domaine pour la simulation des effets d'installation par une méthode de couplage FEE/BEM.

Notons que ce couplage est un couplage faible: le champ diffracté ou réfléchi par les surfaces de l'avion n'interagit ni avec les surfaces de l'éjection ni avec l'écoulement autour du jet. Néanmoins ceci ne constitue pas une limitation dans le cadre de nos études où la zone d'observation privilégiée est la zone d'ombre située sous la surface masquante.

À l'heure actuelle, le couplage FEE/BEM est validé sans écoulement par comparaison à un calcul BEM de référence sur le domaine complet $D1 \cup D2$, en configuration isolée puis installée.

La figure (III.53) montre une première comparaison en champ proche d'un calcul BEM et d'un calcul FEE sur une configuration moteur isolé. La comparaison des niveaux isolés calculés par les deux méthodes est très satisfaisante pour les deux cas d'étude présentés. Les figures (III.54) et (III.55) montrent l'effet d'installation correspondant calculé de manière directe par un calcul BEM sur tout le domaine puis par couplage, la surface masquante étant positionnée dans le domaine $D2$. Avec couplage, le champ issu d'un premier calcul FEE sur la surface de Kirchhoff est propagé en champ libre avec le code BEM. Comme dans le cas isolé, la comparaison est très satisfaisante et permet de valider numériquement la méthodologie de couplage entre les deux codes sans écoulement.

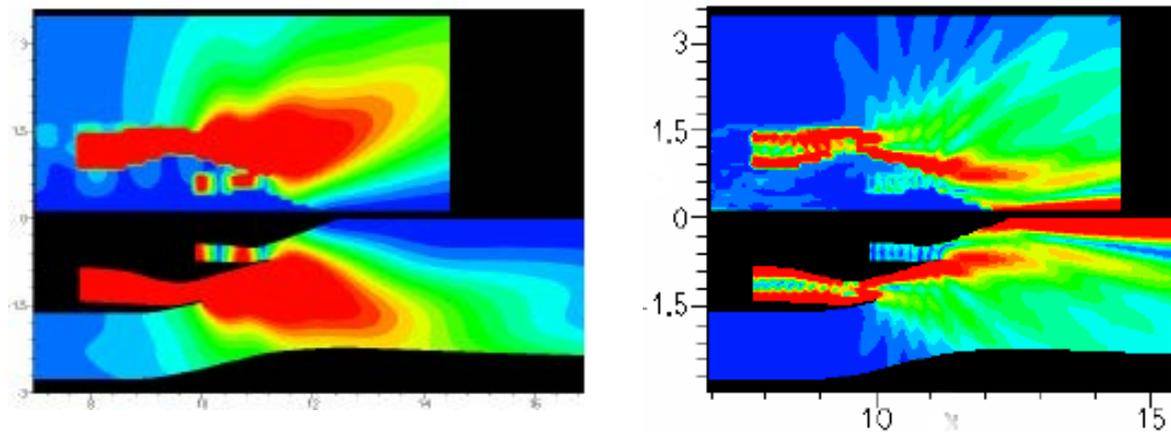


FIG. III.53 – Cartographie du champ moyen de pression du mode (2,1) à $kR = 7.15$ (figure de gauche) et du mode (0,2) à $kR = 26.51$ (figure de droite) calculé en champ proche par sAbrinA (moitié inférieure) et ACTIPOLE (moitié supérieure)

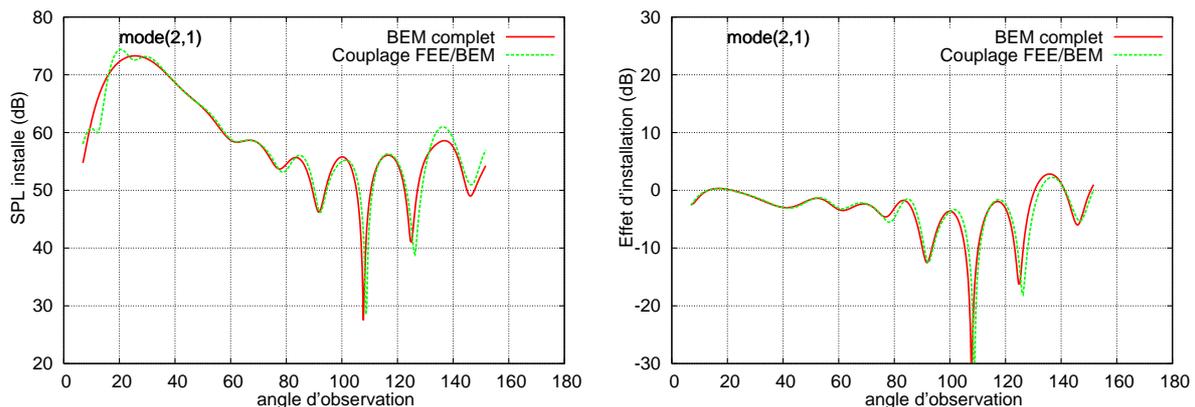


FIG. III.54 – Rayonnement installé du mode (2,1), $kR = 7.15$.

Une fois cette étude reproduite en présence d'un écoulement uniforme, la dernière étape consiste à intégrer un écoulement non uniforme dans le domaine $D1$ pour évaluer son impact sur le calcul de l'effet d'installation. La comparaison à un calcul BEM n'est plus alors possible du fait de la limitation de ces méthodes à des écoulements uniformes. La validation de cette dernière étape du couplage FEE/BEM sera réalisée prochainement dans le cadre du projet européen NACRE par comparaison à des résultats expérimentaux.

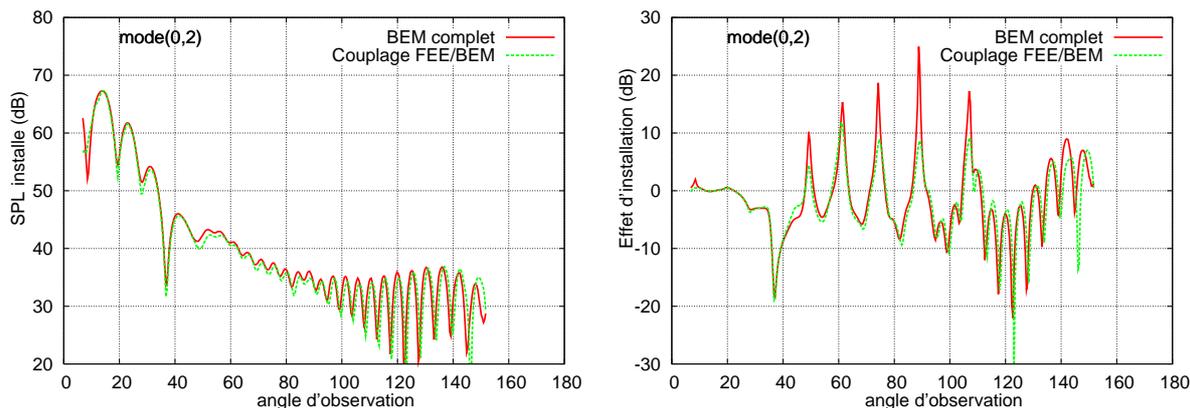


FIG. III.55 – Rayonnement installé du mode $(0,2)$, $kR = 26.51$.

III.6 Conclusion générale sur l'utilisation des méthodes numériques pour l'étude des effets d'installation

AIRBUS France finance et développe depuis de nombreuses années des outils numériques dédiés à la simulation du rayonnement acoustique des entrées d'air et conduits d'éjection de turbo-réacteurs. La pertinence de ces méthodes a été évaluée au cours de deux principaux travaux de thèse [47][24] en présence d'un écoulement nul ou uniforme. Lorsque l'on considère non plus le moteur seul mais une configuration «installée» où ce dernier est rattaché à la voilure, on aborde le cadre de l'étude des effets d'installation qui implique la résolution de problèmes de très grande taille acoustique. Les méthodes classiques d'éléments finis de frontière ou de volume se révèlent alors inadéquates pour traiter ces problèmes. Dans ce contexte, ce chapitre s'est intéressé à l'évaluation d'une méthode de décomposition de domaine et de couplage, reposant sur une partition du domaine d'étude en sous-domaines et l'utilisation d'un code adapté sur chacun des sous-domaines. Après un rappel des fondements théoriques des méthodes BEM, nous avons présenté dans une première étape l'exemple d'un couplage entre les deux codes *ACTI3S* et *ACTIPOLE*: dans le domaine $D1$, le code *ACTI3S* calcule le rayonnement du moteur isolé, qui devient par l'intermédiaire du module de couplage $P \circ R$ le nouveau champ incident du domaine $D2$. Le code *ACTIPOLE* calcule alors le rayonnement du domaine $D2$ puis le champ total s'obtient par sommation des contributions des deux domaines. L'utilisation du code *ACTIPOLE* et de l'accélération multipolaire FMM dans le domaine $D2$ est dictée par la très grande taille de ce domaine en règle générale.

Lorsque la rétroaction du domaine $D2$ sur le domaine $D1$ n'est pas calculée, on parle de couplage faible. Cette méthodologie a été validée numériquement puis expérimentalement à l'aide d'une campagne de mesures réalisée dans la chambre anéchoïque de Blagnac en 2005. Le gain en complexité et stockage mémoire est manifeste et les études paramétriques sont rendues d'autant plus rapides qu'elles ne nécessitent plus systématiquement un calcul sur le domaine complet. Cependant, lorsque les domaines $D1$ et $D2$ sont proches en termes de longueur d'onde, la rétroaction du domaine $D2$ sur le domaine $D1$ n'est plus négligeable et le couplage fort a été développé pour calculer les itérations successives entre les deux domaines nécessaires à la convergence du système.

Pour finir, la décomposition de domaine a été généralisée au couplage entre deux codes numériques quelconques, le cas particulier du couplage entre le code *sAbrinA* de l'ONERA et le code *ACTIPOLE* étant donné en exemple. Le domaine de calcul est toujours subdivisé en deux sous-domaines $D1$ et $D2$, mais ces derniers communiquent par l'intermédiaire d'une surface fictive appelée surface de Kirchhoff. Outre le gain en temps calcul dans les études paramétriques relatives aux effets d'installation, cette décomposition de domaine permet la prise en compte

du champ aérodynamique réel au voisinage du moteur, caractérisé notamment par des couches de cisaillement et de forts gradients de température.

Chapitre IV

Modélisation de la source

IV.1 Introduction

Les résultats expérimentaux du chapitre III ont démontré l'influence de la directivité de la source sur la résultante des effets d'installation, en particulier pour les configurations non conventionnelles. Les deux modèles analytiques décrits aux chapitres I et II se heurtent dès lors à une importante limitation, le champ de pression y étant décrit pour une source monopolaire omnidirectionnelle. Il existe deux méthodes standard usuelles pour caractériser une source acoustique: l'expansion multipolaire et la décomposition modale. Ce chapitre propose d'étendre cette dernière méthode à la simulation d'une source modale par une distribution de monopôles.

L'expansion multipolaire exploite le développement en harmoniques sphériques, analogue au développement en série de Fourier des fonctions périodiques pour les fonctions angulaires. Cette approche est couramment employée en acoustique pour la reconstruction de l'effet d'espace par plusieurs haut-parleurs. La pression sonore en un point \vec{x} se décompose en une série de puissances de la distance à l'origine \vec{x}_0 et de termes appelés moments multipolaires notés $M_n(t)$:

$$P(\vec{x}, t) = e^{i\omega t} |\vec{x} - \vec{x}_0|^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} M_n(t) |\vec{x} - \vec{x}_0|^n. \quad (\text{IV.1})$$

Les termes d'ordre 0 et 1 sont appelés respectivement moment monopolaire et moment dipolaire. En pratique, la série est souvent tronquée au premier terme non nul. Cette méthode a été mise en pratique récemment par M. Lummer [50] recherchant une solution de l'équation d'onde sous la forme d'une combinaison linéaire de dérivées à tous les ordres de la fonction de Green, les coefficients étant déterminés à partir de la directivité de la source mesurée. La technique s'apparente à une méthode inverse, dans le sens où le diagramme de rayonnement en champ lointain de la source est une donnée d'entrée du problème. Il ressort de cette étude que le procédé est assez fastidieux. En particulier, les points de mesure doivent être choisis de façon suffisamment asymétrique pour que l'approximation du rayonnement soit précise. De plus, le couplage de cette technique avec les codes analytiques de diffraction cités précédemment n'est pas aisément envisageable. De ce fait, l'expansion multipolaire est délaissée ici au profit de la théorie modale.

La plupart des méthodes numériques relevant de la théorie modale, il est légitime de chercher alors à recréer dans nos modèles analytiques une source simulant au mieux le comportement d'un mode. L'idée naturelle pour recréer artificiellement la directivité de la source et le comportement modal, consiste à associer convenablement plusieurs sources ponctuelles. La linéarité des équations autorise alors la sommation de la contribution de chacune des sources pour déterminer l'effet d'installation global, aussi bien par un calcul analytique qu'avec un code numérique

ne possédant pas la fonctionnalité «source modale». Dans cette perspective, le présent chapitre propose deux solutions différentes:

- une association de monopôles en anneaux simulant un mode d'ordre azimutal donné et d'ordre radial indéterminé.
- un modèle reposant sur l'approximation de la membrane bafflée, simulant un mode (m,n) donné.

Ces modèles, dédiés au rayonnement en sortie d'un conduit d'éjection de type annulaire, sont néanmoins aisément transposables à une entrée d'air circulaire.

IV.2 Rappel sur la propagation d'une onde acoustique guidée dans un conduit annulaire

Dans un conduit infini suivant l'axe z , de rayon interne h et externe 1, l'équation de Helmholtz et les conditions aux limites associées sur les parois s'écrivent en coordonnées cylindriques pour la variable pression acoustique p

$$\begin{cases} \Delta p + k^2 p = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial r} = -i\tilde{\alpha}p & \text{en } r = h \\ \frac{\partial p}{\partial r} = i\tilde{\alpha}p & \text{en } r = 1 \end{cases}, \quad (\text{IV.2})$$

où $\tilde{\alpha}$ désigne l'admittance réduite du matériau, définie comme l'inverse de l'impédance réduite Z . En suivant une démarche classique de séparation de variables rappelée dans [24] [47] [56], on recherche les solutions de ce système sous la forme

$$p(r, \varphi, z) = f_r(r) f_\varphi(\varphi) e^{ik_z z}. \quad (\text{IV.3})$$

L'équation sur la variable φ impose l'égalité

$$f_\varphi(\varphi) = cte_1 e^{ik_\varphi \varphi} + cte_2 e^{-ik_\varphi \varphi}, \quad \text{avec } k_\varphi \text{ complexe.} \quad (\text{IV.4})$$

La 2π -périodicité du champ acoustique montre que la constante k_φ ne peut prendre qu'une valeur entière. Notant m cette valeur, la dépendance azimutale du champ de pression devient

$$f_\varphi(\varphi) = cte_1 e^{im\varphi} + cte_2 e^{-im\varphi}, \quad \text{avec } m \text{ entier naturel.} \quad (\text{IV.5})$$

Classiquement, le mode d'ordre azimutal m est défini comme une solution particulière du problème de dépendance azimutale $e^{im\varphi}$. La contribution du mode d'ordre m à la pression acoustique dans le conduit s'écrit donc

$$p_m(r, \varphi, z) = cte f_{r_m}(r) e^{ik_{z_m} z + im\varphi}, \quad \text{avec } m \text{ entier relatif.} \quad (\text{IV.6})$$

Si m est non nul, le mode est dit *tournant* car il se propage de manière hélicoïdale dans le conduit suivant l'axe z . Si $m = 0$, le mode est dit *symétrique*. Pour une valeur de m donnée, la fonction définissant l'amplitude radiale $f_{r_m}(r)$ du champ de pression acoustique vérifie l'équation

$$\frac{d^2 f_{r_m}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{df_{r_m}}{dr} + (k_{r_m}^2 - \frac{m^2}{r^2}) f_{r_m} = 0, \quad \text{où } k_{r_m}^2 = k^2 - k_{z_m}^2. \quad (\text{IV.7})$$

Les solutions de cette équation différentielle sont des combinaisons linéaires des fonctions de Bessel de première et de seconde espèce, respectivement $J_m(k_{r_m} r)$ et $Y_m(k_{r_m} r)$ (voir [2]):

$$f_{r_m}(r) = cte_{1,m}J_m(k_{r_m}r) + cte_{2,m}Y_m(k_{r_m}r). \quad (\text{IV.8})$$

Les conditions aux limites rigides du système (IV.2) imposent les valeurs des constantes de l'expression ci-dessus. Finalement, l'ensemble des équations conduit à un système aux valeurs propres dont les solutions sont le couple de constantes $(k_{r_{mn}}^\pm, k_{z_{mn}}^\pm)$ numérotées de $n = 1$ à $n = +\infty$, où l'exposant \pm représente le sens de propagation. Le signe $+$ correspond à une propagation vers les z positifs et le signe $-$ à une propagation en sens inverse. Ainsi pour un ordre azimutal m donné, il existe une infinité dénombrable de solutions particulières dites *modes d'ordre radial n* . Un *mode de conduit* est la solution particulière associée à un couple (m, n) qui s'écrit

$$p_{mn}^\pm(r, \varphi, z) = \left[cte_{1,mn}^\pm J_m(k_{r_{mn}}^\pm r) + cte_{2,mn}^\pm Y_m(k_{r_{mn}}^\pm r) \right] e^{ik_{z_{mn}}^\pm z} e^{im\varphi} \quad (\text{IV.9})$$

ou sous une forme plus générale proposée par Rienstra [80]

$$p_{mn}^\pm(r, \varphi, z) = A_{mn}^\pm F_{mn}^\pm(k_{r_{mn}}^\pm r) e^{ik_{z_{mn}}^\pm z} e^{im\varphi}. \quad (\text{IV.10})$$

Dans la littérature, $k_{r_{mn}}^\pm$ est appelée constante de propagation radiale ou nombre d'onde radial et $k_{z_{mn}}^\pm$ constante de propagation axiale ou nombre d'onde axial. Dans le cas du conduit rigide sans écoulement qui nous intéresse ici, le nombre d'onde radial $k_{r_{mn}}^\pm$ est un réel positif qui dépend uniquement du rapport de rayon h . Le coefficient A_{mn}^\pm *a priori* inconnu est appelé *amplitude modale* et dépend de la source. Cette amplitude peut être fournie directement par le motoriste ou mesurée par l'avionneur sur banc d'essai statique, mais on suppose généralement l'énergie équirépartie sur tous les modes azimutaux propagatifs, et sur tous les modes radiaux propagatifs pour un mode azimutal donné. La fonction $F_{mn}^\pm(k_{r_{mn}}^\pm r)$ désigne la dépendance radiale du mode (m, n) : un mode donné possède une structure d'onde stationnaire dans le sens radial, qui provient des réflexions successives sur les parois du conduit. Selon les variables z et ϕ , le mode obéit au contraire à un comportement ondulatoire déterminé par le terme de phase de l'expression (IV.10).

Une fois les constantes de propagation $k_{r_{mn}}^\pm$ et $k_{z_{mn}}^\pm$ déterminées, la pression acoustique à l'intérieur du conduit s'exprime comme une combinaison linéaire de modes incidents (propagation dans le sens $z \geq 0$) et de modes réfléchis (propagation dans le sens $z \leq 0$):

$$p(r, \varphi, z) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{im\varphi} \left[\sum_{n=1}^{+\infty} A_{mn}^+ F_{mn}^+(k_{r_{mn}}^+ r) e^{ik_{z_{mn}}^+ z} + \sum_{n=1}^{+\infty} A_{mn}^- F_{mn}^-(k_{r_{mn}}^- r) e^{ik_{z_{mn}}^- z} \right] \quad (\text{IV.11})$$

Si la constante de propagation axiale $k_{z_{mn}}$ est réelle, le mode est *propagatif* et se propage le long du conduit sans atténuation. Lorsque $k_{z_{mn}}$ est imaginaire pur, l'amplitude du mode décroît exponentiellement et le mode est *évanescent*. Au-delà d'une certaine distance dans la direction de propagation, la contribution des modes évanescents est négligeable et le champ acoustique s'exprime uniquement en fonction d'un nombre fini de modes propagatifs.

La figure (IV.1) illustre la structure modale du champ acoustique et représente la distribution de pression sur une section de conduit rigide, relative à différents modes. La dépendance en $e^{im\varphi}$ impose un nombre de périodes sur la circonférence du conduit égal à l'ordre azimutal du mode. L'ordre radial est lié au nombre de noeuds de pression sur un rayon (égal à $n - 1$ pour la convention choisie).

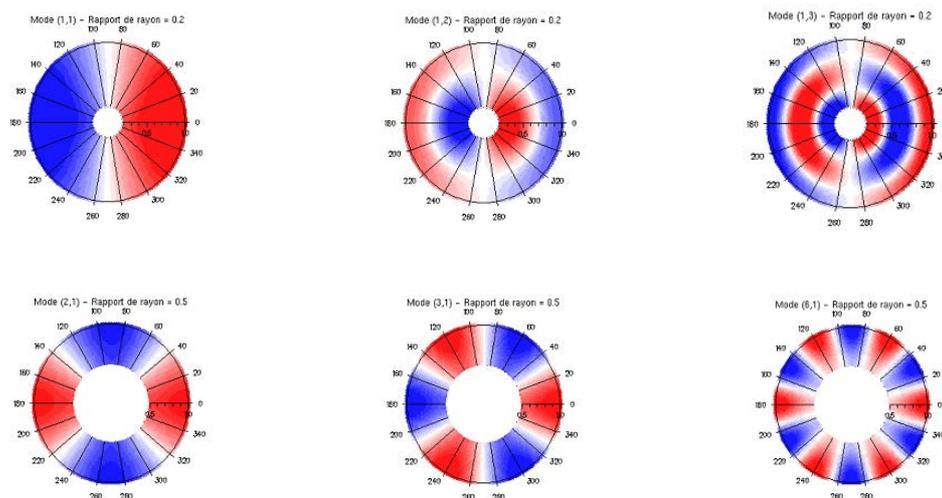


FIG. IV.1 – Modes de conduit rigide - distribution du champ de pression (partie réelle) sur une section de conduit. Rapports de rayon $h = 0.2$ et $h = 0.5$.

IV.3 Modélisation d'un mode par des anneaux de monopôles

IV.3.1 Comparaison entre des calculs analytiques avec source ponctuelle et des mesures en chambre sourde

Dans un premier temps, l'effet de masquage du rayonnement d'une source monopolaire par une surface plane calculé analytiquement est comparé aux mesures en chambre sourde obtenues lors de la campagne d'essai présentée au chapitre III, l'objectif étant d'évaluer la capacité de la méthode analytique à prédire l'étendue et l'amplitude du masquage sur ces configurations. L'installation expérimentale est présentée au paragraphe III.4 et la configuration analytique consiste en une source ponctuelle placée au centre de l'éjection secondaire, au dessus d'une surface masquante plane possédant deux bords diffractants. Les résultats des deux approches sont évalués sous la plaque sur un arc flyover de rayon $10R$, où R est le rayon externe du conduit, et présentés sur la figure (IV.2) pour deux modes distincts. Les deux courbes expérimentales figurent des tendances différentes: le mode (5,1) décrit une zone d'ombre peu étendue, et de faibles atténuations limitées à $10dB$. Le mode (8,1) en revanche met en évidence une vaste zone d'ombre et des pics d'atténuation prononcés pouvant atteindre $40dB$. La courbe correspondant au calcul analytique, identique pour ces deux modes puisque unique pour une fréquence et une position données, montre un niveau d'atténuation intermédiaire. Elle surestime l'atténuation dans le cas du mode (5,1) et la sous-estime dans le cas du mode (8,1). Les interférences entre les rayonnements issus du bord d'attaque et du bord de fuite, responsables des oscillations de la courbe, sont très accentuées dans le calcul analytique et plus faibles dans le tracé des mesures. En effet, les modes étant des sources distribuées, la superposition des différents champs diffractés tend à lisser le système d'interférences sur les courbes de mesures. Ces observations illustrent l'importance des caractéristiques de la source dans la prédiction de l'effet de masquage d'un bruit de soufflante aval et la limitation de l'hypothèse de source ponctuelle dans de tels modèles. Il est donc primordial de disposer d'un modèle de source plus réaliste, représentatif des propriétés modales. Un premier modèle fondé sur l'association de monopôles en *anneau* est décrit au paragraphe suivant et les résultats obtenus à nouveau confrontés aux mesures [17]¹. Cette méthode est très utile pour décrire un mode avec un nombre réduit de monopôles. Nous verrons cependant ses limitations et présenterons un modèle de source modale plus évolué.

1. Ce modèle a été présenté lors du 12ème congrès d'aéroacoustique AIAA 2006 à Cambridge, Massachussets.

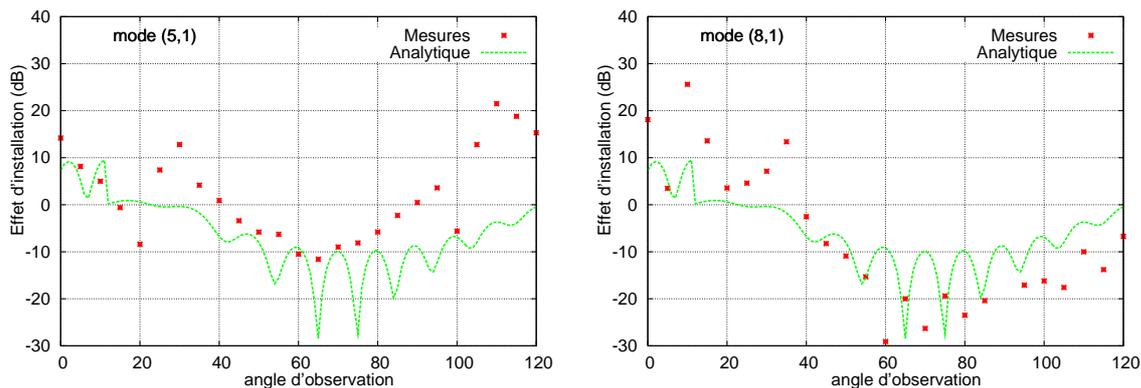


FIG. IV.2 – Comparaison de l'effet d'installation mesuré d'un mode (5,1) -à gauche- et (8,1) -à droite- avec l'effet d'installation d'une source ponctuelle calculé analytiquement à la fréquence réduite $kR = 10.31$.

IV.3.2 Principe de la modélisation d'une source modale par un anneau de monopôles

Nous nous intéressons ici uniquement à la simulation de l'ordre azimutal m d'un mode (m,n) indépendamment de l'ordre radial n . L'objectif de cette partie est la construction d'une distribution de sources ponctuelles dont le rayonnement en champ lointain est équivalent à celui d'une source modale, afin de permettre une prédiction fiable des effets d'installation par les solutions analytiques des chapitres I et II. L'intérêt d'une telle démarche est double:

- dans le cas d'une entrée d'air circulaire, ou d'un conduit d'éjection annulaire, l'énergie rayonnée est répartie sur toute la section de sortie. La prise en compte d'une répartition spatiale de sources permet, contrairement à une unique source ponctuelle placée sur l'axe, de modéliser cette répartition d'énergie sur la circonférence du conduit.
- Chaque mode rayonné en sortie de conduit possède une directivité propre et interagit donc de manière unique avec les surfaces de l'avion. En configuration non conventionnelle en particulier, l'importance de la position du lobe principal de directivité par rapport aux bords diffractants de l'aile ou de l'empennage a été démontrée, d'où l'importance de reproduire ce lobe de manière précise pour une évaluation correcte de l'effet de masquage.

A la sortie du conduit, chaque mode (m,n) propagatif rayonne dans tout l'espace et en un point du champ lointain (Fig. IV.3) de coordonnées sphériques $(R_{ec}, \theta_{ec}, \phi)$ la pression rayonnée s'écrit

$$p_{mn}(R_{ec}, \theta_{ec}, \phi) = A_{mn} e^{i(m\phi + \omega t)} \frac{e^{-ikR_{ec}}}{R_{ec}} F_{mn}(\theta_{ec}) \quad (\text{IV.12})$$

où A_{mn} est l'amplitude modale et F_{mn} la fonction de directivité.

L'hypothèse champ lointain permet de dissocier dans l'expression du champ rayonné les termes dépendants de la position angulaire θ_{ec} et les termes dépendant de la distance au point d'écoute R_{ec} , ce qui revient à considérer un rayonnement sphérique avec une directivité indépendante de la distance à la source. Chaque mode *tournant* d'ordre azimutal $m \neq 0$ est ainsi défini par sa vitesse de phase liée au terme $e^{im\phi}$ et par sa directivité en champ lointain. La formulation (IV.12) est valable aussi bien pour le rayonnement d'une entrée d'air circulaire - *modèle de Lordi et Homicz* [49] - que pour celui d'une éjection annulaire - *modèle de Rienstra* [80] -. Seule la fonction de directivité $F_{mn}(\theta)$ change d'un modèle à l'autre. On trouvera les expressions complètes respectives de ces fonctions dans [47] et [24].

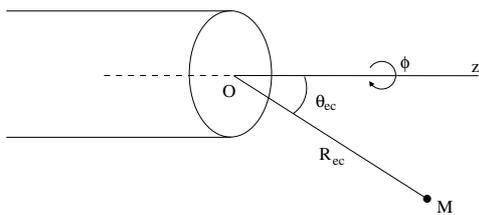


FIG. IV.3 – Définition des coordonnées sphériques.

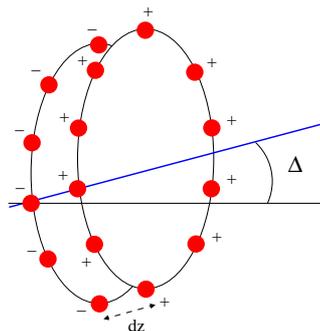


FIG. IV.4 – Distribution de monopôles en anneaux simulant une source modale.

Ce comportement spécifique d'une source modale peut être simulé par deux anneaux de monopôles en opposition de phase, équivalents à un anneau de dipôles dont les paramètres de contrôle sont les suivants (Fig. IV.4):

- la distance axiale dz entre les deux anneaux, petite par rapport à la longueur d'onde,
- l'orientation d'un dipôle donnée par l'angle Δ ,
- le nombre de monopôles de chaque anneau et leur phase respective.

Cette modélisation met en présence deux phénomènes indépendants qu'il est important de bien distinguer. D'une part, le déphasage entre les différents monopôles d'un seul anneau est responsable du comportement tournant du mode simulé. En outre, ce déphasage définit une direction privilégiée de rayonnement θ à l'amont et à l'aval de manière symétrique (Fig. IV.5). Le principe consiste à ajuster cet angle θ à la valeur de l'angle de rayonnement du mode simulé. D'autre part, l'ajout d'un deuxième anneau crée une série de dipôles et a pour effet la multiplication du diagramme de directivité du premier anneau par le diagramme de directivité propre du dipôle, ce qui introduit une asymétrie entre les propagations en amont et en aval et autorise l'annulation partielle du rayonnement vers l'arrière (Fig. IV.6).

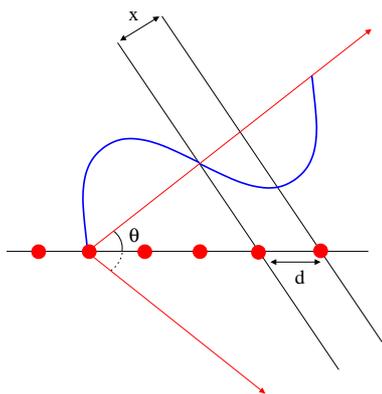


FIG. IV.5 – Définition d'une direction privilégiée de rayonnement par association de monopôles déphasés.

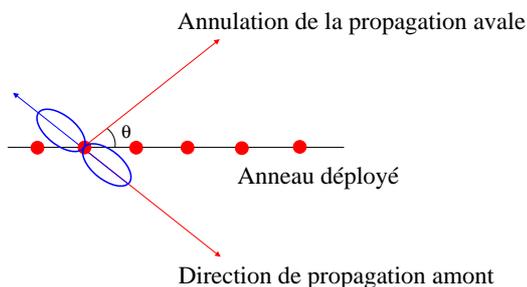


FIG. IV.6 – Minimisation du rayonnement aval par un anneau de dipôles dont l'axe tend vers la perpendiculaire à la direction d'émission modale.

En résumé, la distribution de sources en anneaux est capable de

- modéliser un comportement de source modale,
- rayonner dans une direction privilégiée,
- empêcher la propagation du champ dans la direction avale.

Ces propriétés sont vérifiées sous réserve d'un réglage convenable des paramètres de l'anneau.

IV.3.3 Paramètres de l'anneau

Le premier paramètre à ajuster est le nombre de sources sur chaque anneau. Ce nombre doit être suffisamment grand pour que le modèle soit représentatif d'un véritable mode tournant. Un critère de discrétisation N_0 de six points par lobe azimutal a été sélectionné pour nos études. Le tableau ci-dessous décrit les paramètres fixés pour la simulation du mode m à la fréquence f par deux anneaux de monopôles:

Nombre de monopôles par anneau	$p = N_0 \times m$
Déphasage entre deux monopôles adjacents d'un même anneau	$\delta\phi = \frac{2\pi}{N_0}$
Distance entre deux anneaux	$dz = \frac{0.02 \times c}{f}$
Rayon de l'anneau	R_0
Position angulaire du second anneau par rapport au premier	α

Les deux derniers paramètres à déterminer sont le rayon de l'anneau et la position du second anneau par rapport au premier, objets des deux paragraphes suivants.

IV.3.4 Calcul du rayon de l'anneau en fonction de l'angle de rayonnement θ du mode simulé

La direction θ de rayonnement du lobe principal d'un mode propagatif (m,n) donné peut être calculée par une méthode analytique [24]. Le modèle de source équivalent, sous réserve d'un ajustement correct du rayon de l'anneau, génère une onde oblique se propageant dans cette même direction θ . Le rayon adéquat est déterminé par le raisonnement qui suit (Fig. IV.7). Considérons un anneau déployé de monopôles. La création d'une onde oblique dans la direction θ induit un glissement à la vitesse V sur l'axe. Réciproquement, pour simuler une onde oblique dans la direction θ , il suffit de provoquer une onde de glissement à la vitesse V sur l'axe. Notons $\Psi = kx$ la différence de phase entre deux fronts d'onde oblique successifs distants de x . Egaliser Ψ et $\delta\phi$ le déphasage entre deux monopôles successifs conduit à la distance x entre deux fronts d'ondes $x = \lambda/N_0$. Notant $d\Phi$ l'angle au centre de deux monopôles successifs équirépartis sur un anneau (Fig. IV.8) et d la distance entre ces deux mêmes monopôles sur l'anneau déployé, on obtient le système

$$\begin{cases} d = R_0 d\Phi = \frac{\lambda}{N_0 \cos \theta} \\ d\Phi = \frac{2\pi}{p} \end{cases} \quad (\text{IV.13})$$

dont se déduit l'expression du rayon R_0 d'un anneau en fonction de l'angle de rayonnement θ

$$R_0 = \frac{cp}{2\pi f N_0 \cos \theta}. \quad (\text{IV.14})$$

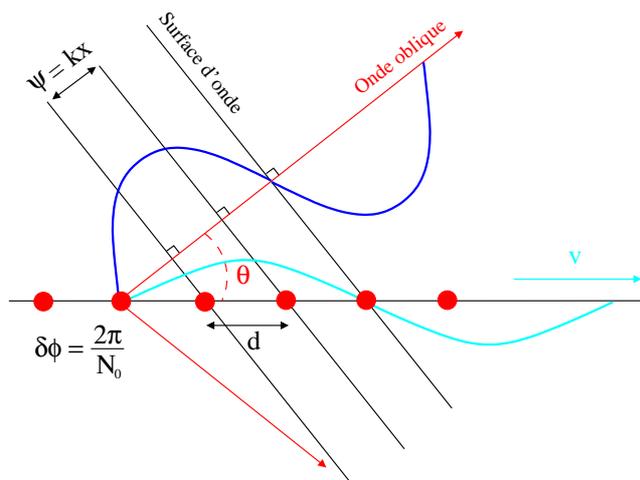


FIG. IV.7 – Anneau de monopôles déployé pour la détermination de son rayon en fonction de l'angle de rayonnement θ .

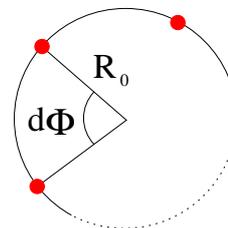


FIG. IV.8 – Définition de l'angle au centre $d\Phi$.

IV.3.5 Calcul de l'orientation Δ du dipole

L'ajout d'un second anneau de monopôles en opposition de phase par rapport aux monopôles du premier anneau engendre un anneau de dipôles. Il en résulte la multiplication du diagramme de directivité initial par le diagramme de directivité propre du dipole, comme le montre la figure (IV.6). L'angle d'orientation du dipole Δ est naturellement fixé à la valeur θ du lobe principal de rayonnement du mode simulé. Cet angle Δ est obtenu par rotation d'angle α autour de l'axe z du second anneau par rapport au premier de sorte que

$$\alpha = \frac{dz \tan \Delta}{R_0} \tag{IV.15}$$

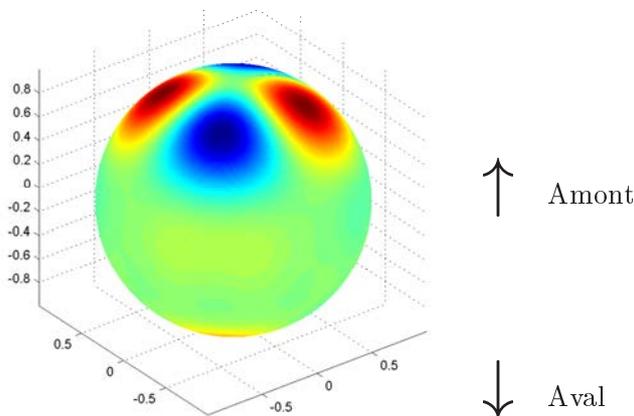


FIG. IV.9 – Mode(2,1) simulé par deux anneaux de 12 monopôles ($\Delta = 45^\circ$). Cartographie instantanée de pression sonore.

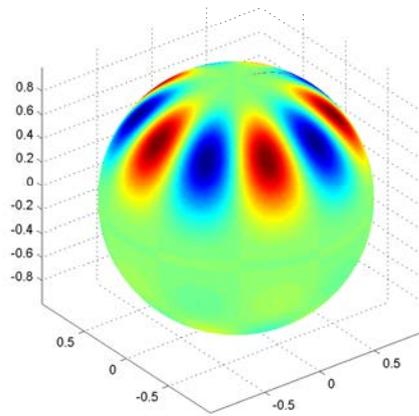


FIG. IV.10 – Mode(5,1) simulé par deux anneaux de 30 monopôles ($\Delta = 50^\circ$). Cartographie instantanée de pression sonore.

Les figures (IV.9) et (IV.10) reproduisent la simulation sous Matlab du rayonnement d'un mode

(2,1) et d'un mode (5,1) en projection sur une sphère d'écoute par le modèle décrit ci-dessus. Les résultats obtenus sont en accord avec la simulation numérique du rayonnement générique d'un mode par un conduit d'éjection.

Ce modèle a été implémenté dans le code analytique *SCAT* présenté au chapitre I. Le paragraphe suivant met en évidence l'évolution des résultats de prédiction d'effet d'installation avec un anneau de sources.

IV.3.6 Amélioration des résultats analytiques et limitation du modèle

L'ensemble des figures présentées ci-après comparent sur un arc flyover les résultats du calcul analytique avec une source ponctuelle ou un anneau de sources distribuées et les mesures de la campagne d'essai du chapitre III. Les fréquences réduites $kR = 5.19$ et $kR = 10.31$ sont sélectionnées et les modes choisis pour qu'un seul ordre radial n soit passant à ces fréquences, soit les modes (1,1), (2,1), (3,1) et (4,1) à $kR = 5.19$ et les modes (5,1), (6,1), (7,1) et (8,1) à $kR = 10.31$. La figure de gauche regroupe les tracés des niveaux sonores mesurés de la source isolée, ainsi que la courbe de directivité isolée reconstruite par l'anneau de sources. Le rayonnement isolé du monopôle n'est pas représenté puisqu'il est constant sur un arc d'observation centré sur la source. La figure de droite illustre l'effet d'installation correspondant, c'est-à-dire la différence entre le niveau mesuré ou calculé en présence de la surface masquante et le niveau isolé. Le modèle analytique fait l'hypothèse d'une plaque diffractante sans épaisseur de même corde que celle de la géométrie réelle testée.

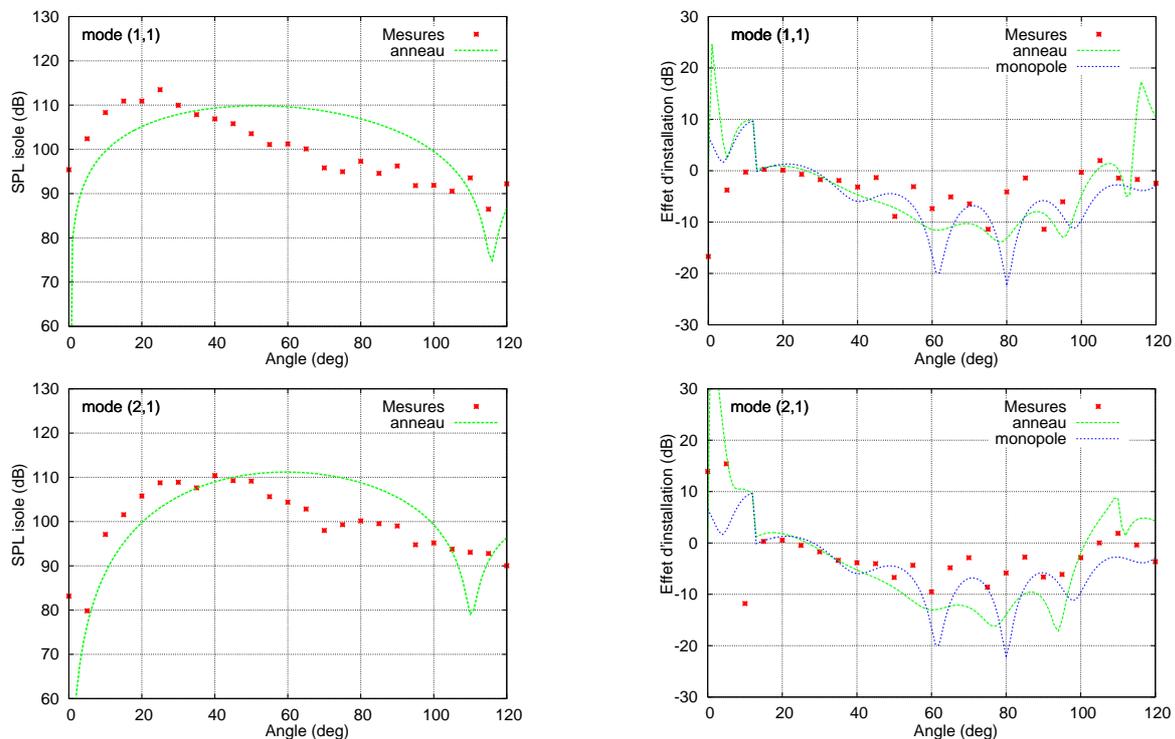


FIG. IV.11 – Comparaison d'un calcul analytique de diffraction avec un anneau de sources ou une source ponctuelle à des mesures pour différentes excitations modales - configuration isolée (à gauche) et effet d'installation (à droite) à $kR = 5.19$.

L'analyse des résultats conduit à des conclusions différentes aux deux fréquences d'étude. A basse fréquence $kR = 5.19$, l'anneau de sources reconstruit de manière très approximative la directivité mesurée (Fig. IV.11 et IV.12 - gauche). La forme du rayonnement est modélisée de

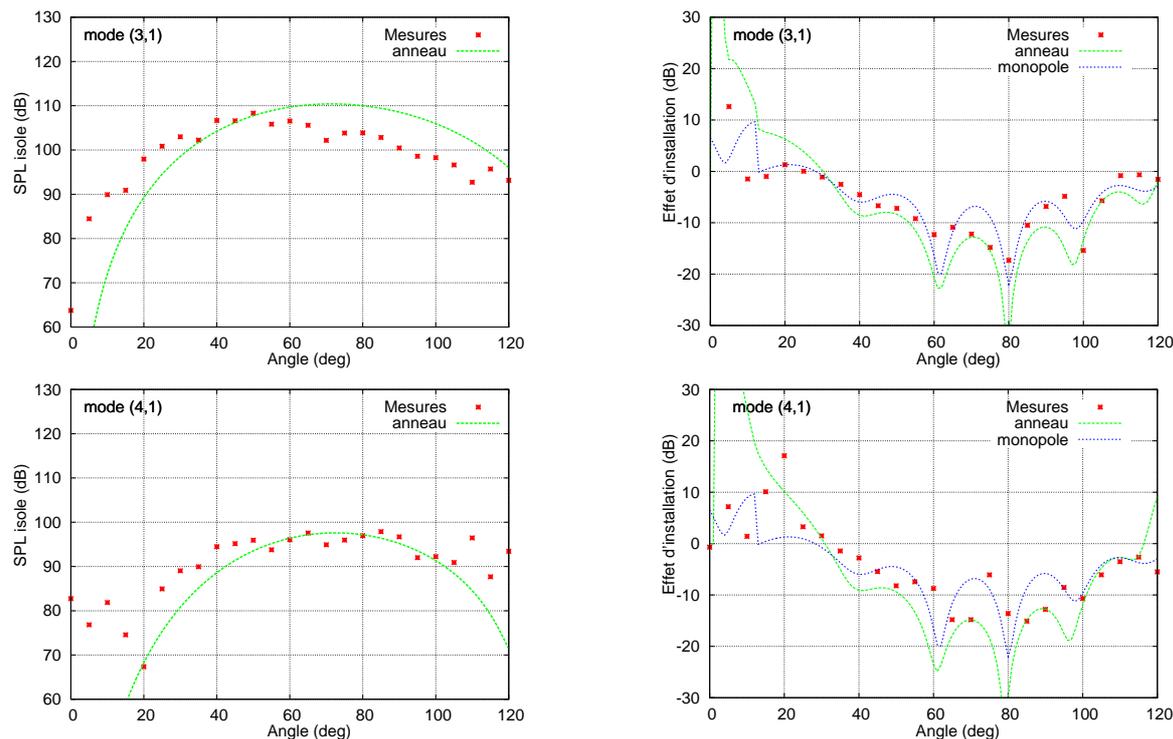


FIG. IV.12 – Comparaison d'un calcul analytique de diffraction avec un anneau de sources ou une source ponctuelle à des mesures pour différentes excitations modales - configuration isolée (à gauche) et effet d'installation (à droite) à $kR = 5.19$.

façon à peu près satisfaisante aux faibles angles, entre 0° et 40° mais s'écarte des mesures aux angles élevés. L'amélioration de la prédiction de l'effet d'installation par l'anneau de sources est alors négligeable, en particulier pour les modes (1,1) et (2,1) où le calcul avec une source ponctuelle semble meilleur (Fig. IV.11 - droite). Le rayonnement isolé des modes (3,1) et (4,1) est lui mieux reconstruit par la distribution de sources et l'effet d'installation correspondant globalement mieux prédit (Fig. IV.12 - droite). Si l'amélioration de la prédiction par l'utilisation d'un anneau de sources n'est pas très marquée pour l'ensemble des modes à cette fréquence, c'est que leur rayonnement isolé est relativement uniforme et s'apparente davantage à celui d'une source omnidirectionnelle. L'effet d'une distribution de sources est beaucoup plus remarquable à la fréquence plus élevée $kR = 10.31$ où l'ensemble des modes rayonne avec une directivité plus spécifique (Fig. IV.13 et IV.14 - gauche). Si le lobe principal du mode (5,1) n'est pas correctement prédit, le creux observé à 90° est bien reproduit par l'anneau de sources. L'impact sur le calcul de l'effet d'installation est important (Fig. IV.13 - droite), puisque le pic correspondant observé à 90° est bien modélisé, alors que le calcul avec une source ponctuelle est inadéquat. La forme du rayonnement isolé des modes (6,1), (7,1) et (8,1) est assez bien reproduite par l'anneau de sources et la prédiction du niveau de l'effet d'installation correspondant devient très satisfaisante. L'amélioration par rapport à un calcul source ponctuelle est manifeste à cette fréquence.

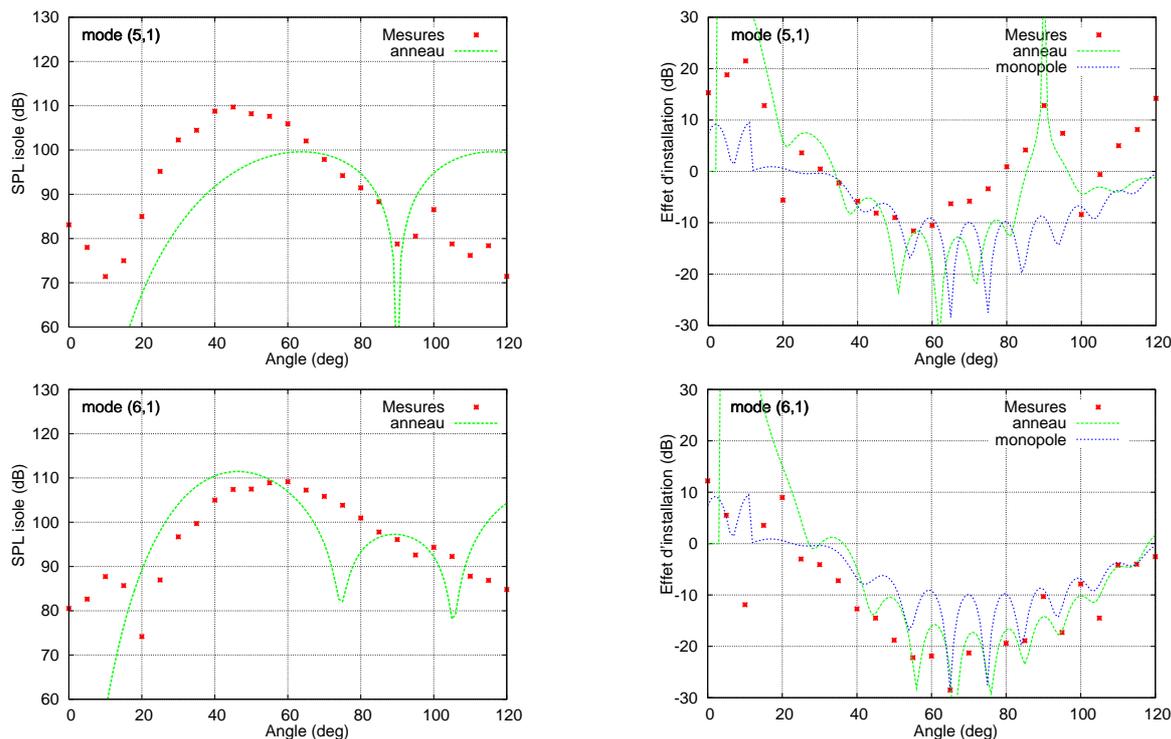


FIG. IV.13 – Comparaison d'un calcul analytique de diffraction avec un anneau de sources ou une source ponctuelle à des mesures pour différentes excitations modales - configuration isolée (à gauche) et effet d'installation (à droite) à $kR = 10.31$.

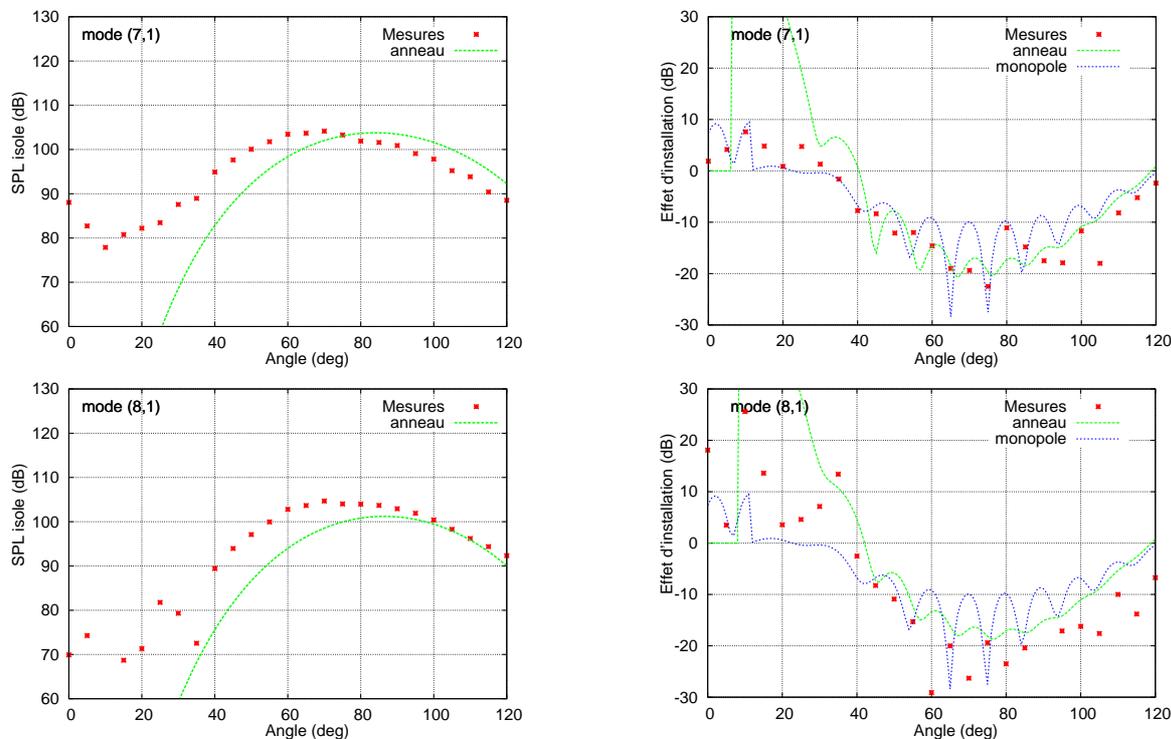


FIG. IV.14 – Comparaison d'un calcul analytique de diffraction avec un anneau de sources ou une source ponctuelle à des mesures pour différentes excitations modales - configuration isolée (à gauche) et effet d'installation (à droite) à $kR = 10.31$.

IV.3.7 Plans, lignes et points d'annulation du champ acoustique

Les symétries d'une association de plusieurs monopôles peuvent engendrer des plans, lignes ou points singuliers pour lesquels le champ sonore s'annule, particulièrement si l'on considère des distributions de bilan instantané nul, telles que des paires de monopôles d'amplitudes complexes opposées, ou des monopôles équirépartis sur un cercle [12]. Par exemple, deux sources d'amplitudes complexes opposées $+q$ et $-q$ admettent leur plan méridien (\mathcal{P}) comme plan d'annulation du champ sonore (Fig.IV.15).

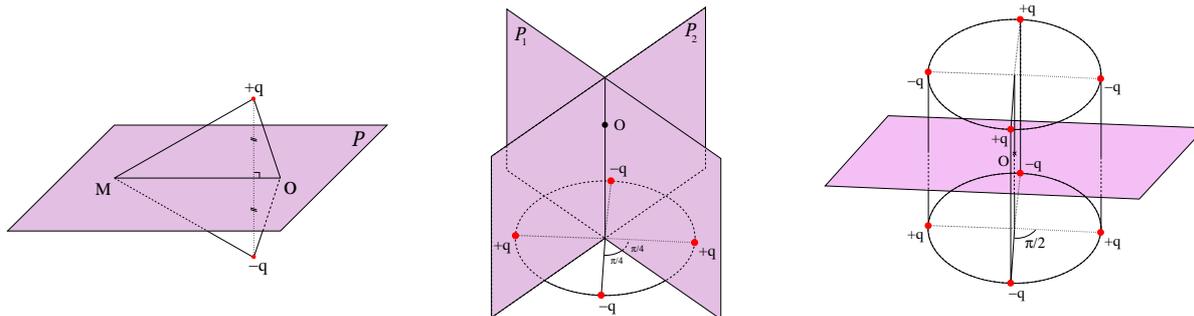


FIG. IV.15 – Configuration à un plan d'annulation.

FIG. IV.16 – Configuration à deux plans d'annulation.

FIG. IV.17 – Configuration à trois plans d'annulation.

De même les deux plans méridiens \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 de deux paires de sources équiréparties sur un cercle dont les amplitudes complexes sont de signes alternés et de même module sont des plans d'annulation du champ (Fig. IV.16). En particulier la droite qui passe par le point 0 et perpendiculaire au plan du cercle est une droite d'annulation du champ. Enfin, si l'on duplique le cercle de sources précédent formant ainsi deux cercles parallèles de même rayon (Fig. IV.17), alors le champ acoustique résultant possède les deux mêmes plans d'annulation que dans le cas précédent et un troisième plan d'annulation parallèle et équidistant aux deux cercles. Cependant, une source modale ne présente pas de telles singularités du champ. C'est pourquoi le modèle de source en anneau doit être suffisamment discrétisé en azimuth pour prévenir l'apparition de tels plans d'annulation.

Nous avons présenté dans cette partie un premier modèle de simulation d'une source modale par un anneau de monopôles, permettant de recréer approximativement la directivité d'un mode d'ordre azimuthal m donné. Cependant, comme nous l'avons vu au début de ce chapitre, un mode est également caractérisé par son ordre radial n . Le modèle présenté au paragraphe suivant prend en compte ce paramètre dans le but d'améliorer encore la reconstruction d'un mode par une association de sources monopolaires.

IV.4 Approximation de la membrane bafflée discrétisée - modélisation d'un mode par une distribution dense de monopôles

L'approximation de la membrane bafflée introduite par Tyler et Sofrin [87] en 1962 a été étendue au cas d'un conduit annulaire par Morfey [59] en 1968: si l'on néglige la réflexion, le rayonnement vers l'arrière et les effets de convection par l'écoulement, il est possible d'approcher le rayonnement d'un conduit en considérant que la section de sortie rayonne comme une membrane souple bafflée vibrant avec une vitesse acoustique correspondant à celle du mode incident.

IV.4.1 Principe de l'approche

L'extrémité du conduit est donc modélisée par une membrane vibrante enserrée dans un baffle infini et rigide avec un corps central tronqué sur la section de sortie comme le montre la figure (IV.18). A la manière d'un haut-parleur, le mouvement de la membrane transmet de l'énergie mécanique à l'air ambiant et crée une variation de pression à l'origine d'une onde sonore.

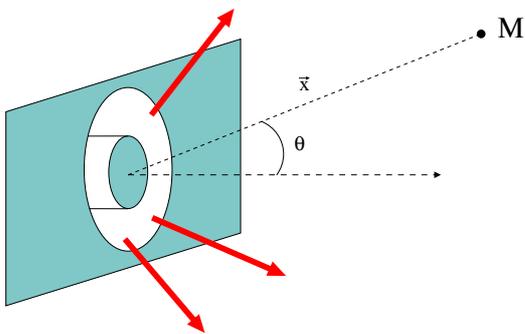


FIG. IV.18 – Configuration bafflée avec corps central tronqué.

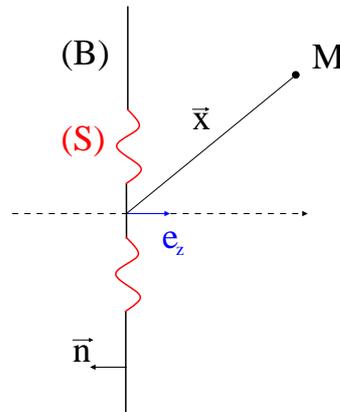


FIG. IV.19 – Modélisation du problème de la membrane bafflée.

Dans l'approximation de la membrane bafflée, un élément de surface élémentaire dS situé sur la surface de sortie du conduit agit comme une source élémentaire de bruit, c'est-à-dire comme une sphère vibrante de diamètre petit par rapport à la longueur d'onde rayonnée. En un point M du champ lointain, la pression totale peut alors s'exprimer comme la somme des contributions de ces éléments de surfaces élémentaires [87]. Le principe du modèle analytique proposé dans ce chapitre est une discrétisation de la surface de sortie modélisant chaque élément dS de surface vibrante par une source ponctuelle d'amplitude fonction de la vitesse du mode incident.

IV.4.2 Résolution du problème - Formule de Rayleigh

L'approximation de la membrane bafflée est fondée sur une formulation intégrale. Appelons (S) la surface vibrante incluse dans le baffle (B) parfaitement rigide de normale $\vec{n} = -\vec{e}_z$ (Fig. IV.19). Le champ p en un point \vec{x} du demi-espace $z > 0$, s'écrit

$$p(\vec{x}) = \int_{SUB} \frac{\partial p}{\partial n}(\vec{y}) G(\vec{x}, \vec{y}) dS - \int_{SUB} p(\vec{y}) \frac{\partial G}{\partial n}(\vec{x}, \vec{y}) dS \quad (IV.16)$$

La première intégrale de l'équation (IV.16) représente le rayonnement créé par la vibration de la surface (S) , déterminé par la seule vitesse normale imposée sur la surface matérielle vibrante. La deuxième intégrale modélise la diffraction par (S) *a priori* inconnue. Les conditions aux limites sur (B) et (S)

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial n} = 0 & \text{sur } (B) \\ \frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{\partial p}{\partial z} = i\omega\rho V_z & \text{sur } (S) \end{cases} \quad (IV.17)$$

conduisent à l'expression du champ de pression sous la forme

$$p(\vec{x}) = i\omega\rho \int_S V_z(\vec{y})G(\vec{x},\vec{y})dS - \int_{S_{UB}} p(\vec{y})\frac{\partial G}{\partial n}(\vec{x},\vec{y})dS. \quad (\text{IV.18})$$

L'introduction de la fonction de Green adaptée à la géométrie

$$G(\vec{x},\vec{y}) = \frac{e^{-ik\|\vec{x}-\vec{y}\|}}{4\pi\|\vec{x}-\vec{y}\|} + \frac{e^{-ik\|\vec{x}-\vec{y}'\|}}{4\pi\|\vec{x}-\vec{y}'\|}$$

où \vec{y}' est l'image de \vec{y} par le plan du baffle et G solution du problème

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta G + k^2 G = -\delta & \\ \frac{\partial G}{\partial n} = 0 & \text{sur } (B) \\ \frac{\partial G}{\partial n} = 0 & \text{sur } (S) \\ \text{condition de radiation de Sommerfeld} & \end{array} \right. ,$$

annule la seconde intégrale de l'équation (IV.18), qui se réduit à la relation

$$p(\vec{x}) = i\omega\rho \int_S V_z(\vec{y})G(\vec{x},\vec{y})dS. \quad (\text{IV.19})$$

Or sur la surface S , qui est aussi plan de symétrie de la fonction de Green, $\vec{y}' = \vec{y}$ et $G(\vec{x},\vec{y})$ s'écrit:

$$G(\vec{x},\vec{y}) = \frac{e^{-ik\|\vec{x}-\vec{y}\|}}{2\pi\|\vec{x}-\vec{y}\|} = 2G_0(\vec{x},\vec{y}) \quad (\text{IV.20})$$

avec G_0 la fonction de Green en espace libre. L'équation (IV.19) devient

$$p(\vec{x}) = 2i\omega\rho \int_S V_z(\vec{y})G_0(\vec{x},\vec{y})dS, \quad (\text{IV.21})$$

et la pression rayonnée en \vec{x} s'écrit finalement (Formule de Rayleigh)

$$p(\vec{x}) = \frac{i\omega\rho}{2\pi} \int_S \frac{e^{-ikR}}{R} V_z(\vec{y})dS \quad \text{avec } R = \|\vec{x}-\vec{y}\|. \quad (\text{IV.22})$$

Le facteur 2 dans la formule (IV.22) est associé à la notion de baffle rigide. Chaque élément de surface agit donc comme un monopôle d'amplitude double de ce qu'elle serait en espace libre. Le terme $V_z(\vec{y})$ désigne la vitesse axiale du champ acoustique sur la section de sortie. Pour estimer le rayonnement d'un mode incident (m,n) à l'extrémité du conduit, on suppose donc généralement que cette vitesse est imposée par la seule composante $V_{z_{mn}}$ de la vitesse du mode incident, ce qui revient à négliger les modes diffractés et réfléchis et conduit à l'approximation

$$p_{mn}(\vec{x}) = \frac{i\omega\rho}{2\pi} \int_S \frac{e^{-ikR}}{R} V_{z_{mn}}(\vec{y})dS \quad (\text{IV.23})$$

où p_{mn} représente la contribution du mode (m,n) au champ total.

IV.4.3 Discrétisation de la surface vibrante par des monopôles

Dans l'approximation de la membrane bafflée, le rayonnement total s'exprime comme la somme des contributions des surfaces élémentaires dS . Pour modéliser le comportement du rayonnement d'un mode (m,n) donné dans nos codes analytiques de diffraction, l'idée consiste à tapisser la surface de sortie du conduit par une série de monopôles dont l'amplitude est calculée à partir

de la formule de Rayleigh (IV.22) de la façon suivante: le champ de pression dû au rayonnement d'un monopôle en champ libre s'écrit

$$p_{monop} = A_{monop} \frac{e^{-ikR}}{4\pi R} = \frac{A_{monop}}{2} \frac{e^{-ikR}}{2\pi R} \quad (IV.24)$$

En identifiant dans les équations (IV.23) et (IV.24) l'amplitude de la contribution élémentaire dS et l'amplitude du monopôle de coordonnées (x,y,z) , on obtient l'égalité

$$A_{monop} = 2i\omega\rho V_z dS \quad (IV.25)$$

En substance, le rayonnement d'un mode (m,n) peut être modélisé par une association de monopôles tapissant la surface du conduit (a priori circulaire ou annulaire) dont l'amplitude est proportionnelle à la composante suivant z de la vitesse incidente de ce mode $V_{z_{mn}}$. Dans le cas sans écoulement, cette vitesse s'exprime en fonction des paramètres $k_{r_{mn}}$ et $k_{z_{mn}}$ définis au paragraphe IV.2 sous la forme:

$$V_{z_{mn}} = k_{z_{mn}} A_{mn} F_{mn}(k_{r_{mn}} r) e^{ik_{z_{mn}} z}.$$

IV.4.4 Premiers résultats

Dans cette partie, nous comparons le rayonnement en champ lointain de plusieurs modes évalué par trois méthodes différentes: les mesures de la campagne d'essai du chapitre III, le calcul BEM sur la géométrie réaliste correspondante et le calcul analytique du rayonnement d'une distribution de sources équivalente définie au paragraphe précédent (noté «baffle discrétisé»). Les calculs sont réalisés aux fréquences réduites $kR = 5.19$ et $kR = 10.31$ et seuls les modes n'ayant qu'un seul ordre radial propagatif sélectionnés. Les figures de gauche présentent les résultats du champ libre et les figures de droite l'effet d'installation correspondant, calculé dans le cas analytique par le code *SCAT* avec en entrée la distribution de sources. Le calcul avec une source monopolaire figure à titre de comparaison.

A la fréquence la plus faible $kR = 5.19$, la forme du rayonnement isolé des modes (2,1), (3,1) et (4,1) est reconstruite de manière très satisfaisante par la distribution de sources (Fig. IV.20 et IV.21). Par conséquent, la prédiction de l'effet d'installation par le modèle analytique du chapitre I couplé avec le modèle du baffle est excellente et comparable aux prédictions du code BEM. Dans le cas particulier du mode (1,1), il apparaît un creux autour de 56° dans le calcul analytique du rayonnement isolé à l'origine d'une émergence dans cette direction pour le calcul de l'effet d'installation, qui prédit une forte augmentation du niveau non observée expérimentalement (Fig. IV.20). Ce creux est dû à la géométrie du conduit considérée dans l'approximation de la membrane bafflée, dont le corps central est tronqué sur la section de sortie, alors que les géométries expérimentales et les maquettes numériques ont un corps central émergent, qui masque certaines interférences visibles dans le modèle analytique. Nous détaillerons cet effet dans la section suivante. A la fréquence plus élevée $kR = 10.31$, les mesures, le calcul analytique et le calcul numérique sont pratiquement équivalents et le modèle du baffle reconstruit parfaitement la forme du lobe de rayonnement isolé (Fig. IV.22 et IV.23). Il s'ensuit à nouveau une prédiction analytique très satisfaisante de la forme et de l'amplitude des effets d'installation pour ces modes. On remarque en outre que pour tous les modes présentés d'ordre azimutal non nul, le code analytique calcule un rayonnement nul dans l'axe (correspondant à l'origine 0°), puisque seuls les modes d'ordre zero rayonnent dans cette direction. Cependant, les niveaux mesurés et les niveaux calculés par le code BEM ne donnent pas des résultats nuls dans la direction de l'axe, ce qui est particulièrement bien visible sur le mode (4,1). Expérimentalement, la présence d'un niveau sonore non nul dans cette direction s'explique par le bruit de fond et les possibles réflexions parasites dans la chambre anéchoïque.

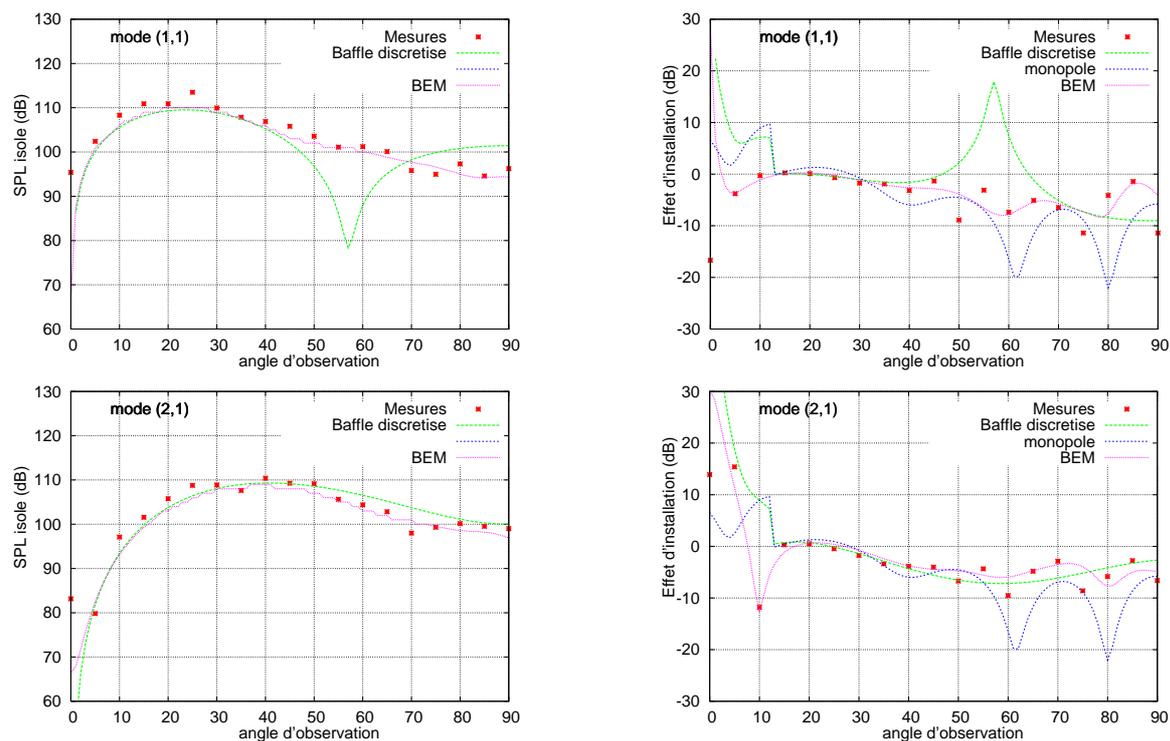


FIG. IV.20 – Comparaison du rayonnement en champ lointain mesuré, calculé analytiquement (baffle discrétisé) et numériquement pour différentes excitations modales - configuration isolée (à gauche) et effet d'installation (à droite) à $kR = 5.19$.

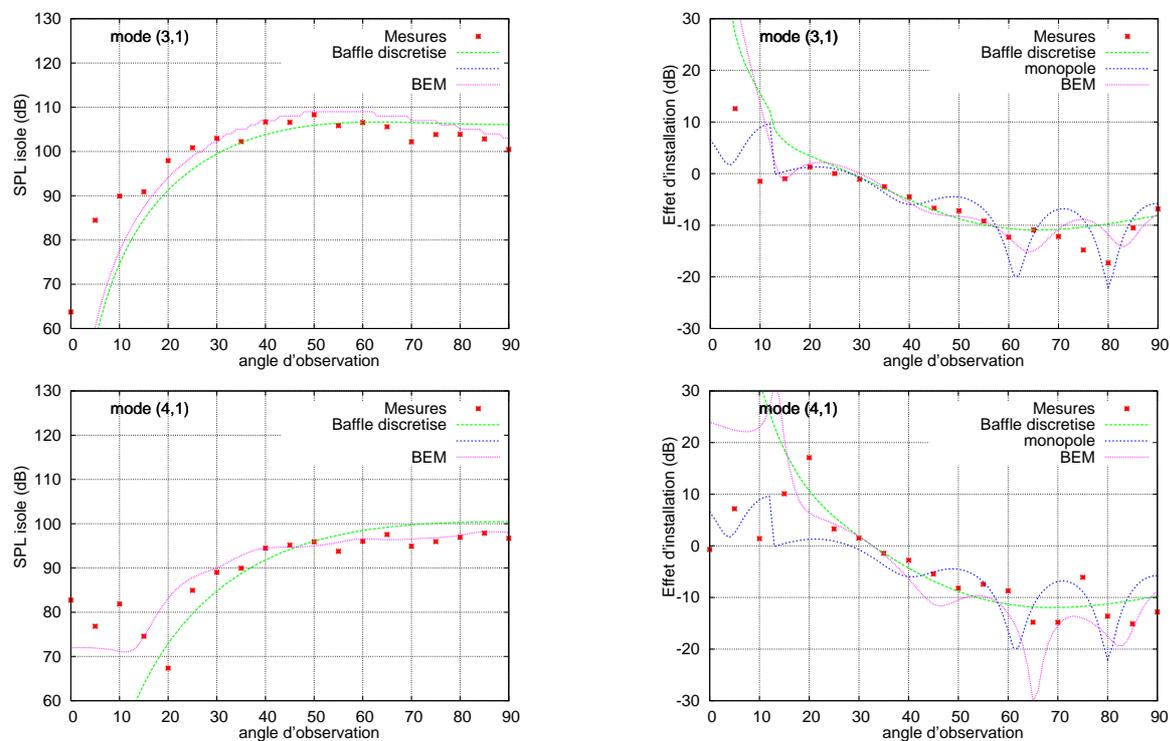


FIG. IV.21 – Comparaison du rayonnement en champ lointain mesuré, calculé analytiquement (baffle discrétisé) et numériquement pour différentes excitations modales - configuration isolée (à gauche) et effet d'installation (à droite) à $kR = 5.19$.

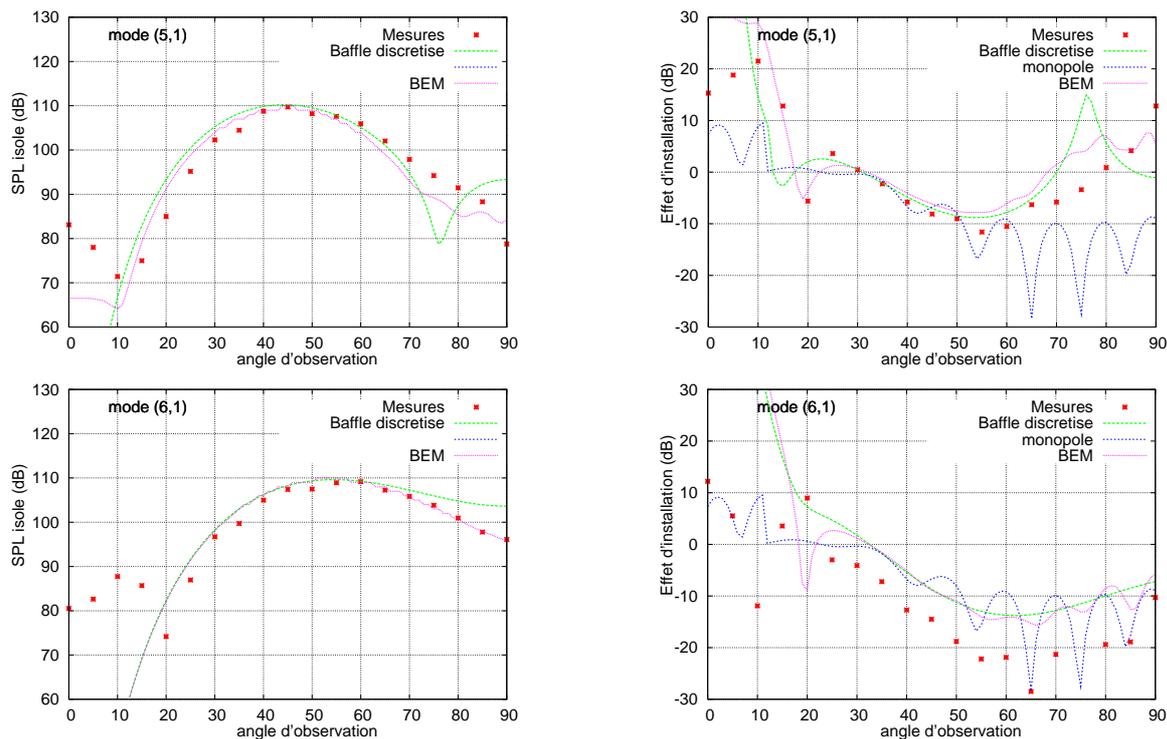


FIG. IV.22 – Comparaison du rayonnement en champ lointain mesuré, calculé analytiquement (baffle discrétisé) et numériquement pour différentes excitations modales - configuration isolée (à gauche) et effet d'installation (à droite) à $kR = 10.31$.

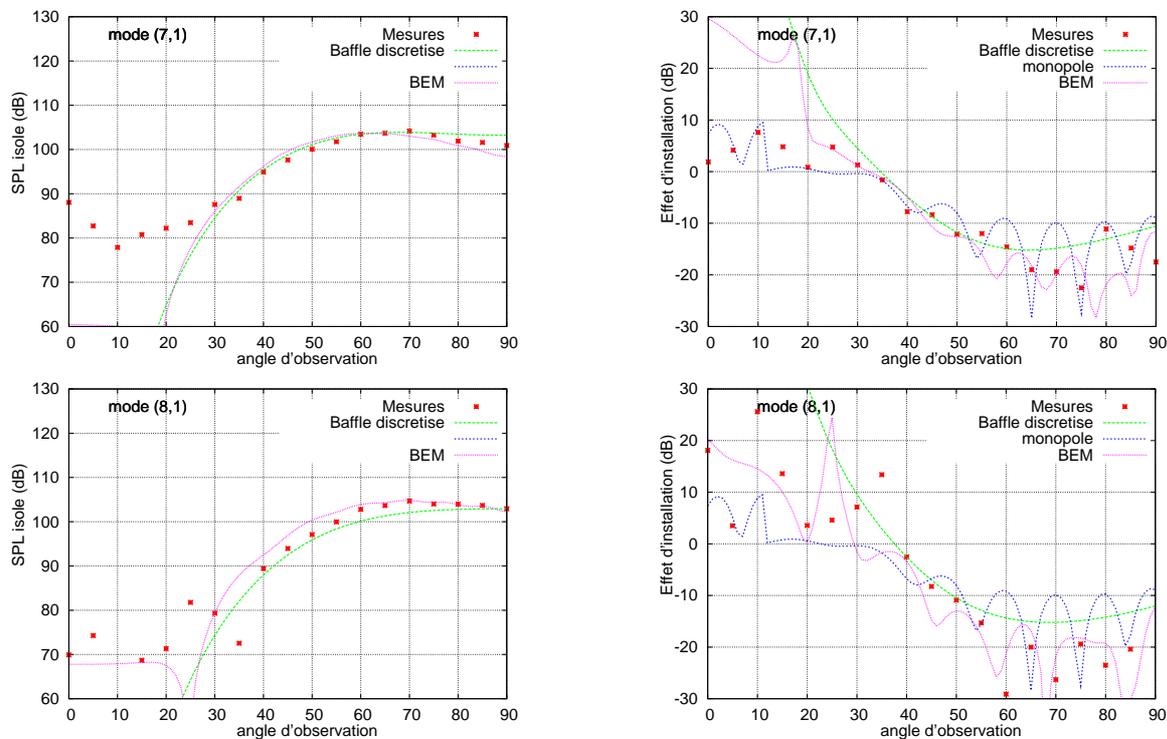


FIG. IV.23 – Comparaison du rayonnement en champ lointain mesuré, calculé analytiquement (baffle discrétisé) et numériquement pour différentes excitations modales - configuration isolée (à gauche) et effet d'installation (à droite) à $kR = 10.31$.

Dans le calcul numérique, ce rayonnement autour de 0° peut s'expliquer par l'imparfaite axi-symétrie du problème, due à la discrétisation en éléments surfaciques de l'éjection. De ce fait, le mode considéré peut se redistribuer sur d'autres modes d'ordre zéro et induire un niveau inattendu autour de l'axe de l'éjection.

Au regard de ces premiers résultats, le rayonnement de la source modale est généralement bien reconstruit par l'approximation de la membrane bafflée discrétisée, ce qui conduit à une bonne prédiction des effets d'installation par les modèles de calcul analytiques, en particulier dans les zones de niveau sonore élevé ($> 50dB$) qui nous intéressent particulièrement.

IV.4.5 Domaine de validité du modèle de sources distribuées

Cette partie est consacrée à la comparaison du modèle du baffle discrétisé à des résultats de calculs numériques menés sur différentes géométries de conduits d'éjection. Le but de cette étude est d'évaluer le domaine de validité et la performance du modèle de source pour la prédiction d'effets d'installation. Le modèle analytique de sources distribuées et le calcul numérique diffèrent en deux points essentiels: dans le modèle analytique, le corps central est tronqué sur la section de sortie et la surface est discrétisée par des monopôles, alors que la maquette numérique possède un corps central émergent et une distribution continue de sources. Comprendre indépendamment le rôle de chacune de ces approximations facilite par la suite l'analyse des écarts observés entre les prédictions des deux méthodes. C'est l'objet des trois points suivants qui précèdent l'étude de validité proprement dite.

• Digression sur la forme radiale des modes

Afin d'appréhender plus aisément les résultats de reconstruction des sources modales, il est utile de connaître la forme d'un mode et son comportement dans le conduit et en sortie. Cette étude a été réalisée de manière approfondie par Y. Druon [24] et nous en résumons ici les points principaux.

Le *rayon caustique* d'un mode (m,n) est lié aux propriétés intrinsèques des fonctions de Bessel et est défini par le rapport

$$r_{c_{mn}} = \frac{|m|}{k_{r_{mn}}}, \quad m \neq 0. \quad (\text{IV.26})$$

Ce rayon est toujours inférieur au rayon externe du conduit et il permet de dissocier deux zones de conduit, suivant le rapport $r/r_{c_{mn}}$: la région $r > r_{c_{mn}}$ est la zone de propagation forte, dans laquelle se concentre la majeure partie de l'énergie acoustique et la région $r < r_{c_{mn}}$ est la zone de propagation faible de moindre énergie. La première région ($r > r_{c_{mn}}$) est présente quels que soient le mode et la géométrie considérés. En revanche, la seconde ($r < r_{c_{mn}}$) n'apparaît qu'à la condition $h < r_{c_{mn}}$, où h est le rapport de rayon. De manière générale, suivant l'existence de la zone de propagation faible, l'énergie des modes est soit répartie sur toute la hauteur du canal, soit localisée à l'intérieur d'un domaine plus restreint s'étendant à partir de la paroi externe. Dans le cas particulier du rapport de rayon $h = 0.6$ de notre dispositif expérimental, la figure (IV.24) illustre l'évolution du profil radial des modes en fonction de l'ordre azimutal et de l'ordre radial et met en évidence deux propriétés:

- lorsque l'ordre azimutal m augmente, la zone énergétique des modes se concentre sur une région de plus en plus étroite à proximité de la paroi externe.
- Lorsque l'ordre radial n augmente, la largeur de la zone énergétique tend au contraire à augmenter, pour occuper toute la largeur du conduit.

Ces conclusions élucident les différences de comportement entre les modes et permettent d'appréhender la puissance de reconstruction d'un mode par le modèle de la membrane bafflée. En

effet, un mode d'ordre azimutal élevé ayant son énergie répartie près de la paroi externe sera peu influencé par la géométrie du corps central et l'approximation du baffle transparente. En revanche, un mode dont l'énergie occupe toute la largeur du conduit sera plus sensible à cette géométrie.

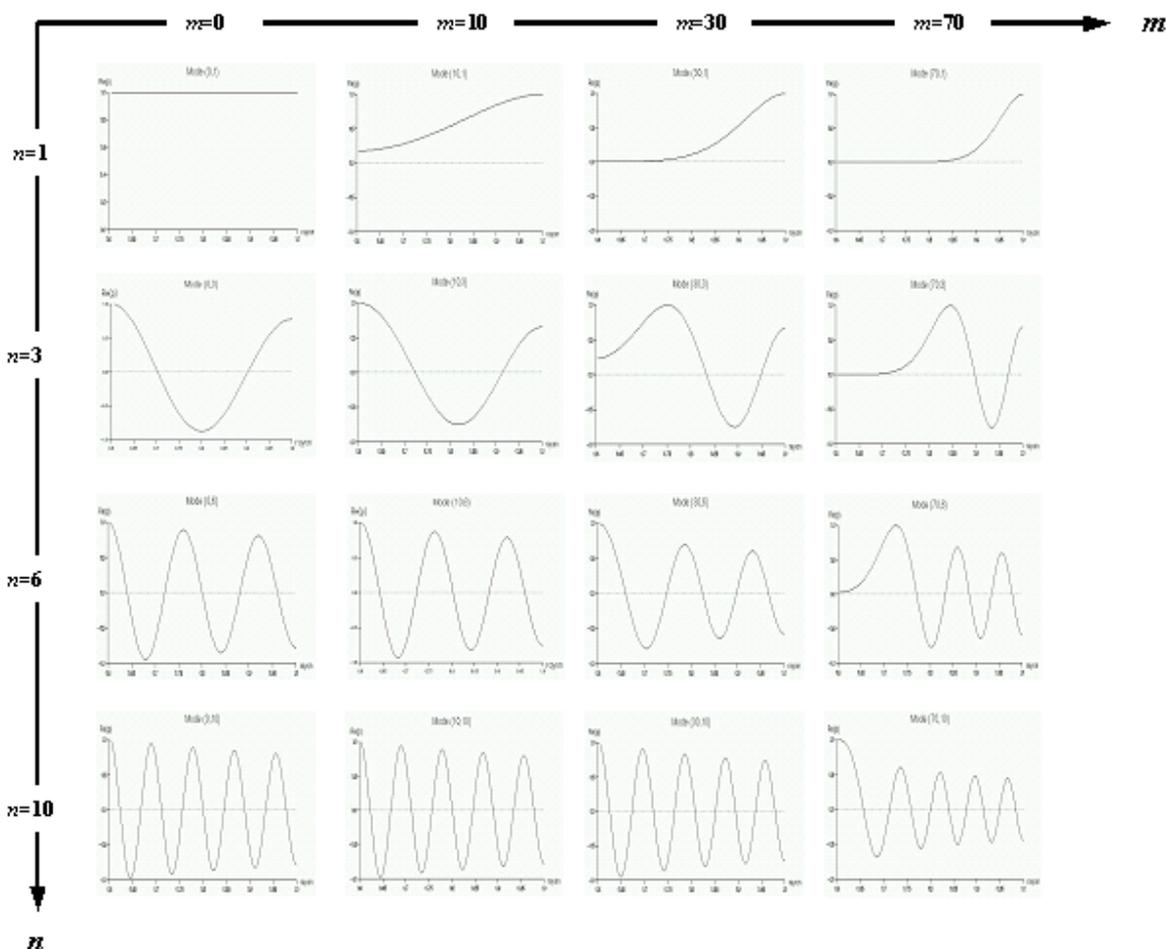


FIG. IV.24 – Profil radial des modes de conduit rigide: évolution en fonction des ordres azimutal et radial pour un rapport de rayon $h = 0.6$.

• Influence de la géométrie du corps central sur le rayonnement en champ lointain

Pour mettre en évidence cet effet de géométrie, un calcul numérique sur une nacelle tronquée (Fig. IV.27) de même rapport de rayon $h = 0.6$ que la géométrie expérimentale avec corps central émergent (Fig. IV.26) est réalisé à la fréquence réduite $kR = 10$ et les résultats présentés sur la figure (IV.25). Pour les modes d'ordre faible qui rayonnent près de l'axe, il apparaît des oscillations dans le calcul avec corps central émergent, lesquelles sont absentes dans le cas tronqué, et l'on remarque des extinctions de niveau sonore dans le cas tronqué, absentes avec corps central émergent. Ce phénomène est particulièrement bien visible pour les modes (1,1) et (3,1). Ces fluctuations sont le produit des diffractions successives apparaissant dans la région de sortie du conduit. En effet, la diffraction est différente dans les deux cas comme le montrent les figures (IV.28) et (IV.29): l'arête de diffraction forme un angle droit dans le cas tronqué, alors qu'en présence d'un corps central émergent, l'angle de l'arête de diffraction est obtus. Dans le cas tronqué, il n'y a de plus qu'une seule diffraction sur la section de sortie du conduit et l'absence de corps central autorise des interférences entre les champs diffractés par les bords

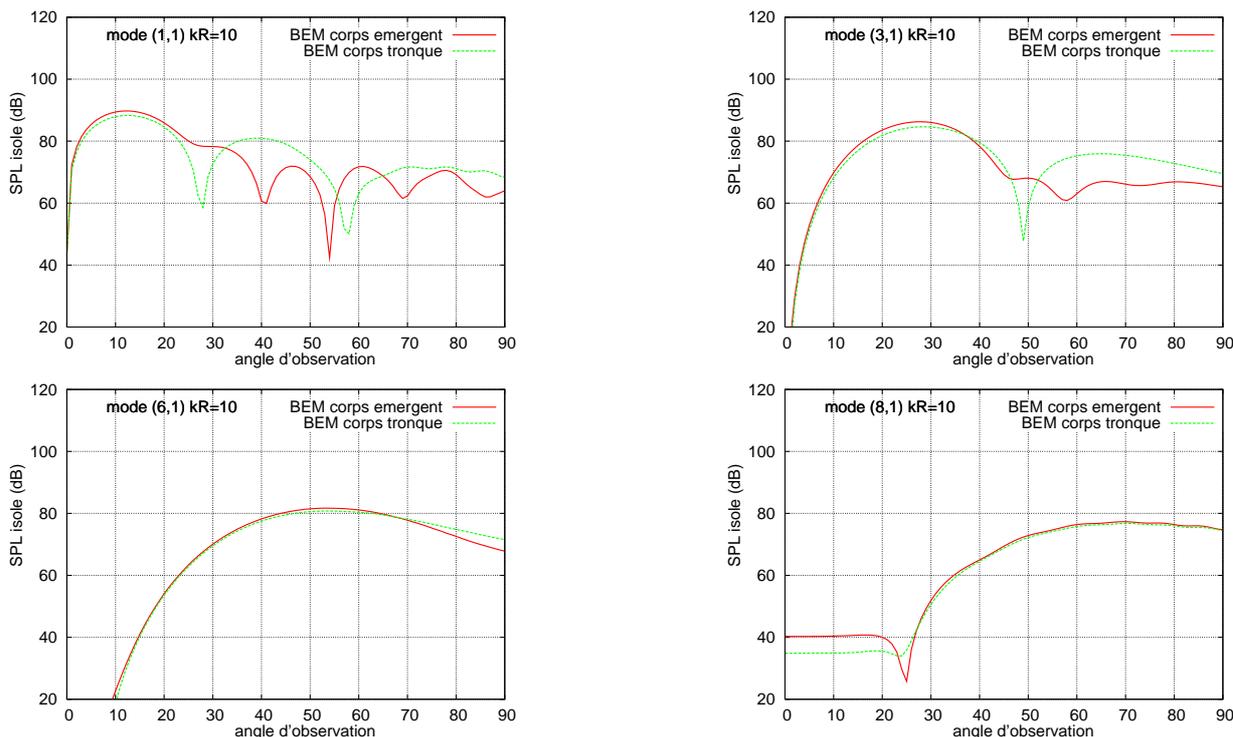


FIG. IV.25 – Comparaison des rayonnements d’un modèle de conduit d’éjection avec un corps central émergent ou un corps central tronqué pour différentes excitations modales et un rapport de rayon $h = 0.6$ à $kR = 10$.

opposés, qui expliquent les extinctions observées. Dans le cas du corps central émergent, deux diffractions successives ont lieu, la première dans la section de sortie, la deuxième moins dissipative, à l’extrémité du corps central. Cette dernière diffraction est responsable de l’oscillation du champ qui apparaît dans le calcul numérique et qui est absente dans le cas tronqué. Des calculs avec un corps central très long permettent effectivement de gommer ces oscillations tout en gardant une forme de rayonnement similaire.



FIG. IV.26 – CAO du conduit d’éjection avec corps central émergent.



FIG. IV.27 – CAO du conduit d’éjection avec corps central tronqué.

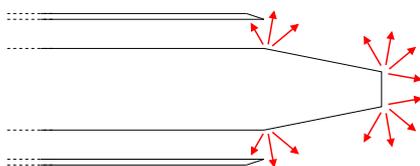


FIG. IV.28 – Arêtes diffractantes dans le modèle avec corps central émergent.

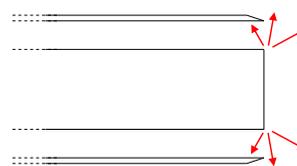


FIG. IV.29 – Arête diffractante dans le modèle avec corps central tronqué.

Il est donc possible de prévoir l'influence de la géométrie sur le rayonnement en champ lointain: les modes d'ordre faible dont l'énergie est répartie sur toute la largeur du conduit sont influencés par la géométrie du corps central, donc par l'effet d'un corps central tronqué par rapport à un corps central émergent, quelle que soit leur direction de rayonnement en sortie du conduit. C'est le cas pour le mode (1,1) ou pour le mode (3,1). Pour les modes dont l'énergie est localisée au niveau de la paroi externe, l'alternative suivante se présente (Fig. IV.25):

- soit le rayonnement du mode est dirigé vers les angles élevés comme pour les modes (6,1) et (8,1), alors les modèles avec corps central émergent et corps central tronqué coïncident.
- soit le mode rayonne relativement près de l'axe (ce qui peut se produire à haute fréquence où un mode d'ordre azimutal élevé peut rayonner avec un angle faible) et alors il peut être conditionné par la géométrie du corps central.

• Influence de la discrétisation de la source sur le rayonnement en champ lointain

La comparaison sur les figures (IV.31) à (IV.36) entre le calcul exact de l'intégrale de l'approximation du baffle (IV.16) noté «analytique continu» et son pendant discrétisé noté «analytique discrétisé» met en évidence l'influence de la discrétisation dans le modèle. Pour l'ensemble des courbes présentées, les rayonnements isolés prédits par les deux calculs sont très similaires, en particulier le nombre de lobes et leurs positions respectives sont identiques. Seules les extinctions apparaissent dans quelques cas décalées de quelques degrés, ce qui permet de conclure néanmoins à la moindre influence d'une discrétisation de la surface sur le rayonnement en champ lointain.

• Présentation de l'étude numérique et confrontation du modèle analytique discrétisé avec un calcul BEM

L'étude qui suit présente l'évolution des prédictions du modèle du baffle discrétisé par comparaison à un calcul BEM, pour trois configurations distinctes de rapports de rayons $h = 0.6$, $h = 0.2$ et $h = 0.03$ à une fréquence réduite faible $kR = 10$ et à une fréquence réduite plus élevée $kR = 40$, sans écoulement. Les trois formes des configurations sont représentées sur la figure (IV.30). Le rapport de rayon 0.6 coïncide avec le rapport de rayon du moteur de la maquette expérimentale présentée au chapitre III et correspond à une valeur courante pour un moteur réel. Le rapport de rayon 0.03 est assimilable à un cas circulaire de type entrée d'air et le rapport de rayon 0.2 est un cas intermédiaire.

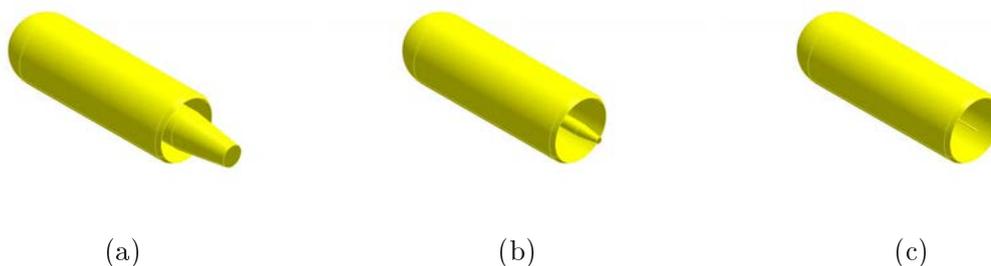


FIG. IV.30 – Maquettes numériques de conduits d'éjection de rapport de rayon (a) $h = 0.6$, (b) $h = 0.2$ et (c) $h = 0.03$.

Des calculs en configuration installée sont ensuite réalisés, le calcul analytique couplant le modèle du baffle discrétisé et le code de diffraction du chapitre I. Dans le calcul numérique, la géométrie de la surface masquante est une plaque plane sans épaisseur de corde 0.5m et d'envergure 2m, placée sous le moteur en position $P0$ décrite sur la figure (III.12). Le calcul analytique considère cette même géométrie d'envergure infinie. A titre indicatif, les tableaux

(IV.1), (IV.2) et (IV.3) regroupent les listes des modes propagatifs aux deux fréquences d'étude pour chaque rapport de rayon.

kR=10	(0,1) (0,2) (1,1) (1,2) (2,1) (2,2) (3,1) (3,2) (4,1) (4,2) (5,1) (6,1) (7,1) (8,1)
kR=40	(0, 1 à 6) (1, 1 à 6) (2, 1 à 6) (3, 1 à 6) (4, 1 à 6) (5, 1 à 6) (6, 1 à 5) (7, 1 à 5) (8, 1 à 5) (9, 1 à 5) (10, 1 à 5) (11, 1 à 5) (12, 1 à 5) (13, 1 à 5) (14, 1 à 5) (15, 1 à 5) (16, 1 à 5) (17, 1 à 5) (18, 1 à 5) (19, 1 à 4) (20, 1 à 4) (21, 1 à 4) (22, 1 à 4) (23, 1 à 4) (24, 1 à 4) (25, 1 à 3) (26, 1 à 3) (27, 1 à 3) (28, 1 à 2) (29, 1 à 2) (30, 1 à 2) (31, 1 à 2) (32,1) (33,1) (34,1) (35,1) (36,1) (37,1)

TAB. IV.1 – Liste des modes passants aux deux fréquences d'étude, $h=0.6$, sans écoulement.

kR=10	(0,1) (0,2) (0,3) (1,1) (1,2) (1,3) (2,1) (2,2) (2,3) (3,1) (3,2) (4,1) (4,2) (5,1) (6,1) (7,1) (8,1)
kR=40	(0, 1 à 11) (1, 1 à 11) (2, 1 à 11) (3, 1 à 11) (4, 1 à 10) (5, 1 à 10) (6, 1 à 10) (7, 1 à 10) (8, 1 à 9) (9, 1 à 9) (10, 1 à 8) (11, 1 à 8) (12, 1 à 8) (13, 1 à 7) (14, 1 à 7) (15, 1 à 6) (16, 1 à 6) (17, 1 à 6) (18, 1 à 5) (19, 1 à 5) (20, 1 à 5) (21, 1 à 4) (22, 1 à 4) (23, 1 à 4) (24, 1 à 3) (25, 1 à 3) (26, 1 à 3) (27, 1 à 3) (28, 1 à 2) (29, 1 à 2) (30, 1 à 2) (31, 1 à 2) (32,1) (33,1) (34,1) (35,1) (36,1) (37,1)

TAB. IV.2 – Liste des modes passants aux deux fréquences d'étude, $h=0.2$, sans écoulement.

kR=10	(0,1) (0,2) (0,3) (0,4) (1,1) (1,2) (1,3) (2,1) (2,2) (2,3) (3,1) (3,2) (4,1) (4,2) (5,1) (6,1) (7,1) (8,1)
kR=40	(0, 1 à 13) (1, 1 à 13) (2, 1 à 12) (3, 1 à 12) (4, 1 à 11) (5, 1 à 11) (6, 1 à 10) (7, 1 à 10) (8, 1 à 9) (9, 1 à 9) (10, 1 à 8) (11, 1 à 8) (12, 1 à 8) (13, 1 à 7) (14, 1 à 7) (15, 1 à 6) (16, 1 à 6) (17, 1 à 6) (18, 1 à 5) (19, 1 à 5) (20, 1 à 5) (21, 1 à 4) (22, 1 à 4) (23, 1 à 4) (24, 1 à 3) (25, 1 à 3) (26, 1 à 3) (27, 1 à 3) (28, 1 à 2) (29, 1 à 2) (30, 1 à 2) (31, 1 à 2) (32,1) (33,1) (34,1) (35,1) (36,1) (37,1)

TAB. IV.3 – Liste des modes passants aux deux fréquences d'étude, $h=0.03$, sans écoulement.

Les résultats sont présentés sur les figures (IV.31) à (IV.36). La figure de gauche illustre le rayonnement isolé, la figure du centre le rayonnement en présence de la surface masquante et la figure de droite la différence entre ces deux résultats. D'une manière générale, on constate un bon accord entre les deux méthodes, en terme de position des lobes et des extinctions. Pour un rapport de rayon donné, plus l'ordre azimutal du mode est élevé, plus le modèle analytique est performant. Par exemple, la reconstruction du rayonnement du mode (15,1) pour le rapport de rayon $h = 0.6$ (Fig. IV.32) est meilleure que celle du mode (3,1) (Fig. IV.31): les lobes de directivité sur le diagramme isolé du mode (15,1) sont bien reconstruits, ce qui entraîne une prédiction des niveaux installés et donc de l'effet d'installation très satisfaisante. En revanche, certains lobes de directivité de modes d'ordre plus faible comme le mode (3,1) sur la figure

(IV.31) sont mal ou non reconstruits, en particulier dans la zone amont, entre 60° et 90° et la prédiction de l'effet d'installation se dégrade. Cette première conclusion découle directement de la forme radiale des modes. Comme il est expliqué au paragraphe précédent, les modes d'ordre azimutal élevé comme le mode (15,1) ne *voient pas* le corps central puisque leur énergie est concentrée vers la paroi extérieure, alors que les modes d'ordre azimutal faible (1,1) et (3,1) sont influencés par la géométrie tronquée. En outre, plus le rapport de rayon diminue, meilleure deviennent les comparaisons. Effectivement, pour le rapport de rayon $h = 0.03$, la reconstruction des diagrammes de directivité isolée des modes (1,1) et (3,1) par le modèle du baffle discrétisé est très satisfaisante aux deux fréquences d'étude, ce qui conduit à une prédiction des niveaux installés et donc de l'effet d'installation très précise. A nouveau, la faible influence du corps central dans cette configuration de faible rayon interne explique la performance du modèle analytique. Notons que ce rapport de rayon est assimilable à un cas circulaire d'entrée d'air, démontrant ainsi la validité du modèle bafflé discrétisé pour cette géométrie de conduit.

D'après l'ensemble de ces comparaisons, le modèle du baffle discrétisé apporte un bénéfice non négligeable par rapport au modèle de source ponctuelle pour certains modes incidents identifiés.

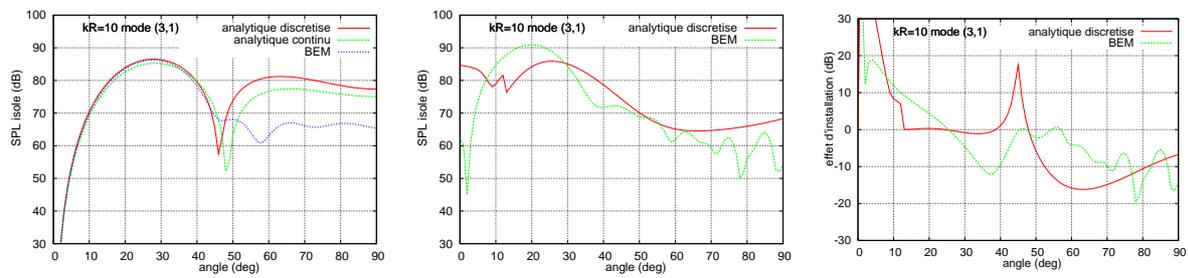


FIG. IV.31 – Comparaison des modèles analytique et BEM pour différentes excitations modales avec un rapport de rayon 0.6, configuration isolée - installée - effet d'installation - $kR = 10$.

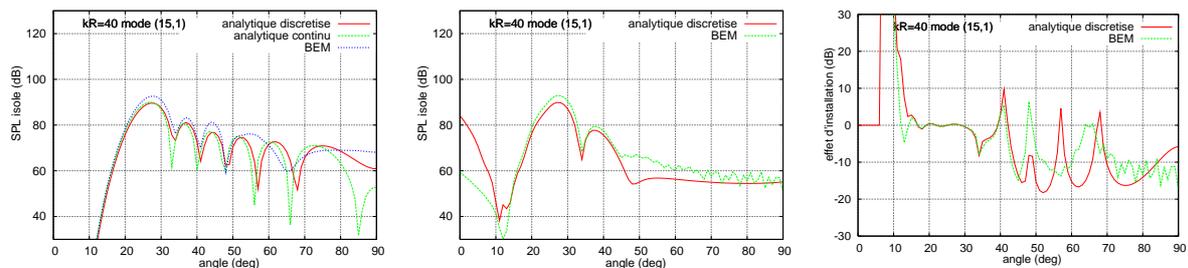


FIG. IV.32 – Comparaison des modèles analytique et BEM pour différentes excitations modales avec un rapport de rayon 0.6, configuration isolée - installée - effet d'installation - $kR = 40$.

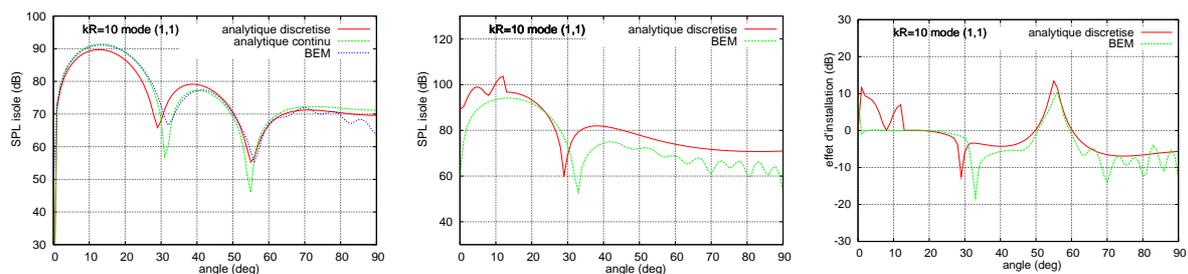


FIG. IV.33 – Comparaison des modèles analytique et BEM pour différentes excitations modales avec un rapport de rayon 0.2, configuration isolée - installée - effet d'installation - $kR = 10$.

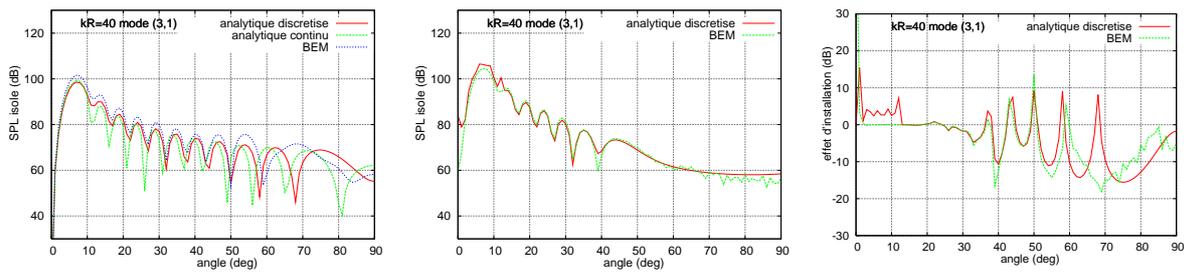


FIG. IV.34 – Comparaison des modèles analytique et BEM pour différentes excitations modales avec un rapport de rayon 0.2, configuration isolée - installée - effet d'installation - $kR = 40$.

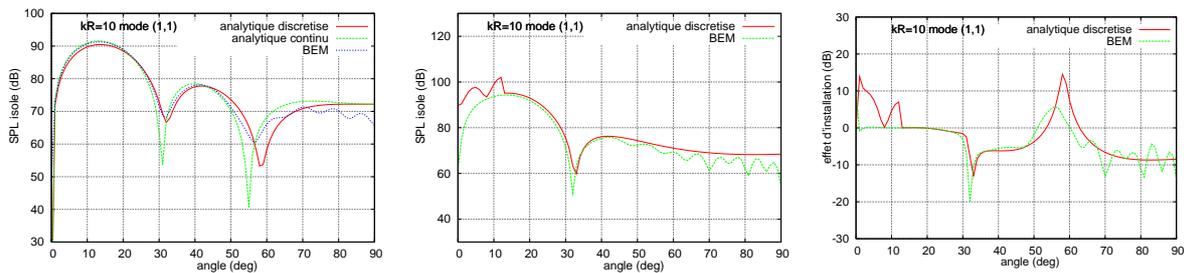


FIG. IV.35 – Comparaison des modèles analytique et BEM pour différentes excitations modales avec un rapport de rayon 0.03, configuration isolée - installée - effet d'installation - $kR = 10$.

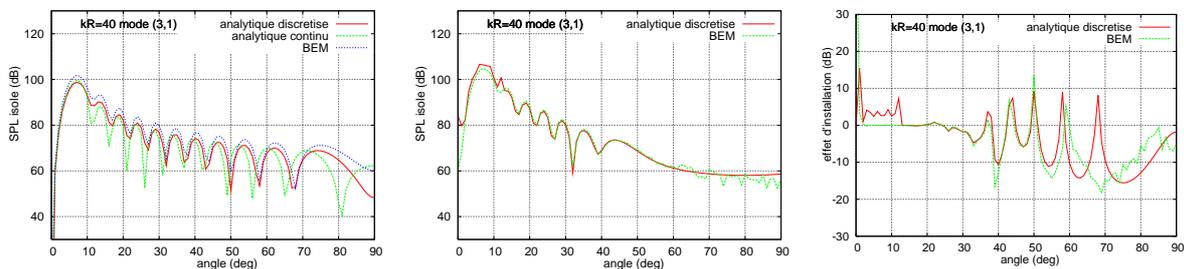


FIG. IV.36 – Comparaison des modèles analytique et BEM pour différentes excitations modales avec un rapport de rayon 0.03, configuration isolée - installée - effet d'installation - $kR = 40$.

• Conclusion

Lorsque la forme radiale du mode incident le rend sensible à la présence du corps central, c'est-à-dire lorsque la zone de propagation forte s'étend jusqu'à la paroi interne du conduit, les directivités reconstruites avec le modèle analytique du baffle discrétisé s'éloignent du modèle numérique de référence avec corps central émergent, à l'instar des modes (1,1) et (3,1) pour le rapport de rayon $h = 0.6$. En revanche, lorsque l'énergie du mode incident est localisée au niveau de la paroi externe, la diffraction à l'extrémité du conduit est entièrement gouvernée par le bord de fuite externe et le modèle analytique devient équivalent au calcul numérique.

IV.4.6 Résultats en configuration conventionnelle

Jusqu'à présent, le nouveau modèle de sources a été évalué sur des configurations non conventionnelles. Ce paragraphe présente des comparaisons du calcul analytique avec un calcul numérique BEM et des mesures pour quatre modes propagatifs à la fréquence réduite $kR = 5.19$ en configuration installée conventionnelle. Les rayonnements isolés, déjà comparés sur les figures (IV.20) et (IV.21) ne sont pas à nouveau représentés. D'une manière générale, les prédictions

représentées sur les figures (IV.37) sont moins satisfaisantes qu'en configuration non conventionnelle, aussi bien pour le modèle analytique que pour le calcul numérique. Comme déjà évoqué au chapitre III, les phénomènes physiques mis en jeu sont plus délicats à modéliser, et la présence de nombreuses franges d'interférences accroît nettement la sensibilité des effets. Néanmoins, leur ordre de grandeur est bien estimé par le code analytique, qui devient plus performant qu'avec une source ponctuelle unique.

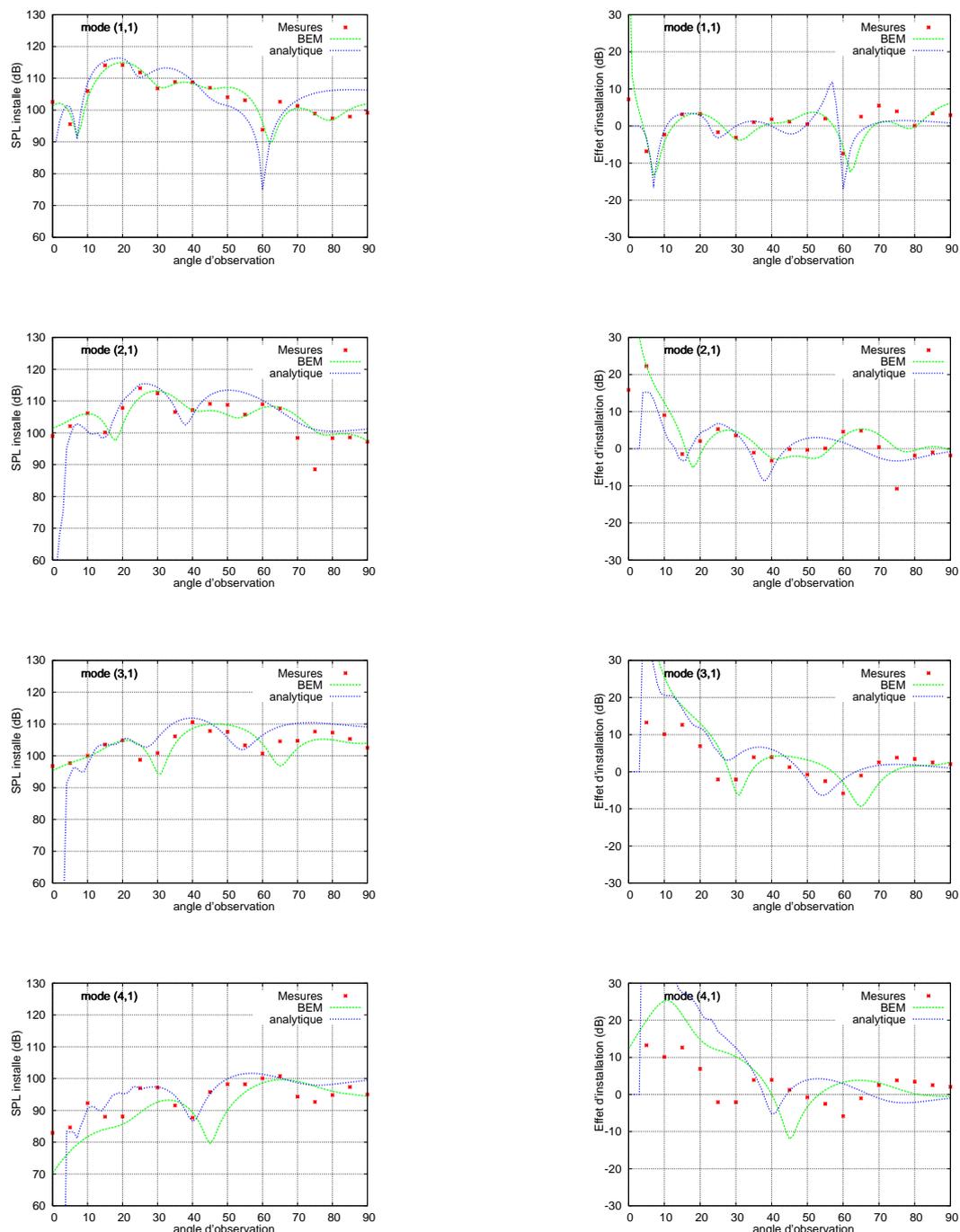


FIG. IV.37 – Comparaison des rayonnements mesurés, calculés analytiquement et numériquement pour différentes excitations modales - configuration installée conventionnelle (à gauche) - effet d'installation (à droite) - $kR = 5.19$.

IV.5 Et la GTD?

L'ensemble des résultats présentés dans ce chapitre a permis de confronter un nouveau modèle analytique utilisant une distribution de sources ponctuelles et la méthode BEM à des mesures. Nous avons volontairement omis d'évoquer la méthode de rayons dont seuls des résultats avec une source ponctuelle ont été présentés au chapitre I. Néanmoins, le code *ActiHF* disponible à AIRBUS France offre la possibilité de prendre en compte une source ponctuelle *directive* en entrée d'un calcul d'effets d'installation. Il est intéressant à ce stade de comparer ce modèle de source avec le modèle de sources distribuées, afin de tirer de plus larges conclusions sur les paramètres déterminant la représentativité d'une source de bruit de soufflante. Les configurations conventionnelles et non conventionnelles sont étudiées séparément, des sensibilités différentes étant mises en jeu.

IV.5.1 Configuration non conventionnelle

Les calculs avec le code *ActiHF* indicés «GTD» sont réalisés sur la géométrie expérimentale du chapitre III puis comparés aux mesures et aux prédictions analytiques. La source ponctuelle directive est localisée au centre de l'éjection secondaire et la surface portante placée dans la position P_0 décrite précédemment. La directivité de cette source correspond point par point à la directivité mesurée, comme le montrent l'ensemble des figures (IV.38). A contrario, le modèle du baffle discrétisé est une source distribuée sur toute la surface de sortie du conduit mais ne reproduit la directivité expérimentale que de manière approximative. Le champ rayonné mesuré possède quant à lui aussi bien une directivité spécifique qu'une répartition spatiale d'énergie, on ne peut donc espérer qu'une prédiction imparfaite de ce champ par l'une ou l'autre des deux méthodes de prédiction comparées. Il est cependant intéressant d'analyser le comportement du code de recherche de rayons pour ces configurations: sur l'ensemble des modes étudiés, la forme et l'amplitude des niveaux calculés en présence du masque sont prédits de manière très satisfaisante (Fig. IV.39) et par conséquent il en est de même pour l'effet d'installation correspondant (Fig. IV.40). Ces bons résultats ne sont pas surprenants. En effet, on sait qu'en configuration non conventionnelle, le champ acoustique dans la zone d'ombre est entièrement gouverné par le niveau sonore incident sur le bord d'attaque et le bord de fuite. Or dans la résolution GTD, celui-ci est recalé précisément sur le niveau mesuré, ce qui explique la performance de la méthode pour ces configurations.

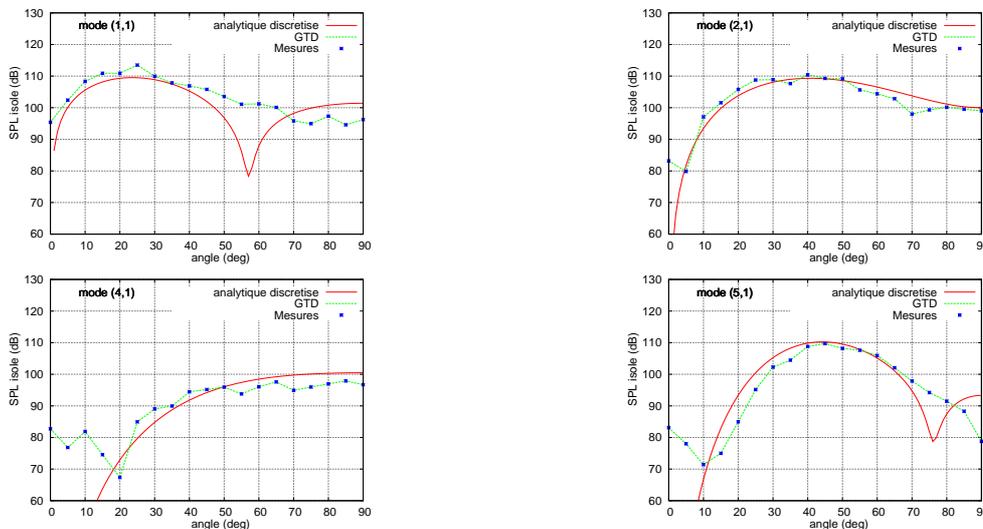


FIG. IV.38 – Comparaison des rayonnements mesurés, calculés analytiquement (distribution de source) et numériquement (GTD) pour différentes excitations modales - configuration isolée - $kR = 5.19$.

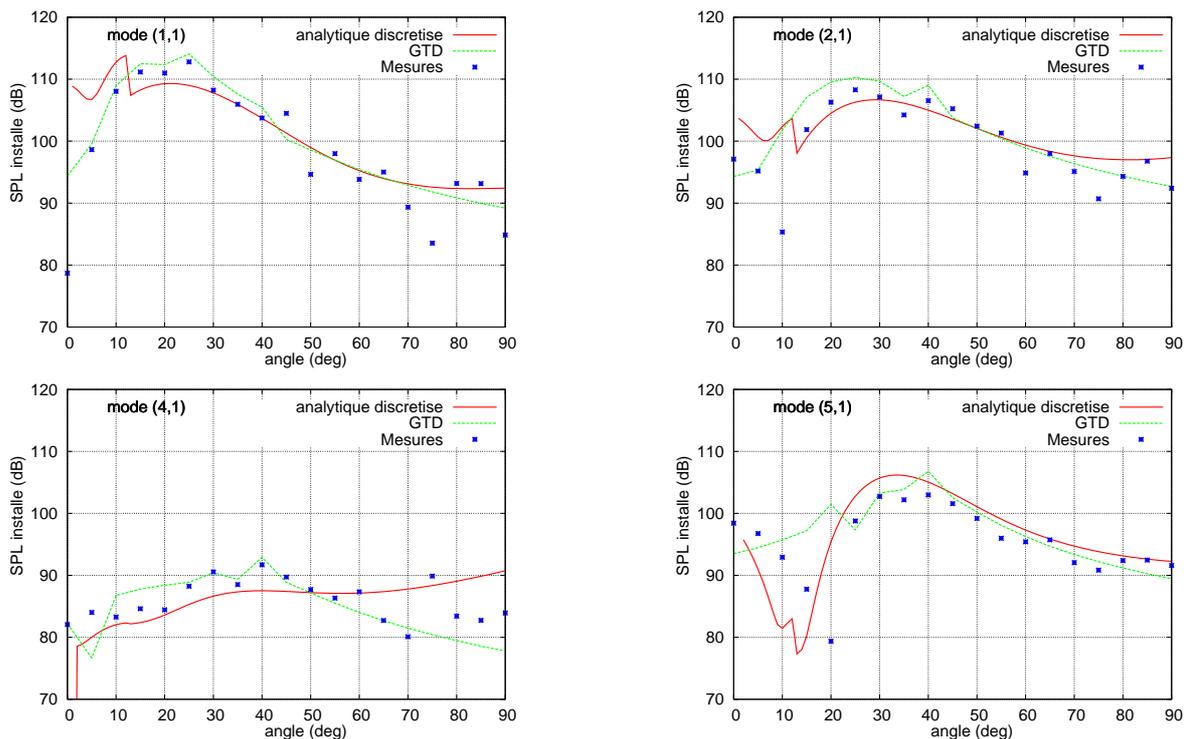


FIG. IV.39 – Comparaison des rayonnements mesurés, calculés analytiquement (distribution de source) et numériquement (GTD) pour différentes excitations modales - configuration installée non conventionnelle - $kR = 5.19$.

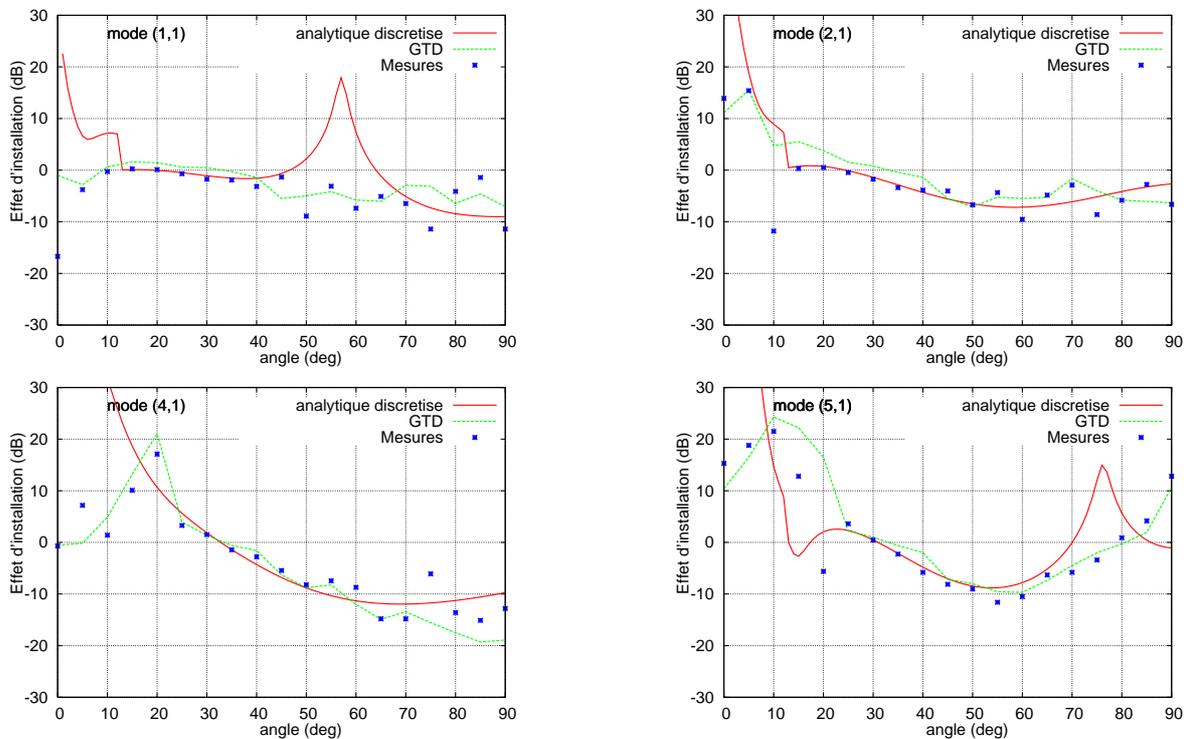


FIG. IV.40 – Comparaison des rayonnements mesurés, calculés analytiquement (distribution de source) et numériquement (GTD) pour différentes excitations modales - effet d'installation non conventionnel- $kR = 5.19$.

IV.5.2 Configuration conventionnelle

En configuration conventionnelle, la réflexion sous la voilure est le phénomène d'installation prépondérant qui contribue à augmenter le niveau du champ sonore perçu au sol. C'est un phénomène plus global que la diffraction, et on l'a vu, plus difficile à prévoir de manière précise. Il est donc là encore intéressant d'analyser les prédictions du code de rayons sur ces configurations et de les confronter aux prédictions analytiques avec une distribution de sources. Comme précédemment, la source directive reproduit exactement la directivité expérimentale (Fig. IV.41). Au regard de l'ensemble des comparaisons de la figure (IV.42) en configuration installée, il apparaît délicat de hiérarchiser les deux méthodes. En effet, la comparaison des prédictions de la GTD avec les mesures n'est satisfaisante que dans 50% des cas tests. Ce pourcentage diminue avec le modèle du baffle discrétisé et différentes situations peuvent se rencontrer :

- la prédiction du calcul GTD concorde bien avec les mesures, alors que les résultats avec la distribution de sources sont dégradés. C'est le cas du mode (3,1) à la fréquence réduite $kR = 5.19$ pour lequel la répartition spatiale de la source semble un phénomène du second ordre par rapport à la directivité.
- la distribution de sources est plus précise que le modèle de source directive, comme pour le mode (4,1) à la fréquence réduite $kR = 5.19$. Dans ce cas, la répartition spatiale de la source semble jouer le rôle prédominant.
- aucune des deux méthodes ne prédit de manière précise l'effet attendu, comme pour le mode (8,1) à la fréquence réduite $kR = 12.84$. Cependant pour l'ensemble de ces modes, le niveau maximum de l'effet est correctement prédit et seule la position des interférences est erronée.

Ces résultats confirment la double dépendance de la réflexion à la directivité de la source et à la répartition spatiale, tous deux déterminants pour une prédiction rigoureuse du système d'interférences. C'est pourquoi la méthode de rayons n'est pas complètement satisfaisante pour ces configurations. Cependant, les interférences sont généralement lissées en présence d'un écoulement et si la GTD calcule correctement l'ordre de grandeur de l'effet, on peut penser que les comparaisons seront meilleures dans ces circonstances. Bien sûr, la mesure de la directivité est rarement une donnée disponible. Néanmoins un calcul BEM, qui on l'a vu reproduit très précisément la directivité expérimentale, peut remplacer ces mesures. De plus, la GTD est actuellement l'outil numérique le plus économique en temps calcul capable de modéliser la réfraction par la couche de cisaillement qui modifie profondément la directivité isolée. Aujourd'hui les évaluations avion mettant en jeu des effets d'installation utilisent ce type de méthodes: le champ proche en entrée d'un calcul GTD est obtenu par une méthode BEM puis corrigé analytiquement pour modéliser le cisaillement.

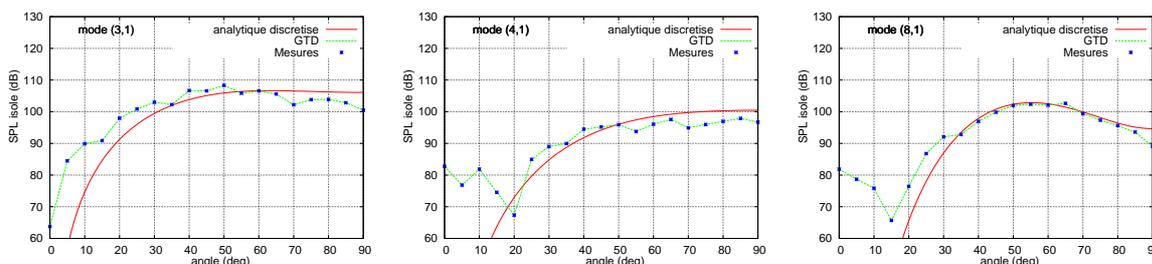


FIG. IV.41 – Comparaison entre le rayonnement d'une source ponctuelle directive et le rayonnement d'une distribution de sources issue du modèle du baffle discrétisé - configuration isolée - mode (3,1) (gauche) et mode (4,1) (centre) à $kR = 5.19$, mode (8,1) (droite) à $kR = 12.84$.

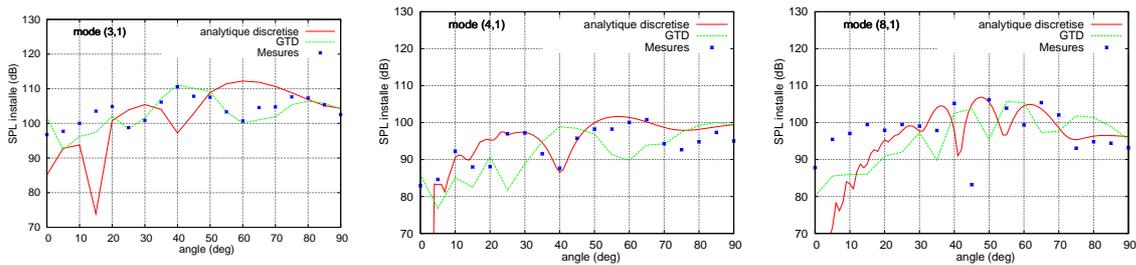


FIG. IV.42 – Comparaison entre le rayonnement d’une source ponctuelle directive et le rayonnement d’une distribution de sources issue du modèle du baffle discrétisé - configuration installée - mode (3,1) (gauche) et mode (4,1) (centre) à $kR = 5.19$, mode (8,1) (droite) à $kR = 12.84$.

IV.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé deux nouveaux modèles de source destinés à être couplés aux codes analytiques de diffraction des chapitres I et II. Le premier modèle est une association de monopôles en anneaux, le déphasage entre les monopôles permettant de recréer le comportement tournant du mode et son lobe de directivité principal. Ce modèle s’applique bien à la reconstruction de modes ayant un lobe de directivité bien marqué et peu de lobes secondaires, donc aux modes d’ordre azimutal faible à des fréquences relativement basses. L’ordre radial n’est pas pris en compte dans ce modèle. La prédiction des effets d’installation est nettement améliorée en comparaison des résultats du modèle avec source ponctuelle mais demeure peu précise lorsque la directivité du mode devient complexe.

Dans le but d’améliorer encore la précision, nous avons alors développé un second modèle de source fondé sur l’approximation de la membrane bafflée, pour lequel la section de sortie du conduit est tapissée de monopôles dont l’amplitude est fonction de la vitesse du mode incident. Ce modèle permet la reconstruction très précise du lobe principal de rayonnement et des lobes secondaires d’un mode (m,n) donné, la seule limitation étant la non prise en compte de l’influence d’un corps central émergent dont la présence modifie le rayonnement en champ lointain des modes d’ordre radial faible. Ce modèle a été validé et est actuellement utilisé dans les calculs de prédictions analytiques d’effets d’installation.

D’une manière générale, le problème de reconstruction de source rencontre aujourd’hui un large intérêt. Le projet *IMESOUR* (Inverse Method for Source Reconstruction) réunit depuis deux ans AIRBUS France et EADS-IW autour du développement de méthodes inverses pour la reconstruction de sources modales à partir de caractérisations expérimentales. Le principe repose sur la minimisation d’une fonction coût (écart entre les mesures et un calcul direct BEM) par un calcul de gradient pour déterminer les paramètres de la source. Pour ces méthodes, la position des sources et leur amplitude est a priori libre. Une première étude prescrivant une série de sources ponctuelles d’amplitudes inconnues, organisées en anneaux suivant le modèle du paragraphe IV.3, a conduit après identification des sources par méthode inverse à une antisymétrie des sources d’un anneau à l’autre, comme intuité et proposé dans le modèle, alors qu’aucune information de symétrie n’était donnée dans le modèle de sources équivalentes proposé en entrée d’optimiseur de la méthode inverse. Plusieurs autres associations de sources ont été testées (un anneau, un cube...) et même si le champ reconstruit a globalement la même forme que le champ recherché, les niveaux ne correspondent pas et des erreurs sont constatées sur la reconstruction du champ.

Conclusion

Synthèse des principaux résultats

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur l'étude des effets d'installation, que nous avons définis comme toute modification du rayonnement naturel des systèmes propulsifs par les surfaces de l'avion. Il a été réalisé autour de trois objectifs principaux. Le premier était le développement de modèles analytiques permettant des études paramétriques souples et rapides, apportant de surcroît un éclairage immédiat sur les phénomènes physiques mis en jeu. Dans cette perspective, les études de l'effet de la voilure et du fuselage ont été découplées, les mécanismes physiques impliqués étant différents dans les deux cas. Une première méthode analytique (code *SCAT*), dédiée à la modélisation de la diffraction par des écrans plans et fondée sur le modèle de H.M. Macdonald, établit une solution exacte de l'équation d'onde associée aux conditions aux limites rigides sur un demi-plan sans épaisseur. Pour appliquer ce modèle à une géométrie finie, la contribution de deux demi-plans est sommée de manière indépendante. En ce sens, le code *SCAT* est valable dans le domaine des hautes fréquences caractérisé par des longueurs d'onde inférieures à la distance entre les deux bords diffractants. L'influence d'un écoulement uniforme sur le rayonnement acoustique a ensuite été étudiée et la question de la prise en compte d'une condition de Kutta au bord de fuite largement débattue. La comparaison entre la méthode analytique *SCAT* et les méthodes BEM, FEM ou GTD a permis de vérifier la cohérence des différentes approches.

La deuxième méthode analytique (code *CARILLON*) exploite la théorie géométrique de la diffraction pour calculer l'effet diffractant d'un cylindre sous l'hypothèse des hautes fréquences. Des considérations purement géométriques permettent de calculer le trajet des rayons acoustiques, le champ acoustique associé se déduit ensuite du principe de la conservation de l'énergie à travers un tube de rayons. De même, une comparaison croisée du code *CARILLON* et des codes numériques disponibles assure la cohérence du modèle.

Le deuxième objectif consistait à évaluer les méthodes de calcul numériques applicables à l'étude des effets d'installation. En effet, les deux principales limitations des outils standard de calcul de propagation et de rayonnement acoustiques BEM et FEM sont d'une part l'impossibilité de prendre en compte un écoulement réaliste autour du moteur, et en particulier de modéliser correctement l'influence des couches de cisaillement, et d'autre part l'incapacité à traiter des problèmes de très grande taille. Deux approches peuvent alors être envisagées pour aborder l'étude des effets d'installation. La première utilise des méthodes asymptotiques permettant de prendre en compte des géométries réalistes mais limitées à des écoulements uniformes. La seconde approche, retenue dans nos études, est fondée sur une décomposition de domaine et un principe de couplage. Le domaine d'étude est partitionné en deux sous-domaines, un premier sous-domaine $D1$ contenant le moteur et la zone de propagation non uniforme et un second sous-domaine $D2$ contenant le reste de l'avion. L'interface entre les deux sous-domaines est assurée par une surface de Kirchhoff qui sert de communication d'un domaine à l'autre. Lorsque la communication s'effectue dans les deux sens, on parle de couplage fort. Dans le cas contraire où la rétroaction du domaine $D2$ sur le domaine $D1$ n'est pas calculée, le couplage est dit

faible. La stratégie évaluée dans ce mémoire est un couplage faible entre deux codes BEM avec l'utilisation de l'accélération multipolaire dans le domaine $D2$. Dans ce cas, il n'y a pas de surface de Kirchhoff, un module de couplage opérant directement la projection du rayonnement du moteur sur le domaine $D2$. La validité de la méthode est démontrée par comparaison à des essais en chambre sourde réalisés au Laboratoire d'Acoustique d'AIRBUS France pour des configurations conventionnelle et non conventionnelle, lesquels montrent un très bon accord avec les prédictions.

Le troisième objectif, enfin, était d'améliorer notre compréhension des phénomènes physiques gouvernant les effets d'installation. L'ensemble des résultats analysés tout au long de ce mémoire a permis dans un premier temps de hiérarchiser les paramètres influant sur l'effet de masquage relatif aux configurations non conventionnelles, gouverné au premier ordre par le niveau de la source impactant les bords diffractants. En effet, les points de la surface diffractante étant assimilables à des sources secondaires cohérentes, le champ acoustique dans la zone d'ombre géométrique résulte des interférences entre les ondes sonores réémises par ces sources. Par conséquent, la directivité de la source s'est logiquement révélée de première importance pour conditionner le niveau de bruit sous le masque. Pour une configuration donnée, des variations de $20dB$ de l'effet d'installation liées uniquement à une modification de la directivité de la source ont été mises en évidence sur l'ensemble des mesures. Ce résultat démontrant la limite du modèle de source ponctuelle omnidirectionnelle utilisé jusqu'à présent dans les modèles analytiques, nous avons développé deux modèles de sources modales directives par association de monopôles déphasés. D'abord un anneau de dipôles très simple permettant de recréer le lobe principal de directivité d'un mode d'ordre azimutal m donné, puis une surface de monopôles déduite de l'approximation de la membrane bafflée de Tyler et Sofrin, reproduisant l'ensemble des lobes de directivité d'un mode (m,n) et implémentée dans le code analytique *SCAT*. Ce nouveau modèle améliore considérablement les prédictions pour une large catégorie de modes d'ordre azimutal élevé.

Les résultats de la campagne de mesures et des différents calculs présentés tout au long de ce mémoire déterminent un premier ordre de grandeur du niveau des effets d'installation prépondérants, c'est-à-dire de l'amplification du niveau sonore par réflexion sur une configuration classique et de l'atténuation par effet de masquage sur une configuration non conventionnelle. Lorsque la surface portante est lisse, l'effet de réflexion sous la voilure est susceptible d'augmenter les niveaux isolés de $6dB$ pour un observateur au niveau du sol en l'absence d'écoulement. L'augmentation est moins marquée en présence d'un écoulement, de l'ordre de $3dB$ uniquement. Lorsque le volet est déployé, des réflexions supplémentaires sont autorisées ainsi que des réflexions dites multiples caractérisées par deux réflexions successives sur l'aile puis sur le volet avant d'atteindre l'observateur. L'effet d'installation est dès lors plus conséquent qu'en configuration non braquée, l'augmentation de niveau pouvant atteindre $12dB$ en l'absence d'écoulement et $6dB$ en configuration de vol. La zone angulaire affectée par cette amplification du rayonnement sonore dépend de l'angle de braquage du volet.

En configuration non conventionnelle, l'ensemble des résultats expérimentaux montre des atténuations du niveau sonore pouvant atteindre $25dB$ sur un arc *flyover* aux fréquences les plus élevées et $20dB$ sur un arc *sideline*. Ces niveaux notables d'atténuation justifient l'intérêt croissant d'AIRBUS au développement de nouvelles architectures d'avion à moindre bruit, dans la perspective d'une forte réduction des nuisances sonores.

Applications et perspectives

Nous pouvons désormais positionner plus précisément l'utilisation des outils disponibles pour l'étude des effets d'installation dans le cycle de développement d'un avion déjà présenté en introduction (Fig. 43).

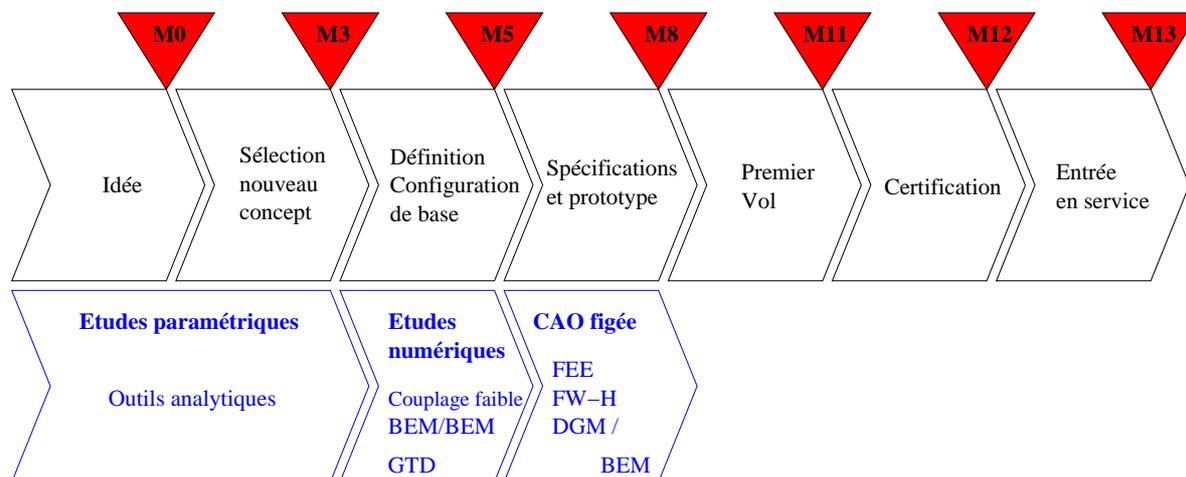


FIG. 43 – Cycle de développement d'un avion.

Au début du cycle, les codes *SCAT* et *CARILLON* pourront être utilisés pour des études paramétriques rapides afin de justifier le choix d'une configuration. Lorsque la forme de base est définie, les modèles analytiques sont délaissés au profit d'études numériques plus précises. Un calcul de type couplage faible dans le cas de turboréacteurs classiques ou bien un calcul GTD de recherche de rayons pour des moteurs à hélices plus récents fournissent par exemple une première estimation rigoureuse de l'effet d'installation attendu. Une fois la forme définitive figée, les études nécessitent des méthodes numériques spécifiques au calcul de bruit dans le domaine contenant le moteur et l'écoulement réel (FEE, FW-H, DGM...), un couplage de ces outils avec un calcul BEM aboutissant au niveau d'effet d'installation précis final.

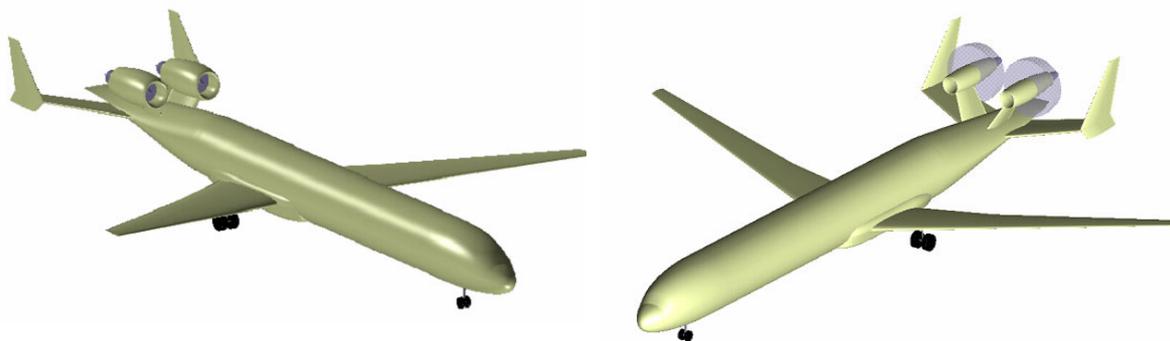


FIG. 44 – Nouvelles architectures à moindre bruit évaluées dans le projet européen NACRE

Les méthodes analytiques présentées dans ce mémoire sont d'ores et déjà utilisées comme outils d'avant-projet, pour déterminer le bénéfice acoustique de nouvelles configurations. Les méthodes numériques de couplage constituent quant à elles l'axe de développement majeur actuel. Les efforts sont portés sur le couplage FEE/BEM dans le cadre du projet européen *NACRE*

avec la prise en compte d'un écoulement réaliste autour du moteur. La campagne d'essais en cours dans le cadre de ce même projet conduira à la validation de la méthode, qui sera par la suite appliquée pour évaluer deux nouvelles configurations avec moteur à l'arrière (Fig. 44) dont l'une avec hélices contra-rotatives. Le couplage entre le code BEM *ACTIPOLE* et d'autres codes numériques, en particulier le code *KIM* dédié au calcul de bruit d'hélices, est aussi d'actualité.

Les capacités d'évolution du code de rayons *ACTIHF*, évoqué au cours de ce travail, sont également très larges et d'un fort intérêt puisque ce code est capable de prendre en compte des géométries réalistes de grande taille. Le modèle de source ponctuelle constitue à ce jour la plus grande limitation de ce code, et a orienté notre choix vers les méthodes BEM. Actuellement, un modèle de source modale similaire à celui du code BEM est en cours de validation, et ouvre la voie à de larges perspectives de calculs.

Fondamentaux théoriques

L'objectif de cet avant-propos est de familiariser dès à présent le lecteur avec la physique des phénomènes mis en jeu dans l'étude des effets d'installation. Il débute par un bref rappel de l'équation de propagation des ondes en milieu fluide, déduite des équations de la mécanique des fluides linéarisées pour décrire la petite perturbation provoquée par un champ sonore.

P.1 Propagation des ondes sonores en milieu fluide

Le milieu de propagation considéré est l'air assimilé à un gaz parfait caractérisé par le rapport des chaleurs spécifiques $\tilde{\gamma} = 1.4$ et supposé non visqueux et non conducteur de la chaleur. On introduit les grandeurs locales de l'écoulement total: p_t représente la pression, \vec{v}_t le vecteur vitesse et ρ_t la masse volumique. Les équations de l'acoustique s'obtiennent par linéarisation des équations fondamentales de la mécanique des fluides. Ces équations s'écrivent:

- Conservation de la masse (sans source de débit) : $\frac{d\rho_t}{dt} + \text{div}(\rho_t \vec{v}_t) = 0$
- Conservation de la quantité de mouvement : $\rho_t \frac{d}{dt}(\vec{v}_t) + \vec{\nabla} p_t = 0$ (27)
- Conservation de l'entropie : $\frac{p_t}{\rho_t^{\tilde{\gamma}}} = cste$

avec $\frac{d}{dt}$ la dérivée particulaire suivant l'écoulement total: $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_t \cdot \vec{\nabla}$.

En l'absence de perturbations d'un autre type, les ondes acoustiques sont caractérisées par une masse volumique ρ , une pression p et une vitesse acoustique \vec{v} , résultant de la perturbation à l'ordre 1 des masses volumiques ρ_t , pression p_t et vitesse du fluide \vec{v}_t :

$$\begin{aligned} \rho_t &= \rho_0 + \rho \\ \vec{v}_t &= \vec{v}_0 + \vec{v} , \\ p_t &= p_0 + p \end{aligned} \quad (28)$$

où ρ_0 , \vec{v}_0 et p_0 représentent respectivement les valeurs moyennes de la masse volumique, de la vitesse et de la pression. Plus généralement, il est difficile de différencier de façon rigoureuse les différents types de perturbation de l'écoulement [18]: perturbations tourbillonnaires associées à la viscosité, perturbations entropiques liées à la conductibilité thermique et perturbations acoustiques propagatives associées à la compressibilité sont susceptibles d'interagir au sein de l'écoulement. Cependant, dans les modèles analytiques et les méthodes numériques considérées tout au long de ce mémoire, l'hypothèse d'un écoulement uniforme ou potentiel assure la seule existence des perturbations de nature purement acoustique. En général, l'amplitude de ces perturbations est faible devant la valeur moyenne de l'écoulement total, et pour décrire les phénomènes de propagation du son, on se place dans le cadre de l'acoustique linéaire qui néglige les termes d'ordre supérieur à un dans les équations de la mécanique des fluides (27).

On note $\frac{d}{dt_0} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla}$ la dérivée particulière à l'ordre 0. En intégrant les expressions (28) dans (27) et en ne conservant que les termes du premier ordre, on obtient les équations d'Euler linéarisées:

- Conservation de la masse : $\frac{d\rho_t}{dt_0} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\rho_0 + \text{div}(\rho_0 \vec{v}) + \text{div}(\rho \vec{v}_0) = 0$
- Conservation de la quantité de mouvement : $\rho_0 \frac{d\vec{v}}{dt_0} + \frac{d\rho}{dt_0} \vec{v}_0 + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})(\rho_0 \vec{v}_0) + \vec{\nabla} p = 0$
- Conservation de l'entropie : $\frac{p}{\rho} = cste = c^2$

(29)

avec c la vitesse du son dans le fluide, égale à $340 m.s^{-1}$ dans les conditions normales de température et de pression. La résolution des équations (27) à l'ordre 0 détermine l'écoulement porteur. La dernière équation du système (29) permet d'exprimer la masse volumique en fonction de la pression et de ramener la résolution à un système de deux équations en pression-vitesse.

P.1.1 Equation des ondes dans le cas d'un fluide au repos

En l'absence d'écoulement, $\vec{v}_0 = 0$, ρ_0 et p_0 sont constants et $\frac{d}{dt_0} = \frac{\partial}{\partial t}$. Le système précédent devient donc:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \text{div} \vec{v} = 0 \quad (30)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{\nabla} p = 0 \quad (31)$$

Comme $\text{div} \vec{\nabla} = \Delta$, la combinaison $\text{div}(31) - \frac{\partial}{\partial t}(30)$ aboutit à l'équation des ondes scalaire

$$\boxed{\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0} \quad (32)$$

En considérant le rotationnel de (31) et en utilisant la propriété $\text{rot} \cdot \vec{\nabla} = 0$, on vérifie la nature irrotationnelle du champ acoustique, ce qui permet de définir le potentiel des vitesses acoustiques ϕ , couramment utilisé dans la formulation des problèmes acoustiques

$$\vec{v} = \vec{\nabla} \phi. \quad (33)$$

P.1.2 Equation des ondes dans le cas d'un écoulement porteur uniforme \vec{v}_0

On suppose l'écoulement dirigé suivant l'axe (Oz) , $\vec{v}_0 = v_0 \vec{z}$, soit $\frac{d}{dt_0} = \frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial z}$. Les équations (30) et (31) deviennent:

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dt_0} + \rho_0 \text{div} \vec{v} + \frac{v_0}{c^2} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (34)$$

$$\rho_0 \frac{d\vec{v}}{dt_0} + \frac{v_0}{c^2} \frac{dp}{dt_0} \vec{z} + \vec{\nabla} p = 0 \quad (35)$$

A nouveau l'opération $\text{div}(35) - \frac{d}{dt_0}(34)$ élimine \vec{v} et on obtient l'équation des ondes

$$\boxed{\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 p}{dt_0^2} = 0} \quad (36)$$

de forme similaire à l'équation (32) où la dérivée particulaire remplace la dérivée partielle. Dans nos études, pour que le problème soit bien posé, il manque aux deux modèles précédents des conditions initiales et des conditions aux limites sur la frontière Σ d'un objet diffractant. A $t = 0$, on impose souvent la nullité des champs de pression et de vitesse puisqu'en général on décrit l'onde acoustique à partir de sa génération par la source de bruit. Concernant les conditions aux limites, les plus usuelles sont les conditions de Dirichlet (nullité de la pression sur la surface Σ : $p_\Sigma = 0$) ou la condition de Neumann (nullité de la dérivée normale de la pression sur la surface: $\frac{\partial p}{\partial n}|_\Sigma = 0$) pour des objets rigides. Cette dernière condition traduit le fait que le fluide ne pénètre pas à l'intérieur de l'obstacle et donc que les déplacements normaux sont nuls sur les parois. Pour finir signalons qu'il existe une catégorie de matériaux *absorbants acoustiques* possédant des propriétés de dissipation d'énergie mesurée par une admittance α . On introduit alors la notion d'impédance et la condition aux limites mixte associée s'écrit:

$$\frac{\partial p}{\partial n}|_\Sigma - \alpha \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (37)$$

P.2 Et les sources ?

L'équation d'onde $\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$ décrit la propagation acoustique en champ libre. La présence de sources sonores se traduit par des termes non nuls au second membre de cette équation, équivalents à des débits masses q et des forces \vec{f} exprimés par unité de volume. Les équations de conservation de la masse et de conservation de la quantité de mouvement (27) linéarisées au premier ordre deviennent

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \vec{v} = q \quad (38)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{\nabla} p = \vec{f} \quad (39)$$

conduisant à l'équation d'onde inhomogène

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\frac{\partial q}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{f}. \quad (40)$$

Une source sonore est donc associée à une quantité fluctuante. L'équation (40) se résout classiquement en introduisant la fonction de Green associée, qui correspond à la réponse à une impulsion de Dirac au second membre, puis en effectuant le produit de convolution de cette fonction avec les termes sources. La source la plus simple que nous serons amenés à utiliser régulièrement est le monopôle, modélisé par une sphère pulsante dont la surface vibre avec une vitesse radiale fonction du temps $v_r = v_0 e^{i\omega t}$.

L'utilisation de sources élémentaires dans les modèles de calcul d'effets d'installation est une première étape dans la compréhension des phénomènes physiques. Néanmoins, il apparaît souvent une confusion entre source élémentaire et source monopolaire (=source de débit), suivant que le terme source $q(t)$ est spécifié directement dans l'équation d'onde ou dans l'équation de conservation de la masse, auquel cas il apparaît une dérivée temporelle supplémentaire pour la source équivalente dans l'équation d'onde. Cet amalgame reste transparent tant que le milieu est au repos. En présence d'un écoulement ou lorsque les sources sont mobiles, le rayonnement des deux types de source est différent. Nous reviendrons sur cette distinction au paragraphe I.5.4 relatif aux sources mobiles.

La propagation des ondes acoustiques est fortement dépendante de la nature du milieu dans lequel elle se propage. Lorsqu'elle change de milieu ou rencontre un obstacle, l'onde sonore est perturbée. La réflexion de l'onde acoustique sur des surfaces, la diffraction de l'onde par des

bords ou des arêtes, ou encore, lorsque le milieu de propagation n'est pas homogène, la réfraction courbant les rayons sonores, sont autant de phénomènes influant sur la propagation de l'onde. Dans le contexte aéronautique qui nous intéresse, la modification du rayonnement naturel du moteur par les surfaces de l'avion entre dans le cadre de l'étude des effets d'installation.

P.3 Approche intuitive des effets d'installation

• La diffraction

La diffraction représente la capacité d'une onde à contourner un obstacle ou à passer dans une fente. Plus la longueur d'onde est grande devant la dimension de l'obstacle, plus le phénomène de diffraction est important. Le principe de Huygens qui décrit la méthode de construction d'un front d'onde explique bien ce comportement: «chaque point d'un front d'onde peut être considéré comme une source ponctuelle d'onde se déplaçant dans la même direction de propagation que l'onde initiale. Le front d'onde suivant s'obtient en faisant la résultante de ces nouvelles ondes.» D'après ce principe, chaque point atteint par l'onde initiale devient à son tour une source secondaire qui émet des ondelettes sphériques dont l'amplitude et la phase sont celles de l'onde incidente. A un instant donné, le front d'onde résultant de ces nouvelles sources est tangent à toutes les ondelettes et perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde sonore (Fig. 45 (a)). Cette représentation ondulatoire permet d'expliquer le phénomène de contournement d'un obstacle par une onde pour les basses fréquences. En effet, comparons les figures (45 (b)) et (45 (c)). Sur la figure (b), la longueur d'onde est grande devant la dimension de l'écran: la partie de l'onde qui atteint le bord de l'écran est donc très étroite et peut être considérée comme une source ponctuelle qui rayonne dans toutes les directions et en particulier dans la zone d'ombre géométrique. Sur la figure (c) au contraire, la longueur d'onde est petite par rapport à la dimension de l'obstacle et il n'y a presque pas de diffraction.

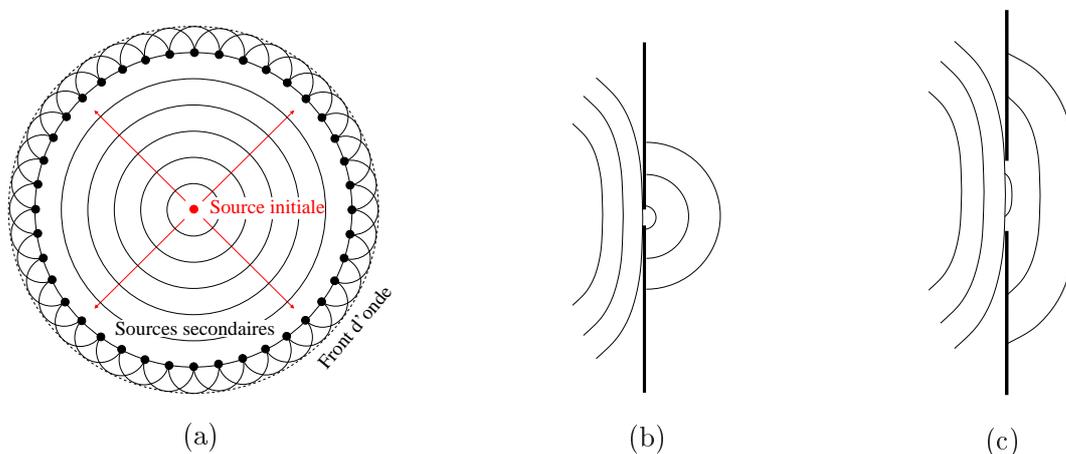


FIG. 45 – a. Principe de Huygens, b. Diffraction d'une onde plane avec $\lambda/D \gg 1$, c. Diffraction d'une onde plane avec $\lambda/D \ll 1$.

Dans l'étude des effets d'écran, problème très important en pratique pour la réduction des nuisances sonores, il faut donc se méfier d'un rayonnement géométrique consistant à tracer en ligne droite les rayons sonores issus de la source. Cela conduit à des conclusions fausses dans le cas où le rapport λ/D est grand, λ étant la longueur d'onde et D une dimension caractéristique de l'obstacle. La zone d'ombre géométrique n'est plus dans ce cas une zone de silence total en raison des phénomènes de diffraction par les bords.

• La réflexion

Lorsqu'une onde acoustique heurte un obstacle de dimension supérieure à sa longueur d'onde, elle est réfléchi et son amplitude diminue selon l'absorption de la surface réfléchissante. En revanche, ni la longueur d'onde ni la fréquence ne sont modifiées au cours de ce processus qui peut entraîner de profondes modifications du champ acoustique, notamment parce que le champ réfléchi interfère avec le champ incident. Le calcul de la réflexion d'une onde acoustique par un plan est relativement simple, en utilisant comme en optique la propriété de la source image: le rayonnement d'une source dans l'espace semi-infini limité par un plan est identique à celui de cette source plus sa source image dans un espace illimité (en dehors du plan réfléchissant). Ainsi si l'on considère une source S et un microphone M (Fig. 46) en présence d'un réflecteur (\mathcal{P}) le trajet réfléchi (SIM) s'ajoute au trajet direct (SM). Il se construit à partir de la source image S' symétrique de S par rapport au plan (\mathcal{P}). En raison de l'égalité des angles d'incidence et de réflexion θ , les points S' , I et M sont alignés.

Plus généralement, la situation se complique en présence de plusieurs parois, qui autorisent des réflexions et interférences multiples, aboutissant à une augmentation de l'énergie rayonnée dans certaines directions privilégiées.

• La réfraction

La célérité du son vaut $c = \sqrt{\tilde{\gamma} \frac{R}{M} T}$, où $\tilde{\gamma}$ est le rapport des chaleurs spécifiques, R la constante des gaz parfaits, et M la masse molaire. Elle varie donc en fonction de la température T dans un milieu donné, ce qui donne naissance, lorsque cette dernière varie, à des phénomènes de réfraction qui dévient et courbent les rayons sonores. Une manière simple de schématiser le calcul de la réfraction est de considérer la propagation dans un fluide stratifié et de mener le raisonnement dans l'approximation haute fréquence de l'acoustique géométrique, fondée sur le tracé de rayons. Sur la figure (47), l'onde passe d'un milieu 1 où la célérité est c_1 à un milieu 2 où la célérité est c_2 . L'angle d'incidence des rayons sonores est θ_1 ; ils sont réfractés sous l'angle θ_2 .

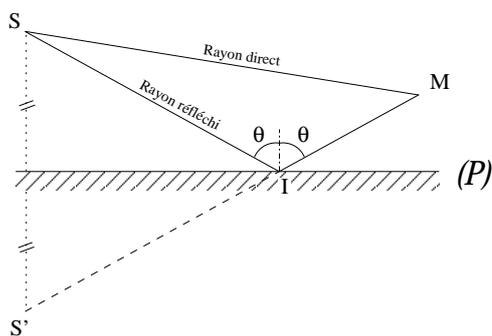


FIG. 46 – Schéma de la réflexion

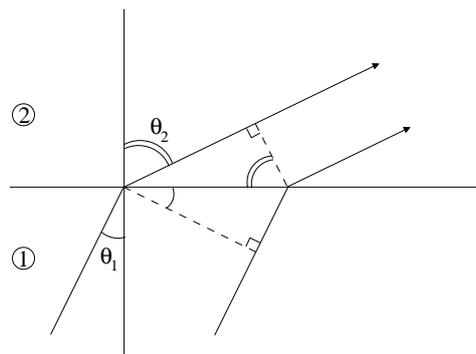


FIG. 47 – Schéma de la réfraction

Diffraction, réflexion et réfraction sont les trois effets d'installation principaux que nous serons amenés à évoquer dans ce mémoire. Il existe bien sûr d'autres phénomènes influant sur la propagation des ondes sonores, comme l'absorption atmosphérique par exemple qui dissipe une partie de l'énergie acoustique par viscosité et échanges thermiques. Ces effets seront brièvement évoqués mais ne s'inscrivent pas dans le cadre de notre étude.

P.4 Notion de champ proche et de champ lointain

Dès que l'on évoque les distances acoustiques, la grandeur de référence est toujours la longueur d'onde λ qui fixe les critères dissociant le champ lointain du champ proche. Ainsi, le champ lointain d'une source ponctuelle correspond à une distance r grande devant la longueur d'onde $r \gg \lambda$ (condition acoustique). Dans le cas d'une source étendue, l'approximation champ lointain impose deux hypothèses supplémentaires [45]:

1. la distance d'observation est très supérieure aux dimensions de la source D : $r \gg D$ (condition géométrique);
2. la directivité ne dépend pas de la distance d'observation: $r \gg D^2/\lambda$.

Ce dernier critère définit la *zone de Fraunhofer* par opposition à la zone de Fresnel en champ proche. En pratique, l'approximation champ lointain est vérifiée dès que les rapports r/λ , r/D et $r\lambda/D^2$ dépassent quelques unités. Dans le cadre de l'étude des effets d'installation, les deux grandeurs adimensionnées caractéristiques de notre problème sont D/λ , qui mesure la compacité de la source et r_0/λ , où r_0 représente la distance entre la source et l'objet diffractant. D'une manière générale, les sources acoustiques de nos problèmes ne sont pas compactes et présentent en plus un caractère modal. En outre, le rapport r_0/λ n'est ni grand ni petit, il n'est donc possible d'utiliser ni une approximation de la fonction de Green classique lorsque la source est très proche d'un bord diffractant, ni l'approximation d'ondes planes. Les méthodes analytiques présentées sont par conséquent des méthodes exactes valables pour des ondes sphériques ne faisant pas l'hypothèse du champ lointain. C'est le cas du premier modèle de calcul de la diffraction par des surfaces planes présenté au chapitre suivant.

Annexes

Annexe A

Formulation du problème sans écoulement

A.0.1 Préambule: démonstration de la formule d'Erdelyi

D'après [25], on a la formule suivante :

$$\int_0^\infty \frac{H_\nu^{(2)}(a\sqrt{t^2+x^2})}{\sqrt{t^2+x^2}} t^{2\mu+1} dt = 2^\mu \frac{1}{a^{\mu+1}} x^{1+\mu-\nu} \Gamma(\mu+1) H_{\nu-\mu-1}^{(2)}(ax) \quad (\text{A.1})$$

pour $\text{Re}(\frac{\nu}{2} - \frac{1}{4}) > \text{Re}(\mu) > -1$.

En posant

$$\begin{cases} a = kR \\ \mu = -\frac{1}{2} \\ \nu = 1 \\ x = 1 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

on obtient :

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \frac{H_1^{(2)}(kR\sqrt{t^2+1})}{\sqrt{t^2+1}} &= \sqrt{\frac{\pi}{2kR}} H_{1/2}^{(2)}(kR) \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{2kR}} (J_{1/2}(kR) - iY_{1/2}(kR)) \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{2kR}} \left(J_{1/2}(kR) - i \frac{J_{1/2}(kR) \cos \frac{\pi}{2} - J_{-1/2}(kR)}{\sin \frac{\pi}{2}} \right) \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{2kR}} (J_{1/2}(kR) + iJ_{-1/2}(kR)) = \sqrt{\frac{\pi}{2kR}} \sqrt{\frac{2}{\pi kR}} i e^{-ikR} \\ &= \frac{i e^{-ikR}}{kR} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

D'où la formule recherchée :

$$\boxed{-\frac{ik}{2} \int_{-\infty}^0 \frac{H_1^{(2)}(kR\sqrt{1+t^2})}{\sqrt{1+t^2}} dt = \frac{e^{-ikR}}{2R}} \quad (\text{A.4})$$

A.0.2 Configuration géométrique

On considère une source ponctuelle omnidirectionnelle et un demi plan défini par $y = 0$ et $x > 0$, l'axe z se trouvant le long du bord diffractant (Fig. (A.1)). On travaille en coordonnées cylindriques et l'on considère une source S ayant pour coordonnées $(r_0, \phi_0, 0)$ et un récepteur P quelconque de l'espace de coordonnées (r, ϕ, z) . La distance de la source au récepteur s'écrit alors :

$$PS = R = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\phi - \phi_0) + z^2} \quad (\text{A.5})$$

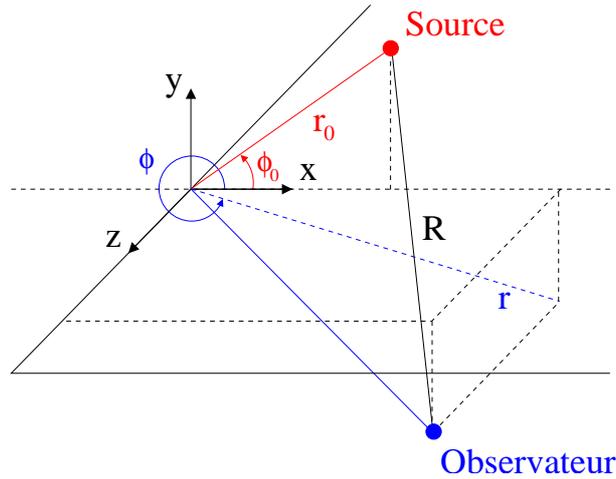


FIG. A.1 – définition des angles et des distances

On considère également dans tous les calculs une source image ou source *miroir* notée \bar{S} , symétrique de la source S par rapport au demi-plan diffractant, de coordonnées $(r_0, 2\pi - \phi_0, 0)$. La distance de la source image au récepteur s'écrit alors :

$$P\bar{S} = \bar{R} = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\phi + \phi_0) + z^2} \quad (\text{A.6})$$

En coordonnées cylindriques, le champ de pression incidente pour une source monopolaire en espace libre s'écrit de la façon suivante:

$$p_I(r, \phi, z) = \frac{Ae^{ik(ct-R)}}{R} \quad (\text{A.7})$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} A \text{ l'amplitude de la source monopolaire} \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ le nombre d'onde} \\ \lambda \text{ la longueur d'onde} \\ c \text{ la célérité de l'onde.} \end{array} \right. \quad (\text{A.8})$$

La solution exacte du champ de pression obtenu par Macdonald [52] en présence d'un demi-plan s'écrit

$$p = Ae^{ikct}U(k, \xi_0, R, \bar{\xi}_0, \bar{R}) \quad (\text{A.9})$$

où

$$U = -\frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{\xi_0} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi - \frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{\bar{\xi}_0} H_1^{(2)}(k\bar{R} \cosh \xi) d\xi = V + \bar{V} \quad (\text{A.10})$$

Les paramètres ξ_0 et $\bar{\xi}_0$ sont définis de la manière suivante:

$$\begin{aligned}\sinh \xi_0 &= \left(\frac{2\sqrt{rr_0}}{R} \right) \cos\left(\frac{\phi-\phi_0}{2}\right), \\ \sinh \bar{\xi}_0 &= \left(\frac{2\sqrt{rr_0}}{R} \right) \cos\left(\frac{\phi+\phi_0}{2}\right).\end{aligned}\quad (\text{A.11})$$

La notation $H_1^{(2)}$ désigne classiquement la fonction de Hankel (fonction de Bessel de troisième espèce):

$$H_1^{(2)}(x) = J_1(x) - iY_1(x). \quad (\text{A.12})$$

Intéressons nous uniquement au premier terme intégrale V - les mêmes manipulations s'effectuent naturellement sur le second \bar{V} - que nous décomposons en deux parties¹:

$$\begin{aligned}V &= -\frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{\xi_0} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi \\ &= -\frac{ik}{2} \int_0^{\infty} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi - \frac{ik}{2} \int_0^{\xi_0} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi\end{aligned}\quad (\text{A.13})$$

Ce sont ces deux intégrales qu'il faut maintenant calculer. Pour cela, on définit une nouvelle fonction W^* par:

$$W^*(\xi_0, k, R) = \int_0^{\xi_0} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi \quad (\text{A.14})$$

ce qui permet de décomposer la fonction V sous la forme:

$$V(\xi_0, k, R) = -\frac{ik}{2} W^*(\infty, k, R) - \frac{ik}{2} W^*(\xi_0, k, R). \quad (\text{A.15})$$

A.0.3 Calcul de $W^*(\infty, k, R)$

Dans l'expression (A.14), le changement de variable

$$\begin{cases} \sinh \xi &= t \\ d\xi &= \frac{dt}{\sqrt{1+t^2}} \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

aboutit à une nouvelle écriture de W^*

$$W^*(\infty, k, R) = \int_0^{\infty} \frac{H_1^{(2)}(kR\sqrt{1+t^2})}{\sqrt{1+t^2}} dt. \quad (\text{A.17})$$

On dispose ensuite de la formule donnée dans [25] et redémontrée en Annexe (A.0.1)

$$-\frac{ik}{2} \int_0^{\infty} \frac{H_1^{(2)}(kR\sqrt{1+t^2})}{\sqrt{1+t^2}} dt = \frac{e^{-ikR}}{2R} \quad (\text{A.18})$$

qui aboutit à l'expression suivante de V

$$V(k, \xi_0, R) = \frac{e^{-ikR}}{2R} - \frac{ik}{2} W^*(\xi_0, k, R). \quad (\text{A.19})$$

La fonction $U(k, \xi_0, R, \bar{\xi}_0, \bar{R})$ peut donc maintenant s'écrire:

$$\begin{aligned}U(k, \xi_0, R, \bar{\xi}_0, \bar{R}) &= V(k, \xi_0, R) + \bar{V}(k, \bar{\xi}_0, \bar{R}) \\ &= \frac{e^{-ikR}}{2R} + \frac{e^{-ik\bar{R}}}{2\bar{R}} - \frac{ik}{2} (W^*(\xi_0, k, R) + W^*(\bar{\xi}_0, k, \bar{R})).\end{aligned}\quad (\text{A.20})$$

1. la fonction $H_1^{(2)}(kR \cosh \xi)$ est symétrique par rapport au paramètre ξ donc l'intégration peut se faire indifféremment sur l'intervalle $]-\infty, 0]$ ou $[0, +\infty[$

A.0.4 Approximation de $W^*(\xi_0, k, R)$

$$W^*(\xi_0, k, R) = \int_0^{\xi_0} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi \quad (\text{A.21})$$

C'est l'approximation de cette intégrale qui est explicitée dans l'article de Cooke [19]. Une première étape consiste à remarquer que la fonction $H_1^{(2)}(kR \cosh \xi)$ est symétrique. Il s'en suit donc que :

$$W^*(\xi_0, k, R) = \begin{cases} +W^*(|\xi_0|, k, R) & \xi_0 > 0 \\ -W^*(|\xi_0|, k, R) & \xi_0 < 0 \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

Dans toute la suite, on considère seulement le cas $\xi_0 > 0$. La multiplication du résultat par le signe de ξ_0 permet d'obtenir la valeur attendue. Une étape préliminaire consiste à effectuer le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} \cosh \xi &= 1 + 2y^2 \\ d\xi &= 2 \frac{dy}{\sqrt{1 + y^2}} \end{cases} \quad (\text{A.23})$$

L'intégrale (A.21) devient :

$$W^*(\xi_0, k, R) = 2 \int_0^{\sqrt{\frac{\cosh \xi_0 - 1}{2}}} \frac{H_1^{(2)}(kR(1 + 2y^2))}{\sqrt{1 + y^2}} dy \quad (\text{A.24})$$

On peut ensuite remplacer la fonction H par son développement asymptotique donné dans [2] sous l'hypothèse $kR \gg kr_0$:

$$\begin{aligned} H_1^{(2)}(z) &= e^{\frac{3i\pi}{4}} \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \left(1 - \frac{3i}{8z} + \frac{15}{128z^2} - \dots \right) e^{-iz} \\ &= \frac{i-1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-iz}}{\sqrt{z}} \left(1 - \frac{3i}{8z} + \frac{15}{128z^2} - \dots \right) \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

$W^*(\xi_0, k, R)$ s'écrit alors :

$$\frac{2}{\sqrt{kR}} \frac{i-1}{\pi} e^{-ikR} \int_0^{\sqrt{\frac{\cosh \xi_0 - 1}{2}}} \frac{e^{-2ikRy^2}}{\sqrt{1 + 2y^2} \sqrt{1 + y^2}} \left(1 - \frac{3i}{8kR(1 + 2y^2)} + \frac{15}{128k^2 R^2 (1 + 2y^2)^2} \right) dy \quad (\text{A.26})$$

On pose pour la suite $y' = \sqrt{\frac{\cosh \xi_0 - 1}{2}}$ et on utilise les développements limités suivants :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{1 + 2y^2}} &= 1 - y^2 + \frac{3}{2}y^4 - \dots \\ \frac{1}{1 + 2y^2} &= 1 - 2y^2 + 4y^4 - \dots \\ \frac{1}{\sqrt{1 + y^2}} &= 1 - \frac{y^2}{2} + \frac{3}{8}y^4 - \dots \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

que l'on substitue dans l'intégrale (A.26) en ne conservant que les termes d'ordre 3 en y' et les termes d'ordre 2 en $\frac{1}{kR}$ pour obtenir :

$$\begin{aligned} W^*(\xi_0, k, R) &= \frac{e^{-ikR}}{kR} \left((i-1)[C(\beta) - iS(\beta)] \right. \\ &\quad \left. - \frac{i+1}{4\sqrt{\pi kR}} e^{-2ikRy'^2} y' \left[-3 + \frac{19y'^2}{4} - \frac{15i}{16kR}(1 - 3y'^2) \right] \right) \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

$C(\beta)$ et $S(\beta)$ sont les intégrales de Fresnel définies par:

$$\begin{cases} C(\beta) = \int_0^\beta \cos\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt \\ S(\beta) = \int_0^\beta \sin\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt \\ \beta = 2\sqrt{\frac{kR}{\pi}} y' \end{cases} .$$

De là, V s'écrit :

$$\begin{aligned} V(\xi_0, k, R) &= \frac{e^{-ikR}}{2R} - \text{sign}(\xi_0) \frac{ik}{2} W^*(|\xi_0|, k, R) \\ &= \frac{e^{-ikR}}{2R} \left(1 + \text{sign}(\xi_0) \left((i+1)[C(\beta) - iS(\beta)] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{i-1}{4\sqrt{\pi k R}} e^{-2ikRy'^2} y' \left[-3 + \frac{19y'^2}{4} - \frac{15i}{16kR} (1 - 3y'^2) \right] \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

avec sign la fonction définie par :

$$\begin{cases} \text{sign}(x) = 1 & \text{si } x > 0 \\ \text{sign}(x) = 0 & \text{si } x = 0 \\ \text{sign}(x) = -1 & \text{si } x < 0 \end{cases} . \quad (\text{A.30})$$

On en déduit une expression similaire pour \bar{V} en remplaçant R par \bar{R} et y' par \bar{y}' et on obtient l'expression finale de U :

- Diffraction par un demi-plan semi infini, approximation de Cooke d'ordre élevée:

$$\begin{aligned} U &= \frac{e^{-ikR}}{2R} \left(1 + \text{sign}(\xi_0) \left((i+1)[C(\beta) - iS(\beta)] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{i-1}{4\sqrt{\pi k R}} e^{-2ikRy'^2} y' \left[-3 + \frac{19y'^2}{4} - \frac{15i}{16kR} (1 - 3y'^2) \right] \right) \right) \\ &\quad + \frac{e^{-ik\bar{R}}}{2\bar{R}} \left(1 + \text{sign}(\bar{\xi}_0) \left((i+1)[C(\bar{\beta}) - iS(\bar{\beta})] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{i-1}{4\sqrt{\pi k \bar{R}}} e^{-2ik\bar{R}\bar{y}'^2} \bar{y}' \left[-3 + \frac{19\bar{y}'^2}{4} - \frac{15i}{16k\bar{R}} (1 - 3\bar{y}'^2) \right] \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Une approximation d'ordre plus faible s'obtient en ne conservant que les intégrales de Fresnel dans l'approximation intégrale:

$$V(\xi_0, k, R) = \frac{e^{-ikR}}{2R} (1 + \text{sign}(\xi_0)(i+1)[C(\beta) - iS(\beta)]) \quad (\text{A.32})$$

et

$$\bar{V}(\bar{\xi}_0, k, \bar{R}) = \frac{e^{-ik\bar{R}}}{2\bar{R}} (1 + \text{sign}(\bar{\xi}_0)(i+1)[C(\bar{\beta}) - iS(\bar{\beta})]) . \quad (\text{A.33})$$

et on en déduit l'expression de U :

- Diffraction par un demi-plan semi infini, approximation de Cooke d'ordre faible:

$$\begin{aligned} U &= \frac{e^{-ikR}}{2R} (1 + \text{sign}(\xi_0)(i+1)[C(\beta) - iS(\beta)]) \\ &\quad + \frac{e^{-ik\bar{R}}}{2\bar{R}} (1 + \text{sign}(\bar{\xi}_0)(i+1)[C(\bar{\beta}) - iS(\bar{\beta})]) \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

Annexe B

Formulation du problème avec écoulement : détail des calculs

B.1 Application de la transformation de Lorentz à l'équation d'onde

B.1.1 Transformation de Lorentz

Soit $R(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère fixe. Considérons un repère R' en translation uniforme à la vitesse $-V$ par rapport à l'axe des abscisses \vec{x} . La transformation de Lorentz exprime les coordonnées d'un événement vu dans le référentiel R' en fonction des coordonnées du même événement vu dans le référentiel R :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma^2(x + Vt) \\ \gamma y \\ \gamma z \\ \gamma^2(t + \frac{Vx}{c^2}) \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

avec

$$\begin{cases} \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-M^2}} \\ M = \frac{V}{c} \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Dans le nouveau système de coordonnées (x', y', z') du repère mobile R' , cherchons la nouvelle formulation de l'équation d'onde:

$$\Delta\phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = f(t)\delta(x - x_s + Vt)\delta(y - y_s)\delta(z - z_s) \quad (\text{B.3})$$

Pour cela, il faut trouver une expression du laplacien Δ de ϕ dans l'ancien repère R , en fonction du laplacien Δ' de ϕ dans le nouveau repère R' . Ce calcul (détaillé ci-dessous) est assez fastidieux mais il ne s'agit en fait que d'applications successives de la règle de la chaîne après le changement de variable donné par la transformation de Lorentz.

B.1.2 Changement de variable

On applique la transformation de Lorentz à la fonction ϕ :

$$\begin{aligned} \phi(x, y, z, t) &= \psi(x', y', z', t') \\ &= \psi\left(\gamma^2(x + Vt), \gamma y, \gamma z, \gamma^2\left(t + \frac{Vx}{c^2}\right)\right) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

B.1.3 Calcul des dérivées premières de ϕ dans le nouveau repère

$$\begin{aligned}\frac{\partial\phi}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x}\psi\left(\gamma^2(x+Vt),\gamma y,\gamma z,\gamma^2\left(t+\frac{Vx}{c^2}\right)\right) \\ &= \gamma^2\frac{\partial\psi}{\partial x'}(\dots) + 0 + 0 + \frac{\gamma^2V}{c^2}\frac{\partial\psi}{\partial t'}(\dots)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\phi}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y}\psi\left(\gamma^2(x+Vt),\gamma y,\gamma z,\gamma^2\left(t+\frac{Vx}{c^2}\right)\right) \\ &= \gamma\frac{\partial\psi}{\partial y'}(\dots)\end{aligned}$$

(B.5)

$$\begin{aligned}\frac{\partial\phi}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z}\psi\left(\gamma^2(x+Vt),\gamma y,\gamma z,\gamma^2\left(t+\frac{Vx}{c^2}\right)\right) \\ &= \gamma\frac{\partial\psi}{\partial z'}(\dots)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\phi}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t}\psi\left(\gamma^2(x+Vt),\gamma y,\gamma z,\gamma^2\left(t+\frac{Vx}{c^2}\right)\right) \\ &= \gamma^2V\frac{\partial\psi}{\partial x'}(\dots) + \gamma^2\frac{\partial\psi}{\partial t'}(\dots)\end{aligned}$$

B.1.4 Calcul des dérivées secondes de ϕ dans le nouveau repère

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x}\left[\gamma^2\frac{\partial\psi}{\partial x'}(\dots)\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\gamma^2V}{c^2}\frac{\partial\psi}{\partial t'}(\dots)\right] \\ &= \gamma^2\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial\psi}{\partial x'}\left(\gamma^2(x+Vt),\gamma y,\gamma z,\gamma^2\left(t+\frac{Vx}{c^2}\right)\right)\right] \\ &\quad + \frac{\gamma^2V}{c^2}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial\psi}{\partial t'}\left(\gamma^2(x+Vt),\gamma y,\gamma z,\gamma^2\left(t+\frac{Vx}{c^2}\right)\right)\right] \\ &= \gamma^2\left[\gamma^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x'^2}(\dots) + \frac{\gamma^2V}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t'\partial x'}(\dots)\right] + \frac{\gamma^2V}{c^2}\left[\gamma^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x'\partial t'}(\dots) + \frac{\gamma^2V}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t'^2}(\dots)\right] \\ &= \gamma^4\frac{\partial^2\psi}{\partial x'^2}(\dots) + 2\frac{\gamma^4V}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial x'\partial t'}(\dots) + \frac{\gamma^4V^2}{c^4}\frac{\partial^2\psi}{\partial t'^2}(\dots)\end{aligned}\tag{B.6}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} &= \frac{\partial}{\partial y}\left[\gamma\frac{\partial\psi}{\partial y'}\left(\gamma^2(x+Vt),\gamma y,\gamma z,\gamma^2\left(t+\frac{Vx}{c^2}\right)\right)\right] \\ &= \gamma^2\frac{\partial^2\psi}{\partial y'^2}(\dots)\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \gamma^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z'^2}(\dots)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial t} \left[\gamma^2 V \frac{\partial \psi}{\partial x'}(\dots) + \gamma^2 \frac{\partial \psi}{\partial t'}(\dots) \right] \\ &= \gamma^2 V \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial \psi}{\partial x'} \left(\gamma^2 (x + Vt), \gamma y, \gamma z, \gamma^2 \left(t + \frac{Vx}{c^2} \right) \right) \right] \\ &\quad + \gamma^2 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial \psi}{\partial x'} \left(\gamma^2 (x + Vt), \gamma y, \gamma z, \gamma^2 \left(t + \frac{Vx}{c^2} \right) \right) \right] \\ &= \gamma^2 V \left[\gamma^2 V \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}(\dots) + \gamma^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t' \partial x'}(\dots) \right] + \gamma^2 \left[\gamma^2 V \frac{\partial^2 \psi}{\partial t' \partial x'}(\dots) + \gamma^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2}(\dots) \right] \\ &= \gamma^4 V^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2}(\dots) + 2\gamma^4 V \frac{\partial^2 \psi}{\partial t' \partial x'}(\dots) + \gamma^4 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2}(\dots) \end{aligned} \tag{B.7}$$

B.1.5 Retour à l'équation d'onde

Décomposons l'équation d'onde initiale sous la forme:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = f(t) \delta(x - x_s + Vt) \delta(y - y_s) \delta(z - z_s) \tag{B.8}$$

D'après les calculs précédents, cette équation s'écrit dans le nouveau repère R' :

$$\begin{aligned} \left(\gamma^4 - \frac{\gamma^4 V^2}{c^2} \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2} + \gamma^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y'^2} + \gamma^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z'^2} + \left(\frac{\gamma^4 V^2}{c^4} - \frac{\gamma^4}{c^2} \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} \\ = f \left(t' - \frac{Vx'}{c^2} \right) \delta \left(\frac{x'}{\gamma^2} - x_s \right) \delta \left(\frac{y'}{\gamma} - y_s \right) \delta \left(\frac{z'}{\gamma} - z_s \right) \end{aligned} \tag{B.9}$$

puis après simplification :

$$\gamma^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2} + \gamma^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y'^2} + \gamma^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} = f \left(t' - \frac{Vx'}{c^2} \right) \delta \left(\frac{x'}{\gamma^2} - x_s \right) \delta \left(\frac{y'}{\gamma} - y_s \right) \delta \left(\frac{z'}{\gamma} - z_s \right). \tag{B.10}$$

Or $\delta \left(\frac{x}{\gamma} \right) = \gamma \delta(x)$ et $f \left(t' - \frac{Vx'}{c^2} \right) \delta \left(\frac{x'}{\gamma^2} - x_s \right) = f \left(t' - \frac{V\gamma^2 x_s}{c^2} \right),$

d'où

$$\gamma^2 \left(\Delta' \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} \right) = \gamma^4 f \left(t' - \frac{V\gamma^2 x_s}{c^2} \right) \delta \left(\frac{x'}{\gamma^2} - x_s \right) \delta \left(\frac{y'}{\gamma} - y_s \right) \delta \left(\frac{z'}{\gamma} - z_s \right) \tag{B.11}$$

et finalement :

$$\boxed{\Delta' \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} = \gamma^2 f \left(t' - \frac{V\gamma^2 x_s}{c^2} \right) \delta \left(\frac{x'}{\gamma^2} - x_s \right) \delta \left(\frac{y'}{\gamma} - y_s \right) \delta \left(\frac{z'}{\gamma} - z_s \right)} \tag{B.12}$$

B.2 Détail des calculs de pression et fréquence dans le cas d'une source seule en écoulement uniforme

B.2.1 calcul de la pression

- cas(a) : observateur P fixe (condition de vol)

$$p_a = -\rho_0 \frac{\partial \phi_M}{\partial t} \quad (\text{B.13})$$

On a le changement de variables :

$$\begin{cases} X = \gamma^2 x \\ Y = \gamma y \\ Z = \gamma z \\ T = \gamma^2 t \end{cases} \quad (\text{B.14})$$

De plus,

$$\phi_M(X, Y, Z, T) = \frac{A\gamma^2}{S} e^{iL} \quad (\text{B.15})$$

avec :

$$\begin{cases} L = \omega \left(T + \frac{V(X - X_s)}{c^2} - \frac{S}{c} \right) \\ S = \sqrt{(X + VT - X_s)^2 + (Y - Y_s)^2 + (Z - Z_s)^2} \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

on a donc (règle de la chaîne) :

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi_M(\gamma^2 x, \gamma y, \gamma z, \gamma^2 t)] = \gamma^2 \frac{\partial}{\partial t} \phi_M(X, Y, Z, T) \quad (\text{B.17})$$

- Calculons $\frac{\partial \phi_M}{\partial T}(X, Y, Z, T)$

$$\frac{\partial \phi_M}{\partial T}(X, Y, Z, T) = \frac{A\gamma^2}{S^2} \left[e^{iL} \frac{\partial L}{\partial T} S - e^{iL} \frac{\partial S}{\partial T} \right]. \quad (\text{B.18})$$

- Calculons $\frac{\partial L}{\partial T}$

$$\begin{aligned} L(X, Y, Z, T) &= \omega \left(T + \frac{V(X - X_s)}{c^2} - \frac{S}{c} \right) \\ &= \omega \left(T + \frac{V(X - X_s)}{c^2} - \frac{\sqrt{(X + VT - X_s)^2 + (Y - Y_s)^2 + (Z - Z_s)^2}}{c} \right). \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

D'où

$$\frac{\partial L}{\partial T} = \omega \left(1 - \frac{V}{c} \frac{(X + VT - X_s)}{\sqrt{(X + VT - X_s)^2 + (Y - Y_s)^2 + (Z - Z_s)^2}} \right). \quad (\text{B.20})$$

- Calculons $\frac{\partial S}{\partial T}$

$$S(X, Y, Z, T) = \sqrt{(X + VT - X_s)^2 + (Y - Y_s)^2 + (Z - Z_s)^2} \quad (\text{B.21})$$

d'où

$$\frac{\partial S}{\partial T} = \frac{(X + VT - X_s)V}{\sqrt{(X + VT - X_s)^2 + (Y - Y_s)^2 + (Z - Z_s)^2}}. \quad (\text{B.22})$$

En remplaçant (B.20) et (B.22) dans (B.18) on obtient :

$$\frac{\partial \phi_M}{\partial T} = \frac{A\gamma^2}{S} \left[e^{iL} i\omega \left(\frac{1 - V(X + VT - X_s)}{cS} \right) - e^{iL} \frac{(X + VT - X_s)V}{S^2} \right]. \quad (\text{B.23})$$

Si l'on suppose que S est suffisamment grand, c'est-à-dire que la distance source-observateur est grande, on peut négliger les termes en $\frac{1}{S^2}$ et on obtient :

$$\frac{\partial \phi_M}{\partial t} = \frac{i\omega A\gamma^4}{S} \left[\frac{1 - V(X + VT - X_s)}{cS} \right] e^{iL} + o\left(\frac{1}{S^2}\right) \quad (\text{B.24})$$

et à $t = 0$:

$$p_a = -\rho_0 \frac{\partial \phi_M}{\partial t} = \frac{-i\omega \rho_0 A\gamma^4}{S'} \left[\frac{1 - V(X - X_s)}{cS'} \right] e^{iL'} \quad (\text{B.25})$$

avec :

$$\begin{cases} S' &= \sqrt{(X - X_s)^2 + (Y - Y_s)^2 + (Z - Z_s)^2} \\ L' &= \omega \left(\frac{V(X - X_s)}{c^2} - \frac{S'}{c} \right) \end{cases}. \quad (\text{B.26})$$

• **cas(b) : observateur en mouvement avec la source (condition de soufflerie)**

$$p_b = -\rho_0 \frac{\partial \phi_M}{\partial t} \quad (\text{B.27})$$

P est en mouvement donc on remplace X par $X - VT$. On a toujours (règle de la chaîne):

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi_M(\gamma^2 x, \gamma y, \gamma z, \gamma^2 t)] = \gamma^2 \frac{\partial}{\partial t} \phi_M(X, Y, Z, T). \quad (\text{B.28})$$

Dans ce cas, ϕ_M s'écrit :

$$\phi_M(X, Y, Z, T) = \frac{A\gamma^2}{S} e^{iL} \quad (\text{B.29})$$

avec :

$$\begin{cases} L &= \omega \left(T + \frac{V(X - VT - X_s)}{c^2} - \frac{S}{c} \right) \\ S &= \sqrt{(X - X_s)^2 + (Y - Y_s)^2 + (Z - Z_s)^2} \end{cases} \quad (\text{B.30})$$

- Calculons $\frac{\partial \phi_M}{\partial T}(X, Y, Z, T)$

$$\frac{\partial \phi_M}{\partial T} = \frac{A\gamma^2}{S^2} \left[i e^{iL} \frac{\partial L}{\partial T} S - e^{iL} \frac{\partial S}{\partial T} \right]. \quad (\text{B.31})$$

- Calculons $\frac{\partial L}{\partial T}$

$$\frac{\partial L}{\partial T} = \omega \left[1 - \frac{V^2}{c^2} \right] = \omega [1 - M^2]. \quad (\text{B.32})$$

- Calculons $\frac{\partial S}{\partial T}$

$$\frac{\partial S}{\partial T} = 0. \quad (\text{B.33})$$

D'où :

$$\frac{\partial \phi_M}{\partial T} = \frac{A\gamma^2}{S} [ie^{iL}\omega(1 - M^2)], \quad (\text{B.34})$$

$$p_b = -\rho_0 \frac{\partial \phi_M}{\partial t} = -\frac{i\omega\rho_0 A\gamma^4}{S} (1 - M^2)e^{iL} \quad (\text{B.35})$$

et à $t = 0$

$$\boxed{p_b = \frac{-i\omega\rho_0 A\gamma^4}{S'} (1 - M^2)e^{iL'}} \quad (\text{B.36})$$

avec :

$$\begin{cases} L' = \omega \left(\frac{V(X - X_s)}{c^2} - \frac{S'}{c} \right) \\ S' = \sqrt{(X - X_s)^2 + (Y - Y_s)^2 + (Z - Z_s)^2} \end{cases} . \quad (\text{B.37})$$

B.2.2 calcul de la fréquence

- cas (a) : observateur P fixe (condition de vol)

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \gamma^2 \frac{\partial L}{\partial T} = \gamma^2 \omega \left[1 - \frac{V(X - X_s)}{cS'} \right]. \quad (\text{B.38})$$

- cas (b) : observateur en mouvement avec la source (condition de soufflerie)

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \gamma^2 \frac{\partial L}{\partial T} = \gamma^2 \omega (1 - M^2) = \omega. \quad (\text{B.39})$$

Annexe C

Configurations non conventionnelles: comparaison entre les calculs et des mesures en chambre sourde - résultats complémentaires

- Rayonnement du moteur isolé : comparaison entre la mesure et le calcul à $kR = 7.15$

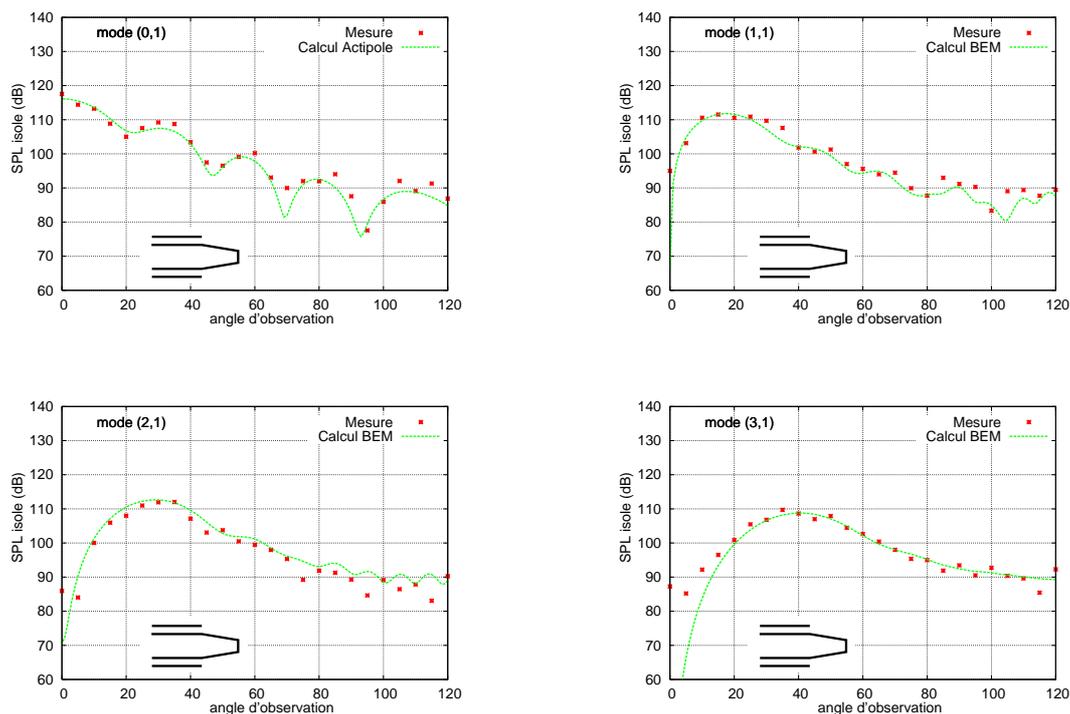


FIG. C.1 – Comparaison entre les rayonnements isolés mesurés et calculés pour différentes excitations modales à $kR = 7.15$, sans écoulement.

• Rayonnement du moteur installé en configuration non conventionnelle: comparaison entre la mesure et le calcul à $kR = 7.15$

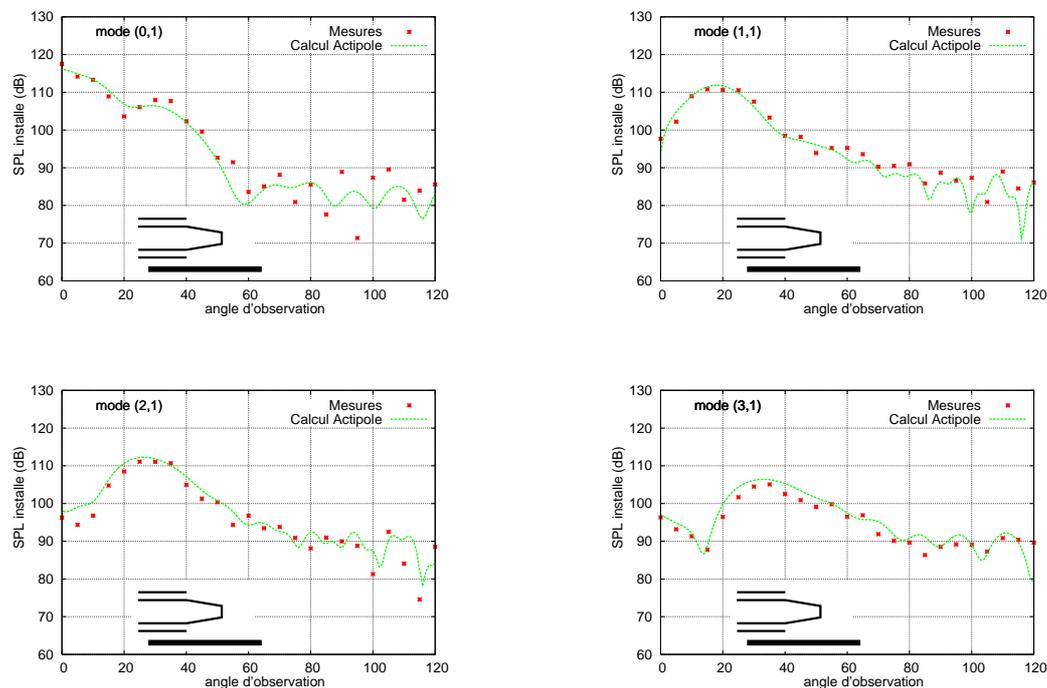


FIG. C.2 – Comparaison entre les rayonnements installés mesurés et calculés pour différentes excitations modales à $kR = 7.15$, sans écoulement.

• Effets d'installation du moteur en configuration non conventionnelle: comparaison entre la mesure et le calcul à $kR = 7.15$

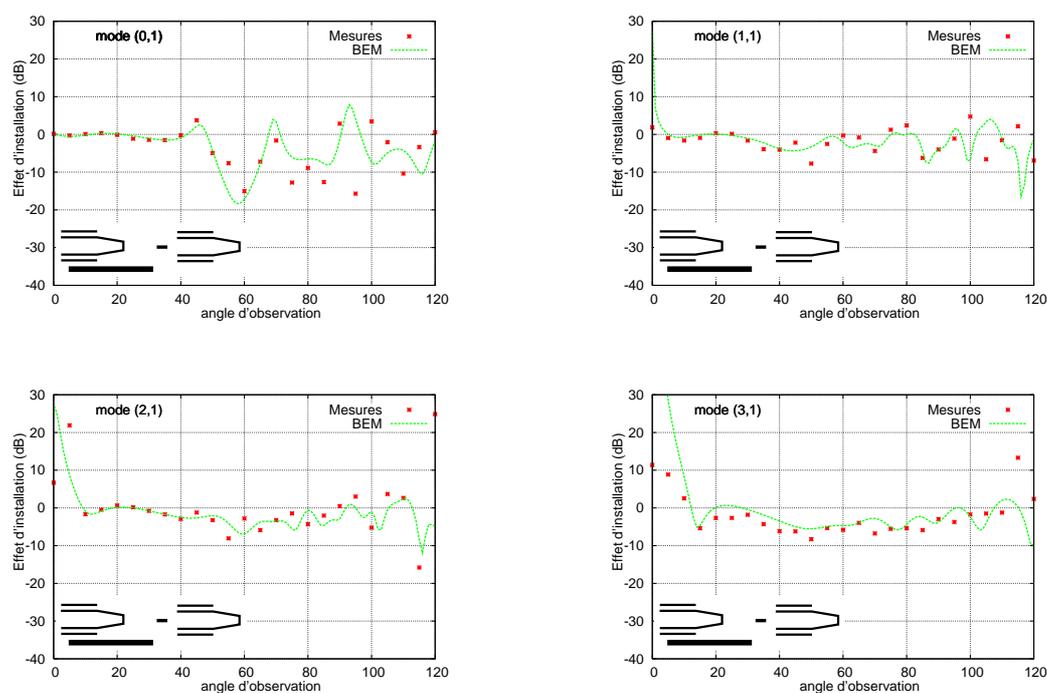


FIG. C.3 – Comparaison entre les effets d'installation mesurés (écart entre les mesures installées et isolées) et calculés pour différentes excitations modales à $kR = 7.15$, sans écoulement.

• Rayonnement du moteur isolé: comparaison entre la mesure et le calcul à $kR = 10.31$

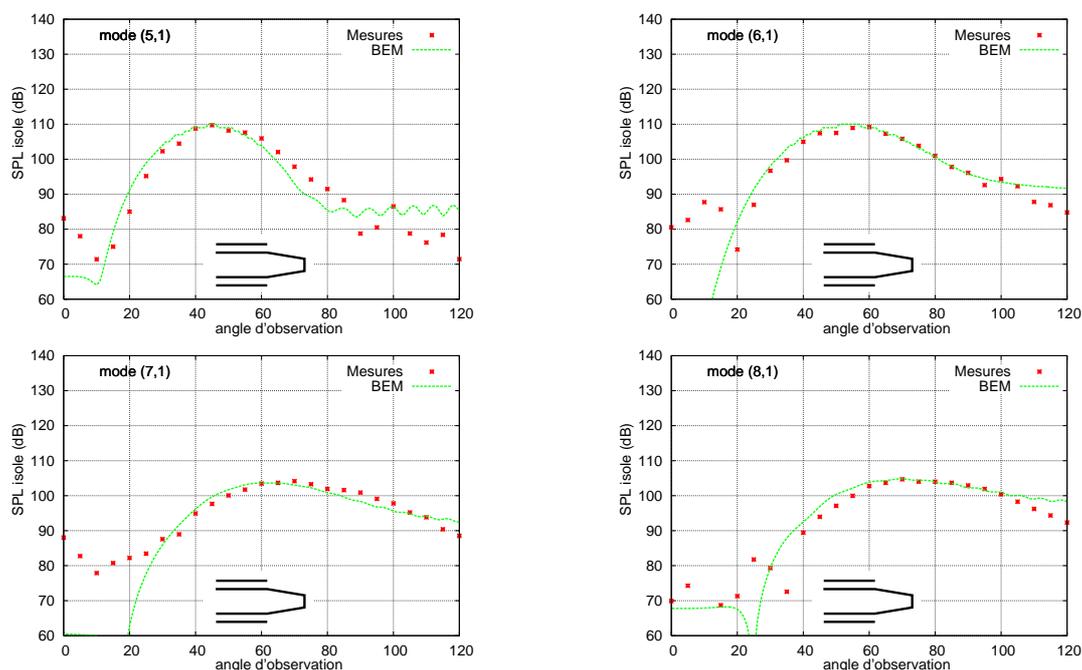


FIG. C.4 – Comparaison entre les rayonnements isolés mesurés et calculés pour différentes excitations modales à $kR = 10.31$, sans écoulement.

• Rayonnement du moteur installé en configuration non conventionnelle: comparaison entre la mesure et le calcul à $kR = 10.31$

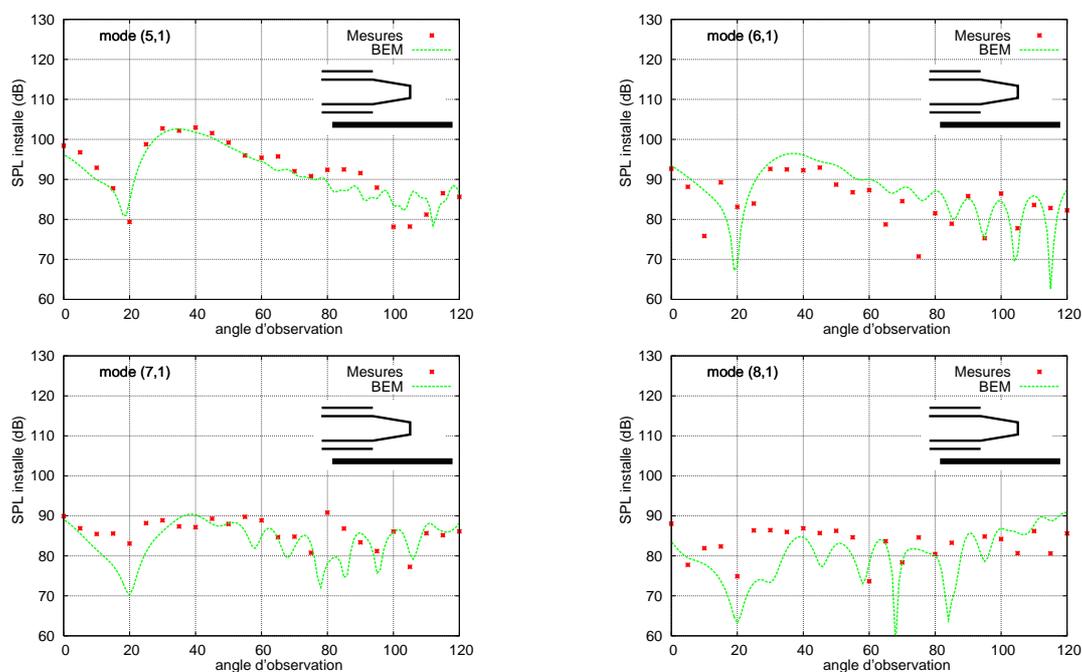


FIG. C.5 – Comparaison entre les rayonnements installés mesurés et calculés pour différentes excitations modales à $kR = 10.31$, sans écoulement.

• Effets d'installation du moteur en configuration non conventionnelle: comparaison entre la mesure et le calcul à $kR = 10.31$

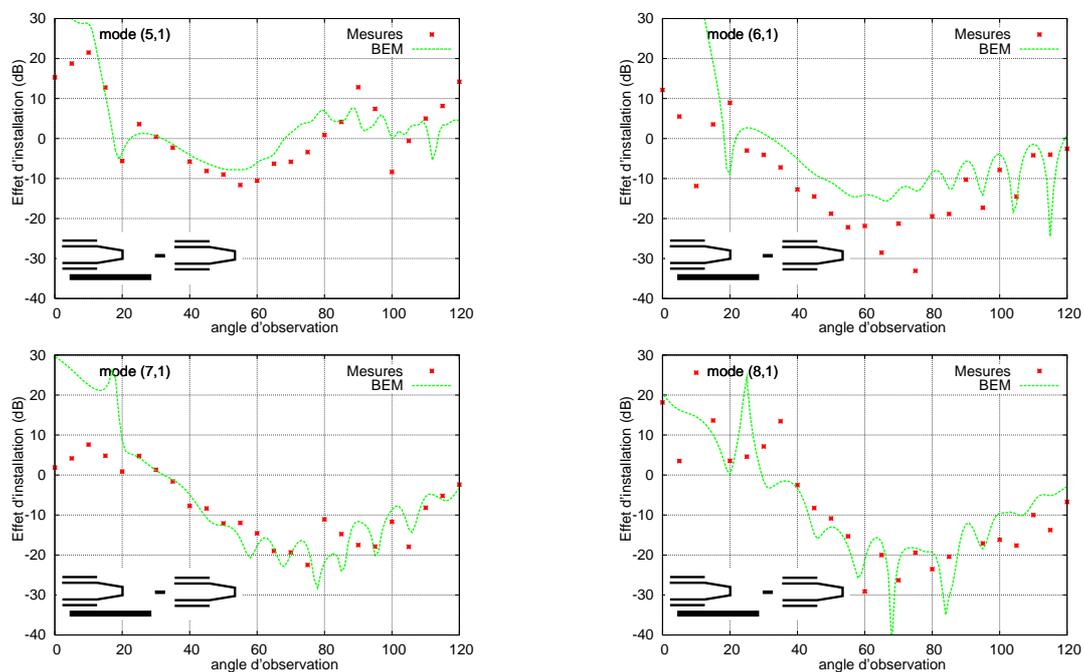


FIG. C.6 – Comparaison entre les effets d'installation mesurés (différence entre les mesures installées et isolées) et calculés pour différentes excitations modales à $kR = 10.31$, sans écoulement.

Annexe D

**Configurations conventionnelles:
comparaison entre les calculs et des
mesures en chambre sourde - résultats
complémentaires**

- Rayonnement du moteur installé en configuration conventionnelle: comparaison entre la mesure et le calcul à $kR = 7.15$

Aile en configuration lisse - résultats sur l'arc Flyover

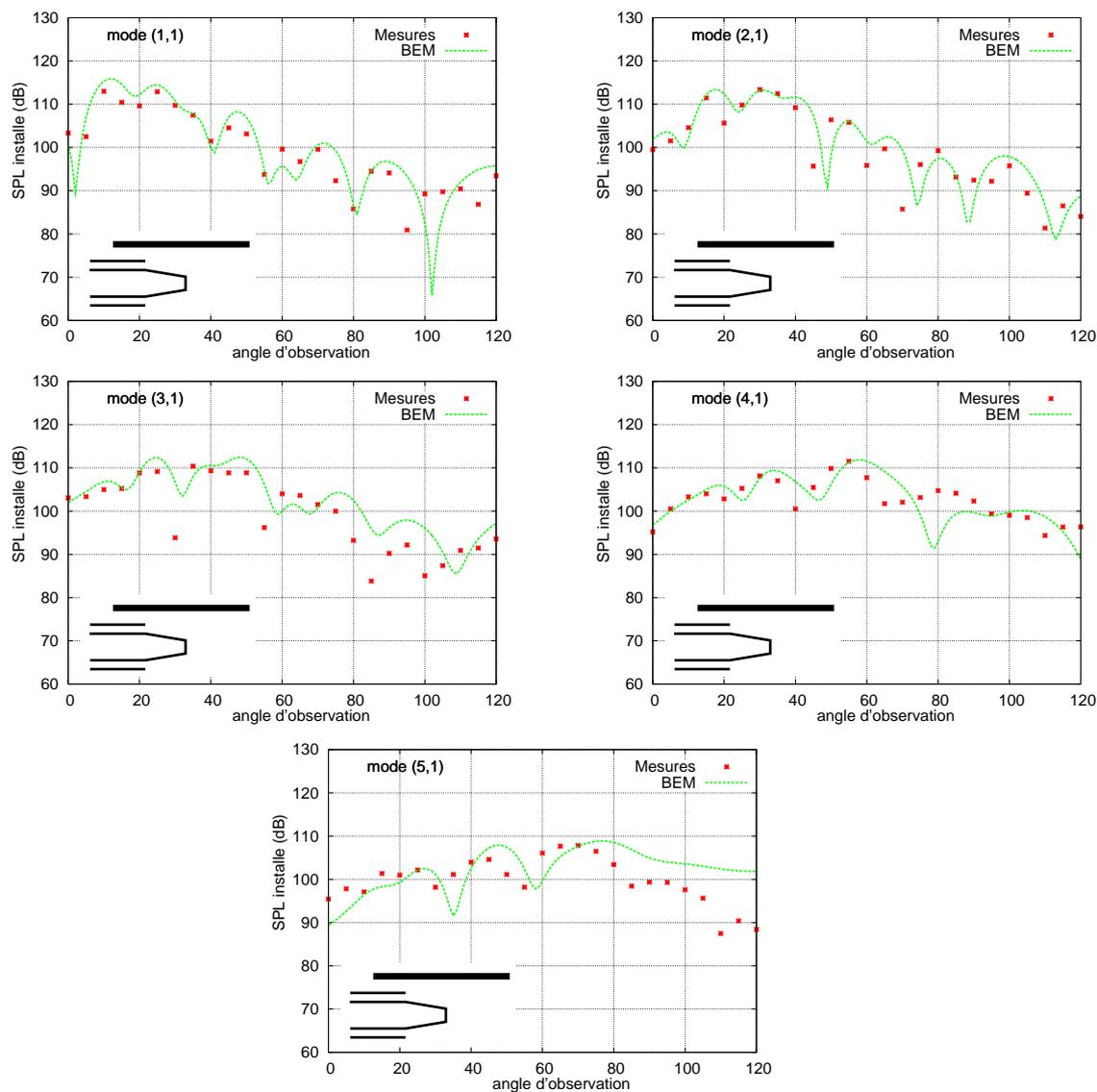


FIG. D.1 – Comparaison entre les rayonnements installés mesurés et calculés sur l'arc flyover pour différentes excitations modales à $kR = 7.15$, sans écoulement - configuration lisse.

Aile en configuration volet braqué 40° - résultats sur l'arc Flyover

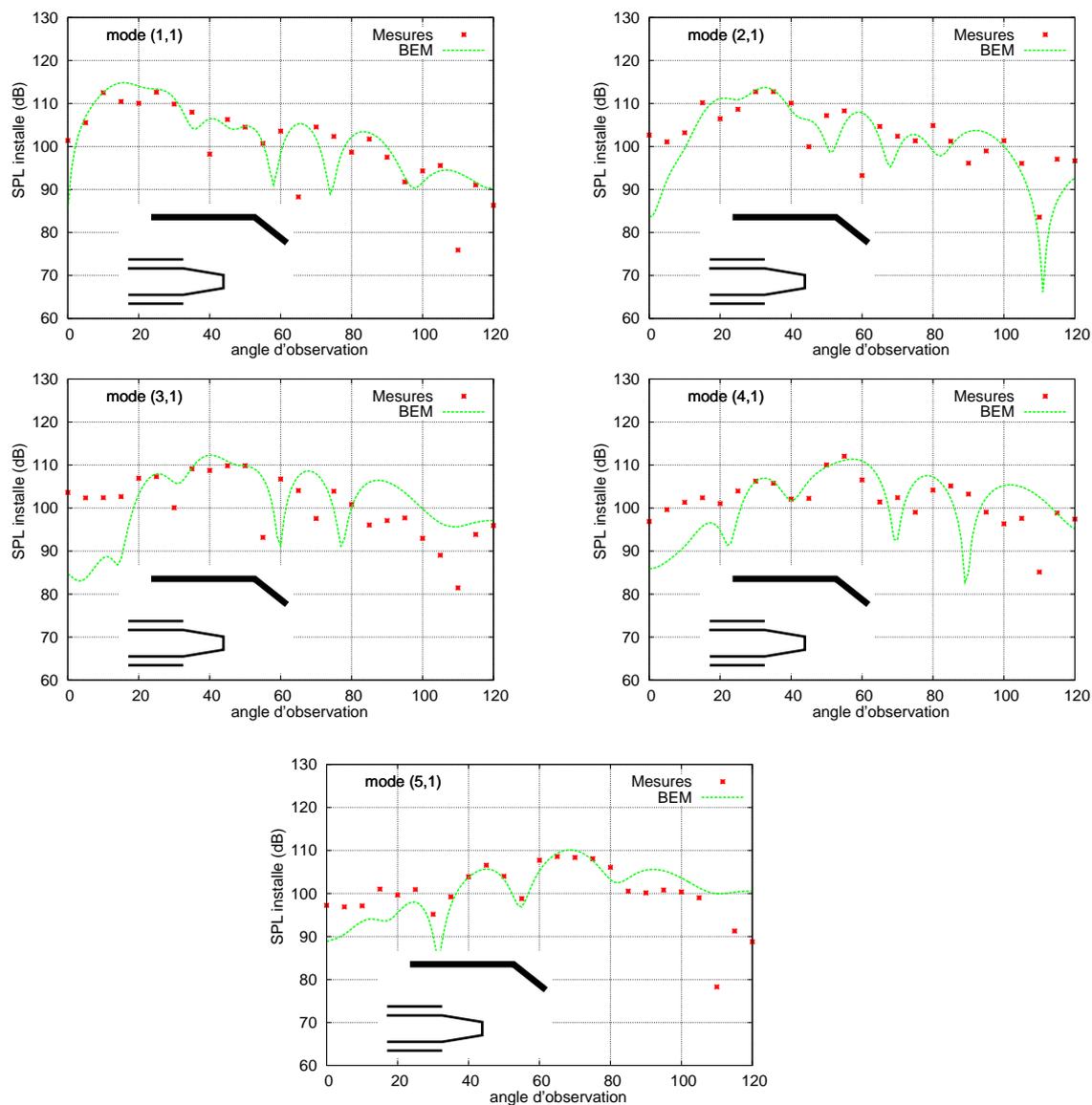


FIG. D.2 – Comparaison entre les rayonnements installés mesurés et calculés sur l'arc flyover pour différentes excitations modales à $kR = 7.15$, sans écoulement - configuration braquée.

- Effets d'installation du moteur en configuration conventionnelle: comparaison entre la mesure et le calcul à $kR = 7.15$

Aile en configuration lisse - résultats sur l'arc Flyover

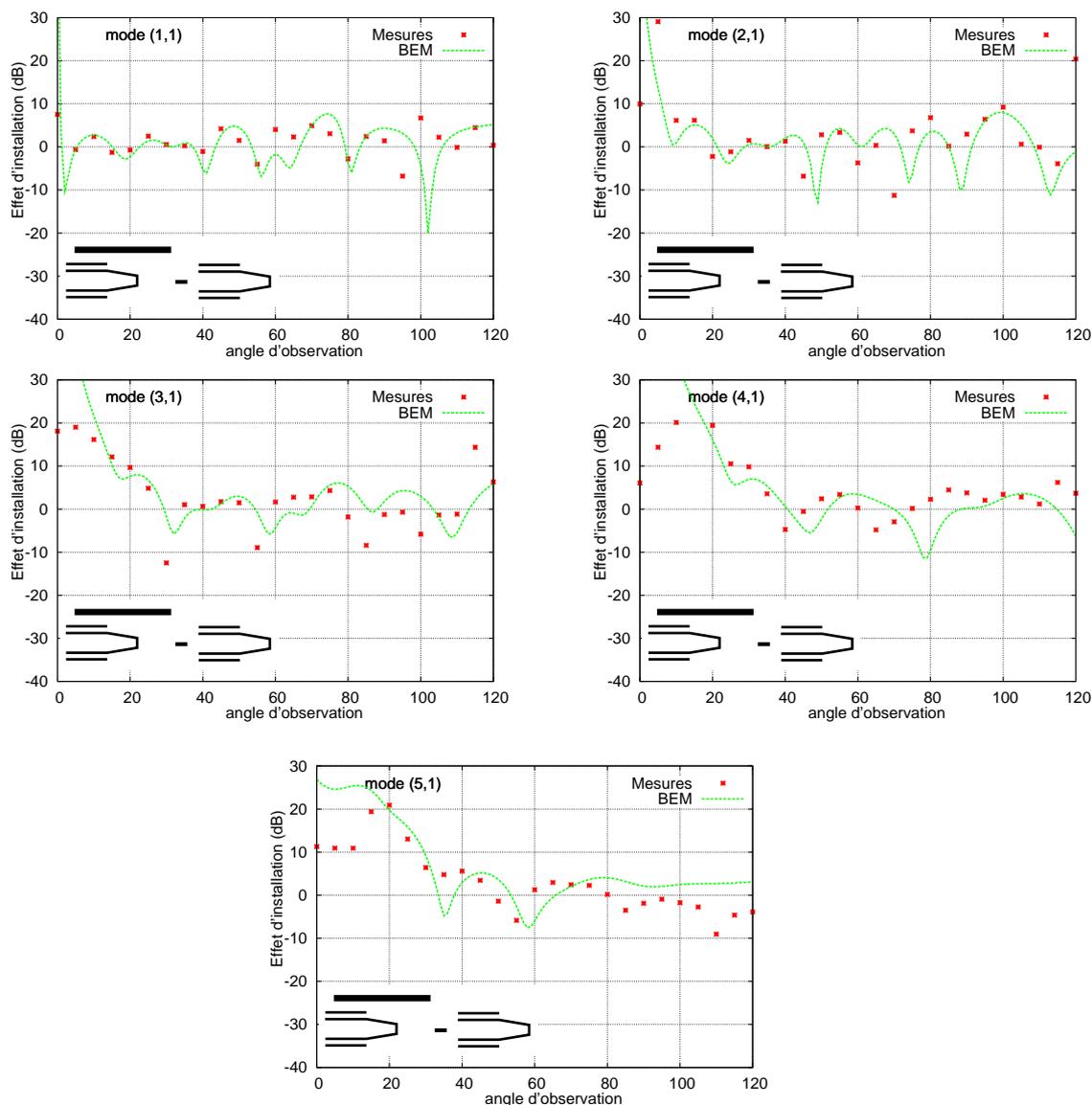


FIG. D.3 – Comparaison entre les effets d'installation mesurés (différence entre les mesures installées et isolées) et calculés sur l'arc flyover pour différentes excitations modales à $kR = 7.15$, sans écoulement - configuration lisse.

Aile en configuration volet braqué 40° - résultats sur l'arc Flyover

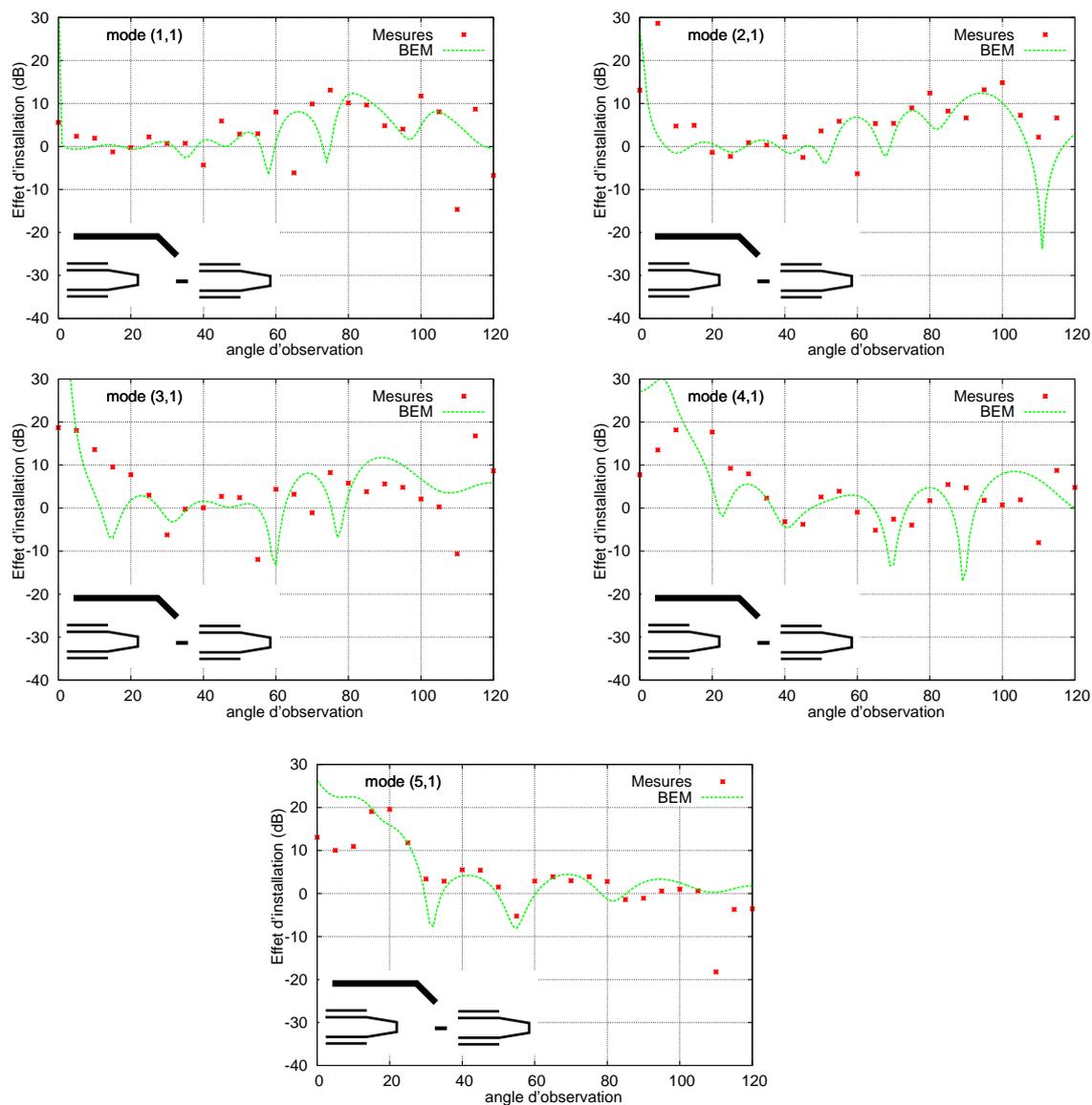


FIG. D.4 – Comparaison entre les effets d'installation mesurés (différence entre les mesures installées et isolées) et calculés sur l'arc flyover pour différentes excitations modales à $kR = 7.15$, sans écoulement - configuration braquée.

Articles

Aft Fan Noise Shielding by a Lifting Surface: Analytical, Numerical and Experimental Results

Johanna Chappuis* and Julien Ricouard.†
Airbus France, Département d'Acoustique, 31060 Toulouse, France

Michel Roger‡
Laboratoire de Mécanique des Fluides et Acoustique, Ecole Centrale de Lyon, 69134 ECULLY cedex, France

The present study is aimed at assessing the ability of different methods to predict aft fan noise shielding effect by the aircraft horizontal tail plane, in order to evaluate the potential noise reduction of novel aircraft architectures. Experiments on such configurations are compared with results from a Boundary Element Method and a reference analytical formulation. Importance of accurate source modeling in the analytical method is highlighted; a combination of monopoles with predetermined phase difference is shown to be able to simulate modal sources, therefore improving the noise shielding prediction.

Nomenclature

SPL	=	Sound Pressure Level
BEM	=	Boundary Element Method
$3D$	=	3 Dimensions
FMM	=	Fast Multipole Method
HTP	=	Horizontal Tail Plane
RFN	=	Rear Fuselage Nacelle
P_T	=	Total complex acoustic pressure
P_I	=	Incident complex acoustic pressure
c	=	Sound speed
$H_1^{(2)}$	=	Hankel function
Sgn	=	Sign function
k	=	Wave number
R	=	Distance source-observer
\overline{R}	=	Distance mirror source-observer
r_0	=	Distance source-diffracting edge
ϕ	=	Complex velocity potential

* PhD student, johanna.chappuis@airbus.com

† Research Engineer, julien.ricouard@airbus.com

‡ Professor, michel.roger@ec-lyon.fr

I. Introduction

Because of the increase of air traffic, the air transport industry has to face up to community noise challenge by reducing noise emitted during individual aircraft movement. Until recently, aircraft noise was mainly due to engine noise, the recent change being in the emergence of airframe noise in approach condition. Engine noise reduction has been first achieved thanks to the use of high bypass ratio engines, and secondly to inlet and exhaust ducts treatments, made of adapted acoustical absorbing materials. However, considering today's noise challenges, aircraft manufacturers have to think of improved noise reduction means. That is why novel aircraft architectures with unconventional engine positioning, called "Low Noise Aircraft", are required as potential configurations for significantly reducing the impact of engine noise. In this context, Airbus France is addressing the acoustic assessment of the Rear-Fuselage-Nacelle (RFN) configuration, to take advantage of aft fan noise shielding by the horizontal tail plane (HTP) and forward engine noise shielding by the fuselage.

The aim of the following study is to assess the ability of different methods (analytical and numerical methods) to predict the shielding effect of such a configuration. The contribution of the fuselage will not be addressed here, as the paper focuses on the downstream noise propagation. In this case, the predominant effect is the diffraction by the leading and trailing edges of the horizontal tail plane. The HTP can be modeled in a first approximation as a rigid plane.

Numerous articles related to sound attenuation by barriers can be found in the literature. Sommerfeld¹ developed the first analytical solution for the diffraction of the acoustic field of a point source by a half plane, on the assumption of plane waves. Then Macdonald² solved the same problem for cylindrical and spherical waves, using an integral representation of the Hankel function. The Fresnel-Kirchhoff theory used in optics also leads to an analytical solution, recently developed by Campos^{3,4}. In this approach, the normal velocity ϕ and the pressure on the surface of the barrier are both assumed to be zero. Pierce⁵ also proposed an approximate solution for the diffraction of the acoustic field of a point source by a semi-infinite wedge. Other physicists, like Keller⁶, used the geometrical theory of diffraction to address the diffraction problem. However, Maekawa⁷ was one of the first to provide an experimental attenuation curve of the attenuation by a half plane. He used spherical waves, and measured the diffraction by a thin rigid barrier in an anechoic room: he recorded the sound pressure level in the shadow zone for different frequencies, locations of sources and receivers. Later, Kurze and Anderson⁸ derived empirical formulae for the sound attenuation by a barrier using Maekawa's experimental data, and their results have been extensively used in the noise community. Numerical solutions for acoustic source shielding problem have also been developed, to deal with more complex geometries. The Boundary Element Method was particularly used for the prediction of the diffraction by complex shapes and for the consideration of acoustic treatments. With such a method, the governing wave equations are solved with an extreme accuracy when the boundary elements are small enough compared to the wavelength. The only drawbacks are the large computing time and storage space required, and the limitation to a uniform flow assumption.

The analytical and numerical approaches chosen in this paper are described in sections II and III respectively. Section IV is dedicated to the description of the test campaign, whose results are considered as the reference for the comparisons with numerical and analytical predictions. Then, the shielding effect study is detailed with a monopole source in section V. This source is proved to be insubstantial, that is why a simulated modal source is used in section VI: it turns out to be more realistic and appropriate to such calculations.

II. Analytical Formulation

The analytical approach is based on Cooke's⁹ approximation of Macdonald's solution for the diffraction of a point source by a rigid half plane. The influence of a mean flow has been neglected for the sake of emphasizing on the main features of interest. It will be addressed later.

An isolated monopole source is considered first. When the source is placed above a shielding surface ("installed source"), the geometric shadow zone can be defined as the region where the observer cannot directly see the source[§] (shaded area in Fig. 1). Generally, observers located in the geometric shadow zone receive a lower pressure level in the presence of the shielding surface than without this mask. The

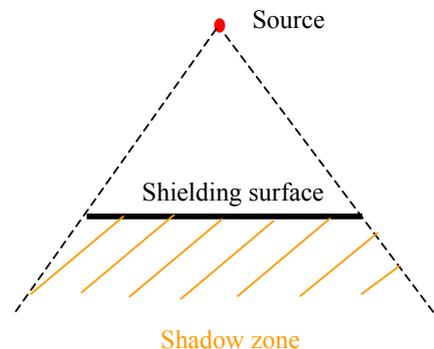


Figure 1. Definition of the shadow zone.

[§] The geometric shadow zone is different from the region where noise is effectively reduced: an observer placed in the geometric shadow zone can nevertheless receive high-pressure level because of diffraction.

difference between the level with screen and the free-field level is called the attenuation.

The geometry considered in Macdonald's method is shown in Fig. 2: the semi-infinite plane is the (x,z) plane for $x>0$, the z -axis being the diffracting edge. The source S is assumed to be an acoustic monopole located above the shielding surface. In the calculation, the mirror source \bar{S} , symmetrical to the source S with respect to the plane, is also taken into account. The incident pressure p_I is that of a monopole source:

$$p_I = \frac{Ae^{ik(ct-R)}}{R} \quad (1)$$

A being an amplitude factor, k the wave number and c the speed of sound. The pressure field with the shielding plane, p_T , is written:

$$p_T = Ae^{ikct}U(k, \xi_0, R, \bar{\xi}_0, \bar{R}) \quad (2)$$

where the function U reads :

$$U(k, \xi_0, R, \bar{\xi}_0, \bar{R}) = -\frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{\xi_0} H_1^{(2)}(kR \cosh \xi) d\xi - \frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{\bar{\xi}_0} H_1^{(2)}(k\bar{R} \cosh \xi) d\xi \quad (3)$$

$H_1^{(2)}$ is the Bessel function of the third kind (Hankel function).

ξ_0 and $\bar{\xi}_0$ are parameters which characterize the observer position with respect to the primary source and with respect to the mirror source respectively : $\sinh \xi_0 = \frac{2\sqrt{rr_0}}{R} \cos \frac{\phi - \phi_0}{2}$.

It is worth noting here that the pressure p_T is the total pressure at each observer position: direct rays, reflected rays and diffracted rays are included (only diffracted rays if the observer is in the geometric shadow zone).

According to the approximation of Macdonald's solution derived by Cooke in the case of an observer in the far-field, large values of wave number k , and large R/r_0 , the following solution for the scattering of a point source by a semi-infinite plane was numerically implemented in a FORTRAN code and reads:

$$p_T = Ae^{ikct} \left\{ \frac{e^{-ikR}}{2R} (1 + \operatorname{sgn} \xi_0 (i+1) [C(\beta) - iS(\beta)]) + \frac{e^{-ik\bar{R}}}{2\bar{R}} (1 + \operatorname{sgn} \bar{\xi}_0 (i+1) [C(\bar{\beta}) - iS(\bar{\beta})]) \right\} \quad (4)$$

where $C(\beta)$ and $S(\beta)$ are the Fresnel integrals ¹.

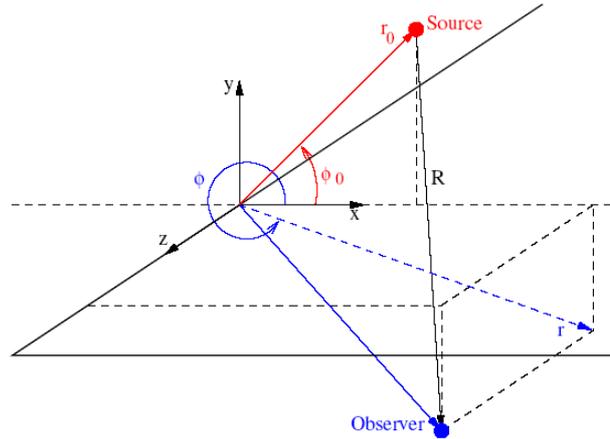


Figure 2. Analytical configuration of the diffraction by a semi-infinite plane

¹ the usual definition is : $C(x) + iS(x) = \int_0^x e^{i\frac{\pi}{2}t^2} dt = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt + i \int_0^x \sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt$

The referred approximation provides the solution of the diffraction problem by only one edge. In the present analytical code, it is independently applied to both edges of a rectangular strip of finite chord, and the corresponding contributions are summed in the far field. In that sense the analytical method holds for wavelengths smaller than the chord ($k > 2\pi/c$). The edge coupling has been evaluated and is accepted for the frequencies considered hereafter. Moreover, Cooke's hypothesis and approximations are compatible with the application of interest: in RFN configurations, an exhaust placed close to the wing and observers in the far field (large R/r_0) are considered.

III. Numerical Computation for Installation Effects

The Boundary Method used in this study is aimed at modeling the installation effects on acoustic radiation of powerplant systems. As the airframe/engine interaction domain is very large in terms of wavelength, a new methodology has been developed based on the coupling of two complementary numerical codes¹⁰. The initial domain is split into two disjoint parts (Fig. 3):

- The domain D1 consists of the engine and the nacelle. A classical BEM code called ACTI3S is used inside D1. It solves the Helmholtz equation in the frequency domain in the case of 3D geometries for a given modal excitation. The acoustic source (intake or exhaust of the engine) is represented by a combination of incident cut-on modes in the duct. Once the boundary conditions on the nacelle surface are known, the representation theorem provides the acoustic field at every point of the 3D space (except on the surface S) by the relation:

$$p(x) = \int_S \left(\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right](y) G(x-y) - [p](y) \frac{\partial G}{\partial n}(x-y) \right) dy \quad (5)$$

where:

$G(x-y)$ is the Green function $G(x-y) = \frac{e^{ik|x-y|}}{4\pi|x-y|}$,

$[p](y)$ is the jump of acoustic pressure through the surface S of the nacelle,

$\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right](y)$ is the jump of acoustic normal velocity through the surface S.

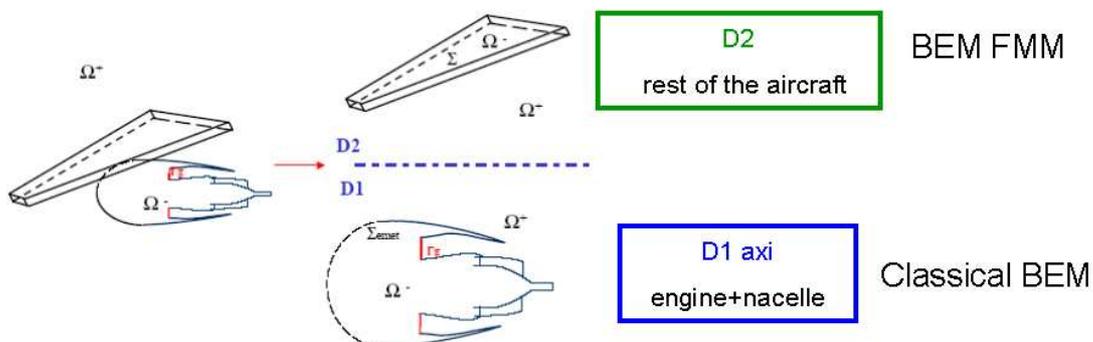


Figure 3. Principle of sub-domain splitting for the numerical simulation of installation effects

Consequently, the knowledge of $[p]$ and $\left[\frac{\partial p}{\partial n}\right]$ for all points of the surface S is enough to compute the pressure p at every point of space. This implies the numerical solving of a linear system with full complex matrix, resulting from a variational formulation:

$$Ax = L \quad (6)$$

in which the matrix A and the vector L are built from integral operators, using a finite-element discretisation, and $x = \left([p], \left[\frac{\partial p}{\partial n}\right]\right)$.

This solving method cannot be used as such in the case of a complete aircraft where the dimensions exceed several wavelengths.

- In the second sub-domain $D2$, including the rest of the aircraft, the ACTIPOLE code is used. It is based on the same integral equations as the ACTI3S code, but uses an iterative solver instead of a direct-resolution. Therefore the resolution of the system (6) neither requires matrix assembly nor matrix factorization, but only matrix/vector products. Moreover, the most significant point is the possibility of using the Fast Multipole Method (FMM) accelerator in the ACTIPOLE code, which enables a drastic reduction of the data storage and of the computational time. The principle of the FMM accelerator is to compute the close interactions with an exact formulation and to calculate an approximate result for distant interactions. To this end, the code proceeds as follows: when two points on the surface S of the object are distant enough from each other, they are considered to belong to two distinct groups of points B and B' respectively centered in $M1$ and $M2$ (Fig. 4).

The interaction between two variables $x \in M1$ and $y \in M2$ can be decomposed, so that the Green function $G(x,y)$ is approximated by :

$$\forall x \in B, \forall y \in B' \quad G(x,y) = \frac{ik}{16\pi^2} \lim_{L \rightarrow \infty} \int_{\vec{s} \in S} e^{ik\vec{s} \cdot x} \vec{M}_1^L T_{M1M2}^L(\vec{s}) e^{ik\vec{s} \cdot M_2 y} d\vec{s} \quad (7)$$

where S is the unity sphere and $T_{M1M2}^L(\vec{s})$ characterizes the interaction between $M1$ and $M2$. Therefore, the number of interactions is reduced and so is the computational complexity.

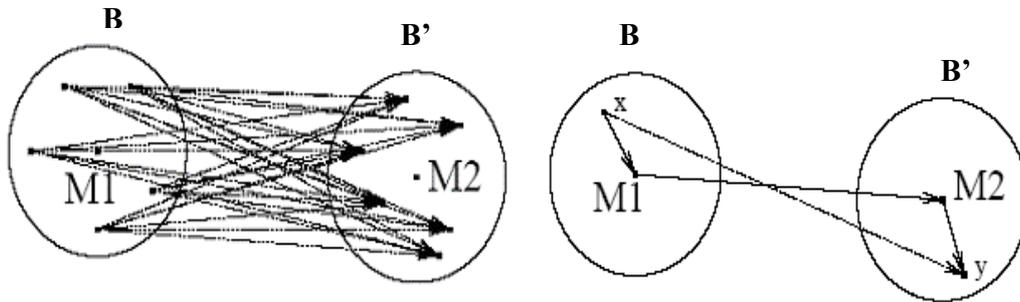


Figure 4. Reduction of the number of iterations by the FMM accelerator (Principle) : classical BEM diagram (left) and BEM+FMM (right).

IV. Test Campaign



Figure 5. Exhaust noise shielding experimental set-up in the Airbus anechoic chamber showing the noise simulator, the wing mock-up and the microphones in the flyover and sideline arcs.

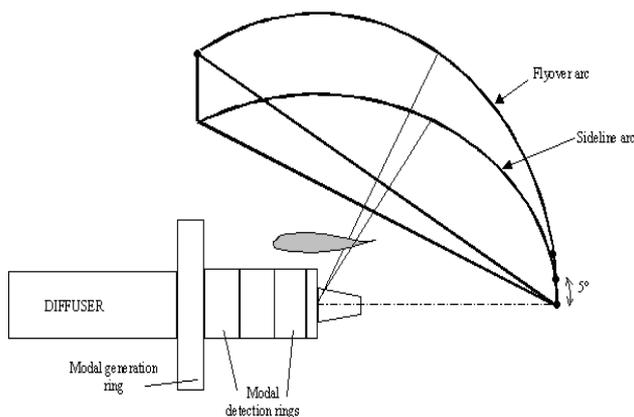


Figure 6. Modal generation ring and detection rings.

meter chord, extended spanwise (2 meter span), the duct axis being parallel to the chordwise direction, facing the half-span. The shielding surface is placed close to the exhaust and held in a vertical plane as shown in Fig. 6, so as to make the wing displacement easier and to investigate different relative positions of the exhaust duct with respect to the trailing edge. In order to be more representative of HTP shielding in RFN configuration, the wing model is only fitted with no flap. The far-field measurements are carried out with two arrays of 49 1/2" B&K microphones distributed on two arcs of 10R radius, in the flyover and sideline planes (horizontal plane in the test chamber and

A. Objectives and description

A test campaign was performed in the AIRBUS France anechoic room to study the aft fan noise shielding by the horizontal tail plane in RFN configuration. The shielding effect is appropriately assessed with the following assumptions:

- 1- The aft fan noise is simulated with a modal content propagating through a canonical exhaust duct
- 2- The impact of the horizontal tail plane on the aft fan noise propagation from the exhaust to the far field is reproduced with an unswept shielding surface mock-up having representative leading and trailing edges.
- 3- The far-field noise levels are measured with and without the shielding surface in order to compute the attenuation levels by making the difference.

The measurements required suitable instrumentation and experimental set up, described hereafter: The noise simulator is composed of a short nacelle exhaust duct geometrically simplified, implemented with a spinning mode synthesizer and two detection rings in order to force and control the modal acoustic field. For each frequency and each modal excitation, the two rings allow the calculation of the amplitude of both the incident and reflected azimuthal modes. This calculation is done to ensure that the mode synthesis is correct, i.e. the emergent azimuthal mode corresponds to the one that was excited by the generation ring. The shielding surface is a simplified lifting surface mock-up. It consists of a 2D profile with a 0.5

56° plane with respect to the flyover plane), where R is from now on the external radius of the annular duct. Each array is equipped with 25 microphones located every 5° between 60° and 180°, 180° being the exhaust axis.

The test conditions and the calculation parameters have been chosen so as to achieve the parametrical studies (position of the source, frequency and directivity) and to allow comparison of the numerical results with the experimental ones. The test matrix (an extract is presented in Fig. 7) is based on a previous analysis of the isolated fan noise simulator. It shows the different parameters involved in the parametrical study of the shielding effect:

- Shielding surface position with respect to the exhaust duct exit section (column 1). The different positions have been selected taking into account the emission angle and lobe width of the chosen modes on the one hand and the technical constraints of the anechoic room on the other hand.
- Frequency of the source represented by the dimensionless frequency kR (columns 2,3).
- Mode orders (columns 4, 5), selected for their directivity and directivity lobe width, to highlight directivity effect on shielding phenomenon.

Exhaust installation	Fan noise source				Control points
	kR	frequency (Hz)	Modal excitations		
			m value	n value	
Shielding surface position with respect to the exhaust					
ISOLATED	5.19	1662	m=0 to 4	n=1	FO
	10.31	3301	m=0 to 8	n=1,2	FO
P0	5.19	1662	m=0 to 4	n=1	FO+SL
	10.31	3301	m=0 to 8	n=1,2	FO+SL
P1	5.19	1662	m=0 to 4	n=1	FO+SL
	10.31	3301	m=0 to 8	n=1,2	FO+SL
P2	5.19	1662	m=0 to 4	n=1	FO+SL
	10.31	3301	m=0 to 8	n=1,2	FO+SL

Figure 7. Test matrix for the numerical calculation and the experimental tests.

It is important to notice (Fig.7 column 4) that for a given azimuthal mode “m”, several radial order modes can propagate. For instance both the modes (4,1) and (4,2) are cut-on at $kR=10.31$. In such a case, it is not possible to experimentally know which one is dominant. Although higher values of kR are more representative of the aft fan noise from a real engine in full scale, low values will be preferred during the experiment. This will ensure that only the first radial mode is cut-on for the low azimuthal modes that can be generated, and therefore will lead to a good characterisation of the source. For higher values of kR , modes with a low azimuthal order will be avoided in the comparisons. Only two different cases selected among the available kR are presented afterwards, “ $kR=5.19$ ” and “ $kR=10.31$ ”, the results with other modes being very similar.

B. Experimental shielding effect

As a first result, the shielding effect has been experimentally highlighted. Fig. 8 presents the results obtained for position P0 of the shielding surface at $kR = 10.31$ and for the mode (8,1) in the flyover arc, between 60° and 180°. In figure 8a, the pink and blue curves respectively represent the isolated (without the shielding surface) and installed (with the shielding surface) exhaust duct SPL. The angular extent of the shadow zone is featured in red. The isolated SPL varies from 60 dB to 105 dB, exhibits a main lobe around 110°, and has a very low level in the exhaust axis direction. The installed SPL is lower in the region corresponding to the extent of the shielding surface, varying from 55 dB to 88 dB. The attenuation (Fig. 8b) is the difference between the level measured with and without screen: the more negative the attenuation is, the greater the reduction of the pressure field. The attenuation curve features a dip in the shadow zone, where the attenuations are up to 45 dB, and shows strong oscillations that are supposed to be due to the interferences between the forward and aft-diffracted fields. At the end of the shadow zone, the attenuation decreases sharply (with our convention, the attenuation increases and becomes positive), which can be explained by

a higher level with screen, (said “installed”) due to the diffraction by the trailing edge compared to a weak free-field (said “isolated”) level.

This first analysis shows that aft fan noise shielding effect by a lifting surface placed close to the exhaust can be really efficient: new RFN configurations might reasonably intend to take advantage of this shielding to reduce noise exposure on the ground. But to optimize such configurations, other shielding parameters (exhaust position, frequency...) have to be investigated experimentally, one of the most important being the directivity of the source.

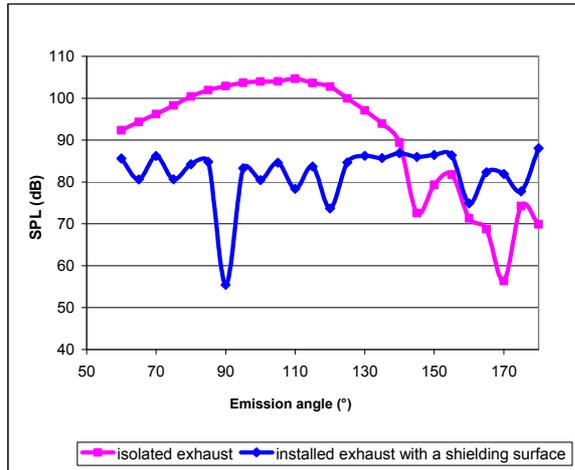


Figure 8a. Isolated and installed exhaust duct SPL, flyover arc, $kR=10.31$, mode(8,1).

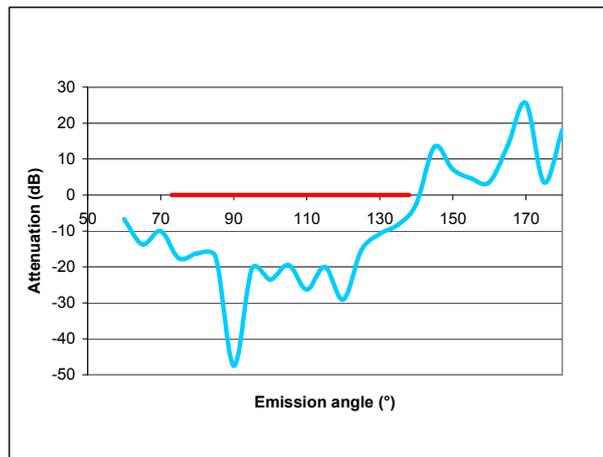


Figure 8b. Exhaust SPL attenuation by shielding effect, flyover arc, $kR=10.31$, mode (8,1)

C. Effect of source Directivity

The directivity effect has been highlighted experimentally, by comparing the attenuation curves obtained with different modes, for a given exhaust position and frequency. Fig. 9a and Fig. 9b show the isolated measured directivity of modes ((5,1) and (8,1)) at the same frequency. For mode (5,1), the main lobe is located at 140° emission angle, and impinges the trailing edge of the shielding surface. For mode (8,1), the main lobe is around 110° and impinges the middle of the mask. This change in the directivity of the source has an impact on the shielding effect, as shown experimentally in Fig 9c and 9d. In the case of mode (5,1), the shielding effect is quite small with a maximum attenuation of 10 dB. The main lobe impingement on the trailing edge is responsible for a pronounced diffraction effect with noise re-generation in the shadow zone, making the attenuation weaker. With the mode (8,1), the attenuation is bigger (around 30 dB) and the shadow zone is widen because the main lobe is fully shielded by the mask, so that the resulting attenuation is very efficient. In both cases, the same trend of decreasing attenuation levels at large angles is observed, explained by very low isolated levels in this region compared to higher installed levels due to the diffraction by the trailing edge.

These comparisons emphasize two noticeable trends in the shielding effect: depending on the directivity of the source, the attenuation can be either positive or negative. These statements confirm that the directivity of a noise source is an important parameter to take into account for noise shielding prediction, and could help to take maximum benefit of the shielding effect in unconventional configurations.

In the next section V, the experimental results will be compared to the analytical predictions and numerical computations presented in sections II and III.

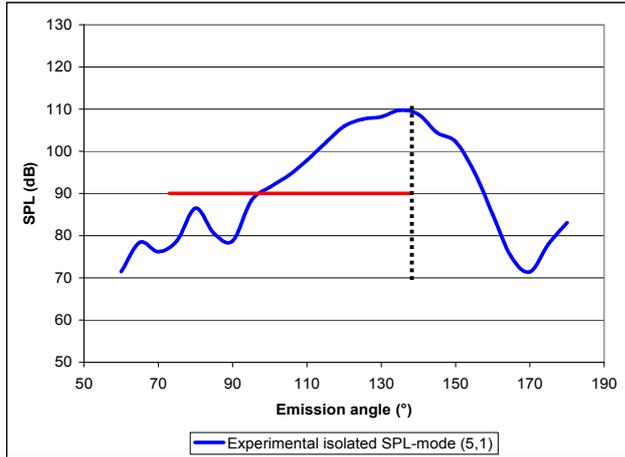


Figure 9a. Exhaust isolated SPL of mode (5,1), flyover arc, $kR=10.31$, maximum directivity lobe impinging the trailing edge.

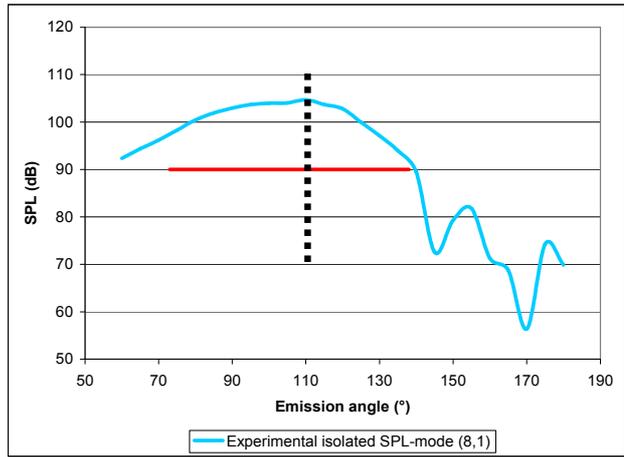


Figure 9b. Exhaust isolated SPL of mode (8,1), flyover arc, $kR=10.31$, maximum directivity lobe shielded by the mask.

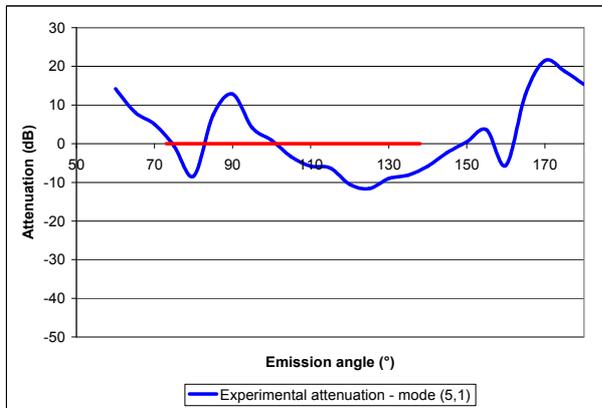


Figure 9c. Exhaust SPL attenuation of mode (5,1) by shielding effect, flyover arc, $kR=10.31$, Negative effect.

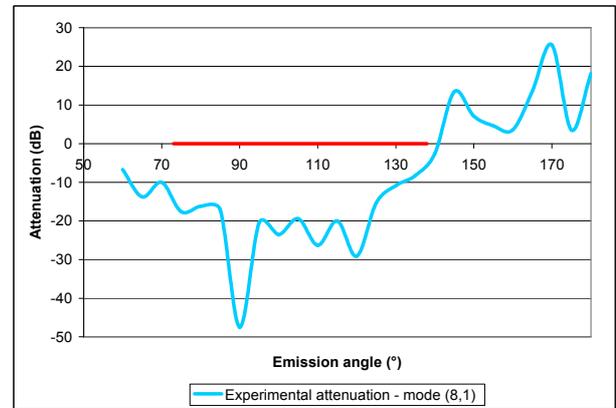


Figure 9d. Exhaust SPL attenuation of mode (8,1) by shielding effect, flyover arc, $kR=10.31$, Positive effect.

V. Comparison between predictions and measurements.

A. Experimental versus analytical results

In this subsection, the experimental results obtained during the test campaign are compared with the analytical prediction of the shielding effect of a monopole source by a rigid strip. The experimental set-up has been previously presented in §IV, and the analytical configuration (Fig.10) consists of a monopole source located above a shielding plane with two diffracting edges. The results are presented in the flyover arc for both the experimental and analytical approaches. The aim of the comparison is to evaluate the capability of a simple analytical method to accurately predict the shielding effect in terms of amplitude and directivity. Measured attenuation curves for different modes have been plotted and are compared to the analytical solution Fig.11.

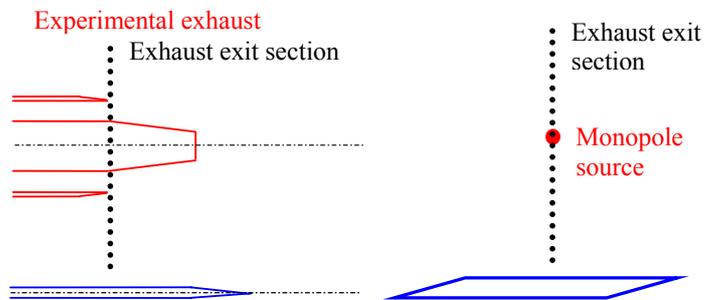


Figure 10. Experimental configuration (left) and analytical model (right)

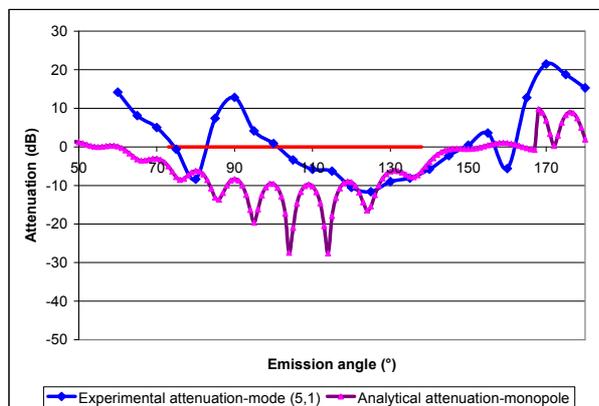


Figure 11a. Exhaust SPL attenuation for mode (5,1) and monopole attenuation by shielding effect, flyover arc, $kR=10.31$.

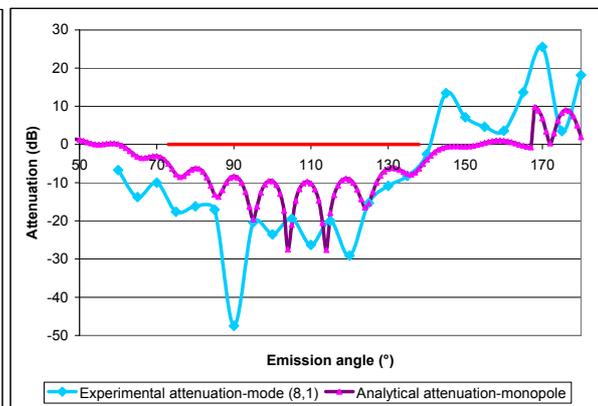


Figure 11b. Exhaust SPL attenuation for mode (8,1) and monopole attenuation by shielding effect, flyover arc, $kR=10.31$.

The modes (5,1) and (8,1) have been selected again, other parameters being the same ($kR=10.31$, position of the mask, experimental conditions...). The two corresponding experimental attenuations are compared with analytical predictions in Fig. 11a and 11b; the angular extent of the shadow zone is featured in red. The experimental curves show different trends as already explained in §IV.C. The mode (5,1) presents a reduced shadow zone with weak attenuations up to 10 dB whereas the mode (8,1) shows a more pronounced shadow zone with noticeable peaks up to 40 dB.

The analytical calculation at $kR = 10.31$ provides an intermediate attenuation: it overestimates the shielding effect when compared to mode (5,1) and underestimates the attenuation when compared to mode (8,1). The expected interferences between the leading and trailing edges, responsible for the oscillations of the attenuation curve, are

strengthened in the analytical solution. These oscillations are weaker in the experiments, except for the gap at the 90° emission angle observed for mode (8,1). Indeed, oscillations are smoothed with modal sources: modes are distributed sources, and it can be inferred that the superimposition of the different diffracted fields tends to make the interference fringes smoother, hence explaining the behavior observed in Fig.11. This behavior in terms of interferences and directivity turns out to be general when comparing different modes versus monopole sources. Using distributed sources like modes in tests can lead to very different attenuation curves depending on the mode order for a given frequency. On the contrary, the predicted attenuation with a point source (omni directional) only depends on the frequency and on the source location, so that the attenuation curve is unique for a given frequency. These two comparisons stress the importance of the source characteristics in the prediction of aft fan noise shielding efficiency. In the light of what has just been set out, the use of a monopole source in the analytical code will quickly come up against a limitation, since it is inappropriate to simulate a directivity effect. A more realistic modal source model is needed, in order to be more representative of modal properties.

In the following paragraph VI, a new source model is presented. The results obtained with this model will be compared with the monopole source prediction and experimental measurements.

B. Comparison between Experimental and Numerical results

Another objective of the test campaign was the validation of the weak coupling method for shielding effect prediction. Numerical and experimental results are compared for this purpose. The CAO lines used in the numerical calculation reproduce the experimental geometry quite accurately. Both the engine and the shielding surface have been meshed with a criterion that ensures the convergence of the BEM method: the shielding surface is meshed with a $\lambda/10$ criterion and the engine with a $\lambda/5$ criterion. The engine is axisymmetrical.

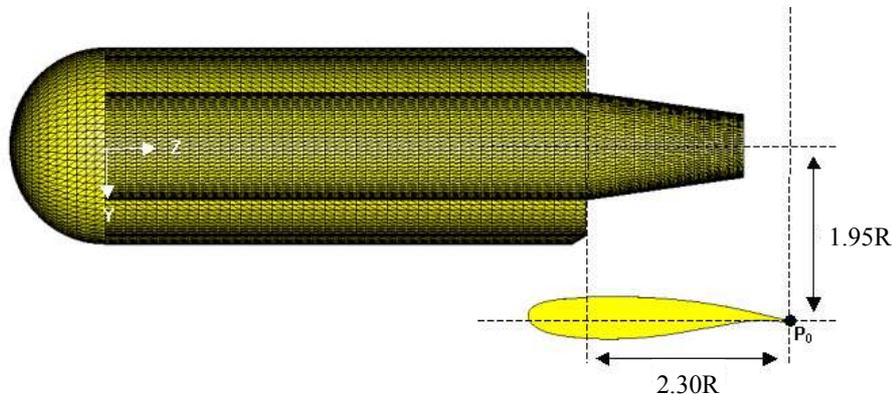


Figure 12. Exhaust geometry and shielding surface positioning for the computations.

The computations are performed for experimental positions. The acoustic sources are modal sources, characterized by the value of kR (R being the exhaust exit section radius), and by the azimuthal (m) and radial (n) orders for each mode. The BEM code computes the acoustic field generated by the exhaust in the case of an isolated engine and then determines the modification of the pressure field due to the masking wing (installed case). First, the acoustic field is effectively modified by the shielding surface: in Fig.13, the pressure field propagates in the backward direction whereas in Fig.14, the mask has a positive effect on the attenuation; the noise level is reduced beneath the surface.

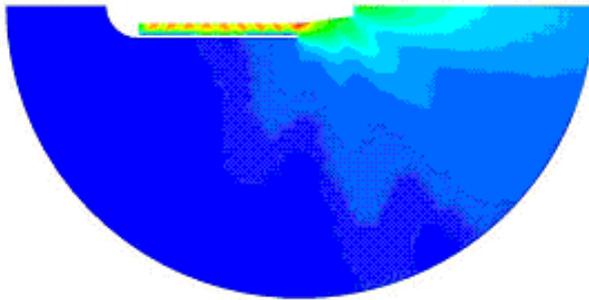


Figure 13. Numerical exhaust isolated SPL, $kR=10.31$, flyover plane.

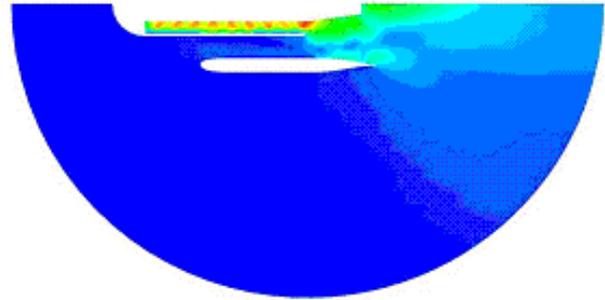


Figure 14. Numerical exhaust SPL with the shielding surface, $kR=10.31$, flyover plane.

The numerical and experimental attenuations are plotted in Fig.15a and 15b for modes (5,1) and (8,1) respectively (same modes as for the analytical/experimental comparison). These modes have been selected because their respective attenuation amplitudes are very different. For both of them, the numerical results agree well with the experimental results, in terms of attenuation as well as in terms of shadow zone shape.

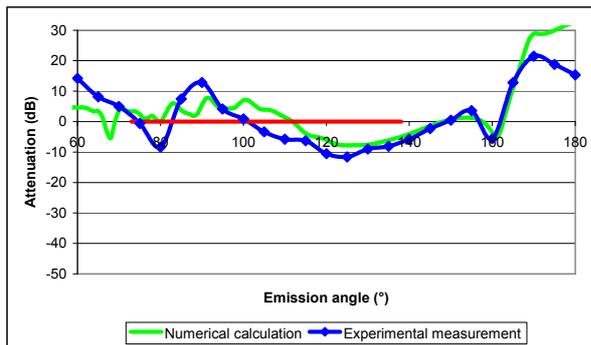


Figure 15a. Numerical and Experimental attenuations for mode (5,1), flyover arc, $kR=10.31$.

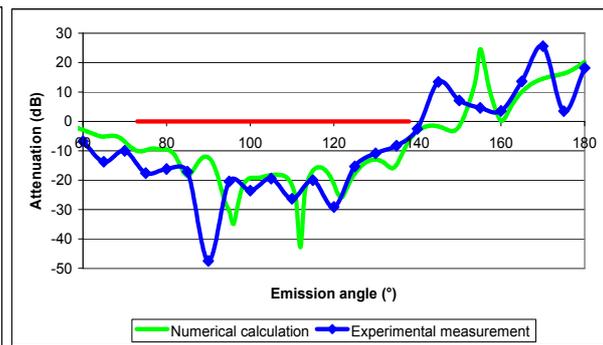


Figure 15b. Numerical and Experimental attenuations for mode (8,1), flyover arc, $kR=10.31$.

In the light of these comparisons, the numerical prediction is far more suited than the analytical one to predict the shielding of a modal source, because the influence of the source directivity is taken into account.

The comparison with experimental measurements ensures that the numerical computation gives the directivity effect related to the azimuthal order of the mode. But the advantage of the BEM method compared to experimental measurements is the possibility to evaluate the influence of the radial order “n” of the mode, considering that the contributions of the different radial orders for one given azimuthal mode are known numerically. Fig. 16 and 17 present respectively the isolated directivity of modes with radial orders 1 and 2, along with different azimuthal orders. The modes with radial order 2 (Fig. 17) have a quite flat directivity, whereas the modes with radial order 1 (Fig. 18) show a pronounced aft directivity lobe. Therefore, as for the azimuthal order of the mode “m”, the radial order “n” has an influence on the directivity of the mode. This difference in free-field behavior has an impact on the attenuation as shown in Fig 18 and 19. The flat directivity of the second radial modes leads to an efficient shielding effect (large shadow zone, attenuation amplitude up to 15 dB). For the first radial order modes (Fig.18), the shielding effect is significantly less efficient (reduced shadow zone in the aft arc, attenuation amplitude up to 10 dB). Whatever the azimuthal order, the shape of the shadow zone is almost constant for a given radial order. The

results suggest that for a given azimuthal order mode, the radial order is an essential parameter in the shielding effect calculation, because strongly related to the directivity of the source.

This numerical study confirms the importance of the directivity of a noise source for noise shielding prediction and optimization, and reinforces the conclusion that a monopole source is not relevant in such predictions. We will therefore introduce a distributed equivalent noise source, so as to recover the modal behavior of the real source and to force its directivity.

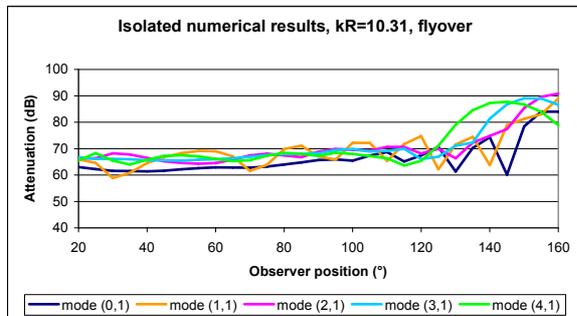


Figure 16. Isolated directivity for modes with radial order 1.

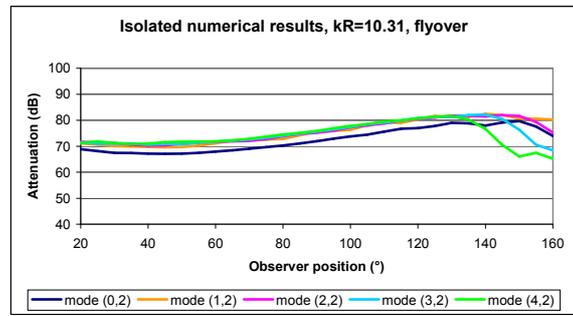


Figure 17. Isolated directivity for modes with radial order 2.

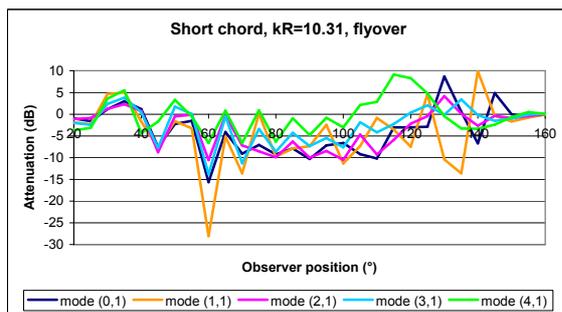


Figure 18. Attenuation results for modes with radial order 1.

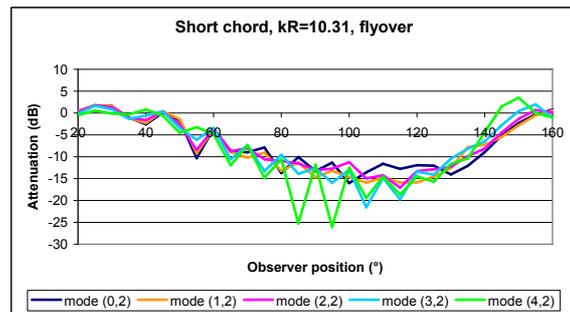


Figure 19. Attenuation results for modes with radial order 2.

VI. Shielding effects with simulated modal sources

A. Noise source modelling

This section is aimed at defining equivalent noise sources for fan noise modes with an appropriate distribution of monopoles (cf figure 20) in order to enable reliable analytical predictions with the solution of section II. In linear acoustics, the pressure field resulting from the distribution of monopole sources is the sum of each monopole contribution, in free-field as well as in installed configurations. The equivalent modal source made of an array of phase-shifted monopoles can therefore deal with the directivity of the source in prediction methods not especially based on a modal description.

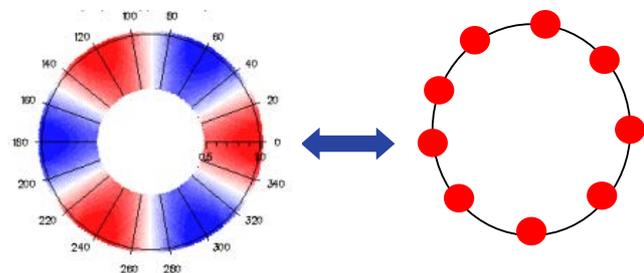


Figure 20. Pressure field in a section of the exhaust duct for the mode (2,2) (left) – array of monopole sources (right).

In this paper, only the simulation of the azimuthal order “m” of a mode (m,n) is considered irrespective of the radial order “n”. It is known from previous work^{11,12} that from the exhaust, each cut-on mode (m,n) radiates in all directions; in the far field, the pressure for a given cut-on mode is given by the following expression :

$$P_{mn}(R, \theta, \varphi) = A_{mn} \frac{F_{mn}(\theta)}{R} e^{i(m\varphi - kR) + i\alpha t} \quad (8)$$

With A_{mn} the incident modal amplitude and F_{mn} the directivity function, independent of the radiation distance and dependent on the considered mode (m,n).

The spherical coordinates (R, θ , φ) are defined in figure 21:

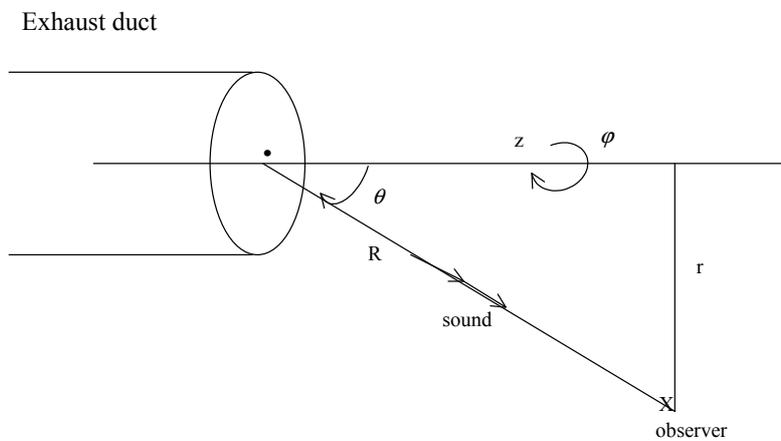


Figure 21. Definition of spherical coordinates for the free-field radiation.

Any spinning mode of order $m \neq 0$ has an angular phase-speed due to the term $e^{im\varphi}$ in equation (8). The associated pressure distribution on a sphere centered on the exit section is shown in figure 22 for an example of a mode (2,1). This specific behavior of modal source can be simulated with an equivalent array of monopoles.

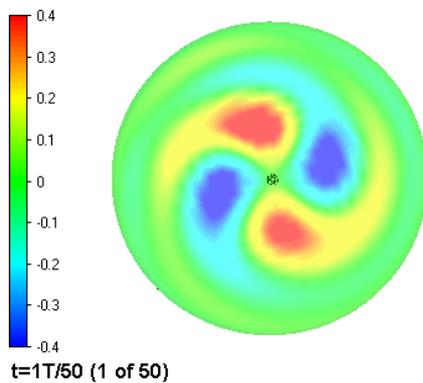


Figure 22. Instantaneous real part of the pressure signal on a sphere for a mode (2,1) calculated with a BEM method.

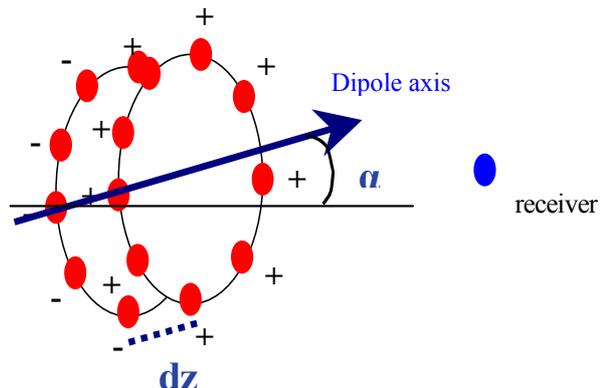


Figure 23. Modal source modeling with a ring of dipoles.

More precisely, two phased arrays equivalent to a ring of dipoles are needed, the parameters of which, are the following (see Fig. 23):

- The axial distance dz between the two rings (dz must be small compared to the wavelength).
- The orientation of the dipole given by the angle α .
- The number of monopoles and their respective phases.

In this model, a distinction between two independent phenomena must be made:

- The phase shift between the various monopoles of only one ring determines the spinning modal behavior. Besides, this phase difference results in a preferential direction of propagation θ symmetrically upstream and downstream (Fig. 24). As the main radiation direction of a given cut-on mode is well known for a given frequency, the aim is therefore to set the value of the parameter θ to the propagation angle of the mode that is simulated.
- Some other rings can be added to the first one in order to generate dipoles (2 rings of monopoles), or even quadrupoles (four rings of monopoles). Then, the modal directivity diagram of the single monopole ring is multiplied by the own directivity diagram of the higher-order source, and thus introduces an asymmetry in the upstream and downstream propagations. For the present model, dipoles have been selected for simplicity.

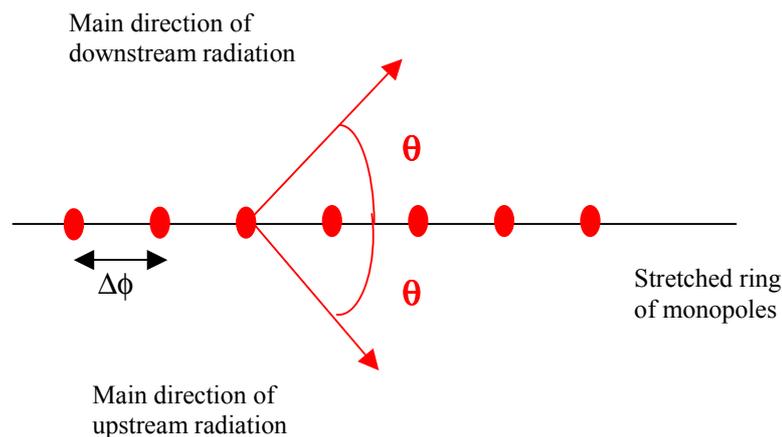


Figure 24. Definition of a preferential direction of radiation with an association of out of phase monopoles.

The asymmetry is due to the fact that the forced radiation angle of the array of dipoles makes a different angle relative to the dipole axis, for upstream or downstream radiation.

Finally, the considered association of dipoles is able to:

- Model and control a modal behavior.
- Radiate in a preferential direction.
- Cancel the downstream propagation.

The most important point that has been emphasized in this model is that the number of monopoles must be sufficient, generally larger than twice the azimuthal order, to be representative of a real mode.

A criterion of four points per lobe has been selected. Figures 25 and 26 show the simulation of a mode (2,1) and a mode (5,1) with the described model.

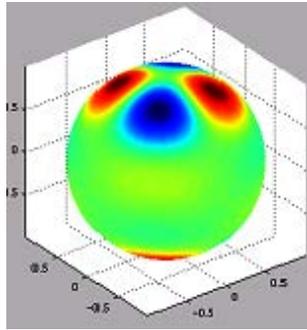


Figure 25. Mode (2,1) simulated with two rings of monopoles ($\alpha=10^\circ$ and $dz=0.02 \lambda$)

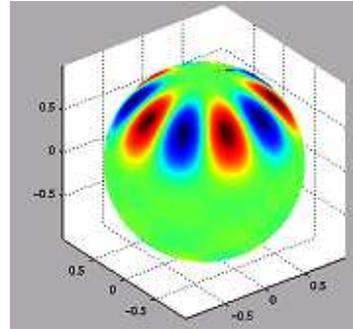


Figure 26. Mode (5,1) simulated with two monopoles ($\alpha=65^\circ$ and $dz=0.02 \lambda$)

The results are in a satisfactory agreement with the numerical simulations of the mode radiation by a duct termination. This model has then been implemented in the analytical code presented in paragraph II. The same shielding effect calculations as those performed with the simple source have been carried out and are compared to the measurements in the next section.

B. Improved analytical results

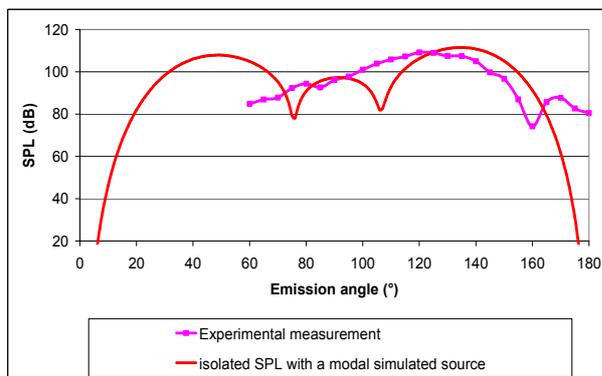


Figure 27a. Experimental and analytical (new model) isolated source directivity of a mode (6,1), flyover arc, $kR=10.31$.

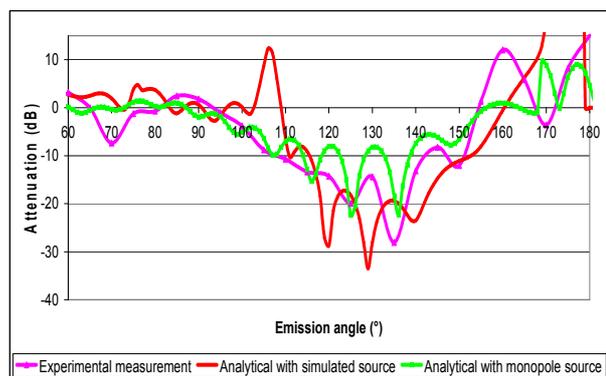


Figure 27b. Comparison of the improved analytical prediction with experimental and monopole attenuations for a mode (6,1), flyover arc, $kR=10.31$.

In order to point out the advantages and drawbacks of this new model, the mode (6,1) has been selected as an example. Indeed, for this mode, the shadow zone is of significant extent, and its isolated directivity is very different from a monopole directivity: it will allow highlighting the directivity effect on shielding. First of all, the free-field directivity of this mode has been approximated at best with an array of dipoles. Fig. 27a shows that the simulated source (red curve) presents two hollows at 80° and 110° emission angles, but the main aft lobe, located around 140° is well reproduced. In the light of this comparison, the reconstruction of the isolated directivity is satisfactory, since the important lobe for the shielding effect (the main diffracted lobe in the aft arc) fits with the measured lobe. The impact of the two “accidents” at 80° and 110° will be discussed later on. Fig. 27b shows an assessment of the analytical method with the new source modeling. The different attenuation results are superimposed on this figure for the mode (6,1): the measured shielding effect, the analytical prediction using a monopole source and the

analytical prediction with the new modal simulated source. The monopole prediction underestimates the attenuation, as in the case presented in Fig.11b. The new source description has improved the prediction: the attenuation levels are no longer underestimated but a little overestimated. Globally, the shielding effect is better predicted even if the interference pattern has been slightly shifted. The peak at 110° emission angle in the attenuation predicted with the new method is due to the bad reconstruction of the isolated directivity of the mode in this region. As a matter of fact, the new prediction method is reliable only in a zone where the directivity reconstruction in free-field is correct.

Conclusion

From now on, we have at our disposal an analytical method for aft fan noise shielding effect prediction with a new source model. With preliminary reconstruction work on the isolated directivity of the studied mode, in the zone where the directivity lobe is correctly simulated, the shielding effect predictions will be improved. However, outside this zone, the prediction might be worse, because of the bad modeling of the isolated directivity.

A study of the shielding effect prediction, due to a rectangular wing on the sound radiated from an engine exhaust has been performed in this paper, by comparing three different approaches: measurements in anechoic room, numerical simulations and an analytical formulation based on Cooke's approximation. The three methods are found to provide comparable results. The study highlights the importance of azimuthal and radial directivity of the source in the accurate prediction of the shadow zone extent and attenuation amplitude. The limitation of the analytical method using a monopole source has been pointed out, as it does not take into account the directivity effect. A new source model, simulating the modal behavior, has then been developed and enables an improvement of the prediction in a defined zone.

Acknowledgments

The authors would like to thank Airbus numerical team, Airbus nacelle acoustics team and Airbus acoustic laboratory for their valuable work and help. They would also like to thank the people who supported and encouraged us in the preparation of this paper.

References

- ¹Sommerfeld, A., "Mathematische Theorie der Diffraction", *Mathematische Annalen*, 47 : 317-374, 1896.
- ²H.M. Macdonald "A Class of Diffraction Problems," *Proceedings of London mathematical society*, Vol. 14, 1915.
- ³Campos, L.M.B.C., Lau, F.J.P., "On Noise Shielding by a flat plate", Instituto Superior Técnico, Portugal, september 2002.
- ⁴Campos, L.M.B.C., Lau, F.J.P., "On a three-dimensional Fresnel Theory of noise shielding in a mean flow", Instituto Superior Técnico, Portugal, september 2002.
- ⁵Pierce, A.D. , "Acoustics, An introduction to its physical principles and applications", Acoustical Society of America, 1991, ISBN: 0-88318-612-8.
- ⁶Keller, J.B., Levy, B.R., "Diffraction by a smooth object", *Communication on Pure and Applied Mathematics*, Vol. XII, 159-209, 1959.
- ⁷Maekawa, Z., "Noise Reduction by Screens", *Memoirs of the Faculty of Engineering*, Kobe University, Japan, N°12, 1966.
- ⁸Kurze, U.J., Anderson, G.S., "Sound Attenuation by Barriers", *Applied Acoustics*4, 1971.
- ⁹J.C. Cooke, "Notes on the Diffraction of Sound," University of Bristol, 1971.
- ¹⁰Delnevo, A., Le Saint, S., Sylvand, G., and Terrasse, I., "Numerical methods: Fast Multipole Method for Shielding Effects ,"
- ¹¹*11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Monterey, California, 2005.*
- ¹¹Lidoine, S., "Approches théoriques du problème du rayonnement acoustique par une entrée d'air de turboréacteur", Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2002.
- ¹²Druon, Y., "Etude de la propagation guidée et du rayonnement acoustiques par les conduits d'éjection de turboréacteurs", Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2006.

MONOPOLE DIFFRACTION BY GENERIC PLANE GEOMETRIES

Johanna Chappuis, Markus Lummer
***Airbus FRANCE, **DLR, Germany**

Keywords: *diffraction, shielding, analytical, monopole*

Abstract

The aircraft industry is facing growing complaints on aircraft noise from the residents around airports. Therefore novel aircraft architectures ("Low Noise Aircraft" - LNA) with unconventional engine positioning are considered to benefit from engine noise reduction through shielding effects. During a one year cooperation between DLR and Airbus France, an effort was undertaken to select the best methodology for the assessment of noise shielding effects for LNA configurations. The main achievements of this cooperation were (i) the benchmarking of already available tools for the prediction of noise shielding effects and (ii) the generation of an appropriate experimental database for validation.

In a "Rear-Fuselage-Nacelle" configuration [4] the engines are mounted above the rear part of the fuselage. For such a configuration, a shielding effect is expected from the fuselage and the empennage. In this article, we will focus on the shielding effect by the empennage.

For an initial estimation of noise shielding, the overall aircraft contour can be simulated by simplified geometries and the engines be represented by idealized compact noise sources.

1 Introduction

In order to develop numerical tools for the calculation of acoustic shielding effects of engine installations, it is helpful to consider the acoustic shielding of point sources by simple generic geometries. A simple generic geometry for the em-

pennage or wing of a commercial transport aircraft is a plane strip of finite length.

As first step, it is convenient to neglect the influence of the mean flow. Then the acoustic problem is governed by the Helmholtz equation and can be tackled by standard techniques like e.g. boundary element methods (BEM). Other possible approaches are finite element methods and ray tracing methods using the geometrical theory of diffraction, cf. e.g. [5].

In order to assess the potential of different numerical approaches, in the present paper, the results of three different numerical methods are compared together with a simple analytical model based on Cooke's approximation [1] of Macdonald's solution of the diffraction of a point source by a semi-infinite plane [2]. The numerical methods which were used, are the Airbus ray tracing code ActiHF, the commercial finite element code Actran and the Airbus BEM code Actipole.

The generic planar geometries considered are two strips, a long one of length 10 and width 2 and a short one of length 4 and width 2. This paper is organized as follows:

First, Cooke's approximation of the Macdonald solution for the scattering of a point source by a semi-infinite plane is given. The description of the considered generic geometries follows. Then some information about the used numerical tools is presented.

Finally, the results for the strip shielding will be given. The source is assumed to be an acoustic monopole located above the shielding geometry. In order to compare the several pressure fields,

the pressure on a plane below the strip will be considered.

2 Cooke's Approximation of Macdonald's Solution

The exact solution for the semi-infinite plane scattering of spherical waves emanating from a point source (monopole) has been given by Macdonald [2]. Since no closed form solution of the involved integrals is known, a numerically more tractable asymptotic approximation was derived by Cooke [1]. Here a brief description of Cooke's asymptotic theory of the Macdonald solution will be given.

Cooke considers the geometry shown in Fig. 1. The semi-infinite plane is the (x, z) plane for $x > 0$, i.e. the z -axis is the edge of the plane and the positive x -axis points into the plane. In cylindrical polar coordinates the source position is $(r_0, \phi_0, z = 0)$ and the observer position (r, ϕ, z) . The distance R between source and observer is

$$R = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\phi - \phi_0) + z^2}. \quad (1)$$

For the solution it is also important to take into account the mirror of the source located at $(r_0, -\phi_0, 0)$. Its distance from the observer point is

$$\bar{R} = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\phi + \phi_0) + z^2}. \quad (2)$$

The incident pressure field p_I is that of a monopole source

$$p_I = A \frac{e^{ik(ct-R)}}{R}, \quad (3)$$

where A is an amplitude factor, k the wave number, and c the speed of sound. Macdonald gave the following expression for the pressure field in case of the presence of a shielding plane

$$p_T = A e^{ikct} U(k; \xi_0, R; \bar{\xi}_0, \bar{R}) \quad (4)$$

where the function $U(k; \xi_0, R, \bar{\xi}_0, \bar{R})$ reads

$$U(k; \xi_0, R; \bar{\xi}_0, \bar{R}) = V(\xi_0; kR, k) + V(\bar{\xi}_0; k\bar{R}, k) \quad (5)$$

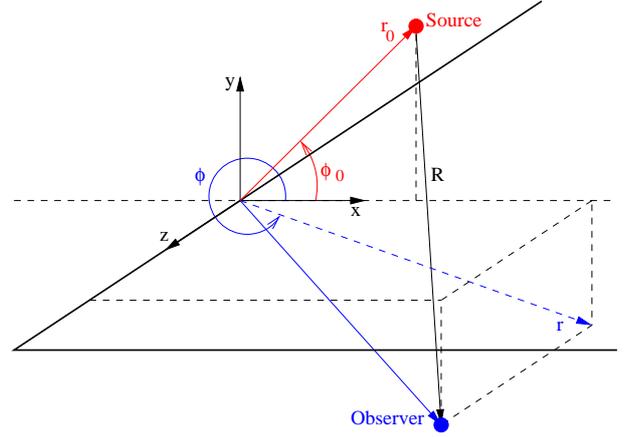


Fig. 1 Geometry of Semi-Infinite Plane Diffraction

and ξ_0 and $\bar{\xi}_0$ are defined by the relations

$$\sinh \xi_0 = 2 \frac{\sqrt{rr_0}}{R} \cos \frac{\phi - \phi_0}{2}, \quad (6)$$

$$\sinh \bar{\xi}_0 = 2 \frac{\sqrt{rr_0}}{\bar{R}} \cos \frac{\phi + \phi_0}{2}. \quad (7)$$

The function $V(\xi_0; a, k)$ is defined by (we abbreviate $a = kR$, or $a = k\bar{R}$ in the following)

$$V(\xi_0; a, k) = -\frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{\xi_0} H_1^{(2)}(a \cosh \xi) d\xi, \quad (8)$$

where $H_1^{(2)}(z)$ is a Bessel function of the third kind (Hankel function). Now it is convenient to define a new function $W^*(\xi_0; a)$ by the relation

$$W^*(\xi_0; a) \equiv \int_0^{\xi_0} H_1^{(2)}(a \cosh \xi) d\xi \quad (9)$$

and to write the function $V(\xi_0; a, k)$ in the form

$$V(\xi_0; a, k) = -\frac{ik}{2} W^*(\infty; a) - \frac{ik}{2} W^*(\xi_0; a). \quad (10)$$

One obtains for $W^*(\infty; a)$ the closed form solution

$$W^*(\infty; a) = \frac{ie^{-ia}}{a} \quad (11)$$

Since the integrand of $W^*(\xi_0; a)$ is a symmetric function of ξ_0 , we obtain for positive and negative values of the argument ξ_0

$$W^*(\xi_0; a) = \begin{cases} +W^*(|\xi_0|; a) & \xi_0 > 0 \\ -W^*(|\xi_0|; a) & \xi_0 < 0 \end{cases} \quad (12)$$

Now, Cooke calculates the following asymptotic expression for $W^*(|\xi_0|; a)$

$$W^*(|\xi_0|; a) = \frac{e^{-ia}}{a} \left\{ (i-1) [C(\beta) - iS(\beta)] - \frac{i+1}{8a} e^{-\frac{i\pi\beta^2}{2}} \beta \left[-3 + \frac{19\pi}{16a} \beta^2 - \frac{15i}{16a} \left(1 - \frac{3\pi}{4a} \beta^2 \right) \right] \right\}. \quad (13)$$

where β is defined as

$$\beta = \sqrt{\frac{2a}{\pi} (\cosh \xi_0 - 1)} \quad (14)$$

and $S(\beta)$ and $C(\beta)$ are the Fresnel integrals¹. For the strip geometries a simple superposition of two semi-infinite plane solutions is used: The two longest edges of the strip are considered as the edges of two semi-infinite planes.

3 Strip Geometries

As generic wing model two planar strips of finite width and length will be considered. For the application of the boundary element (ACTIPOLE) or finite element code (ACTRAN) the strip has to have also a finite thickness. Both strips have the width 2 and the thickness 0.1. The long strip (cf. Fig. 2) has the length 10 and the short one (cf. Fig. 3) the length 4. Now some further details of both test cases will be given.

3.1 Long Strip Geometry

The long strip (cf. Fig. 2) has length 10, width 2 and thickness 0.10. The coordinate system is located in the center of the geometry, with the x -axis parallel to the longer side of the strip, and the y -axis parallel to the shorter side of the strip.

¹The usual definition is

$$\begin{aligned} C(x) + iS(x) &= \int_0^x e^{i\frac{\pi}{2}t^2} dt = \\ &= \int_0^x \cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt + i \int_0^x \sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt \end{aligned}$$

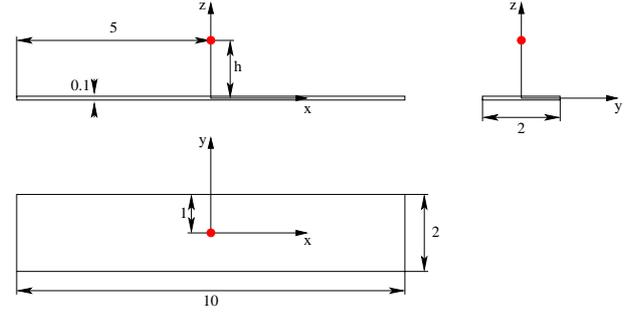


Fig. 2 Long strip geometry. Distance $h = 0.5, 1.0, 1.5$

Thus, the z -axis points out of the plane of the strip.

The considered positions of the monopole source are $x_0 = (x, y, z) = (0, 0, h)$, with $h = 0.5, 1.0, 1.5$. These are positions above the center of the strip.

The pressure will be plotted on a plane at $z = -5$ below the strip.

3.2 Short Strip Geometry

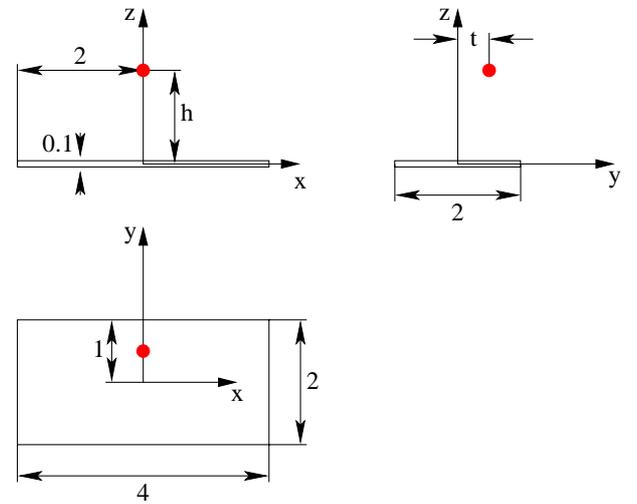


Fig. 3 Short strip geometry. Distances $t = 0.5, h = 0.25, 0.5, 0.75$.

The short strip (cf. Fig. 3) has length 4, width 2 and thickness 0.10. The coordinate system is located in the center of the geometry, with the x -axis parallel to the longer side of the strip, and the y -axis parallel to the shorter side of the strip.

Thus, the z -axis points out of the plane of the strip.

The considered positions of the monopole source are $x_0 = (x, y, z) = (0, 0.5, h)$, with $h = 0.25, 0.5, 0.75$. These are positions closer to one of the longer edges of the strip than in the long strip case.

The pressure will be plotted on a plane at $z = -2$ below the strip.

4 Numerical Tools

4.1 The Finite Element Code ACTRAN

ACTRAN is a large commercial package developed by Free-Field Technologies for the solution of acoustic problems. The Code is based on finite and infinite elements and relies on a partition of the acoustic domain. A non-uniform irrotational flow is allowed in the inner domain surrounding the source, while in the outer domain, the flow is assumed to be uniform. The acoustic problems related to each domain are developed into variational potential forms and linked together by assuming the continuity of the acoustic potential and its derivative on the fictive separating surface. Conventional finite elements are used to discretize the inner domain. In the outer domain, infinite elements are selected to take advantage of the multipole expansion of the acoustic field in the uniform flow. Both sets of elements are connected on the separating surface. In this paper, all the presented calculations are done without flow. Of course in absence of flow, the modelling is easier with a BEM based code. The FEM volume is a rectangular box containing the plane geometry and the point source. The finite elements are hexahedral quadratic with an edge size of $\lambda/8$ and there are 8 finite elements placed between the plane and the box boundary, as indicated in Figure 4. Figure 5 shows the meshing of the plane geometry and of the finite elements box.

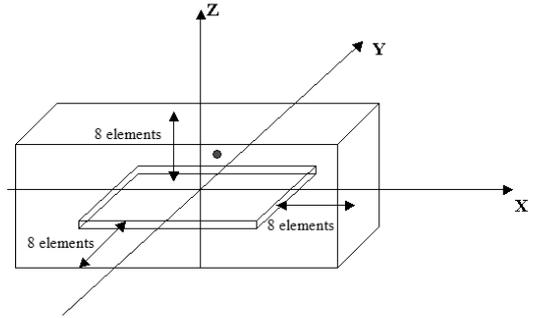


Fig. 4 Finite element box

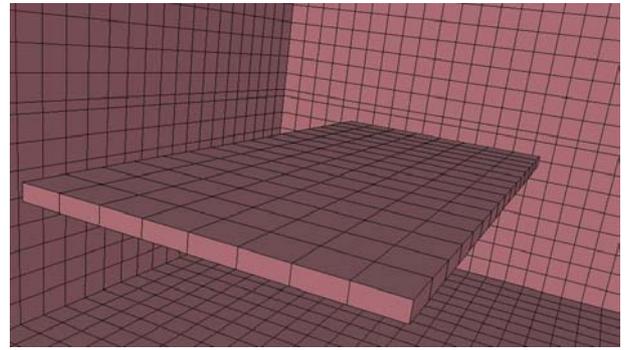


Fig. 5 meshing

4.2 The Ray Tracing Code ActiHF

ActiHF is a ray tracing tool developed by EADS-CRC and devoted to solve diffraction problems in the high frequency domain. The total acoustic field is parted into many elementary interactions including the direct field, the reflected field, the diffracted field and the field resulting from a combination of reflections and diffractions. Each elementary interaction is computed using a ray-tracking method. Hence, solving a high frequency problem leads to compute geometrical rays corresponding to the propagation of the acoustic energy from an emitter, the acoustic source, to a receiver, a microphone. An acoustic energy associated to the rays is computed depending on the length of the ray and the propagation (direct ray, reflection on surfaces, diffraction by edges) of the ray. An example of ray-tracing for the case of the plane geometry with a

monopole source is presented in Figure 6

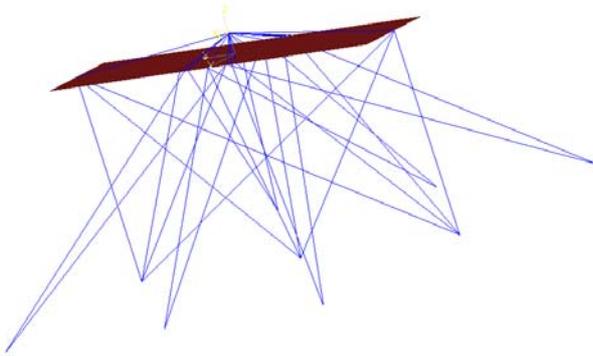


Fig. 6 ray-tracking in the case of the shielding of a monopole source by a plane.

4.3 The BEM Code ACTIPOLE

Since ACTRAN as a finite element code is limited to relatively low frequencies due to grid requirement, the Boundary Element Code ACTIPOLE has been used to calculate the scattering of a monopole sound source by a plane geometry. This software developed by EADS-CRC, solves the harmonic acoustic wave propagation problem within a uniform flow. It enables the computation of the solution of the Helmholtz equation in a tri-dimensional unbounded external homogeneous medium. Using the Green's theorem, the integral formulation connects the acoustic pressure in the propagation domain to surface unknowns called the layer potentials. A variational formulation of the layer equations is considered and numerically solved by a surface discretization and the use of a Galerkin scheme. Once the surface unknowns are calculated, a simple numerical integration provides the acoustic pressure in the entire space. Therefore, the ACTIPOLE Code requests the meshing of the surface of the scattering body (long strip or short plane). The surface grid for the long strip consists in 36263 triangles and is depicted in *Fig. 7*, while the grid for the short plane consists in 29322 triangles and is depicted in *Fig. 8*.

For the accuracy of the BEM calculation, a sufficiently fine discretization of the plane geom-

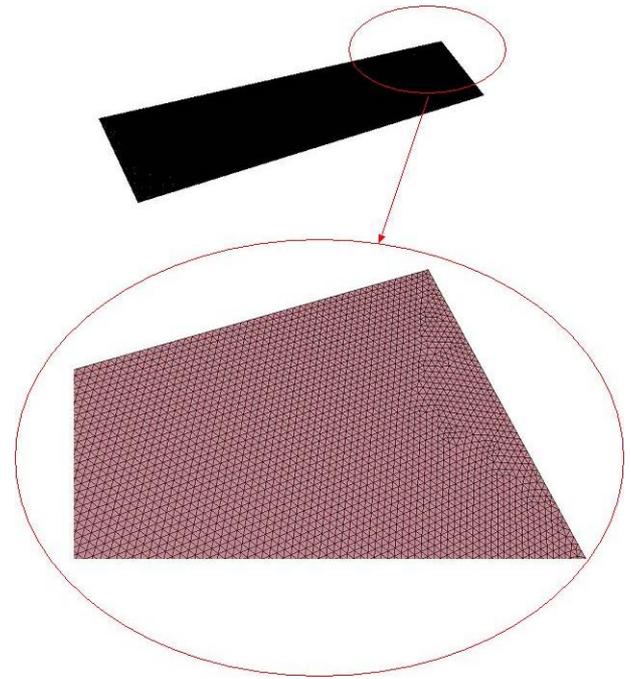


Fig. 7 Long strip geometry mesh for the BEM solver ACTIPOLE



Fig. 8 Short strip geometry mesh for the BEM solver ACTIPOLE

etry is essential. The resolution of the surface has to increase with decreasing wavelength, i.e. with increasing frequency. In the ACTIPOLE Code, a criteria of 10 points by wavelength has been retained.

5 Long Strip Diffraction

The different methods for the calculation of the scattered sound field are compared by looking at the absolute value of the total pressure on a

plane below the scattering strip. In the case of the long strip geometry, the observer plane is located at $z = -5$ and in the case of the short strip at $z = -2$. For every source position, the pressure was calculated for the four wavelengths $\lambda = 2.0, 1.5, 1.0, \text{ and } 0.5$. For each wavelength, four figures are presented : the figure with the index (a) refers to the analytical approximation, with index (b) to the BEM results, with index (c) to the ActiHF results, and with index (d) to the ACTRAN results. For the case $\lambda=0.5$, no results could be obtained by the ACTRAN code due to limited computational resources. First, the results for the scattering of the monopole by the long strip are presented. Before presenting a quantitative comparison of the calculated pressures, a qualitative description of the pressure field in the observer plane below the strip will be given.

5.1 Qualitative description

Fig. 9 to *Fig. 12* show the pressure field for the four wavelengths $\lambda = 2, 1.5, 1.0, 0.5$ and the source position $z = 0.5$, *Fig. 13* to *Fig. 16* for the source position $z = 1$, and *Fig. 17* to *Fig. 20* for the source position $z = 1.5$. The qualitative behaviour is in all cases the same, therefore only the case $\lambda = 2.0$ and source position $z = 0.5$, cf. *Fig. 9* will be discussed in more details. For this case, we see a good overall qualitative agreement of the results of the different methods. First, the diffraction effect is highlighted with the four calculation methods: the sound wave impingement on the edges of the strip is responsible for a pronounced diffraction effect with noise re-generation in the shadow zone, making the total pressure bigger in this region. Moreover, in the analytical approximation corresponding to the superimposition of two semi-infinite half planes (*Fig. 9(a)*), only one maximum shows up in the shadow zone on the x-axis below the source position, whereas several can be found for the other codes BEM, ActiHF or ACTRAN, which use a finite strip geometry. Thus one can conclude that these multiple maxima are the result of the diffraction of the incident field by the shorter edges of the strip. In the presence of a real flow, we can expect not to see

these multiple maxima since the interferences are generally smoothed by the flow: the secondary sources resulting from the diffraction effect are no longer coherent sources.

The differences between the ACTRAN results and the BEM results ACTIPOLE are quite small cf. *Fig. 9(b)* and *Fig. 9(d)*. This should indeed be the case, since both codes fall back on the solution of the full wave equation for the complete geometry.

ActiHF calculates a remarkably good solution in the shadow zone of the strip but shows strong discontinuities in the pressure field at the shadow boundary, which is classical in a High frequency method.

With decreasing wavelength (increasing frequency), the diffraction effect is less efficient (the pressure decreases below the strip) so that the shielding effect becomes stronger (e.g. *Fig. 9* compared to *Fig. 12*).

With larger distance of the source from the strip, the pressure maxima adjacent to the longer sides of the strip become more pronounced, compare e.g. for $\lambda = 1.0$ *Fig. 19* ($z = 1.5$) with *Fig. 11* ($z = 0.5$), i.e. the shielding of the source by the strip becomes less efficient when the source height increases.

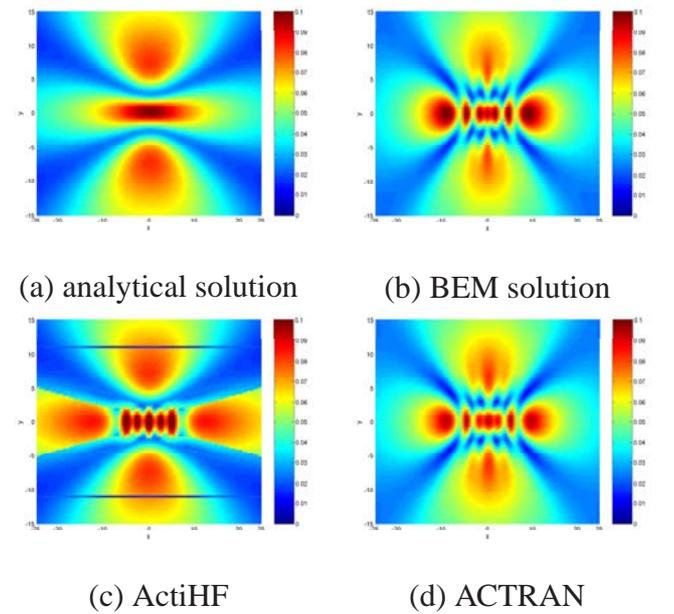


Fig. 9 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -5$, long strip $\lambda = 2$, source height $z = 0.5$

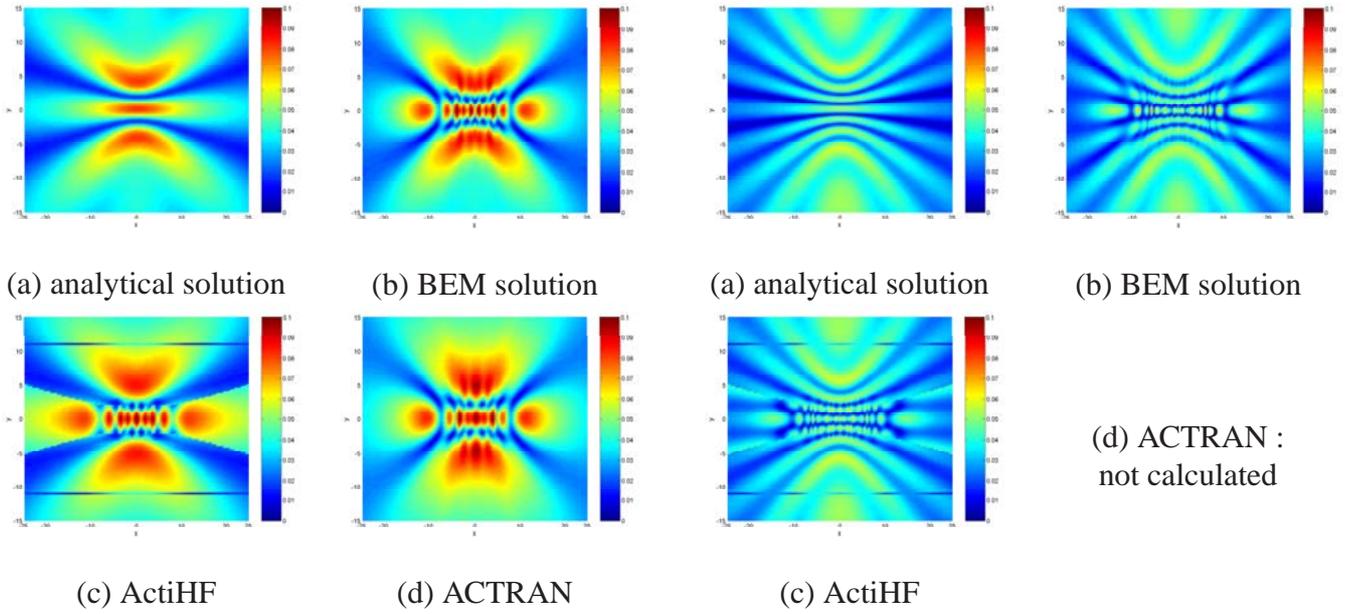


Fig. 10 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -5$, long strip $\lambda = 1.5$, source height $z = 0.5$

Fig. 12 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -5$, long strip $\lambda = 0.5$, source height $z = 0.5$

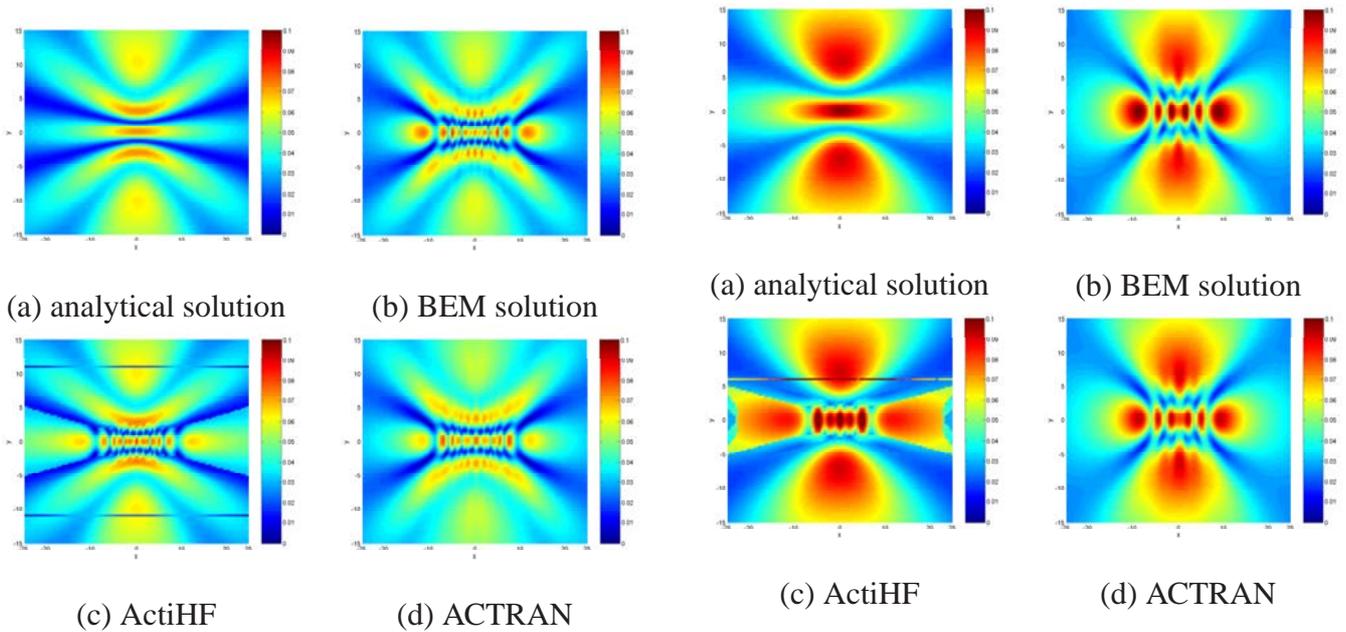


Fig. 11 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -5$, long strip $\lambda = 1$, source height $z = 0.5$

Fig. 13 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -5$, long strip $\lambda = 2$, source height $z = 1$

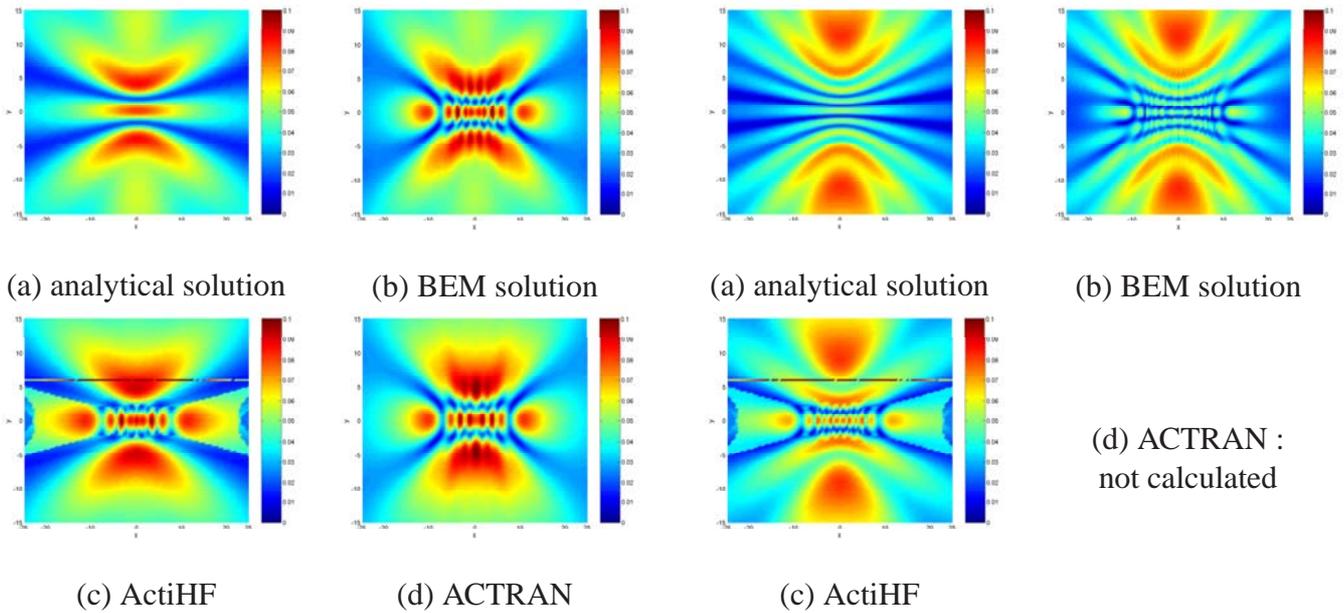


Fig. 14 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -5$, long strip $\lambda = 1.5$, source height $z = 1$

Fig. 16 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -5$, long strip $\lambda = 0.5$, source height $z = 1$

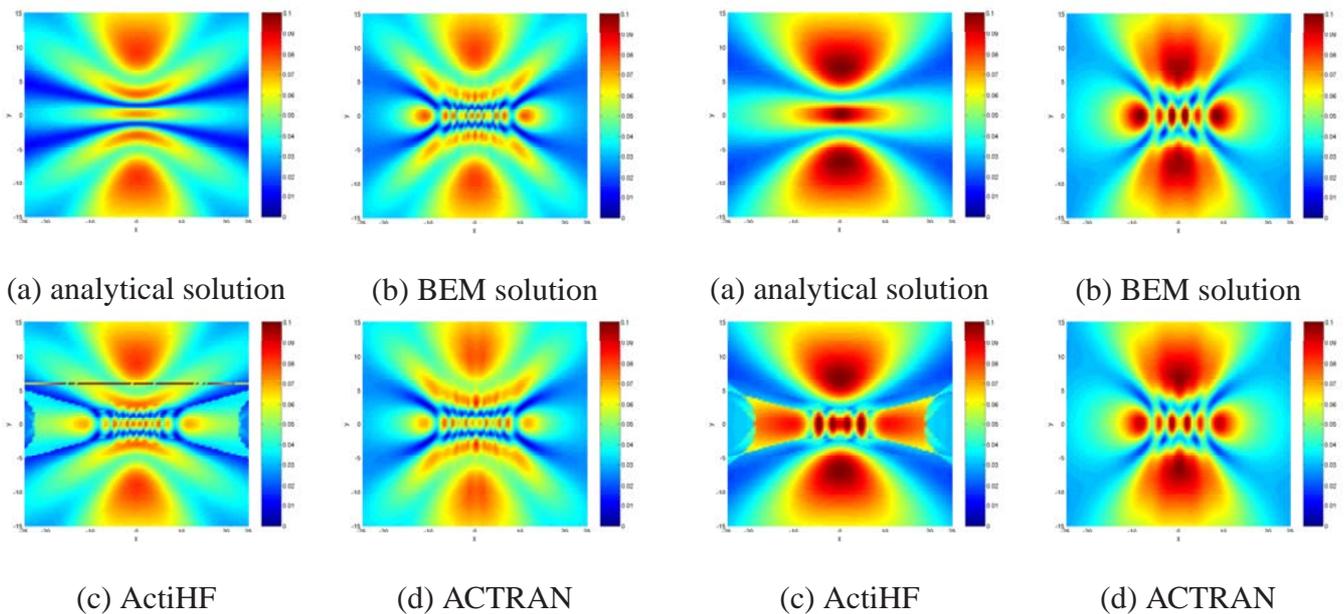
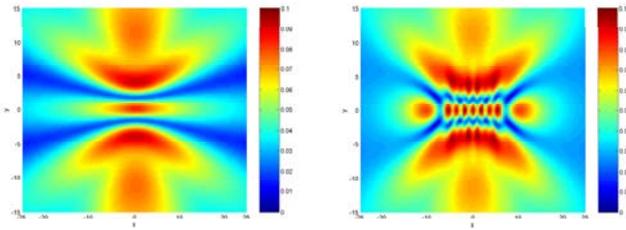


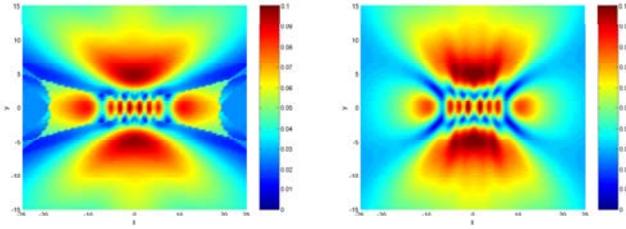
Fig. 15 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -5$, long strip $\lambda = 1$, source height $z = 1$

Fig. 17 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -5$, long strip $\lambda = 2$, source height $z = 1.5$



(a) analytical solution

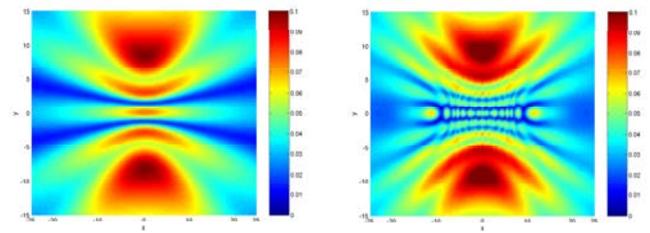
(b) BEM solution



(c) ActiHF

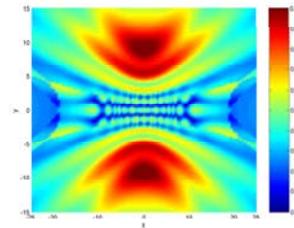
(d) ACTRAN

Fig. 18 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -5$, long strip $\lambda = 1.5$, source height $z = 1.5$



(a) analytical solution

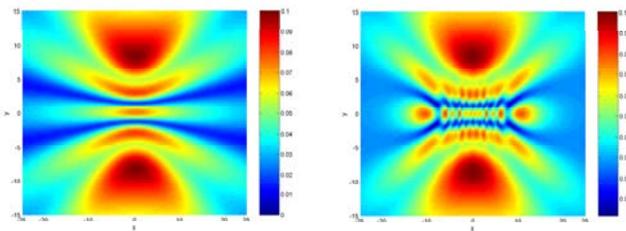
(b) BEM solution



(c) ActiHF

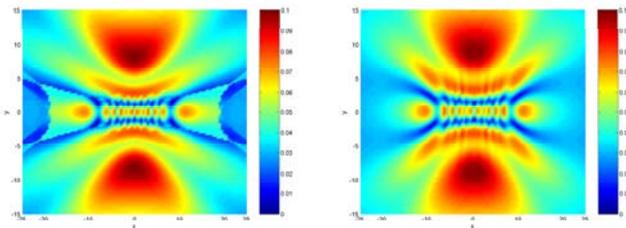
(d) ACTRAN :
not calculated

Fig. 20 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -5$, long strip $\lambda = 0.5$, source height $z = 1.5$



(a) analytical solution

(b) BEM solution



(c) ActiHF

(d) ACTRAN

Fig. 19 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -5$, long strip $\lambda = 1$, source height $z = 1.5$

5.2 Quantitative description

In order to compare the results quantitatively, the total pressure on the observer plane is plotted along the line $x = 0$ (y-traverse) for the four different methods (c.f. Fig. 21). Fig. 23 shows the calculated pressure for the source height $z = 0.5$, Fig. 24 for the source height $z = 1.0$, and Fig. 25 for the source height $z = 1.5$. Every figure contains four subfigures corresponding to the four different wavelengths $\lambda = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ respectively.

As a general rule, the different methods all give quite similar results. In particular, the position of the multiple maxima in the shadow zone as function of the wavelength agree well for the different approaches. It should be mentioned however that the difference in the shadow zone between the results calculated by the high frequency methods on the one hand (Cooke's Analytical method and ActiHF) and the BEM and ACTRAN results on the other hand, grows with increasing wavelength and distance of the source from the strip, as depicted in Fig. 25(d) (highest source and biggest wavelength): in this particular case, the difference between the BEM method and the analytical method reaches $4.5dB$ on the maximum lobe and the difference between the BEM method and ActiHF reaches $3.5dB$ (Although the total pressure has been plotted, it is more common to give the difference levels in decibel). As expected, the diffraction becomes more efficient (more diffracted field) with increasing wavelength, as can be seen when comparing the main lobe located at $y = 0$ in Fig. 23 (a), (b), (c) and (d): the amplitude difference can reach more than $7dB$ on the maximum lobe (Fig. 23(a) and Fig. 23(d)). For a better interpretation of the different results, it is interesting to calculate the geometric shadow zone extent for the different source positions, as depicted in Fig. 22: the higher the source, the narrower the extent of the shadow zone. Indeed, on the observer plane located at $z = -5$ under the strip, the shadow zone extents from -11 to $+11$ for source height 0.5 , from -6 to 6 for source height 1 and from -4.3 to 4.3 for source height 1.5 . Ac-

ording to that, we can see that in the shadow zone, for a given wavelength (e.g. $\lambda = 0.5$ Fig. 23(a), 24(a), 25(a)) the pressure level is constant in the shadow zone but increases in the illumination zone at each side of the strip. The amplitude change between two different source heights can reach $6dB$.

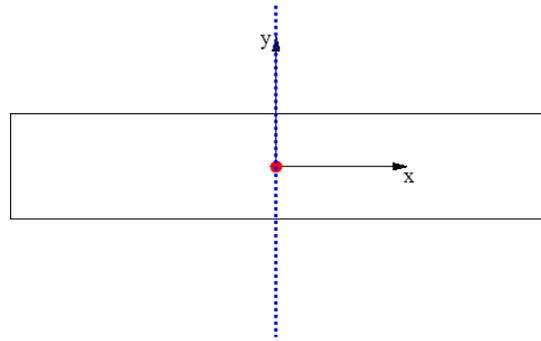


Fig. 21 line y-traverse under the strip

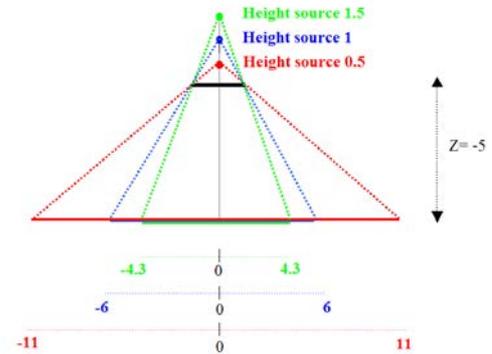
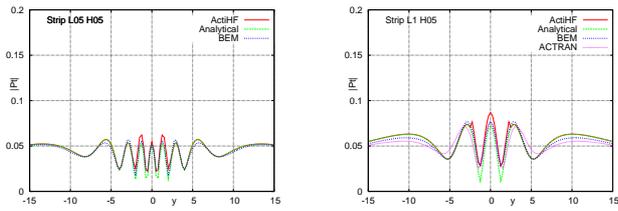
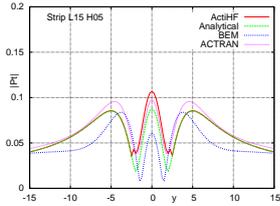


Fig. 22 shadow zone under the strip

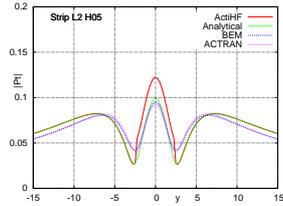


(a) Wavelength $\lambda = 0.5$

(b) Wavelength $\lambda = 1.0$

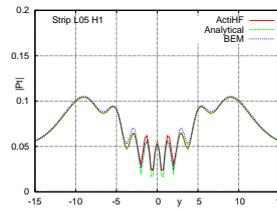


(c) Wavelength $\lambda = 1.5$

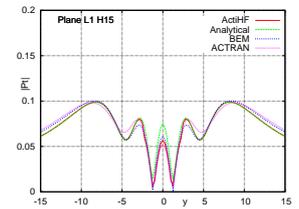


(d) Wavelength $\lambda = 2.0$

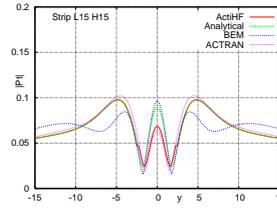
Fig. 23 Norm of total pressure $|P_T|$ ($x = 0$) on plane $z = -5$, source height $z = 0.5$



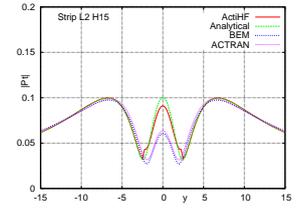
(a) Wavelength $\lambda = 0.5$



(b) Wavelength $\lambda = 1.0$

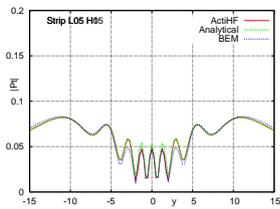


(c) Wavelength $\lambda = 1.5$

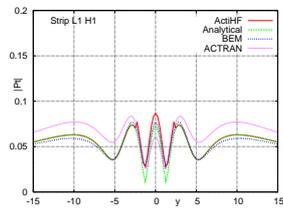


(d) Wavelength $\lambda = 2.0$

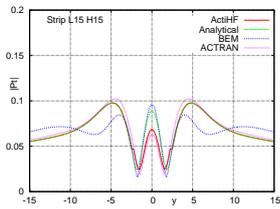
Fig. 25 Norm of total pressure $|P_T|$ ($x = 0$) on plane $z = -5$, source height $z = 1.5$



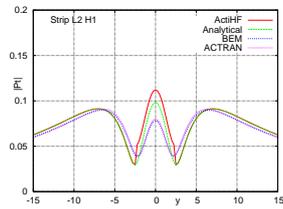
(a) Wavelength $\lambda = 0.5$



(b) Wavelength $\lambda = 1.0$



(c) Wavelength $\lambda = 1.5$



(d) Wavelength $\lambda = 2.0$

Fig. 24 Norm of total pressure $|P_T|$ ($x = 0$) on plane $z = -5$, source height $z = 1.0$

6 Short Strip Diffraction

6.1 Qualitative description

In this section, the results for the scattering of the monopole source by the short plane are presented. Before making a quantitative comparison of the calculated pressures, a qualitative description of the pressure field in the observer plane below the strip will be given and discussed.

For the analytical approximation based on Cooke's theory, only the two longer edges of the plane were taken into account, like in the previous long strip case. Therefore, since the short plane is significantly farther away from being a two dimensional geometry, only a crude approximation of the pressure field could be expected.

Fig. 26 to *Fig. 29* show the pressure field for the four wavelengths $\lambda = 2.0, 1.5, 1.0,$ and 0.5 and the source position $z = 0.25$, *Fig. 30* to *Fig. 33* depict the results for the source position $z = 0.5$, and *Fig. 34* to *Fig. 37* for the source position $z = 0.75$.

Since the qualitative behaviour of the results does not change much with the source position, only the case $z = 0.25$ (*Fig. 26* to *Fig. 29*) will be discussed in more details. *Fig. 26* shows the case $\lambda = 2.0$. In the analytical approximation, *Fig. 26(a)*, one sees a zone of low pressure along the x -axis increasing with distance from the origin, and that is not observed in the BEM, ActiHF or ACTRAN results. This is due to the assumption of infinite long diffracting edges in the analytical approximation. However, the analytical approximation shows surprisingly good results along the y -axis near $x = 0$.

The four maxima of the pressure near the origin of the coordinates are characteristic of the BEM data, c.f. *Fig. 26(b)*. These maxima can also be found in the shadow zone of the ActiHF calculation, for instance in *Fig. 27(c)*. With decreasing wavelength the ray tracing code ActiHF becomes better in the shadow zone as can be seen when comparing *Fig. 33(b)* and *Fig. 33(c)* for instance. Nevertheless, ActiHF still shows discontinuities at the shadow boundaries of the plane. Generally, ActiHF gives better results for the longer strip.

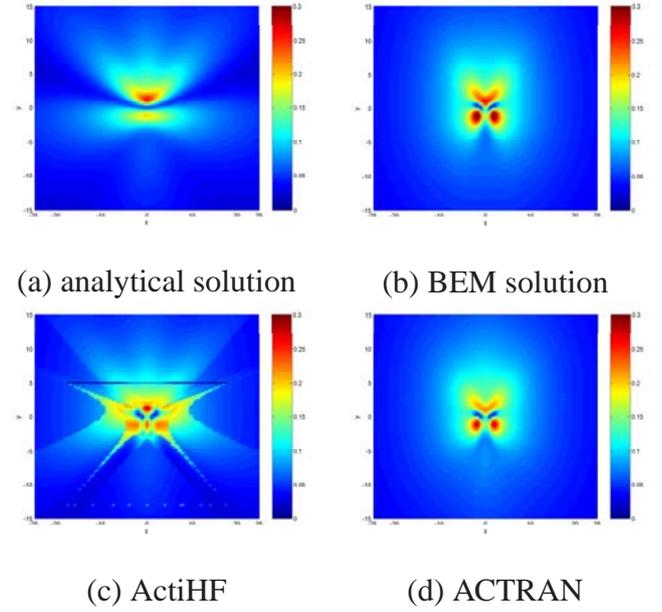


Fig. 26 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -2$, short strip $\lambda = 2$, source height $z = 0.25$

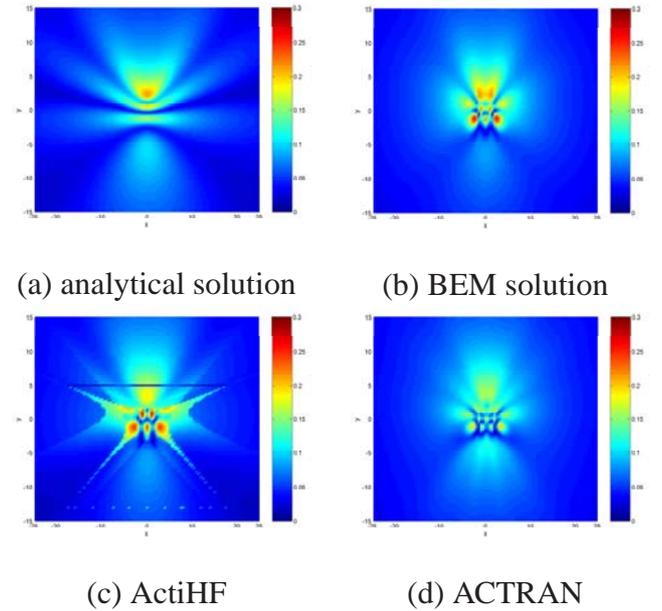


Fig. 27 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -2$, short strip $\lambda = 1.5$, source height $z = 0.25$

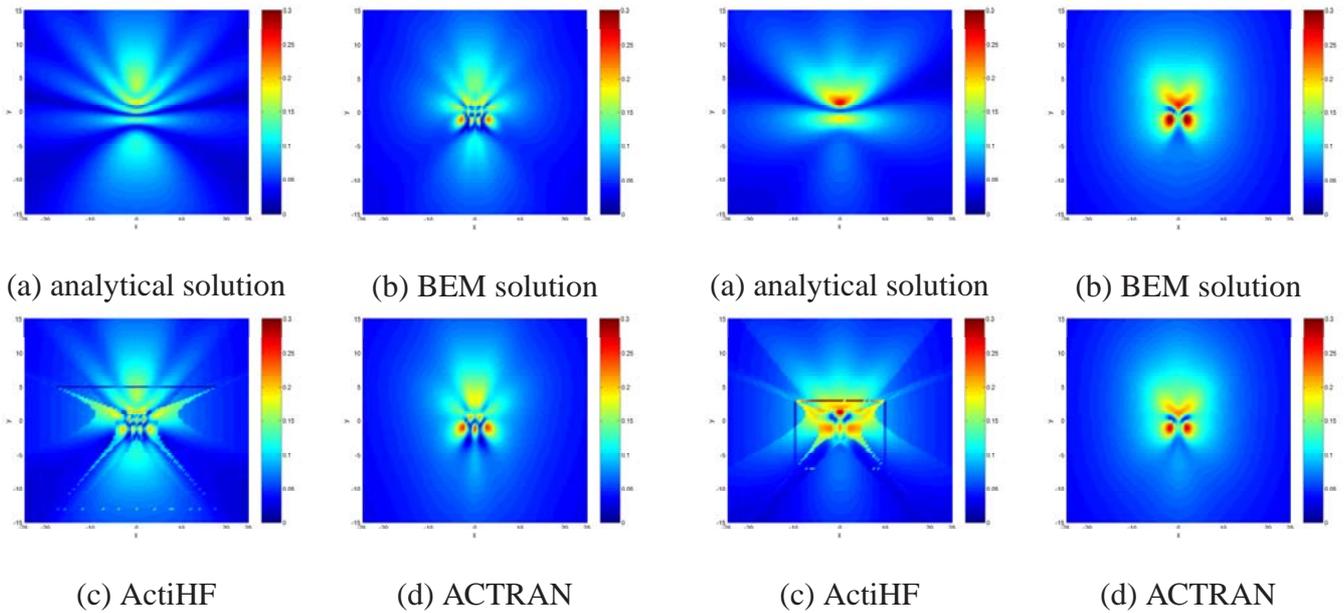


Fig. 28 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -2$, short strip $\lambda = 1.0$, source height $z = 0.25$

Fig. 30 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -2$, short strip $\lambda = 2$ source height $z = 0.5$

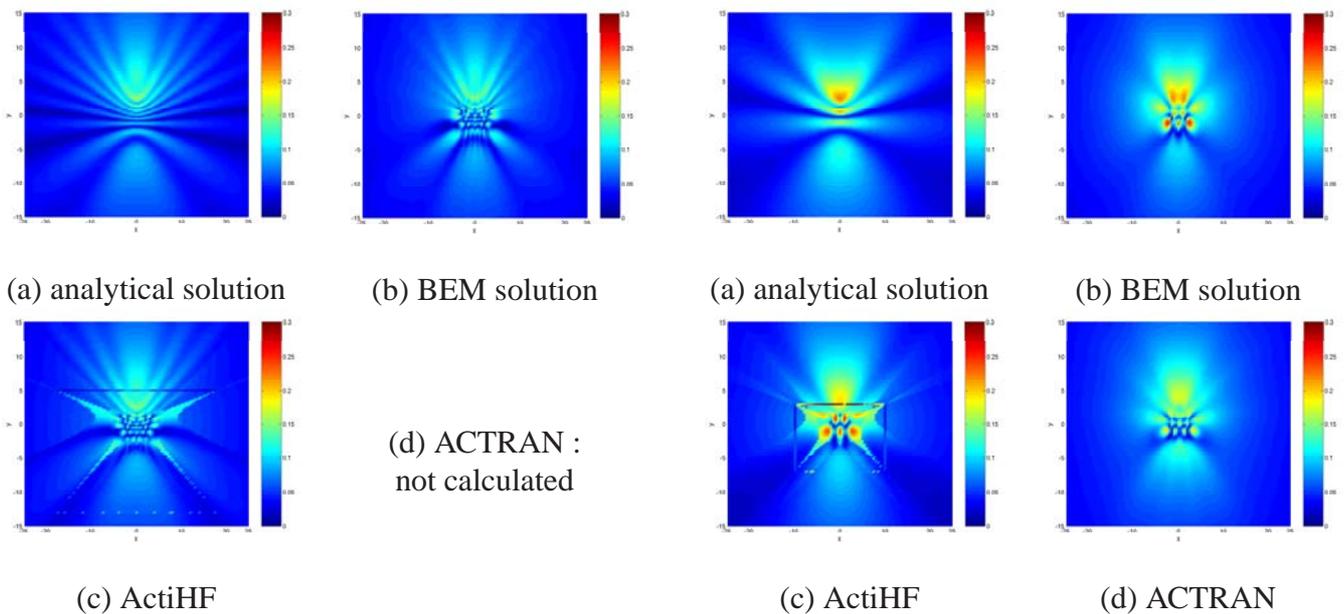
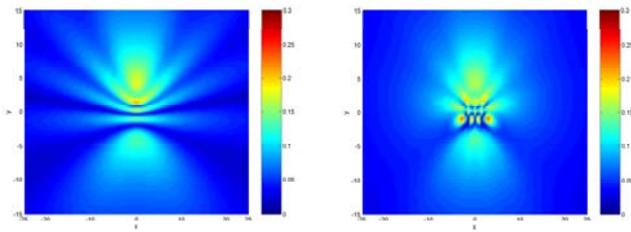


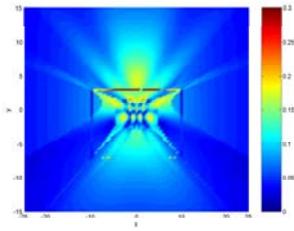
Fig. 29 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -2$, short strip $\lambda = 0.5$ source height $z = 0.25$

Fig. 31 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -2$, short strip $\lambda = 1.5$ source height $z = 0.5$

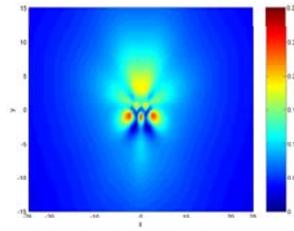


(a) analytical solution

(b) BEM solution

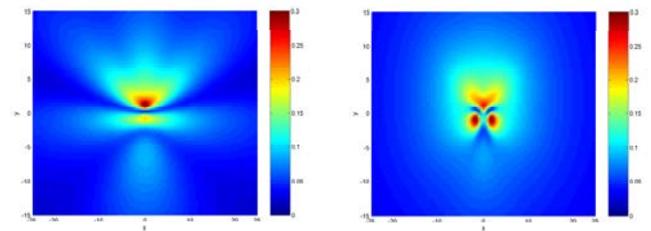


(c) ActiHF



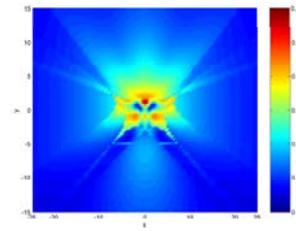
(d) ACTRAN

Fig. 32 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -2$, short strip $\lambda = 1$ source height $z = 0.5$

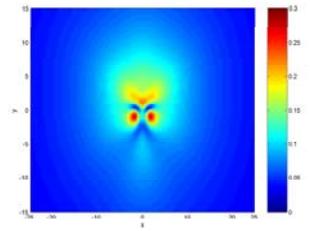


(a) analytical solution

(b) BEM solution

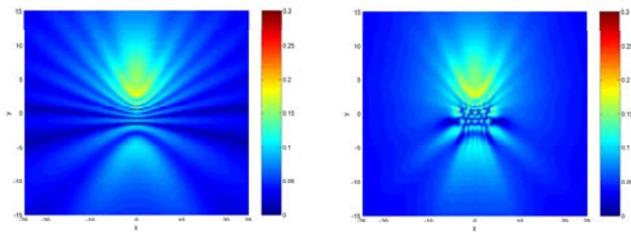


(c) ActiHF



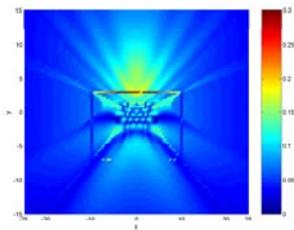
(d) ACTRAN

Fig. 34 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -2$, short strip $\lambda = 2$ source height $z = 0.75$



(a) analytical solution

(b) BEM solution



(c) ActiHF

(d) ACTRAN :
not calculated

Fig. 33 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -2$, short strip $\lambda = 0.5$ source height $z = 0.5$

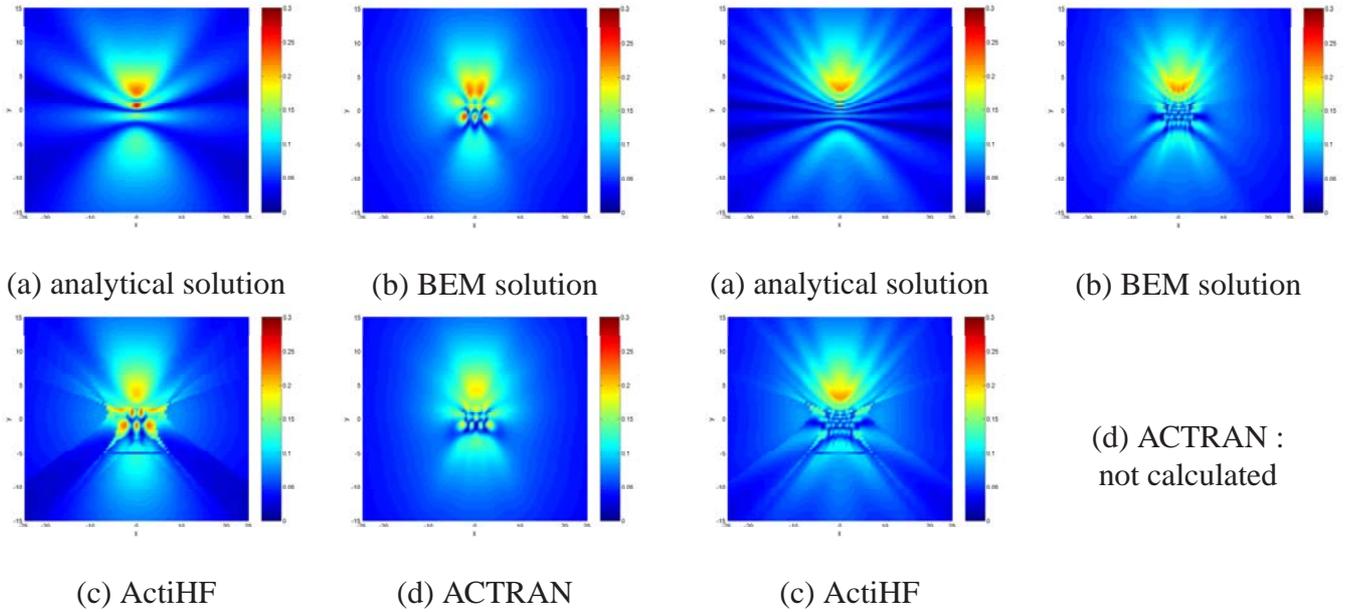


Fig. 35 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -2$, short strip $\lambda = 1.5$ source height $z = 0.75$

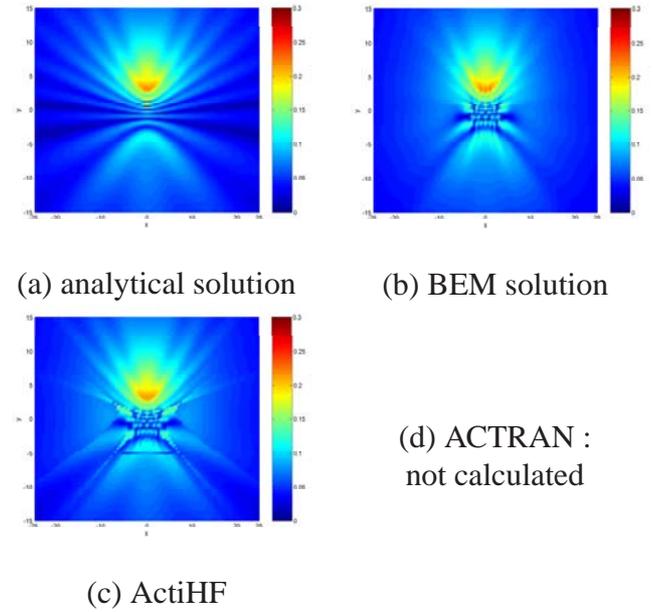


Fig. 37 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -2$, short strip $\lambda = 0.5$ source height $z = 0.75$

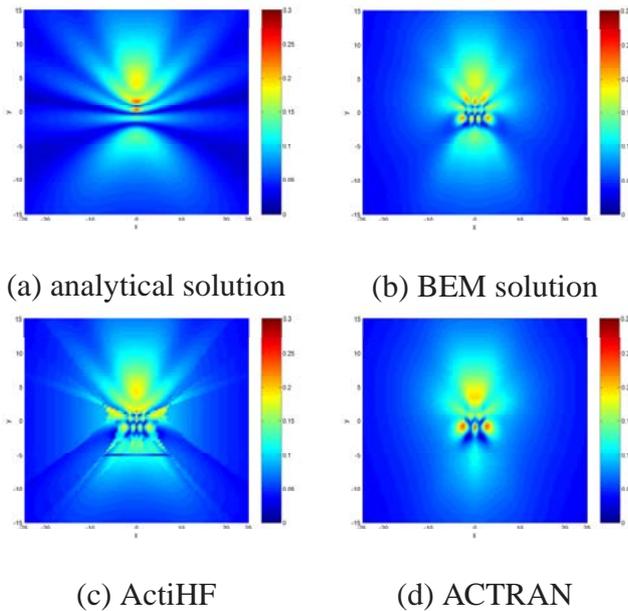


Fig. 36 Norm of total pressure $|P_T|$ on plane $z = -2$, short strip $\lambda = 1$ source height $z = 0.75$

6.2 Quantitative description

In order to compare the results quantitatively, the pressure on the observer plane below the short diffracting plane is plotted along the y -*traverse* line at $x = 0$, i.e. on a line below the plane perpendicular to the longer edges.

Fig. 39 shows the pressure calculated with the different methods for the source height $z = 0.25$, *Fig. 40* for the source height $z = 0.5$ and *Fig. 41* for the source height $z = 0.75$. Every Figure contains four subfigures corresponding to the four different wavelengths. Generally speaking, the four considered methods give quite corresponding results for the smaller wavelengths $\lambda = 0.5$ and $\lambda = 1.0$. For $\lambda = 1.5$ and $\lambda = 2.0$ the differences become larger. In the ActiHF results, we still can see numerical artefacts inherent to such a method.

With respect to the long strip results, one noticeable point is the general behaviour of the pressure field: the curves are no longer symmetrical since the monopole source is closer from one edge of the plane. This will lead to a more pronounced diffracting effect on this side. Indeed, as can be seen on each Figure concerning the short plane results, the maximum lobe of pressure is located on the y -*positive* side. Moreover, like for the strip case, the diffraction becomes more efficient with increasing wavelength, as can be seen when comparing the main lobe in *Fig. 39* (a), (b), (c) and (d): the amplitude difference can reach more than $7dB$ (*Fig. (a)* and *Fig. (b)*).

For a better interpretation of the different

results, it is again interesting to calculate the geometric shadow zone extent for the different source positions, as depicted in Fig. 38: the shadow zone appears non symetrical and has moved in the opposite side of the source displacement. Again the higher the source, the narrower the extent of the shadow zone. Indeed, on the observer plane located at $z = -2$ under the short plane, the shadow zone extents from -3.2 to $+2.3$ for source height 0.25 , from -4.5 to 3 for source height 0.5 and from -8.5 to 5 for source height 0.75 . We can see that for a given wavelength (e.g. $\lambda = 0.5$ Fig. 39, 40, 41) the pressure level increases in the illumination zone in the $y - positive$ side. Therefore the shielding effect is more efficient on the opposite side of the source.

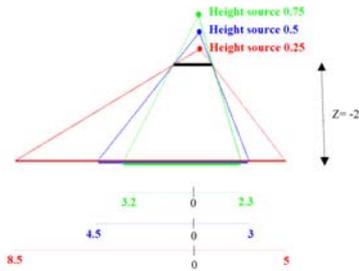


Fig. 38 shadow zone under the plane

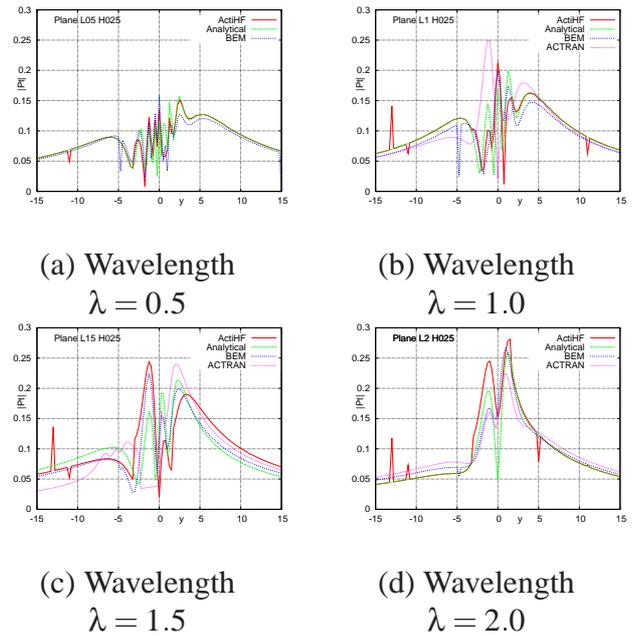


Fig. 39 Norm of total pressure $|P_T|$ ($x = 0$) on plane $z = -2$, source height $z = 0.25$

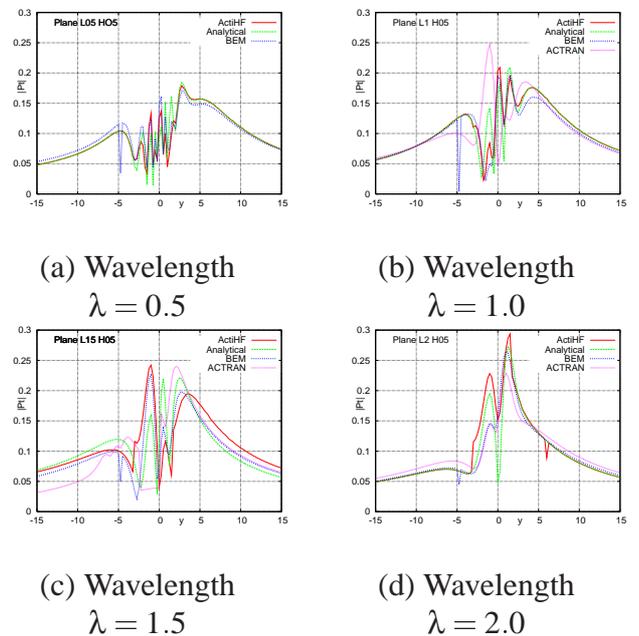


Fig. 40 Norm of total pressure $|P_T|$ ($x = 0$) on plane $z = -2$, source height $z = 0.5$

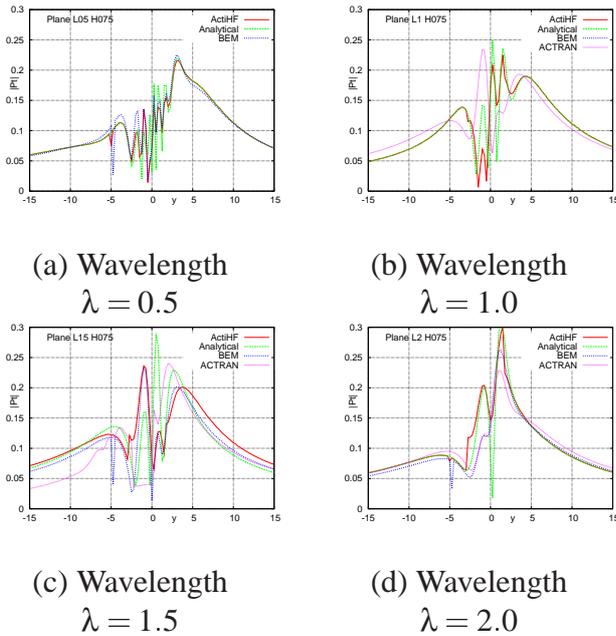


Fig. 41 Norm of total pressure $|P_T|$ ($x = 0$) on plane $z = -2$, source height $z = 0.75$

7 Conclusion

The shielding effect of a monopole source by a long strip and a short plane has been calculated by four different methods: a simple analytical approximation based on Cooke's asymptotic solution, a boundary element method (BEM) called ACTIPOLE, a finite element code ACTRAN, and a ray-tracing code ActiHF. Generally, this study has enabled the crossed-validation of the analytical code and of the three numerical codes in simple configurations. We will therefore be able to use these codes in future studies with more complex geometries. The choice of the appropriate code will then depend on the problem complexity: to take into account the influence of a mean flow, the ACTRAN code will be used, its limitation being a restriction to low frequencies. Without flow, a BEM code like ACTIPOLE will be preferred in a low and medium range frequency, whereas the ray-tracing tool ActiHF will be used in the High frequency domain. The advantage of ActiHF compared to a BEM code is that the latter needs the meshing of the shielding surface, and a longer computational time. In the ray-tracing method, no meshing is needed but the method is limited to high frequencies.

References

- [1] J.C. Cooke *Notes on the Diffraction of Sound*, University of Bristol, 1971.
- [2] H.M. Macdonald *A class of Diffraction Problems*, Proceedings of London Mathematical Society, vol. 14, 1915.
- [3] Abramowitz and Stegun *Handbook of Mathematical Functions*.
- [4] J. Ricouard (Airbus FRANCE), R. Davy (ONERA), P. Loheac (Snecma), A. Moore (Rolls Royce) and O. Piccin (ONERA) *ROSAS Wind Tunnel Tests Campaign Dedicated to Unconventional Aircraft Concepts Study*, AIAA 2004-2867, 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference.
- [5] V. A. Borovikov and B.Ye. Kinber *Geometrical theory of diffraction*, The Institution of Electrical Engineers, London, United Kingdom, 1994.

Bibliographie

- [1] M. Abom. Modal decomposition in ducts based on transfer function measurements between microphones. *Journal of Sound and Vibration*, 135(1):95–114, 1989.
- [2] Abramowitz and Stegun. *Handbook of Mathematical Functions*.
- [3] A. Agarwal and A. P. Dowling. The calculation of acoustic shielding of engine noise by the silent aircraft airframe. *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Monterey, California*, 2005-2996, 2005.
- [4] A. Agarwal, A. P. Dowling, H. Shin, and W. Graham. A ray tracing approach to calculate acoustic shielding by the silent aircraft airframe. *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Cambridge, Massachusetts*, 2006-2618, 2006.
- [5] R.K. Amiet. Unified Aeroacoustics analysis for high speed turboprop aerodynamics and noise - Diffraction of sound by a half-plane in a uniform flow. *Nasa Contractor Report 185192, II - Development of Theory for Wing Shielding*, 1991.
- [6] L.L. Beranek. *Noise and vibration control*. McGraw Hill, New York 1971, pp. 174-178.
- [7] J.J. Berton. Noise reduction potential of large, over-the-wing mounted, advanced turbofan engines.
- [8] H. Boden and M. Abom. Influence of errors on the two microphones method for measuring acoustic properties in ducts. *Journal of Acoustical Society of America*, 79(2):541–549, 1986.
- [9] M. Born and E. Wolf. *Principle of Optics*. Cambridge University Press.
- [10] D. Bouteloup. *Éléments de Géométrie Différentielle - Chapitre 1: Cours de Géodésie*. Ecole Nationale des Sciences Géographiques.
- [11] J.J. Bowman, Senior T.B.A., and Uslenghi P.L.E. Electromagnetic and acoustic scattering by simple shapes. *North Holland Publishing Co.*, 1969.
- [12] L.M.B.C. Campos and A.R.A. Fonseca. On the representation of sound sources by point monopole distributions. *à paraître*, 2007.
- [13] L.M.B.C. Campos and F.J.P. Lau. On noise shielding by a flat plate. *Instituto Superior Técnico*, 2002.
- [14] L.M.B.C. Campos and F.J.P. Lau. On a three-dimensional Fresnel theory of noise shielding in a mean flow. *Instituto Superior Técnico*, 2003.
- [15] S.M. Candel. Analytical studies of some acoustic problems of jet engines.
- [16] J. Chappuis and M. Lummer. Monopole diffraction by generic plane geometries. *25th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, Hamburg, Germany*, 5.9.3, 2006.
- [17] J. Chappuis, J. Ricouard, and M. Roger. Aft fan noise shielding by a lifting surface: Analytical, Numerical and Experimental Results. *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Cambridge, Massachusetts*, 2006-2617, 2006.
- [18] B.T. Chu and L.S.G. Kovasznay. Interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. *J. Fluid Mech.* 3, 1958.
- [19] J.C. Cooke. Notes on the diffraction of sound. *University of Bristol*, 1971.

- [20] A. Delnevo. Code Acti3S. Justifications théoriques: partie I, cas sans écoulement. *EADS-CCR*, 2002-72741/1-DCR/B, 2002.
- [21] A. Delnevo. Code Acti3S. Justifications théoriques: partie II, présence d'un écoulement uniforme. *EADS-CCR*, 2002-72741/2-DCR/B, 2002.
- [22] A. Delnevo. Code Acti3S. Justifications théoriques: partie III, utilisation de plans de symétrie. *EADS-CCR*, 2002-72741/4-DCR/B, 2002.
- [23] A. Dowling. Convective amplification of real simple sources. *Journal of Fluid Mechanics*, 74:529–546, 1976.
- [24] Y. Druon. *Etude de la Propagation Guidée et du Rayonnement Acoustiques par les Conduits d'Ejection de Turboréacteur, Modélisations Analytiques et Numériques*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2006.
- [25] A. Erdelyi. *Higher Transcendental Functions*. Mcgraw Hill, New York 1955, Vol. 2.
- [26] R. Ewert. Assessment of mean-flow effects on shielding (scattering) and report. *Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, ROSAS Project*.
- [27] J.J. Jr Faran. Sound scattering by solid cylinders and spheres. *Journal of Acoustical Society of America*, 23:405, 1951.
- [28] M.E. Goldstein. Aeroacoustics. *McGraw-Hill International Book Company*, 1976.
- [29] M.A. Hamdi. *Formulation variationnelle par équations intégrales pour le calcul de champs acoustiques linéaires proches et lointains*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 1982.
- [30] T. Hayat, K. Hutter, and S. Asghar. Acoustic diffraction near a finite plane in a moving fluid. *Acoustics Letters*, 24, N°4:64–69, 2000.
- [31] S.N. Heavens. An experimental study of sound diffraction at an airfoil trailing edge. *J. Fluid Mech.*, 84, part 2:331–335, 1978.
- [32] S. Issad. *Méthodologie de couplage fort et décomposition de domaine BEM/BEM pour la simulation et la prédiction de bruit de moteur d'avion et des effets d'installation*. Rapport de fin d'étude, Airbus FRANCE. 2006.
- [33] W. Jeon and D. Lee. A theoretical study of acoustic diffraction by a finite strip in uniform flow.
- [34] D.S. Jones. The theory of electromagnetism. *Pergamon*, 1964.
- [35] D.S. Jones. Aerodynamic sound due to a source near a half-plane. *Journal Inst. Maths Applics*, 9:114–122, 1972.
- [36] J.B. Keller. Diffraction by a convex cylinder. *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-4:312–321, 1956.
- [37] J.B. Keller. Diffraction by an aperture. *Journal Appl. Physics*, 28:426–444, 1957.
- [38] J.B. Keller. Geometrical theory of diffraction. *Journal of Acoustical Society of America*, 55(5):941–955, 1974.
- [39] C.J. Kähler and M. Dreyer. Dynamic 3D stereoscopic PIV and schlieren investigation of turbulent flow structures generated by laser induced plasma. *Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig*.
- [40] C.J. Kähler and U. Scholz. Investigation of laser-induced flow structure with time-resolved PIV, BOS and IR technology. *5th International Symposium on Particle Image Velocimetry, Busan, Korea*, 3223, 2003.
- [41] R.G. Kouyoumjian. Asymptotic high-frequency methods. *Proc. IEEE*, 53:864–876, 1965.
- [42] U.J. Kurze and G.S. Anderson. Sound attenuation by barriers. *Applied Acoustics*, 4, 1971.
- [43] Y.W. Lam. Using maekawa's chart to calculate finite length barrier insertion loss. *Applied Acoustics*, 42, 1994.
- [44] B.R. Levy and J.B. Keller. Diffraction by a smooth object. *Communication on pure and applied mathematics*, XII:159–209, 1959.

- [45] S. Lewy. *Acoustique industrielle et aéroacoustique*. Hermes, 2001.
- [46] T.B. Li and M. Ueda. Sound scattering of an obliquely incident plane wave by cylinder. *Journal of Acoustical Society of America*, 86:2363–2368, 1989.
- [47] S. Lidoine. *Approches théoriques du problème du rayonnement acoustique par une entrée d'air de turboréacteur*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2002.
- [48] M.J. Lighthill. On sound generated aerodynamically, part i: General theory. *Proceedings of the Royal Society of London*, A221:564–587, 1952.
- [49] J.A. Lordi, G.F. Homicz, and R.G. Rehm. Theoretical studies on fan noise generation by a transonic compressor blade row. *NTIS AD 728 038 Calspan Corporation*, 1974.
- [50] M. Lummer. Modeling of acoustic sources by multipole expansions. *Institute of Aerodynamics and Flow Technology, Braunschweig / DLR-Airbus cooperation on noise shielding*, 2005.
- [51] A.S. Lyrintzis. The use of kirchhoff's method in computational aeroacoustics. *Journal of Fluids Engineering*, 116:665–676, 1994.
- [52] H.M. Macdonald. A class of diffraction problems. *Proceedings of London Mathematical Society*, 14, 1915.
- [53] Z. Maekawa. Noise reduction by screens. *Applied Acoustics*, 1:157–176, 1968.
- [54] L. Mebarek. *Méthode numérique par éléments finis de frontière pour le calcul par équations intégrales de champs acoustiques rayonnés par des structures axisymétriques*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 1986.
- [55] N. Molin. *Modélisation du bruit aérodynamique d'une voilure d'avion*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2001.
- [56] F. Montétagaud. *Modélisation de la propagation et du rayonnement acoustiques des entrées d'air de turboréacteurs*. Thèse de doctorat, Université du Maine, 1998.
- [57] A. Moore. A 3D prediction of the wing reflection of aero engine noise. *AIAA ?*
- [58] A. Moore and C. Mead. Reflection of noise from aeroengines installed under an aircraft wing. *9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Hilton Head, South Carolina*, 2003-3151, 2003.
- [59] C.L. Morfey. A note on the radiation efficiency of acoustic duct modes. *Journal of Sound and Vibration*, 9(3):367–372, 1969.
- [60] P.M. Morse and K.U. Ingard. Theoretical acoustics. *McGraw-Hill, New York*, pages 450–453, 1968.
- [61] A. Muradali and K.R. Fyfe. A study of 2D and 3D barrier insertion loss using improved diffraction-based methods. *Applied Acoustics*, 53, 1998.
- [62] P. Neple, D. Dudekem, N. Pellegrin, and J.P. Coyette. Floor effect on airborne sound transmission through a cylindrical shell. *INTER-NOISE, Istanbul, Turkey*, 2007.
- [63] W.G. Neubauer. Acoustic reflection from surface and shapes. *Naval Res. Lab., Washington, DC*, 1986.
- [64] B. Noble. *Methods based on the Wiener-Hopf technique for the solution of partial differential equations*. PERGAMON PRESS, London . New York . Paris . Los Angeles, 1958.
- [65] V.E. Ostashev. Doppler effect in a moving medium and variation of the direction of propagation of sound radiated by a moving source. *Institute of atmospheric Physics, Academy of Sciences of the USSR*, 34:700–705, 1988.
- [66] P.H. Pathak. Chapter 4: Techniques for high-frequency problems. *Fundamentals and Mathematical Techniques*, pages 2–116.
- [67] P.H. Pathak, Burnside W.D., and R.J. Marhefka. A uniform GTD analysis of the diffraction of electromagnetic waves by a smooth convex surface. *IEEE Trans. Antennas Propagation*, AP-28:631–642, 1980.

- [68] A.D. Pierce. *Acoustics, An Introduction to Its Physical Principles and Applications*. American Institute of Physics, 1994.
- [69] J.C. Piquette. Spherical wave scattering by an elastic solid cylinder of infinite length. *Journal of Acoustical Society of America*, 79(5), 1986.
- [70] E.J. Rathe. Note on two common problems of sound attenuation. *Journal of Sound and Vibration*, 10(3):472–479, 1969.
- [71] S. Redonnet, G. Desquesnes, and E. Manoha. Numerical study of acoustic installation effects through a chimera CAA method. *13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Roma, Italy*, 2007-3501, 2007.
- [72] S. Redonnet, G. Desquesnes, E. Manoha, and M. Terracol. Numerical study of acoustic installation effects onto the aft fan noise of a coaxial engine. *The 9th Western Pacific Acoustics Conference, Seoul, Korea*, 2006.
- [73] S. Redonnet, E. Manoha, and O. Kenning. Numerical simulation of the downstream fan noise and jet noise of a coaxial jet with a shielding surface. *10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Manchester, United Kingdom*, 2004-2991, 2004.
- [74] S. Redonnet, E. Manoha, and O. Kenning. Application of the onera's sabrina solver to the numerical investigation of the engine noise reduction offered by new aircraft concepts. *The 2005 Congress and Exposition on Noise Control Engineering, Rio de Janeiro, Brazil*, 2005.
- [75] S. Redonnet, E. Manoha, and O. Kenning. Numerical simulation of the downstream fan noise of 3d coaxial engines. *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Manchester, United Kingdom*, 2005-2816, 2005.
- [76] S. Redonnet, E. Manoha, and P. Sagaut. Numerical simulation of propagation of small perturbations interacting with flows and solid bodies. *7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Maastricht, The Netherlands*, 2001-2273, 2001.
- [77] S. Redonnet, C. Parzani, E. Manoha, and D. Lizarazu. Numerical study of 3D acoustic installation effects through a hybrid Euler/BEM method. *13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Roma, Italy*, 2007-3500, 2007.
- [78] J. Ricouard, R. Davy, P. Loheac, A. Moore, and O. Piccin. Rosas wind tunnel test campaign dedicated to unconventional aircraft concept study. *10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Manchester, UK*, 2004-2867, 2004.
- [79] S.W. Rienstra. Sound diffraction at a trailing edge. *J. Fluid Mech.*, 108:443–460, 1981.
- [80] S.W. Rienstra. Acoustic radiation from a semi-infinite annular duct in a uniform subsonic mean flow. *Journal of Sound and Vibration*, 94(2):267–288, 1984.
- [81] U. Scholz and C.J. Kähler. Experimentelle untersuchungen zur ausbreitung von laser-induzierten störungen in grenzschichten mit PIV und infrarot-messtechnik. *Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig*, 2003.
- [82] A. Sommerfeld. Mathematische theorie der diffraction. *Mathematische Annalen*, 47:317–374, 1896.
- [83] G. Sylvand. *La méthode multipôle rapide en électromagnétisme: performances, parallélisation, applications*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2005.
- [84] L. Tai-bao and U. Mitsuhiro. Sound scattering of a spherical wave incident on a cylinder. *Journal of Acoustical Society of America*, 87(5), 1990.
- [85] I. Terrasse. *Résolution mathématique et numérique des équations de Maxwell instationnaires par une méthode de potentiels retardés*. Thèse de doctorat, Ecole polytechnique, 1993.
- [86] A. Tomasino and G. Chappuis. Les ondes mécaniques progressives, chapitre 2. *Nathan*, 2002.
- [87] J.M. Tyler and T.G. Sofrin. Axial flow compressor noise studies. *SAE Transactions*, 70:309–332, 1962.

- [88] F.R.M. Van der Zijpp. *Noise Assessment for unconventional Aircraft engine mounting configurations*. Rapport de fin d'étude, Airbus FRANCE. 2002.
- [89] J.R.P. Van Rens, B.J.E. Van Rens, Th. Van Holten, and G.J.J. Ruijgrok. Sound level prediction using a ray tracing algorithm for a blended-wing-body. *5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Lahaina, HI, 2000-2069*, 2000.
- [90] C.F. Wintermeyer, J.S. Westall, E.F. Small, R. Gulati, T.L. Clark, S.C. Oas, W.V. Bhat, J.R. Sutter, and M.E. Garcia. Aircraft configuration noise reduction. *report FAA-RD-76-76-I, FAA*, 1976.
- [91] R.L.M. Wong. Experimental and analytical studies of shielding concepts for point sources and jet noise. *UTIAS Report N°266, CN ISSN 0082-5255*, May, 1983.