

T-1567
double

N° d'ordre : 94-18

ANNÉE 1994

THESE

présentée
devant L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir
le titre de DOCTEUR
SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Patrick CHEVRET

SIMULATION NUMÉRIQUE DES EFFETS DE LA TURBULENCE SUR LA PROPAGATION DU SON DANS L'ATMOSPHERE

Soutenue le 24 mars 1994 devant la Commission d'Examen

JURY

Président: Mme G. COMTE-BELLOT

Examineurs: M. Ph. BLANC-BENON
M. M. BRUNEAU
M. G. DAIGLE
M. D. JUVÉ
M. V. E. OSTASHEV

THESE

présentée

devant L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir

le titre de DOCTEUR

SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Patrick CHEVRET

SIMULATION NUMÉRIQUE DES EFFETS DE LA TURBULENCE SUR LA PROPAGATION DU SON DANS L'ATMOSPHERE

Soutenue le 24 mars 1994 devant la Commission d'Examen

JURY

Président : Mme G. COMTE-BELLOT

Examineurs : M. Ph. BLANC-BENON
M. M. BRUNEAU
M. G. DAIGLE
M. D. JUVÉ
M. V. E. OSTASHEV

LISTE DES PERSONNES HABILITEES A ENCADRER DES THESES

A. du 30.03.82 Art. 21 et A. du 23.11.88

Directeur : Etienne PASCAUD

Directeur Adjoint :

Directeur des Etudes : Jean ROZINOER

Directeur Administration de la Recherche : Francis LEBOEUF

DEPARTEMENT	NOM-PRENOM	FONCTION
ACOUSTIQUE	COMTE-BELLOT Geneviève JUVE Daniel	PROFESSEUR ---
	GALLAND Marie-Annick ROGER Michel	MAITRE DE CONFERENCES ---
	BLANC-BENON Philippe SUNYACH Michel	CHARGE DE RECHERCHE CNRS PROFESSEUR IUT LYON I
ELECTRONIQUE	BLANCHET Robert LE HELLEY Michel	PROFESSEUR ---
	HELLOUIN Yves	MAITRE DE CONFERENCES
	VIKTOROVITCH Pierre HOLLINGER Guy	DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS ---
	GENDRY Michel KRAWCZYK Stanislas TARDY Jacques	CHARGE DE RECHERCHE CNRS --- ---
ELECTROTECHNIQUE	AURIOL Philippe NICOLAS Alain	PROFESSEUR ---
	BEROUAL Abderrahmane ROJAT Gérard	MAITRE DE CONFERENCES ---
MACHINES THERMIQUES	ARQUES Philippe BRUN Maurice CHAMPOUSSIN Jean-Claude	PROFESSEUR --- ---

<p>MATERIAUX MECANIQUE PHYSIQUE</p>	<p>GUIRALDENQ Pierre TREHEUX Daniel VANNES Bernard VINCENT Léo</p> <p>BLANC-BENON Jean BRUGIRARD Jean</p> <p>NGUYEN Du</p> <p>FAYEULLE Serge JUVE Denyse</p>	<p>- 2 -</p> <p>PROFESSEUR --- --- ---</p> <p>PROFESSEUR LYON I ---</p> <p>MAITRE DE CONFERENCES</p> <p>CHARGE DE RECHERCHE CNRS INGENIEUR D'ETUDES</p>
<p>MATHEMATIQUES INFORMATIQUE SYSTEMES</p>	<p>DAVID Bertrand MARION Martine MAITRE Jean-François MOUSSAOUI Mohand Arezki THOMAS Gérard</p> <p>MUSY François ROZINOER Jean</p>	<p>PROFESSEUR --- --- --- ---</p> <p>MAITRE DE CONFERENCES ---</p>
<p>MECANIQUE DES FLUIDES</p>	<p>MATHIEU Jean ALCARAZ Emilio JEANDEL Denis LEBOEUF Francis SCOTT Jean</p> <p>BATAILLE Jean GAY Bernard GENCE Jean-Noël LANCE Michel</p> <p>BEN HADID Hamda BUFFAT Marc HAMADICHE Mahmoud</p> <p>MOREL Robert</p> <p>CAMBON Claude</p> <p>BERTOGLIO Jean-Pierre ESCUDIE Dany FERRAND Pascal HENRY Daniel</p>	<p>PROFESSEUR EMERITE PROFESSEUR --- --- ---</p> <p>PROFESSEUR LYON I --- --- ---</p> <p>MAITRE DE CONFERENCES LYON I --- ---</p> <p>PROFESSEUR INSA</p> <p>DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS</p> <p>CHARGE DE RECHERCHE CNRS --- --- --- ---</p>

<p>MECANIQUE DES SOLIDES</p>	<p>CAMBOU Bernard JEZEQUEL Louis SIDOROFF François SURRY Claude</p>	<p>PROFESSEUR --- --- PROFESSEUR ENISE</p>
<p>PHYSICOCHIMIE DES INTERFACES</p>	<p>CLECHET Paul JOSEPH Jacques MARTELET Claude MARTIN Jean-René PORTE Louis ROBACH Yves STREMSDOERFER Guy JAFFREZIC Nicole SOUTEYRAND Elyane</p>	<p>PROFESSEUR --- --- --- --- MAITRE DE CONFERENCES --- DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS CHARGE DE RECHERCHE CNRS</p>
<p>PHOTACATALYSE</p>	<p>PICHAT Pierre HERRMANN Jean-Marie</p>	<p>DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS ---</p>
<p>TECHNOLOGIE DES SURFACES</p>	<p>GEORGES Jean-Marie SABOT Jean MARTIN Jean-Michel MATHIA Thomas KAPSA Philippe LOUBET Jean-Luc LE BOSSE Jean-Claude LOPEZ Jacques ROUSSEAU Jacques</p>	<p>PROFESSEUR --- --- DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS --- CHARGE DE RECHERCHE CNRS MAITRE DE CONFERENCES INSA MAITRE DE CONFERENCES UCB PROFESSEUR ENISE</p>

RÉSUMÉ

La prédiction du niveau sonore pour une onde acoustique se propageant dans les basses couches de l'atmosphère est un problème délicat à appréhender compte tenu de la complexité des phénomènes physiques mis en jeu. En effet, s'il convient de bien décrire l'interaction entre l'onde et le sol, il est aussi indispensable de prendre en compte simultanément les variations du milieu de propagation dues aux gradients moyens et aux fluctuations turbulentes de température et de vent.

La modélisation que nous avons choisie est fondée sur une approche statistique. Le milieu de propagation est représenté par un ensemble de réalisations d'un champ aléatoire d'indice superposé au champ moyen, et les ondes acoustiques sont propagées dans chacune de ces réalisations en utilisant une équation de propagation de type parabolique. Le champ turbulent est créé par superposition d'un nombre limité de modes de Fourier aléatoires, ce qui permet une description à partir des grandeurs physiques mesurées telles que les échelles de corrélations spatiales, les valeurs efficaces et les spectres des fluctuations. Pour la propagation des ondes acoustiques, on résout une équation parabolique grand angle par une méthode numérique mixte, Split-Step Padé, qui allie la rapidité de calcul des algorithmes Split-Step Fourier à la bonne prise en compte des conditions aux limites des méthodes aux différences finies.

Notre modèle a été appliqué aux deux grandes classes de problèmes pour lesquelles les expériences réalisées *in situ* ont montré qu'il est nécessaire de prendre en compte les effets de la turbulence. Nous avons ainsi étudié d'une part la modification des interférences lors de la propagation au voisinage d'un sol en l'absence de gradient moyen, et d'autre part la diffusion dans les zones d'ombre profondes observée en présence d'un gradient de célérité négatif. Après avoir considéré une fonction de corrélation gaussienne pour les fluctuations d'indice, nous avons envisagé une fonction de corrélation associée à un spectre de von Karman afin de prendre en compte les effets d'une zone inertielle de turbulence significative. Si aucune différence n'a été constatée pour la propagation à courte distance en l'absence de gradient de célérité, ce choix a permis d'améliorer notablement l'accord théorie-expérience pour la propagation dans les zones d'ombre.

En plus de l'analyse de l'évolution des niveaux acoustiques moyens, notre modèle fournit également des renseignements sur l'écart-type des niveaux ou même sur la densité de probabilité des fluctuations d'amplitude ou d'intensité. Dans le cas des zones d'ombre, nous avons pu ainsi mettre en évidence des comportements très variés avec des régimes de propagation allant de distributions quasi-normales pour les faibles distances, à des distributions associées à un signal très intermittent dans les zones d'ombre profondes

ABSTRACT

Sound level in the first hundred meters of the atmosphere is difficult to predict because propagation is significantly affected by ground reflections and refraction associated with the mean gradients and fluctuations of temperature and wind speed. A series of numerical experiments are conducted to calculate the sound pressure variations due to random temperature fluctuations. Meteorological conditions are used as input parameters to the model.

Our numerical model is based on a statistical approach. The medium is considered as the sum of the mean gradient and turbulent fluctuations of the refraction index. The turbulence is represented as a set of independent realizations (generated by the superposition of random Fourier modes) in which the sound is propagated by making use of a wide angle parabolic equation. Our discretization method is a mix of the classical Split-Step Fourier and Implicit Finite Difference methods. It is called Split-Step Padé and it incorporates the advantages of both methods (*i.e.* the speed of the Split-Step Fourier method and the possibility to model the ground impedance with the Implicit Finite Difference method).

Our calculations have been applied to two particular classes of atmospheric propagation problems for which outdoor measurements have shown that strong effects of the turbulence are present. Our results are mainly comparisons with those measurements. First, we studied the modifications caused by the turbulence on the interference spectra in the line of sight region near the ground. Second, we simulated the case of an upward refracting atmosphere and showed that in the presence of turbulence, an important diffusion of sound into the shadow zone exists. These calculations were done with a gaussian correlation function. Then, to take in account the inertial region of the turbulence spectrum, we employed a modified von Karman spectrum. For the line of sight nearfield propagation there is no differences in the prediction. Now, in the case of the propagation in a shadow zone, the results agree better with measurements. In addition to mean quantities, our model also yields informations concerning the acoustic field (*i.e.*, phase and amplitude fluctuations and amplitude distributions). We observed an interesting result for the case of the propagation in a shadow zone: a normal amplitude distribution is found when the distance to the source is small and a distribution associated to very intermittent signal is obtained in the deep shadow zone.

Remerciements

Cette étude a été menée au Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique de l'Ecole Centrale de Lyon, Unité de Recherche Associée au CNRS n° 269.

Je tiens à exprimer ma gratitude à Madame G. COMTE-BELLOT, Professeur et Responsable du Département Acoustique de l'Ecole Centrale de Lyon, pour m'avoir accueilli au sein de son équipe et m'avoir encouragé au cours de cette étude.

Je remercie Monsieur G. DAIGLE, Professeur à "Institute for Microstructural Sciences". Ces travaux sur le sujet, en particulier ses expériences, constituent des références pour cette étude. C'est un honneur qu'il me fait de juger ce travail et de participer au jury.

Je remercie très vivement Monsieur M. BRUNEAU, Professeur à l'Université du Maine, pour l'appréciation qu'il a bien voulu porter sur ce travail et sa participation au jury de cette thèse.

Je remercie également Monsieur V. E. OSTACHEV, Professeur à "Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences". C'est un honneur de pouvoir compter sur sa présence au sein de ce jury.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur D. JUVÉ, Professeur à l'Ecole Centrale de Lyon, pour ses précieux conseils et sa disponibilité à mon égard. Je le remercie de faire partie du jury de cette thèse.

Je remercie aussi Monsieur Ph. BLANC-BENON, Chargé de Recherche au CNRS, qui a assumé la direction de cette thèse et qui a su me faire profiter de ses compétences sur le sujet et de son expérience en matière de recherche.

Enfin, je remercie l'ensemble du personnel du département d'Acoustique pour l'accueil chaleureux qu'il m'a réservé.

Sommaire

Introduction	5
1 La propagation du son dans l'atmosphère: présentation et hypothèses	9
1.1 Influence de la température	9
1.2 Influence du vent	11
1.3 La turbulence atmosphérique	13
1.4 Influence du sol	15
1.5 Autres phénomènes	16
1.6 Hypothèses	17
2 Les campagnes de mesures en extérieur	19
2.1 Mesures de F.M. Wiener et D.N. Keast	19
2.2 Mesures de P.H. Parkin et W.E. Scholes	22
2.3 Mesures de G. Daigle <i>et al.</i>	25
2.4 Mesures de H.E. Bass <i>et al.</i>	27
3 Les modèles physiques	29
3.1 Méthode de superposition onde directe/onde réfléchie	30
3.2 La méthode des "turbules"	33
3.2.1 Principes de la méthode des turbules	34
3.2.2 Prise en compte du sol	35
3.2.3 Prise en compte d'un gradient de célérité	37
3.3 Un second modèle statistique	38
4 Présentation d'un nouveau modèle statistique	41
4.1 Génération de la turbulence par modes de Fourier aléatoires	42
4.1.1 Turbulence décrite par une fonction de corrélation gaussienne	44
4.1.2 Turbulence décrite par un spectre en puissance	47
4.2 Propagation du son dans l'approximation parabolique	50

4.2.1	Le développement standard	52
4.2.2	Développement de Thomson-Chapman	53
4.2.3	Développement de Claerbout	55
4.3	Les méthodes numériques	56
4.3.1	La méthode Split-Step Fourier	56
4.3.2	La méthode des différences finies implicites	60
4.3.3	Une méthode numérique mixte: Split-Step Padé	66
5	Résultats dans la région de ligne de vue	73
5.1	Propagation sur un sol rigide	75
5.1.1	La turbulence et les interférences	75
5.1.2	Cas d'une source placée au voisinage du sol	86
5.2	Propagation sur un sol à impédance	94
6	Résultats dans la zone d'ombre	103
6.1	Effet de la forme du gradient de célérité	105
6.2	Effet de l'intensité du gradient de célérité	112
6.3	Résultats concernant les fluctuations du champ de pression	121
7	Influence de la forme du spectre des fluctuations d'indice	129
7.1	Le spectre en puissance	129
7.2	Propagation sur un sol rigide	131
7.3	Propagation dans une zone d'ombre	131
	Conclusion	139
	Annexes	141
A	Les méthodes stochastiques	141
A.1	La méthode géométrique	141
A.2	La méthode des perturbations douces	144
A.3	La méthode de l'équation parabolique	146
A.3.1	Equation pour la moyenne	147
A.3.2	Equation pour le moment d'ordre 2	148
B	Variances du log-amplitude et de la phase du champ de pression pour une onde sphérique dans l'approximation de Rytov	151
B.1	Développements analytiques 3D	151
B.1.1	Fluctuations du champ de pression	151

B.1.2	Les fluctuations du log-amplitude	153
B.1.3	Corrélations transverses du log-amplitude et de la phase	154
B.1.4	Variance du log-amplitude et de la phase	155
B.2	Développements analytiques 2D	158
B.2.1	Fluctuations du champ de pression	158
B.2.2	Fluctuations du log-amplitude	160
B.2.3	Corrélations du log-amplitude et de la phase	160
B.2.4	Variance du log-amplitude et de la phase	161
C	Fonction de corrélation et spectre de puissance associé en 2D	163
C.1	Spectre bidimensionnel des fluctuations d'indice	163
C.2	Fonction de corrélation	165
	Bibliographie	167

Introduction

Ce travail s'inscrit dans une ligne générale de recherche essentiellement développée aux Etats-Unis, au Canada en Grande-Bretagne et en France, étudiant l'influence du milieu sur la propagation atmosphérique du son à proximité de sites bruyants. Le problème est délicat, dans la mesure où l'atmosphère est le lieu de phénomènes physiques nombreux, complexes, et changeants puisque liés aux conditions météorologiques. La littérature sur le sujet est très riche, tant du point de vue théorique qu'expérimental [Piercy *et al.*, 1977].

Depuis les années 1950, les mesures réalisées en milieu extérieur tentent de quantifier les effets des principaux phénomènes météorologiques sur le champ acoustique ainsi que ceux liés à la présence d'un sol. Les conditions météorologiques sont dépendantes des gradients moyens de température et de vitesse du vent et des fluctuations aléatoires de température et de vitesse autour de leur valeur moyenne. En ce qui concerne l'aspect théorique du problème, la prise en compte dans les calculs des gradients de température et de vitesse du vent de l'absorption atmosphérique et de la présence du sol est, en général, réalisée sans trop de difficultés.

Cependant, les confrontations avec les mesures réalisées en extérieur montrent que ceci est encore insuffisant dans certaines situations particulières et qu'il faut étendre les modèles à la prise en compte de la turbulence. A cette fin, le problème est, en général, ramené à une équation de Helmholtz à indice aléatoire dont la résolution peut être envisagée de deux façons différentes :

- La plus classique consiste à utiliser une méthode stochastique. On a un choix assez vaste en espace libre : la méthode des rayons, la méthode de Rytov limitée aux faibles fluctuations du champ de pression et la méthode de l'équation parabolique qui est plus générale (Annexe A). Ces trois méthodes, comme toutes les méthodes stochastiques, sont mal adaptées à la propagation près d'un sol en présence de gradients moyens de vitesse et de température.
- La seconde famille, dont fait partie notre modèle, fait appel à des méthodes

statistiques qui sont très récentes et en plein essor. Le principe consiste à modéliser le milieu de propagation par un ensemble de réalisations indépendantes du champ d'indice. Un calcul déterministe, pour chaque réalisation, permet d'obtenir une "photographie" du champ de pression. Les grandeurs moyennes ou les différents moments statistiques qui caractérisent le comportement du son dans l'atmosphère sont ensuite obtenus par des moyennes d'ensemble. Le principal avantage réside dans la possibilité de traiter des situations complexes. On peut effectivement prendre en compte la présence d'un sol à impédance, d'un gradient de célérité, et éventuellement d'un relief. L'inconvénient majeur de ces méthodes est lié aux temps de calculs qui sont souvent importants.

Le premier chapitre de ce travail décrit brièvement et qualitativement les principaux phénomènes météorologiques qui perturbent la propagation du son. Ce chapitre donne également quelques éléments qualitatifs sur l'interaction de l'onde avec le sol.

Le chapitre 2 présente cinq campagnes de mesures acoustiques dans l'atmosphère. Elles montrent la nécessité de prendre en compte la turbulence dans les modèles de calcul pour certaines situations particulières de propagation. Nous retrouverons ces mesures tout au long de notre étude et plus particulièrement lors de la validation de notre modèle.

Dans le chapitre 3, nous présentons trois méthodes de calcul permettant de tenir compte des fluctuations aléatoires du milieu. Le modèle stochastique développé par G. Daigle est une extension de la théorie de Rudnick à la propagation en milieu aléatoirement inhomogène [Daigle, 1979]. Le modèle des "turbules" est, lui, statistique; il repose sur une modélisation de la turbulence par des structures diffusantes [McBride *et al.*, 1991]. Le modèle de Gilbert pour lequel la propagation est assurée par la résolution d'une équation parabolique est également un modèle statistique [Gilbert *et al.*, 1990].

Le chapitre 4 est consacré à la description de notre modèle numérique. Il s'agit d'un modèle statistique qui est assez proche, dans son esprit, du modèle de Gilbert, mais qui en diffère par la façon de modéliser le champ turbulent.

Chaque réalisation du champ d'indice est créée par la superposition de modes de Fourier aléatoires associés au spectre des fluctuations de l'indice de réfraction [Kraichnan, 1970]. Cette technique a été validée pour les fluctuations de température [Hugon-Jeannin, 1992] et de vitesse [Blanc-Benon *et al.*, 1990]. En ce qui nous con-

cerne, nous nous restreindrons au cas scalaire (fluctuations de température).

La propagation du son dans chaque réalisation ainsi générée est réalisée par la discrétisation d'une équation parabolique à l'aide d'une technique numérique nommée Split Step Padé. Cette technique est récente dans le domaine de l'acoustique sous-marine [Collins, 1993]. Nous l'avons adaptée à la propagation atmosphérique puis validée par comparaison avec des techniques plus classiques telles que la méthode Split Step Fourier ou la méthode des différences finies.

Le chapitre 5 et le chapitre 6 sont consacrés à la validation de notre code pour une turbulence dont le spectre bidimensionnel des fluctuations d'indice correspond à une fonction de corrélation gaussienne. Nous avons, pour cela, recréé numériquement, le plus fidèlement possible, les conditions météorologiques et topographiques des diverses campagnes de mesures présentées dans le chapitre 2. La validation porte sur deux situations particulières de propagation :

- la propagation dans la région de ligne de vue (Chap. 5),
- la propagation dans une zone d'ombre créée par un gradient de célérité négatif (Chap. 6).

Les analyses que nous faisons dans ces deux chapitres sont accompagnées de résultats sur les fluctuations du champ de pression puisque notre modèle permet d'avoir accès aux variances de phase et d'amplitude, aux distributions de probabilité ou à toute autre grandeur statistique décrivant le caractère aléatoire du champ de pression.

Le chapitre 7 consiste en l'amélioration de notre modèle de turbulence par une description plus représentative de la turbulence atmosphérique. Le spectre bidimensionnel précédemment utilisé est alors remplacé par un spectre de von Karman possédant une zone inertielle. Les calculs présentés dans les chapitres 5 et 6 sont alors repris pour mettre en évidence le rôle des structures fines de la turbulence.

Chapitre 1

La propagation du son dans l'atmosphère : présentation et hypothèses

Notre étude porte sur la propagation du son dans l'atmosphère et plus particulièrement sur la propagation horizontale du son dans la partie basse de la troposphère (les quelques centaines de premiers mètres). Depuis les années 1950, d'importants efforts théoriques et expérimentaux ont été entrepris dans ce domaine [Piercy *et al.*, 1977]. D'un point de vue théorique, la forte analogie qui existe avec la propagation des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère [Tatarskii, 1971], [Uscinski, 1977], [Ishimaru, 1978]), [Rytov *et al.*, 1987] est à l'origine des principaux résultats analytiques utilisés aujourd'hui en acoustique. Les ordres de grandeur sont toutefois différents puisque les fluctuations d'indice du milieu ainsi que les longueurs d'onde des signaux considérés sont plus grandes en acoustique, si bien que des ajustements sont nécessaires. D'autre part, en propagation acoustique atmosphérique, la présence du sol est une complication supplémentaire. Les différentes campagnes de mesures en extérieur réalisées par le passé ont permis de mettre en évidence les effets du sol sur la propagation à basse altitude mais aussi l'influence des conditions météorologiques. Ce sont ces différents facteurs, qui influent fortement sur la propagation du son en milieu extérieur, que nous présentons dans ce chapitre.

1.1 Influence de la température

L'indice de réfraction n qui caractérise le milieu de propagation est fonction de la température $T(\vec{x})$ et s'écrit pour un milieu au repos :

$$n(\vec{x}) = \frac{c_0}{c(\vec{x})} \quad ; \quad \text{où} \quad c(\vec{x}) = \sqrt{\gamma r T(\vec{x})} \quad (1.1)$$

c_0 est la célérité de référence ($c_0 = 340$ m/s lorsque $T = 288^\circ$ K), \vec{x} est le vecteur

position, γ est le rapport des chaleurs spécifiques et r est la constante des gaz parfaits.

Or, la température n'est pas constante avec l'altitude dans la troposphère. De plus, son profil est variable suivant l'heure de la journée, la saison ou la topographie du paysage. Par exemple, par un bel après-midi d'été, la température sur le sol est plus élevée qu'en altitude. Le même soir, ce profil est en général inversé car le sol s'est refroidi (figure 1.1).

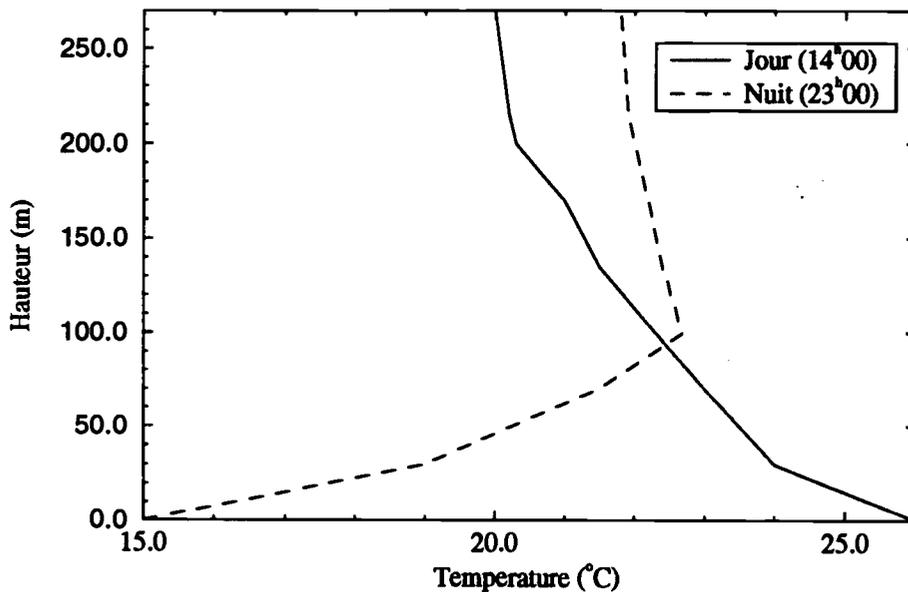


FIG. 1.1 - Profils de température typiques en été et à différentes heures de la journée [Piercy et al., 1977]

Si le ciel est couvert, les nuages se comportent comme un couvercle et le gradient a tendance à s'annuler. Cette variabilité du gradient de température a des conséquences très importantes en terme de réfraction. En effet, dans l'approximation géométrique, la loi de Descartes stipule qu'un rayon issu d'un milieu d'indice de réfraction n_1 est dévié en entrant dans un milieu d'indice de réfraction n_2 , selon la relation :

$$n_1 \cos \theta_1 = n_2 \cos \theta_2 \quad (1.2)$$

où θ_1 et θ_2 sont respectivement l'angle d'incidence et l'angle de réfraction par rapport à l'interface entre les deux milieux. En appliquant, cette loi à une atmosphère

stratifiée, les rayons acoustiques sont déviés dans la direction des plus faibles températures. Ainsi, dans le cas d'un gradient de température négatif, les rayons sont déviés vers le ciel (figure 1.2). Dans le cas de l'inversion du gradient thermique (profil positif), les rayons sont déviés vers le sol et leur interaction avec celui-ci est très forte (figure 1.3).

1.2 Influence du vent

Le profil des vitesses du vent dans la partie basse de la troposphère varie également au cours de la journée et des saisons. La modélisation de ses "caprices" ne suit, *a priori*, aucune formule analytique particulière. L'écoulement de "couche limite" près du sol est souvent modélisé par un profil de Prandtl qui a pour expression :

$$V_r = V_h \left(\frac{z}{h} \right)^a \quad (1.3)$$

où V_r est la composante de la vitesse dans la direction de propagation, V_h est la vitesse à h m au-dessus du sol, a est un coefficient représentatif de la rugosité du terrain et z est la hauteur considérée. Pour avoir une idée sur les ordres de grandeur de ces variables, le lecteur se reportera à la thèse de doctorat de Y. Delrieux qui choisit, par exemple, pour ses simulations numériques $V_{10} = 10$ m/s et $a=0,2$ [Delrieux, 1991].

Dans la limite géométrique, la vitesse de propagation est la somme géométrique de la vitesse $V_r(\vec{x})$ et de c_0 selon la normale au front d'onde. Il s'agit d'un phénomène de convection de l'onde par la vitesse locale du vent. En première approximation ($V_r \ll c_0$), on peut définir une célérité équivalente :

$$c(\vec{x}) = c_0 + V_r(\vec{x}) \cos \theta \quad (1.4)$$

θ est l'angle entre la direction du vent et la direction de propagation. En l'absence de gradient de température et lorsque le vent souffle dans la direction de propagation (profil de vitesse positif), l'énergie acoustique est canalisée vers le sol, comme dans le cas d'un gradient de température positif. Réciproquement, lorsque le vent souffle dans le sens contraire de la propagation, les rayons sont détournés vers le ciel et il se crée une zone d'ombre au niveau du sol.

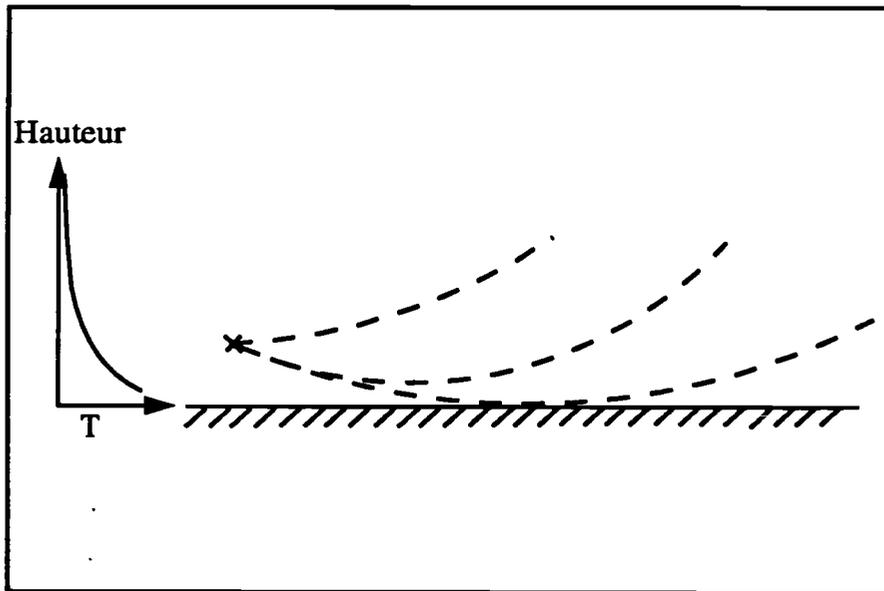


FIG. 1.2 - *Comportement des rayons acoustiques en présence d'un gradient de température négatif*

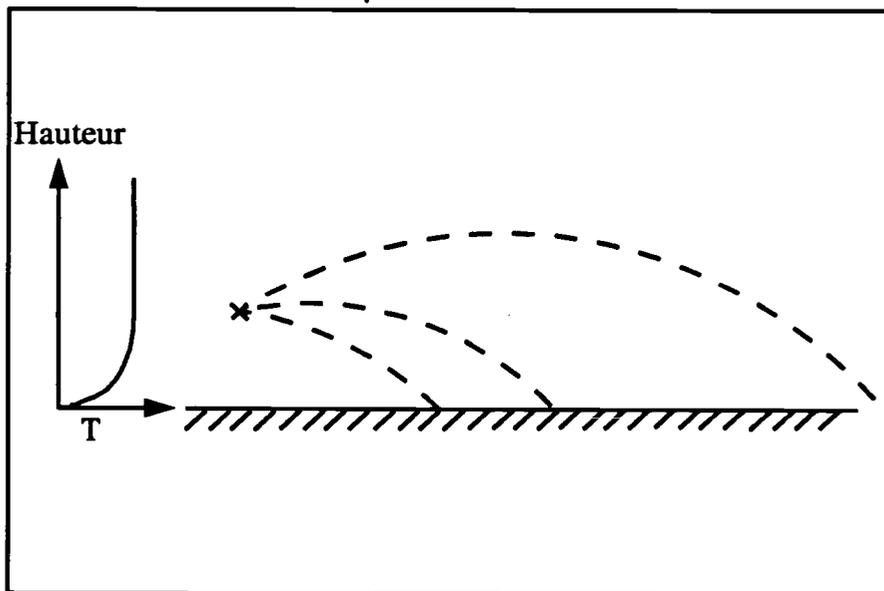


FIG. 1.3 - *Comportement des rayons acoustiques en présence d'un gradient de température positif*

1.3 La turbulence atmosphérique

L'atmosphère est aussi le siège de fluctuations aléatoires de température et de vitesse du vent qui perturbent le comportement d'une onde qui s'y propage. L'indice de réfraction n du milieu s'écrit comme la somme d'une partie moyenne $\langle n \rangle$ et d'une partie fluctuante μ . Lorsque les fluctuations de température sont prépondérantes, μ s'écrit en première approximation $\mu = -T'/2\langle T \rangle$ où $\langle T \rangle$ et T' sont respectivement la partie moyenne et la partie fluctuante de la température. Les fluctuations μ de l'indice de réfraction du milieu, générées par les instabilités thermiques et cinématiques, sont directement responsables des fluctuations de phase et d'amplitude du champ de pression. Le comportement statistique de ces grandeurs dépend par conséquent des caractéristiques de la turbulence de l'atmosphère.

La répartition de l'intensité de turbulence parmi les différentes tailles de structure est essentielle et est bien modélisée par le spectre tridimensionnel des fluctuations d'indice $\Phi_n(K)$ de von Karman (figure 1.4) qui est une extension mathématique du spectre de Kolmogorov [Tatarskii, 1971]:

$$\Phi_n(K) = 0,033 C_n^2 \left(K^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-11/6} \exp\left(-\frac{K^2}{K_m^2}\right) \quad (1.5)$$

où $K_m = 5,92/l_0$ et C_n^2 est la constante de structure des fluctuations de l'indice de réfraction. C_n^2 représente l'intensité de la turbulence et s'écrit :

$$C_n^2 = \frac{2 \times L_0^{-2/3} \Gamma(2/3)}{2^{2/3} \Gamma(4/3)} \langle \mu^2 \rangle \quad (1.6)$$

où $\langle \mu^2 \rangle$ est la variance de l'indice de réfraction et Γ est la fonction gamma. l_0 et L_0 sont deux échelles caractéristiques: l_0 est l'échelle interne de la turbulence et L_0 en est l'échelle externe. Nous distinguons sur le spectre Φ_n trois zones qui sont délimitées par les grandeurs $2\pi/l_0$ et $2\pi/L_0$:

- la zone des grosses structures ($K < 2\pi/L_0$) [1]: la turbulence est en général anisotrope et la quantité d'énergie portée par les structures turbulentes qui définissent cette zone dépend fortement de la façon dont elles ont été créées. Pour cette raison, la forme du spectre de von Karman dans cette zone n'est qu'une approximation commode.

- la zone inertielle ($2\pi/L_0 < K < 2\pi/l_0$) [2] : il s'agit d'une zone d'échange entre les grosses et les moyennes structures. Dans cette zone, le spectre tridimensionnel suit une loi en puissance $-11/3$. La turbulence dans la zone inertielle est homogène et isotrope.
- La zone de dissipation de l'énergie ($K > 2\pi/l_0$) [3] : c'est la zone des petites structures, elle contient très peu d'énergie turbulente.

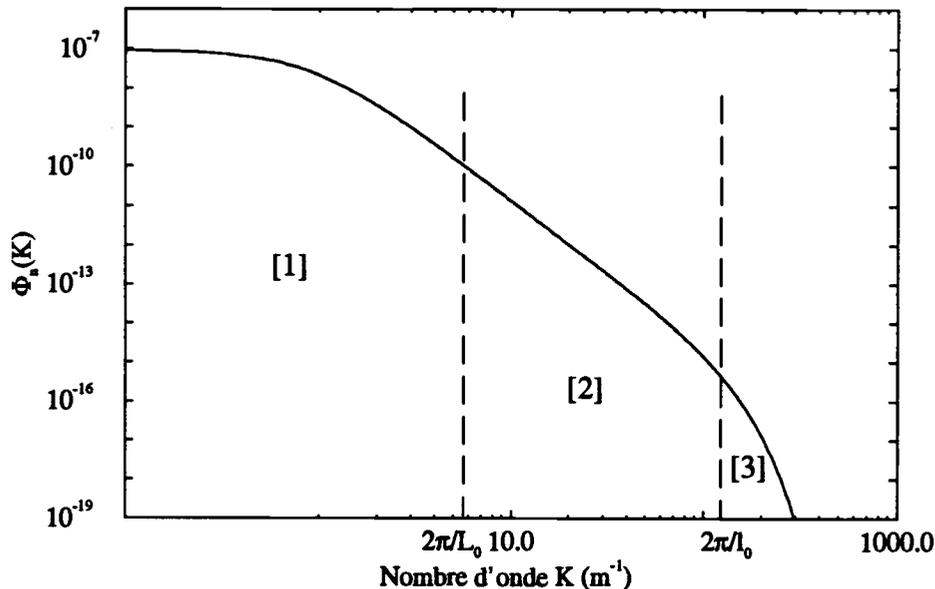


FIG. 1.4 - Spectre $\Phi_n(K)$ de von Karman ($l_0 = 0,05$ m, $L_0 = 1,1$ m, $\langle \mu^2 \rangle = 10^{-6}$)

Bien que le spectre de von Karman repose sur des considérations physiques, il est peu utilisé lors des calculs analytiques et numériques de propagation.

Il lui est en général préféré, pour des raisons de simplicité mathématique, notamment pour les calculs analytiques, un modèle gaussien défini par sa fonction de corrélation des fluctuations d'indice \mathcal{B}_n qui s'écrit :

$$\mathcal{B}_n(r) = \langle \mu(\vec{x})\mu(\vec{x} + \vec{r}) \rangle = \langle \mu^2 \rangle \exp\left(-\frac{r^2}{L^2}\right) \quad (1.7)$$

L est une distance représentative de la corrélation des fluctuations d'indice. Elle est appelée "distance de corrélation" ou "échelle de la turbulence" car elle donne une idée de la taille moyenne des structures de la turbulence. Le spectre tridimensionnel Φ_n est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation \mathcal{B}_n ; il a pour expression :

$$\Phi_n(K) = \langle \mu^2 \rangle \frac{L^3}{8\pi\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{K^2 L^2}{4}\right) \quad (1.8)$$

Ce spectre, représenté sur la figure 1.5, est gaussien. Il est beaucoup moins étendu selon K que le spectre de von Karman. Ceci est la conséquence d'une description de la turbulence limitée à une seule échelle caractéristique.

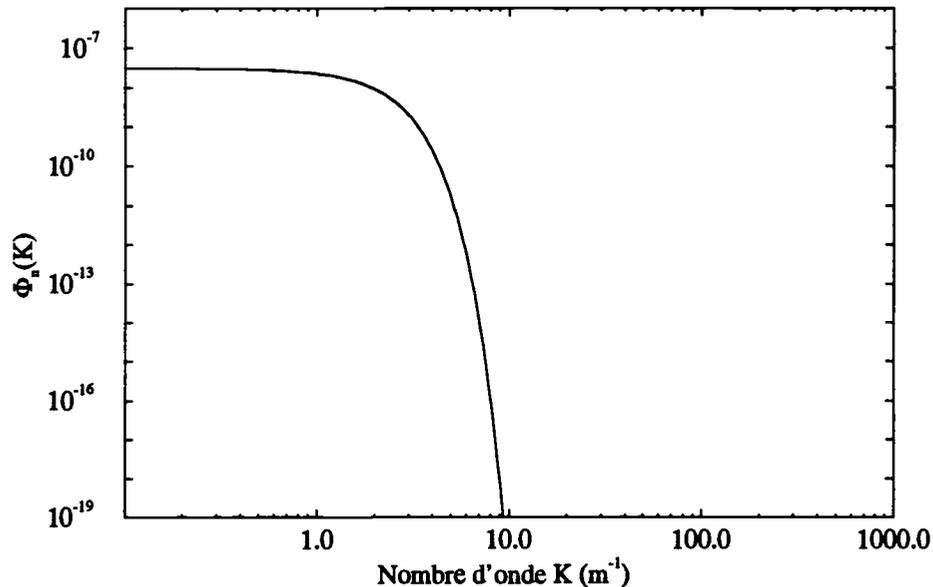


FIG. 1.5 - Spectre $\Phi_n(K)$ associé à une fonction de corrélation des fluctuations d'indice gaussienne ($L=1,1$ m, $\langle \mu^2 \rangle = 10^{-6}$)

1.4 Influence du sol

Pour la propagation des ondes acoustiques dans la partie basse de la troposphère, le sol joue un rôle fondamental. Il est responsable de deux phénomènes principaux :

- lorsqu'il est "très réfléchissant" (asphalt, béton), il est générateur de figures d'interférence qui se manifestent par des chutes de niveaux considérables. La localisation de ces interférences dépend de la fréquence d'émission de la source et de sa position au dessus du sol.
- à l'opposé, si son impédance Z_s est faible (sol neigeux, herbe haute, etc...), il est responsable de la formation d'une zone d'ombre (zone de faible intensité acoustique).

L'estimation de la valeur de Z_s dans des situations réalistes de propagation extérieure, est assez complexe: elle passe par la mesure d'un certain nombre de propriétés caractéristiques du sol. Il existe plusieurs modèles pour évaluer Z_s . Parmi ces modèles, nous retiendons les deux qui sont les plus référencés. Il s'agit :

- du modèle empirique de Delany-Bazley qui consiste à écrire l'impédance normalisée Z_n sous la forme [Delany & Bazley, 1970] :

$$Z_n = \frac{Z_s}{\rho c} = 1 + 0,05 \left(\frac{\rho f}{\sigma} \right)^{-0,75} + i 0,077 \left(\frac{\rho f}{\sigma} \right)^{-0,73} \quad (1.9)$$

c et ρ sont la célérité et la masse volumique de l'air, σ est la résistivité du sol et f est la fréquence de la source. Dans cette formule, les variables sont exprimées dans le système MKS. σ est en $\text{kg} \times \text{m}^{-3} \times \text{s}^{-1}$ ($\text{N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$) et Z_s en $\text{kg} \times \text{m}^{-2} \times \text{s}^{-1}$.

- du modèle d'Attenborough à 4 paramètres [Attenborough, 1983] qui est plus complet dans la mesure où il prend en compte la porosité du sol Ω , sa résistivité σ , la forme des pores s_f et leur tortuosité q . Une expression analytique souvent utilisée est :

$$Z_n = 0,218 \left(\frac{\sigma_e}{f} \right)^{1/2} + i \left[0,218 \left(\frac{\sigma_e}{f} \right)^{1/2} + 9,74 \left(\frac{\alpha_e}{f} \right) \right] \quad (1.10)$$

σ_e est la résistivité spécifique ($\sigma_e = \sigma s_f^2 / \Omega$), α_e est un facteur d'atténuation qui tient compte de la tortuosité. Ce modèle est obtenu à partir des propriétés microstructurales d'un milieu poreux appliquées aux sols naturels.

Bien entendu, le modèle d'Attenborough est plus précis, mais il nécessite une connaissance plus complète de la structure du sol. Les paramètres σ , Ω , s_f et q qui la définissent sont très difficiles à mesurer en pratique. C'est pourquoi bon nombre d'auteurs se réfèrent au modèle de Delany-Bazley qui donne de bons résultats sur une large plage de fréquences.

1.5 Autres phénomènes [Piercy *et al.*, 1977]

Il convient également d'évoquer brièvement le rôle de l'absorption atmosphérique. Le taux d'absorption de l'énergie acoustique par l'atmosphère est fonction de la

fréquence. Il dépend aussi de l'humidité du milieu, de la viscosité, de la conductivité thermique et des phénomènes de relaxation moléculaire. En pratique, il faut également tenir compte de la topographie du paysage (relief, immeubles, arbres, *etc.*) qui peut avoir une forte influence sur les profils de température et de vitesse du vent et donc sur la turbulence atmosphérique.

1.6 Hypothèses

Comme nous pouvons le constater, l'atmosphère est le lieu de nombreux phénomènes qui influent sur la propagation du son. La validation de notre modèle nécessite d'en écarter certains de moindre importance :

- Nous négligeons l'absorption atmosphérique. Sa prise en compte dans notre modèle n'apporterait que très peu en comparaison de sa complexité d'implémentation.
- Nous considérons le sol comme plat et dans un environnement peu perturbateur : pas de forêts, ni d'immeubles aux alentours.
- Nous traitons un problème de propagation bidimensionnel. Les échanges énergétiques de la turbulence se font donc dans un plan.
- La turbulence est homogène et isotrope sur l'ensemble de son spectre et le caractère aléatoire porte uniquement sur les fluctuations de température.

Avant d'aborder les considérations théoriques inhérentes aux développements analytiques ou numériques de la méthode de simulation que nous proposons, il est souhaitable d'introduire la terminologie et les ordres de grandeurs des variables utilisées pour décrire la propagation du son dans l'atmosphère. Pour cela, nous présentons un bref historique des expériences réalisées *in situ*. Nous examinons différentes situations de propagation pour lesquelles les effets de la turbulence sont clairement mis en évidence. Ces configurations types serviront de base de données pour valider notre code numérique.

Chapitre 2

Les campagnes de mesures en extérieur

Nous présentons dans cette partie, de façon chronologique, cinq campagnes de mesures qui datent de 1955 à aujourd'hui et qui tentent d'analyser le rôle du sol, des gradients de température et de vitesse du vent ou de la turbulence dans la propagation du son dans l'atmosphère. Il existe un grand nombre de mesures sur le sujet, mais notre choix s'est tourné vers celles qui mettaient à disposition une quantité suffisante d'informations sur les données météorologiques afin que nous puissions recomposer l'expérience numériquement. L'objectif de cette présentation est de mettre en évidence les effets de la turbulence sur la propagation du son dans différentes conditions météorologiques et pour différentes topographies du paysage.

2.1 Mesures de F.M. Wiener et D.N. Keast

Les mesures réalisées par F.M. Wiener et D. N. Keast dès 1955 aux Etats-Unis dans l'état du Maine comptent parmi les plus importantes sur le thème de la propagation acoustique en milieu extérieur [Wiener & Keast, 1959]. Elles sont consacrées à l'étude des limites d'audibilité d'un discours amplifié par haut-parleurs, en fonction de la distance de propagation et de la bande de fréquences d'émission.

Pour des conditions réalistes de propagation acoustique dans l'atmosphère, les présences combinées d'un gradient de température et d'un gradient de vitesse du vent peuvent être responsables de la formation d'une zone d'ombre acoustique près du sol. Wiener et Keast se sont intéressés, dans cette série de mesures à la propagation du son dans la zone d'ombre ainsi créée.

Le site choisi présente l'intérêt d'être plat sur plusieurs centaines de mètres si bien que les mesures du niveau acoustique peuvent être réalisées très loin dans la zone

d'ombre. La source est placée à 3,7 m au-dessus du sol et les différents récepteurs sont répartis horizontalement jusqu'à 1500 m et positionnés à une hauteur de 1,5 m au-dessus du sol. Wiener et Keast présentent dans leur article plusieurs séries de mesures pour différentes bandes de fréquences d'émission de la source. Nous nous limiterons dans cette partie aux résultats concernant la bande d'octave 300-600 Hz. Les auteurs s'intéressent à deux situations particulières de propagation :

- lorsque de la combinaison des gradients de vent et de température, résulte un gradient de célérité fortement négatif, l'énergie acoustique est déviée vers le ciel. Il se forme alors, très rapidement, une zone d'ombre près du sol. Le gradient de température étant négatif (les mesures ont été réalisées en pleine journée), cette situation apparaît lorsque le vent souffle dans la direction opposée à la direction de propagation.
- lorsque la résultante des gradients de vent et de température n'est que légèrement négative, la zone d'ombre n'apparaît qu'après plusieurs centaines de mètres. Il s'agit alors, dans le cas où le gradient de température est négatif, d'une situation de propagation avec vent portant.

Sur les figures 2.1 et 2.2, les mesures de Wiener et Keast, dans les cas de propagation avec vent contraire et de propagation avec vent portant, montrent très bien l'existence d'une zone d'ombre puisque les niveaux acoustiques relatifs (aux niveaux en espace libre) chutent respectivement d'environ 30 dB et 18 dB après quelques centaines de mètres. Sur ces mêmes figures, nous avons représenté le niveau calculé à l'aide de l'équation parabolique et dans les mêmes conditions météorologiques mais sans turbulence et pour la fréquence centrée de la bande d'octave 300-600 Hz, soit 424 Hz. La comparaison entre les mesures et la simulation met très bien en évidence l'inadaptation du calcul déterministe face à ce type de problème puisque le niveau calculé dans la zone d'ombre tend rapidement vers des valeurs extrêmement faibles.

Les mesures de Wiener et Keast ont, elles, une allure très proche d'une fonction "escalier". Sa forme dépend des gradients de température et de vitesse du vent ainsi que de son orientation par rapport à la direction de propagation et de la fréquence d'émission de la source. Nous avons représenté, sur la figure 2.3, l'allure schématique de cette fonction "escalier".

Nous discernons sur celle-ci trois zones qui définissent un comportement différent pour le champ acoustique :

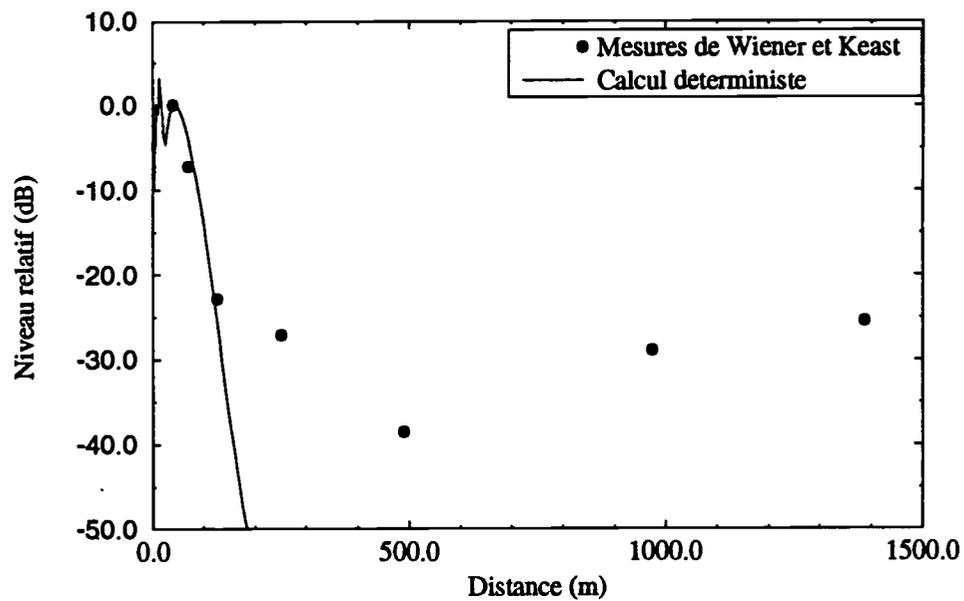


FIG. 2.1 - Propagation avec vent contraire: comparaison entre l'expérience de F.M. Wiener et D.N. Keast et une simulation déterministe

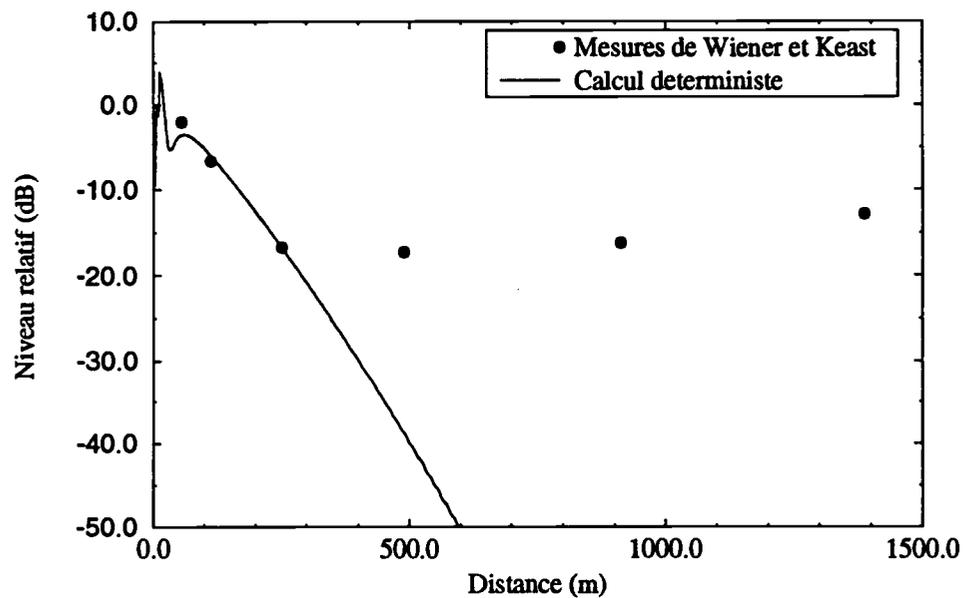


FIG. 2.2 - Propagation avec vent portant: comparaison entre l'expérience de F.M. Wiener et D.N. Keast et une simulation déterministe

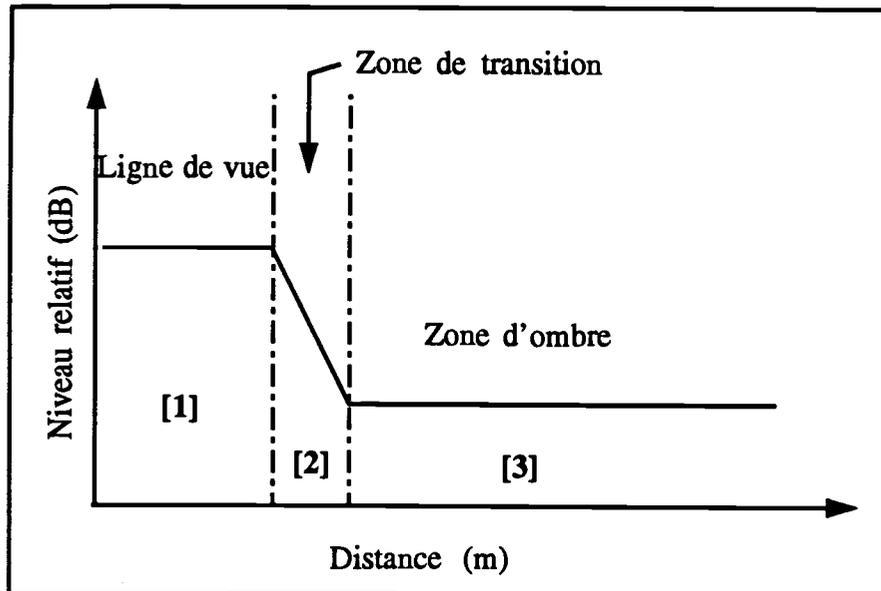


FIG. 2.3 - Allure de la fonction "escalier" pour les niveaux acoustiques dans une zone d'ombre

- La région [1] est la région de ligne de vue. Chaque point de cette région peut être atteint par au moins un rayon issu de la source. Dans cette région, les effets du gradient de célérité et de la turbulence sur les niveaux moyens sont imperceptibles.
- La région [2] où les rayons commencent à être déviés et à ne plus atteindre le récepteur est la région de transition. Il en résulte une forte diminution du niveau acoustique.
- La région [3] est la zone d'ombre, le récepteur étant masqué de la source par effet du gradient de célérité. Toutefois dans cette région, mesures et calculs déterministes sont en désaccord. Les mesures de Wiener et Keast font apparaître le même comportement que celui d'une onde sphérique en espace libre puisque le niveau relatif est constant avec la distance de propagation. Il s'agit là d'un effet de la turbulence qui diffuse de l'énergie dans la zone d'ombre.

2.2 Mesures de P.H. Parkin et W.E. Scholes

Les mesures de P.H. Parkin et W.E. Scholes (1960) en Grande-Bretagne succèdent à celles de Wiener et Keast. Elles sont réalisées dans le même esprit de mieux

comprendre l'influence des conditions météorologiques sur la propagation du son dans l'atmosphère à basse altitude. Leur objectif est d'étudier l'allure du spectre sonore d'un moteur d'avion, en fonction des paramètres météorologiques et de la nature du sol.

De façon à couvrir tous les types de conditions climatiques possibles, les campagnes de mesures se sont étendues sur une période d'un an. Les effets de la nature du sol ont été mis en évidence, d'une part en hiver en présence d'une couche de neige, et d'autre part en été au-dessus de prés. Le site de mesures a également été changé. Les deux sites choisis (Radlett et Hatfield) en Angleterre sont tout à fait semblables du point de vue du voisinage et du sol (herbe seule de 5 à 15 cm à Radlett, de 5 cm maximum à Hatfield).

Sur ces deux sites, la source est positionnée à 1,8 m au-dessus du sol, les microphones récepteurs sont répartis selon une loi logarithmique à partir de la source jusqu'à une distance de 1100 m. Chacun d'entre eux se trouve à 1,5 m au-dessus du sol et enregistre le champ de pression entre 40 Hz et 4 kHz. Parallèlement aux mesures acoustiques, la vitesse du vent et sa direction sont relevées en un point à 10 m au-dessus du sol (ce qui n'est pas forcément représentatif de la vitesse du vent sur tout l'axe de propagation) ainsi que la valeur du gradient de température. Une étude très complète, en fonction du gradient de température, de la vitesse du vent, de sa direction et de la nature du sol est présentée dans plusieurs articles [Parkin & Scholes, 1964] et [Parkin & Scholes, 1965].

De cette étude, nous retiendrons simplement la forme globale du spectre des niveaux acoustiques dans toutes les séries de mesures obtenues. Elle est présentée sur la figure 2.4 et montre que sur une certaine bande de fréquences $[f_1, f_2]$, qui dépend des paramètres météorologiques et de la nature du sol, le niveau acoustique est atténué par rapport au niveau en espace libre qui suit une loi en $1/r^2$. Ce "creux" dans le spectre est représentatif d'une déformation complexe des fronts d'onde dans la région du sol. La figure 2.5, tirée des mesures de Parkin et Scholes, illustre ce point puisque l'on observe une atténuation d'environ 20 dB lorsque $f = 500$ Hz. Par comparaison, nous présentons un calcul déterministe réalisé à l'aide de l'équation parabolique. Le résultat obtenu est assez éloigné des mesures dans la zone des minima. Ceci donne à penser que la turbulence atmosphérique est un paramètre à prendre forcément en compte pour la propagation près d'un sol, tout comme l'impédance de ce dernier.

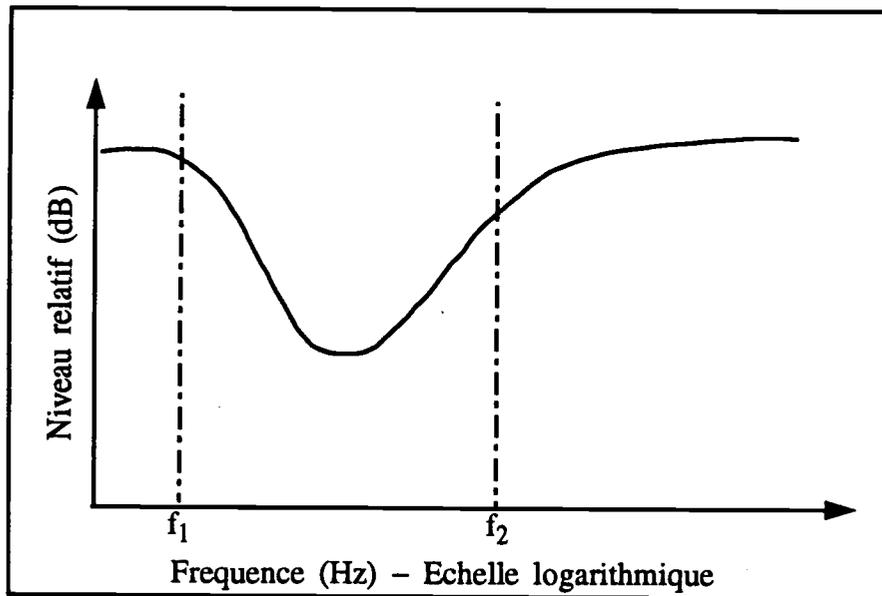


FIG. 2.4 - *Forme typique du spectre des niveaux au-dessus d'un sol à impédance*

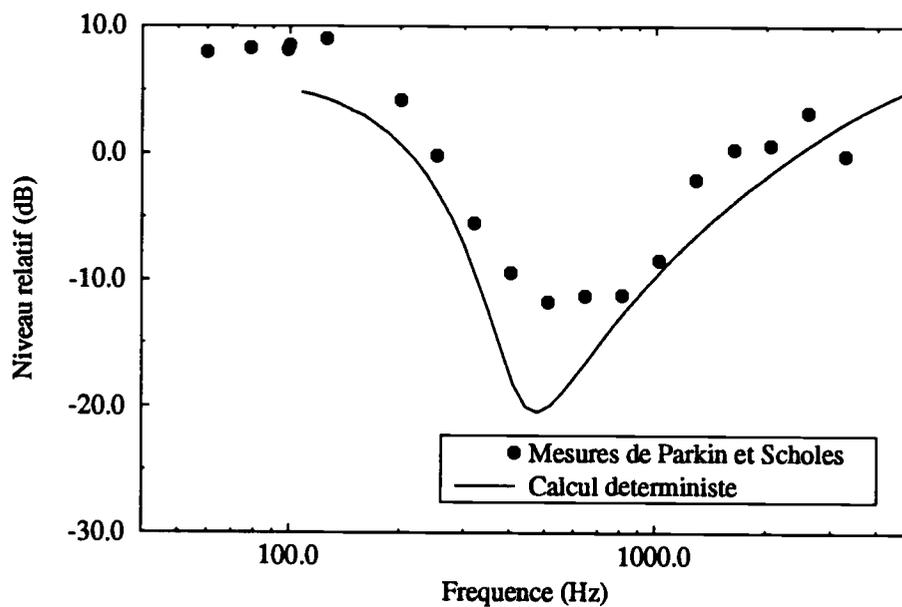


FIG. 2.5 - *Propagation au-dessus d'un sol à impédance: comparaison entre l'expérience de P.H. Parkin et W.E. Scholes et une simulation déterministe*

2.3 Mesures de G. Daigle *et al.*

Depuis les années 1970, les campagnes de mesures se succèdent au Canada et aux Etats-Unis. Depuis Wiener & Keast et Parkin & Scholes, les techniques de mesures ont beaucoup évolué et permettent de prendre en compte le caractère fluctuant du milieu et du champ acoustique. C'est ainsi que la quasi-totalité des mesures réalisées aujourd'hui en extérieur s'intéressent aux effets de la turbulence sur la propagation du son dans l'atmosphère. Sur ce point, G. Daigle et ses collaborateurs, au Canada, ont largement contribué à la compréhension des phénomènes d'interaction entre l'onde et les inhomogénéités de la turbulence par plusieurs séries de mesures s'échelonnant entre 1976 et 1993.

Toutes ces mesures ont été réalisées sur l'aéroport de Rockcliffe à Ottawa, sur une piste d'atterrissage dont le sol peut être considéré comme parfaitement rigide. Lors de chacune des campagnes de mesures, le maximum d'informations sur les conditions météorologiques est recueilli simultanément aux mesures acoustiques. Chaque fois que cela est possible, les gradients de température et de vitesse du vent (ainsi que sa direction) sont enregistrés. En ce qui concerne les fluctuations de la turbulence, plusieurs caractéristiques sont mesurées :

- les écarts types de température ($\sigma_T = \langle (T - \langle T \rangle)^2 \rangle^{1/2}$) et de vitesse du vent ($\sigma_V = \langle (V - \langle V \rangle)^2 \rangle^{1/2}$) qui fournissent la variance de l'indice de réfraction via l'expression suivante :

$$\langle \mu^2 \rangle = \left(\frac{\sigma_V \cos \theta}{c_0} \right)^2 + \frac{\sigma_V \sigma_T \cos \theta}{c_0 T_0} + \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_T}{T_0} \right)^2 \quad (2.1)$$

T_0 et c_0 sont la température et la célérité de référence. θ marque l'orientation du vent par rapport à la direction de propagation.

- les échelles de corrélation de température L_T et de vitesse du vent L_V qui permettent d'approcher la forme de la fonction de corrélation des fluctuations d'indice. Admettant des lois gaussiennes et négligeant les corrélations température-vitesse du vent, on a :

$$\langle \mu_1 \mu_2(r) \rangle = \left(\frac{\sigma_V \cos \theta}{c_0} \right)^2 \exp \left(-\frac{r^2}{L_V^2} \right) + \left(\frac{\sigma_T}{2T_0} \right)^2 \exp \left(-\frac{r^2}{L_T^2} \right) \quad (2.2)$$

Dans la campagne de mesures menée en 1976, l'objectif est de mettre en évidence les effets de la turbulence sur les figures d'interférence présentes lors de la propagation au-dessus d'un sol rigide [Daigle *et al.*, 1978]. Pour cela, plusieurs mesures du spectre des niveaux acoustiques ont été réalisées avec une source placée à 1,2 m au-dessus du sol ; les spectres enregistrés à 15 m de la source et pour deux hauteurs de réception (0,6 m et 1,2 m) ont tous un point commun : les niveaux dans les "creux" d'interférence sont très supérieurs aux niveaux calculés sans turbulence (figure 2.6). Daigle met ainsi fort bien en évidence la décorrélation opérée par la turbulence entre l'onde incidente issue de la source et l'onde réfléchiée par le sol.

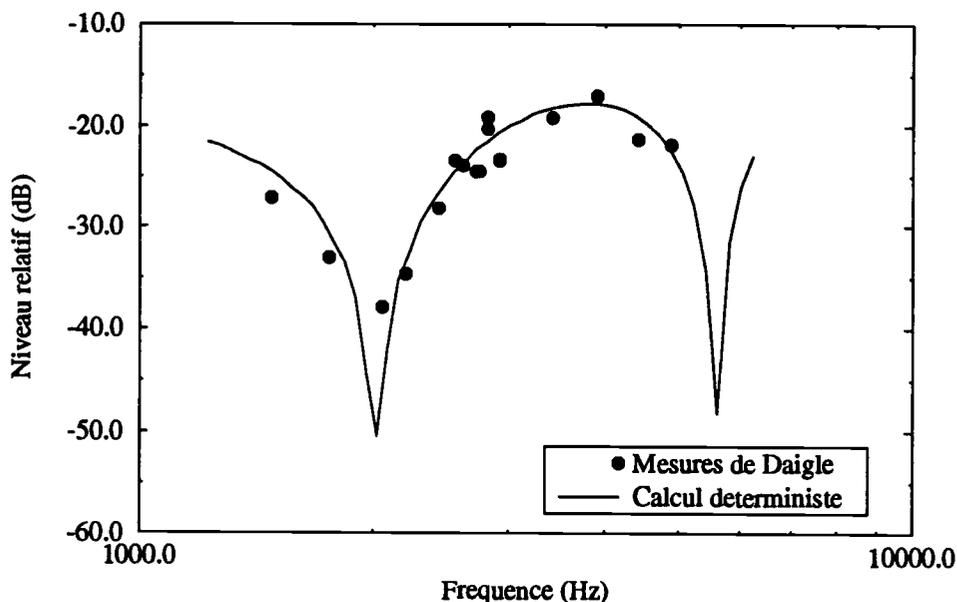


FIG. 2.6 - *Spectre des niveaux acoustiques : comparaison entre les mesures de G. Daigle et une simulation déterministe (équation parabolique)*

En ce qui concerne les mesures réalisées durant l'été 1981 [Daigle *et al.*, 1983] [Daigle *et al.*, 1986], l'accent est mis sur les effets de la turbulence en présence d'un gradient de célérité, générateur d'une zone d'ombre près du sol. Les résultats de Daigle donnent des informations sur le comportement du champ acoustique mais aussi sur ses fluctuations dans la région de ligne de vue et dans la zone d'ombre.

Dans la région de ligne de vue, une source, positionnée sur le sol, émet dans la

gamme de fréquence de 250-4000 Hz. Des microphones sont disposés selon une loi logarithmique de 2 m à 300 m de la source et ils enregistrent la phase et l'amplitude du signal en fonction du temps. L'analyse des enregistrements permet d'obtenir, en fonction de la fréquence ou de la distance de propagation, la variance de la phase et du logarithme de l'amplitude du champ. D'autres séries de mesures permettent d'avoir accès aux fonctions de cohérence transversale et longitudinale du champ acoustique.

Dans la zone d'ombre créée par un gradient de célérité négatif, les résultats de Daigle sont cohérents avec ceux de Wiener et Keast, puisque le niveau acoustique mesuré pour différentes fréquences (250 Hz, 500 Hz, 1000 Hz) est très supérieur à celui donné par les théories déterministes. En ce qui concerne les fluctuations du champ, Daigle met très clairement en évidence, au travers de l'évolution des échelles de corrélation transversale et longitudinale en fonction de la distance de propagation et de la fréquence, le fait que le champ est fortement décorrélé dans la zone d'ombre.

2.4 Mesures de H.E. Bass *et al.*

Parallèlement aux campagnes de Daigle, H.E. Bass *et al.* ont également projeté en 1984 de quantifier les fluctuations du champ acoustique lors de la propagation dans l'atmosphère [Bass *et al.*, 1991]. Les mesures sont réalisées dans l'Illinois sur un site agricole très plat et dont le sol est composé d'herbe. Dans la série de mesures qui nous intéresse, la source se trouve à 1 m au-dessus du sol et le récepteur est déplacé de 91,4 m à 745 m de la source à une hauteur de 1 m au-dessus du sol. La gamme de fréquences d'émission s'étend de 62,5 Hz à 8 kHz. Les mesures météorologiques sont menées simultanément aux mesures acoustiques. L'intérêt des résultats de Bass réside surtout dans l'originalité de la présentation des fluctuations du champ acoustique. Ce dernier peut être associé à un point de coordonnées polaires A, S , où A est l'amplitude et S la phase du champ. Le nuage de points obtenu après un certain temps d'enregistrement donne alors des informations sur les fluctuations de phase et d'amplitude. Nous reprendrons cette technique de visualisation au cours de notre étude pour présenter certains de nos résultats numériques.

Parallèlement à toutes ces mesures, un certain nombre de modèles physiques ont été développés pour expliquer les divers comportements observés. Les contributions les plus significatives sont dues à G. Daigle et K.E. Gilbert et le prochain chapitre est consacré à la présentation de leurs modèles.

Chapitre 3

Les modèles physiques

Il existe plusieurs techniques analytiques ou numériques pour aborder le problème de la propagation du son en milieu aléatoire.

Les méthodes stochastiques ont pour objectif de résoudre directement des équations portant sur les grandeurs statistiques recherchées. Nous présentons dans l'annexe A plusieurs de ces méthodes dont la méthode de Rytov, valable pour les faibles fluctuations du champ de pression et la méthode de l'équation parabolique applicable aux fortes fluctuations. Ces méthodes sont essentiellement limitées à la propagation en espace libre. La prise en compte d'un sol à impédance et d'un gradient de célérité est très délicate, voire, la plupart du temps, impossible. De plus, les méthodes stochastiques reposent sur un certain nombre d'hypothèses, *a priori* (δ -corrélation dans la direction principale de propagation, par exemple).

Les méthodes statistiques consistent, elles, à appliquer les opérateurs statistiques tels que moyenne, corrélation, *etc.*, au champ de pression, à son amplitude ou à sa phase calculés au préalable pour un ensemble de réalisations. C'est une approche qui est voisine de la démarche expérimentale, le nombre de réalisations jouant le rôle du temps d'intégration.

Nous présentons dans ce chapitre, trois modèles de propagation capables de prendre en compte la réflexion sur un sol à impédance. Le premier est un modèle stochastique qui consiste à écrire le champ de pression comme la superposition d'une onde directe et d'une onde réfléchie sur le sol. Il est limité à la propagation en milieu à indice moyen constant. Les deux modèles qui suivent sont des modèles statistiques qui s'affranchissent de cette difficulté mais qui possèdent leurs propres limitations.

3.1 Méthode de superposition onde directe/onde réfléchie

Ce modèle est inspiré des développements de Rudnick pour le calcul du champ de pression sans turbulence, en présence d'un sol à impédance finie [Rudnick, 1947]. La configuration étudiée est représentée sur la figure 3.1. S est la source, R le récepteur, r_d représente le trajet direct, r_r le trajet réfléchi, l_m est la séparation transversale maximum entre l'onde directe et l'onde réfléchie.

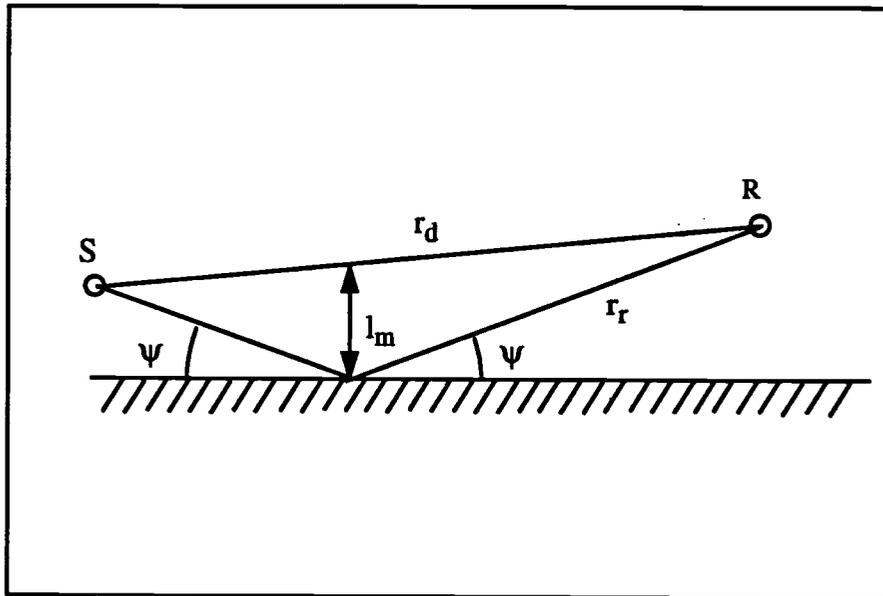


FIG. 3.1 - *Superposition onde directe/onde réfléchie sur le sol*

Le champ de pression en R s'écrit comme la superposition d'une onde sphérique issue de S se propageant en espace libre et d'une onde sphérique issue de l'image de S par rapport au sol se propageant également en espace libre mais corrigée d'un facteur Q qui traduit l'interaction de l'onde avec le sol à impédance. La pression en un point \vec{x} du milieu de propagation est donc

$$p(\vec{x}) = \frac{A_d}{r_d} \exp(ik_d r_d) + Q \frac{A_r}{r_r} \exp(ik_r r_r) \quad (3.1)$$

A_d et A_r sont les amplitudes des ondes directe et réfléchie, k_d et k_r sont les vecteurs d'onde associés. En l'absence de turbulence, les quantités A_d et A_r sont égales ainsi que k_d et k_r . Le facteur Q s'écrit $Q = R_p + (1 - R_p)F$ où F est une fonction complexe qui traduit l'interaction des fronts d'onde avec le sol :

$$F(w) = 1 + 2iw^{1/2} \exp(-w) \int_{-iw^{1/2}}^{\infty} \exp(-u^2) du \quad (3.2)$$

L'argument w de F est complexe; il est appelé "distance numérique" et s'exprime par :

$$w = \frac{2ikr_r}{(1 - R_p)^2 \cos^2 \Psi} \left(\frac{Z}{Z_s} \right)^2 \left(1 - \frac{k^2}{k_s^2} \cos^2 \Psi \right) \quad (3.3)$$

$Z = \rho c$ et Z_s sont l'impédance du milieu de propagation et l'impédance du sol, k et k_s sont les vecteurs d'onde associés à la propagation dans l'air et dans le sol, R_p est le coefficient de réflexion d'une onde plane sur un sol à impédance, c'est-à-dire :

$$R_p = \frac{\sin \Psi - Z/Z_s (1 - k^2/k_s^2 \cos^2 \Psi)^{1/2}}{\sin \Psi + Z/Z_s (1 - k^2/k_s^2 \cos^2 \Psi)^{1/2}} \quad (3.4)$$

et Ψ est l'angle d'incidence mesuré par rapport au sol.

Lorsque le milieu de propagation est turbulent, le champ acoustique est une grandeur statistique aléatoire dont la moyenne du carré s'écrit [Daigle, 1979] :

$$\langle p^2 \rangle = \frac{2}{r_d r_r} \left[\frac{\langle \sigma_A^2 \rangle}{2} \left(\frac{r_r}{r_d} + |Q|^2 \frac{r_d}{r_r} \right) + \frac{r_r}{2r_d} \left(1 - |Q| \frac{r_d}{r_r} \right)^2 + \right. \\ \left. |Q| + |Q|(1 + \langle \sigma_A^2 \rangle \rho_A) \cos(\phi + \gamma) \exp(-\sigma_S^2 (1 - \rho_S)) \right] \quad (3.5)$$

où $Q = |Q| \exp(i\gamma)$, $\phi = k(r_r - r_d)$; l'amplitude du champ s'écrit $A = 1 + a$ où a est la fluctuation d'amplitude, sa phase s'écrit $S = S_0 + S_1$, où S_0 est la phase sans turbulence et S_1 est la fluctuation de phase. σ_A^2 et σ_S^2 sont les variances de l'amplitude et de la phase du champ, ρ_A et ρ_S sont les covariances d'amplitude et de phase entre l'onde directe et l'onde réfléchie.

Un certain nombre d'hypothèses probabilistes sont nécessaires pour parvenir à ce résultat :

- Les variances de l'amplitude de l'onde directe et de l'onde réfléchie sont égales et valent σ_A^2 . Ceci est raisonnable tant que le rapport $r_d/r_r \simeq 1$.

- Les fluctuations de phase et d'amplitude sont distribuées selon une loi normale. Ceci est vrai pour une turbulence de faible intensité du point de vue de ses effets sur le champ acoustique.
- Toutes les covariances sont négligées exceptées ρ_A et ρ_S .
- Q est une grandeur déterministe: le coefficient de réflexion R_p et la "distance numérique" w sont non fluctuants.

Le calcul de σ_A et σ_S est réalisé dans l'approximation des fluctuations faibles de Rytov. Pour une turbulence homogène, isotrope et de corrélation des fluctuations d'indice gaussienne, on dispose d'une expression analytique de la variance de la phase S ainsi que d'une expression de la variance du log-amplitude χ ($\chi = \ln(A/A_0)$, A_0 est la valeur de l'amplitude du champ en l'absence de turbulence). Les principaux développements pour l'établissement de ces formules sont présentés dans l'annexe B:

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle S_1^2 \rangle = \frac{1}{2}(I_1 + I_2) \\ \langle \chi^2 \rangle = \frac{1}{2}(I_1 - I_2) \\ I_1 = \sqrt{\pi} \langle \mu^2 \rangle k^2 r_d L \\ I_2 = \sqrt{\pi} \langle \mu^2 \rangle k^2 r_d L \frac{1}{\Delta^2 (\Omega + 1) \sqrt{8\Omega}} \left(\frac{\Delta\Omega}{2} \ln \frac{1 + \Delta(2\Omega)^{1/2}}{1 - \Delta(2\Omega)^{1/2}} + \right. \\ \left. \text{Arctg} \frac{\Delta\Omega}{1 - \Delta(2\Omega)^{1/2}} - \text{Arctg} \frac{\Delta\Omega}{1 + \Delta(2\Omega)^{1/2}} \right) \end{array} \right. \quad (3.6)$$

$\Omega = (1 + 1/\Delta^2)^{1/2} - 1$ et $\Delta = r_d/kL^2$ et L est l'échelle caractéristique de la turbulence. La variance σ_A^2 s'obtient finalement à l'aide de l'approximation suivante:

$$\sigma_A^2 \simeq \frac{\langle \chi^2 \rangle}{1 + \frac{11}{4} \times \langle \chi^2 \rangle} \quad \text{si } \langle \chi^2 \rangle \leq 1 \quad (3.7)$$

En ce qui concerne le calcul de ρ_A et ρ_S , la démarche est beaucoup plus empirique et doit être adaptée à la configuration du problème. C'est l'un des points faibles de

la méthode. Dans le cas où la source et le récepteur sont très éloignés, les covariances de phase et d'amplitude en espace libre entre deux points séparés latéralement d'une distance l s'écrivent [Karavainikov, 1957] :

$$\rho_A = \rho_S = \frac{L}{l} \int_0^{l/L} \exp(-u^2) du \quad (3.8)$$

Il reste dans la situation présente à trouver la valeur de l qui puisse décrire le mieux la corrélation entre l'onde incidente et l'onde réfléchi compte-tenu de la présence du sol à impédance. Pour un sol rigide, par exemple, la comparaison entre les mesures et le modèle montre que la valeur de l la plus représentative est celle qui correspond à $l_m/2$, l_m étant le maximum transversal entre le trajet direct et le trajet réfléchi (figure 3.1).

Les résultats fournis par ce modèle sont assez bons, malgré le nombre important d'approximations et d'hypothèses formulées. Il peut donc s'avérer utile pour une première modélisation rapide. Il présente également l'intérêt de prendre en compte les effets 3D de la turbulence.

Ce modèle montre, par contre, à quel point il est complexe de développer une méthode stochastique lorsque la source est placée près d'un sol. C'est pourquoi, étant donné notre cadre d'étude, il semble aujourd'hui nécessaire de s'orienter vers des méthodes statistiques comme la méthode des "turbules" ou la méthode de K.E. Gilbert que nous présentons ci-dessous.

3.2 La méthode des "turbules"

Il s'agit d'une méthode de résolution statistique qui consiste à représenter la turbulence comme un ensemble de réalisations indépendantes de l'indice de réfraction. Cette modélisation de la turbulence est tout à fait envisageable dans notre situation puisque l'hypothèse de turbulence gelée de Taylor est applicable. En effet, le temps caractéristique d'évolution de la turbulence est très grand devant celui correspondant à la propagation de l'onde acoustique sur les distances considérées. La méthode des turbules doit son origine à D. A. de Wolf pour des applications liées à la propagation des ondes-radio [de Wolf, 1983]. Elle est aujourd'hui développée par W. E. McBride *et al.* pour des problèmes de propagation du son dans l'atmosphère [McBride *et al.*, 1992].

3.2.1 Principes de la méthode des turbules

Pour chaque réalisation du champ d'indice, un nombre N de "turbules" est disposé dans un volume de propagation fini V . Les turbules sont des diffuseurs dont la forme est obtenue à partir du spectre des fluctuations d'indice. Pour le cas d'une turbulence dont la fonction de corrélation des fluctuations d'indice est gaussienne, chaque turbule $n^o i$ est caractérisé par le profil :

$$\mu(r, s) = q_i \exp\left(-\frac{r^2}{s^2}\right) \quad (3.9)$$

En pratique, q_i dépend de l'intensité de la turbulence et s , l'étendue du turbule, est une constante liée seulement à l'échelle de corrélation L . s et q_i ont respectivement pour expression :

$$\begin{cases} s = L/\sqrt{2} \\ q_i = \pm \left[\frac{8}{\pi\sqrt{\pi}} \frac{V \langle \mu^2 \rangle}{N L^3} \right]^{1/2} \end{cases} \quad (3.10)$$

Chaque réalisation est donc créée en plaçant dans le volume V , de façon aléatoire, N turbules de forme identique et gaussienne (3.9). Le signe de q_i est tiré de façon aléatoire apportant des fluctuations positives comme négatives.

Pour chaque réalisation, le champ de pression p en un point \vec{x} du milieu est obtenu en sommant la contribution de chaque turbule qui est calculée dans l'approximation de Rytov :

$$p(\vec{x}) = p_0(\vec{x}) \exp \left[\frac{1}{p_0(\vec{x})} \sum_{i=1}^N \psi_i \right] \quad (3.11)$$

où p_0 est la pression pour un milieu non turbulent. Chaque turbule apporte la contribution Ψ_i qui a pour expression :

$$\begin{cases} \psi_i = \frac{\sqrt{\pi}}{2} q_i k^2 s^3 \frac{\exp[ik(r_{sti} + r_{tri})]}{r_{sti} r_{tri}} \left(\frac{1}{1 - ia} \right) \exp(-Ck^2 s^2/4) \\ C = (1 - \cos \theta_0)^2 + \sin^2 \theta_0 [1/1 - ia] \\ a = \frac{ks^2}{2} \left(\frac{1}{r_{sti}} + \frac{1}{r_{tri}} \right) \end{cases} \quad (3.12)$$

r_{sti} est la distance source-turbule i , r_{tri} la distance turbule i -récepteur, θ_0 est l'angle entre l'onde incidente et l'onde diffusée comme cela est représenté sur la figure 3.2.

Après N réalisations (en l'occurrence $N \simeq 500$), l'accès aux niveaux acoustiques ou aux fluctuations du champ de pression est possible.

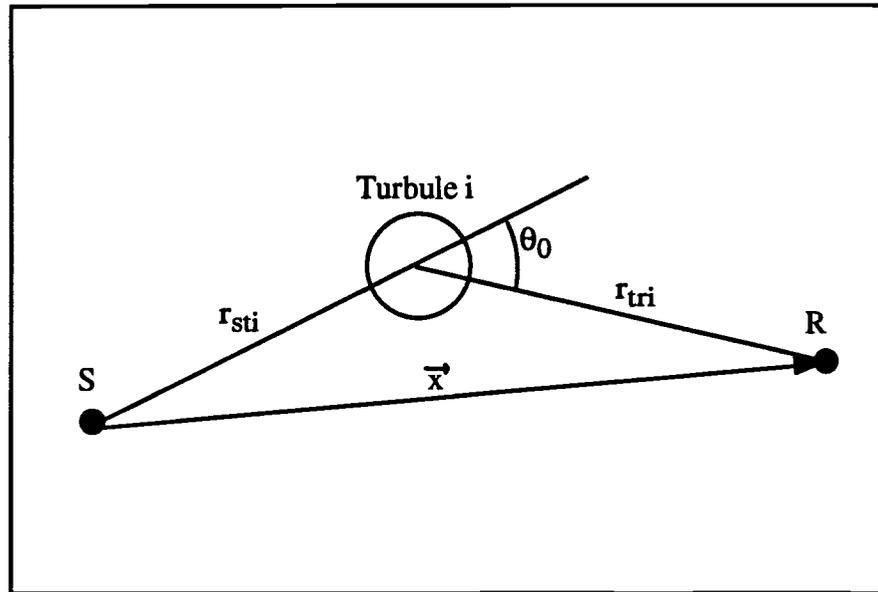


FIG. 3.2 - Diffusion du son par un turbule

3.2.2 Prise en compte du sol

L'utilisation de la méthode de Rytov pour le calcul de la propagation, ne facilite pas la prise en compte du sol dans le modèle. En effet, en plus des chemins "source-turbule-récepteur" représentés sur la figure 3.2, il faut tenir compte de trois trajets supplémentaires possibles (dans une hypothèse de diffusion simple). Les quatre trajets sont représentés sur la figure 3.3; ils sont respectivement les trajets :

- source-turbule-récepteur [1]
- source-sol-turbule-récepteur [2]
- source-turbule-sol-récepteur [3]
- source-sol-turbule-sol-récepteur [4]

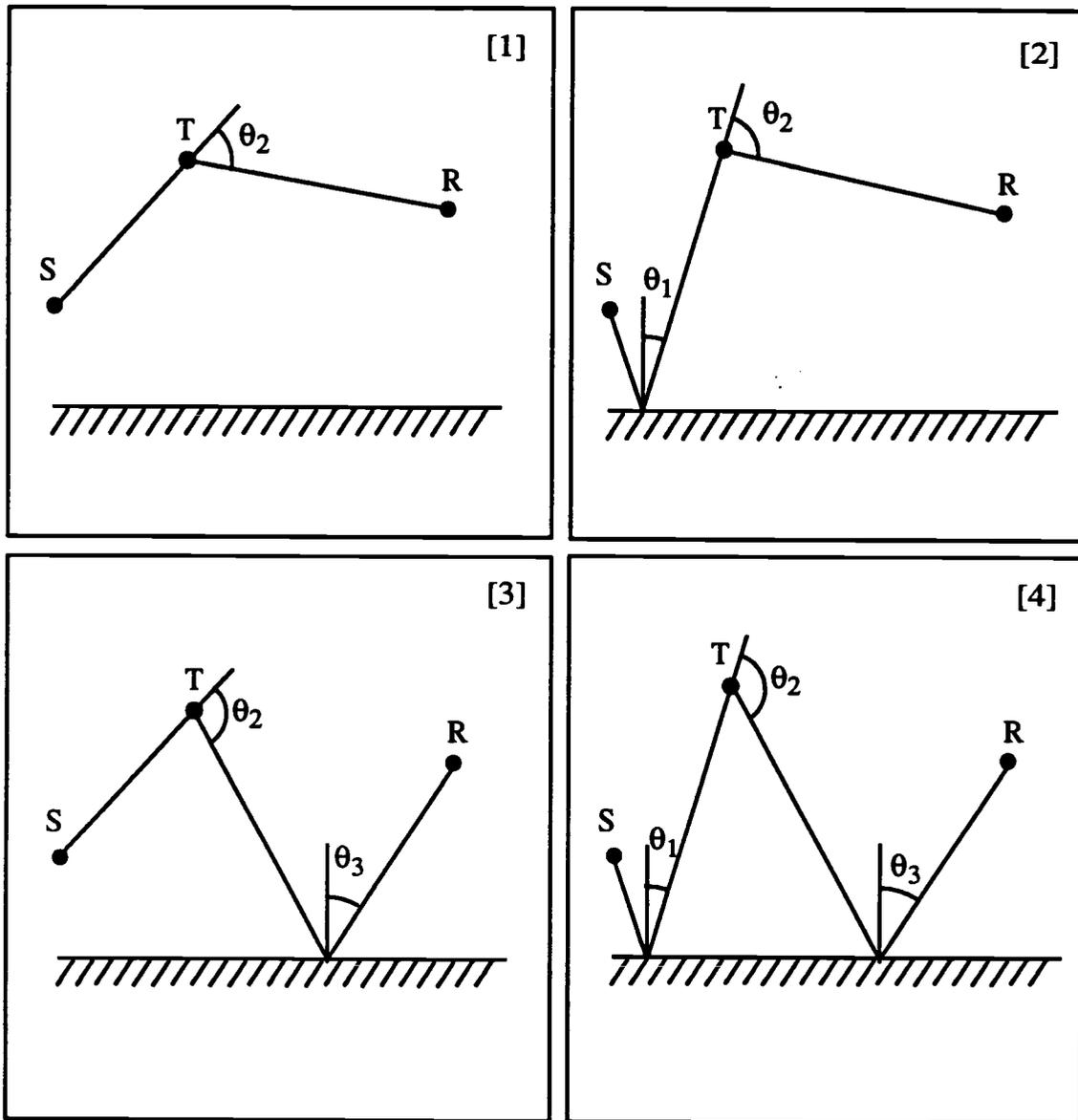


FIG. 3.3 - Trajets source/récepteur possibles en présence d'un sol

La prise en compte du sol est réalisée à l'aide de l'expression 3.1 qui donne la pression en un point après réflexion sur un sol à impédance :

$$p(\vec{x}) = \frac{A_d}{r_d} \exp(ik_d r_d) + Q \frac{A_r}{r_r} \exp(ik_r r_r) \quad (3.13)$$

3.2.3 Prise en compte d'un gradient de célérité

La présence d'un gradient de célérité négatif est responsable de la formation d'une zone d'ombre près du sol et les trajets sont cette fois courbés vers le ciel. Pour pouvoir poursuivre l'analyse, il est préférable de considérer le gradient comme linéaire. Les turbules sont placés au-dessus du rayon limite qui sépare la zone d'ombre de la région de ligne de vue car, dans l'approximation de diffusion simple, il n'existe pas de trajet source-turbule-récepteur avec turbule dans la zone d'ombre (figure 3.4).

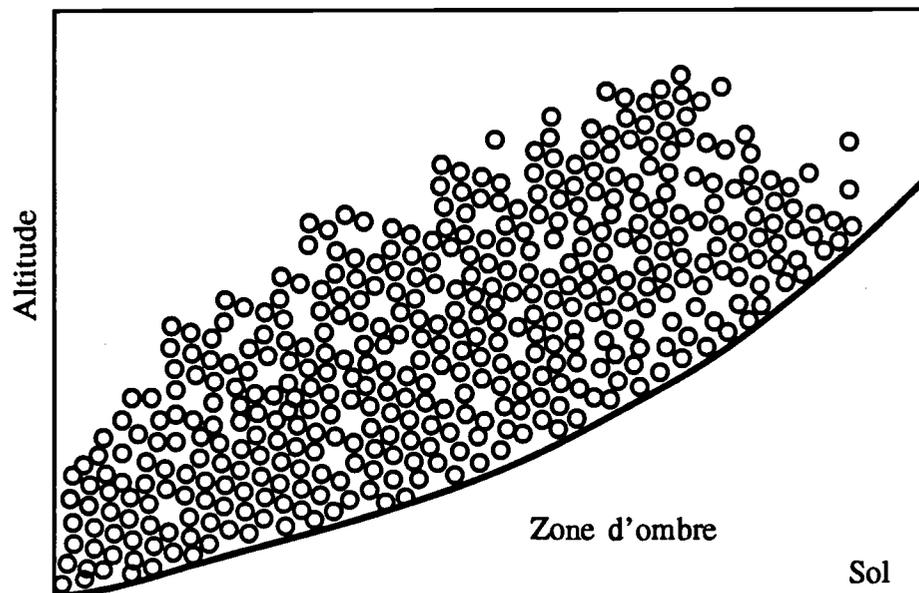


FIG. 3.4 - Représentation du volume de turbules en présence d'un gradient de célérité négatif

Dans la zone d'ombre, la pression déterministe p_0 est nulle[†]. Il n'est donc plus possible d'utiliser la méthode de Rytov puisque l'équation 3.11 conduit à une indé-

[†]. En réalité, elle est très faible car il y a toujours de la diffraction. Celle-ci n'est pas prise en compte par la méthode des turbules puisque p_0 est calculée de façon "géométrique".

termination. Il faut alors se contenter de l'approximation de Born dont la validité est plus réduite. Dans ce cas, l'expression de la pression au point \vec{x} est :

$$p(\vec{x}) = p_0(\vec{x}) + \sum_{i=1}^N \psi_i \quad (3.14)$$

où ψ_i est donné par l'expression 3.12.

La méthode des turbules donne de bons résultats en comparaison des mesures de Daigle [McBride *et al.*, 1992]. Elle présente l'avantage d'être intrinsèquement tridimensionnelle mais elle souffre des limitations des approximations de Rytov ou de Born en présence d'un gradient de célérité.

3.3 Un second modèle statistique

Gilbert *et al.* ont développé leur propre modèle statistique en représentant la turbulence par un ensemble de réalisations aléatoires du champ d'indice dans chacune desquelles se propage une onde acoustique [Gilbert *et al.*, 1990]. C'est après plusieurs de ces réalisations que sont traités les résultats pour donner des niveaux moyens, des densités de probabilité ou toute autre grandeur caractérisant le champ de pression. La méthode de Gilbert, pour la génération de la turbulence, est présentée brièvement dans cette partie.

La turbulence considérée est bidimensionnelle, homogène et isotrope. Elle est définie par le spectre bidimensionnel des fluctuations d'indice $\Phi_n(\vec{K})$ qui est la transformée de Fourier 2D de la fonction de corrélation des fluctuations d'indice B_n :

$$\Phi_n(K_1, K_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{R^2} B_n(x_1, x_2) \exp[i(K_1 x_1 + K_2 x_2)] dx_1 dx_2 \quad (3.15)$$

où x_1 et x_2 sont les coordonnées spatiales, K_1 et K_2 sont les composantes du vecteur d'onde \vec{K} †.

†. Lorsque la fonction de corrélation est gaussienne, $\Phi_n(\vec{K})$ s'écrit :

$$\Phi_n(\vec{K}) = \frac{\langle \mu^2 \rangle}{4\pi} L^2 \exp\left(-\frac{(K_1^2 + K_2^2)L^2}{4}\right) \quad (3.16)$$

où L est l'échelle de corrélation et $\langle \mu^2 \rangle$ est la variance de l'indice de réfraction.

Pour obtenir la valeur aléatoire du champ d'indice pour chaque réalisation, Gilbert utilise la transformée de Fourier 2D inverse de $\mu(K_1, K_2)$:

$$\mu(x_1, x_2) = \int_{R^2} \mu(K_1, K_2) \exp[-i(K_1 x_1 + K_2 x_2)] dK_1 dK_2 \quad (3.17)$$

où $\mu(K_1, K_2)$ a pour expression :

$$\mu(K_1, K_2) = \sqrt{\Phi_n(K_1, K_2)} \exp[i\psi(K_1, K_2)] \quad (3.18)$$

$\psi(K_1, K_2)$ est une phase tirée aléatoirement sur l'intervalle $[0 - 2\pi]$ pour chaque valeur de K_1 et K_2 .

En ce qui concerne la technique de propagation, Gilbert utilise une équation parabolique qui présente l'avantage de pouvoir traiter le cas des fortes fluctuations du champ de pression, ce à quoi ne peut prétendre l'approximation de Rytov. La méthode de l'équation parabolique est développée dans le prochain chapitre pour les besoins de notre modèle.

Le modèle de Gilbert a été confronté à des expériences réalisées en milieu extérieur. Les comparaisons portent sur deux situations particulières de propagation qui sont la propagation en milieu homogène en moyenne et la propagation en présence d'un gradient de célérité négatif. Tous les résultats sont présentés pour une réalisation et montrent un bon comportement du modèle dans chacune des situations rencontrées. Grâce à des visualisations sous forme de cartes (pour une réalisation), Gilbert et ses collaborateurs ont pu mettre en évidence, dans le cas de la propagation avec un gradient de célérité négatif, la diffusion dans la zone d'ombre par les inhomogénéités de la turbulence. Ces cartes sont très intéressantes car elles sont comme des photographies des niveaux acoustiques à un instant précis. On peut néanmoins regretter le fait qu'aucun des résultats ne portent sur des grandeurs moyennes, ce qui permettrait une comparaison directe avec les mesures.

Chapitre 4

Présentation d'un nouveau modèle statistique

L'utilisation d'une méthode statistique constitue, comme nous l'avons vu avec les modèles de McBride et de Gilbert, une solution originale et beaucoup mieux adaptée à notre problème que les modèles stochastiques. La méthode que nous présentons consiste à modéliser la turbulence comme un ensemble de réalisations indépendantes du champ d'indice. Dans chacune de ces réalisations, le son est propagé numériquement au moyen de l'équation parabolique que nous présentons également dans ce chapitre. Après N réalisations, nous avons accès à toutes les grandeurs statistiques (moments, densités de probabilité, *etc.*) qui caractérisent le champ acoustique. Notre modèle est assez proche de celui de Gilbert. Il en diffère, néanmoins, par la façon de créer chaque réalisation de la turbulence, notre représentation étant plus proche de plusieurs propriétés de la turbulence. Le modèle peut aussi être étendu pour traiter des fluctuations de vitesse [Juvé *et al.*, 1991], [Blanc-Benon *et al.*, 1991] [Karweit *et al.*, 1991]. Il permet ainsi d'utiliser la méthode des rayons. En ce qui concerne nos simulations, le caractère aléatoire de la turbulence est assuré par des fluctuations de température seules. Les fluctuations d'indice en découlent par la formule :

$$\mu = -\frac{T'}{2T_0}$$

où T' représente les fluctuations de température et T_0 la température de référence, soit 293°K.

La technique de discrétisation de l'équation parabolique que nous employons est nouvelle en acoustique atmosphérique. Elle permet de prendre en compte l'influence d'un sol à impédance et propose des gains de précision et de temps de calcul importants par comparaison avec une méthode de différences finies classique.

4.1 Génération de la turbulence par modes de Fourier aléatoires

La présente partie est inspirée des travaux de Ph. Blanc-Benon *et al.* qui ont développé la méthode [Blanc-Benon *et al.*, 1990] et de Y. Hugon-Jeannin qui l'a appliquée au cas d'une onde plane en champ libre soumise à des fluctuations de température associées à une turbulence homogène et isotrope [Hugon-Jeannin, 1992]

L'hypothèse de turbulence gelée permet de modéliser le milieu comme un ensemble de réalisations indépendantes du champ d'indice $\mu(\vec{x})$ (ou du champ de température). Ainsi, pour chacune d'elles et pour une turbulence homogène, μ s'écrit comme la transformée de Fourier de $\tilde{\mu}(\vec{K})$ qui représente les fluctuations d'indice dans l'espace des nombres d'onde. Pour un problème bidimensionnel $\mu(\vec{x})$ s'écrit :

$$\mu(\vec{x}) = \int_{R^2} \tilde{\mu}(\vec{K}) \exp(i\vec{K}\vec{x}) d\vec{K} \quad (4.1)$$

L'originalité de la méthode par rapport à celle de Gilbert réside dans la transformation de cette intégrale en une somme de N_m modes de Fourier aléatoires, somme qui est ajustable avec l'étendue du spectre de μ . Le champ $\mu(\vec{x})$ est alors représenté comme la superposition de N_m "ondes planes" :

$$\mu(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{N_m} |\tilde{\mu}(K_i)| \cos(\vec{K}_i \cdot \vec{x} + \phi_i) \quad (4.2)$$

Les variables $(\widehat{\vec{K}_i}, \vec{x}) = \theta_i$ (orientation du vecteur d'onde \vec{K}_i) et ϕ_i sont des variables aléatoires indépendantes et l'amplitude $|\tilde{\mu}(K_i)|$ est une grandeur déterministe obtenue à partir du spectre des fluctuations d'indice[†]. L'homogénéité de la turbulence qui traduit l'invariance par translation des propriétés du milieu est assurée en imposant à ϕ_i d'être équiréparti sur $[0, 2\pi]$. Le vecteur d'onde \vec{K}_i ne possède pas de direction privilégiée dans l'espace de Fourier réalisant ainsi l'isotropie de la turbulence. θ_i est donc également équiréparti sur $[0, 2\pi]$. Ces grandeurs sont représentées sur la figure 4.1.

†. La variable $|\tilde{\mu}(K_i)|$ est en réalité une grandeur aléatoire gaussienne d'écart type égal à la valeur efficace des fluctuations d'indice. Le fait de la considérer comme déterministe ne modifie pas de façon notable les résultats et permet un gain de temps de calcul important.

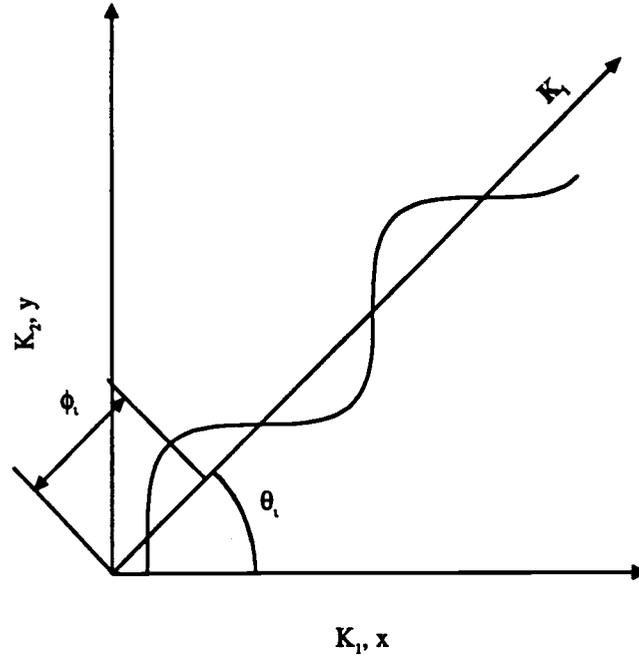


FIG. 4.1 - Représentation d'un mode de Fourier aléatoire

Le calcul de $|\tilde{\mu}(K_i)|$ se fait en exprimant la quantité d'énergie contenue dans la totalité des structures turbulentes $\sum_{i=1}^{N_m} |\tilde{\mu}(K_i)|^2$ qui s'écrit en fonction du spectre d'énergie $G(K)$:

$$\sum_{i=1}^{N_m} |\tilde{\mu}(K_i)|^2 = \int_0^{+\infty} G(K) dK \quad (4.3)$$

où $K = |\vec{K}|$. Ainsi, la contribution des fluctuations d'indice pour chaque nombre d'onde s'écrit en discrétisant l'équation 4.3 :

$$|\tilde{\mu}(K_i)| = \sqrt{G(K_i) \Delta K_i} \quad (4.4)$$

où ΔK_i est le pas de discrétisation du spectre d'énergie.

La quantité d'énergie totale contenue par le spectre d'énergie $G(K)$ s'écrit aussi en 2D :

$$\int_0^{+\infty} G(K) dK = \int_{R^2} \Phi_n(\vec{K}) d\vec{K} = 2\pi \int_0^{+\infty} K \Phi_n(K) dK \quad (4.5)$$

où $\Phi_n(K)$ est le spectre bidimensionnel des fluctuations d'indice qui est, par définition, la transformée de Fourier 2D de la fonction de corrélation des fluctuations

d'indice \mathcal{B}_n et qui s'écrit :

$$\Phi_n(K) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \mathcal{B}_n(r) J_0(Kr) r dr \quad (4.6)$$

où J_0 est la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre 0.

4.1.1 Turbulence décrite par une fonction de corrélation gaussienne

Décrire la turbulence atmosphérique par une fonction de corrélation gaussienne est une idéalisation puisqu'une seule échelle caractéristique est alors utilisée. Cependant, la plupart des résultats qui peuvent nous permettre de valider notre modèle ont été obtenus à partir de cette description de la turbulence. Nous adopterons donc ce choix dans la plus grande partie de notre travail, et son influence sera étudiée au chapitre 7. Soit la fonction de corrélation gaussienne :

$$\mathcal{B}_n(r) = \langle \mu(\vec{x} + \vec{r}) \mu(\vec{x}) \rangle = \langle \mu^2 \rangle \exp\left(-\frac{r^2}{L^2}\right) \quad (4.7)$$

On déduit de l'intégration 4.6 appliquée à $\mathcal{B}_n(r)$, l'expression analytique de la densité spectrale des fluctuations d'indice[†]:

$$\Phi_n(K) = \frac{\langle \mu^2 \rangle L^2}{4\pi} \exp\left(-\frac{K^2 L^2}{4}\right) \quad (4.9)$$

La discrétisation du spectre d'énergie $G(K) = 2\pi K \Phi_n(K)$ fournit naturellement les valeurs de $|\tilde{\mu}(K_i)|$ pour chaque nombre d'onde K_i . La génération des nombres aléatoires pour le calcul des angles ϕ_i et θ_i est réalisée par un algorithme spécifique [Press *et al.*, 1986]. La discrétisation du spectre d'énergie $G(K)$, représenté sur la figure 4.2, c'est-à-dire le choix de K_{min} , K_{max} et N_m est fonction de l'échelle de corrélation L . Une étude très complète sur le choix de ces paramètres ainsi que sur la convergence des résultats avec le nombre de réalisations est développée dans la thèse de doctorat de Y. Hugon-Jeannin [Hugon-Jeannin, 1992].

†. En 3D, le spectre $\Phi_n(K)$ a la même dépendance en K , soit :

$$\Phi_n(K) = \frac{\langle \mu^2 \rangle L^3}{8\pi\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{K^2 L^2}{4}\right) \quad (4.8)$$

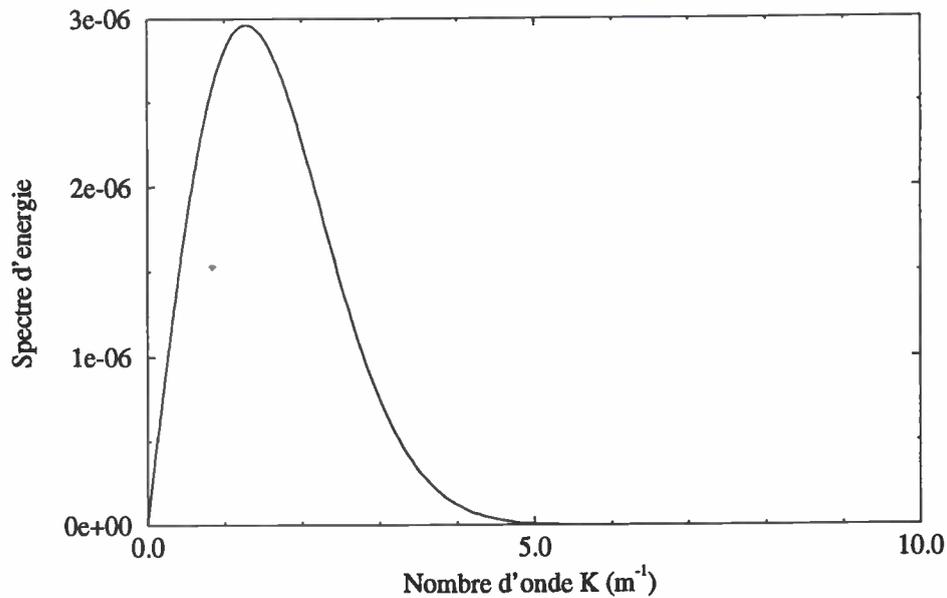


FIG. 4.2 - Forme du spectre d'énergie $G(K)$ associé à une fonction de corrélation gaussienne des fluctuations d'indice ($\langle \mu^2 \rangle = 10^{-6}$, $L = 1,1$ m)

A titre d'exemple, nous avons représenté sur la figure 4.3, une carte de niveau montrant une réalisation du champ d'indice en 2D. L'étendue spatiale pour chacune des coordonnées vaut $10 \times L$. Dans cet exemple ainsi que dans nos simulations futures, K_{min} vaut $0,1/L$ m $^{-1}$, K_{max} vaut $6/L$ m $^{-1}$ et le nombre de modes pour la discrétisation est égal à 100.

Cette carte fait apparaître des structures cohérentes lisses dont la taille est de l'ordre de l'échelle de corrélation. La transition entre ces structures (chaudes en rouge et froides en bleu) est très douce.

Une moyenne sur un grand nombre réalisations permet de reconstruire le coefficient de corrélation associé à cette turbulence :

$$\frac{\langle \mu(\vec{x})\mu(\vec{x} + \vec{r}) \rangle}{\langle \mu^2 \rangle} = \exp\left(-\frac{r^2}{L^2}\right) \quad (4.10)$$

La figure 4.4 montre une concordance presque parfaite entre la courbe théorique et le coefficient de corrélation obtenu numériquement.

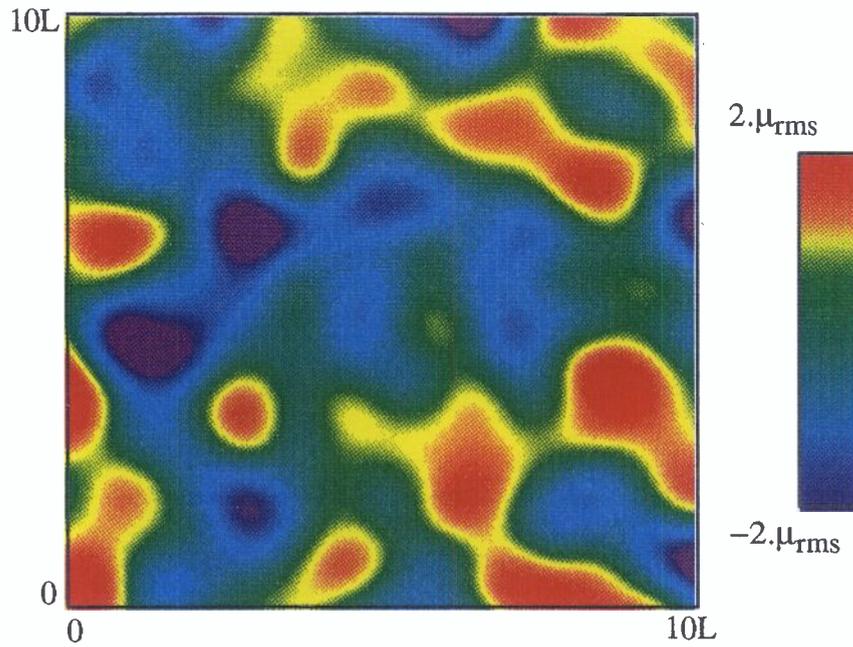


FIG. 4.3 - Exemple de réalisation du champ d'indice pour une fonction de corrélation gaussienne ($K_{min} = 0,1/L \text{ m}^{-1}$, $K_{max} = 6/L \text{ m}^{-1}$ et $N_m = 100$)

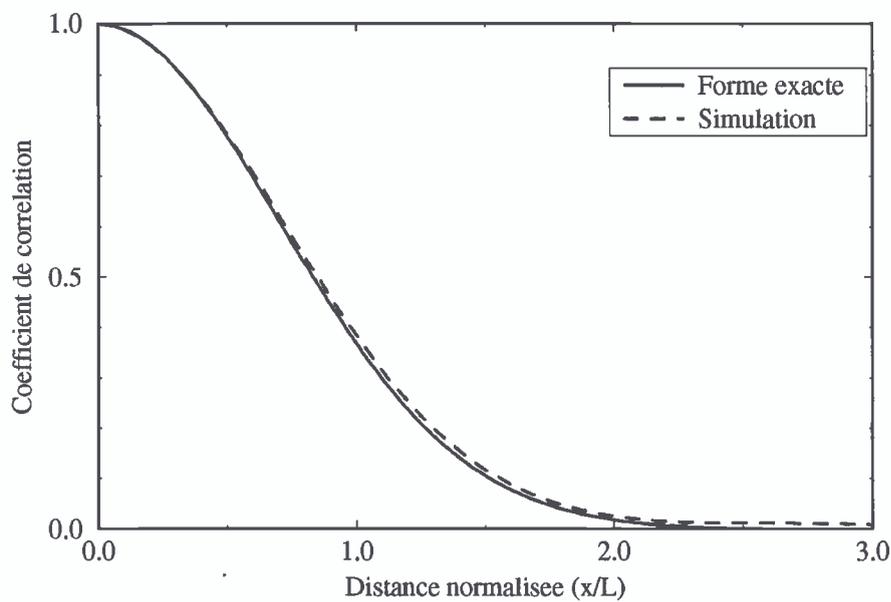


FIG. 4.4 - Coefficient de corrélation associé à une fonction de corrélation gaussienne : comparaison entre notre modèle et la forme exacte ($L = 1 \text{ m}$)

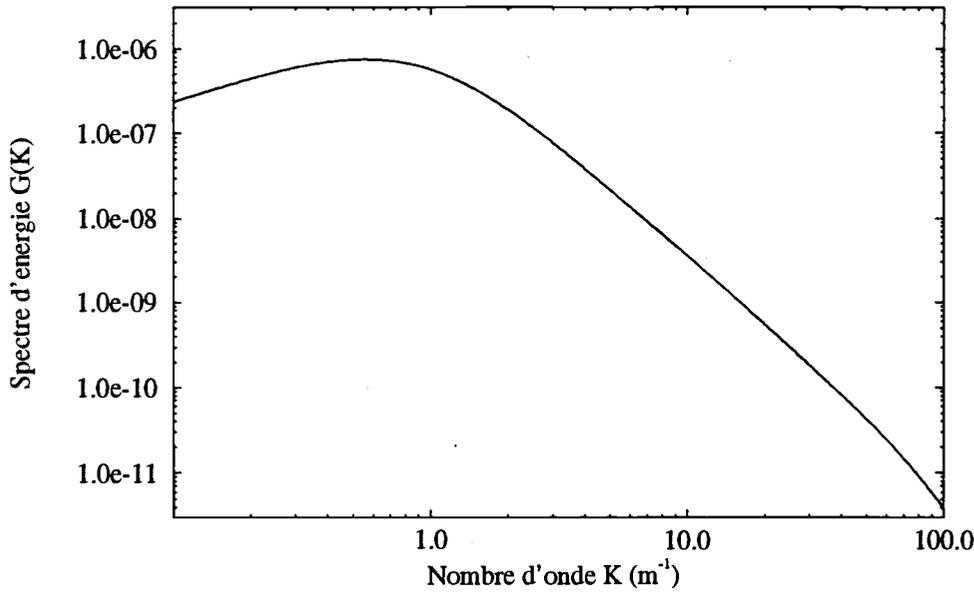


FIG. 4.5 - *Forme du spectre d'énergie $G(K)$ associé à un spectre Φ_n en puissance $-11/3$ ($L_0 = 1,1$ m et $l_0 = 0,05$ m)*

de $10 \times L_0$ selon les deux coordonnées et $L_0 = 1$ m. l_0 qui délimite la zone de dissipation de l'énergie et la zone inertielle du spectre Φ_n (chapitre 7) est choisie égale à 0,05 m. Le spectre d'énergie étant très étendu, la discrétisation est effectuée entre $K_{min} = 0,1/L_0$ m⁻¹ et $K_{max} = 100/L_0$ m⁻¹ de façon logarithmique.

La carte de niveau fait apparaître, comme pour le spectre gaussien, des structures chaudes et froides dont la taille est de l'ordre de L_0 . La frontière entre ces différentes structures montre un aspect fractal qui n'apparaît pas pour une turbulence associée à une fonction de corrélation gaussienne. Ceci est dû à la forme du spectre d'énergie (figure 4.5) qui donne du poids aux très grands nombres d'onde qui correspondent à des structures turbulentes de petite taille.

Sur la figure 4.7, nous comparons le coefficient de corrélation obtenu par simulation avec la formule théorique asymptotique ($K_m \rightarrow +\infty$) dont l'établissement est présenté dans l'annexe C :

$$\mathcal{B}_n(r) = \langle \mu^2 \rangle \frac{5/3}{2^{5/6}} \frac{1}{\Gamma(11/6)} \left(\frac{r}{L_0} \right)^{5/6} K_{5/6} \left(\frac{r}{L_0} \right) \quad (4.14)$$

ou K_ν est la fonction de Bessel modifiée et Γ est la fonction gamma.

4.1.2 Turbulence décrite par un spectre en puissance

Le modèle de turbulence homogène et isotrope reposant sur une fonction de corrélation gaussienne est très utilisé dans la littérature car il permet, par sa simplicité, de mener à terme des calculs analytiques fondamentaux. C'est la principale justification à son utilisation. Du point de vue de l'analyse de la turbulence, il lui est en général préféré un modèle dont le spectre tridimensionnel des fluctuations d'indice est défini par une loi en puissance (spectre de von Karman) :

$$\Phi_n(K) = 0,033 C_n^2 \left(K^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-11/6} \exp \left(-\frac{K^2}{K_m^2} \right) \quad (4.11)$$

$K_m = 5,92/l_0$; l_0 et L_0 sont respectivement l'échelle interne et l'échelle externe de la turbulence.

Pour une turbulence bidimensionnelle, nous supposons que la dépendance de la densité spectrale vis-à-vis des nombres d'onde est la même qu'en 3D (Eq. 4.11) [Brown, 1972]. On montre (Annexe C) que $\Phi_n(K)$ a pour expression :

$$\Phi_n(K) = \frac{\langle \mu^2 \rangle L_0^{-5/3}}{\pi \Psi(1, \frac{1}{6}, \frac{1}{K_m^2 L_0^2})} \left(K^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-11/6} \exp \left(-\frac{K^2}{K_m^2} \right) \quad (4.12)$$

où Ψ est la fonction hypergéométrique confluyente.

Comme $G(K) = 2\pi K \Phi_n(K)$,

$$G(K) = \frac{2\langle \mu^2 \rangle L_0^{-5/3}}{\Psi(1, \frac{1}{6}, \frac{1}{K_m^2 L_0^2})} K \left(K^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-11/6} \exp \left(-\frac{K^2}{K_m^2} \right) \quad (4.13)$$

L_0 est de l'ordre de l'échelle de corrélation L de la fonction de corrélation gaussienne et l_0 est de l'ordre de quelques millimètres [Ishimaru, 1978]. $G(K)$ est représenté sur la figure 4.5.

La technique des modes de Fourier aléatoires décrite dans la partie précédente permet de créer toutes les réalisations du champ d'indice pour une turbulence décrite par un spectre en puissance.

Nous avons représenté sur la figure 4.6 une réalisation du champ d'indice pour les mêmes paramètres de discrétisation que précédemment. L'étendue spatiale est

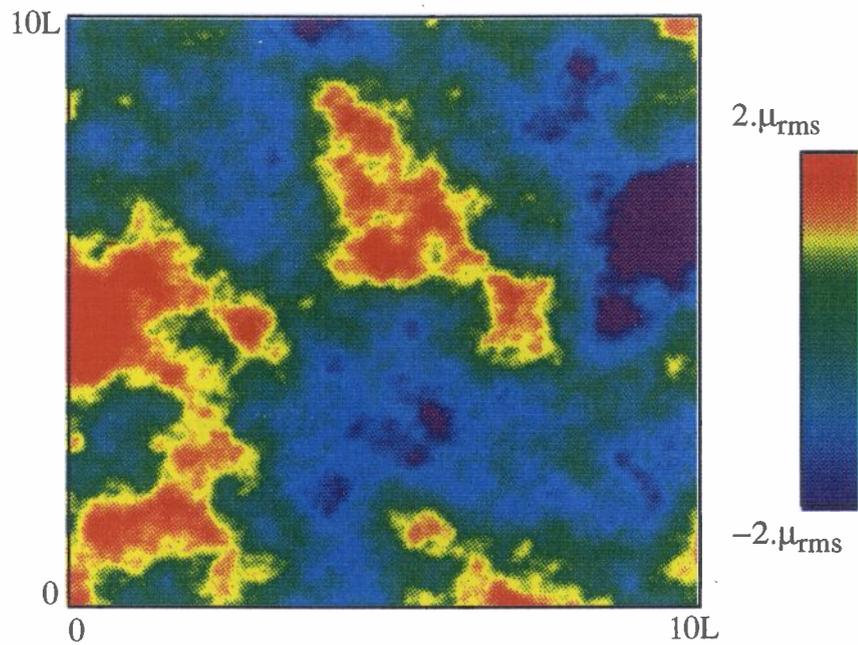


FIG. 4.6 - Exemple de réalisation du champ d'indice pour un spectre Φ_n en puissance $-11/3$ ($K_{min} = 0,1 \text{ m}^{-1}$, $K_{max} = 100 \text{ m}^{-1}$ et $N_m = 100$)

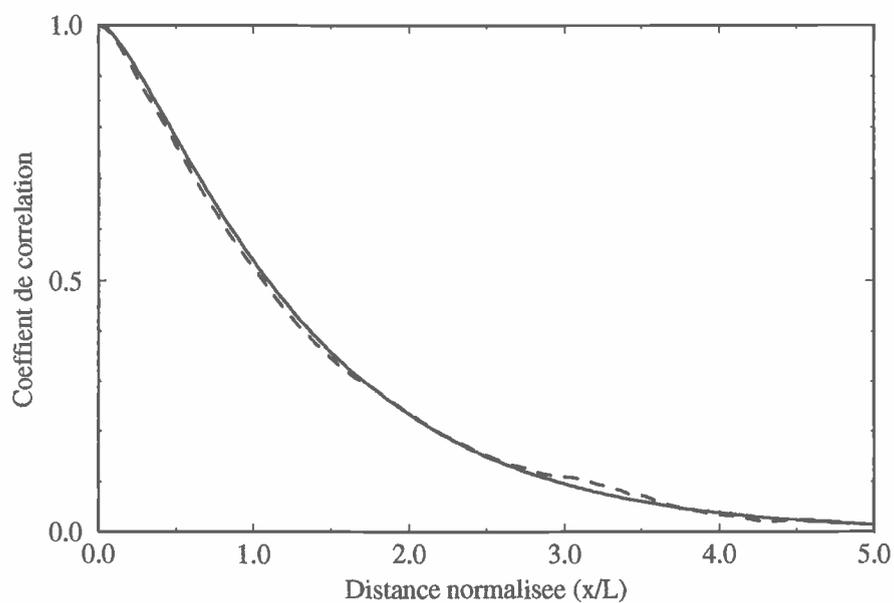


FIG. 4.7 - Coefficient de corrélation associé à un spectre en puissance $-11/3$: comparaison entre notre modèle et la forme analytique ($L_0 = 1 \text{ m}$, $l_0 = 0,05 \text{ m}$)

La figure 4.7 montre une très bonne correspondance entre nos résultats et la relation exacte 4.14.

Dans la plupart de nos simulations, nous utilisons le premier modèle de turbulence présenté dans ce chapitre. Le chapitre 7 est, lui, consacré à la propagation dans une atmosphère dont la turbulence est définie par un spectre en puissance. Nous étudierons aussi au chapitre 7, les principaux effets de ce choix sur le comportement du champ acoustique.

4.2 Propagation du son dans l'approximation parabolique

Pour chaque réalisation du champ d'indice, il convient de calculer numériquement les valeurs du champ associées à l'onde qui s'y propage. Parmi les différentes techniques possibles, celle de l'équation parabolique est l'une des moins restrictives. Pour une analyse très détaillée sur le sujet, le lecteur se référera à F.D. Tappert qui est à l'origine de son application extensive en acoustique sous-marine d'abord puis aérienne [Tappert, 1979].

Soit l'équation de Helmholtz qui décrit, dans l'approximation de l'acoustique linéaire, la propagation d'une onde acoustique monochromatique (de nombre d'onde k_0) dans un milieu d'indice n :

$$(\Delta + k_0^2 n^2)p = 0 \quad (4.15)$$

où de façon explicite :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + k_0^2 \left(\frac{1}{k_0^2} \Delta_T + n^2 \right) \right) p = 0 \quad (4.16)$$

où Δ_T est le laplacien dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation (laplacien transversal). n s'écrit pour chaque réalisation, $n(\vec{x}) = \langle n(\vec{x}) \rangle + \mu(\vec{x})$, où $\langle n \rangle$ est la valeur de l'indice en l'absence de turbulence et μ caractérise sa fluctuation. Formellement, cette équation peut être transformée en :

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} + ik_0 Q \right) \left(\frac{\partial}{\partial r} - ik_0 Q \right) p + ik_0 \left(\frac{\partial}{\partial r} Q - Q \frac{\partial}{\partial r} \right) p = 0 \quad (4.17)$$

où $Q^2 = n^2 + \frac{1}{k_0^2} \Delta_T$

Si les opérateurs Q et ∂_r commutent (c'est le cas lorsque le milieu est stratifié) alors le second terme s'annule et l'équation se découple en deux équations paraboliques, l'une caractérisant une onde se propageant vers les r croissants p^+ et l'autre, une onde se propageant vers les r décroissants p^- † :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial r} - ik_0 Q \right) p^+ = 0 \\ \left(\frac{\partial}{\partial r} + ik_0 Q \right) p^- = 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

Par conséquent, si en première approximation, Q et ∂_r commutent, ce qui est raisonnable si l'indice varie faiblement selon l'axe de propagation, l'équation de Helmholtz peut être transformée en une équation parabolique sur le champ incident :

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} - ik_0 Q \right) p = 0 \quad (4.19)$$

En présence de turbulence, l'indice est fonction des coordonnées d'espace ; il existe donc un couplage entre les équations régissant les ondes p^+ et p^- . Fort heureusement, ce couplage est très faible. Ceci a pour conséquence que l'onde rétrodiffusée p^- par la turbulence lors de la propagation de p^+ n'a pas de réaction notable sur celle-ci. Avec une excellente approximation, il reste donc possible de décrire la propagation d'une onde acoustique dans la turbulence par la première des équations du système 4.18.

De plus, l'onde possède une direction privilégiée de propagation, r . Ceci conduit à opérer le changement de variable suivant :

$$p(\vec{x}) = v(r)u(\vec{x}) \quad (4.20)$$

où $v(r)$ s'écrit :

- $v(r) = \exp(ik_0 r)$ pour une onde plane
- $v(r) = \exp(ik_0 r)/\sqrt{r}$ pour une onde cylindrique qui est la forme adaptée pour décrire le comportement d'une source en 2D.

†. Le signe devant l'opérateur $ik_0 Q$ dans l'expression 4.18 dépend du choix de la dépendance monochromatique. En ce qui nous concerne, elle est en $\exp(-i\omega t)$.

Ce changement de variable permet d'écrire une équation parabolique pour u :

$$\frac{\partial u(\vec{x})}{\partial r} = ik_0(Q - 1)u(\vec{x}) \quad (4.21)$$

L'avantage du choix de la variable u réside dans sa variation selon r qui est plus lente que celle de p (le milieu étant faiblement inhomogène). La discrétisation selon r pourra alors s'effectuer avec un maillage plus lâche. Toute la difficulté réside ensuite dans le calcul de la racine carrée de l'opérateur Q^2 . Nous présentons, à présent, trois développements possibles de $\sqrt{Q^2}$ et pour chacun en décrivons brièvement les avantages et les limites.

4.2.1 Le développement standard

Nous rappelons l'expression de Q^2 en 2D :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q^2 = 1 + (n^2 - 1) + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} = 1 + \eta + \xi \\ \eta = n^2 - 1 \\ \xi = \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{array} \right. \quad (4.22)$$

La forme standard de l'équation parabolique correspond à un développement de Taylor au premier ordre de l'opérateur $\sqrt{Q^2}$, soit :

$$Q_S = 1 + \frac{1}{2}\eta + \frac{1}{2}\xi \quad (4.23)$$

Ce développement est justifié si $n(\vec{x}) \simeq 1$ et si l'angle de propagation θ par rapport à l'horizontale est suffisamment faible sur l'échelle de la longueur d'onde ($((1/k_0^2)\Delta_T \simeq \sin^2 \theta \ll 1)$).

L'erreur commise lors de l'établissement du développement standard peut être estimée. Il suffit pour cela d'élever au carré l'expression de Q_S et de comparer avec la forme exacte. Cette erreur a pour expression :

$$E = \frac{1}{4}(\eta^2 + \eta\xi + \xi\eta + \xi^2)$$

Elle peut être majorée dans le cas d'une onde plane dont le vecteur d'onde est

orienté d'un angle θ par rapport à l'horizontale en posant $n = 1 + |\delta n|$ où $|\delta n|$ est le maximum des variations d'indice

$$E \leq \frac{1}{4} \left(|\delta n| (2 + |\delta n|) + \sin^2 \theta \right)^2 \quad (4.24)$$

Nous avons représenté sur la carte 4.8 l'erreur relative due au développement standard dans le plan $|\delta n| \cos \theta$, $|\delta n| \sin \theta$. Cette erreur relative est le rapport du second membre de l'équation 4.24 sur l'expression exacte de Q^2 . Sur cette carte, θ décrit l'intervalle $[0^\circ - 90^\circ]$ et $|\delta n|$ l'intervalle $[0 - 0,2]$, soit au maximum 20% de la valeur moyenne.

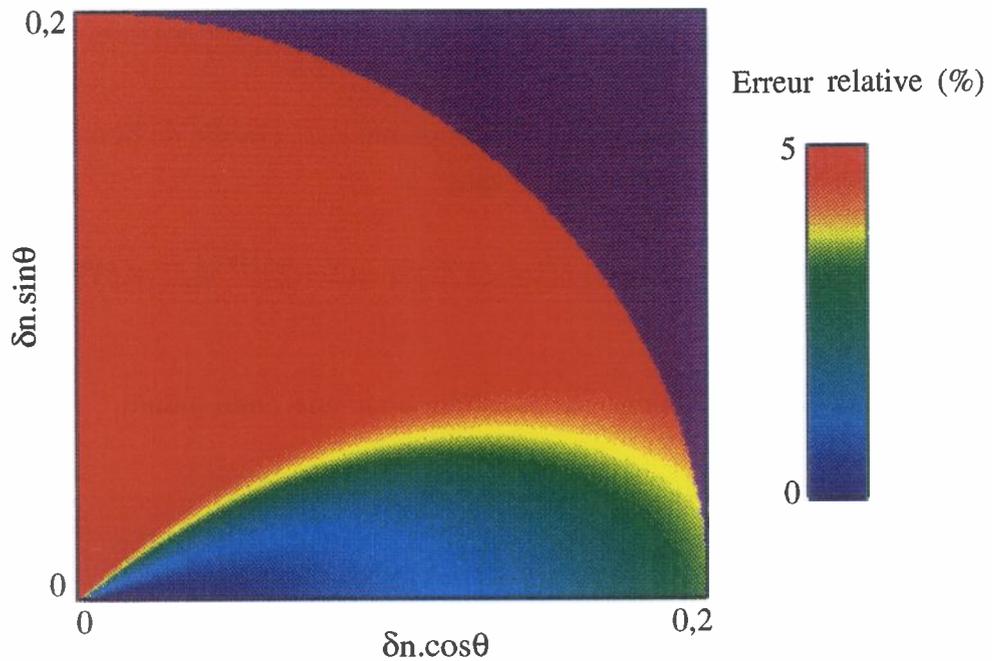


FIG. 4.8 - Erreur relative introduite par un développement standard

L'erreur augmente avec $|\delta n|$ et surtout avec θ . Cette limitation angulaire (la validité est couramment fixée à $\pm 15^\circ$) nous a conduit à utiliser des développements plus sophistiqués tels que ceux décrits par Thomson & Chapman ou Claerbout.

4.2.2 Développement de Thomson-Chapman

Le développement proposé par D.J. Thomson et N.R. Chapman consiste à écrire Q sous la forme [Thomson & Chapman, 1983] :

$$Q_{TC} = (1 + \xi)^{1/2} + (1 + \eta)^{1/2} - 1 \quad (4.25)$$

Il apporte une meilleure précision globale que le développement standard et corrige l'erreur de phase pour les angles importants. En effet, si $n(\vec{x}) = 1$ alors

$$Q_{TC} = (1 + \xi)^{1/2}$$

qui est la forme exacte de $\sqrt{Q^2}$ (ce n'est pas le cas du développement standard). C'est la raison pour laquelle le développement de Thomson-Chapman est souvent appelé développement grand angle.

L'expression de l'erreur de ce développement est établie de la même manière que pour le développement standard et vaut :

$$E = 2 \times (1 - n - (1 + \xi)^{1/2}) + n(1 + \xi)^{1/2} + (1 + \xi)^{1/2}n$$

Cette erreur peut également être majorée pour une onde plane :

$$E \leq 2|\delta n| |\cos \theta - 1| \quad (4.26)$$

La figure 4.9 est le résultat du calcul de l'erreur relative toujours dans le plan $|\delta n| \cos \theta$ et de $|\delta n| \sin \theta$ et pour les mêmes valeurs de θ et $|\delta n|$ que précédemment.

Il est clair que le développement de Thomson-Chapman est beaucoup plus performant que le développement standard quelles que soient l'orientation du vecteur d'onde et la valeur de $|\delta n|$. Pour les applications en acoustique aérienne au voisinage d'un sol où $|\delta n| < 10^{-1}$ ($\simeq 2 \times 10^{-2}$ pour un vent portant de 10 m/s), l'erreur d'approximation est aussi inférieure à 5% pour $\theta < 30^\circ$. Malheureusement, ce développement se prête mal à une résolution par différences finies[†] nécessaire pour la prise en compte du sol à impédance.

†. L'opérateur $(1 + \xi)^{1/2}$ ne peut être discrétisé par différences finies.

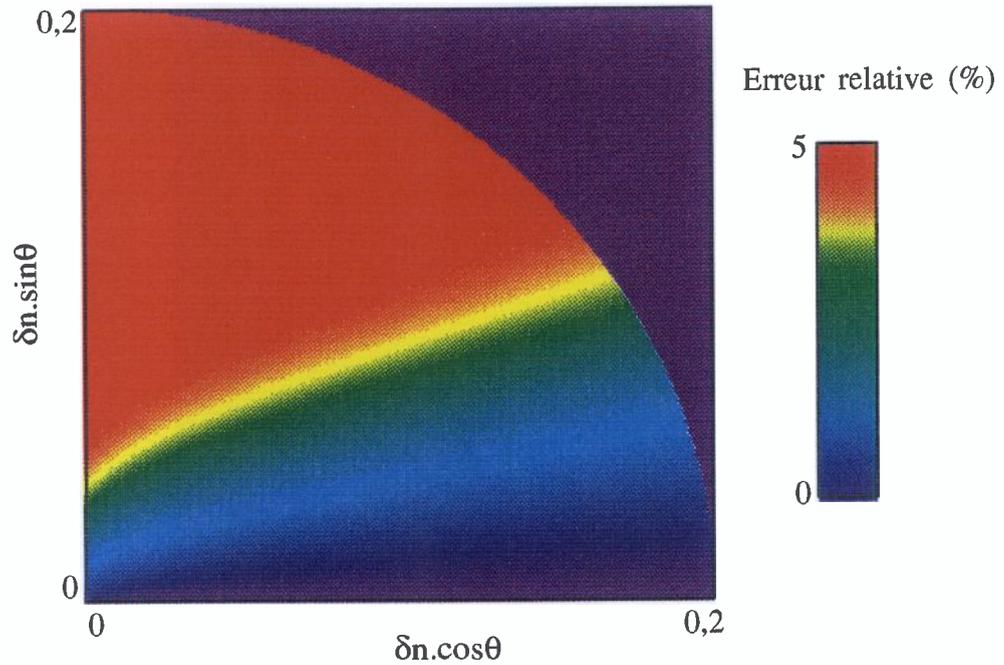


FIG. 4.9 - Erreur relative introduite par le développement de Thomson-Chapman

4.2.3 Développement de Claerbout

Le développement considéré dans cette partie a été initialement présenté par J.F. Claerbout en géophysique [Claerbout, 1976]. Il consiste à écrire Q sous la forme d'une fraction rationnelle :

$$Q_c = \frac{1 + p(\eta + \xi)}{1 + q(\eta + \xi)} \quad ; \quad p = 3/4 \text{ et } q = 1/4 \quad (4.27)$$

Les valeurs de p et q sont obtenues en imposant à cet opérateur de coïncider avec un développement de Taylor à l'ordre 2. Sur la carte 4.10, nous avons représenté l'erreur relative introduite par ce développement.

Cette carte montre que le développement de Claerbout est moins efficace que le développement de Thomson-Chapman lorsque les angles sont forts et les valeurs de $|\delta n|$ modérées. Par contre, il est un excellent compromis puisque l'erreur est inférieure à 5% quels que soient θ et $|\delta n|$ dans les intervalles respectifs $[0^\circ - 90^\circ]$ et $[0 - 0,2]$. Ce développement est très important pour nous car nous l'utiliserons lors d'une première discrétisation de l'équation parabolique 4.21 par différences finies (section 4.3.2).

Cette remarque nous conduit naturellement à la prochaine partie qui concerne

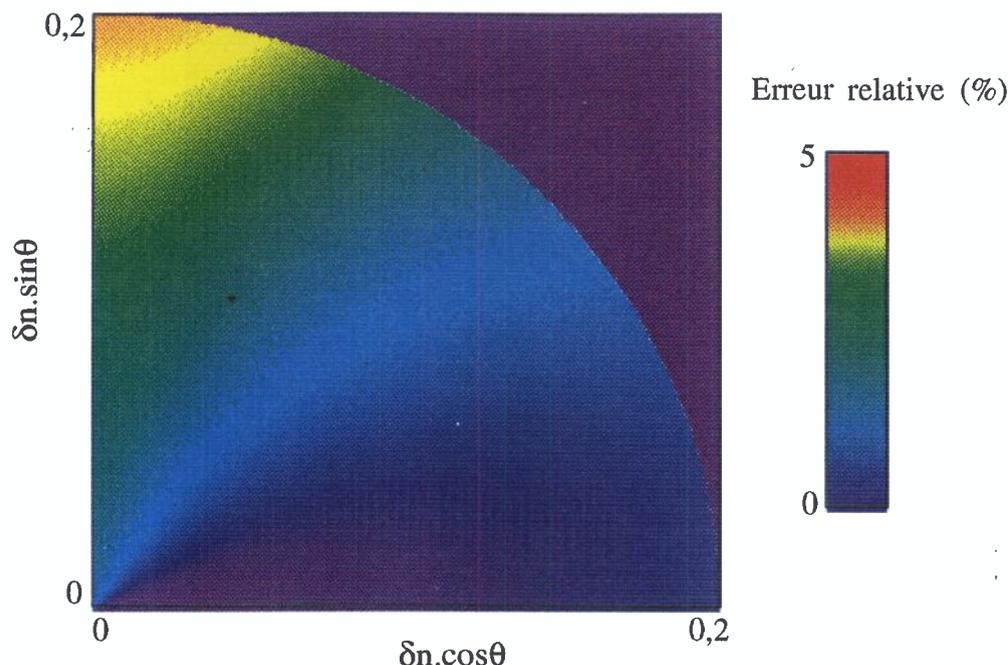


FIG. 4.10 - Erreur relative introduite par un développement de Claerbout

les méthodes de discrétisation des différents opérateurs “paraboliques” utilisés dans nos codes de calcul.

4.3 Les méthodes numériques

La résolution numérique de l'équation parabolique 4.21 peut être envisagée de plusieurs manières. Une méthode de Fourier ainsi qu'une méthode de différences finies sont toutes deux concevables et nous verrons dans cette partie les avantages et les inconvénients qu'elles présentent l'une par rapport l'autre. Elles ne sont, cependant, pour nous, qu'un premier pas vers une méthode beaucoup plus performante qui combine leurs avantages. Il s'agit de la méthode Split-Step Padé, utilisée en acoustique sous-marine et que nous avons adaptée pour traiter les problèmes de propagation atmosphérique.

4.3.1 La méthode Split-Step Fourier

La méthode Split-Step Fourier pour la discrétisation de l'équation parabolique

$$\begin{cases} \frac{\partial u(\vec{x})}{\partial r} = ik_0(Q - 1)u(\vec{x}) \\ Q^2 = n^2 + \frac{1}{k_0^2} \Delta_T \end{cases} \quad (4.28)$$

est la technique la plus simple à implémenter dans un code de calcul. Elle a été présentée la première fois par F. D. Tappert *et al.* [Tappert & Hardin, 1974] et elle est, depuis, largement utilisée dans tous les problèmes de propagation d'ondes. En ce qui nous concerne, elle ne représente qu'une étape de calcul car elle nous sert de référence pour valider d'autres techniques de discrétisation plus complexes.

La première idée de la méthode est d'écrire l'opérateur $Q - 1$ comme la somme

$$Q - 1 = A(n) + B(\Delta_T) \quad (4.29)$$

de façon à découpler les effets liés à la nature du milieu $A(n)$, des effets diffusifs qui apparaissent au travers du terme $B(\Delta_T)$. La décomposition 4.29 permet d'écrire l'équation parabolique 4.28 comme

$$\frac{\partial u(\vec{x})}{\partial r} = ik_0(A + B)u(\vec{x}) \quad (4.30)$$

Après plusieurs étapes de calcul, on déduit une solution approchée de cette équation [Spivack & Uscinski, 1989] [DiNapoli & Deavenport, 1979] :

$$u(r_0 + \Delta r, \vec{x}_T) = \exp\left(ik_0 \int_{r_0}^{r_0 + \Delta r} A dr\right) \mathcal{F}^{-1} [\exp(ik_0 \mathcal{F}(B)\Delta r)u(r_0, \vec{s})] \quad (4.31)$$

où $u(r_0, \vec{s}) = \mathcal{F}(u(r_0, \vec{x}_T))$ et \mathcal{F} est la transformée de Fourier dans le plan transversal à la direction de propagation. \vec{x}_T est un vecteur dans ce même plan.

Cette équation formelle est fondamentale car elle permet, via l'application de la transformée de Fourier transversale \mathcal{F} puis de son inverse \mathcal{F}^{-1} , de calculer le champ sur une tranche perpendiculaire à la direction de propagation en $r_0 + \Delta r$ à partir du champ sur une tranche en r_0 .

Utilisation du développement standard

Nous rappelons l'expression du développement standard :

$$Q = 1 + \frac{1}{2}(n^2 - 1) + \frac{1}{2k_0^2}\Delta_T \quad (4.32)$$

Ainsi, en posant $A = (n^2 - 1)/2$ et $B = (1/2k_0^2)\Delta_T$, on en déduit naturellement à

partir de l'équation 4.31 et si l'indice de réfraction montre de faibles variations sur l'intervalle $[r_0, r_0 + \Delta r]$,

$$u(r_0 + \Delta r, z) = \exp\left(\frac{ik_0}{2}(n^2 - 1)\Delta r\right) \mathcal{F}^{-1} \left[\exp\left(-\frac{i}{2k_0}s^2\Delta r\right) u(r_0, s) \right] \quad (4.33)$$

Utilisation du développement de Thomson-Chapman

Le développement de D. J. Thomson & N. R. Chapman s'écrit comme suit (Eq. 4.25) :

$$Q = (1 + \xi)^{1/2} + (1 + \eta)^{1/2} - 1 = (1 + \xi)^{1/2} + (n - 1) \quad (4.34)$$

Si $A = n - 1$ et $B = (1 + \xi)^{1/2} - 1$ alors la solution 4.31 s'écrit :

$$u(r_0 + \Delta r, z) = \exp(ik_0(n - 1)\Delta r) \mathcal{F}^{-1} \left[\exp\left[i\frac{\Delta r}{k_0} \left((k_0^2 - s^2)^{1/2} - k_0 \right) \right] u(r_0, s) \right] \quad (4.35)$$

Cette expression présente l'avantage d'être simple à implémenter numériquement et la précision des résultats qui en découlent est remarquable. Nous l'utiliserons pour la propagation en espace infini ou au-dessus d'un sol parfaitement réfléchissant.

Résolution numérique par transformée de Fourier rapide

Lorsque le milieu de propagation est infini (espace libre), l'implémentation numérique de l'équation 4.35 est immédiate. L'algorithme est initialisé par une source gaussienne [Tappert, 1979] :

$$u(0, z) = i\sqrt{\frac{\pi}{2}}k_0 \exp\left(-\frac{\alpha^2 k_0^2}{2}(z - z_s)^2\right) \quad (4.36)$$

z_s est la position verticale de la source et α caractérise son ouverture, donc le domaine angulaire insonifié.

L'échantillonnage vertical doit vérifier le théorème de Shannon aussi bien dans l'espace physique que dans l'espace de Fourier. Ainsi, pour ne pas sous-échantillonner

le signal, un pas transversal $\Delta z \leq \lambda/2$ est nécessaire. Pour ce qui est du pas longitudinal, une bonne stabilité est obtenue lorsque sa valeur équivaut à celle de la longueur d'onde tout en restant inférieure à la taille moyenne des inhomogénéités L (échelle de corrélation), de façon à bien prendre en compte l'influence de la turbulence.

En présence d'un sol, le domaine de propagation est un demi-plan infini et la prise en compte de la condition limite au sol rend difficile l'utilisation de la transformée de Fourier. Dans le cas particulier d'un sol rigide, on peut employer une méthode d'images: on introduit un demi-espace complémentaire symétrique par rapport au sol en terme d'indice de réfraction de façon à recréer la condition de rigidité $\partial p/\partial n = 0$. La source est alors la composition d'une gaussienne et de son image placée symétriquement au-dessous du sol. Son expression est :

$$u(0, z) = i\sqrt{\frac{\pi}{2}}k_0 \exp\left(-\frac{\alpha^2 k_0^2}{2}(z - z_s)^2\right) + i\sqrt{\frac{\pi}{2}}k_0 \exp\left(-\frac{\alpha^2 k_0^2}{2}(z + z_s)^2\right) \quad (4.37)$$

Il est souhaitable de limiter au plus juste le maillage dans la direction verticale, pour réduire la taille mémoire et le temps de calcul. La troncature du domaine risquant d'introduire des réflexions numériques parasites (ou repliements), il faut atténuer artificiellement le champ dans une zone tampon de façon à ce que le niveau devienne négligeable au sommet du maillage. Nous introduisons donc un amortissement fictif progressif de la forme :

$$u(r, z) = u(r, z_a) \exp\left(\ln a \frac{z - z_a}{z_a - z_m}\right) \quad ; \quad |z| > z_a \quad (4.38)$$

où z_m correspond au sommet du maillage, z_a est l'altitude à laquelle commence l'amortissement et les paramètres a et z_a sont à évaluer empiriquement.

Les intérêts de la méthode sont liés, nous l'avons vu, à sa simplicité d'implémentation numérique et à la rapidité de l'algorithme qui la caractérise (utilisation d'un algorithme de transformée de Fourier rapide optimisé [Press *et al.*, 1986], pas de discrétisation lâche en z). Le principal inconvénient de la méthode est sa limitation à la propagation sur un sol rigide. Ceci est gênant dans la mesure où, dans beaucoup de situations de propagation en milieu extérieur que nous traiterons, le sol ne peut

être considéré comme purement réfléchissant †. Nous nous sommes donc tournés vers une méthode de différences finies implicites que nous présentons dans la section suivante, la méthode Split-Step Fourier servant de référence pour nos simulations.

4.3.2 La méthode des différences finies implicites

La méthode des différences finies permet de traiter des problèmes de propagation en présence d'un sol à impédance décrit par la condition limite :

$$p(r, 0) = Z_s V_n(r, 0) \quad (4.39)$$

Z_s est la valeur de l'impédance, \vec{n} est la normale rentrant dans le sol, V_n est la composante de la vitesse normale à la frontière. L'équation d'Euler pour une onde monochromatique s'écrit à la paroi :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = i\omega\rho V_n \quad (4.40)$$

La substitution de p dans l'équation 4.40 par sa forme 4.39 donne la condition limite à la paroi, qui s'écrit aussi, en terme d'enveloppe de la pression ($p(\vec{x}) = u(r, z) \exp(ik_0 r)$) :

$$\frac{\partial u}{\partial z} + ik_0\beta u = 0 \quad (4.41)$$

où $\beta = \rho/Z_s c = 1/Z_n$.

Cette condition limite est de type Fourier ; elle fait intervenir le champ u ainsi que sa dérivée partielle selon z . Ainsi, en présence d'un sol, le problème de la propagation du son dans l'atmosphère est décrit par le système d'équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial r} = ik_0(Q - 1)u \\ Q^2 = 1 + \eta + \xi \\ \frac{\partial u}{\partial z} + ik_0\beta u = 0 \quad \text{sur le sol} \end{array} \right. \quad (4.42)$$

†. Notons cependant l'apparition pendant le cours de cette thèse, d'un article de Gilbert qui semble montrer que la méthode peut être étendue, moyennant quelques modifications, au cas de la propagation sur un sol à impédance [Gilbert & Di, 1993], mais ceci reste à approfondir.

Le développement de Claerbout 4.27 permet de transformer la première équation du système 4.42 pour donner le système :

$$\begin{cases} 1 + q(\eta + \xi) \frac{\partial u}{\partial r} = ik_0(p - q)(\eta + \xi)u \\ \frac{\partial u}{\partial z} + ik_0\beta u = 0 \quad \text{sur le sol} \end{cases} \quad (4.43)$$

Discrétisation du problème

Pour discrétiser le système 4.43, nous avons adapté la technique de D. F. St. Mary et D. Lee [Mary & Lee, 1985] développée pour des problèmes d'acoustique sous-marine. Il s'agit d'une méthode de différences finies implicites qui consiste à construire la moyenne arithmétique entre l'équation discrétisée au point r et celle au point $r + \Delta r$. Soit u_m^n la valeur de u au point $(n\Delta r, m\Delta z)$. La discrétisation de l'équation 4.43 donne au point r :

$$1 + q(\eta^n + \xi) \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\Delta r} = ik_0(p - q)(\eta^n + \xi)u_m^n \quad (4.44)$$

et au point $r + \Delta r$:

$$1 + q(\eta^{n+1} + \xi) \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\Delta r} = ik_0(p - q)(\eta^{n+1} + \xi)u_m^{n+1} \quad (4.45)$$

La moyenne arithmétique de ces deux équations discrétisées s'écrit † :

$$\begin{aligned} \frac{b^*}{\Delta z^2} u_{m-1}^{n+1} + \left(a_{1m}^{*n+1} - \frac{2b^*}{\Delta z^2} \right) u_m^{n+1} + \frac{b^*}{\Delta z^2} u_{m+1}^{n+1} = \\ \frac{b}{\Delta z^2} u_{m-1}^n + \left(a_{0m}^n - \frac{2b}{\Delta z^2} \right) u_m^n + \frac{b}{\Delta z^2} u_{m+1}^n \end{aligned} \quad (4.46)$$

†. Sachant que $\xi(u_m^n) = \frac{1}{k_0^2} \frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{\Delta z^2}$

où la notation * représente un complexe conjugué. Les coefficients dans l'expression 4.46 ont pour valeurs :

$$\begin{cases} b = \frac{q}{k_0^2} + \frac{i\Delta r}{2k_0}(p - q) \\ a_1^{n+1} = 1 + q\left(\frac{\eta^{n+1} + \eta^n}{2}\right) + \frac{ik_0\Delta r}{2}(p - q)\eta^{n+1} \\ a_0^n = 1 + q\left(\frac{\eta^{n+1} + \eta^n}{2}\right) + \frac{ik_0\Delta r}{2}(p - q)\eta^n \end{cases}$$

En ce qui concerne la discrétisation de la condition limite au sol, l'introduction, comme suit, d'un point fictif u_0 placé au-dessous du sol en $-\Delta z$

$$\frac{u_2 - u_0}{2\Delta z} + ik_0\beta u_1 = 0 \quad (\text{discrétisation de la condition limite}) \quad (4.47)$$

permet, après substitution dans l'équation 4.46, de déduire le système matriciel :

$$\begin{pmatrix} A_{11}^{*n+1} & 2B^* & & & & \\ B^* & A_{12}^{*n+1} & B^* & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & B^* & A_{1M-1}^{*n+1} & B^* & \\ & & & B^* & A_{1M}^{*n+1} & \\ & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1^{n+1} \\ u_2^{n+1} \\ \vdots \\ u_{M-1}^{n+1} \\ u_M^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{01}^n & 2B & & & & \\ B & A_{02}^n & B & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & B & A_{0M-1}^n & B \\ & & & & B & A_{0M}^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1^n \\ u_2^n \\ \vdots \\ u_{M-1}^n \\ u_M^n \end{pmatrix} \quad (4.48)$$

où,

$$\begin{cases} B = 2 \frac{b}{\Delta z^2} \\ A_{0m}^n = a_{0m}^n - 2 \frac{b}{\Delta z^2} & (\text{si } m > 1) \\ A_{1m}^n = a_{1m}^n - 2 \frac{b}{\Delta z^2} & (\text{si } m > 1) \\ A_{01}^n = a_{01}^n - 2 \frac{b}{\Delta z^2} (1 + ik_0 \beta \Delta z) \\ A_{11}^{*n} = a_{11}^{*n} - 2 \frac{b^*}{\Delta z^2} (1 + ik_0 \beta \Delta z) \end{cases}$$

Le comportement de ce schéma numérique est étudié au travers de sa consistance et de sa stabilité.

Consistance

Une équation aux différences finies issue d'une équation aux dérivées partielles est dite inconditionnellement consistante avec cette dernière si leur différence tend vers 0 lorsque le maillage s'affine. La différence entre ces deux équations est appelée erreur de troncature. Dans notre cas, l'erreur de troncature s'écrit :

$$|\mathcal{E}(u, r, z) - \mathcal{E}^0(u, \Delta r, \Delta z)| = \left| \frac{\Delta r}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[(1 + q\mathcal{L}) \frac{\partial u}{\partial r} - ik_0(p - q)\mathcal{L}u \right] \right\} + o(\Delta r^2 + \Delta z^2) \right| \quad (4.49)$$

Avec,

\mathcal{E} représente l'équation aux dérivées partielles.

\mathcal{E}^0 représente l'équation aux différences finies.

$\mathcal{L} = \eta + \xi$

Le terme sous la dérivée partielle $\partial/\partial r$ étant nul, l'erreur de troncature est de l'ordre de $(\Delta r^2 + \Delta z^2)$. Elle tend vers 0 lorsque les pas Δr et Δz tendent vers 0. Le schéma est donc consistant.

Stabilité

Le système d'équations discrétisées est dit stable si une erreur telle qu'une erreur d'arrondi au pas n ne s'intensifie pas de façon incontrôlée au pas $n + j$.

Soit le système d'équations 4.46 :

$$B^* u_{m-1}^{n+1} + A_{1m}^{*n+1} u_m^{n+1} + B^* u_{m+1}^{n+1} = B u_{m-1}^n + A_{0m}^n u_m^n + B u_{m+1}^n \quad (4.50)$$

On injecte au pas n , une petite perturbation $u(r, z) = \Phi(r) \exp(i\omega z)$ selon la méthode de von Neumann. Cette perturbation se propage au pas $n + 1$ en vérifiant :

$$\begin{aligned}
& B^* \Phi(r + \Delta r) e^{i(m-1)\omega\Delta z} + \\
& A_{1m}^{*n+1} \Phi(r + \Delta r) e^{im\omega\Delta z} + B^* \Phi(r + \Delta r) e^{i(m+1)\omega\Delta z} = \\
& B \Phi(r) e^{i(m-1)\omega\Delta z} + A_{0m}^n \Phi(r) e^{im\omega\Delta z} + B \Phi(r) e^{i(m+1)\omega\Delta z}
\end{aligned} \tag{4.51}$$

Le système 4.50 est stable si le module du facteur d'amplification $\mathcal{A} = \Phi(r + \Delta r)/\Phi(r)$ est inférieur ou égal à 1.

$$|\mathcal{A}| = \left| \frac{A_{0m}^n + 2B \cos(\omega\Delta z)}{A_{1m+1}^{*n} + 2B^* \cos(\omega\Delta z)} \right| \tag{4.52}$$

Si le milieu est stratifié alors $A_{1m+1}^n = A_{0m}^n$ et le module du facteur d'amplification s'écrit :

$$|\mathcal{A}| = \left| \frac{A_{0m}^n + 2B \cos(\omega\Delta z)}{[A_{0m}^n + 2B \cos(\omega\Delta z)]^*} \right| = 1 \tag{4.53}$$

Le système 4.50 est donc inconditionnellement stable pour un milieu stratifié.

En présence d'un sol et pour un milieu non stratifié, il nous faut considérer le système matriciel 4.48 dans sa totalité. L'étude de la stabilité est alors plus complexe. Elle a été réalisée par Mary & Lee [Mary & Lee, 1985] qui ont montré que le système 4.48 n'est pas inconditionnellement stable lorsque le sol n'est pas purement réfléchissant. Il nous faudra donc, dans cette situation, nous assurer pour chaque cas, qu'une erreur au niveau du sol ne se propage pas de façon incontrôlée dans le reste du domaine de propagation.

Algorithme

Une source gaussienne modélisée par l'équation 4.37 assure l'initialisation. Un amortissement fictif, représenté par l'équation 4.38 est réalisé de façon à atténuer les réflexions parasites qui apparaissent lorsque l'on réduit le demi-plan de propagation à un domaine fini $[0 - z_m]$.

Connaissant la valeur du vecteur $\{u^n\}$ en r_0 , on déduit le vecteur $\{u^{n+1}\}$ en $r_0 + \Delta r$ à l'aide d'un algorithme de Choleski optimisé très performant pour la résolution de systèmes linéaires à matrices tridiagonales.

Dans toutes nos applications, nous prenons un pas Δr de l'ordre de $\lambda/3$ et un pas $\Delta z \sim \lambda/4$. Par rapport à une méthode Split-Step Fourier, les temps de calcul sont donc approximativement multipliés par 3 (cf section 4.3.1).

Nous avons réalisé un code numérique basé sur la technique des différences finies. Les résultats obtenus dans des cas tests sont exacts. Néanmoins, ce code n'a constitué qu'une étape supplémentaire pour la construction d'un autre modèle: le modèle "Split-Step Padé". Il s'agit d'une méthode de discrétisation intermédiaire entre la méthode Split-Step Fourier et la méthode des différences finies implicites.

4.3.3 Une méthode numérique mixte: Split-Step Padé

La méthode numérique que nous présentons dans cette section est inspirée d'un article de Y.Saad et D.Lee [Saad & Lee, 1988]. Elle est aussi utilisée pour les calculs de propagation sous-marine par M. D. Collins [Collins, 1993] qui l'a dénommée "Split-Step Padé". Bien qu'il n'y ait à aucun moment, dans les développements analytiques de la méthode, un découplage d'opérateurs du type $\exp(A + B) = \exp(A)\exp(B)$ tel qu'il apparaît dans la technique Split-Step Fourier, nous conservons cette dénomination par souci de simplification.

Développements analytiques

Le point commun entre les méthodes Split-Step Fourier et Split-Step Padé est la volonté d'intégrer directement en r l'équation parabolique

$$\frac{\partial u}{\partial r} = ik_0(Q - 1)u \quad (4.54)$$

soit :

$$u(r_0 + \Delta r, z) = \exp \left[\int_{r_0}^{r_0 + \Delta r} ik_0(Q - 1)dr \right] u(r_0, z) \quad (4.55)$$

Si l'opérateur Q subit de faibles variations sur l'intervalle $[r_0, r_0 + \Delta r]$, l'expression précédente s'écrit approximativement :

$$u(r_0 + \Delta r, z) = \exp [ik_0(Q - 1)\Delta r] u(r_0, z) \quad (4.56)$$

et l'erreur introduite par cette approximation vaut :

$$E = ik_0 \Delta r \frac{\partial Q}{\partial r} + o(\Delta r^2) \quad (4.57)$$

Cette erreur s'annule pour un milieu stratifié.

L'idée majeure de la méthode Split Step Padé est d'approximer l'opérateur $\exp[\sigma(Q-1)]$ où $\sigma = ik_0 \Delta r$ par une somme de fractions rationnelles d'opérateurs de la forme :

$$\exp \sigma(Q-1) = \sum_{i=1}^N \frac{a_i(\eta + \xi)}{1 + b_i(\eta + \xi)} \quad (4.58)$$

où les coefficients a_i et b_i sont complexes et dépendent de N .

Le calcul des coefficients a_i et b_i est présenté dans l'article de A. Bamberger *et al.* [Bamberger *et al.*, 1988]. Le développement sous la forme d'une somme de fractions rationnelles présente l'intérêt d'augmenter la précision du calcul et l'angle de validité de l'équation parabolique sans pour autant être plus coûteux en temps de calcul. En effet, l'expression 4.58 peut être parallélisée et le calcul suivant est alors effectué sur le processeur p :

$$u_p = \frac{a_p(\eta + \xi)}{1 + b_p(\eta + \xi)} u^n \quad (4.59)$$

en écrivant

$$[1 + b_p(\eta + \xi)] u_p = a_p(\eta + \xi) u^n \quad (4.60)$$

et la solution est obtenue en sommant sur les processeurs :

$$u^{n+1} = \sum_{p=1}^N u_p \quad (4.61)$$

Ceci revient à résoudre sur chacun des N processeurs un système linéaire à matrice tridiagonale au lieu de résoudre sur un processeur un système linéaire avec matrice $2N+1$ diagonale. Le gain de temps est de l'ordre de N , le degré du développement

qui est aussi le nombre de processeurs[†].

Dans ce travail, nous avons simplement développé l'expression 4.58 à l'ordre 2 pour obtenir un système pentadiagonale résolu sur un seul processeur :

$$\exp [\sigma(\sqrt{1 + \mathcal{L}} - 1)] \sim \frac{1 + p_1\mathcal{L} + p_2\mathcal{L}^2}{1 + q_1\mathcal{L} + q_2\mathcal{L}^2} ; \quad \mathcal{L} = Q^2 - 1 = \eta + \xi \quad (4.62)$$

Le calcul des coefficients p_1 , p_2 , q_1 et q_2 , lorsque le développement se limite à l'ordre 2, ne nécessite pas l'emploi d'une technique sophistiquée telle que celle utilisée par Collins. Il suffit de développer $\exp [\sigma(\sqrt{1 + \mathcal{L}} - 1)]$ à l'ordre 4 puis d'identifier avec la fraction rationnelle ci-dessus 4.62. Le développement de Taylor à l'ordre 4 s'écrit :

$$1 + \frac{\sigma}{2}\mathcal{L} + \frac{\sigma}{8}(\sigma - 1)\mathcal{L}^2 + \frac{\sigma^3 - 3\sigma^2 + 3\sigma}{48}\mathcal{L}^3 + \frac{\sigma^4 - 3\sigma^3 - 15\sigma}{384}\mathcal{L}^4 + o(\mathcal{L}^5) \quad (4.63)$$

Lorsque le module de la fraction rationnelle est fixé à 1, la stabilité du schéma est assurée et les coefficients p_1 , p_2 , q_1 , q_2 se déduisent naturellement :

$$p_1 = \frac{3 + \sigma}{4}; \quad p_2 = \frac{\sigma^2 + 6\sigma + 3}{48}; \quad q_1 = \frac{3 - \sigma}{4}; \quad q_2 = \frac{\sigma^2 - 6\sigma + 3}{48}$$

L'erreur d'un tel développement est d'ordre $\sigma^2\mathcal{L}^4$.

L'équation 4.56 s'écrit finalement :

$$[1 + q_1(\eta + \xi) + q_2(\eta + \xi)^2] u(r_0 + \Delta r, z) = [1 + p_1(\eta + \xi) + p_2(\eta + \xi)^2] u(r_0, z) \quad (4.64)$$

où $(\eta + \xi)^2$ se développe en :

$$(\eta + \xi)^2 = \eta^2 + \eta\xi + \xi\eta + \xi^2 \quad (4.65)$$

Les opérateurs ξ et ξ^2 sont discrétisés respectivement par des différences centrées

†. Ce travail de parallélisation peut aussi être effectué pour une méthode de différences finies.

double et quatrième, soient

$$\begin{aligned} \cdot \xi(u) &= \frac{u_{m-1} - 2u_m + u_{m+1}}{\Delta z^2} \\ \cdot \xi^2(u) &= \frac{u_{m-2} - 4u_{m-1} + 6u_m - 4u_{m+1} + u_{m+2}}{\Delta z^4} \end{aligned}$$

L'équation discrétisée a finalement pour expression :

$$\begin{aligned} C^* u_{m-2}^{n+1} + B^{*n+1} u_{m-1}^{n+1} + A^{*n+1} u_m^{n+1} + B^{*n+1} u_{m+1}^{n+1} + C^* u_{m+2}^{n+1} = \\ C u_{m-2}^n + B_{m-1}^n u_{m-1}^n + A_m^n u_m^n + B_{m+1}^n u_{m+1}^n + C u_{m+2}^n \end{aligned} \quad (4.66)$$

où,

$$\begin{aligned} A_i^n &= 1 + q_1 \left[\eta_i^n - \frac{2}{k_0^2 \Delta z^2} \right] + q_2 \left[\eta_i^{n2} + \frac{2}{k_0^2} \frac{\partial^2 \eta_i^n}{\partial z^2} - \frac{4}{k_0^2 \Delta z^2} \eta_i^n + \frac{6}{k_0^4 \Delta z^4} \right] \\ B_i^n &= q_1 \left[\frac{1}{k_0^2 \Delta z^2} \right] + q_2 \left[\frac{2}{k_0^2} \eta_i^n - \frac{4}{k_0^4 \Delta z^4} \right] \\ C &= q_2 \left[\frac{1}{k_0^4 \Delta z^4} \right] \end{aligned}$$

La prise en compte de la condition limite au sol

$$\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} + ik_0 \beta u = 0 \quad (4.67)$$

permet d'éliminer les points fictifs u_{-2}^n et u_{-1}^n de l'équation 4.66. Pour cela la condition limite 4.67 est discrétisée de deux façons :

$$\begin{cases} \frac{u_2^n - u_0^n}{2\Delta z} + ik_0 \beta u_1^n = 0 \\ \frac{u_3^n - u_{-1}^n}{4\Delta z} + ik_0 \beta u_1^n = 0 \end{cases} \quad (4.68)$$

Et le système d'équations discrétisées avec prise en compte de la condition limite de sol a pour expression finale :

où,

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1^n = A_1^{*n} - 2ik_0\beta\Delta z B_2^n - 4ik_0\beta\Delta z C \\ B_1^n = B_1^n - 2ik_0\beta\Delta z C \\ A_1^{*n+1} = A_1^{*n+1} - 2ik_0\beta\Delta z B_2^{*n+1} - 4ik_0\beta\Delta z C^* \\ B_1^{*n+1} = B_1^{*n+1} - 2ik_0\beta\Delta z C^* \end{array} \right. \quad (4.70)$$

Convergence

L'erreur de cette équation discrétisée par rapport à l'équation 4.64 est d'ordre Δz^2 . Le schéma est inconditionnellement stable lorsque le sol est purement réfléchissant. Le fait d'introduire un sol à impédance "perturbe" la stabilité comme pour une méthode de différences finies implicites. Le schéma n'est donc plus inconditionnellement stable en présence d'un sol à impédance. Il faudra, là encore, s'assurer au cas par cas qu'aucune erreur d'arrondi au niveau du sol ne se propage dans tout le domaine.

Algorithme

En ce qui concerne l'échantillonnage du signal, un gain considérable est réalisé par rapport à une méthode de différences finies implicites. En effet, bien que l'erreur de l'équation discrétisée soit de l'ordre de Δz^2 , ce qui implique un échantillonnage vertical identique à cette dernière ($\lambda/4$), l'échantillonnage horizontal est ramené, lui, à une valeur de l'ordre de la longueur d'onde. Les temps de calcul deviennent alors très proches de ceux de la méthode Split-Step Fourier.

Le procédé itératif est initialisé par une source gaussienne (Eq. 4.37). Puis, à chaque pas nous calculons le vecteur $\{u^{n+1}\}$ à partir du vecteur $\{u^n\}$ en résolvant le système linéaire 4.69 par une méthode de décomposition LU. Un amortissement fictif est réalisé au sommet du maillage (Eq. 4.38)

En conclusion, nous utilisons la méthode Split-Step Padé dans tous les problèmes de propagation que nous traitons. Elle propose les avantages réunis de la méthode Split-Step Fourier, telle que la rapidité de calcul et ceux de la méthode des différences finies, telle que la parallélisation et le traitement du sol à impédance. Nous l'avons

validé, en comparaison avec des simulations par la méthode Split-Step Fourier ou la méthode des différences finies.

Chapitre 5

Résultats dans la région de ligne de vue

Les chapitres 5 et 6 sont destinés, d'une part, à valider notre modèle en le comparant à plusieurs séries de mesures réalisées en milieu extérieur, et d'autre part, à étendre la connaissance des phénomènes mis en jeu lorsque les conditions climatiques sont complexes. Sur le sujet, le lecteur peut aussi se référer aux publications suivantes [Juvé *et al.*, 1992], [Juvé *et al.*, 1993], [Chevret & Blanc-Benon, 1993] [Chevret & Blanc-Benon, 1994] et [Ostashev *et al.*, 1992].

Avant de poursuivre, il est important de préciser que :

- Le schéma Split-Step Padé qui constitue une nouvelle technique de résolution numérique de l'équation parabolique pour la propagation atmosphérique a été validé : son application dans différents cas tests déterministes montre son excellente efficacité tant du point de vue précision que temps de calcul.
- Notre modèle de génération de la turbulence a été confronté à divers résultats théoriques [Hugon-Jeannin, 1992]. Ces comparaisons furent toujours un succès.

Nous avons scindé notre étude en deux parties. La première (Chap. 5) porte sur la propagation dans la région de ligne de vue. Dans cette région, il nous est possible de nous appuyer sur le modèle stochastique de Daigle ainsi que sur des résultats théoriques connus sur la propagation en espace libre. La seconde (Chap. 6) concerne la propagation dans la zone d'ombre pour laquelle les phénomènes mis en jeu sont encore assez mal connus. Les résultats seront donc présentés sur de nombreuses cartes couleurs qui serviront de support à notre analyse. Nous verrons que dans ces deux régions, et malgré les hypothèses que nous formulons sur la description de la turbulence, les résultats fournis par notre modèle sont très satisfaisants car offrant toujours une amélioration par rapport aux calculs déterministes.

Lorsque le récepteur R est placé dans la région de ligne de vue, il est atteint par deux rayons provenant de la source S. Ces rayons, r_d et r_r sont représentés sur la figure 5.1 et sont respectivement le rayon directement issu de la source et le rayon réfléchi sur le sol.

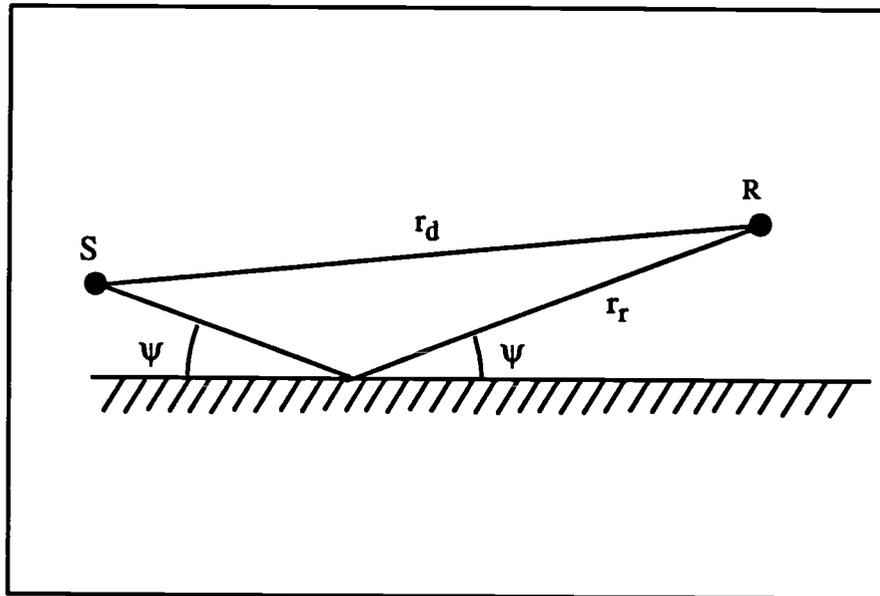


FIG. 5.1 - *Superposition onde directe/onde réfléchie sur le sol*

D'un point de vue qualitatif, l'expression du coefficient de réflexion R_p d'une onde plane porte un certain nombre d'indications quant à la nature de cette réflexion. R_p s'écrit :

$$R_p = \frac{\sin \Psi - Z/Z_s}{\sin \Psi + Z/Z_s} \quad (5.1)$$

Ψ est l'angle formé par le rayon réfléchi avec le sol, $Z = \rho c$ et Z_s sont respectivement l'impédance du milieu de propagation et l'impédance du sol. En particulier, lorsque le sol est purement rigide, l'impédance Z_s est infinie et donc R_p vaut 1. Dans ce cas, la réflexion s'effectue sans changement de phase. Par contre, si le sol est à impédance, Z_s est fini et complexe de même que R_p . Ceci se traduit par un changement de phase sur l'onde réfléchie, changement de phase qui tend vers π lorsque l'angle de réflexion Ψ tend vers 0 (réflexion rasante). Ces remarques, bien qu'élémentaires, permettent de mieux comprendre le comportement du champ acoustique près d'un sol, ainsi que

la nature des interférences issues de la superposition de l'onde directe et de l'onde réfléchie.

5.1 Propagation sur un sol rigide

Dans le cas de la propagation sur un sol rigide, l'onde réfléchie sur le sol ne subit aucun déphasage. Ainsi, si l'on fait abstraction de la turbulence, le déphasage qui existe entre l'onde directe et l'onde réfléchie en un point \vec{x} du milieu, provient uniquement des différences de trajet. En particulier, il existe des zéros de pression (interférences très marquées) lorsque les ondes directe et réfléchie sont déphasées de π ou lorsque l'écart entre les deux trajets est tel que :

$$r_r - r_d = [r^2 + (h_r + h_s)^2]^{1/2} - [r^2 + (h_r - h_s)^2]^{1/2} = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (5.2)$$

où r est la distance horizontale qui sépare la source du récepteur, h_s est la hauteur de la source, h_r est la hauteur du récepteur et λ est la longueur d'onde du signal.

Nous scindons notre analyse en deux parties, la première traite du rôle de la turbulence dans les figures d'interférence, la seconde concerne le rôle de la turbulence en l'absence d'interférences. La source est alors sur le sol ou à proximité immédiate de celui-ci. La bande de fréquences qui nous intéresse, est 50 Hz-5000 Hz.

5.1.1 La turbulence et les interférences

Les campagnes de mesures menées par Daigle *et al.* en 1976 (section 2.3) montrent que les niveaux acoustiques moyens enregistrés à proximité de la source dans les creux d'interférence sont beaucoup plus élevés que les niveaux estimés sans turbulence. L'onde directe et l'onde réfléchie ne sont donc pas exactement déphasées de π à chaque instant comme le prévoient les théories déterministes [Daigle *et al.*, 1978].

Nous avons extrait deux grandes séries de mesures des expériences de Daigle. Dans les deux situations, le récepteur est éloigné de la source d'une distance de 15 m, elle-même positionnée à 1,2 m au-dessus du sol. Dans les deux expériences, seule la position du récepteur au-dessus du sol diffère : à 1,2 m au-dessus du sol comme la source, et aussi plus près à 0,6 m.

Lorsque le récepteur est placé à 1,2 m au-dessus du sol. La variance de l'indice de réfraction mesurée est $\langle \mu^2 \rangle = 7,7 \times 10^{-6}$ et l'échelle de corrélation des fluctuations du milieu est estimée égale à 1,1 m. Le niveau moyen mesuré par Daigle pour différentes fréquences réparties entre 1 kHz et 6 kHz conduit au spectre représenté sur la figure 5.2. En comparaison, sur la même figure, est représenté le spectre issu d'un calcul déterministe ainsi que celui fourni par notre simulation en présence de turbulence. Cette dernière est modélisée par une fonction de corrélation gaussienne. Le spectre d'énergie associé est discrétisé par 60 modes de Fourier répartis linéairement sur l'intervalle des nombres d'onde $[0,1 \text{ m}^{-1} - 6 \text{ m}^{-1}]$. La moyenne pour le calcul du niveau est effectuée sur 60 réalisations.

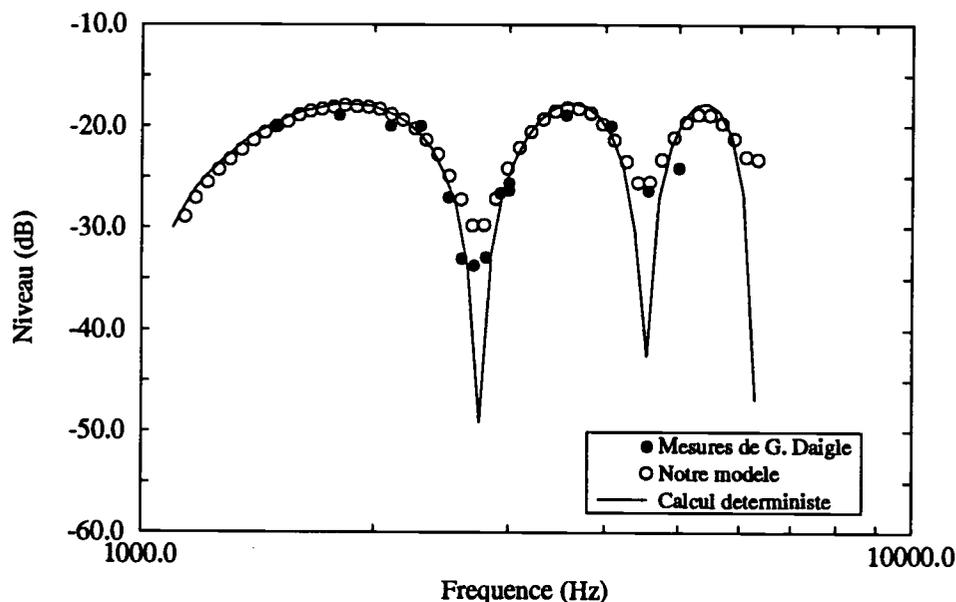


FIG. 5.2 - Spectre des niveaux acoustiques : comparaison entre les mesures de G. Daigle, un calcul déterministe et notre modèle ($h_s = h_r = 1,2 \text{ m}$, $r = 15 \text{ m}$, $\langle \mu^2 \rangle = 7,7 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

Le spectre obtenu avec notre simulation correspond tout à fait à celui mesuré par Daigle. L'introduction de la turbulence dans le modèle numérique permet donc de retrouver des niveaux plus réalistes dans les creux d'interférence. Cette augmentation de niveaux en présence de turbulence est une conséquence directe de la décorrélation entre l'onde directe et l'onde réfléchie. La figure 5.2 montre également que cette décorrélation croît avec la fréquence de la source : le niveau dans les creux d'interférence est plus fort et une légère diminution du niveau des maxima commence à se manifester.

Cependant, notre simulation surestime légèrement (~ 4 dB) les niveaux dans le premier creux d'interférence. Il est difficile d'en donner les raisons précises, mais une supposition est la possibilité d'effets 3D que notre modèle ne prend pas en compte. Il est néanmoins certain que cette différence ne provient ni d'un nombre de modes insuffisant, ni d'un nombre de réalisations insuffisant (la convergence s'observe rapidement pour ces deux grandeurs), ni du choix de l'échelle de corrélation ou de la variance de l'indice de réfraction car une étude paramétrique a montré qu'une modification de 20% de ces deux grandeurs n'a que très peu d'effet sur le niveau moyen final.

L'analyse de Daigle présentée dans la section 3.1 permet de retrouver ces différents comportements. En effet, pour un sol rigide ($Q = 1$ dans l'expression 3.5), la moyenne du carré du champ de pression s'écrit alors :

$$\langle p^2 \rangle = \frac{2}{r_d r_r} \left[\frac{\sigma_A^2}{2} \left(\frac{r_r}{r_d} + \frac{r_d}{r_r} \right) + \frac{r_r}{2r_d} \left(1 - \frac{r_d}{r_r} \right)^2 + \right. \\ \left. 1 + (1 - \sigma_A^2 \rho_A) \cos(k_0(r_r - r_d)) \exp(-\sigma_S^2(1 - \rho_S)) \right] \quad (5.3)$$

Nous rappelons que σ_A^2 est la variance de l'amplitude, σ_S^2 est la variance de sa phase, ρ_A et ρ_S sont les covariances de la phase et de l'amplitude entre le trajet direct et le trajet réfléchi.

Dans notre situation, la source et le récepteur sont proches du sol, donc le rapport r_d/r_r est voisin de 1. De plus, la variance de l'amplitude du champ est très inférieure à 1 sur toute la gamme de fréquences considérée (Fig. 5.3)†.

Ainsi, $\langle p^2 \rangle$ a pour expression :

†. Pour s'en persuader, il suffit de se reporter à l'équation 3.7 donnée par Daigle :

$$\sigma_A^2 \simeq \frac{\langle \chi^2 \rangle}{1 + \frac{11}{4} \langle \chi^2 \rangle} \quad \text{si } \langle \chi^2 \rangle \leq 1 \quad (5.4)$$

où $\langle \chi^2 \rangle$ est le log-amplitude du champ calculé dans l'approximation des fluctuations faibles par la formule 3.6. Pour ce qui nous concerne, σ_A^2 croit de 0 à 10^{-2} sur la plage de fréquences [100 Hz-6000 Hz].

$$\langle p^2 \rangle = \frac{2}{r^2} \left[1 + \cos(k_0(r_r - r_d)) \exp(-\sigma_S^2(1 - \rho_S)) \right] \quad (5.5)$$

où r est la distance horizontale de séparation source-récepteur. Notons que l'aspect aléatoire du champ n'apparaît plus, dans cette expression, qu'au travers de ses fluctuations de phase. Sur la figure 5.4, nous avons tracé $\langle p^2 \rangle$ en fonction de la fréquence de la source à partir de l'expression 5.5. La courbe oscille avec la période $\Delta f = c_0/(r_r - r_d) = 1782$ Hz entre deux fonctions enveloppes \mathcal{F}_1 et \mathcal{F}_2 qui ont pour expression :

$$\begin{cases} \mathcal{F}_1 = \frac{2}{r^2} \times [1 + \exp(-\sigma_S^2(1 - \rho_S))] \\ \mathcal{F}_2 = \frac{2}{r^2} \times [1 - \exp(-\sigma_S^2(1 - \rho_S))] \end{cases} \quad (5.6)$$

En comparaison, la courbe associée à un calcul déterministe ($\sigma_S = 0$) est aussi tracée .

Sur cette figure, nous constatons qu'en basses fréquences, la turbulence a très peu d'effet sur la propagation ; $\langle p^2 \rangle$ est proche du calcul déterministe. La fréquence augmentant, la décorrélation entre l'onde directe et l'onde réfléchiée s'accroît et $\langle p^2 \rangle$ s'écarte de la valeur déterministe. En hautes fréquences, les effets de la turbulence sur l'onde sont très importants et $\langle p^2 \rangle$ tend vers $2 \times p_0^2$ (addition des carrés de la pression pour des signaux totalement décorrélés) où $p_0^2 = cte/r^2$ est la valeur du champ en espace libre et sans turbulence. Ce comportement du champ acoustique est effectivement celui observé sur l'ensemble de nos résultats (Fig. 5.2).

Considérons maintenant le cas où le récepteur est placé à 0,6 m au-dessus du sol et toujours à 15 m de la source. La simulation réalisée sur cette expérience repose sur le même choix des paramètres météorologiques que la simulation précédente et le spectre d'interférence obtenu est présenté sur la figure 5.5 en comparaison avec un calcul déterministe et les mesures de Daigle.

Sur cette figure, les courbes associées au calcul déterministe et à notre modèle sont, en réalité, les résultats issus de nos simulations et translatés d'environ 300 Hz. Il nous a fallu opérer cet ajustement fréquentiel sur nos résultats de façon à pouvoir superposer nos figures d'interférence avec celles de Daigle. Notons qu'avant cet ajustement, la position des deux premières interférences que donnait notre modèle

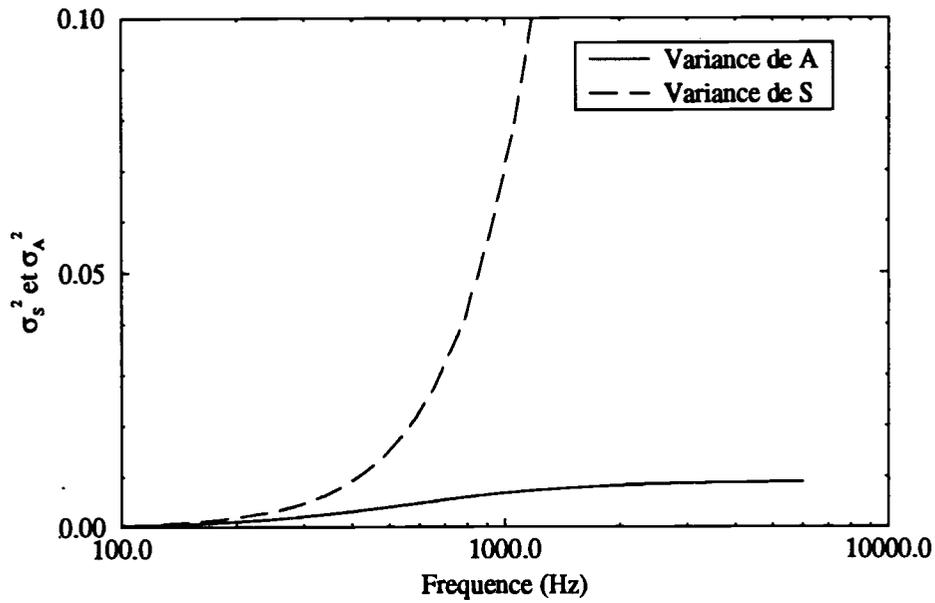


FIG. 5.3 - Variance de la phase et de l'amplitude dans l'approximation de Rytov 3D ($h_s = h_r = 1,2 \text{ m}$, $r = 15 \text{ m}$, $\langle \mu^2 \rangle = 7,7 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

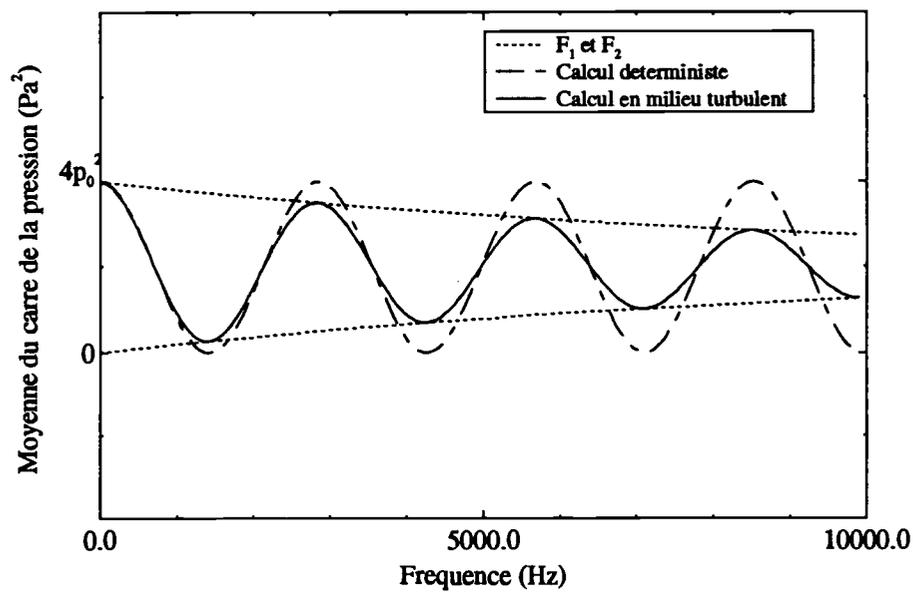


FIG. 5.4 - $\langle p^2 \rangle$ calculée d'après les développements de Daigle ($h_s = h_r = 1,2 \text{ m}$, $r = 15 \text{ m}$, $\langle \mu^2 \rangle = 7,7 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

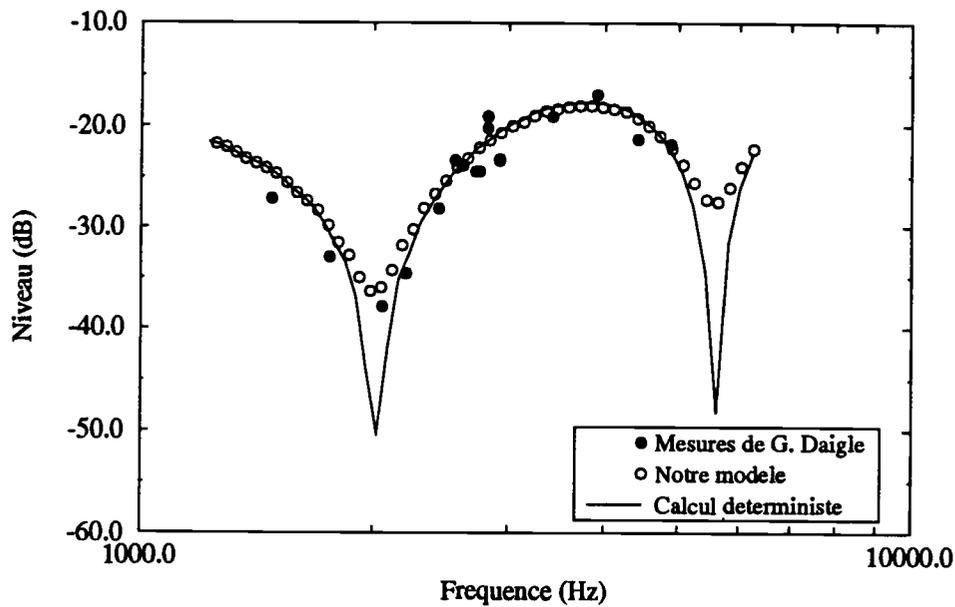


FIG. 5.5 - *Spectre des niveaux acoustiques: comparaison entre les mesures de G. Daigle, un calcul déterministe et notre modèle ($h_s = 1,2$ m, $h_r = 0,6$ m, $r = 15$ m, $\langle \mu^2 \rangle = 7,7 \times 10^{-6}$, $L = 1,1$ m)*

(1778 Hz et 5334 Hz) correspondait aux positions théoriques (Eq. 5.2). La seule explication vraisemblable sur ce décalage fréquentiel du spectre des niveaux associé aux mesures nous semble être liée à l'existence, lors des mesures, d'un gradient de célérité qui aurait tendance à déplacer les figures d'interférence.

La remarque concernant l'écart des niveaux acoustiques entre simulation et mesures dans les creux d'interférence s'applique à nouveau puisque le niveau simulé est environ 2 dB au-dessus du niveau mesuré. Comme précédemment, cet écart se réduit avec l'augmentation de la fréquence et donc avec la perte de cohérence du signal.

Nous avons finalement réitéré l'expérience en introduisant de façon empirique, dans le modèle, un gradient de célérité linéaire de la forme $c(z) = c_0 - 0,5 \times z$. Les figures d'interférence entre les mesures et la simulation se superposent alors, et les niveaux ne sont pas modifiés. Les résultats sont présentés sur la figure 5.6 pour laquelle nous n'avons exercé aucune translation.

A titre d'illustration sur le "gommage" des interférences par la turbulence, nous présentons sur les figures 5.7 et 5.8 deux cartes donnant respectivement le niveau

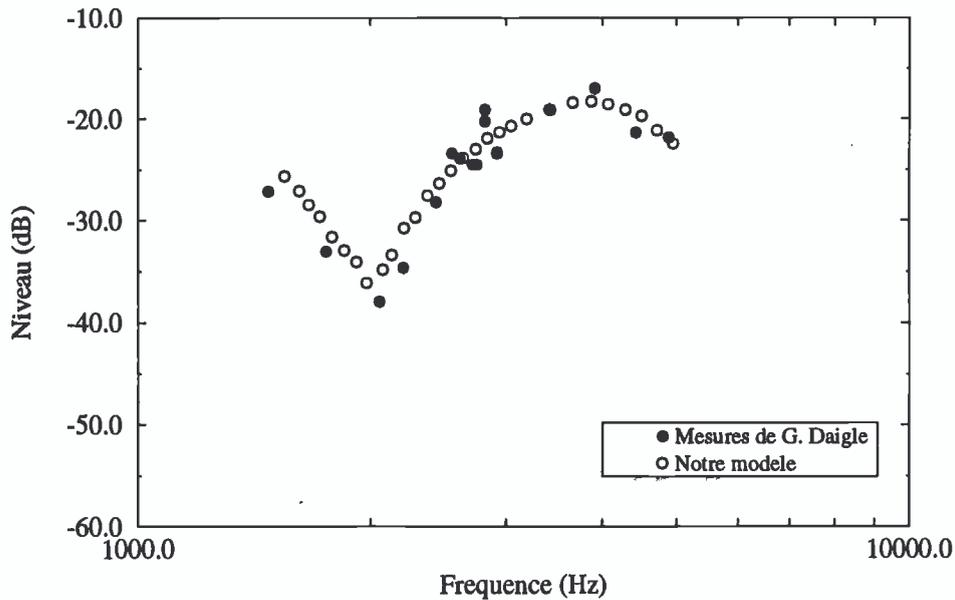


FIG. 5.6 - Spectre des niveaux acoustiques : comparaison entre les mesures de G. Daigle et notre modèle avec introduction d'un gradient de célérité ($h_s = 1,2 \text{ m}$, $h_r = 0,6 \text{ m}$, $r = 15 \text{ m}$, $\langle \mu^2 \rangle = 7,7 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

acoustique sans turbulence et le niveau moyen sur 60 réalisations. Sur ces cartes, la turbulence semble homogénéiser le champ de telle sorte qu'après quelques centaines de mètres, on ne distingue plus du tout les interférences.

L'analyse de l'interaction onde/milieu peut être poursuivie au-delà du calcul des niveaux moyens puisque le modèle statistique que nous utilisons permet de quantifier le caractère fluctuant de l'onde au travers de ses fluctuations d'amplitude et de phase. Une manière originale de les représenter consiste à associer à la valeur complexe p du champ, et pour chaque réalisation du champ d'indice, la partie réelle et la partie imaginaire du rapport $p/\langle p \rangle$ où $\langle p \rangle$ est la valeur moyenne du champ. Ainsi, à chaque p correspond dans le plan complexe un point dont la partie réelle et la partie imaginaire s'écrivent respectivement :

$$\begin{cases} \frac{A}{A_m} \cos(S - S_m) \\ \frac{A}{A_m} \sin(S - S_m) \end{cases} \quad (5.7)$$

A et A_m sont respectivement l'amplitude du champ et du champ moyen, et S et S_m

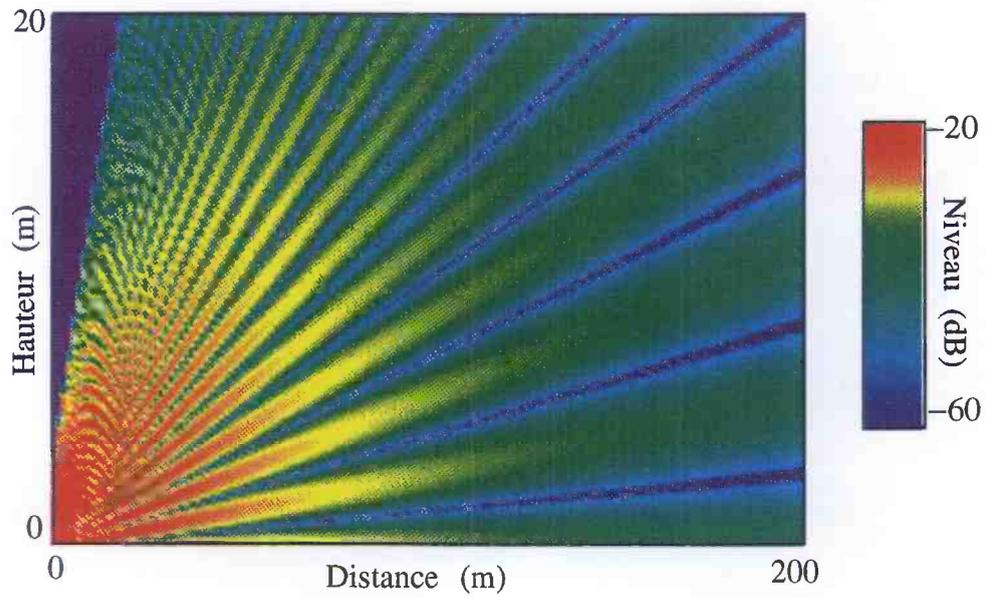


FIG. 5.7 - Niveaux acoustiques près d'un sol rigide, pour une atmosphère non turbulente ($f = 4000 \text{ Hz}$, $h_s = 1,2 \text{ m}$)

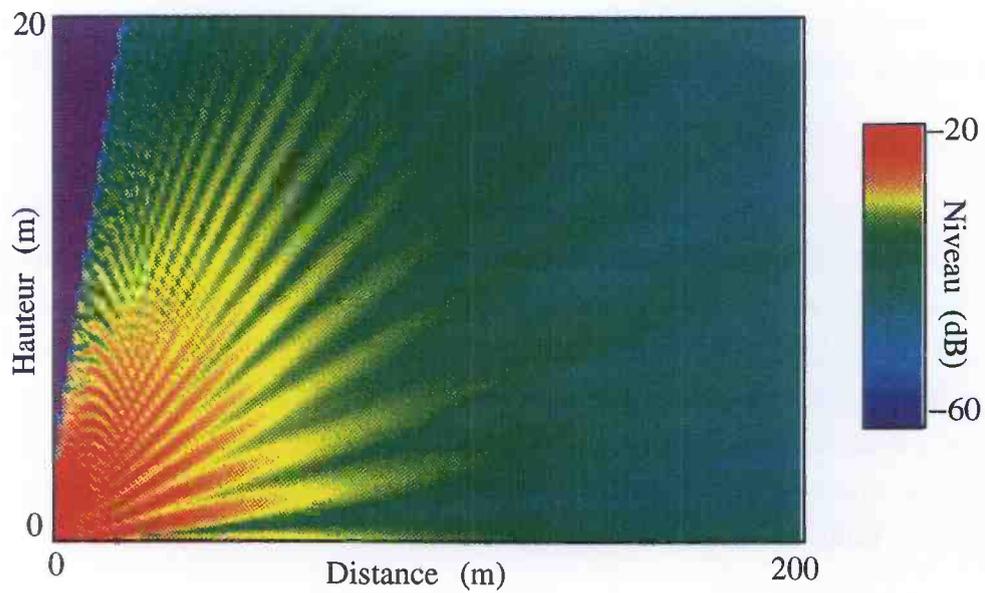


FIG. 5.8 - Niveaux acoustiques moyens près d'un sol rigide, pour une atmosphère turbulente ($f = 4000 \text{ Hz}$, $h_s = 1,2 \text{ m}$, $\langle \mu^2 \rangle = 7,7 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$, 60 réalisations)

résultats théoriques correspondent à un calcul déterministe et ont été présentés par Piercy *et al.* [Piercy *et al.*, 1977] et Daigle [Daigle, 1979] en comparaison avec les mesures de Parkin et Scholes.

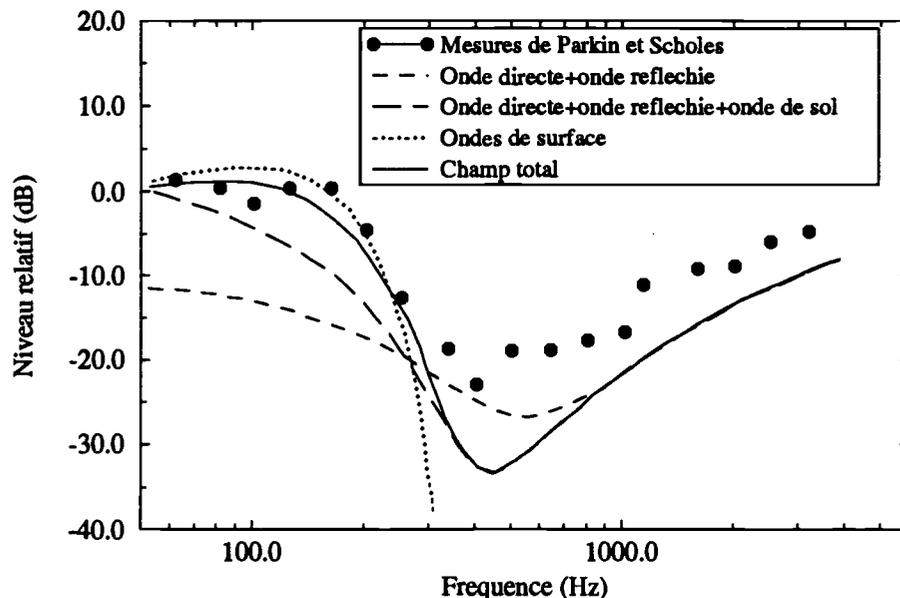


FIG. 5.21 - Spectre des niveaux relatifs sur un sol à impédance pour une atmosphère turbulente : contributions des ondes directe, réfléchie, de sol et de surface ($h_s = 1,8$ m, $h_r = 1,5$ m, $r = 600$ m, $\sigma = 300000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1$ m)

Sur cette figure, il apparaît très nettement qu'en basses fréquences la contribution la plus importante est celle due aux ondes de surface et à l'onde de sol (et ceci d'autant plus que la distance de propagation est grande). Ainsi, si l'on néglige la contribution des ondes directe et réfléchie, la moyenne du carré de la pression s'écrit :

$$\langle p \rangle^2 = (1 - R_p)^2 F^2 \frac{\langle A_r^2 \rangle}{r_r} \quad (5.22)$$

Le niveau moyen ne dépend donc principalement que des fluctuations d'amplitude (au travers du terme $\langle A_r^2 \rangle$) qui sont très faibles en basses fréquences. La turbulence joue donc un rôle minime dans ce cas. Il existe néanmoins une contribution des ondes directe et réfléchie mais l'influence de la turbulence sur celles-ci est imperceptible, comme nous l'avons vu dans la section précédente.

Pour donner une image de la décorrélation de l'onde au voisinage du sol, nous avons représenté sur les figures 5.22 et 5.23 le niveau relatif associé à un calcul

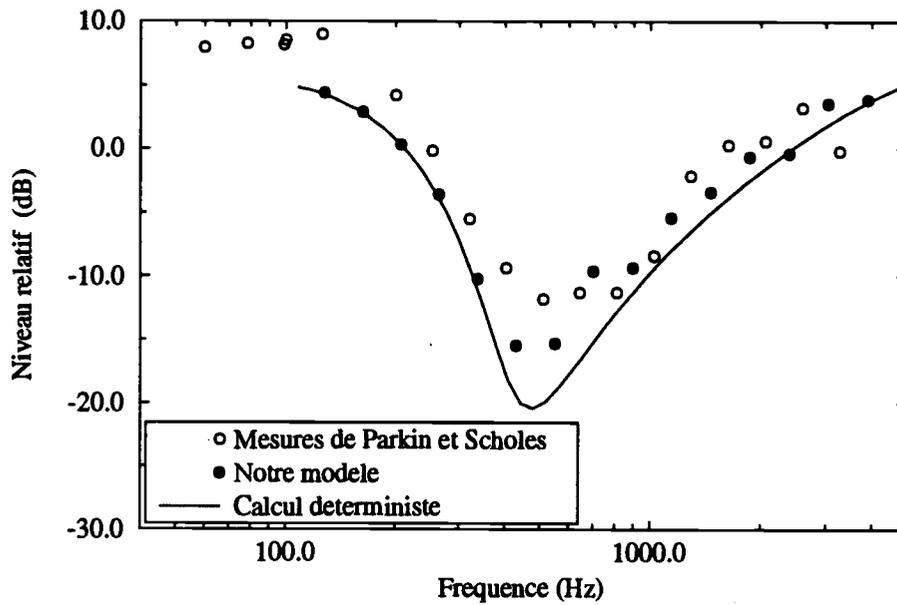


FIG. 5.19 - Spectre des niveaux relatifs sur un sol à impédance pour une atmosphère turbulente : comparaison entre les mesures de Parkin et Scholes, l'équation parabolique déterministe et notre modèle ($h_s = 1,8 \text{ m}$, $h_r = 1,5 \text{ m}$, $r = 200 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

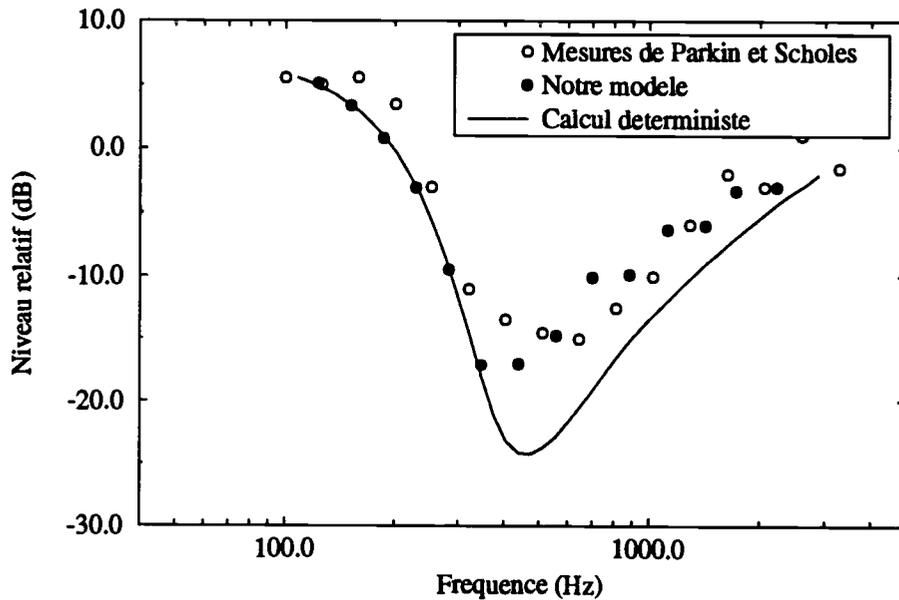


FIG. 5.20 - Spectre des niveaux relatifs sur un sol à impédance pour une atmosphère turbulente : comparaison entre les mesures de Parkin et Scholes, l'équation parabolique déterministe et notre modèle ($h_s = 1,8 \text{ m}$, $h_r = 1,5 \text{ m}$, $r = 350 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

qui se propage dans le sol.

Les mesures réalisées par Parkin et Scholes sont représentées sur les figures 5.19 et 5.20 pour des distances de propagation de 200 m et 350 m respectivement. Sur ces mêmes figures, apparaissent les spectres obtenus numériquement sans turbulence puis avec turbulence à l'aide de notre modèle pour une cinquantaine de réalisations.

Les remarques d'ordre général que nous pouvons formuler quant à ces figures, sont proches de celles concernant la propagation sur un sol rigide. Bien que la cause des interférences soit, dans le cas d'un sol à impédance, différente de celle responsable des interférences en présence d'un sol rigide, la turbulence joue le même rôle décorrélateur vis-à-vis de l'onde directe et de l'onde réfléchie. En effet, les niveaux calculés en présence de turbulence dans le creux d'interférence sont plus forts que ceux simulés par l'équation parabolique déterministe. Et, cet écart augmente avec la distance de propagation puisqu'il est d'environ 4 dB à 200 m, puis environ 10 dB à 350 m. Ceci n'est pas surprenant car les fluctuations de phase et d'amplitude du champ ne cessent de croître avec la distance de propagation. Il est également intéressant de noter qu'en basses fréquences ($f < 400$ Hz), la turbulence a très peu d'effet (voire aucun effet) sur le niveau acoustique moyen. C'est un résultat auquel nous nous attendions puisque le paramètre Γ qui caractérise l'intensité de la turbulence du point de vue de ses effets sur le champ acoustique est très faible: lorsque la distance de propagation est 350 m et la fréquence de la source est égale à 400 Hz, il vaut environ $\Gamma = 2 \times 10^{-3}$.

Une analyse plus poussée, reprenant les grandes idées de la théorie de superposition onde directe/onde réfléchie permet de mieux justifier ce faible impacte de la turbulence pour les basses fréquences. Nous rappelons pour cela, l'expression du champ de pression en un point \vec{x} du milieu pour un sol à impédance :

$$p(\vec{x}) = \frac{A_d}{r_d} \exp(ik_d r_d) + R_p \frac{A_r}{r_r} \exp(ik_r r_r) + (1 - R_p) F \frac{A_r}{r_r} \exp(ik_r r_r) \quad (5.21)$$

où R_p et F sont donnés respectivement par les expressions 3.2 et 3.4.

Les deux premiers termes de l'équation 5.21 définissent les contributions de l'onde directe et de l'onde réfléchie sur le sol et le troisième correspond à la propagation de l'onde de surface et de l'onde de sol. La figure 5.21 représente la contribution de ces différents termes sur le spectre des niveaux acoustiques pour un récepteur placé à 600 m de la source lors des campagnes de mesures de Parkin et Scholes. Ces résultats

Nous nous intéressons d'abord à la propagation en l'absence de turbulence. Le calcul déterministe le mieux adapté à ce type de problème est celui de Rudnick. Il tient compte des phénomènes complexes comme la génération des ondes de sol et de surface, apparaissant lorsqu'il y a réflexion rasante sur un sol à impédance. La figure 5.18 met en comparaison, dans un cas où le récepteur est éloigné de 350 m de la source, un calcul du spectre des niveaux acoustiques à l'aide des développements de Rudnick et le même spectre fourni par l'équation parabolique déterministe. Les niveaux tracés sont des niveaux relatifs comptés par rapport aux niveaux que l'on aurait en milieu homogène.

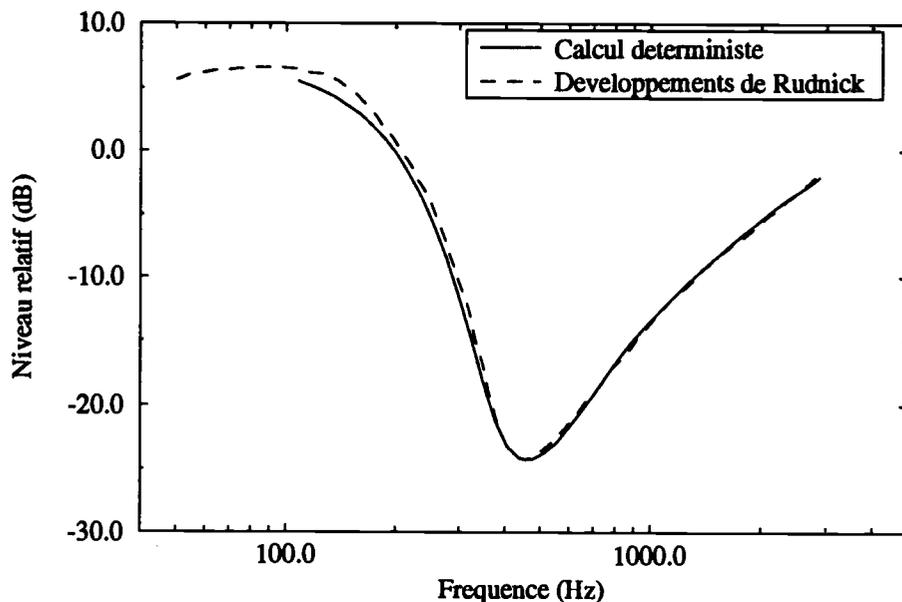


FIG. 5.18 - Spectre des niveaux relatifs sur un sol à impédance pour une atmosphère non turbulente : comparaison entre la théorie de Rudnick et l'équation parabolique déterministe ($h_s = 1,8 \text{ m}$, $h_r = 1,5 \text{ m}$, $r = 350 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$)

Les deux courbes se superposent presque parfaitement et font apparaître un excès d'atténuation important du niveau acoustique dans la bande de fréquence [200 Hz - 1000 Hz]; excès qui atteint environ 25 dB aux alentours de 400 Hz. La zone d'ombre ainsi créée doit son origine au déphasage de l'onde réfléchie au contact du sol. Notons sur les courbes, une légère différence en très basses fréquences entre les développements de Rudnick et l'équation parabolique déterministe. Cet écart provient d'une erreur propre à l'utilisation de l'équation parabolique avec une condition limite de Fourier. Cette technique ne prend, en effet, pas en compte l'onde

acoustique. En pratique, la propagation en milieu extérieur se fait rarement sur un sol rigide, mais l'onde découvre au cours de son passage une certaine quantité de types de sol. Il existe un grand nombre d'études théoriques [Wenzel, 1974], [Chessel, 1977] portant sur la propagation du son sur un sol à impédance, mais la plupart font abstraction de la turbulence de l'atmosphère. Or, les campagnes de mesures sur un sol à impédance, en particulier celles de Parkin et Scholes (section 2.2) indiquent que les niveaux acoustiques réels ne sont pas ceux calculés par les théories déterministes. La partie suivante a pour objectif d'étudier, par le biais de notre modèle, les effets de la turbulence lors de la propagation sur un sol à impédance.

5.2 Propagation sur un sol à impédance

Lorsqu'une onde se réfléchit sur un sol à impédance, elle subit un changement de phase qui dépend de la hauteur de la source et des caractéristiques du sol. Plaçons-nous dans la configuration précédente où la source est suffisamment proche du sol pour que les figures d'interférence, liées à la différence de trajet entre l'onde directe et l'onde réfléchie, n'apparaissent que pour des fréquences très élevées et au-delà de la bande de fréquences qui nous intéresse [50 Hz - 5000 Hz]. Dans cette situation et dans le cas déterministe, les interférences sur le spectre des niveaux acoustiques sont seulement dues à la présence du sol à impédance.

L'essentiel de l'étude présente repose sur les mesures de Parkin et Scholes (section 2.2). La source et le récepteur sont respectivement à 1,8 m et 1,5 m au-dessus du sol. Ce dernier est placé à différentes distances de la source jusqu'à 350 m [Parkin & Scholes, 1964], [Parkin & Scholes, 1965]. Pour chacune de ces distances, le spectre des niveaux relatifs est mesuré. Les données météorologiques n'ont pas été relevées. Les valeurs de L et $\langle \mu^2 \rangle$ choisies pour nos simulations sont celles estimées par G. Daigle [Daigle, 1979] lors de l'ajustement de ses résultats théoriques avec les mesures de Parkin et Scholes; L vaut 1,1 m et $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$. La valeur de l'impédance de sol est obtenue par une technique utilisée par C. I. Chessel [Chessel, 1977] qui consiste à rechercher numériquement la valeur de la résistivité σ qui permette d'obtenir, par les développements de Rudnick (déterministe), le spectre des niveaux le plus proche possible de celui mesuré[†]. En l'occurrence, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$ représente le meilleur choix et Z_s , l'impédance du sol est déduite de σ à partir des formules de Delany et Bazley.

[†]. Cette méthode est forcément inexacte car elle ne tient pas compte de la turbulence qui modifie le spectre des niveaux acoustiques.

La région [1] sur le diagramme (Λ, Φ) (Fig. 5.17) est délimitée par les courbes $\Lambda = 1$ et $\Lambda\Phi = 1$. C'est la zone de l'acoustique géométrique. Dans cette région, la diffraction par les inhomogénéités de la turbulence est très faible et la notion de rayons acoustiques est préservée malgré la présence de turbulence. La région [2] est définie par $\Lambda \gg 1$ et $\Phi \ll 1$ et représente la zone de diffraction sans saturation. Dans cette région, nous appliquons l'approximation de Rytov qui suppose que la quantité d'énergie diffusée par les inhomogénéités de la turbulence est faible devant la quantité d'énergie contenue par l'onde incidente. La région [3] est la zone de saturation définie par $\Phi \gg 1$ et $\Lambda\Phi \gg 1$. Sur cette même figure, chaque croix a pour coordonnées les valeurs de Λ et Φ pour un récepteur placé de 20 m à 400 m de la source et déplacé par pas de 20 m (les conditions météorologiques sont celles décrites précédemment). Par exemple, lorsque le récepteur est à 20 m de la source, les valeurs de Λ et Φ qui lui sont associées sont $\Lambda \simeq 4 \times 10^{-2}$ et $\Phi \simeq 1$. Ainsi, il se trouve dans la zone de l'acoustique géométrique. Pour être dans la zone de saturation, il faut que r soit supérieur à 200 m. Le changement de pente observé par la simulation pour une onde sphérique est donc une amorce de saturation qui devrait se confirmer après 200 m de propagation.

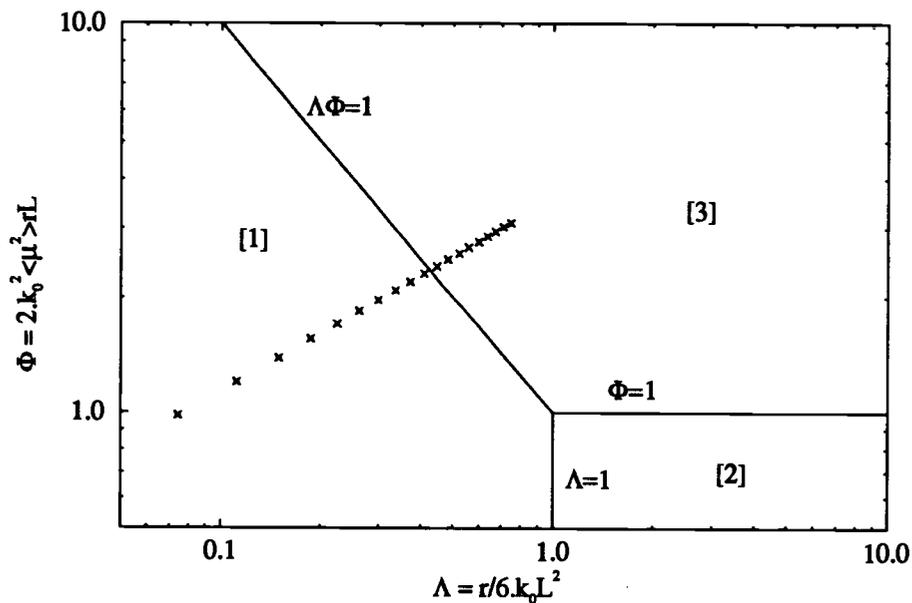


FIG. 5.17 - Diagramme (Λ, Φ) pour une onde sphérique et une fonction de corrélation gaussienne. ($f=4000$ Hz, $r=[20 \text{ m}, 400 \text{ m}]$, $\langle \mu^2 \rangle = 10^{-6}$, $L=1,1 \text{ m}$)

Nous avons vu en détail, les effets du couplage sol rigide-turbulence sur le champ

plane en espace libre. Nous avons ensuite calculé la variance du log-amplitude du champ de pression associé à cette onde plane à l'aide de notre modèle pour 20 réalisations, puis à l'aide des développements analytiques dans l'approximation de Rytov. Les résultats sont présentés sur la figure 5.16 en comparaison avec ceux obtenus auparavant pour une onde sphérique.

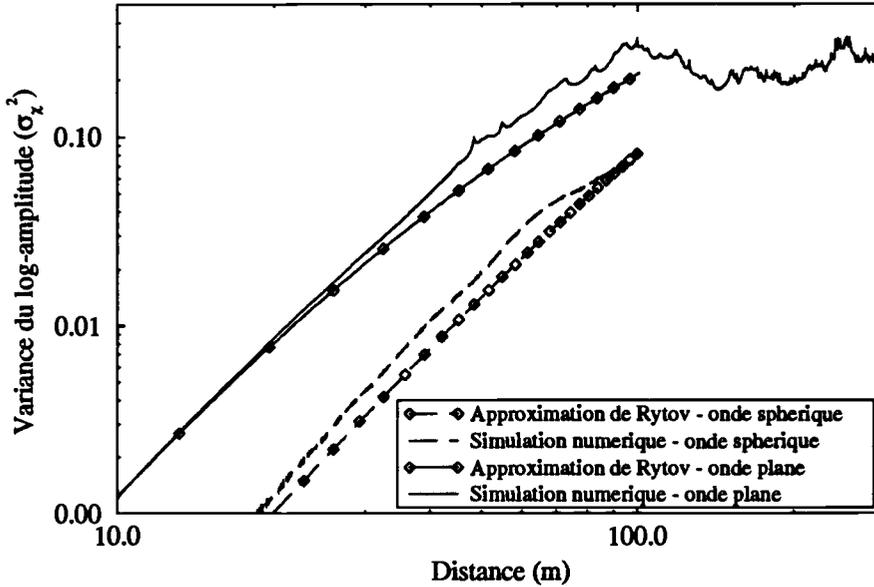


FIG. 5.16 - Variance du log-amplitude $\langle \chi^2 \rangle$: comparaison entre notre modèle et l'approximation de Rytov 2D pour l'onde plane et l'onde sphérique ($f=4000$ Hz, $h_s \simeq 0$ m, $\langle \mu^2 \rangle = 10^{-6}$, $L=1,1$ m)

Pour l'onde plane, notre simulation repose sur le modèle développé par Y. Hugon-Jeannin [Hugon-Jeannin, 1992]. La distance de propagation est de 300 m et $\langle \chi^2 \rangle$ montre effectivement une saturation à environ 100 m de la source. Ceci confirme le changement de concavité observé pour l'onde sphérique.

La représentation des différents régimes de propagation sous la forme d'un diagramme (Λ, Φ) [Flatté *et al.*, 1979], [Wilson & Thomson, 1992], [Dashen, 1979] peut aussi nous aider dans notre analyse. Λ est un paramètre de diffraction qui s'écrit :

$$\Lambda = \frac{r}{6k_0 L^2} \quad (5.19)$$

et Φ qui correspond aux fluctuations de phase dans la zone de Fresnel a pour valeur :

$$\Phi^2 = 2k_0^2 \langle \mu^2 \rangle r L \quad (5.20)$$

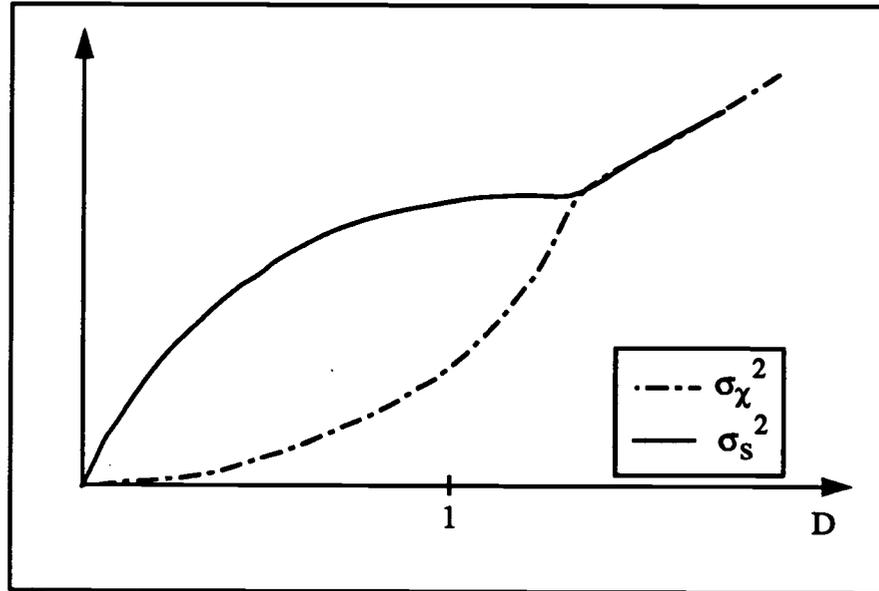


FIG. 5.15 - Caractéristiques générales des variances de la phase $\langle S^2 \rangle$ et du log-amplitude $\langle \chi^2 \rangle$ de la pression

$$\langle S^2 \rangle = \langle \chi^2 \rangle = \sqrt{\pi} \langle \mu^2 \rangle k^2 r_d L \quad (5.18)$$

Ce comportement de $\langle \chi^2 \rangle$ dans la zone de diffraction n'est valable que si l'intensité de la turbulence, définie par le paramètre $\Gamma = k_0^3 \langle \mu^2 \rangle L^3 \sqrt{\pi}$ [Uscinski, 1977], est faible du point de vue de son effet sur le champ de pression ($\Gamma \ll 1$). Pour les fortes valeurs de Γ , les fluctuations d'amplitude saturent avec la distance de propagation. Ceci se traduit par la convergence de $\langle \chi^2 \rangle$ et de la variance des fluctuations d'intensité vers une asymptote horizontale. C'est un comportement qui a été observé en espace libre, aussi bien au travers d'expériences [Blanc-Benon, 1981] [Blanc-Benon, 1987], que numériquement [Hugon-Jeannin, 1992], [Uscinski, 1985], [Martin & Flatté, 1988] et [Martin & Flatté, 1990]. Ajoutons que la forme des résultats est globalement la même pour une onde plane que pour une onde sphérique.

Le changement de pente observé sur la figure 5.14 ressemble fort à une amorce de saturation, mais il aurait fallu étendre le calcul jusqu'à 1 km pour montrer peut-être la convergence vers une valeur asymptotique. Ceci est très difficile à réaliser en pratique, en raison de la nature sphérique de la source. Celle-ci impose de prendre, dans nos simulations, une hauteur de calcul confortable (donc très grande étant donnée la distance de propagation). Pour nous affranchir de cette difficulté, et dans le but d'étudier cette saturation éventuelle, nous avons traité le problème de l'onde

de Rytov, et les résultats provenant de notre modèle.

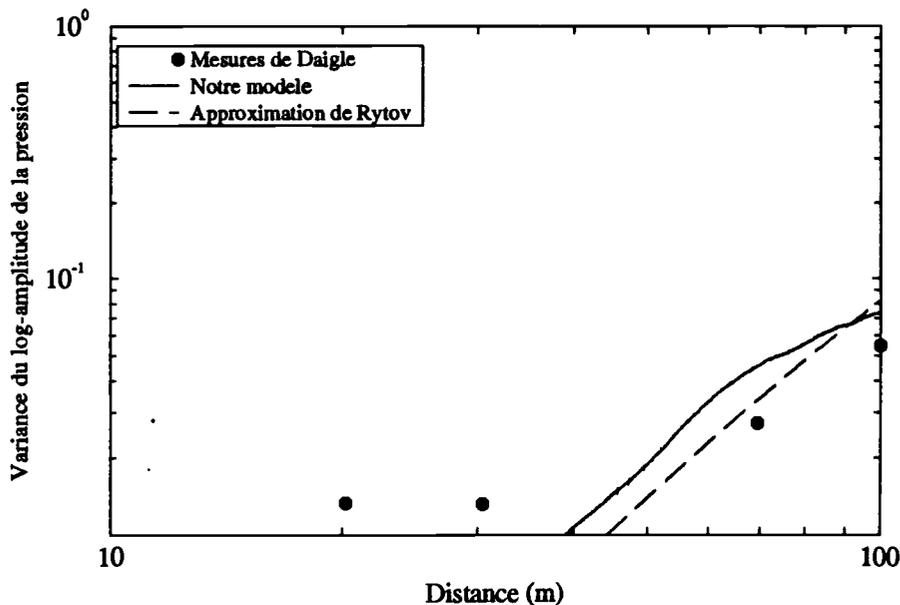


FIG. 5.14 - Variance du log-amplitude $\langle \chi^2 \rangle$: comparaison entre les mesures de Daigle, notre modèle et l'approximation de Rytov 2D ($f=4000$ Hz, $h_s \simeq 0$ m, $\langle \mu^2 \rangle = 10^{-6}$, $L=1,1$ m)

Les deux courbes théoriques ont le même comportement : elles croissent avec la distance de propagation. Notons, d'une part, que les deux premiers points de mesures s'écartent notablement des résultats analytique et numérique. Etant donné la difficulté d'effectuer des mesures de fluctuations si près du sol où les conditions météorologiques sont très changeantes, il est probable qu'il y ait une erreur sur ces deux points de mesures. D'autre part, la courbe obtenue avec notre modèle montre à environ 70 m de la source un changement de pente qui n'apparaît pas dans le calcul théorique restreint aux faibles fluctuations. Rappelons que dans cette hypothèse, les variances de phase et d'amplitude peuvent être tracées en fonction du paramètre de diffraction $D = r/k_0 L^2$ comme sur la figure 5.15 [Ishimaru, 1978].

Lorsque $D \ll 1$, le récepteur se trouve dans la zone de l'acoustique géométrique. Il y a, dans cette région, une absence quasi-totale d'effets de diffraction. La variance de phase est très supérieure à celle du log-amplitude. Lorsque le récepteur se trouve dans la zone de diffraction ($D \gg 1$), les fluctuations de phase et du log-amplitude sont égales et s'écrivent :

$$I_2 - I_1 \simeq 10 \times \log \left(\frac{\sigma_{S_2}^2}{\sigma_{S_1}^2} \right) \quad (5.17)$$

Nous appliquons cette formule à la situation présente. Si $\sigma_{S_1}^2$ est la variance de la phase associée aux mesures de Daigle à environ 10 m de la source ($\sigma_{S_1}^2 \simeq 6 \times 10^{-2} \text{ Rad}^2$) et $\sigma_{S_2}^2$ est celle associée à notre simulation pour la même distance de propagation ($\sigma_{S_2}^2 \simeq 10^{-1} \text{ Rad}^2$), la différence de niveau qui leur correspond vaut environ 2 dB. Cet écart est du même ordre de grandeur que celui observé précédemment dans les creux d'interférence entre les mesures de Daigle et notre modèle. Nous supposons alors l'existence d'effets 3D mais la figure 5.13 montre qu'il ne s'agit pas de cela puisque les variances de la phase obtenues analytiquement en 2D et en 3D dans l'approximation de Rytov sont quasi-identiques.

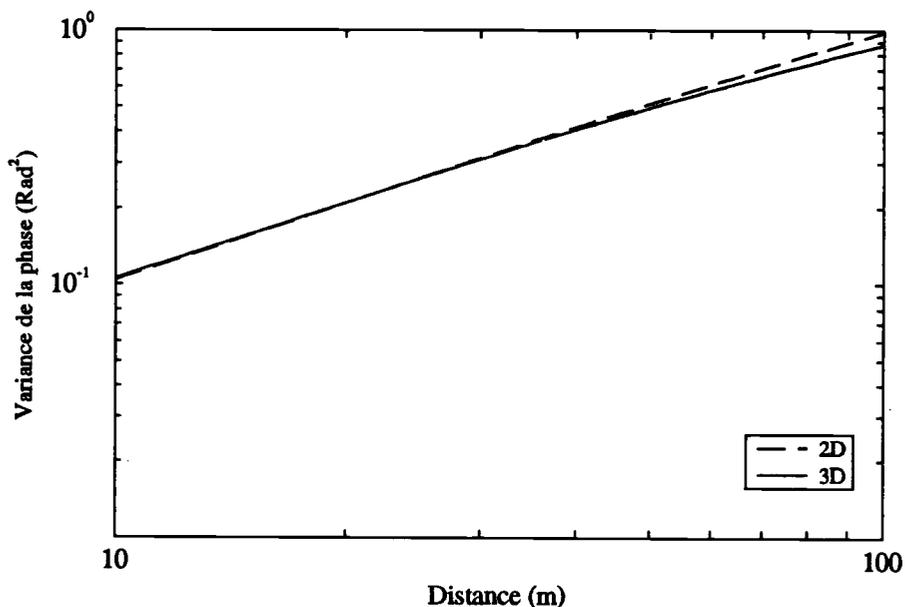


FIG. 5.13 - Variance de la phase $\langle S^2 \rangle$: comparaison entre l'approximation de Rytov 2D et l'approximation de Rytov 3D ($f=4000 \text{ Hz}$, $h_s \simeq 0 \text{ m}$, $\langle \mu^2 \rangle = 10^{-6}$, $L=1,1 \text{ m}$)

Il existe donc au voisinage du sol des phénomènes physiques complexes, liés aux conditions météorologiques très variables qui rendent les calculs et les mesures extrêmement difficiles.

En ce qui concerne la variance du log-amplitude du champ de pression, nous avons représenté sur la figure 5.14 et dans les mêmes conditions d'étude, une comparaison entre les mesures de Daigle, un calcul analytique 2D dans l'approximation

raison de simplicité d'écriture, $\langle S^2 \rangle$ représentera la variance $\langle S_1^2 \rangle$.

La figure 5.12 montre l'évolution avec la distance de propagation de la variance de la phase pour les mesures de Daigle. Nous avons tracé également $\langle S^2 \rangle$ calculé à l'aide de notre modèle pour 100 réalisations et $\langle S^2 \rangle$ calculé à l'aide de la solution de Rytov pour une onde sphérique en espace libre.

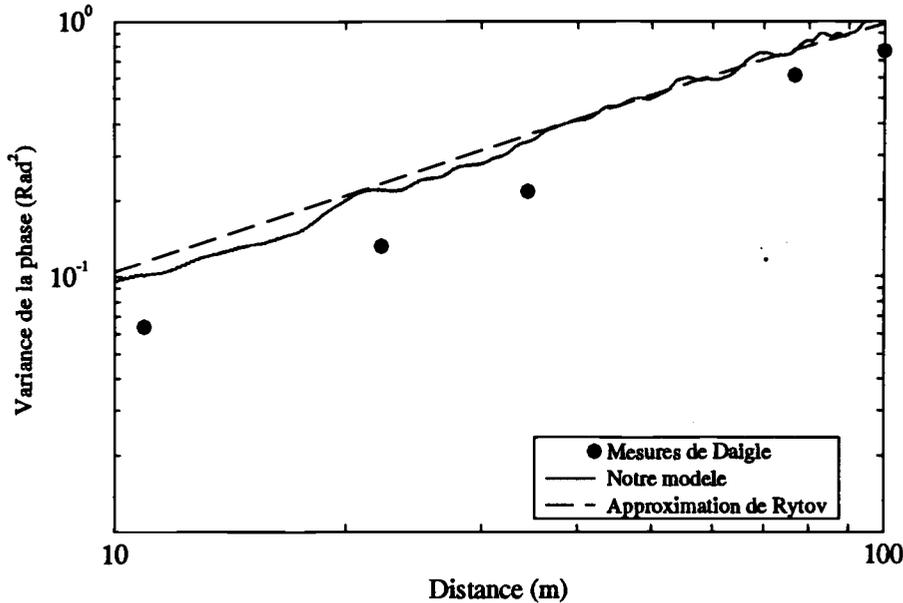


FIG. 5.12 - Variance de la phase $\langle S^2 \rangle$: comparaison entre les mesures de Daigle, notre modèle et l'approximation de Rytov 2D ($f=4000$ Hz, $h_s \simeq 0$ m, $\langle \mu^2 \rangle = 10^{-6}$, $L=1,1$ m)

Les deux courbes théorique et numérique et les points de mesures sont relativement proches et montrent une augmentation de $\langle S^2 \rangle$ avec la distance de propagation. Notre simulation et le calcul théorique dans l'approximation de Rytov se superposent parfaitement, mais surestiment légèrement les mesures de Daigle surtout près de la source.

Cette différence entre les mesures et la simulation nous permet de proposer une explication sur les écarts de niveaux entre les mesures de Daigle et nos résultats dans les creux d'interférence sur les figures 5.2 et 5.5. En effet, si $\sigma_{S_1}^2$ et $\sigma_{S_2}^2$ sont deux variances de la phase, la différence de niveau qui en résulte, dans un creux d'interférence se calcule à partir de l'expression 5.5 et vaut pour les faibles fluctuations de phase :

résultats avec le nombre de réalisations. On note qu'elle est assez rapide puisque 50 réalisations suffisent pour avoir une erreur sur les niveaux relatifs inférieure à 0,5 dB. Ce point justifie le fait que nous utilisons, en général, 50 à 60 réalisations pour calculer les niveaux moyens.

Le second résultat intéressant est que le niveau moyen tend vers le niveau sans turbulence lorsque le nombre de réalisations augmente. C'est un résultat connu pour une source sphérique en espace libre puisque d'après la théorie de l'équation parabolique (Annexe A), la corrélation transversale du champ s'écrit :

$$\langle p(r, \vec{\rho}_1) p^*(r, \vec{\rho}_2) \rangle = |p_0|^2 \exp \left[-\frac{k_0^2}{4} [\mathcal{A}(0) - \mathcal{A}(\vec{\rho}_2 - \vec{\rho}_1)] r \right] \quad (5.14)$$

où p_0 est la valeur de la pression sans turbulence et \mathcal{A} est défini par :

$$\langle \mu(r, \vec{\rho}) \mu(r', \vec{\rho}') \rangle = \delta(r - r') \mathcal{A}(\vec{\rho} - \vec{\rho}') \quad (\delta \text{ corrélation}) \quad (5.15)$$

Cette hypothèse traduit le fait que les corrélations des fluctuations d'indice μ dans la direction de propagation n'ont pas d'effet sur le champ acoustique. Le terme à l'intérieur de l'exponentielle de l'équation 5.14 s'annule lorsque $\rho_2 = \rho_1$ et la variance du champ est alors $|p_0|^2$.

Pour les comparaisons à développer avec les mesures de Daigle, les résultats portent sur les fluctuations du log-amplitude et de la phase du champ, pour les mêmes conditions météorologiques que précédemment. En plus de celles-ci, un gradient de célérité négatif est responsable de la formation d'une zone d'ombre. Pour cette raison, et afin de n'étudier que les fluctuations du champ dans la région de ligne de vue, la position du récepteur au-dessus du sol augmente linéairement avec son éloignement de la source. A 10 m de la source, il est placé à 0,5 m au-dessus du sol, à 100 m de la source, il se trouve à 7 m au-dessus du sol. De la mesure de la pression $p = A \exp(iS)$ sont déduites les variances de la phase S et du log-amplitude $\ln A$ qui s'écrivent respectivement :

$$\begin{cases} \langle S_1^2 \rangle = \langle (S - S_0)^2 \rangle \\ \langle \chi^2 \rangle = \langle (\ln A - \ln A_0)^2 \rangle \end{cases} \quad (5.16)$$

S_0 et A_0 sont la phase et l'amplitude du champ sans turbulence. Dorénavant, par

5.1.2 Cas d'une source placée au voisinage du sol

La situation limite de la source placée très près du sol (voire sur le sol) est intéressante dans la mesure où l'on peut qualitativement se référer aux résultats des théories stochastiques (Annexe A) puisque le comportement de l'onde en milieu homogène est celui d'une onde sphérique en espace libre avec une décroissance des niveaux acoustiques en $1/r^2$. Pour l'étude du champ ainsi que de ses fluctuations, dans cette situation très particulière, nous nous sommes placés numériquement dans les mêmes conditions météorologiques que Daigle en 1981 (section 2.3); l'échelle de corrélation L vaut 1,1 m et la variance de l'indice est égale à 10^{-6} . La source est placée à proximité du sol et émet à la fréquence de 4 kHz [Daigle *et al.*, 1983].

Dans un premier cas traité, le récepteur se trouve à 1 m au-dessus du sol. Nous avons alors calculé le niveau acoustique relatif en fonction de la distance de propagation pour différentes réalisations du champ d'indice et déduit le niveau relatif moyen sur N réalisations. La figure 5.11 représente les résultats pour N prenant respectivement les valeurs 1, 10 et 50. Un calcul déterministe est présenté sur la même figure à titre de comparaison.

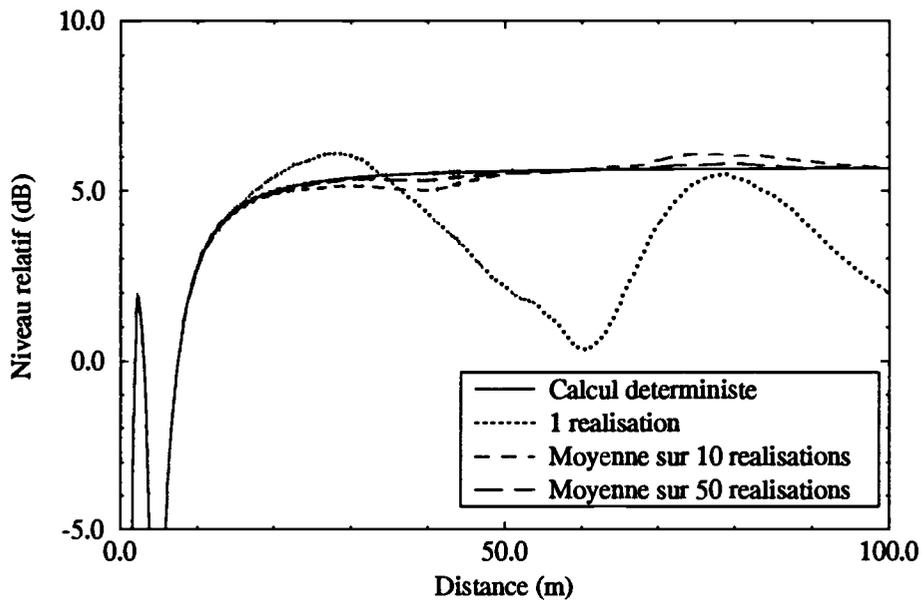


FIG. 5.11 - Convergence du niveau moyen avec le nombre de réalisations du champ d'indice ($f = 4000$ Hz, $h_s \sim 0$ m, $h_r = 1$ m, $\langle \mu^2 \rangle = 10^{-6}$, $L = 1,1$ m)

Sur cette figure 5.11, le premier point important concerne la convergence des

$$\left| \frac{p}{\langle p \rangle} \right| \simeq \left| \frac{\sin \left(\frac{S_{1r} - S_{1d}}{2} \right)}{\sin \left(\frac{\sigma_{S_r} - \sigma_{S_d}}{2} \right)} \right| \quad (5.10)$$

En moyenne, les effets de la turbulence sur la phase de l'onde directe et de l'onde réfléchie sont les mêmes ($\sigma_{S_r} \simeq \sigma_{S_d}$); et même les écarts instantanés ($S_{1r} - S_{1d}$) restent assez faibles pour simplifier cette expression en :

$$\left| \frac{p}{\langle p \rangle} \right| \simeq \left| \frac{S_{1r} - S_{1d}}{\sigma_{S_r} - \sigma_{S_d}} \right| \quad (5.11)$$

Suivant les réalisations, l'écart de phase $S_{1r} - S_{1d}$ peut varier de 0 à quelques écarts types. Ceci correspond au nuage de points obtenu sur la figure 5.9.

Par contre, lorsque le récepteur est sur un maximum des niveaux, l'expression 5.9 devient :

$$\left| \frac{p}{\langle p \rangle} \right| \simeq \left| \frac{\cos \left(\frac{S_{1r} - S_{1d}}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\sigma_{S_r} - \sigma_{S_d}}{2} \right)} \right| \quad (5.12)$$

et comme $\sigma_{S_r} \simeq \sigma_{S_d}$,

$$\left| \frac{p}{\langle p \rangle} \right| \simeq \left| \frac{\cos \left(\frac{S_{1r} - S_{1d}}{2} \right)}{1 - \left(\frac{\sigma_{S_r} - \sigma_{S_d}}{2} \right)^2} \right| \simeq \left| \frac{1 - \left(\frac{S_{1r} - S_{1d}}{2} \right)^2}{1 - \left(\frac{\sigma_{S_r} - \sigma_{S_d}}{2} \right)^2} \right| \quad (5.13)$$

Le rapport $|p/\langle p \rangle|$ est donc, cette fois, borné; il est majoré par la valeur $(1 + (\sigma_{S_r} - \sigma_{S_d})^2/4)$ qui n'est que légèrement supérieur à 1. Comme les fluctuations de phase sont faibles, le numérateur est proche de 1, ce qui impose une distribution du nuage de point autour d'un arc de cercle dont le rayon est proche de 1. C'est effectivement ce que nous observons sur la figure 5.10.

Cette première analyse est très encourageante. Elle montre que notre modèle est cohérent, d'une part avec les mesures de Daigle en milieu extérieur, et d'autre part avec sa théorie basée sur la superposition de l'onde directe et de l'onde réfléchie.

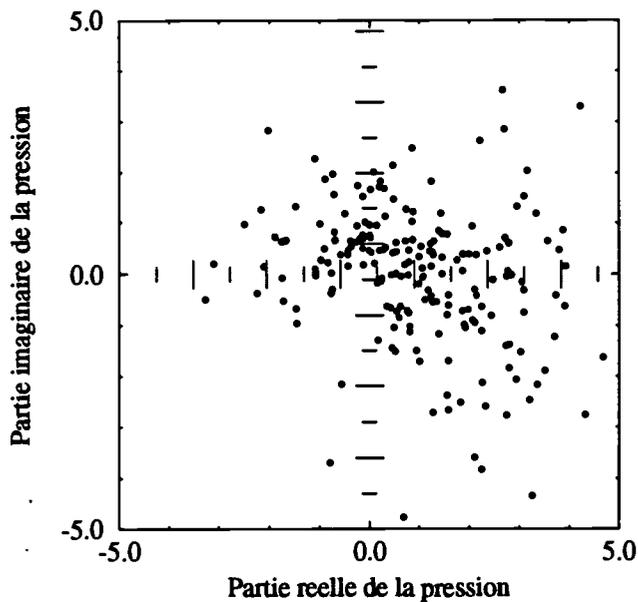


FIG. 5.9 - Nuage de points du champ de pression normalisé dans un creux d'interférence ($f = 4500 \text{ Hz}$, $h_s = h_r = 1,2 \text{ m}$, $r = 15 \text{ m}$, $\langle \mu^2 \rangle = 7,7 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

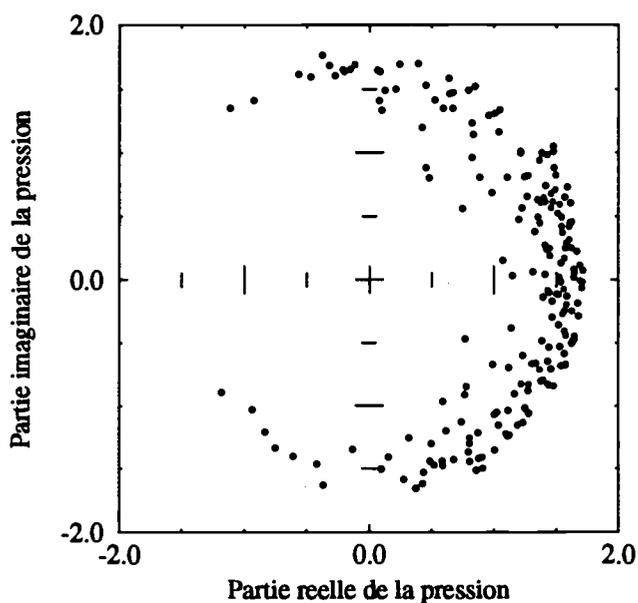


FIG. 5.10 - Nuage de points du champ de pression normalisé sur un maximum des niveaux ($f = 3500 \text{ Hz}$, $h_s = h_r = 1,2 \text{ m}$, $r = 15 \text{ m}$, $\langle \mu^2 \rangle = 7,7 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

la phase du champ et du champ moyen.

Sur la première série de mesures de Daigle, c'est à dire lorsque le récepteur est à 1,2 m au-dessus du sol, nous avons utilisé cette technique de visualisation pour acquérir des renseignements sur les fluctuations du champ de pression. Sur les figures 5.9 et 5.10, chaque point du nuage représente une réalisation pour respectivement $f = 4500$ Hz et $f = 3500$ Hz.

Lorsque la source émet à la fréquence $f = 4500$ Hz, le récepteur se trouve sur un creux d'interférence; la figure 5.9 fait apparaître une dispersion importante du nuage de points. Les fluctuations d'amplitude et de phase sont donc très grandes bien que ces dernières présentent une plus forte probabilité d'apparition dans un secteur angulaire de $\pm 50^\circ$ environ.

Lorsque la fréquence de la source est 3500 Hz, le récepteur se trouve sur un maximum des niveaux acoustiques. Dans ce cas, le nuage de points obtenu est représenté sur la figure 5.10. Il montre de faibles fluctuations d'amplitude en comparaison avec les fluctuations de phase qui, elles, présentent une plus forte probabilité d'apparition entre $-\pi/2$ et $\pi/2$. Nous pouvons vérifier, en ce qui concerne les fluctuations d'amplitude, que ces différents résultats sont cohérents avec la théorie. Nous rappelons l'expression du champ de pression en un point \vec{x} du milieu :

$$p(\vec{x}) = \frac{A_d}{r_d} \exp(ik_d r_d) + \frac{A_r}{r_r} \exp(ik_r r_r) \quad (5.8)$$

Conformément à l'analyse de Daigle (section 3.1), le module du rapport $p/\langle p \rangle$ s'écrit dans l'approximation de Rytov :

$$\left| \frac{p}{\langle p \rangle} \right| \simeq \left| \frac{\sin \left(\frac{k_0}{2} (r_r - r_d) + \frac{S_{1r} - S_{1d}}{2} \right)}{\sin \left(\frac{k_0}{2} (r_r - r_d) + \frac{\sigma_{S_r} - \sigma_{S_d}}{2} \right)} \right| \quad (5.9)$$

où S_{1d} et S_{1r} représentent les fluctuations de phase de l'onde directe et de l'onde réfléchie, σ_{S_r} et σ_{S_d} sont les écarts types de phase de l'onde directe et de l'onde réfléchie.

Lorsque le récepteur se trouve dans un creux d'interférence, il ne reste au numérateur et au dénominateur de l'expression 5.9 que la contribution des fluctuations de phase :

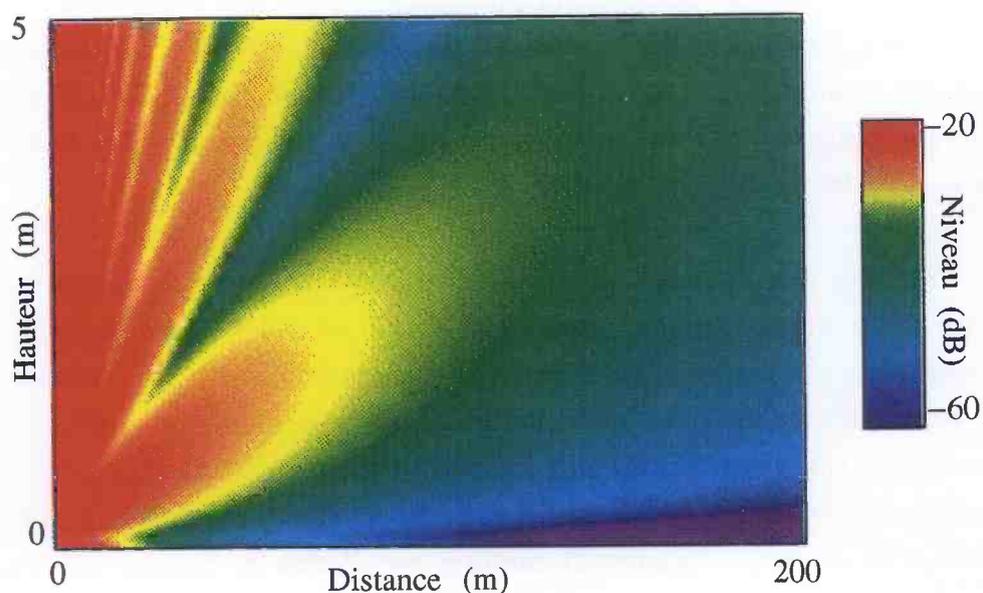


FIG. 5.22 - Niveaux acoustiques près d'un sol à impédance, pour une atmosphère non turbulente ($f=2000$ Hz, $h_s = 1,8$ m, $\sigma = 300000$ $N \times m^{-4} \times s$)

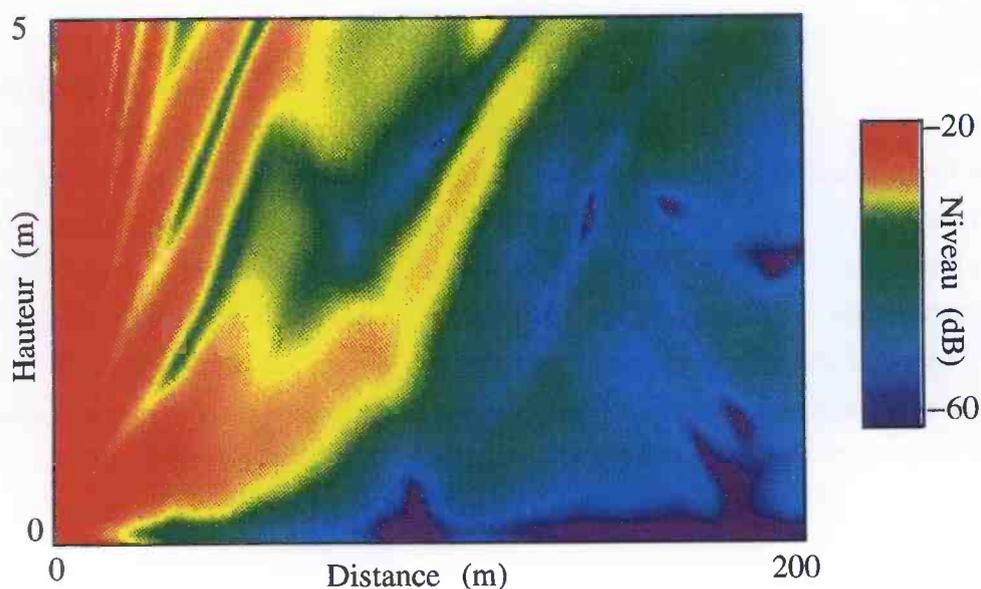


FIG. 5.23 - Niveaux acoustiques près d'un sol à impédance, pour une réalisation du champ turbulent d'indice ($f=2000$ Hz, $h_s = 1,8$ m, $\sigma = 300000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1$ m)

déterministe et celui associé à la propagation dans une réalisation du champ de turbulence. Les paramètres météorologiques sont ceux décrit précédemment. La distance de propagation est 200 m et la hauteur visualisée 5 m. Le “déchirement” du lobe sur la figure 5.23 montre très bien la perte de cohérence de l’onde à la traversée de la turbulence.

Revenons aux figures 5.19 et 5.20. En ce qui concerne la comparaison directe entre notre modèle et les mesures de Parkin et Scholes, les résultats sont très satisfaisants sur toute la gamme de fréquences étudiées. Nous retrouvons l’écart en basses fréquences, écart qui est dû à la méthode numérique utilisée mais qui a, finalement, très peu d’importance puisque les effets de la turbulence sont, dans cette gamme de fréquences, indiscernables sur les niveaux acoustiques moyens. Dans les creux d’interférence, les niveaux mesurés par Parkin et Scholes sont un peu plus élevés que ceux que nous avons calculés. Nous notons également sur les figures 5.19 et 5.20 que la fréquence qui correspond au minimum mesuré ($f \simeq 500$ Hz) est supérieure à celle estimée par nos calculs ($f \simeq 400$ Hz). Il est fort probable, par conséquent, que le choix de la valeur de l’impédance de sol soit à l’origine des différences observées dans la zone d’ombre du spectre. Cette idée est confortée par les comparaisons des spectres des niveaux entre notre modèle et le modèle de Daigle que nous avons présenté dans la section 3.1.

Celles-ci sont représentées sur les figures 5.24 et 5.25 pour respectivement $r = 200$ m et $r = 350$ m. La valeur de l’impédance de sol est alors la même pour les deux modèles et les spectres obtenus sont tout à fait semblables. Malgré ces remarques, l’accord sur les figures 5.19 et 5.20 est globalement bon. Il est même meilleur à 350 m qu’à 200 m de la source, c’est à dire avec l’augmentation de la décorrélation du champ. C’est un résultat analogue à celui obtenu sur le spectre des niveaux acoustiques pour la propagation sur un sol rigide (Fig. 5.2 et 5.5). Nous observons alors une excellente adéquation entre les mesures et notre simulation pour les fréquences élevées qui sont plus sensibles aux fluctuations de la turbulence.

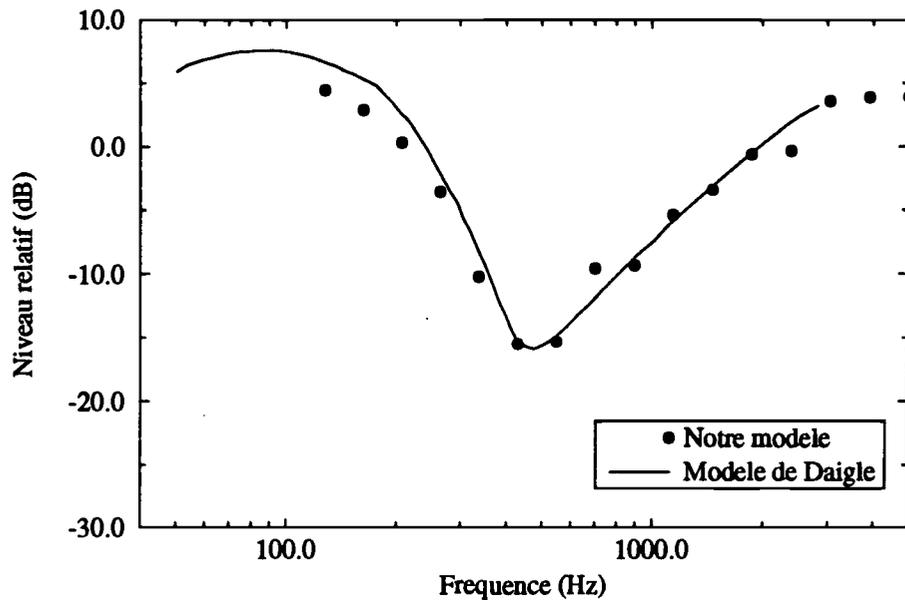


FIG. 5.24 - Spectre des niveaux relatifs sur un sol à impédance pour une atmosphère turbulente : comparaison entre notre modèle et le modèle de G. Daigle ($h_s = 1,8 \text{ m}$, $h_r = 1,5 \text{ m}$, $r = 200 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

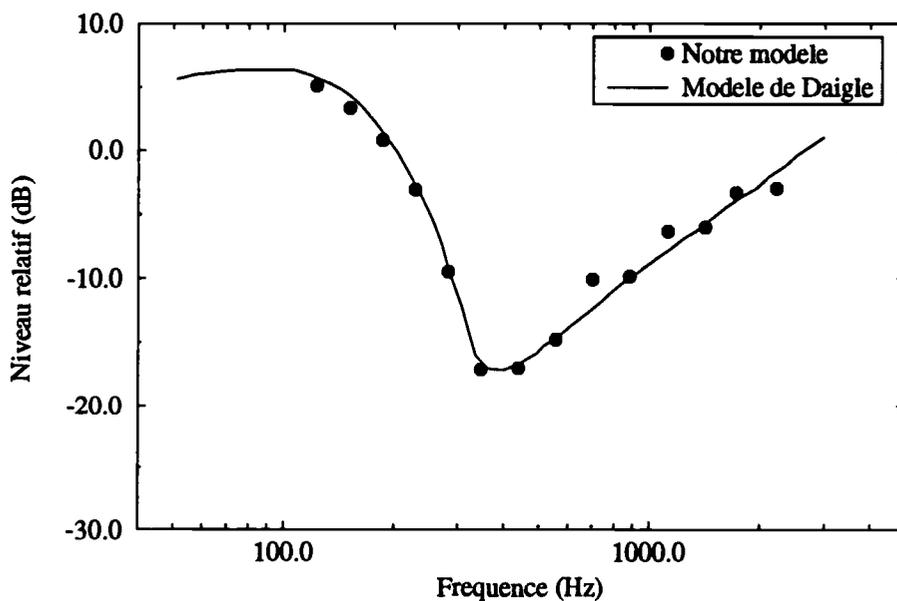


FIG. 5.25 - Spectre des niveaux relatifs sur un sol à impédance pour une atmosphère turbulente : comparaison entre notre modèle et le modèle de G. Daigle ($h_s = 1,8 \text{ m}$, $h_r = 1,5 \text{ m}$, $r = 350 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

Chapitre 6

Résultats dans la zone d'ombre

Un récepteur placé dans une zone d'ombre est masqué de la source de la même façon que s'il se trouvait derrière une colline. Les théories déterministes indiquent des niveaux très faibles dans cette région. Or, les campagnes expérimentales de Wiener et Keast et plus tard celles de Daigle montrent que ce n'est pas le cas. Elles parviennent même à mettre en évidence, dans la zone d'ombre profonde, un comportement très proche d'une onde sphérique en espace libre. Il a toujours semblé évident que la turbulence de l'atmosphère était responsable de cette augmentation d'énergie. Par contre, ce qui est beaucoup moins clair, c'est la façon dont le son diffuse dans la zone d'ombre.

Des visualisations graphiques, sous forme de cartes couleurs, constituent un outil intéressant pour chercher une interprétation des phénomènes mis en jeu. Cette partie est composée d'une grande quantité de ces cartes qui vont servir de base à notre réflexion puisque nous ne disposons pas de modèle physique stochastique adapté à cette situation.

A titre d'exemple, nous présentons sur les cartes 6.1 et 6.2, la visualisation du niveau acoustique relatif obtenu après simulation d'une des nombreuses expériences de Daigle [Daigle *et al.*, 1986]. La carte 6.1 est un calcul à l'aide de l'équation parabolique déterministe. La carte 6.2 représente le niveau acoustique pour une réalisation du champ d'indice. Sur cette dernière, nous avons superposé un tracé de rayons associé à la même réalisation.

Dans les deux cas, la distance de propagation est de 230 m, la hauteur de visualisation est de 20 m. La source est placée très près du sol ($\sim 0,5$ m) et émet à la fréquence de 1000 Hz. Le sol est à impédance, impédance qui est décrite par un modèle d'Attenborough à quatre paramètres : le facteur de forme n' vaut 0,750,

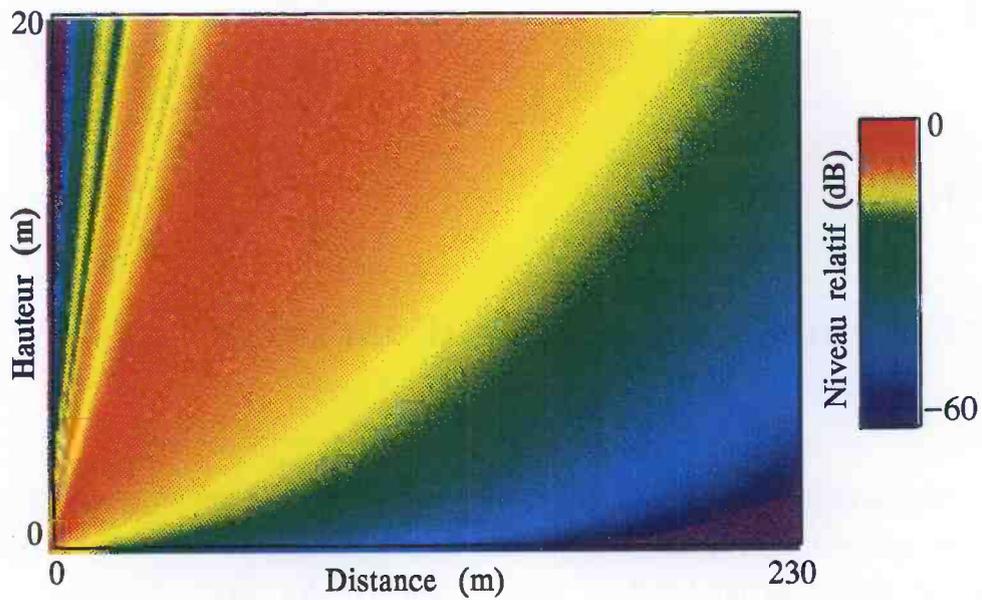


FIG. 6.1 - Niveaux acoustiques relatifs en présence d'un gradient de célérité pour une atmosphère non turbulente ($f = 1000 \text{ Hz}$, $h_s \sim 0 \text{ m}$, $\sigma = 330000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$)

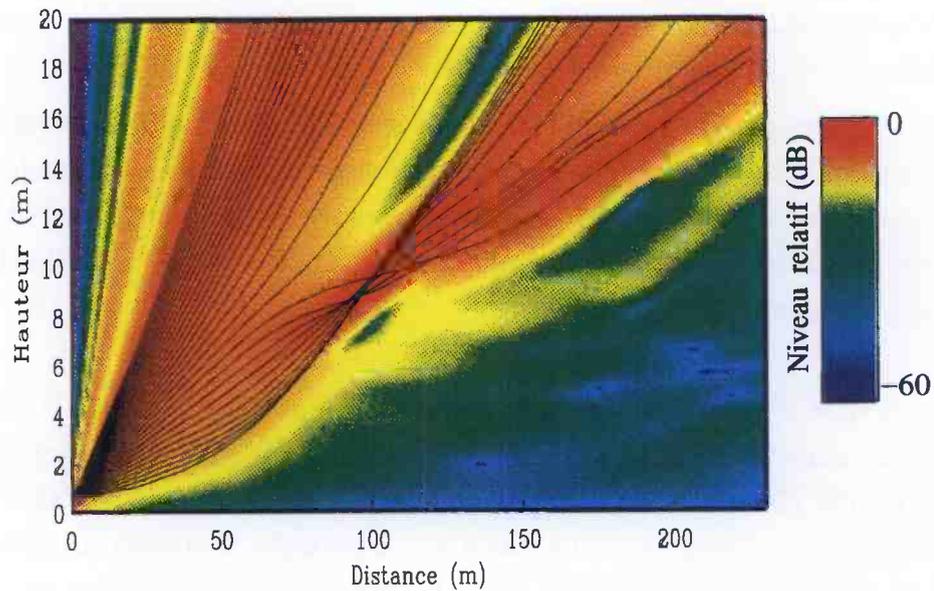


FIG. 6.2 - Niveaux acoustiques relatifs en présence d'un gradient de célérité pour une atmosphère turbulente et pour une réalisation du champ d'indice ($f = 1000 \text{ Hz}$, $h_s \sim 0 \text{ m}$, $\sigma = 330000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 6 \times 10^{-6}$, $L = 1,6 \text{ m}$)

le rapport du facteur de forme $S_f = 0,875$, la porosité $\Omega = 0,675$ et la résistivité $\sigma = 330000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$. Le gradient de l'indice de réfraction est supposé linéaire : $c(z) = 347 - 0,3 \times z$. Il a été obtenu à partir de mesures météorologiques. En ce qui concerne la turbulence, l'échelle de corrélation L vaut 1,6 m et la variance de l'indice, $\langle \mu^2 \rangle$ est égale à 6×10^{-6} .

La carte déterministe montre l'absence d'interférences au-delà d'une cinquantaine de mètres, la source étant presque sur le sol. Elle fait également apparaître une zone d'ombre qui croît avec la distance de propagation. Les niveaux relatifs dans celle-ci sont inférieurs à -60 dB. La carte 6.2 est, quant à elle, très explicite quant aux modifications que font subir au son les inhomogénéités de la turbulence :

- Le tracé de rayons indique la formation d'une caustique (zone de forte concentration d'énergie acoustique) à environ 100 m de la source dans la région de ligne de vue. Cette caustique est, d'ailleurs, très bien reproduite par la carte de couleurs issue du calcul par l'équation parabolique.
- La zone d'ombre a recouvert des niveaux supérieurs à -60 dB et sans qu'aucun rayon ne pénètre. Il s'agit sans doute d'un phénomène de diffusion de l'énergie acoustique dans la zone d'ombre par les inhomogénéités de la turbulence.

6.1 Effet de la forme du gradient de célérité

Dans la partie très proche du sol, les mesures des profils de température et de vitesse du vent indiquent, en général, un comportement quasi-linéaire avec l'altitude. D'un point de vue de la modélisation, le choix de la forme du profil est problématique et de première importance. Il existe, dans la littérature, deux façons d'extrapoler les mesures ; l'une linéairement [McBride *et al.*, 1992] et l'autre par une courbe logarithmique [Gilbert *et al.*, 1990]. Nous étudions, dans cette partie, l'influence du choix de l'une ou de l'autre sur les niveaux calculés dans la zone d'ombre. Nous reprenons, pour cela, la configuration précédente, pour laquelle la source est placée à proximité du sol. Nous considérons, dans un premier temps, un profil linéaire de la forme :

$$c(z) = 347 - 0,3 \times z \quad (6.1)$$

Dans un second temps, nous choisissons un profil logarithmique, proche du profil linéaire précédent :

$$\begin{cases} c(z) = 346,5 - 2,5 \times \log(z) & \text{pour } z > 0.1 \\ c(z) = 349 & \text{pour } z \leq 0.1 \end{cases} \quad (6.2)$$

Nous pouvons faire une interprétation, en terme de réfraction, des conséquences du choix de l'un ou l'autre de ces profils. La figure 6.3 est une comparaison directe des formes linéaire 6.1 et logarithmique 6.2. Nous retenons de cette confrontation deux points intéressants :

- Au voisinage du sol, le gradient qui caractérise le profil logarithmique est beaucoup plus fort que celui qui définit le gradient linéaire. Si la source est placée à proximité du sol, ceci a des conséquences importantes en terme de réfraction. En effet, dès les premiers mètres de propagation le profil logarithmique est responsable d'une forte déviation des rayons acoustiques vers le ciel.
- Lorsque l'on s'éloigne du sol (au-delà de 10 m), les profils linéaire et logarithmique s'éloignent l'un de l'autre. Pour le profil linéaire, la célérité prend des valeurs trop faibles. La réfraction induite est alors, sans doute, irréaliste.

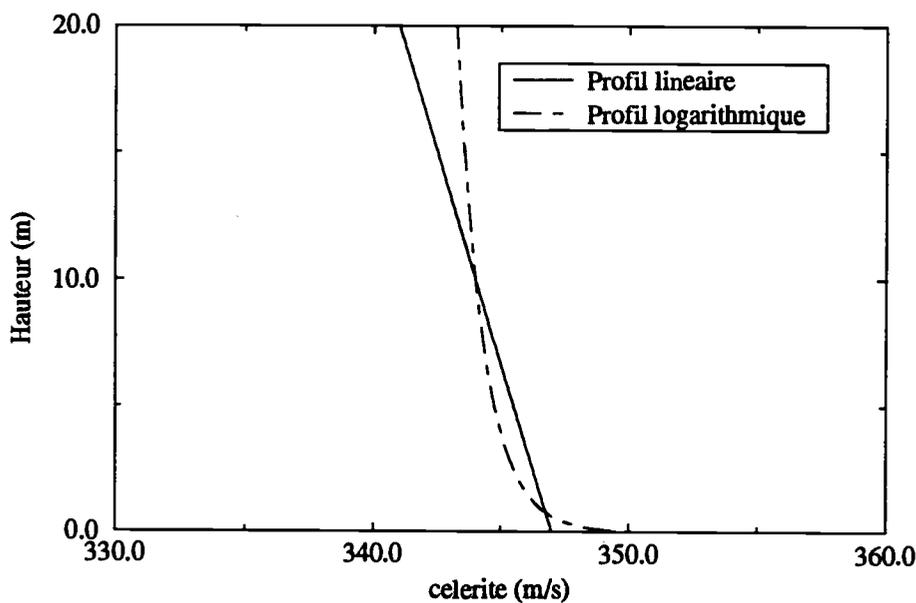


FIG. 6.3 - Comparaison entre le profil linéaire ($c(z) = 347 - 0,3 \times z$) et le profil logarithmique ($c(z) = 346,5 - 2,5 \times \log(z)$)

Les conséquences, en terme d'acoustique géométrique déterministe, du choix de l'un ou l'autre de ces deux profils, peuvent être déduites des figures 6.4 et 6.5.

Nous avons représenté sur chacune de celles-ci un tracé de rayons sur une distance de propagation de 200 m et une hauteur de 30 m. La figure 6.4 est associée à un profil linéaire alors que la figure 6.5 est obtenu pour un profil logarithmique. Ces tracés de rayons confirment les remarques précédentes. Le profil logarithmique guide l'énergie acoustique vers le ciel dès les premiers mètres de propagation, si bien que la zone d'ombre est beaucoup plus étendue qu'en présence du profil linéaire pour les distances considérées[†]. De plus, cette énergie est essentiellement concentrée à la frontière entre la région de ligne de vue et la zone d'ombre. Ceci n'apparaît pas pour le profil linéaire puisque tous les rayons sont déviés de la même façon quelle que soit l'altitude considérée (conséquence du gradient constant).

Revenons aux mesures de Daigle dans la zone d'ombre. Il s'agit de la situation décrite précédemment pour les cartes 6.1 et 6.2. Les récepteurs sont positionnés à 230 m de la source et à différentes altitudes de 0 m à 8 m au-dessus du sol. Les six figures 6.6, 6.7, 6.8, 6.9, 6.10, 6.11, montrent le comportement de notre modèle face aux mesures de Daigle selon que nous choisissons un profil linéaire ou logarithmique. Ces figures vont par paire et chaque paire est associée à une fréquence ($f= 250$ Hz, $f= 500$ Hz, $f= 1000$ Hz). La première figure de chacune de ces paires considère le profil linéaire 6.1. La seconde est liée au profil logarithmique 6.2. Sur ces six figures, nous avons mis en comparaison les mesures de niveaux acoustiques de Daigle, un calcul déterministe et les résultats donnés par notre modèle pour 60 réalisations.

Nous débutons l'analyse de ces résultats par des remarques tout à fait générales. Toutes les figures confirment la nécessité de prendre en compte la turbulence dans les modèles numériques puisque le calcul déterministe est toujours insuffisant (sauf, peut-être, en très basses fréquences où les effets de la turbulence sur le champ acoustique sont moindres : c'est une remarque que nous avons fait à plusieurs reprises au cours de cette étude). L'introduction de la turbulence dans le modèle permet de retrouver des niveaux très corrects par rapport aux mesures, avec, bien entendu, quelques différences selon le profil de célérité utilisé. Une quantité d'énergie pénètre donc la zone d'ombre, en présence de turbulence (c'est un fait dont nous nous rendrons compte ultérieurement par l'intermédiaire de cartes de niveaux). Nous interprétons cet apport d'énergie en terme de diffusion par la turbulence. Cette diffusion est d'autant plus importante que la fréquence est élevée puisque la turbu-

†. Pour des distances plus grandes, ce phénomène est inversé à cause de la courbure très importante des rayons dans le cas du gradient linéaire.

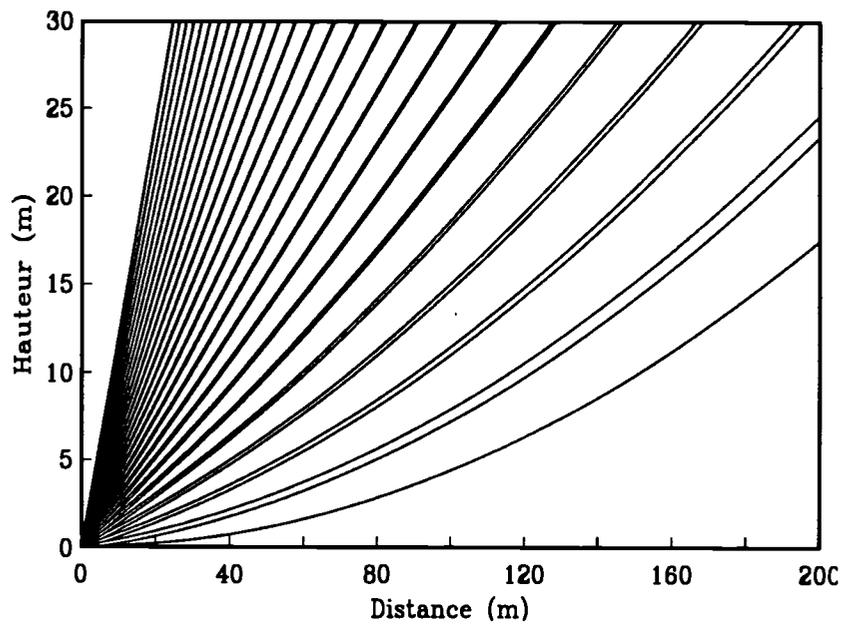


FIG. 6.4 - *Tracé de rayons pour un profil linéaire ($c(z) = 347 - 0,3 \times z$)*

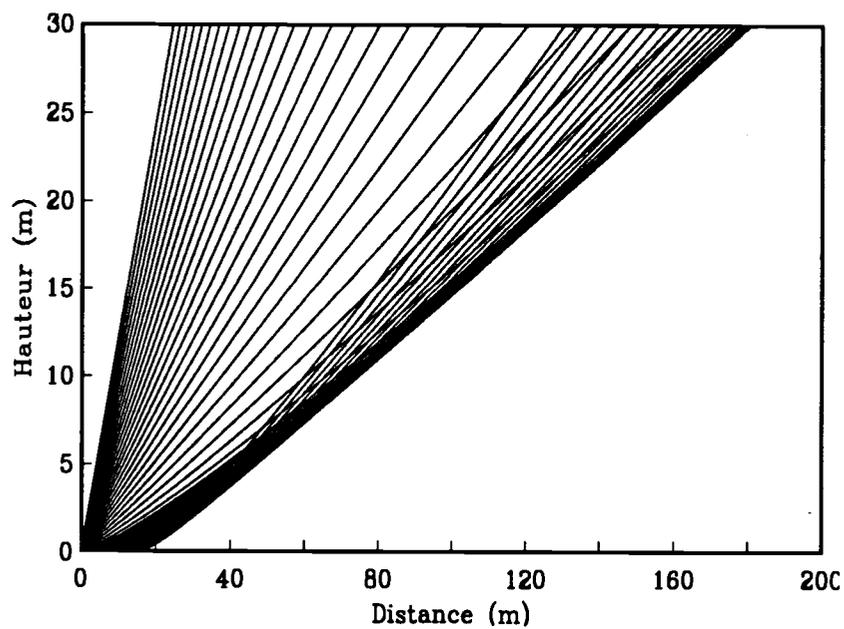


FIG. 6.5 - *Tracé de rayons pour un profil logarithmique ($c(z) = 346,5 - 2,5 \times \log(z)$)*

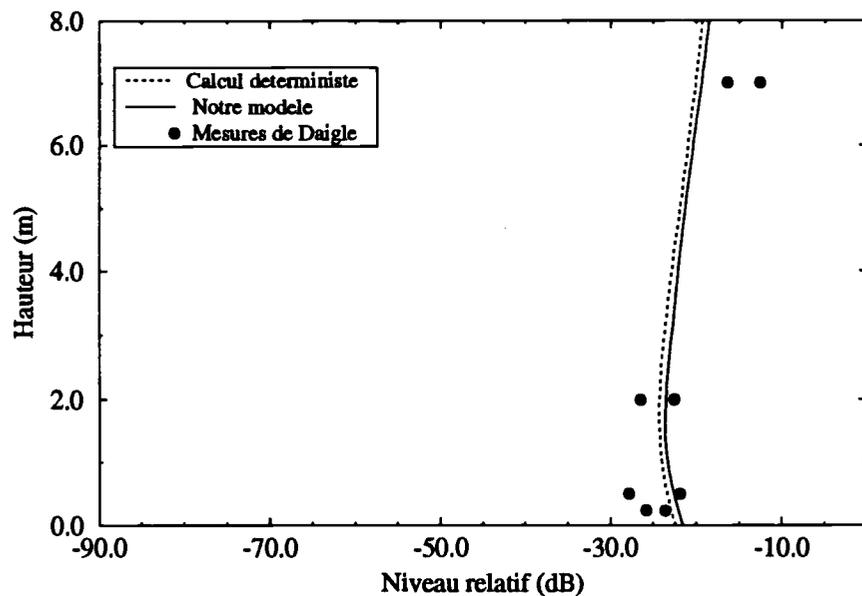


FIG. 6.6 - Niveau relatif en présence d'un gradient de célérité linéaire : comparaison entre les mesures de Daigle, un calcul déterministe et notre modèle pour $f = 250$ Hz ($h_s \sim 0$ m, $r = 230$ m, $\sigma = 330000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 6 \times 10^{-6}$, $L = 1,6$ m)

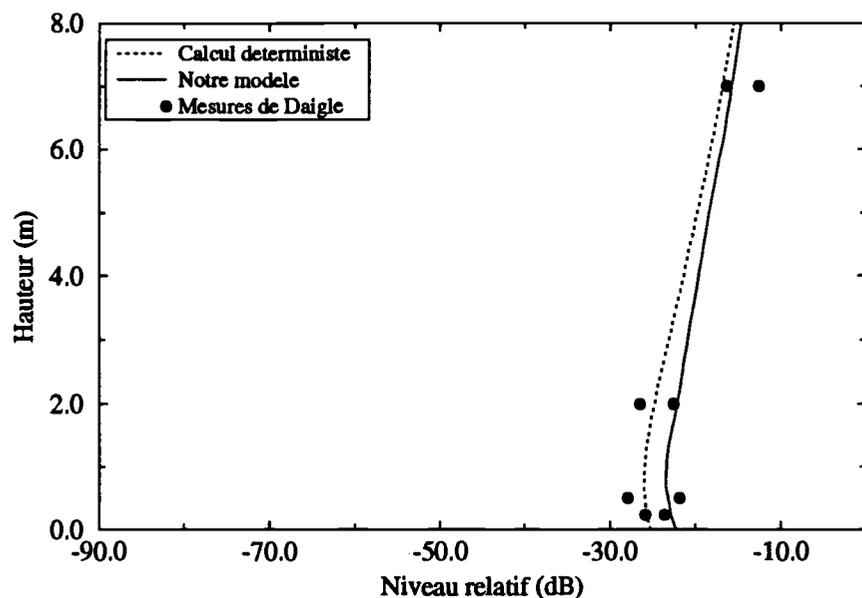


FIG. 6.7 - Niveau relatif en présence d'un gradient de célérité logarithmique : comparaison entre les mesures de Daigle, un calcul déterministe et notre modèle pour $f = 250$ Hz ($h_s \sim 0$ m, $r = 230$ m, $\sigma = 330000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 6 \times 10^{-6}$, $L = 1,6$ m)

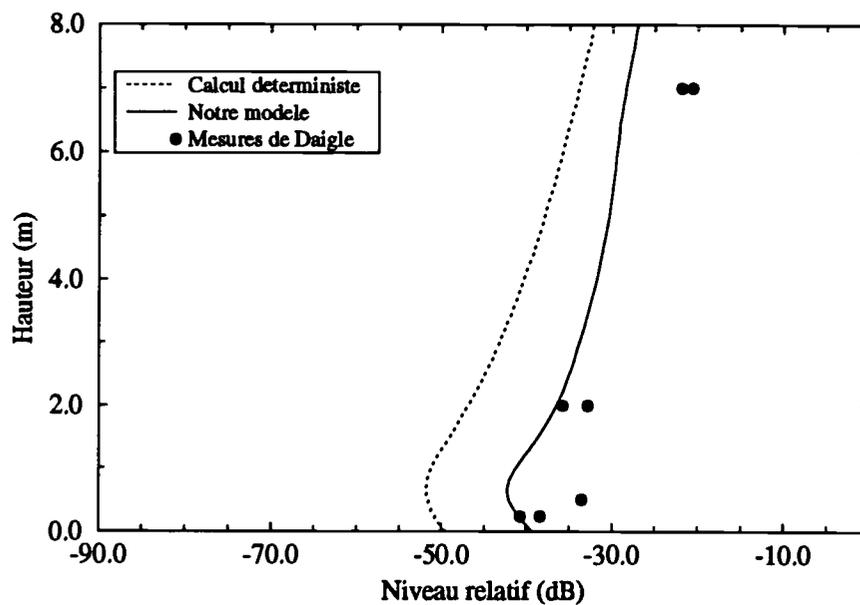


FIG. 6.8 - Niveau relatif en présence d'un gradient de célérité linéaire : comparaison entre les mesures de Daigle, un calcul déterministe et notre modèle pour $f = 500$ Hz ($h_s \sim 0$ m, $r = 230$ m, $\sigma = 330000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 6 \times 10^{-6}$, $L = 1,6$ m)

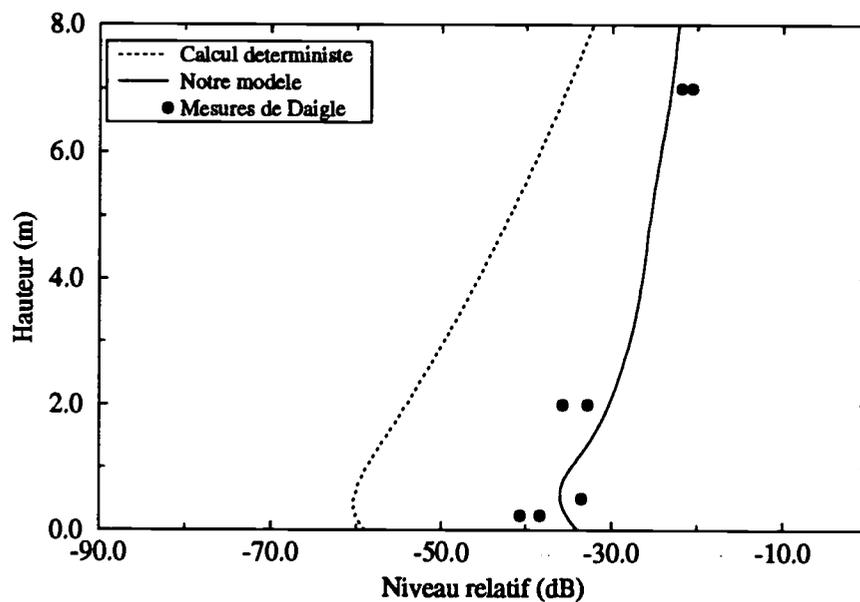


FIG. 6.9 - Niveau relatif en présence d'un gradient de célérité logarithmique : comparaison entre les mesures de Daigle, un calcul déterministe et notre modèle pour $f = 500$ Hz ($h_s \sim 0$ m, $r = 230$ m, $\sigma = 330000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 6 \times 10^{-6}$, $L = 1,6$ m)

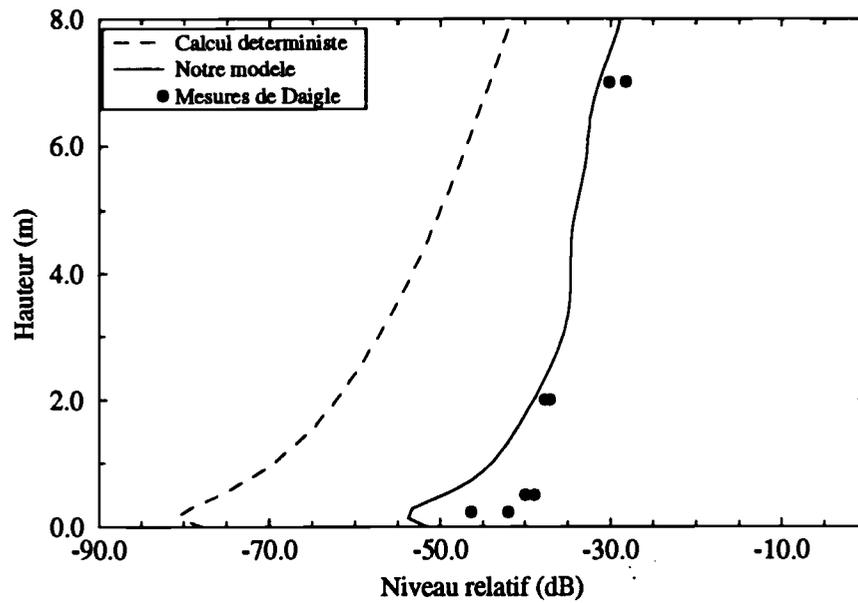


FIG. 6.10 - Niveau relatif en présence d'un gradient de célérité linéaire : comparaison entre les mesures de Daigle, un calcul déterministe et notre modèle pour $f = 1000$ Hz ($h_s \sim 0$ m, $r = 230$ m, $\sigma = 330000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 6 \times 10^{-6}$, $L = 1,6$ m)

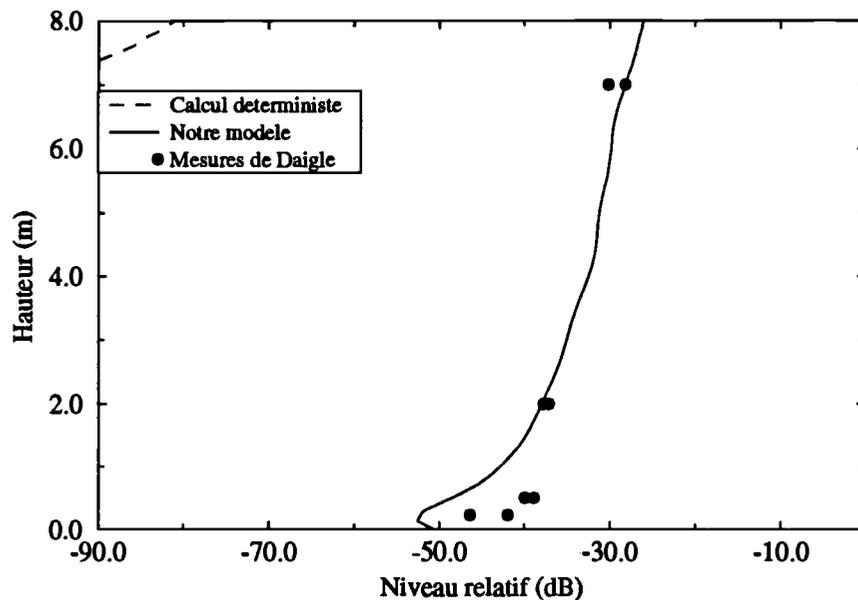


FIG. 6.11 - Niveau relatif en présence d'un gradient de célérité logarithmique : comparaison entre les mesures de Daigle, un calcul déterministe et notre modèle pour $f = 1000$ Hz ($h_s \sim 0$ m, $r = 230$ m, $\sigma = 330000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 6 \times 10^{-6}$, $L = 1,6$ m)

lence est alors très influente sur le champ acoustique.

La comparaison des résultats selon le type de profil utilisé est également très instructive. Les courbes déterministes montrent que la zone d'ombre engendrée par le profil logarithmique est plus profonde que celle créée par le profil linéaire. Ce résultat va dans le sens des tracés de rayons précédents. En ce qui concerne la comparaison simulation turbulente-mesures, les résultats sont globalement meilleurs avec le profil logarithmique. Il apporte effectivement une correction (*i.e.* une augmentation des niveaux) lorsque l'on s'éloigne du sol. Ceci peut être expliqué à l'aide du tracé de rayons 6.5 qui montre une concentration d'énergie autour de la frontière entre la région de ligne de vue et la zone d'ombre. En présence de turbulence, c'est donc une grande quantité d'énergie acoustique qui sera diffusée à partir de cette frontière.

L'ensemble de ces remarques nous conduit donc à prendre systématiquement, dans nos simulations, un profil logarithmique pour modéliser le gradient de célérité à proximité d'un sol.

6.2 Effet de l'intensité du gradient de célérité

Le gradient de célérité logarithmique ainsi défini peut être plus ou moins fort selon l'ensoleillement ou selon la force du vent. Dans chaque situation, le couplage du gradient avec la turbulence a les mêmes conséquences : la diffusion de l'énergie dans la zone d'ombre. Cependant le niveau enregistré dans cette zone d'ombre est plus ou moins élevé selon la force du gradient.

Les cartes que nous présentons dans cette partie sont également assemblées par paire. La première représente toujours un calcul déterministe et la seconde une réalisation turbulente pour la même configuration. L'analyse visuelle et la comparaison de ces mêmes cartes peuvent nous permettre d'acquérir des renseignements précieux même s'il s'agit seulement d'une démarche qualitative.

Pour toutes nos simulations, nous nous appuyons sur les expériences menées par Wiener et Keast en 1955 (section 2.1) [Wiener & Keast, 1959]. Une source est positionnée à 3,7 m au-dessus du sol et émet à la fréquence de 424 Hz puis 848 Hz. L'atmosphère est stratifiée en moyenne et turbulente mais aucun relevé météorologique n'apparaît dans les publications de Wiener et Keast. Seule, figure dans ces dernières la distance X de la source à la frontière entre la zone d'ombre et la zone de ligne de vue pour une hauteur égale à celle du récepteur. Connaissant X , il est

alors aisé d'en déduire la pente $\partial c/\partial z$ du gradient de célérité à l'aide de la relation :

$$X = \left(2c_0/\frac{\partial c}{\partial z}\right)^{1/2} (R^{1/2} + S^{1/2}) \quad (6.3)$$

où S et R sont les hauteurs de la source et du récepteur.

Il reste ensuite à approcher la droite définie par ce gradient par une courbe logarithmique. Ces étapes de travail ont été réalisées par Gilbert [Gilbert *et al.*, 1990] qui déduit des mesures de Wiener et Keast dans les deux situations de réfraction forte (vent contraire) et de réfraction modérée (vent portant), les expressions suivantes :

$$- c(z) = c_0 - 2 \times \log(z/d) \quad (\text{réfraction forte})$$

$$- c(z) = c_0 - 0,5 \times \log(z/d) \quad (\text{réfraction modérée})$$

$$c_0 = 340 \text{ m/s et } d = 6 \times 10^{-3} \text{ m.}$$

Nous disposons donc de mesures pour un cas de réfraction faible et pour un cas de réfraction forte.

En ce qui concerne les valeurs de la turbulence, celles qui correspondent le mieux aux conditions météorologiques décrites par Wiener et Keast sont, selon Gilbert, $L = 1,1 \text{ m}$ et $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$. Le sol est modélisé par les expressions de Delany et Bazley et la valeur de la résistivité σ est estimée égale à $300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$.

Les cartes déterministes 6.12, 6.14, 6.16, 6.18 montrent d'abord que la zone d'ombre est beaucoup plus d'étendue pour une réfraction forte (Fig. 6.16 et 6.18) que pour une réfraction modérée (Fig. 6.12 et 6.14). Ensuite, une comparaison fréquentielle indique une étendue de la zone de transition plus importante à 424 Hz qu'à 848 Hz. Ceci correspond à l'augmentation de la diffraction lorsque la fréquence diminue.

Les quatre cartes turbulentes 6.13, 6.15, 6.17, et 6.19 ont été obtenues pour la même réalisation du champ d'indice.

Dans le cas de réfraction modérée, la zone à insonifier est moins importante. Pour cette raison, la quasi-totalité de la zone d'ombre est envahie par le son diffusé par les inhomogénéités turbulentes. De plus, à 848 Hz, l'angle de diffusion (de l'ordre de λ/L) derrière chacune des inhomogénéités est théoriquement deux fois moins

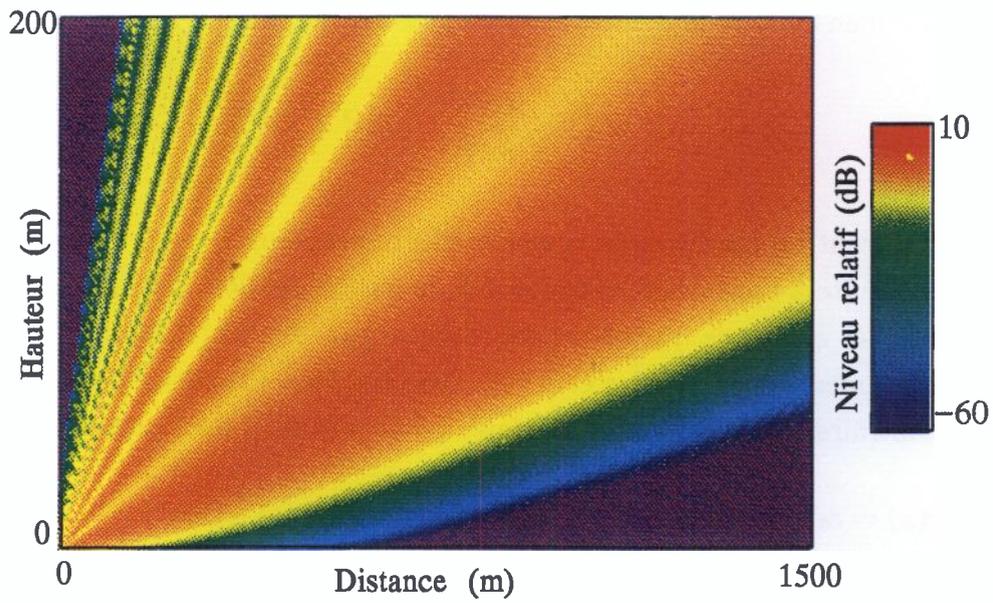


FIG. 6.12 - Niveaux acoustiques relatifs en présence d'un gradient de célérité modéré pour une atmosphère non turbulente ($f = 424 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$)

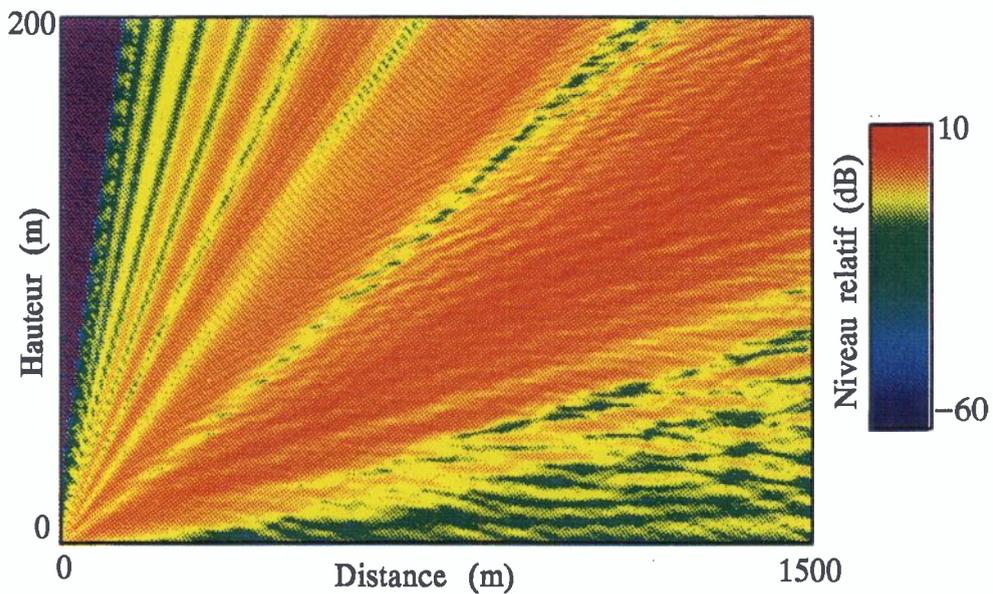


FIG. 6.13 - Niveaux acoustiques relatifs en présence d'un gradient de célérité modéré pour une réalisation du champ turbulent ($f = 424 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

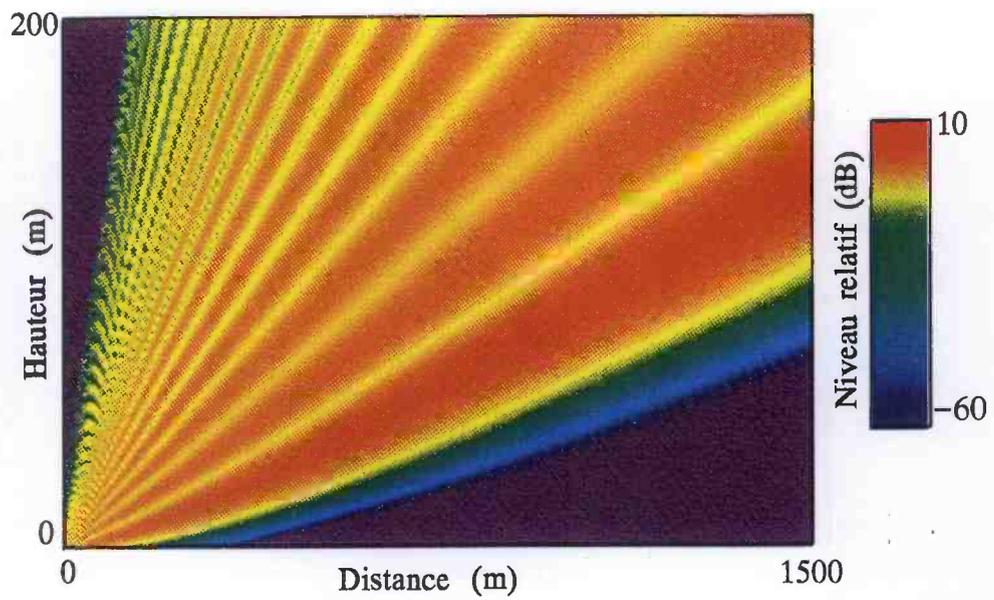


FIG. 6.14 - Niveaux acoustiques relatifs en présence d'un gradient de célérité modéré pour une atmosphère non turbulente ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$)

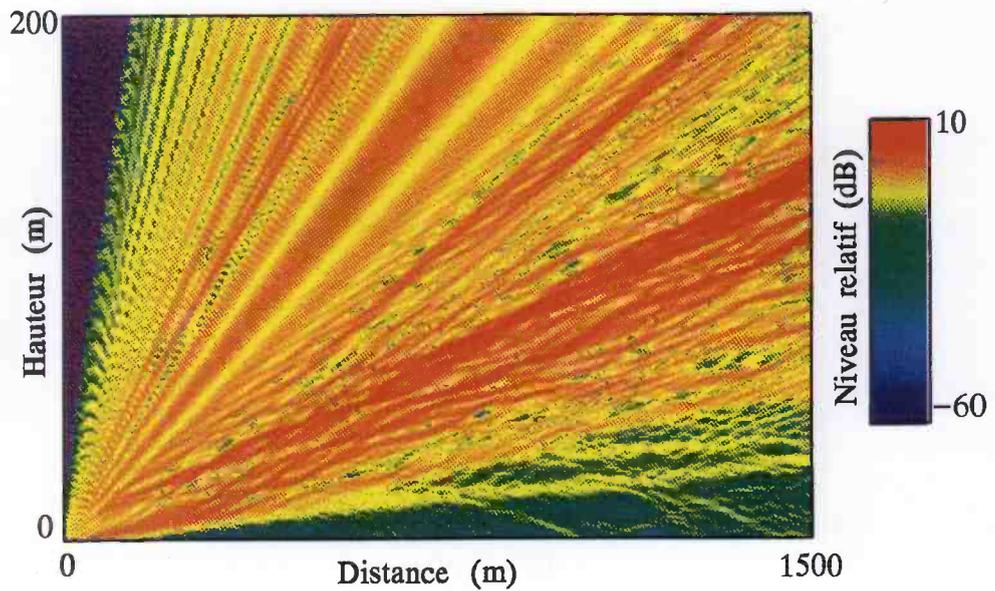


FIG. 6.15 - Niveaux acoustiques relatifs en présence d'un gradient de célérité modéré pour une réalisation du champ turbulent ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

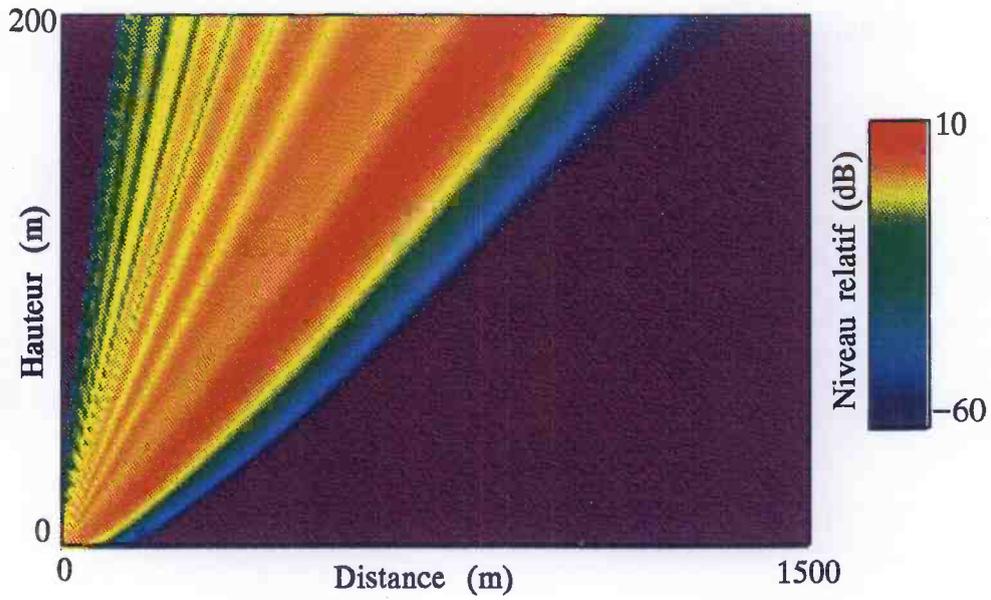


FIG. 6.16 - Niveaux acoustiques relatifs en présence d'un fort gradient de célérité pour une atmosphère non turbulente ($f = 424$ Hz, $h_s = 3,7$ m, $\sigma = 300000$ $N \times m^{-4} \times s$)

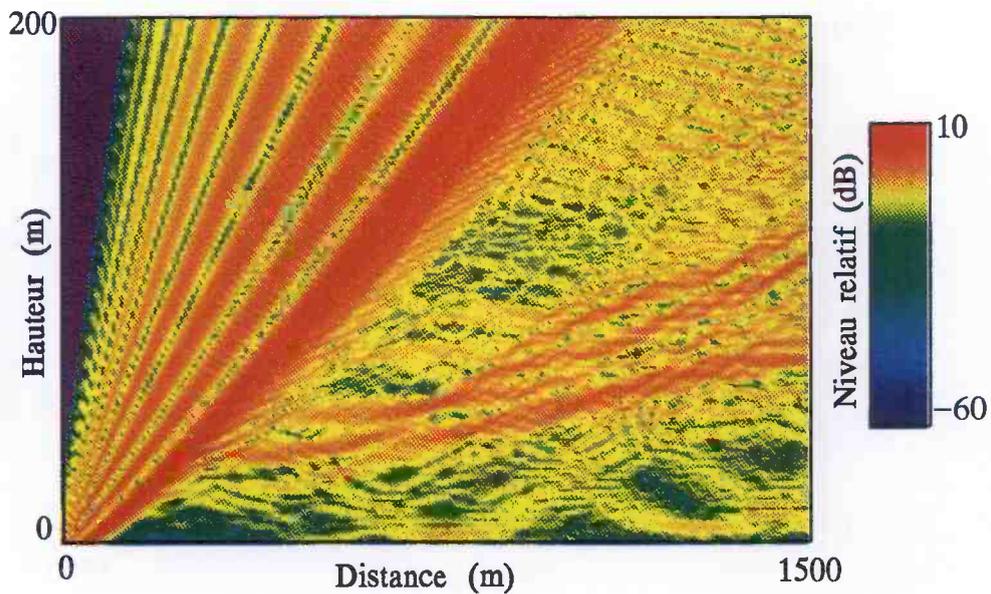


FIG. 6.17 - Niveaux acoustiques relatifs en présence d'un fort gradient de célérité pour une réalisation du champ turbulent ($f = 424$ Hz, $h_s = 3,7$ m, $\sigma = 300000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1$ m)

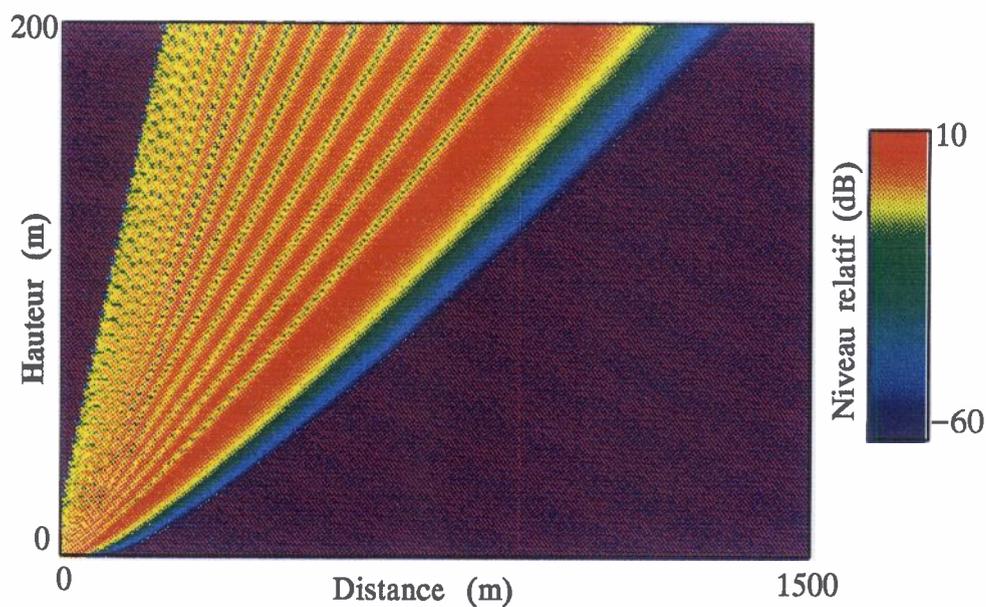


FIG. 6.18 - Niveaux acoustiques relatifs en présence d'un fort gradient de célérité pour une atmosphère non turbulente ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$)

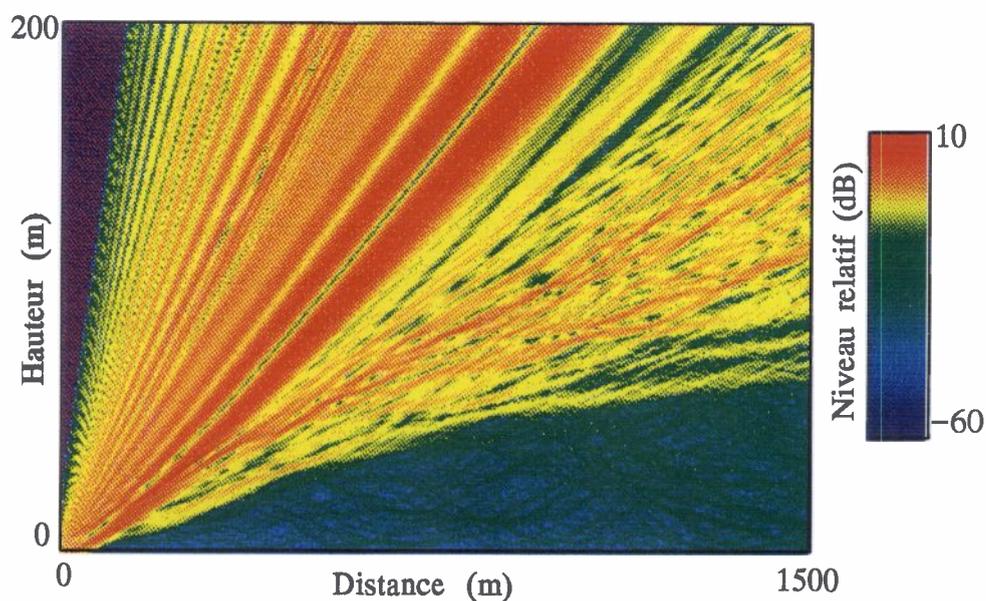


FIG. 6.19 - Niveaux acoustiques relatifs en présence d'un fort gradient de célérité pour une réalisation du champ turbulent ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

grand qu'à 424 Hz. C'est la raison pour laquelle la carte à 848 Hz fait apparaître des structures fines et effilées (Fig. 6.15), alors que la carte à 424 Hz donne plutôt une impression de "flou" (Fig. 6.13).

En ce qui concerne la situation de forte réfraction, les cartes 6.17 et 6.19 montrent très bien la diffusion de l'énergie dans la zone d'ombre. Notons également l'augmentation de l'angle de diffusion avec la diminution de la fréquence puisqu'à 424 Hz (Fig. 6.17) puisqu'il existe très près du sol d'importantes concentrations d'énergie qui n'apparaissent pas à 848 Hz (Fig. 6.19).

Au-delà de cette analyse visuelle, nous avons comparé les mesures de Wiener et Keast à notre simulation dans chacune des quatre situations précédentes. Il s'agit du calcul des niveaux moyens pour un récepteur placé à 1,5 m du sol. Les figures 6.20, 6.21, 6.22 et 6.23 comparent un calcul déterministe, les mesures de Wiener et Keast et le niveau moyen obtenu à l'aide de notre modèle après 20 réalisations. Les figures 6.20 et 6.21 correspondent au cas de réfraction modérée tandis que les figures 6.22 et 6.23 représentent la situation de réfraction forte.

Toutes quatre font apparaître les trois régions de propagation mises en évidence par Wiener et Keast en présence d'un gradient de célérité négatif : la région de ligne de vue, la zone de transition, la zone d'ombre avec un comportement en $1/r^2$ du champ acoustique.

Lors de la propagation en présence d'un gradient modéré, la simulation turbulente suit très bien les mesures de Wiener et Keast et l'on note que les niveaux relatifs relevés dans la zone d'ombre sont sensiblement identiques à 424 Hz (Fig. 6.20) et à 848 Hz (~ -20 dB) (Fig. 6.21). La même remarque peut être formulée pour ce qui est des forts gradients où le niveau mesuré dans la zone d'ombre est environ -25 dB. Par contre, on note, dans cette dernière situation, deux divergences entre les mesures et la simulation :

- La première concerne la fréquence de 424 Hz pour laquelle un point de mesure se trouve très en-dessous (-40 dB) des -25 dB donnés par tous les autres points de mesures (Fig. 6.22). Il s'agit ici peut-être d'une erreur de mesures.
- La seconde concerne les niveaux relatifs obtenus avec notre modèle pour 848 Hz (Fig. 6.23). Ils sous-estiment les mesures de Wiener & Keast d'environ 10 dB. Il ne s'agit sans doute pas d'erreurs de mesures dans ce cas, mais vraisemblablement d'une description moins bonne de la turbulence par notre modèle. La solution serait peut-être de nous orienter vers l'utilisation d'un

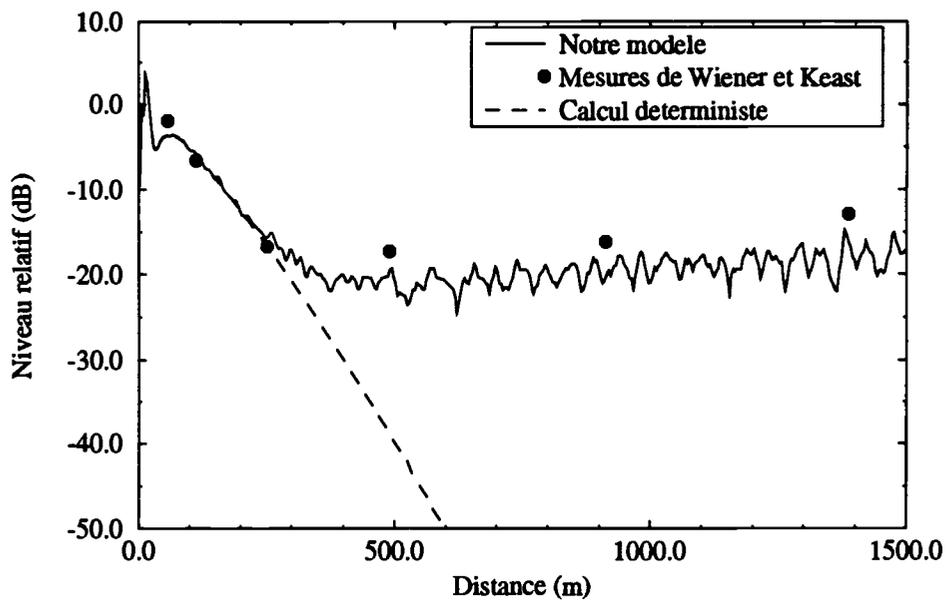


FIG. 6.20 - Niveaux relatifs moyens en présence d'un gradient de célérité modéré : comparaison entre les mesures de Wiener et Keast, un calcul déterministe et notre modèle ($f = 424 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $h_r = 1,5 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

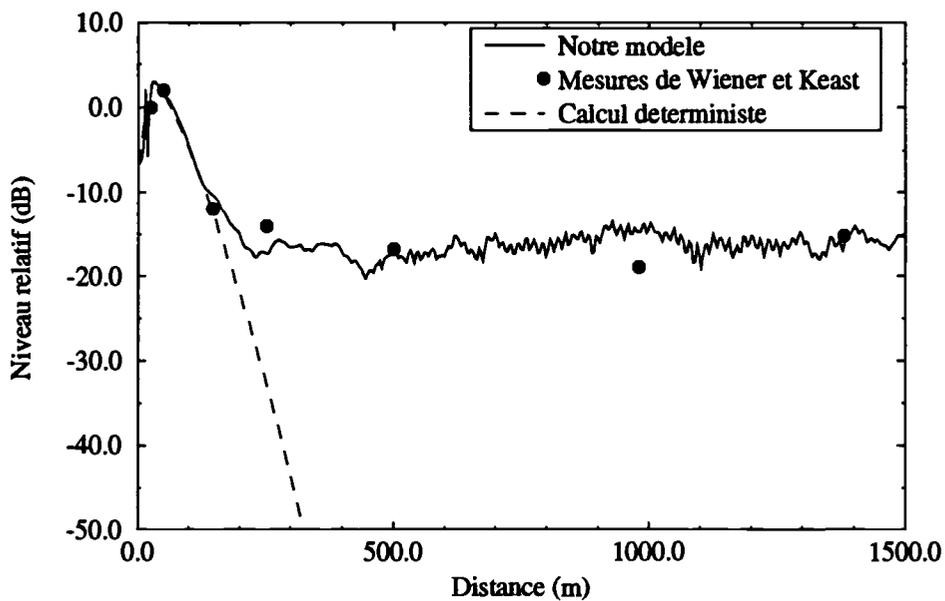


FIG. 6.21 - Niveaux relatifs moyens en présence d'un gradient de célérité modéré : comparaison entre les mesures de Wiener et Keast, un calcul déterministe et notre modèle ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $h_r = 1,5 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

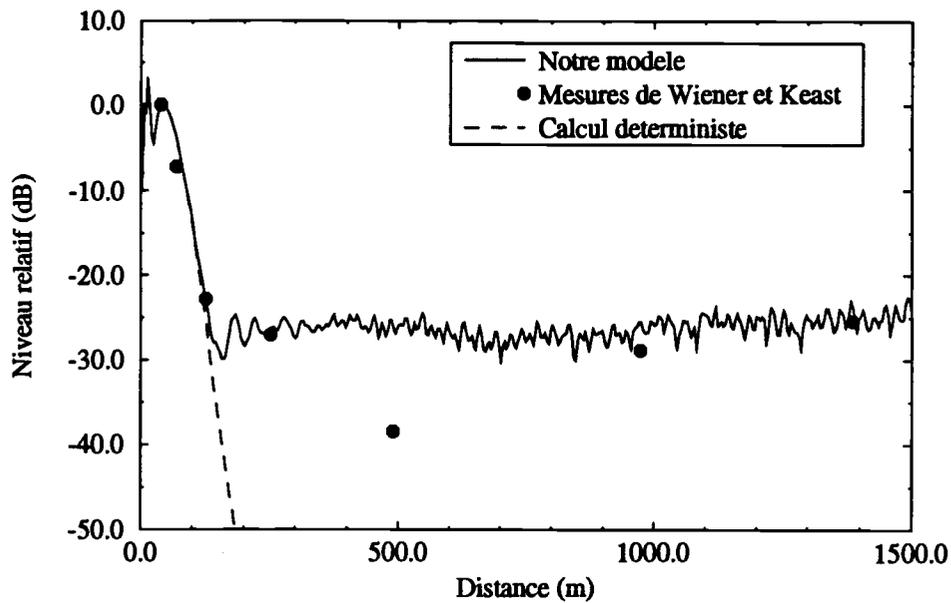


FIG. 6.22 - Niveaux relatifs moyens en présence d'un fort gradient de célérité : comparaison entre les mesures de Wiener et Keast, un calcul déterministe et notre modèle ($f = 424$ Hz, $h_s = 3,7$ m, $h_r = 1,5$ m, $\sigma = 300000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1$ m)

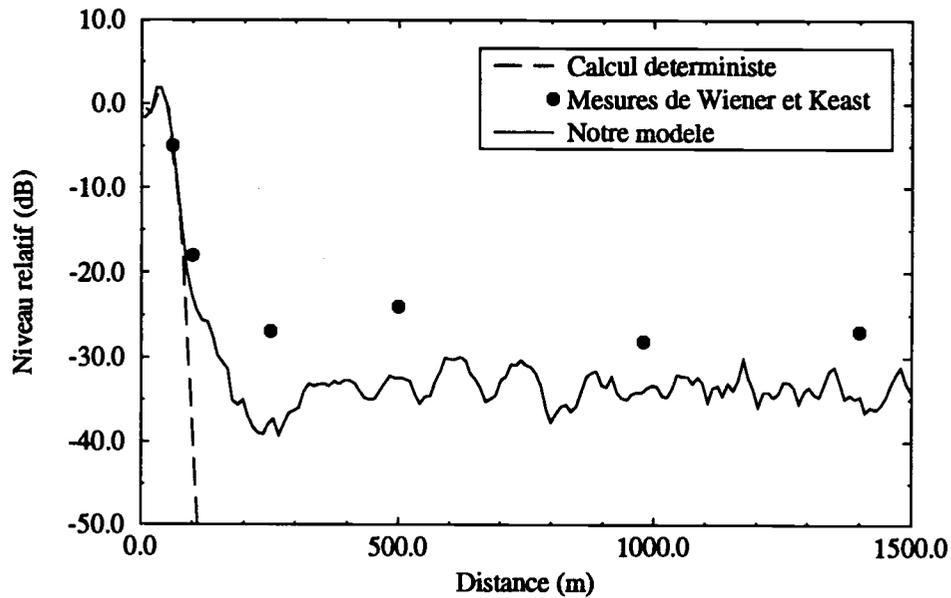


FIG. 6.23 - Niveaux relatifs moyens en présence d'un fort gradient de célérité : comparaison entre les mesures de Wiener et Keast, un calcul déterministe et notre modèle ($f = 848$ Hz, $h_s = 3,7$ m, $h_r = 1,5$ m, $\sigma = 300000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1$ m)

spectre des fluctuations d'indice plus réaliste tel qu'un spectre en puissance. C'est ce que nous ferons dans un dernier chapitre.

Malgré ces remarques, on peut déjà conclure que les résultats obtenus dans des conditions météorologiques diverses sont bons, surtout si l'on se réfère aux théories déterministes. Pour compléter cette étude, nous présentons un tracé permettant d'évaluer l'importance des fluctuations autour du niveau moyen (Fig. 6.24). Ce dernier est "encadré" par les valeurs I_- et I_+ associées à une notion d'écart-type de fluctuations et définies par :

$$I_{\pm} = 10 \log \left[\langle p^2 \rangle \pm \left[\langle (p^2 - \langle p^2 \rangle)^2 \rangle \right]^{1/2} \right] \quad (6.4)$$

Les conditions météorologiques sont les mêmes que précédemment mais le sol est considéré ici comme rigide.

Cette figure montre, d'une part, que les fluctuations de niveaux sont quasi-inexistantes dans la région de ligne de vue et que l'écart-type est pratiquement constant avec la distance de propagation. D'autre part, elle donne une idée précise de l'étendue des fluctuations qu'on peut relever dans une zone d'ombre (ici ± 8 dB, ce qui est considérable). On voit ici l'un des avantages de la méthode statistique qui permet de quantifier le degré de certitude avec lequel un niveau moyen peut être annoncé. Au passage, on notera que la nature du sol joue un rôle assez faible pour ces problèmes de propagation dans une zone d'ombre ; la turbulence est bien le phénomène essentiel à prendre en compte.

6.3 Résultats concernant les fluctuations du champ de pression

L'aspect fluctuation du champ de pression est encore assez mal connu dans la zone d'ombre profonde. Notre modèle permet une analyse qualitative en étudiant l'évolution de l'intensité acoustique en un point en fonction des réalisations successives du champ turbulent. Cette façon de représenter le caractère aléatoire de la pression peut être interprétée comme une fluctuation temporelle d'intensité. En complément à cette analyse, nous nous sommes également intéressés aux lois de distribution des fluctuations d'amplitude.

Nous reprenons, ici, les mesures effectuées par Wiener & Keast dans le cas d'une forte réfraction donnant une zone d'ombre importante. La source est placée à 3,7 m au-dessus du sol et émet à la fréquence de 848 Hz.

Sur la figure 6.25, nous avons tracé l'évolution de la variance du log-amplitude σ_x^2 , en fonction de la distance de propagation, obtenue en moyennant sur 600 réalisations. Jusqu'à une distance de 100 m, on note une croissance de σ_x^2 . Ensuite, on observe un palier vers une valeur de 1,8. Ce comportement dans la zone d'ombre est analogue au phénomène de saturation des fluctuations d'amplitude ou d'intensité que l'on observe pour la propagation en espace libre, soit par l'expérience [Blanc-Benon, 1987], soit par la simulation numérique [Martin & Flatté, 1988], [Hugon-Jeannin, 1992]. A partir de cette évolution de σ_x^2 , nous avons retenu quatre distances ($r=10$ m, $r=50$ m, $r=80$ m, $r=300$ m) représentatives des différentes régions de propagation depuis les très faibles fluctuations ($\sigma_x^2 \ll 0,2$) jusqu'à la saturation $\sigma_x^2 = 1,8$. Pour chacune de ces distances, nous avons représenté, d'une part, l'évolution de l'intensité acoustique normalisée $I/\langle I \rangle$, et d'autre part, la distribution de l'amplitude normalisée $\mathcal{P}(A/\sigma_A)$ obtenue après 600 réalisations.

La figure 6.26 montre les fluctuations "temporelles" de l'intensité pour un récepteur placé à 10 m de la source. On observe de faibles fluctuations de $I/\langle I \rangle$ autour d'une valeur moyenne élevée. L'amplitude, quant à elle, suit une distribution normale (Fig. 6.27) classique [Bass *et al.*, 1991].

$$\mathcal{P}(A) = \frac{1}{\sigma_A \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{A - A_c}{2\sigma_A^2}\right) \quad (6.5)$$

où A_c est le centre de la distribution.

Tant que la distance de propagation dans la turbulence permet de rester dans le domaine de validité de la solution de Rytov (en espace libre), on observe le même comportement (Figs. 6.28 et 6.29 pour $r=50$ m) avec une diminution du niveau moyen.

Pour $r=80$ m, la variance σ_x^2 est proche de l'unité et la solution de Rytov n'est plus valable. On observe sur la figure 6.30 que les fluctuations d'intensité deviennent beaucoup plus importantes et que la valeur moyenne de I est très faible. Dans ces conditions, la distribution des fluctuations d'amplitude (Fig. 6.31) n'est plus normale. Pour la modéliser, nous avons utilisé une loi gamma, par analogie avec les

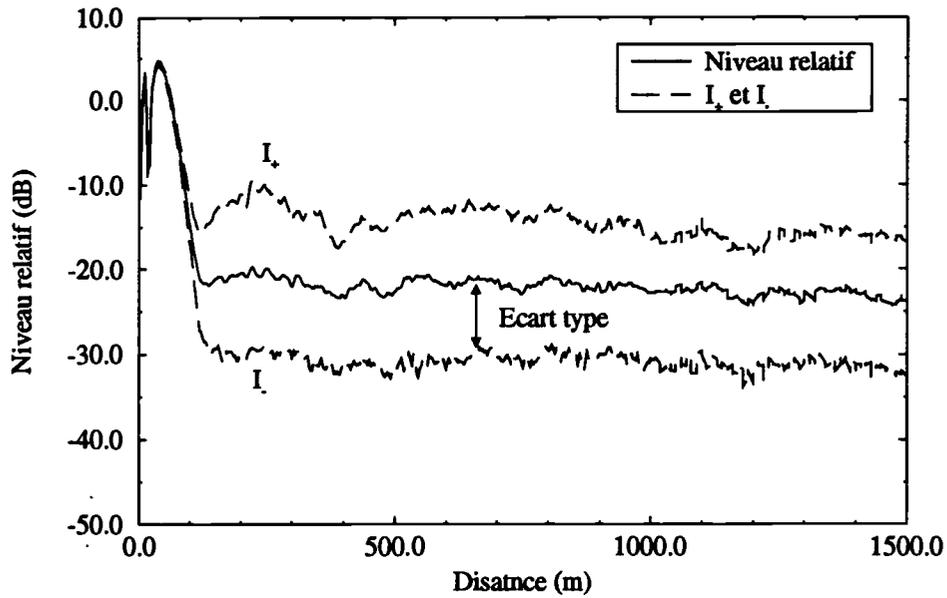


FIG. 6.24 - Niveaux relatifs moyens et écarts-types en présence d'un fort gradient de célérité ($f = 424 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $r = 1,5 \text{ m}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

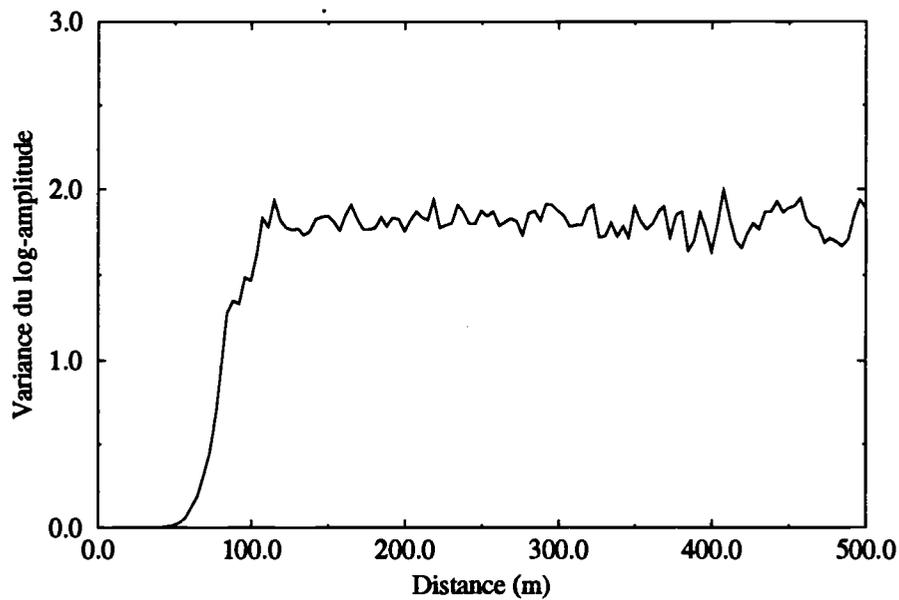


FIG. 6.25 - Variance du log-amplitude en présence d'un fort gradient de célérité ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $h_r = 1,5 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

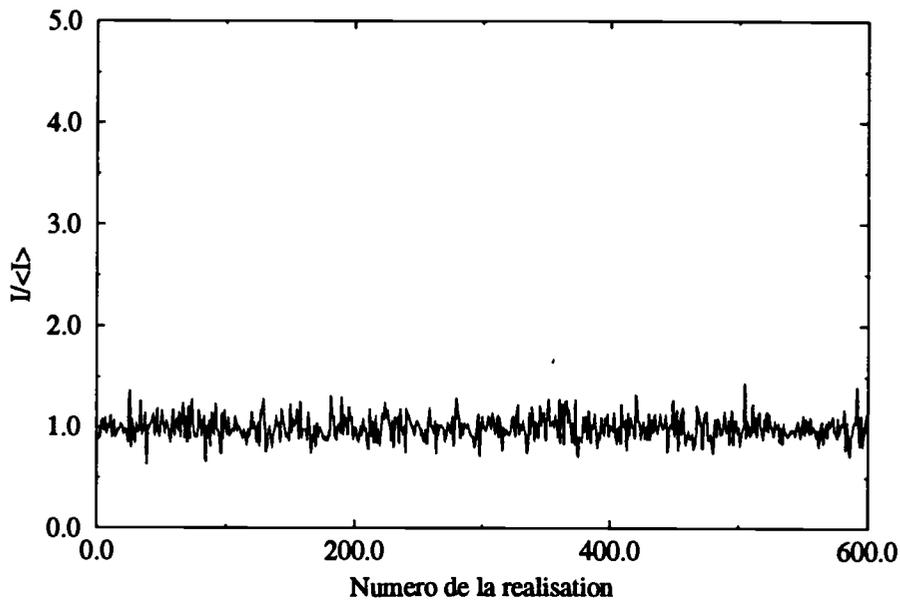


FIG. 6.26 - $I/\langle I \rangle$ dans la région de ligne de vue ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $h_r = 1,5 \text{ m}$, $r = 10 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

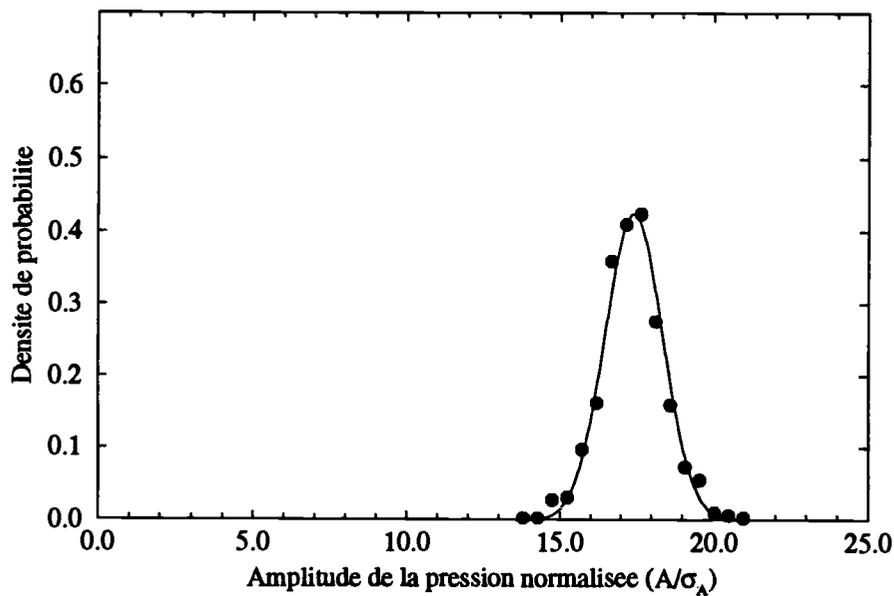


FIG. 6.27 - Densité de probabilité de l'amplitude de la pression : comparaison entre notre modèle et la loi normale ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $h_r = 1,5 \text{ m}$, $r = 10 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

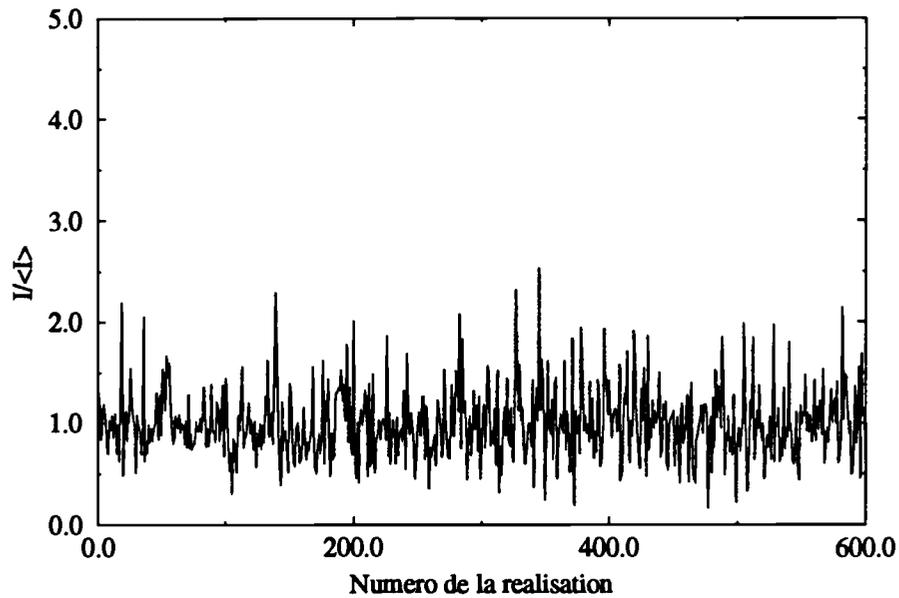


FIG. 6.28 - $I/\langle I \rangle$ dans la région de ligne de vue ($f = 848$ Hz, $h_s = 3,7$ m, $h_r = 1,5$ m, $r = 50$ m, $\sigma = 300000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1$ m)

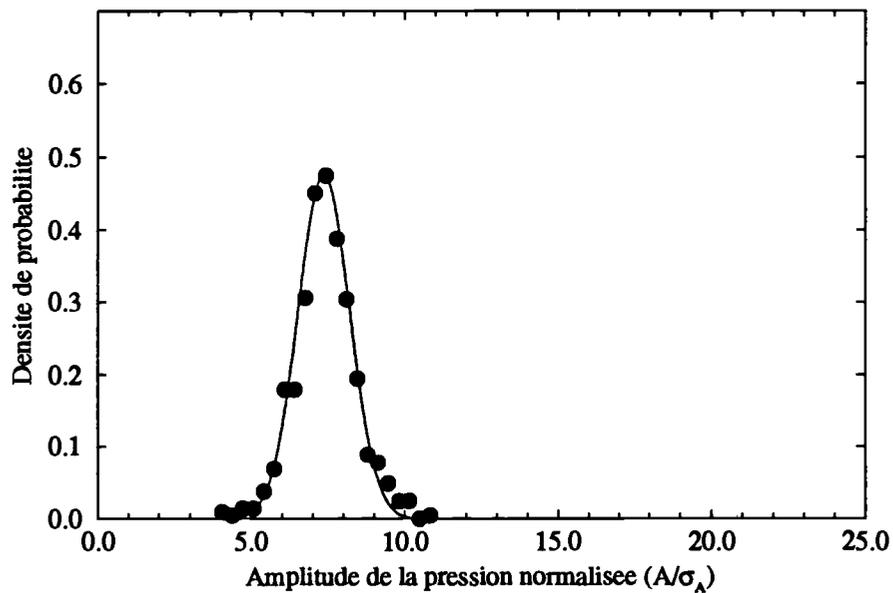


FIG. 6.29 - Densité de probabilité de l'amplitude de la pression : comparaison entre notre modèle et la loi normale ($f = 848$ Hz, $h_s = 3,7$ m, $h_r = 1,5$ m, $r = 50$ m, $\sigma = 300000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1$ m)

travaux de Blanc-Benon [Blanc-Benon & Juvé, 1993], Ewart [Ewart & Percival, 1986] et Hugon-Jeannin [Hugon-Jeannin, 1992] et avec les résultats obtenus par Blanc-Benon [Blanc-Benon, 1981] pour les fluctuations d'amplitude d'une onde acoustique se propageant dans une turbulence cinématique. Cette distribution dépend de deux paramètres p et d . Elle s'écrit :

$$\mathcal{P}(A) = \frac{d^p}{\Gamma(p)} \exp(-dA) A^{p-1} \quad (6.6)$$

où Γ est la fonction gamma. Le calcul des deux premiers moments m_1 et m_2 permet d'obtenir les coefficients p et d ; en effet, nous avons :

$$\begin{cases} m_1 = \frac{p}{d} \\ m_2 = \frac{p(p+1)}{d^2} \end{cases} \quad (6.7)$$

On observe sur la figure 6.31, un très bon accord entre notre simulation et la loi de distribution gamma. Lorsque $r=300$ m, la variance σ_x^2 a atteint sa valeur limite; la loi gamma correspond, à nouveau, très bien avec notre simulation (Fig. 6.33). Le signal possède, cette fois, une structure intermittente très marquée puisque le niveau normalisé est très faible la plupart du temps avec des pics excessivement élevés par instants (Fig. 6.32).

Nous avons analysé, dans les chapitres 5 et 6, le comportement de notre modèle dans des situations réalistes de propagation dans l'atmosphère. Les résultats obtenus dans la zone de ligne de vue comme dans la zone d'ombre reproduisent très bien les perturbations enregistrées par l'onde au cours de son passage dans le milieu aléatoirement inhomogène. Il existe, néanmoins, quelques écarts, dans des situations bien précises, entre les mesures et nos simulations. Ces écarts peuvent être dus à des erreurs de mesures car les données météorologiques sont délicates à obtenir en pratique. Il peut aussi s'agir d'imprécision de notre modèle de propagation qui, par exemple, est incomplet pour décrire la propagation du son aux très basses fréquences sur un sol à impédance, ou de notre modèle de turbulence qui est, peut-être, trop simplifié pour décrire correctement la turbulence atmosphérique.

Dans le chapitre qui suit, nous revenons sur ce dernier point en étudiant le comportement du modèle pour une turbulence décrite par un spectre en puissance (cf section 4.1.2).

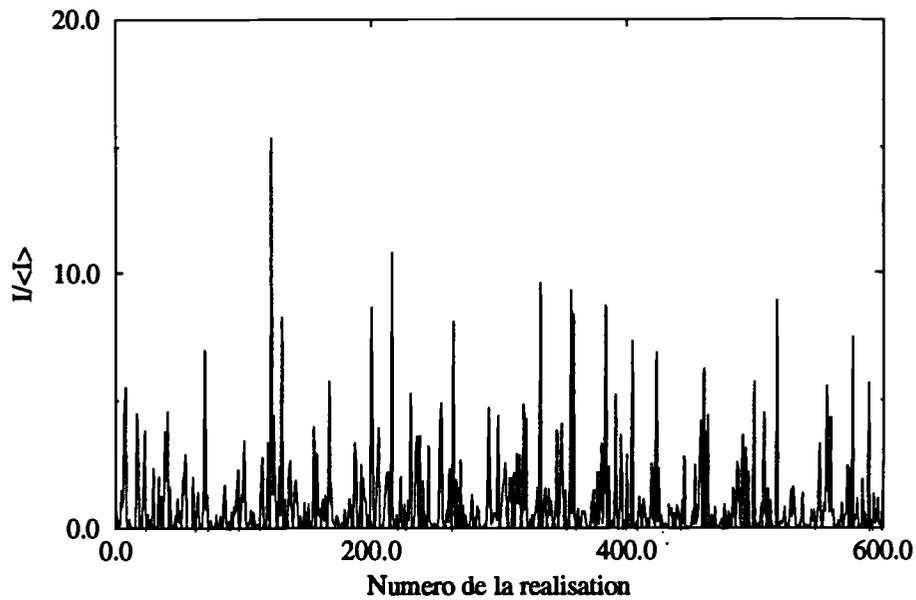


FIG. 6.30 - $I/\langle I \rangle$ pour $r = 80 \text{ m}$, ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $h_r = 1,5 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

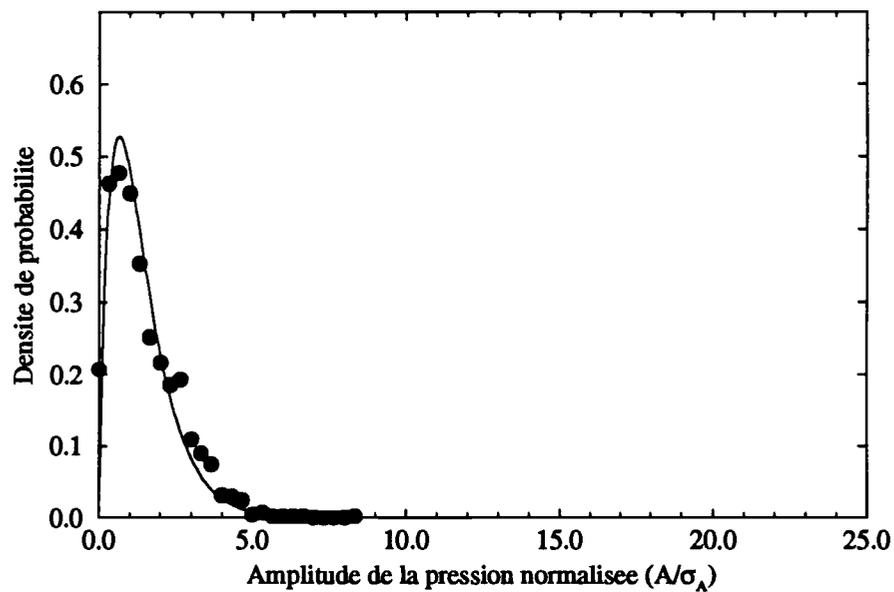


FIG. 6.31 - $I/\langle I \rangle$ pour $r = 80 \text{ m}$ ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $h_r = 1,5 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

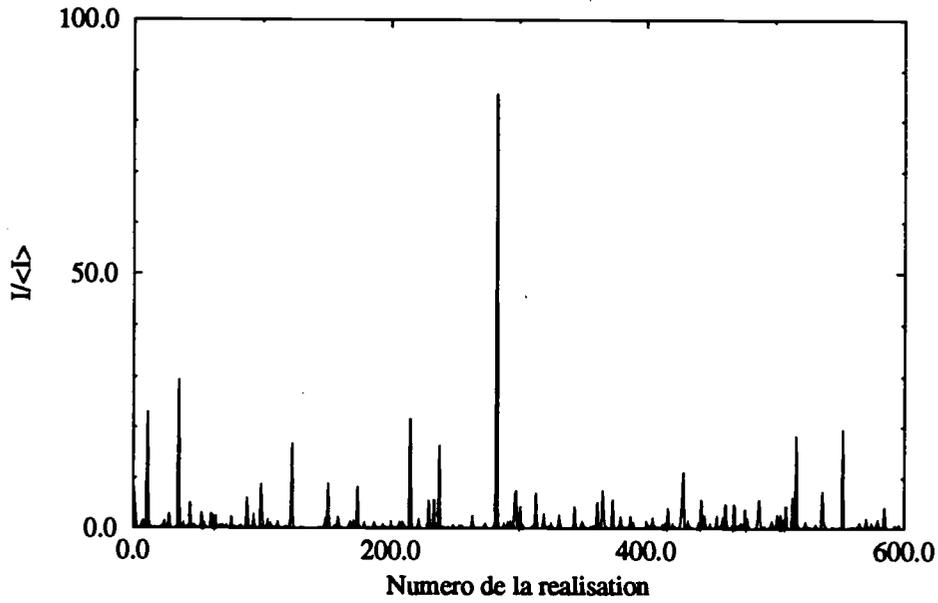


FIG. 6.32 - $I/\langle I \rangle$ dans la zone d'ombre ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $h_r = 1,5 \text{ m}$, $r = 300 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

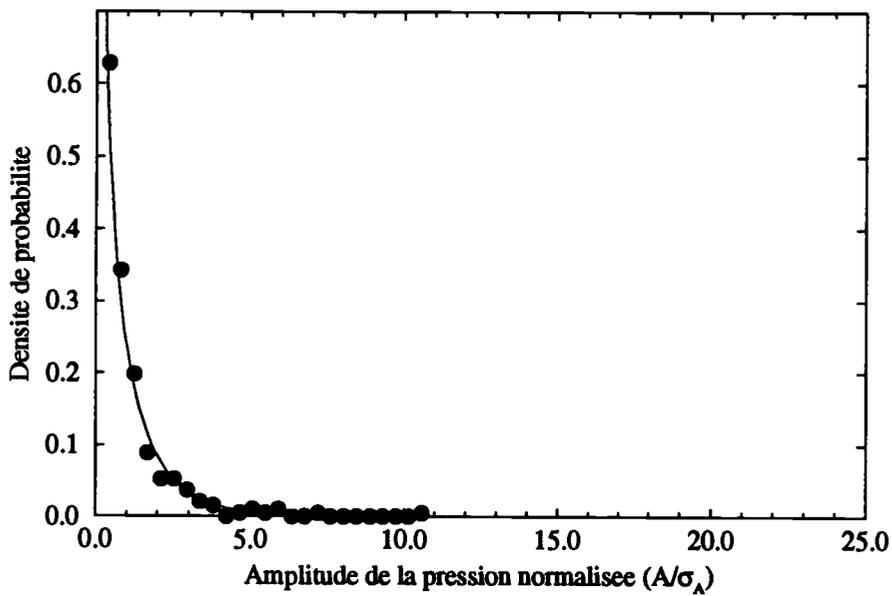


FIG. 6.33 - $I/\langle I \rangle$ dans la zone d'ombre ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $h_r = 1,5 \text{ m}$, $r = 300 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

Chapitre 7

Influence de la forme du spectre des fluctuations d'indice

La turbulence modélisée par une fonction de corrélation gaussienne, nous l'avons vu à plusieurs reprises au cours de cette étude, est trop simplifiée pour décrire les échanges énergétiques de la turbulence atmosphérique puisqu'elle ne fait intervenir qu'une seule échelle caractéristique. Une description beaucoup plus réaliste est obtenue avec un spectre de Kolmogorov présentant une zone inertielle en puissance $-11/3$. Les résultats que nous avons présentés dans les chapitres 5 et 6 reposent sur la description d'une "turbulence gaussienne" comme c'est le cas de la plupart des études théoriques figurant dans la littérature. L'objectif de ce chapitre est d'introduire dans notre modèle un spectre correspondant à une loi en puissance et d'étudier son influence sur la forme des résultats. Nous restreindrons notre analyse à deux situations de propagation particulières qui sont : la propagation sur un sol rigide et la propagation dans une zone d'ombre. Dans le premier cas, nous rappelons que les niveaux moyens calculés surestiment légèrement les mesures dans les creux d'interférence. Dans la seconde situation, nos simulations, en présence d'un fort gradient de célérité et lorsque la source émet à hautes fréquences ($\simeq 1$ kHz), sous-estiment les mesures de Wiener et Keast.

7.1 Le spectre en puissance

Dans cette section, nous rappelons les principales idées développées dans la section 4.1. La turbulence atmosphérique est bien décrite par le spectre tridimensionnel Φ_n de Kolmogorov (ou son extension de von Karman pour les développements analytiques) qui suit une loi en puissance $-11/3$ dans la zone inertielle (zone d'échange de l'énergie turbulente entre les structures de différentes tailles). Ce spectre est plus réaliste que celui associé à une fonction de corrélation gaussienne puisqu'il est

défini par deux échelles caractéristiques l'une se rapportant aux petites structures de la turbulence l_0 , et l'autre aux grosses structures L_0 . l_0 et L_0 sont respectivement l'échelle interne et l'échelle externe de la turbulence.

Pour nos calculs qui sont bidimensionnels, nous conservons la même dépendance du spectre Φ_n vis à vis des nombres d'onde [Brown, 1972], [Gozani, 1985]. Sa forme exacte est :

$$\Phi_n(K) = \frac{5}{6\pi} L_0^{-5/3} \langle \mu^2 \rangle \left(K^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-11/6} \exp\left(-\frac{K^2}{K_m^2}\right) ; \quad K_m = 5,92/l_0 \quad (7.1)$$

Sur la figure 7.1, nous comparons l'allure de ce spectre à celui associé à une fonction de corrélation gaussienne.

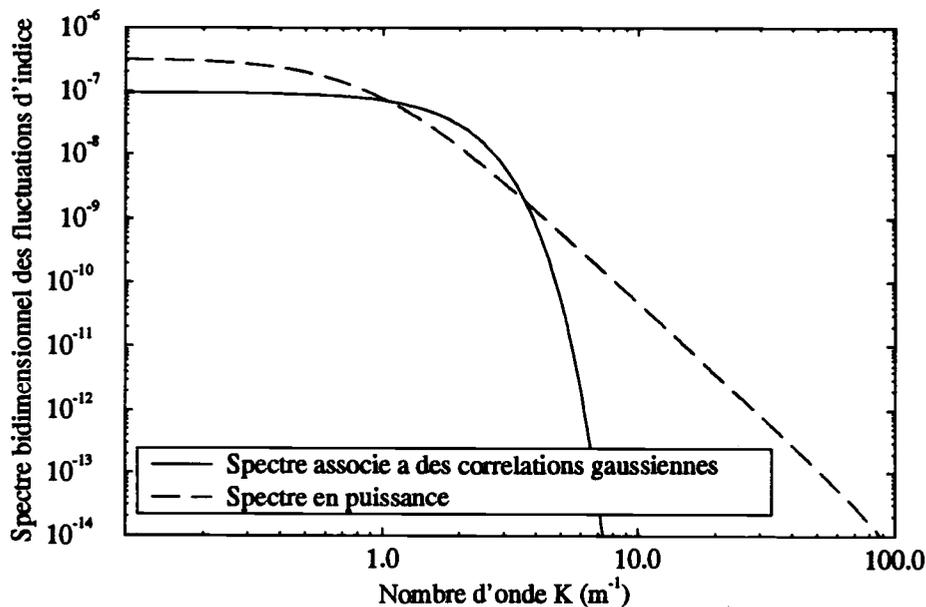


FIG. 7.1 - Spectre bidimensionnel des fluctuations d'indice : comparaison entre le spectre associé à une fonction de corrélation gaussienne et celui en puissance $-11/3$ ($l_0 = 0,05$ m, $L_0 = L = 1,1$ m)

Dans cet exemple, L , l'échelle de corrélation associée au spectre gaussien vaut 1,1 m et l_0 et L_0 ont été choisies de façon à ce que la zone inertielle soit significative (~ 2 décades). Pour cela, l'échelle externe vaudra L et l'échelle interne sera égale à 0,05 m. Ce choix de l_0 est dicté par le souci pratique de conserver un nombre de modes

raisonnable (en l'occurrence 100); l'échelle interne est en réalité plus petite dans l'atmosphère, mais notre choix n'est pas critique dans la mesure où les structures (peu énergétiques) plus petites que la longueur d'onde ne jouent pratiquement aucun rôle.

La remarque essentielle que l'on peut formuler sur cette courbe concerne l'étendue du spectre en puissance vers les grands nombres d'onde (*i.e.* les petites structures) en comparaison avec le spectre d'énergie associé à une fonction de corrélation gaussienne. Ce sont les conséquences de cet apport énergétique aux petites structures de la turbulence que nous étudierons au cours de ce chapitre.

7.2 Propagation sur un sol rigide

Nous avons remarqué que dans les creux d'interférence formés par la présence d'un sol rigide, notre modèle surestime, de 2 à 4 dB, les niveaux par rapport aux mesures de Daigle (Figs. 5.2 et 5.5). Nous en avons conclu à une décorrélation trop importante entre l'onde directe et l'onde réfléchie, due à une surestimation des fluctuations de phase. Nous avons également observé qu'une variation de 20 % de l'échelle de corrélation L n'a pas d'effets visibles sur le calcul des niveaux moyens. La question que l'on peut se poser est l'influence de la forme du spectre sur le calcul des niveaux moyens dans les creux d'interférences. Nous avons repris, pour cette étude, l'expérience de Daigle décrite dans la section 5.1.1 et simulé celle-ci avec le spectre en puissance $-11/3$ (Eq. 7.1). Les résultats donnés par le modèle sont identiques à ceux présentés dans le chapitre précédent. Le fait de décrire la turbulence par un spectre en puissance, dans cette situation, n'apporte aucune correction. C'est un résultat que l'on peut interpréter de la façon suivante: la décorrélation est essentiellement due aux fluctuations de phase et celles-ci sont sensibles principalement aux grosses structures. Modifier la forme du spectre, pour les grands nombres d'onde (*i.e.* les petites structures) ne change rien en terme de niveaux acoustiques dans les creux d'interférence.

7.3 Propagation dans une zone d'ombre

Les résultats présentés dans le chapitre précédent sur ce sujet sont tout à fait satisfaisants aussi bien en comparaison avec les mesures de Wiener et Keast qu'avec les mesures de Daigle. Il existe néanmoins une situation particulière pour laquelle nos simulations sous-estiment les niveaux mesurés dans la zone d'ombre. Il s'agit de

la propagation dans une zone d'ombre très marquée créée par un fort gradient négatif de la célérité et dans le cas où la fréquence d'émission de la source est élevée. En effet si l'on reprend l'expérience de Wiener et Keast et notre simulation associée pour un fort gradient et une fréquence de 848 Hz, il est clair que notre modèle ne décrit pas tous les phénomènes mis en jeu puisqu'il sous-estime les niveaux acoustiques de 10 dB dans la zone d'ombre. Pour l'expérience de Daigle, en présence d'un gradient de célérité négatif, il se produit le même phénomène très près du sol, lorsque la fréquence est égale à 1000 Hz. Dans ce cas, le modèle sous-estime les mesures de 5 dB à environ 1 m au-dessus du sol. Il semble d'après ces résultats, que le modèle de turbulence associé à une fonction de corrélation gaussienne ne donne pas entière satisfaction très près du sol. On peut supposer que l'angle de diffusion est trop faible pour insonifier totalement les quelques premiers mètres au-dessus du sol. Cette tâche est, en effet, d'autant plus difficile que le gradient est fort et que la fréquence est élevée. La question est alors : un spectre en puissance apporte-t'il une correction sur les niveaux à proximité du sol? Pour y répondre nous avons simulé à nouveau les expériences de Wiener et Keast et de Daigle en utilisant le spectre en puissance (Eq. 7.1). Les résultats sont présentés en comparaison avec les mesures et les simulations précédentes. Les figures 7.2, 7.3, 7.4 et 7.5 concernent les expériences de Wiener et Keast et les figures 7.6, 7.7 et 7.8, celles de Daigle.

Pour ces deux expériences, les résultats vont dans le même sens : il y a très peu de différences entre la simulation par une "turbulence gaussienne" et celle qui considère un spectre en puissance, pour les basses fréquences (424 Hz, 250 Hz et 500 Hz). De la même manière, lorsque le gradient de célérité est modéré, nous notons globalement les mêmes niveaux, même lorsque la fréquence est élevée, soit 848 Hz. Par contre, les résultats sont tout autres si le gradient de célérité est fort et si la source émet à des fréquences élevées. Il suffit pour s'en rendre compte de se reporter aux figures 7.5 pour l'expérience de Wiener et Keast et 7.8 pour celle de Daigle. Pour la première d'entre-elles, le gradient de célérité est important ($c(z) = c_0 - 2 \times \log(z/d)$) et la fréquence élevée, 848 Hz. La simulation avec un spectre en puissance retrouve les niveaux obtenus par les mesures et gagne donc 5 à 10 dB par rapport aux simulations précédentes. En ce qui concerne les expériences de Daigle 7.8, la même remarque peut être formulée à proximité du sol. Dans ce cas, nous nous éloignons quelque peu des mesures à 2 m au-dessus du sol, mais nous nous en rapprochons à son voisinage immédiat. Notons également la forme du profil sur les 8 premiers mètres. Celui-ci est beaucoup plus "plat" que dans le cas d'une turbulence associée à une fonction de corrélation gaussienne. Tout se passe comme si la zone d'ombre était insonifiée de façon uniforme. Ceci

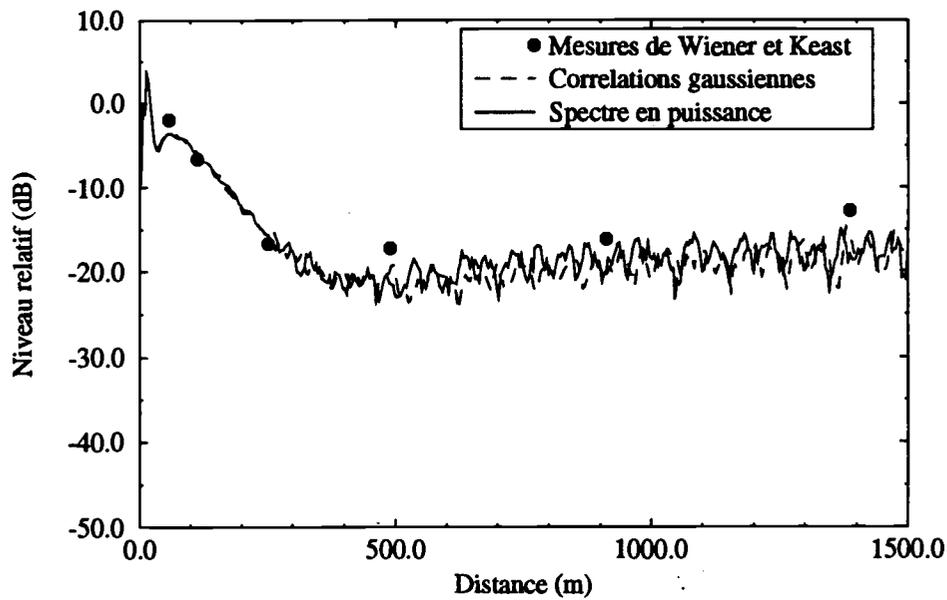


FIG. 7.2 - Niveaux relatifs moyens en présence d'un gradient de célérité modéré : comparaison entre les mesures de Wiener et Keast et notre modèle pour une fonction de corrélation gaussienne et un spectre en puissance ($f = 424$ Hz, $h_s = 3,7$ m, $r = 1,5$ m, $\sigma = 300000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $l_0 = 0,05$ m, $L_0 = L = 1,1$ m)

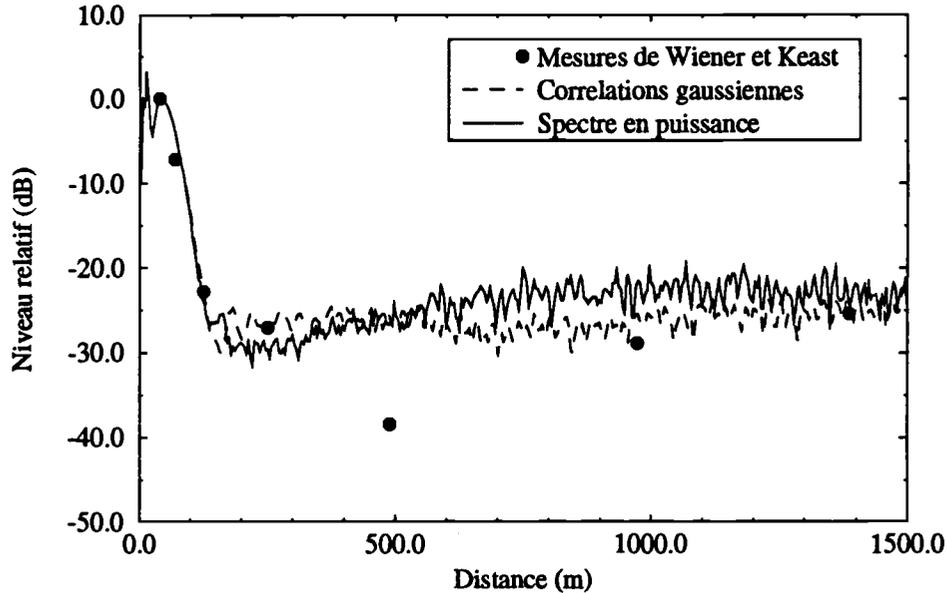


FIG. 7.3 - Niveaux relatifs moyens en présence d'un fort gradient de célérité : comparaison entre les mesures de Wiener et Keast et notre modèle pour une fonction de corrélation gaussienne et un spectre en puissance ($f = 424$ Hz, $h_s = 3,7$ m, $r = 1,5$ m, $\sigma = 300000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $l_0 = 0,05$ m, $L_0 = L = 1,1$ m)

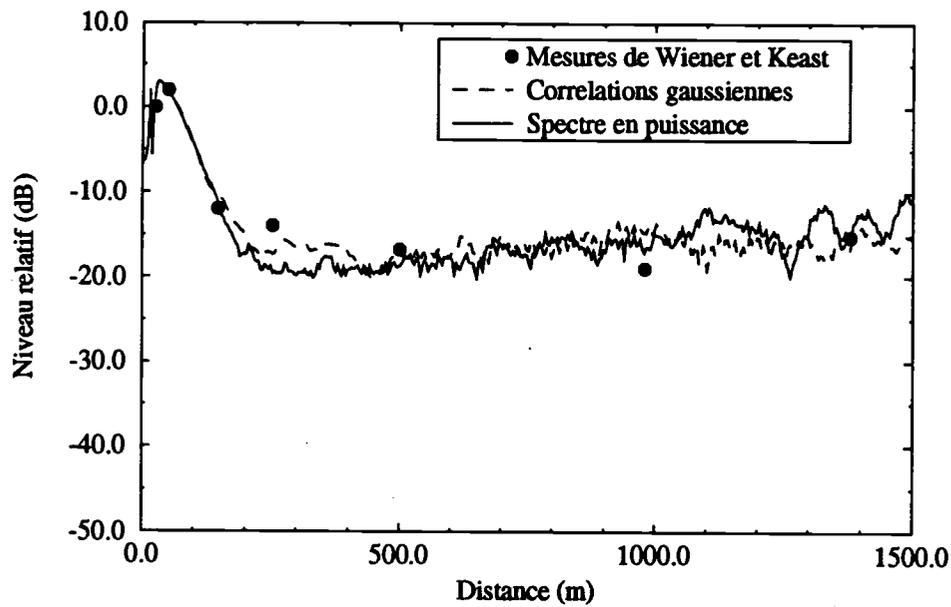


FIG. 7.4 - Niveaux relatifs moyens en présence d'un gradient de célérité modéré : comparaison entre les mesures de Wiener et Keast, et notre modèle pour une fonction de corrélation gaussienne et un spectre en puissance ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $r = 1,5 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $l_0 = 0,05 \text{ m}$, $L_0 = L = 1,1 \text{ m}$)

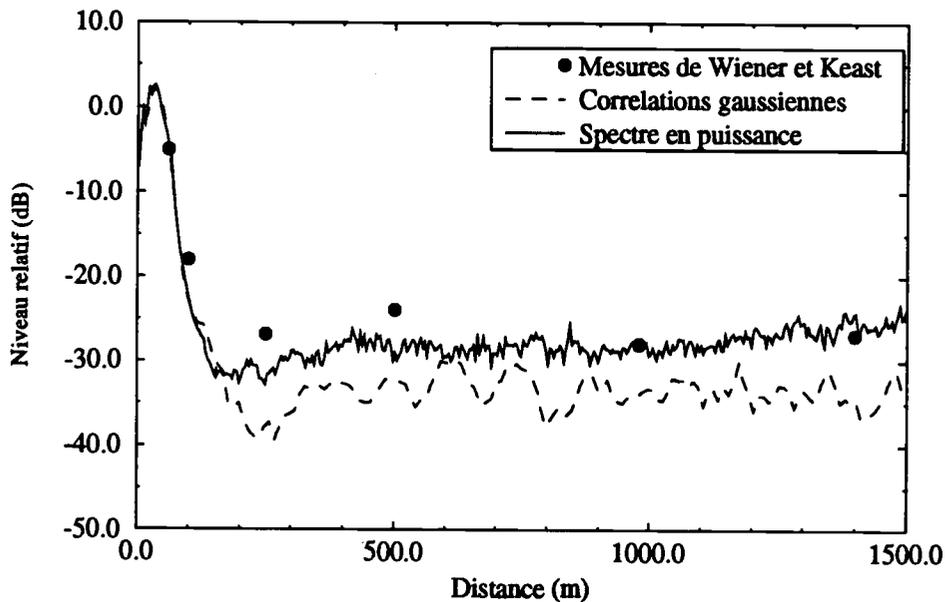


FIG. 7.5 - Niveaux relatifs moyens en présence d'un fort gradient de célérité : comparaison entre les mesures de Wiener et Keast et notre modèle pour une fonction de corrélation gaussienne et un spectre en puissance ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $r = 1,5 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $l_0 = 0,05 \text{ m}$, $L_0 = L = 1,1 \text{ m}$)

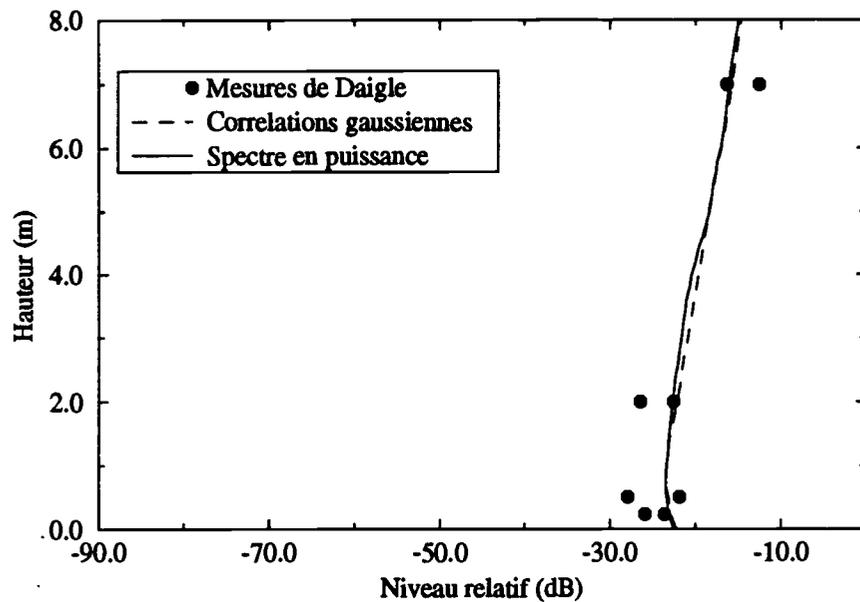


FIG. 7.6 - Niveaux relatifs lorsque $f=250$ Hz: comparaison entre les mesures de Daigle, notre modèle pour une fonction de corrélation gaussienne et ce même modèle pour un spectre en puissance, ($h_s \sim 0$ m, $r = 230$ m, $\sigma = 330000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 6 \times 10^{-6}$, $l_0 = 0,05$ m, $L_0 = L = 1,6$ m)

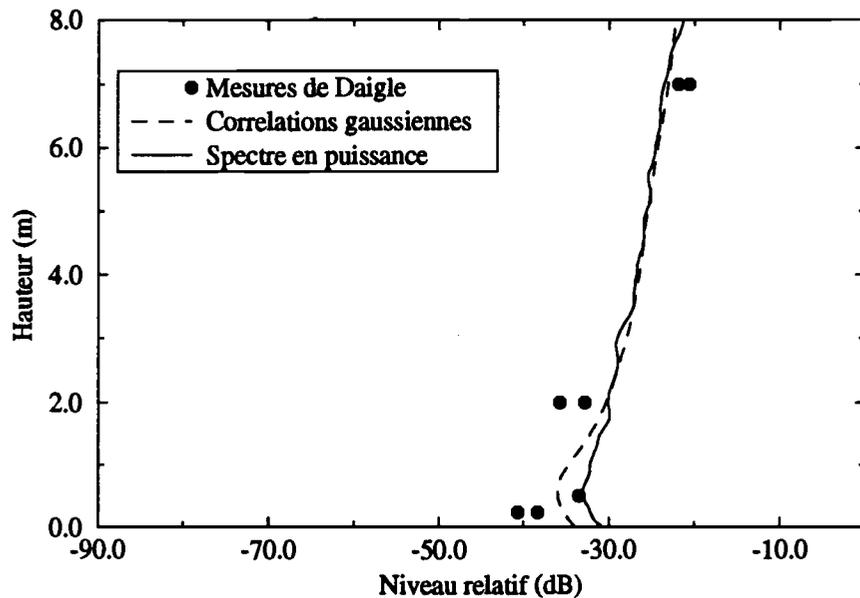


FIG. 7.7 - Niveaux relatifs lorsque $f=500$ Hz: comparaison entre les mesures de Daigle, notre modèle pour une fonction de corrélation gaussienne et ce même modèle pour un spectre en puissance, ($h_s \sim 0$ m, $r = 230$ m, $\sigma = 330000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 6 \times 10^{-6}$, $l_0 = 0,05$ m, $L_0 = L = 1,6$ m)

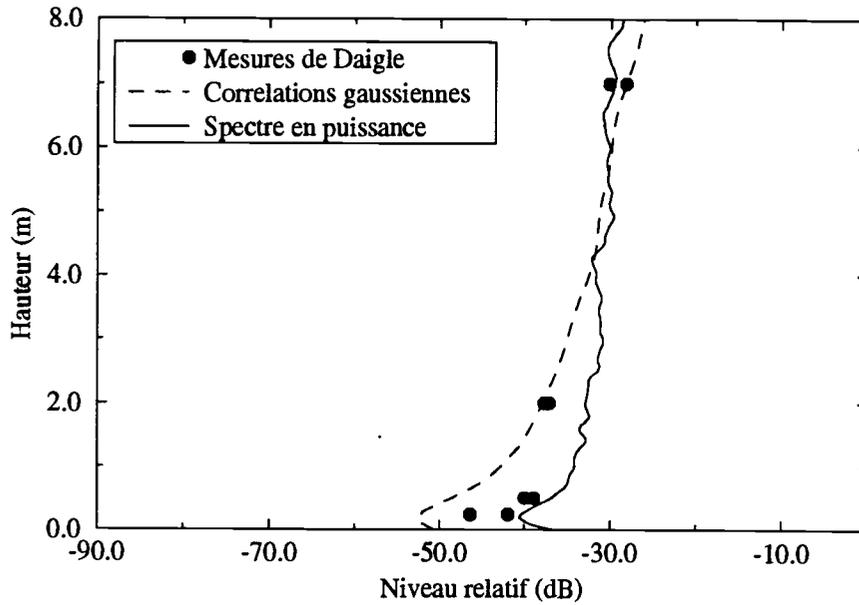


FIG. 7.8 - Niveaux relatifs lorsque $f=1000$ Hz : comparaison entre les mesures de Daigle, notre modèle pour une fonction de corrélation gaussienne et ce même modèle pour un spectre en puissance, ($h_s \sim 0$ m, $r = 230$ m, $\sigma = 330000$ $N \times m^{-4} \times s$, $\langle \mu^2 \rangle = 6 \times 10^{-6}$, $l_0 = 0,05$ m, $L_0 = L = 1,6$ m)

nant les conséquences de la forme du spectre sur la diffusion dans l'approximation de diffusion simple. En effet, nous pouvons calculer, dans cette approximation, la section efficace de diffusion du son qui représente la directivité de l'énergie acoustique diffusée par un volume de turbulence [Baerg & Schwarz, 1965], [Ishimaru, 1978]. Dans le cadre des hypothèses de diffusion simple [Batchelor, 1960] et pour un champ thermique fluctuant, la pression acoustique est régie par l'équation :

$$\left[\Delta + k_0^2 \right] p = -2\mu k_0 p \quad \text{où} \quad \mu = - \left(1 - \frac{i}{k_0} \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{T'}{T_0} \quad (7.2)$$

Dans notre étude, nous utilisons une équation parabolique, obtenue à partir de l'équation de Helmholtz, de sorte que le terme $\partial_x(T'/T_0)$ est négligé dans l'expression de μ qui s'écrit alors $\mu = -T'/2T_0$. Ceci a pour effet de modifier la directivité de l'énergie diffusée en supprimant le terme en $\cos^2 \theta$ qui apparaît habituellement dans l'expression de σ . Ainsi, la section efficace de diffusion s'écrit en fonction de Φ_n : $\sigma = (\pi/2)(k_0^4/T_0^2)\Phi_n(K)$, où les expressions de Φ_n pour une turbulence associée à une fonction de corrélation gaussienne et pour une turbulence correspondant à un spectre en puissance sont données par les équations 4.8 et 4.11. Les sections efficaces

de diffusion correspondantes sont représentées sur la figure 7.9.

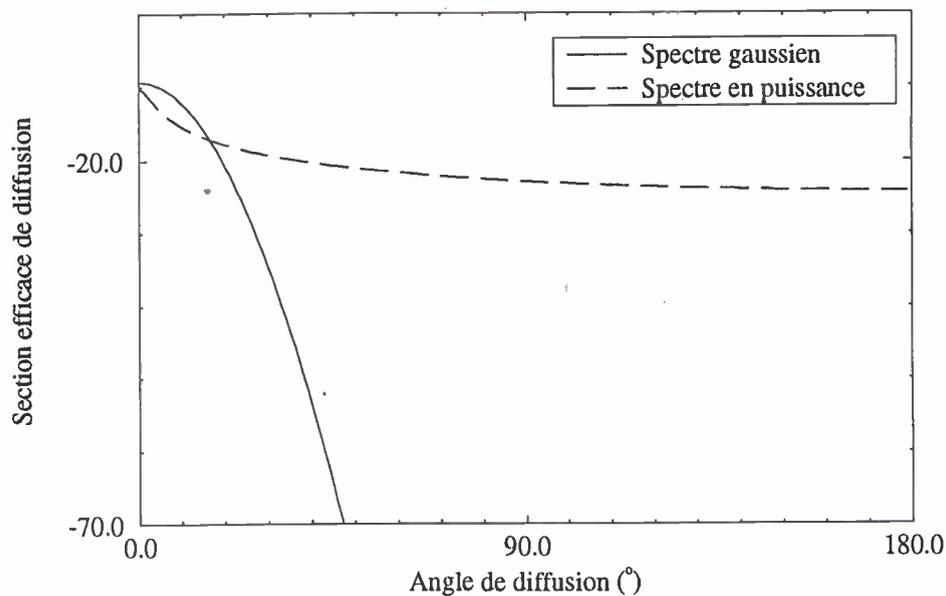


FIG. 7.9 - Section efficace de diffusion avec un spectre gaussien et un spectre en puissance $-11/3$

Lorsque le spectre correspond à une corrélation gaussienne, la diffusion se fait sur une section angulaire très étroite. L'énergie acoustique, au-delà de 30° est négligeable. Pour un spectre en puissance, toutes les directions sont insonifiées. Il s'agit d'un effet des petites structures du spectre qui élargissent l'angle de diffusion.

En conclusion, il apparaît, à la lumière de ces derniers résultats, qu'un spectre en puissance apporte réellement une amélioration à notre modèle. Les niveaux calculés sont, dans ce cas, très proche des mesures de Wiener et Keast dans la zone d'ombre. Sur les comparaisons avec les mesures de Daigle, nous pouvons garder quelques réserves très près du sol mais le point important est cette forte diffusion du son jusque sur le sol. Pour mieux mettre en évidence ce dernier point, nous avons représenté sur les cartes 7.10 et 7.11 les niveaux acoustiques pour une réalisation du champ turbulent d'indice et lorsque la turbulence est décrite respectivement par une fonction de corrélation gaussienne et un spectre en puissance. Alors qu'il reste encore quelques structures cohérentes sur la carte 7.10, nous observons sur la carte 7.11 une diffusion homogène du son, puisque les niveaux dans la zone d'ombre restent en tout point au voisinage de -30 dB. Ce caractère particulier de la diffusion est un effet des petites structures turbulentes introduites par le spectre en puissance.

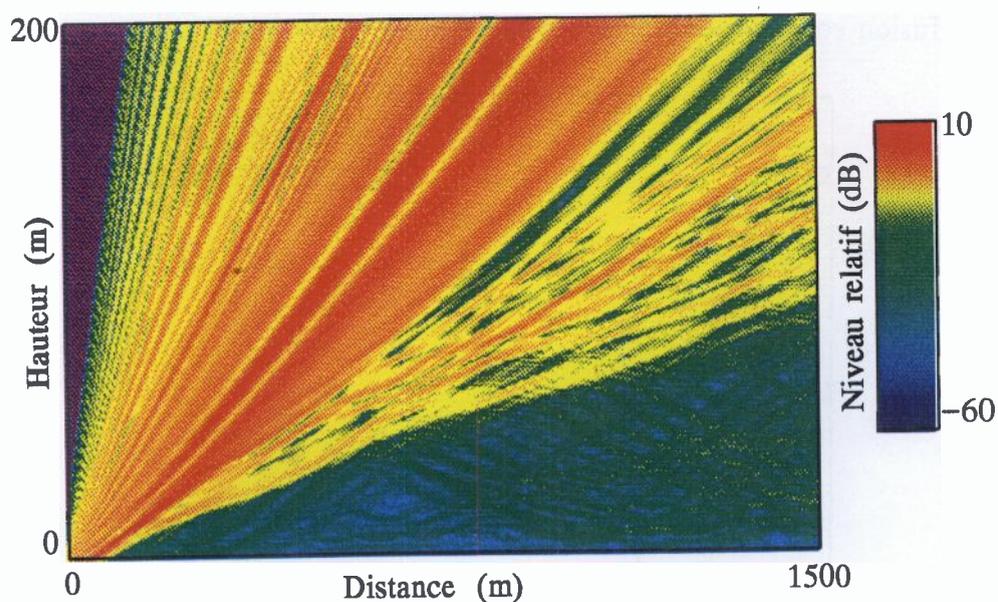


FIG. 7.10 - Niveaux relatifs pour une réalisation en présence d'un fort gradient de célérité: la turbulence est décrite par une fonction de corrélation gaussienne ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $L = 1,1 \text{ m}$)

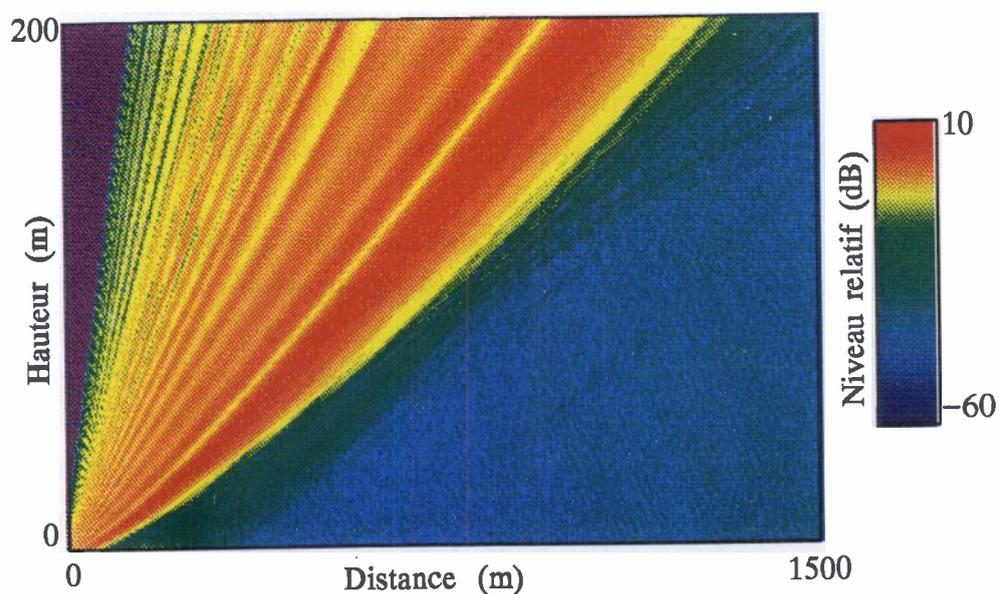


FIG. 7.11 - Niveaux relatifs pour une réalisation en présence d'un fort gradient de célérité: la turbulence est décrite par un spectre en puissance ($f = 848 \text{ Hz}$, $h_s = 3,7 \text{ m}$, $\sigma = 300000 \text{ N} \times \text{m}^{-4} \times \text{s}$, $\langle \mu^2 \rangle = 2 \times 10^{-6}$, $l_0 = 0,05 \text{ m}$, $L_0 = L = 1,1 \text{ m}$)

Conclusion

L'objectif de ce travail était la prise en compte simultanée des effets météorologiques moyens et turbulents dans la modélisation de la propagation des ondes acoustiques dans l'atmosphère. L'approche que nous avons choisie s'inscrit dans le cadre des méthodes statistiques qui ne se sont développées que récemment. Nous avons choisi de représenter le milieu de propagation par un ensemble de réalisations d'un champ aléatoire d'indice superposé au champ moyen, et les ondes acoustiques sont propagées dans chacune de ces réalisations en utilisant une équation de propagation "classique". Les caractéristiques statistiques du champ acoustique transmis sont ensuite obtenues à partir d'une moyenne d'ensemble. Notre modèle présente deux originalités :

- la génération du champ turbulent par sommation de modes de Fourier aléatoires, qui permet une description simple et proche de la turbulence à partir des grandeurs physiques mesurées telles que : échelles de corrélations spatiales, valeurs efficaces et spectres des fluctuations,
- la résolution pour la propagation d'une équation parabolique grand angle par une technique numérique mixte, Split-Step Padé, alliant la rapidité de calcul des algorithmes Split-Step Fourier et la bonne prise en compte des conditions aux limites des méthodes aux différences finies.

Notre modèle a été appliqué aux deux grandes classes de problèmes pour lesquels les expériences réalisées *in situ* ont montré qu'il était nécessaire de prendre en compte les effets de la turbulence. Nous avons étudié d'une part la modification des interférences lors de la propagation au voisinage d'un sol en l'absence de gradient moyen, et d'autre part la diffusion dans les zones d'ombre profondes observée en présence d'un gradient de célérité négatif.

Dans une première étape nous avons utilisé une fonction de corrélation gaussienne pour les fluctuations d'indice avec des prédictions globalement très satisfaisantes.

Dans les creux d'interférences en présence d'un sol rigide ou à impédance, les niveaux acoustiques correspondent aux mesures avec des écarts inférieurs à 3dB. Pour la propagation dans les zones d'ombre on retrouve les évolutions expérimentales, à savoir un niveau relatif constant au lieu de la très forte décroissance prévue par le simple calcul déterministe. Cependant, dans cette dernière configuration, les quelques écarts systématiques relevés au voisinage immédiat du sol nous ont amené à penser que la description de la turbulence devait être améliorée. Dans une deuxième étape, nous avons alors considéré une fonction de corrélation des fluctuations d'indice associée à un spectre de von Karman afin de prendre en compte les effets d'une zone inertielle de turbulence significative. Si aucune différence n'a été constatée pour la propagation à courtes distances en l'absence de gradient de célérité, ce choix a permis d'améliorer notablement l'accord théorie-expérience pour la propagation dans les zones d'ombre.

L'analyse précédente est relative aux niveaux acoustiques moyens. Ces évolutions sont évidemment importantes, mais les méthodes statistiques ont l'avantage de pouvoir fournir également des renseignements sur l'écart-type des niveaux ou même sur la densité de probabilité des fluctuations d'amplitude ou d'intensité. Dans le cas des zones d'ombre, nous avons pu ainsi mettre en évidence des comportements très variés avec des régimes de propagation allant de distributions quasi-normales pour les faibles distances à des distributions correspondant à un signal très intermittent pour les zones d'ombre profondes. Des comportements identiques ont été relevés expérimentalement, même si l'accord ne peut être que qualitatif compte-tenu des imprécisions inhérentes aux expériences *in situ*.

Des prolongements à ce travail peuvent être envisagés dans deux directions :

- sur l'aspect numérique, pour être plus proche de la réalité, il convient de prendre en compte des effets d'anisotropie ou d'inhomogénéité ainsi que des fluctuations de vitesses ; en effet les études menées en espace libre nous ont montré [Blanc-Benon *et al.*, 1991] que des champs turbulents thermiques et cinématiques de même fonction de corrélation perturbent de façon différente la propagation des ondes acoustiques.
- sur l'aspect expérimental, si le cas de la turbulence homogène et isotrope quasi-illimitée est maintenant bien documenté, il nous paraît important de réaliser en laboratoire des expériences où les effets combinés d'un gradient moyen et de la turbulence soient présents, afin d'effectuer des comparaisons théorie-expérience avec des paramètres parfaitement contrôlés.

Annexe A

Les méthodes stochastiques

Les méthodes que nous présentons dans cette annexe sont très utilisées pour tous les problèmes de propagation en milieu aléatoire [Tatarskii, 1971], [Rytov *et al.*, 1987], [Uscinski, 1977]. Ce sont des méthodes stochastiques ; elles consistent schématiquement à écrire les expressions analytiques sur les grandeurs statistiques recherchées. Bien qu'il nous semble nécessaire de présenter les grandes lignes des principales méthodes stochastiques appliquées à la propagation du son (méthode des rayons, des perturbations douces et de l'équation parabolique), elles ne présentent pour nous qu'un intérêt assez faible puisqu'elles sont limitées à la propagation en espace libre. Les développements qui suivent sont très largement inspirés des travaux des auteurs précédemment cités.

A.1 La méthode géométrique

La théorie géométrique puise son origine dans l'optique. C'est la plus simple et la plus graphique des méthodes stochastiques. Elle est applicable pour les faibles fluctuations du champ de pression et ne prend pas en compte les phénomènes de diffraction.

Soit l'équation de Helmholtz en milieu inhomogène non perturbé (*i.e.* sans fluctuations aléatoires de l'indice de réfraction) :

$$\Delta p + k_0^2 n^2 p = 0 \quad (\text{A.1})$$

On suppose que les inhomogénéités du milieu varient très peu sur une échelle de l'ordre de la longueur d'onde ($\lambda |\vec{\nabla} n| \ll n$) de telle sorte que le champ de pression peut être approximé localement par une onde plane :

$$p = A \exp(iS) = A \exp(ik_0\varphi) \quad (\text{A.2})$$

A , l'amplitude et $\vec{\nabla}S$ qui définit l'orientation du vecteur normal au front d'onde sont des fonctions qui varient très lentement avec les coordonnées spatiales. φ est appelée "iconale".

Un développement de l'amplitude A en puissance inverse du nombre d'onde

$$A = A_0 + \frac{1}{ik_0}A_1 + \frac{1}{(ik_0)^2}A_2 + \dots \quad (\text{A.3})$$

permet de décomposer l'équation de Helmholtz en un système dont nous ne conservons que les équations aux ordres les plus élevés k_0^2 et k_0 †.

$$\begin{cases} (\vec{\nabla}\varphi)^2 = n^2 & (k_0^2) \\ 2(\vec{\nabla}\varphi \vec{\nabla}A_0) + A_0\Delta\varphi = 0 & (k_0) \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Ce système s'écrit aussi :

$$\begin{cases} (\vec{\nabla}\varphi)^2 = n^2 \\ \text{div}(A_0^2\vec{\nabla}\varphi) = 0 \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

La première équation permet de calculer l'iconale directement à partir de l'indice de réfraction du milieu. Elle ne dépend pas de l'amplitude de l'onde. La seconde traduit le fait que l'énergie se conserve dans un tube de rayon (défini par $\vec{\nabla}\varphi$).

†. Le fait de ne conserver que les équations aux ordres k_0^2 et k_0 ne nécessite pas de développer A au delà du premier ordre :

$$A \simeq A_0 \quad (\text{A.4})$$

Cette relation n'est valable que si $\sqrt{\lambda r}$ (r distance de propagation) est très petit devant l'échelle caractéristique des inhomogénéités L . $\sqrt{\lambda r}$ définit la zone de diffraction de Fresnel derrière une inhomogénéité éclairée par une onde plane de longueur d'onde λ . Poser $\sqrt{\lambda r} \ll L$ revient donc à négliger la diffraction par les inhomogénéités. Le domaine d'étude est alors le domaine de l'acoustique géométrique.

La turbulence introduit un caractère aléatoire pour l'indice de réfraction ($n = \langle n \rangle + \mu$); l'équation sur l'iconale devient en présence de turbulence :

$$(\vec{\nabla}\varphi)^2 = \langle n \rangle^2 + \mu^2 + 2\langle n \rangle\mu \quad (\text{A.7})$$

$\langle n \rangle$ et μ sont la partie moyenne et la partie fluctuante de l'indice de réfraction. Le front d'onde subit alors des déformations aléatoires. φ se décompose de la manière suivante, par une méthode des perturbations :

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi_1 + \varphi_2 + \dots \quad (\text{A.8})$$

φ_0 est le front de phase non perturbé, φ_1 est telle que $|\vec{\nabla}\varphi_1| \sim \sigma_n$ (écart-type de l'indice), φ_2 est telle que $|\vec{\nabla}\varphi_2| \sim \sigma_n^2$ (variance de l'indice).

Dans le cadre des faibles fluctuations ($\mu \ll n$), l'équation A.7 peut être décomposée en une équation pour le front d'onde en milieu non perturbé et une équation portant sur les fluctuations du front d'onde φ_1 :

$$\begin{cases} (\vec{\nabla}\varphi_0)^2 = \langle n \rangle^2 \\ \vec{\nabla}\varphi_0 \vec{\nabla}\varphi_1 = \langle n \rangle\mu \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

Le calcul du front de phase en milieu non perturbé est réalisé par la méthode des caractéristiques. Elle consiste à étudier l'évolution du front le long des courbes caractéristiques qui sont en l'occurrence les rayons acoustiques.

Pour ce qui est des fluctuations d'amplitude, un raisonnement analogue montre que la deuxième équation du système A.6 peut être découplée en

$$\text{div}(A_0^2 \vec{\nabla}\varphi_0) = 0 \quad (\text{équation non perturbée}) \quad (\text{A.10})$$

où A_0 est l'amplitude de l'onde dans le milieu non perturbé, et

$$2\vec{\nabla}\varphi_0 \vec{\nabla}\chi_1 + \Delta\varphi_1 + 2\vec{\nabla}\chi_0 \vec{\nabla}\varphi_1 = 0 \quad (\text{A.11})$$

où,

$$\begin{cases} \chi_0 = \ln A_0 \\ \chi_1 = \ln \frac{A}{A_0} \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

Ainsi, la connaissance de l'évolution le long des courbes caractéristiques du front de phase en milieu non perturbé $\vec{\nabla}\varphi_0$, permet

- de remonter au front de phase perturbé par la turbulence, $\vec{\nabla}\varphi_1$.
- de calculer l'évolution du logarithme de l'amplitude en milieu non perturbé, χ_0 via l'équation A.10.
- d'en déduire les fluctuations du logarithme de l'amplitude, χ_1 .

Connaissant ces différentes grandeurs, il est possible d'obtenir les statistiques sur le champ acoustique (corrélations de phase, d'amplitude, *etc*).

Néanmoins, malgré la simplicité de la méthode, elle reste inutilisable dans les cas réalistes de propagation atmosphérique, les hypothèses inhérentes à la méthode étant trop restrictives.

A.2 La méthode des perturbations douces

La méthode des perturbations douces ou méthode de Rytov permet d'étendre le domaine de validité de la théorie géométrique aux phénomènes de diffraction.

Soit l'équation de Helmholtz :

$$\Delta p + k_0^2 n^2 p = 0 \quad (\text{A.13})$$

à laquelle sont associées les conditions limites (CL1) appropriées au problème.

On effectue le changement de variable $p = \exp(\psi)$, où ψ est une phase complexe à variation spatiale lente.

Sachant que $\Delta p = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} p = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}(\exp \psi) = \vec{\nabla} \cdot (p \vec{\nabla} \psi) = p(\vec{\nabla} \psi)^2 + p \Delta \psi$, l'équation de Helmholtz se transforme en une équation différentielle non linéaire du premier ordre en $\vec{\nabla} \psi$:

$$\Delta \psi + (\vec{\nabla} \psi)^2 + k_0^2 n^2 = 0 \quad (\text{A.14})$$

L'idée consiste à utiliser une méthode de perturbation sur la "phase complexe" de

l'onde, soit :

$$\psi = \psi_0 + \psi_1 + \psi_2 + \dots \quad (\text{A.15})$$

On ne conserve que les deux premiers termes du développement et l'équation A.14 devient :

$$\Delta(\psi_0 + \psi_1) + (\vec{\nabla}(\psi_0 + \psi_1))^2 + k_0^2 n^2 = 0 \quad (\text{A.16})$$

Si ψ_0 vérifie l'équation de Helmholtz en milieu non perturbé :

$$\Delta\psi_0 + (\vec{\nabla}\psi_0)^2 + k_0^2 n^2 = 0 \quad (p_0 = \exp \psi_0) \quad (\text{A.17})$$

alors, si les fluctuations d'indice sont faibles ($\mu \ll n$), ψ_1 vérifie l'équation :

$$\Delta\psi_1 + 2\vec{\nabla}\psi_0\vec{\nabla}\psi_1 + (\vec{\nabla}\psi_1)^2 = -2k_0^2 \langle n \rangle \mu \quad (\text{A.18})$$

comme $\Delta(p_0\psi_1) = (\Delta p_0)\psi_1 + 2p_0\vec{\nabla}\psi_0\vec{\nabla}\psi_1 + p_0\Delta\psi_1$, l'équation A.18 devient :

$$\Delta(p_0\psi_1) + k_0^2 \langle n \rangle^2 (p_0\psi_1) = -2k_0^2 \langle n \rangle \mu p_0 \quad (\text{A.19})$$

Soit $G(\vec{x} - \vec{x}')$ la fonction de Green associée à l'opérateur $(\Delta + k_0^2 \langle n \rangle^2)$ et aux conditions limites adéquates pour $p_0\psi_1$ (CL2). ψ_1 est obtenue à partir de l'équation A.19 :

$$\psi_1(\vec{x}) = -\frac{2k_0^2}{p_0(\vec{x})} \int_{V'} \langle n \rangle \mu G(\vec{x} - \vec{x}') p_0(\vec{x}') dV' \quad (\text{A.20})$$

Ainsi, connaissant la solution de l'équation de Helmholtz $p_0(\vec{x})$ vérifiant les conditions limites CL1, connaissant la fonction de Green G , on calcule les fluctuations de la "phase" ψ_1 via l'équation intégrale A.20.

Sachant que $\psi_1 = \chi + iS_1 = \ln(A/A_0) + i(S - S_0)$, on en déduit les caractéristiques statistiques des fluctuations du logarithme de l'amplitude ou de la phase du champ.

La méthode est donc tout à fait utilisable dans la mesure où le milieu est faiblement inhomogène, mais surtout si l'on est capable d'écrire la fonction de Green

correspondant au problème. Par exemple, si l'on s'intéresse à la propagation des ondes en espace libre, la fonction de Green associée s'écrit :

$$G(\vec{x} - \vec{x}') = \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \exp(i\vec{k}|\vec{x} - \vec{x}'|) \quad (\text{A.21})$$

et les calculs peuvent être poursuivis analytiquement (*cf* annexe B). Par contre, lorsqu'il s'agit de propagation au dessus d'un sol à impédance avec un fort gradient d'indice et une certaine topographie du paysage, il est impossible de donner analytiquement l'expression de la fonction de Green. Pour cette raison, la méthode des perturbations douces n'est pas adaptée à notre problème comme elle peut l'être pour la plupart des cas de propagation "verticale" (terre-ciel).

A.3 La méthode de l'équation parabolique

Les méthodes stochastiques présentées dans les sections précédentes sont limitées aux faibles fluctuations du milieu. Cette restriction est essentiellement due au fait qu'elles reposent sur une méthode de perturbation. La méthode de l'équation parabolique consiste en une approche tout à fait différente du problème et permet de traiter la propagation en milieu fortement fluctuant. L'idée est de construire les équations stochastiques du problème directement sur des grandeurs statistiques telles que le champ moyen ou tout autre moment.

L'opérateur de moyenne statistique appliqué à l'équation de Helmholtz fournit :

$$\Delta\langle p \rangle + k_0^2 \langle n^2 p \rangle = 0 \quad (\text{A.22})$$

Cette opération fait apparaître le terme $\langle n^2 p \rangle$ qui traduit un couplage entre les fluctuations du milieu et les fluctuations du champ. La difficulté est de découpler ce terme en $\mathcal{A}\langle p \rangle$ où \mathcal{A} est une fonctionnelle dépendant des fluctuations d'indice. Ce découplage n'est possible que si le phénomène aléatoire considéré est conforme à un processus de Markov. Pour un processus aléatoire en temps :

- il doit vérifier le principe de causalité dynamique stipulant que la solution à chaque instant ne dépend que des valeurs aléatoires du milieu à l'instant précédent.
- La corrélation temporelle des "actions aléatoires" (les fluctuations d'indice) doit être inférieure à la corrélation temporelle de la "réponse" (fluctuations du champ).

La notion de temps n'ayant pas de sens dans notre cas, il s'agit de faire jouer ce rôle à une des coordonnées spatiales et de vérifier les deux conditions précédentes le long de cette coordonnée. Ceci n'est pas possible avec l'équation de Helmholtz à cause du laplacien qui traduit l'existence d'ondes rétrogrades aussi bien que progressives.

Par contre, l'équation parabolique standard, déduite de l'équation de Helmholtz, permet le découplage du terme $\langle n^2 p \rangle$ dans l'approximation markovienne. Cette équation parabolique s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{ik_0}{2} \eta u - \frac{1}{2ik_0} \Delta_T u \quad (\text{A.23})$$

où $\eta = n^2 - 1$. Elle porte intrinsèquement la notion de causalité dynamique.

A.3.1 Equation pour la moyenne

La démarche adoptée pour établir l'équation stochastique sur la moyenne du champ acoustique est développée dans cette partie. Un raisonnement identique permet d'obtenir tous les moments d'ordre supérieurs. La première étape consiste à moyenner l'équation A.23 :

$$\frac{\partial}{\partial r} \langle u \rangle = \frac{ik_0}{2} \langle \eta u \rangle - \frac{1}{2ik_0} \Delta_T \langle u \rangle \quad (\text{A.24})$$

L'équation parabolique A.23 est conforme à un processus de Markov, la corrélation des fluctuations d'indice dans la direction de propagation à très peu d'effet sur les corrélations des fluctuations de phase et d'amplitude du champ acoustique. Les fluctuations d'indices sont donc supposées être δ -corrélées dans la direction de propagation

$$\langle \tilde{\eta}(r_1, \vec{\rho}_1) \tilde{\eta}(r_2, \vec{\rho}_2) \rangle = \delta(r_1 - r_2) \mathcal{A}(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2) \quad (\text{A.25})$$

$\vec{\rho}_1$ et $\vec{\rho}_2$ sont des vecteurs dans le plan transversal à la direction de propagation et $\tilde{\eta}$ est la partie fluctuante de η .

$\mathcal{A}(\vec{\rho})$ s'écrit pour une turbulence isotrope

$$\mathcal{A}(\rho) = 4.(2\pi)^2 \int K J_0(K\rho) \Phi_n(K) dK \quad (\text{A.26})$$

J_0 est la fonction de Bessel d'ordre 0. $\Phi_n(K)$ est le spectre des fluctuations d'indice. En suivant Ishimaru [Ishimaru, 1978], on montre que l'hypothèse de δ -corrélation permet de découpler $\langle \eta u \rangle$ en

$$\langle \eta u \rangle = \frac{ik_0}{4} \mathcal{A}(0) \langle u \rangle \quad (\text{A.27})$$

Ainsi, l'équation parabolique sur le champ moyen s'écrit :

$$\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial r} = \left(-\frac{k_0^2}{8} \mathcal{A}(0) - \frac{1}{2ik_0} \Delta_T \right) \langle u \rangle \quad (\text{A.28})$$

Nous en connaissons la solution en espace libre :

$$\langle u(\vec{x}) \rangle = u_0(\vec{x}) \exp \left(-k_0^2 \frac{\mathcal{A}(0)}{8} r \right) \quad (\text{A.29})$$

$u_0(\vec{x})$ étant la solution en milieu homogène.

A.3.2 Equation pour le moment d'ordre 2

De la même manière, l'équation gouvernant l'évolution du moment transversal d'ordre 2

$$\Gamma(r, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = \langle u(r, \vec{\rho}_1) u^*(r, \vec{\rho}_2) \rangle \quad (\text{A.30})$$

s'écrit [Uscinski, 1977]

$$\frac{\partial}{\partial r} \Gamma(r, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = \left(-\frac{k_0^2}{4} [\mathcal{A}(0) - \mathcal{A}(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2)] - \frac{1}{2ik_0} (\Delta_{T1} - \Delta_{T2}) \right) \Gamma(r, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) \quad (\text{A.31})$$

Δ_{T1} et Δ_{T2} sont les laplaciens transversaux selon les axes 1 et 2 perpendiculaires à la direction de propagation. L'équation A.31 est également une équation parabolique portant sur Γ . On en connaît la solution pour une onde plane évoluant en espace libre

$$\langle u(r, \vec{\rho}_1) u^*(r, \vec{\rho}_2) \rangle = u_0^2 \exp \left(-\frac{k_0^2}{2} [\mathcal{A}(0) - \mathcal{A}(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2)] \right) \quad (\text{A.32})$$

Cette méthode est néanmoins limitée à des cas d'école. En effet, les conditions réelles de propagation atmosphérique sont tellement complexes que la résolution de l'équation A.31 est quasi-impossible.

Annexe B

Variances du log-amplitude et de la phase du champ de pression pour une onde sphérique dans l'approximation de Rytov

Les développements analytiques présentés dans cette annexe, sont les différentes étapes de calcul pour l'obtention des variances du log-amplitude et de la phase du champ de pression dans l'approximation des faibles fluctuations de Rytov. Dans la première partie, nous nous intéressons à la propagation 3D et nous verrons que dans ce cas, le calcul des variances peut-être mené jusqu'à son terme [Ishimaru, 1978] [Daigle, 1980]. La seconde partie concerne la propagation 2D; les développements analytiques sont similaires au cas précédent mais le calcul des variances nécessite une intégration numérique.

B.1 Développements analytiques 3D

B.1.1 Fluctuations du champ de pression

L'expression des fluctuations de la pression Ψ_1 dans l'approximation de Rytov est obtenue à partir de l'équation de Helmholtz à indice aléatoire (Annexe A) :

$$\Delta p + k_0^2 n^2 p = 0 \quad (\text{B.1})$$

Ψ_1 s'écrit pour un milieu homogène en moyenne ($\langle n \rangle = 1$) :

$$\Psi_1(\vec{x}) = -\frac{2k_0^2}{p_0(\vec{x})} \int_{\nu} G(\vec{x} - \vec{x}') p_0(\vec{x}') \mu(\vec{x}') d\vec{x}' \quad (\text{B.2})$$

La fonction de Green 3D en espace libre G s'écrit :

$$G(\vec{x} - \vec{x}') = \frac{1}{4\pi|\vec{x} - \vec{x}'|} \exp(ik_0|\vec{x} - \vec{x}'|) \quad (\text{B.3})$$

G peut être approchée, en champ lointain ($k_0 r \gg 1$), par l'expression suivante :

$$G(\vec{x} - \vec{x}') \simeq \frac{1}{4\pi(r - r')} \exp \left[ik_0 \left(r - r' + \frac{|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|^2}{2(r - r')} \right) \right] \quad (\text{B.4})$$

où r et r' sont les coordonnées selon l'axe de propagation, $\vec{\rho}$ et $\vec{\rho}'$ les coordonnées dans le plan transverse à la direction de propagation. De la même manière p_0 s'écrit :

$$p_0(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi|\vec{x}|} \exp(ik_0|\vec{x}|) \simeq \frac{1}{4\pi r} \exp \left[ik_0 \left(r + \frac{\rho^2}{2r} \right) \right] \quad (\text{B.5})$$

En remplaçant, dans l'équation B.2, p_0 et G par leur valeur et en posant $\gamma = r'/r$, Ψ_1 a pour expression :

$$\Psi_1(\vec{x}) = -2k_0^2 \int_{\nu} \frac{1}{4\pi\gamma(r - r')} \exp \left[\frac{ik_0(\gamma\vec{\rho} - \vec{\rho}')^2}{2\gamma(r - r')} \right] \mu(\vec{x}') d\vec{x}' \quad (\text{B.6})$$

L'intégrale $\int_{\nu} d\vec{x}'$ est alors décomposée en $\int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{\rho}'$ et permet d'obtenir pour Ψ_1 l'expression :

$$\Psi_1(r, \vec{\rho}) = -2k_0^2 \int_0^r dr' \frac{1}{4\pi\gamma(r - r')} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[\frac{ik_0(\gamma\vec{\rho} - \vec{\rho}')^2}{2\gamma(r - r')} \right] \mu(r', \vec{\rho}') d\vec{\rho}' \quad (\text{B.7})$$

Les fluctuations d'indice sont représentées par une intégrale de Fourier Stieljes :

$$\mu(r, \vec{\rho}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\vec{\mathcal{K}} \cdot \vec{\rho}) d\nu(r, \vec{\mathcal{K}}) \quad (\text{B.8})$$

$d\nu$ est une mesure aléatoire. Cette relation permet d'écrire Ψ_1 sous la forme :

$$\Psi_1(r, \vec{\rho}) = -2k_0^2 \int_0^r dr' \frac{1}{4\pi\gamma(r - r')} \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{\rho}' \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[\frac{ik_0(\gamma\vec{\rho} - \vec{\rho}')^2}{2\gamma(r - r')} \right] \exp(i\vec{\mathcal{K}} \cdot \vec{\rho}') d\nu(r', \vec{\mathcal{K}}) \quad (\text{B.9})$$

soit,

$$\Psi_1(r, \vec{\rho}) = -2k_0^2 \int_0^r dr' \frac{1}{4\pi\gamma(r-r')} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F} \left\{ \exp \left[i \frac{k_0 \rho'^2}{2\gamma(r-r')} \right] \right\} \exp(i\gamma \vec{\mathcal{K}} \cdot \vec{\rho}) d\nu(r', \vec{\mathcal{K}}) \quad (\text{B.10})$$

où \mathcal{F} est la transformée de Fourier dans le plan transverse à la direction de propagation. L'expression de la transformée de Fourier dans l'équation précédente est :

$$\mathcal{F} \left\{ \exp \left[i \frac{k_0 \rho'^2}{2\gamma(r-r')} \right] \right\} = \frac{2\pi\gamma(r-r')}{k_0} \exp \left[-i \frac{\gamma(r-r')}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \exp \left(i \frac{\pi}{2} \right) \quad (\text{B.11})$$

$\vec{\mathcal{K}}$ est le vecteur d'onde associé à $\vec{\rho}$ et $|\vec{\mathcal{K}}| = \mathcal{K}$ est sa norme. Compte-tenu de ce résultat, Ψ_1 a finalement pour expression :

$$\Psi_1(r, \vec{\rho}) = -ik_0 \int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-i \frac{\gamma(r-r')}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \exp(i\gamma \vec{\mathcal{K}} \cdot \vec{\rho}) d\nu(r', \vec{\mathcal{K}}) \quad (\text{B.12})$$

B.1.2 Les fluctuations du log-amplitude

Le calcul des fluctuations du logarithme de l'amplitude est réalisé en remarquant que :

$$\chi = \log \left(\frac{A}{A_0} \right) = \Re(\Psi_1) = \frac{1}{2}[\Psi_1 + \Psi_1^*] \quad (\text{B.13})$$

où A l'amplitude de la pression et A_0 est l'amplitude en milieu non turbulent.

Le conjugué de ψ_1 s'écrit :

$$\Psi_1^*(r, \vec{\rho}) = ik_0 \int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[i \frac{\gamma(r-r')}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \exp(-i\gamma \vec{\mathcal{K}} \cdot \vec{\rho}) d\nu(r', \vec{\mathcal{K}}) \quad (\text{B.14})$$

Soit le changement de variable ($\vec{\mathcal{K}} \rightarrow -\vec{\mathcal{K}}$) dans l'expression de Ψ_1^* . Comme $\mu(\vec{x})$ est

une fonction réelle, alors $d\nu(r', \vec{\mathcal{K}})$ est paire par rapport à $\vec{\mathcal{K}}$ et donc $d\nu(r', -\vec{\mathcal{K}}) = d\nu(r', \vec{\mathcal{K}})$. Ψ_1^* s'écrit par conséquent :

$$\Psi_1^*(r, \vec{\rho}) = ik_0 \int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[i \frac{\gamma(r-r')}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \exp(i\gamma \vec{\mathcal{K}} \cdot \vec{\rho}) d\nu(r', \vec{\mathcal{K}}) \quad (\text{B.15})$$

χ se déduit naturellement des équations B.12, B.13 et B.15 :

$$\chi(r, \vec{\rho}) = -k_0 \int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \left[\frac{\gamma(r-r')}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \exp(i\gamma \vec{\mathcal{K}} \cdot \vec{\rho}) d\nu(r', \vec{\mathcal{K}}) \quad (\text{B.16})$$

B.1.3 Corrélations transverses du log-amplitude et de la phase

Soit \mathfrak{R}_χ , la fonction des corrélations transverses de χ . \mathfrak{R}_χ a pour expression :

$$\mathfrak{R}_\chi(r, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = \langle \chi(r, \vec{\rho}_1) \chi^*(r, \vec{\rho}_2) \rangle \quad (\text{B.17})$$

En remplaçant χ et χ^* par leur valeur dans l'expression B.17, nous obtenons pour \mathfrak{R}_χ :

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_\chi(r, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = k_0^2 \int_0^r dr' \int_0^r dr'' \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \left[\frac{\gamma'(r-r')}{2k_0} \mathcal{K}'^2 \right] \\ \sin \left[\frac{\gamma''(r-r'')}{2k_0} \mathcal{K}''^2 \right] \exp(i\gamma' \vec{\mathcal{K}}' \cdot \vec{\rho}_1) \exp(-i\gamma'' \vec{\mathcal{K}}'' \cdot \vec{\rho}_2) \langle d\nu(\vec{\mathcal{K}}', r') d\nu(\vec{\mathcal{K}}'', r'') \rangle \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

où $\gamma' = r'/r$ et $\gamma'' = r''/r$. La mesure aléatoire $d\nu$ vérifie la relation :

$$\langle d\nu(r', \vec{\mathcal{K}}') d\nu(r'', \vec{\mathcal{K}}'') \rangle = F_n (|r' - r''|, \vec{\mathcal{K}}') \delta(\vec{\mathcal{K}}' - \vec{\mathcal{K}}'') d\vec{\mathcal{K}}' d\vec{\mathcal{K}}'' \quad (\text{B.19})$$

Il est utile, à ce stade, de transformer les intégrations sur r' et r'' en intégration sur $\eta = (r' + r'')/2$, coordonnée du centre de masse et $x_d = (r' - r'')$. L'intégrale B.18 s'écrit après ce changement de variables :

$$\Re_x(r, \Delta\rho) = k_0^2 \int_0^r d\eta \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{\mathcal{K}} \sin^2 \left[\frac{\gamma(r-\eta)}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \exp(i\gamma\vec{\mathcal{K}} \cdot \Delta\rho) \int_{-\infty}^{+\infty} F_n(|x_d|, \vec{\mathcal{K}}) dx_d \quad (\text{B.20})$$

où $\gamma = \eta/r$ et $\Delta\rho = \vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2$. Soit la relation, applicable pour un milieu aléatoire homogène et isotrope :

$$2\pi\Phi_n(\mathcal{K}) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_n(|x_d|, \vec{\mathcal{K}}) dx_d \quad (\text{B.21})$$

où $\Phi_n(\mathcal{K})$ est le spectre tridimensionnel des fluctuations d'indice. \Re_x s'écrit finalement en fonction de $\Phi_n(\mathcal{K})$:

$$\Re_x(r, \Delta\rho) = 4\pi^2 k_0^2 \int_0^r d\eta \int_0^{+\infty} \mathcal{K} J_0(\gamma\mathcal{K}\Delta\rho) \sin^2 \left[\frac{\gamma(r-\eta)}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \Phi_n(\mathcal{K}) d\mathcal{K} \quad (\text{B.22})$$

En ce qui concerne les fluctuations de la phase et ses corrélations transverses, les développements analytiques sont similaires. Les fluctuations de phase s'écrivent :

$$S = \frac{1}{2} [\Psi_1 - \Psi_1^*] \quad (\text{B.23})$$

d'où l'expression analytique de S

$$S(r, \rho) = -k_0 \int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{K} \cos \left[\frac{\gamma(r-r')}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \exp(i\gamma\vec{\mathcal{K}} \cdot \vec{\rho}) d\nu(r, \vec{\mathcal{K}}) \quad (\text{B.24})$$

ainsi que celle de \Re_S , corrélations transverse des fluctuations de phase :

$$\Re_S(r, \Delta\rho) = 4\pi^2 k_0^2 \int_0^r d\eta \int_0^{+\infty} \mathcal{K} J_0(\gamma\mathcal{K}\Delta\rho) \cos^2 \left[\frac{\gamma(r-\eta)}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \Phi_n(\mathcal{K}) d\mathcal{K} \quad (\text{B.25})$$

B.1.4 Variance du log-amplitude et de la phase

Lorsque les corrélations des fluctuations d'indice du milieu sont gaussiennes, l'expression analytique du spectre tridimensionnel est :

$$\Phi_n(\mathcal{K}) = \langle \mu^2 \rangle \frac{L^3}{8\pi\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\mathcal{K}^2 L^2}{4}\right) \quad (\text{B.26})$$

où $\langle \mu^2 \rangle$ est la variance de l'indice de réfraction. La variance du log-amplitude est alors obtenue en posant $\Delta\rho = 0$ dans l'équation B.22.

$$\sigma_x^2(r) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} k_0^2 \langle \mu^2 \rangle L^3 \int_0^r d\eta \int_0^{+\infty} \mathcal{K} \sin^2\left(\frac{\gamma(r-\eta)\mathcal{K}^2}{2k_0}\right) \exp\left(-\frac{\mathcal{K}^2 L^2}{4}\right) d\mathcal{K} \quad (\text{B.27})$$

Le changement de variable $U = \mathcal{K}^2$ permet de transformer l'équation précédente en :

$$\sigma_x^2(r) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} k_0^2 \langle \mu^2 \rangle L^3 \int_0^r d\eta \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} \sin^2\left(\frac{\gamma(r-\eta)U}{2k_0}\right) \exp\left(-\frac{UL^2}{4}\right) dU \quad (\text{B.28})$$

Soit l'identité remarquable :

$$\int_0^{+\infty} \exp(-bx) \sin^{2m} x \, dx = \frac{(2m)!}{b(b^2+2^2)(b^2+4^2)\dots(b^2+(2m)^2)} \quad (\text{B.29})$$

En posant $m = 1$ dans cette identité, nous déduisons, pour σ_x^2 , la relation :

$$\sigma_x^2(r) = \frac{1}{2}(I_1 - I_2) \quad (\text{B.30})$$

où I_1 et I_2 s'écrivent respectivement :

$$I_1 = \langle \mu^2 \rangle k_0^2 L r \quad \text{et} \quad I_2 = \zeta^2 \int_0^r \frac{1}{\zeta^2 + \eta^2 (r-\eta)^2} d\eta \quad (\text{B.31})$$

où $\zeta^2 = k_0^2 L^4 r^2 / 16$. I_2 peut-être développé analytiquement en décomposant la fraction rationnelle sous l'intégrale comme suit :

$$I_2 = -i \frac{\zeta}{2} \int_0^r \frac{1}{\eta r - \eta^2 - i\zeta} - \frac{1}{\eta r - \eta^2 + i\zeta} d\eta \quad (\text{B.32})$$

Chacune des fractions rationnelles est elle-même décomposée de la manière suivante :

$$I_2 = -i \frac{\zeta}{2} \int_0^r \frac{1}{2\gamma_2} \left(\frac{1}{\eta - \frac{r}{2} - \gamma_2} - \frac{1}{\eta - \frac{r}{2} + \gamma_2} \right) - \frac{1}{2\gamma_2} \left(\frac{1}{\eta - \frac{r}{2} - \gamma_2} - \frac{1}{\eta - \frac{r}{2} + \gamma_2} \right) d\eta \quad (\text{B.33})$$

où γ_1 et γ_2 s'écrivent respectivement :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_1 = \frac{1}{2} \sqrt{r^2 - 4i\zeta} = \alpha + i\beta \\ \gamma_2 = \frac{1}{2} \sqrt{r^2 + 4i\zeta} = -\alpha + i\beta \\ \beta = \left[\frac{1}{32} \left(\frac{1}{16} r^2 + \zeta^2 \right)^{1/2} - \frac{1}{8} r^2 \right]^{1/2} \\ \alpha = \frac{\zeta}{2\beta} \end{array} \right. \quad (\text{B.34})$$

Après intégration, I_2 a pour expression :

$$I_2 = -i \frac{\zeta}{4} \left[\frac{1}{\gamma_1} \ln \left(\frac{\frac{r}{2} - \gamma_1}{\frac{r}{2} + \gamma_1} \right)^2 - \frac{1}{\gamma_2} \ln \left(\frac{\frac{r}{2} - \gamma_2}{\frac{r}{2} + \gamma_2} \right)^2 \right] \quad (\text{B.35})$$

et la relation

$$\ln \left(\frac{a + ib}{a - ib} \right) = 2i \operatorname{Arctg} \left(\frac{b}{a} \right) \quad (\text{B.36})$$

permet finalement d'en déduire I_2 .

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = \langle \mu^2 \rangle k_0^2 L r \\ I_2 = \sqrt{\pi} \langle \mu^2 \rangle k^2 L r \frac{1}{\Delta^2 (\Omega + 1) \sqrt{8\Omega}} \left(\frac{\Delta\Omega}{2} \ln \frac{1 + \Delta(2\Omega)^{1/2}}{1 - \Delta(2\Omega)^{1/2}} + \right. \\ \left. \operatorname{Arctg} \frac{\Delta\Omega}{1 - \Delta(2\Omega)^{1/2}} - \operatorname{Arctg} \frac{\Delta\Omega}{1 + \Delta(2\Omega)^{1/2}} \right) \end{array} \right. \quad (\text{B.37})$$

où $\Omega = (1 + 1/\Delta^2)^{1/2} - 1$ et $\Delta = r/k_0 L^2$.

En ce qui concerne les fluctuations de la phase, nous montrons de la même façon que leur variance s'écrit :

$$\sigma_S^2(r) = \frac{1}{2}(I_1 - I_2) \quad (\text{B.38})$$

B.2 Développements analytiques 2D

B.2.1 Fluctuations du champ de pression

Rappelons l'expression des fluctuations du champ de pression dans l'approximation de Rytov :

$$\Psi_1(\vec{x}) = -\frac{2k_0^2}{p_0(\vec{x})} \int_V G(\vec{x} - \vec{x}') p_0(\vec{x}') \mu(\vec{x}') d\vec{x}' \quad (\text{B.39})$$

La fonction de Green 2D en espace libre s'écrit :

$$G(\vec{x} - \vec{x}') = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_0 |\vec{x} - \vec{x}'|) \quad (\text{B.40})$$

où $H_0^{(1)}$ est la fonction de Hankel de première espèce d'ordre 0.

G se développe en champ lointain comme suit :

$$G(\vec{x} - \vec{x}') \simeq \frac{i}{4} \exp(-i\frac{\pi}{4}) \sqrt{\frac{2}{\pi k_0(r-r')}} \exp \left[ik_0 \left(r - r' + \frac{(z-z')^2}{2(r-r')} \right) \right] \quad (\text{B.41})$$

De la même manière, le champ de pression en milieu homogène 2D et en espace libre s'écrit :

$$p_0(\vec{x}) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_0 |\vec{x}|) \simeq \frac{i}{4} \exp(-i\frac{\pi}{4}) \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} \exp \left[ik_0 \left(r + \frac{z^2}{2r} \right) \right] \quad (\text{B.42})$$

Après remplacement de p_0 et G dans l'expression B.39, Ψ_1 est égale à :

$$\Psi_1(\vec{x}) = -i \frac{k_0^2}{2} \exp(-i\frac{\pi}{4}) \int_V \sqrt{\frac{2}{\pi k_0(r-r')\gamma}} \exp \left[\frac{ik_0}{2} \frac{(\gamma z - z')^2}{\gamma(r-r')} \right] \mu(\vec{x}') d\vec{x}' \quad (\text{B.43})$$

L'intégrale \int_ν se décompose en 2D en $\int_r \int_{-\infty}^{+\infty}$ et l'équation B.43 devient :

$$\Psi_1(r, z) = -i \frac{k_0^2}{2} \exp(-i \frac{\pi}{4}) \int_0^r dr' \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 (r-r') \gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[\frac{ik_0 (\gamma z - z')^2}{2 \gamma (r-r')} \right] \mu(r', z') dz' \quad (\text{B.44})$$

Les fluctuations d'indice sont représentées par une intégrale de Fourier Stieljes :

$$\mu(r, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\mathcal{K}z) d\nu(r, \mathcal{K}) \quad (\text{B.45})$$

Ψ_1 s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \Psi_1(r, z) = -i \frac{k_0^2}{2} \exp(-i \frac{\pi}{4}) \int_0^r dr' \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 (r-r') \gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \times \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[\frac{ik_0 (\gamma z - z')^2}{2 \gamma (r-r')} \right] \exp(i\mathcal{K}z') d\nu(r', \mathcal{K}) \end{aligned} \quad (\text{B.46})$$

Soit :

$$\begin{aligned} \Psi_1(r, z) = -i \frac{k_0^2}{2} \exp(-i \frac{\pi}{4}) \int_0^r dr' \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 (r-r') \gamma}} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F} \left\{ \exp \left[-i \frac{k_0 z'^2}{2 \gamma (r-r')} \right] \right\} \exp(i\gamma \mathcal{K}z) d\nu(r', \mathcal{K}) \end{aligned} \quad (\text{B.47})$$

où \mathcal{F} est la transformée de Fourier selon z' et vaut

$$\mathcal{F} \left\{ \exp \left[i \frac{k_0 z^2}{2 \gamma (r-r')} \right] \right\} = \sqrt{\frac{2\pi (r-r') \gamma}{k_0}} \exp \left[-i \frac{\gamma (r-r') \mathcal{K}^2}{2 k_0} \right] \exp \left(i \frac{\pi}{4} \right) \quad (\text{B.48})$$

Par conséquent,

$$\Psi_1(r, z) = -ik_0 \int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-i \frac{\gamma (r-r') \mathcal{K}^2}{2 k_0} \right] \exp(i\gamma \mathcal{K}z) d\nu(r', \mathcal{K}) \quad (\text{B.49})$$

B.2.2 Fluctuations du log-amplitude

Nous déduisons de la relation B.13,

$$\chi(r, z) = -k_0 \int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \left[\frac{\gamma(r-r')}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \exp(i\gamma \mathcal{K} z) d\nu(r, \mathcal{K}) \quad (\text{B.50})$$

B.2.3 Corrélations du log-amplitude et de la phase

La corrélation transverse du log-amplitude est obtenue à partir de χ et de son conjugué via l'équation B.17. De plus, l'expression qui fournit la corrélation des amplitudes aléatoires du champ d'indice

$$\langle d\nu(r', \mathcal{K}') d\nu(r'', \mathcal{K}'') \rangle = F_n(|r' - r''|, \mathcal{K}') \delta(\mathcal{K}' - \mathcal{K}'') d\mathcal{K}' d\mathcal{K}'' \quad (\text{B.51})$$

permet d'aboutir au résultat :

$$\Re_{\chi}(r, \Delta z) = k_0^2 \int_0^r d\eta \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathcal{K} \sin^2 \left[\frac{\gamma(r-\eta)}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \exp(i\gamma \mathcal{K} \Delta z) \int_{-\infty}^{+\infty} F_n(|x_d|, \mathcal{K}) dx_d \quad (\text{B.52})$$

où $\Delta z = z_1 - z_2$. Lorsque l'on traite le cas de la propagation bidimensionnelle, l'expression du spectre unidimensionnelle en fonction de F_n est :

$$2\pi \Phi_n^{2D}(\mathcal{K}) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_n(|x_d|, \mathcal{K}) dx_d \quad (\text{B.53})$$

Cette relation permet d'écrire \Re_{χ} sous la forme :

$$\Re_{\chi}(r, \Delta z) = 4\pi k_0^2 \int_0^r d\eta \int_0^{+\infty} \cos(\gamma \mathcal{K} \Delta z) \sin^2 \left[\frac{\gamma(r-\eta)}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \Phi_n(\mathcal{K}) d\mathcal{K} \quad (\text{B.54})$$

De la même manière, nous obtenons les fluctuations de la phase S , ainsi que ses corrélations transverses \Re_S , soit

$$S(r, z) = -k_0 \int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \left[\frac{\gamma(r-r')}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \exp(i\gamma \mathcal{K} z) d\nu(r, \mathcal{K}) \quad (\text{B.55})$$

et,

$$\Re_S(r, \Delta z) = 4\pi k_0^2 \int_0^r d\eta \int_0^{+\infty} \cos(\gamma \mathcal{K} \Delta z) \cos^2 \left[\frac{\gamma(r-\eta)}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \Phi_n(\mathcal{K}) d\mathcal{K} \quad (\text{B.56})$$

B.2.4 Variance du log-amplitude et de la phase

Le calcul de la variance du log-amplitude est réalisé en posant $\Delta z = 0$ dans l'expression B.54

$$\sigma_x^2 = 4\pi k_0^2 \int_0^r d\eta \int_0^{+\infty} \sin^2 \left[\frac{\gamma(r-\eta)}{2k_0} \mathcal{K}^2 \right] \Phi_n(\mathcal{K}) d\mathcal{K} \quad (\text{B.57})$$

En remplaçant l'expression du spectre $\Phi_n^{2D}(\mathcal{K})$, qui s'écrit :

$$\Phi_n(\mathcal{K}) = \langle \mu^2 \rangle \frac{L^2}{4\pi} \exp \left(-\frac{\mathcal{K}^2 L^2}{4} \right) \quad (\text{B.58})$$

dans l'équation précédente, nous en déduisons :

$$\sigma_x^2 = \langle \mu^2 \rangle \frac{k_0^2 L^2}{2} \int_0^r d\eta \int_0^{+\infty} \exp \left(-\frac{\mathcal{K}^2 L^2}{4} \right) d\mathcal{K} - \quad (\text{B.59})$$

$$\int_0^r d\eta \int_0^{+\infty} \cos \left(\frac{\gamma(r-\eta)}{k_0} \mathcal{K} \right) \exp \left(-\frac{\mathcal{K}^2 L^2}{4} \right) d\mathcal{K} \quad (\text{B.60})$$

Sachant que

$$\int_0^{+\infty} \exp(-bx^2) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{b}} \quad (\text{B.61})$$

et que

$$\int_0^{+\infty} \exp(-bx^2) \cos(ax^2) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{b^2 + a^2}} \cos \left[\frac{1}{2} \text{Arctg} \frac{a}{b} \right] \quad (\text{B.62})$$

σ_x^2 s'écrit finalement :

$$\sigma_x^2(r) = \frac{1}{2} \langle \mu^2 \rangle k_0^2 L \left(r - \int_0^r \frac{\cos \left[\frac{1}{2} \text{Arctg} \left(\frac{4\eta(r-\eta)}{k_0 r L^2} \right) \right]}{\left(1 + \frac{16}{k_0^2 r^2 L^4} \eta^2 (r-\eta)^2 \right)^{1/4}} d\eta \right) \quad (\text{B.63})$$

soit :

$$\sigma_x^2(r) = \frac{1}{2} (I_1 - I_2) \quad (\text{B.64})$$

et cette fois-ci, I_1 et I_2 valent respectivement

$$I_1 = \langle \mu^2 \rangle k_0^2 L r \quad (\text{B.65})$$

$$I_2 = \langle \mu^2 \rangle k_0^2 L \int_0^r \frac{\cos \left[\frac{1}{2} \text{Arctg} \left(\frac{\eta(r-\eta)}{\zeta} \right) \right]}{\left[1 + \frac{\eta^2 (r-\eta)^2}{\zeta^2} \right]^{1/4}} d\eta \quad (\text{B.66})$$

La variance des fluctuations de phase, s'écrit quant à elle :

$$\sigma_S^2(r) = \frac{1}{2} (I_1 - I_2) \quad (\text{B.67})$$

Annexe C

Fonction de corrélation et spectre de puissance associé en 2D

C.1 Spectre bidimensionnel des fluctuations d'indice

La dépendance du spectre des fluctuations vis à vis des nombres d'onde K est la même en 2D qu'en 3D [Brown, 1972], [Gozani, 1985]. Le spectre bidimensionnel a donc la même forme que le spectre de von Karman, soit :

$$\Phi_n(K) = \alpha \left(K^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-11/6} \exp \left(-\frac{K^2}{K_m^2} \right) \quad (\text{C.1})$$

La variance $\langle \mu^2 \rangle$ de l'indice de réfraction est donnée par la relation :

$$\langle \mu^2 \rangle = \int_0^{+\infty} G(K) dK \quad (\text{C.2})$$

où $G(K)$ est le spectre d'énergie et s'écrit en 2D :

$$G(K) = 2\pi K \Phi_n(K) \quad (\text{C.3})$$

En remplaçant Φ_n par sa valeur, on peut déterminer la valeur de la constante α :

$$\langle \mu^2 \rangle = 2\pi\alpha \int_0^{+\infty} K \left(K^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-11/6} \exp \left(-\frac{K^2}{K_m^2} \right) dK \quad (\text{C.4})$$

Soit le changement de variable : $u = K^2$, $du = 2K dK$.

L'expression C.4 s'écrit alors :

$$\langle \mu^2 \rangle = \pi \alpha \int_0^{+\infty} \left(u + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-11/6} \exp \left(-\frac{u}{K_m^2} \right) du \quad (\text{C.5})$$

On rappelle l'égalité :

$$\int_0^{+\infty} \exp(-zU) U^{a-1} (1+U)^{b-a-1} dU = \Gamma(a) \Psi(a, b, z) \quad (\Re a > 0, \Re z > 0) \quad (\text{C.6})$$

Γ est la fonction gamma et Ψ est la fonction hypergéométrique confluyente. Dans notre cas,

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 1/6 \\ z = 1/(K_m^2 L_0^2) \end{cases} \quad (\text{C.7})$$

Par conséquent,

$$\langle \mu^2 \rangle = \pi \alpha L_0^{5/3} \Psi \left(1, \frac{1}{6}, \frac{1}{K_m^2 L_0^2} \right) \quad (\text{C.8})$$

Lorsque z tend vers 0, Ψ se comporte de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Psi(a, b, z) \rightarrow \frac{\Gamma(b-1)}{\Gamma(b)} z^{1-b}, & \Re b \geq 1, \quad b \neq 1 \\ \rightarrow \frac{-1}{\Gamma(a)} \left[\ln z + \frac{\Gamma'(a)}{\Gamma(a)} \right], & b = 1 \\ \rightarrow \frac{\Gamma(1-b)}{\Gamma(1+a-b)} & \Re b < 1 \end{array} \right. \quad (\text{C.9})$$

Dans notre cas, $\Re b < 1$, donc

$$\langle \mu^2 \rangle = \alpha \pi L_0^{5/3} \frac{\Gamma(5/6)}{\Gamma(11/6)} \quad (\text{C.10})$$

On déduit α :

$$\alpha = \langle \mu^2 \rangle \frac{5}{6\pi} L_0^{-5/3} \quad (\text{C.11})$$

C.2 Fonction de corrélation

La fonction de corrélation B_n est la transformée de Fourier inverse du spectre Φ_n , soit

$$B_n(r) = \int \Phi_n(K) \exp(i\vec{K}\vec{r}) d\vec{K} \quad (\text{C.12})$$

Cette relation s'écrit en 2D :

$$B_n(r) = \int_0^{+\infty} G(K) J_0(Kr) dK \quad (\text{C.13})$$

Lorsque $K_m \rightarrow +\infty$, $G(K)$ s'écrit

$$\begin{cases} G(K) = 2\pi K \alpha \left(K^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-11/6} \\ \alpha = \langle \mu^2 \rangle \frac{5}{6\pi} L_0^{-5/3} \end{cases} \quad (\text{C.14})$$

Soit l'identité

$$\int_0^{+\infty} \frac{t^{\nu+1} J_\nu(at)}{(t^2 + z^2)^{\mu+1}} dt = \frac{a^\mu z^{\nu-\mu}}{2^\mu \Gamma(\mu+1)} K_{\nu-\mu}(az) \quad (\text{C.15})$$

J_ν est la fonction de Bessel d'ordre ν et $K_{\nu-\mu}$ est la fonction de Bessel modifiée d'ordre $\nu - \mu$.

Cette relation permet de calculer l'intégrale C.13. Dans notre cas, les coefficients ν , μ , a et z valent :

$$\begin{cases} \nu = 0 \\ \mu = 5/6 \\ a = r \\ z = 1/L_0 \end{cases} \quad (\text{C.16})$$

Ainsi, la fonction de corrélation s'écrit :

$$B_n(r) = \langle \mu^2 \rangle \frac{5}{3} \frac{1}{2^{5/6} \Gamma(11/6)} \left(\frac{r}{L_0} \right)^{5/6} K_{-5/6} \left(\frac{r}{L_0} \right) \quad (\text{C.17})$$

Bibliographie

ATTENBOROUGH, K. 1983. Acoustical characteristics of rigid fibrous absorbents and granular materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, **3**, 785–799.

BAERG, W., & SCHWARZ, W. H. 1965. Measurements of the scattering of sound from turbulence. *J. Opt. Soc. Am.*, **39**(6), 1125–1132.

BAMBERGER, A., ENGQUIST, B., ALPERN, L., & JOLY, P. 1988. Higher order paraxial wave equation approximations in heterogeneous media. *Siam Journal of Applied Mathematics*, **48**, 129–156.

BASS, H. E., BOLEN, L. N., RASPET, R., MCBRIDE, W., & NOBLE, J. 1991. Acoustic propagation through a turbulent atmosphere: Experimental characterization. *J. Acoust. Soc. Am.*, **90**, 3307–3313.

BATCHELOR, G. K. 1960. *The theory of homogeneous turbulence*. New-York: Cambridge University press.

BLANC-BENON, PH. 1981. *Effet d'une turbulence cinématique sur la propagation des ondes acoustiques*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon. n° 81-02.

BLANC-BENON, PH. 1987. *Caractéristiques statistiques des ondes acoustiques après traversée d'une turbulence thermique*. Thèse de Doctorat d'état, Université Claude Bernard, Lyon 1. n° 87-49.

BLANC-BENON, PH., JUVÉ, D., KARWEIT, M., & COMTE-BELLOT, G. 1990. Simulation numérique de la propagation des ondes acoustiques à travers une turbulence cinématique. *Journal d'Acoustique*, **3**, 1–8.

BLANC-BENON, PH., JUVÉ, D., & COMTE-BELLOT, G. 1991. *Occurrence of caustics for high-frequency acoustic waves propagating through turbulent fields*. Theoretical and computational fluid dynamics, vol. 2. Springer-Verlag. Pages 271–278.

- BLANC-BENON, PH., & JUVÉ, D. 1993. Intensity fluctuations of spherical acoustic waves propagating through thermal turbulence. *Wave in Random Media*, **3**, 71–83.
- BROWN, W. P. 1972. Fourth moment of a wave propagating in a random medium. *J. Opt. Soc. Am.*, **62**, 966–971.
- CHEssel, C. I. 1977. Propagation of noise along a finite impedance boundary. *J. Acoust. Soc. Am.*, **62**, 825–834.
- CHEVRET, P., & BLANC-BENON, PH. 1993. Diffusion turbulente du son dans les zones d'ombre en propagation atmosphérique. *Au 13ième colloque d'aéro et d'hydroacoustique*. La Société Française d'Acoustique, Lyon.
- CHEVRET, P., & BLANC-BENON, PH. 1994. Influence d'une turbulence thermique sur la propagation du son dans l'atmosphère en présence d'une zone d'ombre. *Au 3ième congrès français d'acoustique*. La Société Française d'Acoustique, Toulouse.
- CLAERBOUT, J. F. 1976. *Fundamentals of geophysical data processing*. New-York: McGraw-Hill.
- COLLINS, M. D. 1993. A split step Padé solution for the parabolic equation. *J. Acoust. Soc. Am.*, **93**(4), 1736–1742.
- DAIGLE, G. A., PIERCY, J. E., & EMBLETON, T. F. W. 1978. Effects of atmospheric turbulence on the interference of sound waves near a hard boundary. *J. Acoust. Soc. Am.*, **64**, 622–630.
- DAIGLE, G. A. 1979. Effects of atmospheric turbulence on the interference of sound waves above a finite impedance boundary. *J. Acoust. Soc. Am.*, **65**, 45–49.
- DAIGLE, G. A. 1980. Correlation of the phase and amplitude fluctuations between direct and ground-reflected sound. *J. Acoust. Soc. Am.*, **68**, 297–302.
- DAIGLE, G. A., PIERCY, J. E., & EMBLETON, F. W. 1983. Line of sight propagation through atmospheric turbulence near the ground. *J. Acoust. Soc. Am.*, **74**, 1505–1513.
- DAIGLE, G. A., EMBLETON, T. F., & PIERCY, J. E. 1986. Propagation of sound in the presence of gradients and turbulence near the ground. *J. Acoust. Soc. Am.*, **79**, 613–627.

- DASHEN, R. 1979. Paths integrals for waves in random media. *J. Math. Phys.*, **20**, 894–920.
- DE WOLF, D. A. 1983. A random-motion model of fluctuations in a nearly transparent medium. *Radio Science*, **18**, 138–142.
- DELANY, M. E., & BAZLEY, E. N. 1970. Acoustical properties of fibrous absorbent materials. *Applied Acoustics*, **3**, 105–116.
- DELRIEUX, Y. 1991. *Analyse de la propagation acoustique à basse altitude par l'équation parabolique tridimensionnelle*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon. n° 91-20.
- DINAPOLI, F. R., & DEAVENPORT, R. L. 1979. *Numerical models of underwater acoustic propagation*. Ocean Acoustics. Springer-Verlag.
- EVANS, L. B., BASS, H. E., & SUTHERLAND, L. C. 1972. Atmospheric absorption of sound; theoretical predictions. *J. Acoust. Soc. Am.*, **51**, 1565–1575.
- EWART, T. E., & PERCIVAL, D. B. 1986. Forward scattered waves in random media- The probability distribution of intensity. *J. Acoust. Soc. Am.*, **80**, 1745–1753.
- FLATTÉ, S. M., DASHEN, R., MUNK, W. H., WATSON, K. M., & ZACHARIASEN, F. 1979. *Sound transmission through a fluctuating atmosphere*. Cambridge University Press.
- GILBERT, K. E., RASPET, R., & DI, X. 1990. Calculation of turbulence effects in an upward-refracting atmosphere. *J. Acoust. Soc. Am.*, **87**, 2428–2437.
- GILBERT, K. E., & DI, X. 1993. A fast Green's function method for one-way sound propagation in the atmosphere. *J. Acoust. Soc. Am.*, **94**(4), 2343–2352.
- GOZANI, J. 1985. Numerical solution for the fourth-order coherence function of a plane wave propagating in a two-dimensionnal kolmogorovian medium. *J. Opt. Soc. Am.*, **2**(12), 2144–2151.
- HUGON-JEANNIN, Y. 1992. *Simulation numérique de la propagation d'ondes acoustiques en milieu turbulent*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon. n° 92-37.
- ISHIMARU, A. 1978. *Wave propagation and scattering in random media*. Vol. 2. New-York: Academic Press.

- JUVÉ, D., BLANC-BENON, PH., & HUGON-JEANNIN, Y. 1991. Simulation numérique de la propagation en milieu aléatoire. *Publication du L.M.A.*, 245–255.
- JUVÉ, D., BLANC-BENON, PH., & CHEVRET, P. 1992. Numerical simulation of sound propagation through a turbulent atmosphere. *Pages 282–296 of the Fifth international symposium on long range propagation*. The Open University, England.
- JUVÉ, D., BLANC-BENON, PH., & CHEVRET, P. 1993. A numerical study of sound propagation through a turbulent atmosphere. *J. Acoust. Soc. Am.*, **93**, 2407.
- KARAVAINIKOV, V. N. 1957. Fluctuations of amplitude and phase in spherical waves. *Akust. Zh.*, **3**, 165–176.
- KARWEIT, M., BLANC-BENON, PH., JUVÉ, D., & COMTE-BELLOT, G. 1991. Simulation of the propagation of an acoustic wave through a turbulent velocity field: a study of phase variance. *J. Acoust. Soc. Am.*, **89**, 52–62.
- KRAICHNAN, R. H. 1970. Diffusion by a random velocity field. *The Physics of Fluids*, **13**(1), 22–31.
- MARTIN, J. M., & FLATTÉ, S. M. 1988. Intensity images and statistics from numerical simulation in wave propagation in 3-D random media. *App. Opt.*, **27**, 2111–2126.
- MARTIN, J. M., & FLATTÉ, S. M. 1990. Simulation of point-source scintillation through 3-dimensionnal random media. *J. Opt. Soc. Am.*, **7**, 838–847.
- MARY, D. F. ST., & LEE, D. 1985. Analysis of an implicit finite difference solution to an underwater wave propagation problem. *J. Comp. Phys.*, **57**, 378–390.
- MCBRIDE, W. E., BASS, H. E., RASPET, R., & GILBERT, K. E. 1991. Scattering of sound by atmospheric turbulence: A numerical simulation above a complex impedance boundary. *J. Acoust. Soc. Am.*, **90**, 3314–3325.
- MCBRIDE, W. E., BASS, H. E., RASPET, R., & GILBERT, K. E. 1992. Scattering of sound by atmospheric turbulence: Predictions in a refractive shadow zone. *J. Acoust. Soc. Am.*, **91**, 1336–1340.

OSTASHEV, V. E. 1992. Sound propagation in the stratified moving and turbulent atmosphere. *Pages 203–220 of the Fifth international symposium on long range propagation*. The Open University, England.

PARKIN, P. H., & SCHOLES, W. E. 1964. The horizontal propagation of sound from a jet engine close to the ground, at Radlett. *Journal of Sound and Vibration*, **1**, 1–13.

PARKIN, P. H., & SCHOLES, W. E. 1965. The horizontal propagation of sound from a jet engine close to the ground, at Hatfield. *Journal of Sound and Vibration*, **2**, 353–374.

PIERCY, J. E., EMBLETON, T. F. W., & SUTHERLAND, L. C. 1977. Review of noise propagation in the atmosphere. *J. Acoust. Soc. Am.*, **61**, 1403–1418.

PRESS, W. H., FLANNERY, B. P., TEUTOLSKI, S. K., & VETTERLING, W. J. 1986. *Numerical recipes*. Cambridge University Press.

RUDNICK, I. 1947. The propagation of an acoustic wave along a boundary. *J. Acoust. Soc. Am.*, **19**, 348–356.

RYTOV, S. M., KRAVTSOV, YU. A., & TATARSKII, V. I. 1987. *Elements of random process theory*. Principles of Statistical Radiophysics, vol. 1-4. Springer-Verlag.

SAAD, Y., & LEE, D. 1988. A new algorithm for solving the wide angle wave equation. *Pages 119–132 of Computational Acoustics*. D. Lee, R. L. Sternberg, M. H. Schultz eds.

SPIVACK, M., & USCINSKI, B. J. 1989. The Split-Step solution in random wave propagation. *J. Comp. Appl. Math.*, **27**, 349–361.

TAPPERT, F. D. 1979. The parabolic equation method. *Pages 224–287 of: Wave Propagation in Ocean Acoustics*. Springer, Verlag.

TAPPERT, F. D., & HARDIN, R. H. 1974. Computer simulation of long-range ocean acoustic propagation using the parabolic equation method. *Page 452 of: Proceeding 8th International Congress on Acoustics*.

TATARSKII, V. I. 1971. *The effect of a turbulent atmosphere on wave propagation*. Jerusalem: I.P.S.T Keter Press.

- THOMSON, D. J., & CHAPMAN, N. R. 1983. A wide angle split-step algorithm for the parabolic equation. *J. Acoust. Soc. Am.*, **74**, 1848–1854.
- USCINSKI, B. J. 1977. *The elements of wave propagation in random media*. New-York: McGraw-Hill.
- USCINSKI, B. J. 1985. Analytical solution of the fourth-moment equation and interpretation as a set of phase screen. *J. Opt. Soc. Am.*, **2**, 2077–2091.
- WENZEL, A. R. 1974. Propagation of waves along an impedance boundary. *J. Acoust. Soc. Am.*, **55**, 956–963.
- WIENER, F. M., & KEAST, D. N. 1959. Experimental study of the propagation of sound over ground. *J. Acoust. Soc. Am.*, **31**, 724–733.
- WILSON, D. K., & THOMSON, D. W. 1992. *Acoustic tomography monitoring on the atmospheric boundary layer*. Tech. Rept. The Pennsylvania State University, Applied Research Laboratory.

dernière page de la thèse

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 5 Juillet 1984, modifié par l'arrêté du 21 Mars 1988 et l'arrêté du 23 Novembre 1988,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Mr Ph. BLANC-BENON Chargé de Recherche - Laboratoire
Mécanique des Fluides et Acoustique - E.C.L.,

et les rapports de

Mr G. DAIGLE Docteur - National Research Council Canada - OTTAWA,
K1A 0R6 (CANADA),

Mr M. BRUNEAU Professeur - Laboratoire d'Acoustique - Université
du Maine - BP 535 - 72017 LE MANS Cedex,

Monsieur **CHEVRET Patrick**

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention
du titre de DOCTEUR

Spécialité : **ACOUSTIQUE**

Fait à Ecully, le 18 mars 1994

P/Le Directeur de l'E.C.L.
Le Directeur
de l'Administration de la
Recherche



F. LEBOEUF

ABSTRACT

Sound level in the first hundred meters of the atmosphere is difficult to predict because propagation is significantly affected by ground reflections and refraction associated with the mean gradients and fluctuations of temperature and wind speed. A series of numerical experiments are conducted to calculate the sound pressure variations due to random temperature fluctuations. Meteorological conditions are used as input parameters to the model.

Our numerical model is based on a statistical approach. The medium is considered as the sum of the mean gradient and turbulent fluctuations of the refraction index. The turbulence is represented as a set of independent realizations (generated by the superposition of random Fourier modes) in which the sound is propagated by making use of a wide angle parabolic equation. Our discretization method is a mix of the classical Split-Step Fourier and Implicit Finite Difference methods. It is called Split-Step Padé and it incorporates the advantages of both methods (*i.e.* the speed of the Split-Step Fourier method and the possibility to model the ground impedance with the Implicit Finite Difference method).

Our calculations have been applied to two particular classes of atmospheric propagation problems for which outdoor measurements have shown that strong effects of the turbulence are present. Our results are mainly comparisons with those measurements. First, we studied the modifications caused by the turbulence on the interference spectra in the line of sight region near the ground. Second, we simulated the case of an upward refracting atmosphere and showed that in the presence of turbulence, an important diffusion of sound into the shadow zone exists. These calculations were done with a gaussian correlation function. Then, to take in account the inertial region of the turbulence spectrum, we employed a modified von Karman spectrum. For the line of sight nearfield propagation there is no differences in the prediction. Now, in the case of the propagation in a shadow zone, the results agree better with measurements. In addition to mean quantities, our model also yields informations concerning the acoustic field (*i.e.*, phase and amplitude fluctuations and amplitude distributions). We observed an interesting result for the case of the propagation in a shadow zone: a normal amplitude distribution is found when the distance to the source is small and a distribution associated to very intermittent signal is obtained in the deep shadow zone.

