ONERA
THE FRENCH AEROSPACE LAB

UPMC
PARISUNIVERSITAS

cnes
CENTRE NATIONAL D'ÉTUDES SPATIALES

UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE - PARIS VI

ÉCOLE DOCTORALE SMAER
SCIENCES MÉCANIQUES, ACOUSTIQUE ÉLECTRONIQUE & ROBOTIQUE

THÈSE

pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences
de l'Université Pierre et Marie Curie, Paris VI
Mention : PHYSIQUE

Présentée et soutenue par

Jean-Baptiste DARGAUD

Simulation numérique de l'onde de souffle et du bruit de jet au décollage d'un lanceur

Thèse dirigée par Christophe BAILLY
préparée au centre de l'Onera Châtillon
soutenue le 29/11/2013

Jury :

MM.	F. COULOUVRAT	-	Directeur de Recherche CNRS (UMR 7190)	Président
	G. CASALIS	-	Professeur, ISAE	Rapporteur
	Y. GERVAIS	-	Professeur, Université de Poitiers, LEA	Rapporteur
	C. BAILLY	-	Professeur, ECL (UMR 5509)	Directeur
	J. ANTHOINE	-	Docteur, Onera - DMAE	Examinateur
	H. LAMBARÉ	-	Ingénieur de Recherche, CNES - DLA	Examinateur
	J. TROYES	-	Ingénieur de Recherche, Onera - DSNA	Examinateur

ONERA - The French aerospacelab
BP 72 - 29 avenue de la division Leclerc
92322 Châtillon Cedex
Tél. : +33 1 46 73 40 40 - Fax : +33 1 46 73 41 41
http ://www.onera.fr

Remerciements

Arrivé à la conclusion de ces années de thèse, il est temps de faire le bilan et de remercier chacun de ceux qui ont pu participer, de près ou de loin, à la concrétisation de cette étude.

Mes premiers remerciements vont au Pr. Coulouvrat de l'université de Paris VI, qui a présidé le jury de soutenance et a porté un regard éclairé sur l'ensemble des travaux présentés.

Dans un second temps, je présente mes remerciements aux deux rapporteurs de ce manuscrit, le Pr. Gervais de l'université de Poitiers et le Pr. Casalis de l'ISAE, pour avoir pris le temps de lire minutieusement le rapport écrit de mes années de recherche. Leurs questions et remarques pertinentes auront indéniablement apporté un plus à l'épreuve finale.

Aussi membre du jury, le Dr. Anthoine a mené avec bonne humeur et bon caractère une relecture assidue des parties expérimentales du mémoire, corrigeant les dernières imprécisions.

Je remercie également Mr. Lambaré pour son travail de suivi depuis le CNES, sa bonne humeur et sa compréhension.

Des remerciements spéciaux sont dédiés au Pr. Bailly, qui a dirigé cette thèse. Les réunions ont toujours été fructueuses, et les remarques justes, qui, loin de décourager, m'ont systématiquement permis de retourner à mon métier avec des nœuds de trame supplémentaires, même au prix d'un changement de motif.

Ce travail a été rendu possible grâce au cofinancement de l'Onera et du CNES, et l'accueil de l'Onera. Qu'il me soit permis de remercier, en tant que représentants de ces institutions, Jean-Marie Le Gouez, directeur du département d'accueil, Patrice Malbéqui, qui faisait l'interface entre le l'Onera et le CNES, coté Onera, et Stéphane Petitot, son homologue du CNES.

Je souhaite également remercier Jean Varnier, pour son implication de longue date dans les sujets abordés lors de cette thèse, en particulier pour la définition et la mise en œuvre des essais du CFM ainsi que pour son regard expérimenté lors de l'analyse des mesures. A cette occasion, j'en profite pour adresser mes remerciements aux différents acteurs des sus-mentionnés essais, en particulier l'artificier en chef Michel Prévost.

Pour son implication dans ce travail, son accueil au sein de son unité, ses conseils avisés, je remercie chaleureusement François Vuillot, ainsi que tous les membres de l'unité CIME, qui m'ont fait une petite place dans leur communauté et m'ont laissé jouer dans le bac à sable avec des morceaux de code pour que je m'y fasse les dents : Bernard, Denis, Philippe, Florian, Gilles, Anthoine. Les membres du support, pour m'avoir supporté (facile), et si ils n'ont que rarement eu à me dépanner, c'est grâce au travail des personnes précédem-

ment citées. À Didier, pour avoir eu à le supporter. Merci aussi aux acousticiens, qui m'ont apporté une aide précieuse et/ou une vision différente de notre réalité : Nicolas, Maxime, Gilles, Hélène. Pour leur aide et leur implication dans certains problèmes, merci à Alain (je ne voulais pas, mais Julien m'a forcé), Eric et Émeric. Je ne peux pas non plus oublier nos deux secrétaires Ghislaine et Annie, d'une grande efficacité, et toujours de bonne humeur.

Et à tous mes collègues, qui sont un peu plus, pour leurs qualités scientifiques mais aussi humaines : Marc, sur qui je sais pouvoir compter ; Pascale, monitrice de sports extrêmes et guide sorties culturelles ; Didier, pas moins moniteur sportif, œnologue de choc ; Dominique, générosité et franc-parler ; Emmanuel, celui qui fait couiner ; Angelo, qui imite Hulk comme personne ; Daniel, finesse et délicatesse ; Jean-Michel, aussi généreux que gourmand ; Lionel, aussi discret que sympathique ; Luc-Henry, celui qui couine, Malaussène malgré lui ; Florian, Sophie ainsi que tous les autres membres de l'équipe EChO ; François et Yann, qui me précèdent dans la communauté des docteurs ; Alaric, Clément, Aymeric, Quentin, qui suivent nos traces !

La tournée continue avec les amis, qui m'auront soutenu de près (à leurs dépens) ou de loin : Cécile, Justin, Charlotte, Rieul, Teddy ; Matthieu et Karine, qui ont suivi la voie de la recherche eux aussi. Bonne chance pour la suite !

Je remercie également ma famille, qui a supporté mon choix, et m'a soutenu, en particulier mon frère et ma belle-sœur, avec qui j'aurai mis un terme, à regrets, à une belle collocation.

Et pour finir, deux personnes qui m'auront tenu particulièrement à cœur. Julien, qui m'a encadré, soutenu, relu, jugé, épaulé, parfois tout en même temps. Mauvaise tête mais grand cœur, impliqué et dévoué, il aura été le second acteur de cette thèse. Merci beaucoup. Et enfin, merci à celle qui a décidé de m'attraper au pire moment, qui aura subi de la thèse les mois de rédaction et de préparation à la soutenance, les soirées de travail, les week-ends ensoleillés devant le portable... Elle a partagé mes moments de joie, de doutes, de stress, les hauts et les bas, et a su me communiquer son expérience et me guider pour mener le projet à terme. Un très grand merci à ma petite Ning.

Table des matières

Nomenclature 7

Introduction 11

1 Généralités 17

1.1 Généralités sur la propulsion fusée 18

1.1.1 Principes de la propulsion fusée 19

1.1.2 Technologies de la propulsion fusée 20

1.2 Généralités sur les moteurs à propergol solide 24

1.2.1 Combustion du propergol 26

1.2.2 Operculage 30

1.2.3 Allumage 30

1.2.4 Contrôle de la poussée 31

1.2.5 Instabilités de combustion 35

1.3 Phénoménologie des jets supersoniques 36

1.3.1 Rappels de thermodynamique de l'écoulement dans une tuyère . . . 37

1.3.2 Caractéristiques aérodynamiques des jets supersoniques 38

1.4 Environnement acoustique au décollage d'un lanceur 43

1.4.1 Onde de souffle à l'allumage 43

1.4.2 Génération du bruit dans les jets supersoniques 50

1.5 Conclusion 61

2 Présentation du cas d'étude 63

2.1 Description du tir LP10-25 65

2.1.1 Montage expérimental 65

2.1.2 Détails du moteur 66

2.2 Dispositifs de mesure 69

2.2.1 Pression interne 69

2.2.2 Acoustique en champ lointain 69

2.2.3 Métrologie optique 70

2.3 Analyse des mesures 71

2.3.1 Capteur fond arrière 71

2.3.2 Signal en champ lointain 75

2.3.3 Imagerie Infrarouge 82

2.4 Conclusion 86

3 Modèles et méthodes **87**

3.1 Équations de la LES 88

3.1.1 Équations de conservation 88

3.1.2 Lois d'état et fermeture des équations 91

3.1.3 Approches numériques pour la résolution des équations de Navier-Stokes 92

3.2 Rayonnement acoustique avec le logiciel KIM 98

3.2.1 L'analogie de Lighthill 99

3.2.2 Formulations surfaciques 102

3.3 Outils de simulation de la mécanique des fluides 104

3.3.1 Présentation du code CEDRE 104

3.3.2 Modélisation du transfert thermique radiatif 109

3.3.3 Évaluation du code 113

3.3.4 Validation de CEDRE et KIM : sphère pulsante 117

3.4 Outils de traitement du signal 118

3.4.1 Définitions 118

3.4.2 Outils 119

3.5 Conclusion 121

4 Modélisation l'onde de souffle par une approche directe **123**

4.1 ODS observée lors du tir LP10-25 125

4.1.1 Grandeurs d'intérêt de l'ODS 125

4.1.2 ODS mesurée lors du tir LP10-25 125

4.1.3 Application des modèles de prédiction 129

4.2 Choix d'une modélisation par approche directe 130

4.2.1 Simulations de l'ODS à l'allumage de moteurs à propergol solide . . 130

4.2.2 Utilisation d'une LES 134

4.2.3 Propagation non linéaire 135

4.3 Choix des modèles numériques 135

4.3.1 Domaine de calcul 136

4.3.2 Modélisation de la combustion 137

4.3.3 Modélisation du transfert radiatif 139

4.3.4 Conditions aux limites 141

4.3.5 Modélisation de l'allumage du moteur 142

4.3.6 Intégration en temps 143

4.3.7 Schéma de flux Euler 143
4.3.8 Définition d'une procédure de maillage 144
4.4 Résultats 149
4.4.1 Condition d'entrée 149
4.4.2 ODS en champ lointain 150
4.4.3 Grandeurs aérodynamiques du jet 153
4.4.4 Comparaison des images IR 155
4.4.5 Visualisations 159
4.4.6 Compréhension des phénomènes physiques 165
4.5 Conclusion 174

5 Modélisation du bruit de jet supersonique chaud par une approche indirecte 177
5.1 Simulation numérique du bruit de jet supersonique 178
5.2 Application au calcul du bruit de jet supersonique du tir LP10-25 180
5.2.1 Sélection de la portion de tir simulée 180
5.2.2 Analyse du bruit de jet rayonné pendant le tir LP10-25 182
5.2.3 Rayonnement attendu 183
5.3 Choix des modèles de simulation 185
5.3.1 Domaine de calcul 185
5.3.2 Méthodologie de maillage 186
5.3.3 Surface d'intégration 190
5.3.4 Prise en compte de la combustion 191
5.3.5 Choix des méthodes 192
5.4 Résultats 192
5.4.1 Aérodynamique du jet 193
5.4.2 Bruit rayonné en champ lointain 202
5.5 Conclusion 213

6 Modélisation de l'onde de souffle par une approche indirecte 215
6.1 Adaptation de la méthodologie bruit de jet à l'onde de souffle 216
6.1.1 Domaine et maillage 216
6.1.2 Conditions aux limites 216
6.1.3 Combustion 217
6.2 Résultats 217
6.2.1 Pression à la limite *entrée* 217
6.2.2 Visualisations 217

6.2.3 Résultats acoustiques 220
6.2.4 Étude du champ proche 224
6.3 Conclusion 232

Conclusion **235**

A Cas test de propagation **239**
A.1 Approximation par la méthode des moindres carrés 239
A.2 Cas test de propagation d'une onde acoustique plane 241
A.2.1 Présentation du cas test 241
A.2.2 Mise en donnée 242
A.2.3 Traitement des données de sortie de calcul 243
A.2.4 Exploitation des résultats 244
A.2.5 Résultats 244
A.3 Cas test de propagation d'une onde acoustique sphérique 253
A.3.1 Présentation du cas test 253
A.3.2 Résultats 254
A.3.3 Rayonnement acoustique 256
A.3.4 Influence du type de maille 257

B Procédure de création d'un gaz de substitution des gouttelettes d'alumine dans les produits de combustion **259**
B.1 Calcul des propriétés d'un mélange de gaz 259
B.2 Calcul du gaz équivalent 260
B.2.1 Quantité d'alumine dans les gaz de combustion 260
B.2.2 Propriétés de l'alumine liquide/solide 260
B.2.3 Propriétés du gaz équivalent 261
B.3 Calcul de l'espèce gazeuse résultante 262

C Etude de sensibilité en maillage pour la simulation de l'ODS par approche directe **263**

D Influence des conditions initiales et à la limite sur le développement du jet supersonique **273**
D.1 Mise en données 273
D.1.1 Domaine et maillage 273
D.1.2 Conditions initiales et condition à la limite 273
D.1.3 Capteurs 274

D.2 Résultats 275
D.2.1 Validation des condition de *No Op/Cut* 275
D.2.2 Influences des conditions à la limite et initiale 276
D.3 Conclusion 280

E CEDRE computations of the JAXA AT-01 test case **283**
E.1 Introduction 284
E.2 Experimental set-up 284
E.2.1 Test description 284
E.2.2 Jet properties 285
E.2.3 Acoustic analysis 286
E.3 Domain and grids 289
E.3.1 Domain definition 289
E.3.2 Grids generation 290
E.3.3 Integration surface 292
E.3.4 Final grids 292
E.4 Computation characteristics 292
E.4.1 Models and numerical methods 292
E.4.2 Initial and boundaries conditions 293
E.4.3 Computation sequence 293
E.4.4 Hardware resources 294
E.5 Results 294
E.5.1 Aerodynamics 294
E.5.2 Acoustics 298
E.6 Concluding remarks 304

Bibliographie **307**

Nomenclature

Symboles latins

Symbole	Définition	Unité
A	Amplitude	Pa
$\mathcal{A}$	Aire	m^2
a, b	Demi-axes d'ellipse	m
c	Célérité du son	$m.s^{-1}$
c_p, c_v	Capacités calorifiques massique à pression et volume constants	$J.K^{-1}.kg^{-1}$
C_s	Constante de Smagorinsky	-
$c^\star$	Vitesse caractéristique de la tuyère	$m.s^{-1}$
D	Diamètre	m
$\mathcal{D}$	Coefficient de diffusion	-
e	Énergie massique	$J.kg^{-1}$
Ex	Excentricité	-
f	Fréquence	Hz
F	Poussée	N
h	Enthalpie massique	$J.kg^{-1}$
H	Rapport d'échelles	-
I	Intensité acoustique	$W.m^{-2}$
L_c	Longueur du cône potentiel	m
L_s	Longueur de la zone supersonique	m
L_{shock}	Longueur des cellules de choc	m
m	Masse	kg
$\mathcal{M}$	Masse molaire	$kg.mol^{-1}$
p	Pression	Pa

r	Constante spécifique des gaz parfaits	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
$\mathcal{R}$	Constante des gaz parfaits	$J.mol^{-1}.K^{-1}$
R	Rayon	m
T	Température	K
u, v, w	Composantes de la vitesse	$m.s^{-1}$
$\boldsymbol{T}$	Tenseur de Lighthill	$kg.m^{-1}.s^{-2}$
v	Vecteur vitesse	$m.s^{-1}$
V	Volume	m^{-3}
W	Puissance acoustique	W
x_0, y_0	Coordonnées du centre de l'ellipse	-
x, y, z	Axes	-
X	Fraction molaire	-
Y	Fraction massique	-

Nombres sans dimension

Symbole	Définition
Bi	Nombre de Biot
M	Nombre de Mach
Pr	Nombre de Prandtl
Re	Nombre de Reynolds
Sc	Nombre de Schmidt
St	Nombre de Strouhal

Symboles Grecs

Symbole	Définition	Unité
α	Décroissance par longueur d'onde	m^{-1}
γ	Rapport de capacités calorifiques	-
δt	Durée	s

δ_ω	Épaisseur de la couche de mélange	m
Δ	Taille de maille	m
Δt	Pas de temps	s
Δp	Amplitude de l'ODS	Pa
λ	Longueur d'onde	m
μ	Viscosité dynamique	Pa.s
ϕ, θ	Angles	(rad ou °)
ρ	Masse volumique	$kg.m^{-3}$

Indices

Symbole	**Définition**
a	Grandeur du jet équivalent parfaitement adapté
ac	Grandeur acoustique
axe	Grandeur à l'axe du jet
b	Relatif à la combustion du propergol
c	Grandeur dans la chambre de combustion
cv	Relatif à la convection
em	Grandeurs à l'émission de l'ODS
∞	Grandeur du milieu extérieur
IOP	Relatif à l'ODS
j	Sortie tuyère
max	Relatif au maximum d'amplitude enregistré
nl	Relatif au modèle de propagation non linéaire
p	Propergol
R	Grandeur radiale
s	Numéro de microphone
t	Grandeur totale
th	Grandeur théorique

Exposants

Symbole	Définition
$*$	Propriétés au col de la tuyère
$'$	fluctuation
$+$	Période positive de l'ODS
t	Partie turbulente des flux

Notations et opérateurs

Symbole	Définition
$< x >$	Moyenne temporelle de la variable x
$\boldsymbol{x}$	La variable x est un vecteur ou un tenseur
$\dot{x}$	Dérivée temporelle de x

Acronymes

Acronymes	Définition
BDJ	Bruit De Jet
DOP	*Duct Over-Pressure*
DSP	Densité Spectrale de Puissance
IOP	*Ignition Over-Pressure*
IR	Infrarouge
FW-H	Ffowcs Williams & Hawkings
NPR	*Nozzle Pressure Ratio*
OASPL	*OverAll Sound Pressure Level*
ODS	Onde De Souffle
SRM	*Solid Rocket Motor*
STS	*Space Transportation System*

Introduction

Contexte général

Au décollage, lors de l'allumage de ses moteurs, un lanceur spatial est soumis à un environnement acoustique sévère [Candel 1992]. Deux sources de perturbations acoustiques sont tout particulièrement étudiées, en raison de leur très forte amplitude :

- l'onde de souffle (ODS) est une onde basse fréquence de grande intensité. Elle est engendrée pendant le transitoire de montée en pression des moteurs, consécutif à leur allumage [Ryan 1981b]. La terminologie américaine fait la distinction entre l'IOP (pour Ignition OverPressure), produite en sortie de tuyère du moteur à poudre, qui se réfléchit sur les structures environnantes et remonte le long du lanceur jusqu'à la coiffe, et la DOP (pour Duct OverPressure), générée dans le carneau d'évacuation des gaz brûlés et qui rayonne depuis sa sortie jusqu'au lanceur. Ces deux ondes présentent une signature acoustique en N caractéristique : un front de forte amplitude suivi d'une dépression ;
- le bruit des jets (BDJ) supersoniques constituent la seconde source de perturbations [Eldred 1971]. Ils génèrent un bruit large bande, dans une gamme de fréquences élevées et de grande intensité. En plus des sources acoustiques présentes dans les jets subsoniques (mélange turbulent), la vitesse très élevée des gaz entraîne l'apparition de sources discrètes ou large bande dominantes. Dans le cas de sources tonales, des phénomènes de résonance avec les structures du lanceur peuvent se mettre en place.

Ces excitations acoustiques peuvent endommager certaines parties du lanceur, moins protégées que les parties renforcées dû à leur exposition à d'autres sources de contraintes, et entraîner [Eldred 1971] :

- un défaut de fonctionnement de composants électroniques / mécaniques (dû à la fois à l'acoustique et aux vibrations) ;
- une fatigue prématurée de composants internes et de matériel de support tels que les guides câbles, les supports d'instruments de mesures, ou encore les réseaux de distribution de liquides (due aux vibrations) ;
- une fatigue prématurée de petites structures extérieures, telles que les ailerons ou les antennes (due à l'acoustique) ;
- un environnement hostile pour un éventuel passager.

À titre d'exemple, la figure 1 illustre l'environnement acoustique au décollage du lanceur Ariane 5. L'onde de souffle et le bruit de jet sont généralement étudiés séparément dans la littérature. La modélisation de la génération de l'onde de souffle lors du

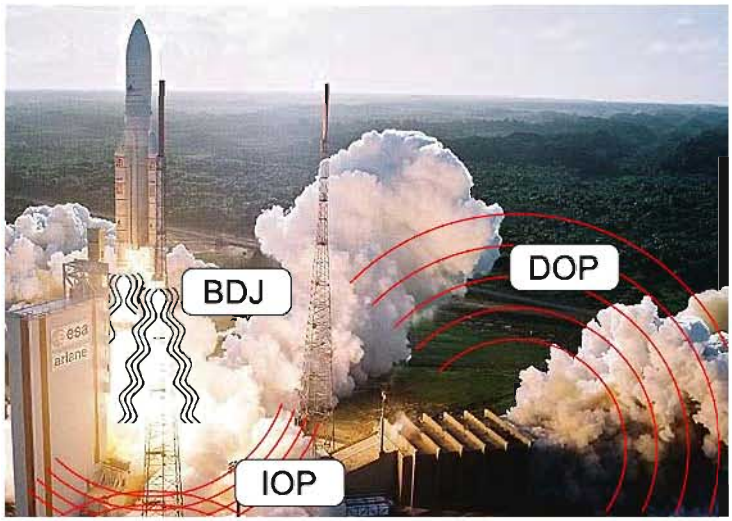


FIGURE 1 – Environnement acoustique au décollage du lanceur Ariane 5 : bruit de jet (BDJ) et onde de souffle (IOP et DOP)

transitoire de montée en pression de moteurs à propergol solide a été initiée dès la fin des années 60 par l'industrie militaire américaine, alors concernée par l'allumage de ce type de moteur dans des silos [Broadwell 1961, Broadwell 1967]. Ces premiers modèles simples, basés sur les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement dans le silo, ont mis en évidence les effets de la post combustion sur l'amplitude des ondes. En effet, les produits de combustion de moteurs à propergol solide étant réducteurs et chauds, ils peuvent se renflammer au contact de l'oxygène de l'air. Ces modèles et d'autres modèles analytiques [Jones 1982, Ikawa 1982] ont été utilisés pour calculer les facteurs d'échelles permettant de transposer l'environnement acoustique mesuré lors d'essais de modèles réduits à l'environnement acoustique attendu au décollage de la navette spatiale américaine (*Space Transportation System* ou STS). Même si le premier tir du STS a été un succès, les niveaux réels des contraintes ont dépassé ceux prévus et ont approché les marges de sécurité [Lai 1982]. L'installation avant le second tir de systèmes réducteurs, consistant à injecter de grandes quantités d'eau, a permis de fortement diminuer l'impact de l'onde de souffle sur le lanceur. Avec le développement des ressources informatiques, les simulations numériques résolvant les équations d'Euler ont permis l'étude des mécanismes physiques générateurs de l'ODS. De nombreux chercheurs [Salita 1997, Engblom 2001] ont pu ainsi calculer par simulation numérique l'environnement acoustique à l'allumage du moteur, depuis la simulation d'un moteur dans un silo en géométrie 2D axisymétrique [Li 1982] au calcul 3D d'un demi pas de tir complet avec carneaux, table de lancement et lanceur [Colombier 1991]. Le dimensionnement du lanceur aux contraintes appliquées par le rayonnement acoustique intense des jets superso-

niques ainsi que les moyens de réduction associés sont généralement réalisés à l'aide de modèles semi-empiriques [Eldred 1971, Varnier 2001b] ou d'études expérimentales à échelle réduite [Schott 1994, Ponton 1997, Marchesse 2002, Robin 2010]. Pour Ariane 5, ces études ont conduit à l'allongement des carneaux d'évacuation des gaz du pas de tir ELA 3, réduisant ainsi significativement le bruit rayonné par les jets vers le lanceur. L'étude du bruit de jet libre, subsonique ou supersonique, a fait l'objet d'un développement très important avec l'essor du secteur aéronautique. En particulier, les chercheurs ont travaillé à identifier les différentes composantes du bruit [Lighthill 1952, Powell 1953b, Nagamatsu 1970, Lilley 1974] : le mélange turbulent [Tam 1998a], le bruit d'interaction choc / turbulence [Harper-Bourne 1973], le screech [Tam 1995, Berland 2007] ou le rayonnement d'ondes de Mach [Phillips 1960]. L'augmentation de la puissance des calculateurs a permis de simuler la génération de bruit par des jets subsoniques [Biancherin 2002, Bogey 2003] et supersoniques [Berland 2007, Freund 2000b, de Cacqueray 2011a], avec des méthodes de plus en plus précises, en relâchant des hypothèses sur les sources de bruit. Ces calculs permettent ainsi de déterminer le champ aérodynamique instationnaire dans le jet, à partir duquel est calculé le bruit rayonné en champ lointain. Une approche couramment employée est la simulation des grandes échelles (*Large-Eddy Simulation* ou LES) des sources, couplée avec un calcul de rayonnement en champ lointain par la méthode de Ffowcs Williams & Hawkings [Biancherin 2002, Tsutsumi 2008a, Fukuda 2009, de Cacqueray 2010a]. La LES consiste à ne résoudre que les plus grosses structures turbulentes de l'écoulement, et à modéliser le transfert d'énergie par dissipation visqueuse des échelles plus petites. Cette méthode permet ainsi de simuler des jets ayant des nombres de Reynolds importants ($\approx 1.\ 10^5$), à la différence de la DNS, qui résout toutes les échelles de la turbulence.

Objectifs de la thèse

En Europe, une attention particulière est apportée à l'environnement acoustique du lanceur Ariane. Ainsi, le pôle Acoustique et Environnements Induits au Décollage, qui regroupe depuis une quinzaine d'années ASTRIUM, le CEAT (Université de Poitiers), le CNES, ECL, PPRIME et l'Onera, a pour mission de comprendre, maîtriser et réduire l'ambiance acoustique et l'onde de souffle au décollage. L'objectif est d'améliorer le confort des charges utiles sous la coiffe des lanceurs et la limitation des contraintes mécaniques sur le lanceur. La thèse cofinancée par le CNES et l'Onera présentée dans ce document s'inscrit dans ce cadre. L'objectif est de fournir une méthodologie de prédiction des perturbations acoustiques présentes lors du décollage d'un lanceur spatial. À terme, cette méthodologie doit servir à tester des technologies de réduction des charges acoustiques sur le lanceur et son pas de tir. Le cas d'étude considéré est celui du tir numéro 25 du moteur LP10, réalisé

lors d'une campagne d'essais au centre du Fauga-Mauzac de l'Onera. Le moteur LP10 est un modèle réduit à l'échelle 1/35e du moteur à propergol solide P230 d'Ariane 5. Le moteur a été tiré horizontalement au-dessus du sol en configuration de jet libre, c'est-à-dire sans carneau ni plate-forme. Le jet du moteur est caractérisé par son nombre de Mach en sortie de 3,17 et son nombre de Reynolds de 5. 10^5. La durée d'enregistrement des signaux est suffisante pour étudier l'ODS sur les premières millisecondes, puis le bruit de jet établi sur les quelques secondes suivantes. L'instrumentation du tir 25 comprend un capteur de pression dans la chambre du moteur, des microphones en champ lointain, ainsi qu'une caméra rapide infrarouge enregistrant la partie amont du jet supersonique. Les simulations numériques sont comparées aux mesures pour valider la méthodologie mise en œuvre.

Organisation du manuscrit

Ce manuscrit est articulé en six chapitres. Les trois premiers présentent le contexte détaillé de l'étude ainsi que les modèles et méthodes utilisés, et les trois suivants sont consacrés aux simulations de l'environnement acoustique du moteur modèle réduit. Le premier chapitre précise le contexte général de l'étude. Les efforts de modélisation et de simulation de l'ODS sont présentés et un point est fait sur les connaissances du bruit de jet supersonique ainsi que les capacités à le calculer. Le deuxième chapitre détaille le dispositif expérimental LP10-25. Le montage est tout d'abord présenté, puis les mesures sont analysées. Le troisième chapitre est consacré à la présentation des outils numériques. En particulier, les équations de la LES sont introduites. Puis les solveurs CHARME et ASTRE de la plate forme de simulation multi-physique CEDRE, résolvant respectivement les équations de la mécanique des fluides et celles du transfert radiatif, sont détaillés. Le code de rayonnement acoustique KIM et les principes sur lesquels il repose sont présentés.
Le quatrième chapitre porte sur le calcul de l'ODS en champ lointain. Pour cette première approche, une méthode dite directe est employée, résolvant les équations de Navier-Stokes filtrées dans un domaine de calcul comprenant le champ proche ainsi que le champ lointain. L'ODS mesurée lors de l'essai est tout d'abord caractérisée, puis les paramètres de la simulation sont décrits, avec une attention particulière sur la méthodologie de maillage et les modèles de recombustion. Enfin, les résultats sont analysés : dans un premier temps, le signal calculé est comparé au signal mesuré, puis les images IR reconstruites à l'aide d'un post traitement avec ASTRE sont confrontées aux images IR. Enfin, le champ proche est examiné pour identifier les mécanismes conduisant à la formation de l'ODS, ainsi que pour qualifier l'interaction entre le jet supersonique en développement et l'ODS. Le cinquième chapitre est consacré au calcul du bruit de jet supersonique par une méthode hybride, mettant en œuvre une LES du champ proche et un calcul de rayonnement résolvant

les équations de Ffowcs Williams & Hawkings. Les conditions de la simulation sont choisies afin d'être représentatives du tir LP10-25. Puis les méthodes numériques sont présentées, en particulier la conception du maillage, et la prise en compte des réflexions acoustiques sur le sol. Les résultats aérodynamiques du champ proche sont présentés et comparés à des calculs de la littérature. Les résultats acoustiques en champ lointain sont analysés et comparés aux mesures. La contribution des réflexions acoustiques au sol sur le niveau de bruit total est évaluée. Cette méthode est ensuite adaptée au cas de l'ODS lors du chapitre 6 : pour cela, les modèles numériques du chapitre 4 sont appliqués au maillage défini au chapitre 5. La signature acoustique de l'ODS en champ lointain est alors comparée aux mesures. Puis, le champ proche est examiné et comparé aux résultats obtenus lors des calculs par approche directe : l'interaction du jet et de l'ODS ainsi que le développement du jet sont réexaminés. Finalement, l'influence de la résolution de la turbulence dans le cas de l'ODS est discutée.

Chapitre 1

Généralités

Планета есть колыбель разума, но нельзя вечно жить в колыбели.

La Terre est le berceau de l'humanité, mais on ne passe pas sa vie entière dans un berceau.

Constantin Tsiolkovski.

1.1 Généralités sur la propulsion fusée 18
1.1.1 Principes de la propulsion fusée 19
1.1.2 Technologies de la propulsion fusée 20
1.1.2.1 Le lanceur Ariane 5 21
1.1.2.2 Propulsion liquide 22
1.1.2.3 Propulsion solide 24
1.2 Généralités sur les moteurs à propergol solide 24
1.2.1 Combustion du propergol 26
1.2.1.1 Classification des propergols 26
1.2.1.2 Mécanismes de combustion 27
1.2.1.3 Vitesse de régression 29
1.2.2 Operculage 30
1.2.3 Allumage 30
1.2.4 Contrôle de la poussée 31
1.2.5 Instabilités de combustion 35
1.2.5.1 Instabilités acoustiques 35
1.2.5.2 Vortex shedding 36
1.3 Phénoménologie des jets supersoniques 36
1.3.1 Rappels de thermodynamique de l'écoulement dans une tuyère . . 37
1.3.2 Caractéristiques aérodynamiques des jets supersoniques 38
1.3.2.1 Jets parfaitement adaptés 39
1.3.2.2 Jets non parfaitement adaptés 40

1.4 Environnement acoustique au décollage d'un lanceur 43
1.4.1 Onde de souffle à l'allumage 43
1.4.1.1 Modèle de Broadwell & Tsu 45
1.4.1.2 Modèle de Ried & Scott 48
1.4.1.3 Modèle d'Ikawa & Laspesa 48
1.4.2 Génération du bruit dans les jets supersoniques 50
1.4.2.1 Production de bruit par le mélange turbulent 51
1.4.2.2 Génération de bruit par l'interaction choc / turbulence . . 54
1.4.2.3 Modélisation du bruit de jet supersonique 57
1.5 Conclusion 61

Ce chapitre a pour objectif de proposer au lecteur des notions de base permettant d'appréhender le cadre de l'étude ainsi que des notions plus complexes qui seront utilisées dans la suite. Les enjeux de la propulsion spatiale et les technologies déployées dans ce but sont abordés dans un premier temps. En particulier, l'intérêt de la propulsion solide par rapport à d'autres technologies est développé. Dans un second temps, le principe de ce mode de propulsion est détaillé, en insistant sur les problèmes inhérents à cette technologie. Dans un troisième temps, la phénoménologie du jet supersonique est présentée : un point est fait sur l'avancée des connaissances sur la structure aérodynamique des jets supersoniques. Enfin, l'environnement acoustique au décollage d'un lanceur est caractérisé en deux points. Le premier point est consacré aux travaux antérieurs portant sur le phénomène d'onde de souffle, et le second pont traite des avancées réalisées dans l'étude des mécanismes de génération du bruit de jet.

1.1 Généralités sur la propulsion fusée

La propulsion fusée est une méthode de propulsion utilisée dans des applications spatiales (lanceurs pour satellites, satellites, station orbitale) et militaires (missiles). Son utilisation dans le domaine spatial est justifiée par la grande quantité d'énergie à apporter à la charge utile pour sa mise sur orbite. En effet, cette opération demande à la fois d'atteindre la bonne altitude ainsi que la vitesse dite d'injection, permettant à la charge utile de se maintenir sur son orbite. Un aperçu des vitesses caractéristiques d'injection pour des orbites dont le périgée (point de plus basse altitude) se trouve à 200 km d'altitude est donné dans le tableau 1.1 [Couillard 2005]. Par exemple, pour mettre un satellite en orbite basse circulaire (200 km), le lanceur doit assurer la montée en altitude et porter la vitesse du satellite à 7,78 $km.s^{-1}$. La vitesse de libération, qui correspond à la vitesse minimale à atteindre pour s'échapper de l'attraction terrestre, est précisée à des fins de comparaison.

Vitesse d'injection ($km.s^{-1}$)	Apogée (km)	Type d'orbite
7,78	200	basse circulaire
8	1 000	basse
9,2	10 000	moyenne
10,2	36 000	géosynchrone
10,8	380 000	lune
11	∞	libération

TABLE 1.1 – Relation entre vitesse d'injection et orbite pour un périgée fixé à 200 km

1.1.1 Principes de la propulsion fusée

La propulsion spatiale est un domaine de recherche très actif car concurrentiel, et de nombreuses technologies sont à l'étude. Parmi toutes ces méthodes propulsives, on peut relever les tentatives de propulsion par impulsions nucléaires entreprises en Grande-Bretagne et aux États-Unis [Shipps 1964]. De petites charges nucléaires sont larguées sous le véhicule avant d'exploser à l'air libre. Une partie de la masse explosive rejoint le véhicule sous la forme d'un plasma très dense et très rapide et percute un large plateau métallique sous le lanceur. Ce dernier absorbe et lisse la quantité de mouvement du choc au moyen d'amortisseurs situés entre le lanceur et la plaque. En plus de problèmes éthiques liés à l'utilisation de détonations nucléaires répétées dans l'atmosphère, la faisabilité technique de cette méthode et son efficacité n'ont pas été démontrées. Finalement, le mode de propulsion le plus courant est dénommé propulsion fusée. Cette méthode fait appel au principe d'action réaction. En exerçant une poussée F sur le milieu extérieur en éjectant une masse propulsive, le milieu extérieur exerce par réaction une force de même amplitude, comme présenté sur le schéma de la figure 1.1. La poussée d'un moteur fusée est la résultante

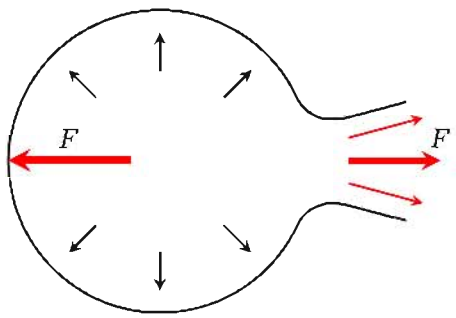


FIGURE 1.1 – Principe d'action réaction d'un moteur fusée

au changement de quantité de mouvement de la masse propulsive lors de son éjection. Ce changement correspond au produit de la vitesse relative d'éjection des gaz v_j par le débit de masse du moteur $\dot{m}$. À cette contribution, il faut ajouter les forces de pression. La force de poussée s'écrit :

$$F = \dot{m}v_j + (p_j - p_\infty)\mathcal{A}_j \tag{1.1}$$

où $\mathcal{A}_j$ est la section de sortie du moteur. La propulsion par moteur fusée dépend donc en premier lieu de la capacité des combustibles à générer une quantité de matière $\dot{m}$ importante éjectée à grande vitesse v_j. Actuellement, la plupart des lanceurs utilisent le même type de propulsion fusée, s'appuyant sur l'éjection de gaz à grande vitesse à l'arrière du véhicule au travers d'une tuyère.

1.1.2 Technologies de la propulsion fusée

Il existe plusieurs types de moteur fusée, classés selon la méthode utilisée pour accélérer la masse propulsive. Ils sont présentés par exemple dans l'ouvrage de Sutton et Biblarz [Sutton 2001]. Parmi ces méthodes se trouve la propulsion nucléaire, qui repose sur le chauffage d'un fluide propulseur (typiquement de l'hydrogène) par le biais d'une réaction nucléaire. L'énergie à fournir au fluide est dans le principe obtenue par fission, par décroissance radioactive d'isotopes [Bussard 1958], ou à terme par fusion. Cependant, la tenue thermique des matériaux actuels ne permet pas d'utiliser ces technologies. Une autre classe concerne les fusées thermiques solaires, qui reposent sur l'utilisation de l'énergie délivrée par le soleil et concentrée par un miroir parabolique pour chauffer un fluide propulseur (par ex. H_2). Cette technologie ne peut pas développer suffisamment de puissance pour permettre le décollage depuis la Terre, mais son application à la propulsion une fois dans l'espace est prometteuse. Enfin, la propulsion chimique, qui repose sur la combustion d'un carburant et d'un comburant (les ergols) pour générer des gaz à haute température. Cette technologie est la seule en utilisation, et se décline entre la propulsion dite solide, quand les ergols sont solides (poudre compacte), la propulsion liquide, la propulsion hybride (mélange d'ergols liquides et solides) et la propulsion gel. Les deux premières méthodes, les plus courantes, sont détaillées aux paragraphes 1.1.2.2 page 22 et 1.1.2.3 page 24.

Afin de comparer ces technologies, il est habituel d'utiliser comme critère de performance l'impulsion spécifique, notée I_{sp}. Elle correspond à la durée pendant laquelle une masse embarquée d'un kilogramme de carburant produit une poussée permettant de déplacer une même masse dans le champ gravitationel terrestre, ce qui se traduit par :

$$I_{sp} = \frac{F}{\dot{m}g_0} \tag{1.2}$$

où $g_0 \approx 9{,}81$ m.s^{-2} est l'accélération de la pesanteur. À poussée égale, plus l'impulsion spécifique d'un propulseur est grande, moins il consomme d'ergols. On recherche donc en général les ergols qui présentent la plus forte impulsion spécifique, car il est nécessaire de faire décoller la masse propulsive avec le lanceur. Ce problème fut abordé dès 1903 par C. Tsiolkovski [Tsiolkovski 1903], qui réfléchit au principe d'une fusée à ergols liquides capable de s'arracher de l'attraction terrestre. Il réussit à résumer dans une équation simple le lien entre l'accroissement de vitesse Δv de l'astronef lors d'une phase de propulsion et le rapport de sa masse initiale m_i à sa masse finale m_f :

$$\Delta v = v_j \ln\left(\frac{m_i}{m_f}\right) \tag{1.3}$$

Son étude a posé les jalons des fusées à étages, permettant de décomposer un tir en plusieurs phases d'accélération en se séparant au fur et à mesure d'éléments structurels propulsifs ayant épuisé leur ergol. Tous les lanceurs actuels sont ainsi multi-étages. On peut noter toutefois le projet Skylon du britannique Reaction Engines Limited qui cherche à mettre au point un lanceur mono-étage entièrement réutilisable afin de diminuer les coûts de mise en orbite.

1.1.2.1 Le lanceur Ariane 5

La figure 1.2 présente une vue éclatée du lanceur Ariane 5. Les trois étages du lanceur y sont représentés :

- l'étage à poudre (EAP) est constitué des deux moteurs à propergol solide (aussi appelés boosters) P230 SRM (pour *Solid Rocket Motor*) qui embarquent chacun 237 tonnes d'ergols, situés de part et d'autre du lanceur. Sa mission est de fournir la poussée nécessaire au décollage, en générant 90% de la poussée initiale. Il fonctionne pendant un temps relativement court, inférieur à deux minutes, avant de se séparer du corps du lanceur, pour un I_{sp} de 290 s ;
- l'étage principal cryotechnique (EPC) est constitué d'un réservoir de 250 tonnes d'oxygène liquide (LOX) et d'un réservoir de 25 tonnes d'hydrogène liquide (LH2), qui alimentent le moteur Vulcain 2. Afin de rester dans un état liquide, les ergols sont maintenus sous pression et à très basse température, ce qui donne le nom d'étage cryotechnique. Il fournit 10% de la poussée au décollage et assure l'ensemble de la propulsion après la séparation de l'EAP, pendant environ 530 s, procurant la plus grande partie de l'énergie cinétique requise pour la mise en orbite. Il produit une poussée modérée pendant un temps long, pour un I_{sp} d'environ 430 s ;
- l'étage supérieur cryotechnique (ESC) est équipé du moteur HM-7B et embarque 12 tonnes de LOX et 2,6 tonnes de LH2. Il assure l'injection de la charge utile sur l'orbite

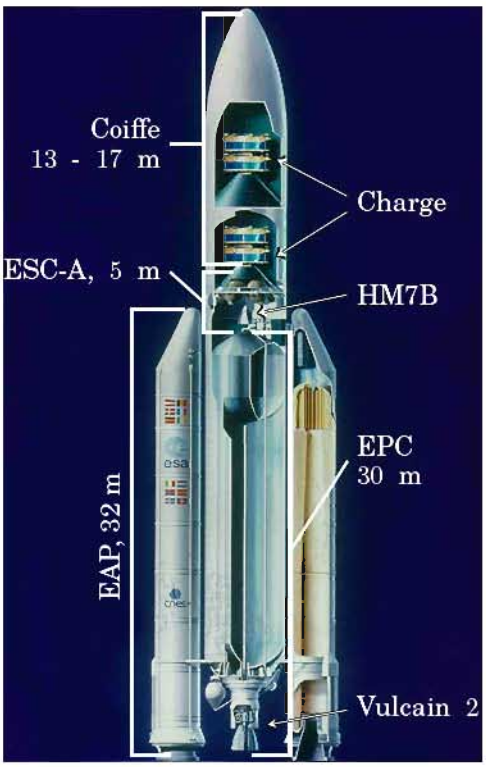


FIGURE 1.2 – Éclaté d'Ariane 5

visée, sa séparation et son orientation, et a un I_{sp} de 470 s.

Les impulsions spécifiques précisées ici s'entendent comme étant les impulsions spécifiques théoriques dans le vide. Ariane 5 utilise les deux méthodes principales de propulsion fusée, la propulsion liquide et la propulsion solide.

1.1.2.2 Propulsion liquide

La propulsion liquide consiste à générer des gaz à partir de la réaction chimique de deux liquides, un carburant et un comburant. À titre d'exemple, la figure 1.3 présente un schéma de principe d'un moteur fusée à ergols liquides. Le carburant, ici de l'hydrogène liquide LH2, est comprimé dans un turbocompresseur (C) et injecté en excès dans le générateur de gaz (GG) avec de l'oxydant, ici de l'oxygène liquide LOX, lui aussi sous haute pression. La combustion dans le générateur de gaz permet de produire l'énergie nécessaire au fonctionnement des deux turbopompes en détendant les produits de combustion dans une turbine (T). Les produits de combustion sont alors injectés dans la chambre de combustion (CC) du moteur avec de l'oxydant comprimé. La réaction exothermique produit des composés très chauds qui se détendent dans le divergent de la tuyère pour atteindre des vitesses supersoniques de l'ordre de 4 000 $m.s^{-1}$, assurant la poussée du moteur. Ce mode de propulsion est très complexe à mettre en œuvre : les deux turbopompes (alimentées

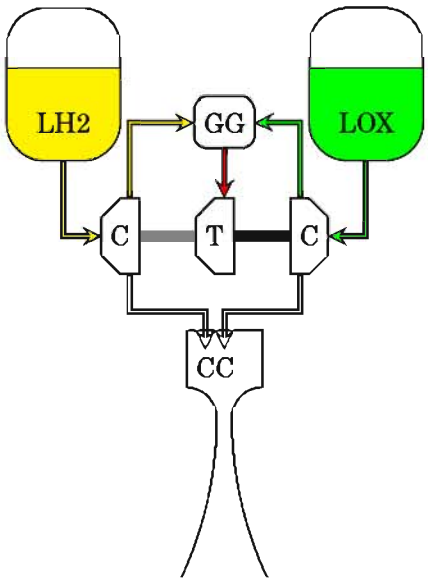


FIGURE 1.3 – Schéma du fonctionnement d'un moteur fusée à ergols liquides. C : compresseur ; T : turbine ; GG : générateur de gaz ; CC : chambre de combustion

par la turbine située en sortie du générateur de gaz) doivent développer des puissances de 4 à 6,6 MW pour le circuit LOX et de 10 à 20 MW pour le circuit LH2, et l'ensemble atteint des vitesses de rotation de l'ordre de 100 000 $tr.s^{-1}$; l'injecteur frontal de la chambre de combustion est composé de nombreux éléments coaxiaux ; l'allumage est assuré par un élément pyrotechnique situé dans le générateur de gaz qui permet d'entraîner les compresseurs. La propulsion liquide présente l'avantage de permettre la modulation de la poussée (par exemple, l'étendue de la plage de fonctionnement va de 60 à 100% pour le moteur liquide de la navette spatiale) et offre donc une grande flexibilité de gestion du plan de vol. Cependant, cette technologie présente quelques inconvénients.

Premièrement, elle ne permet pas de générer une poussée très importante : le lanceur Soyouz, qui repose exclusivement sur la propulsion liquide (kérosène/LOX), utilise ainsi quatre propulseurs en fagot autour du second étage, chacun étant composé de quatre moteurs, afin de générer la poussée nécessaire au décollage. Seul le moteur RS-68 équipant le lanceur Delta IV américain produit suffisamment de poussée pour assurer seul le décollage du lanceur dans sa version légère [Turner 2008]. Dans ses versions plus lourdes, des propulseurs d'appoint à ergols liquides sont adjoints au corps principal.

En second lieu, il est nécessaire d'utiliser un grand nombre d'éléments sensibles (pièces tournantes des turbopompes et de la turbine, électrovannes, injecteurs) qui sont autant de risques de panne. Enfin, le stockage des ergols liquides, lorsqu'il s'agit de LOX, et encore plus de LH2, nécessite la mise en place de réservoirs pressurisés et constamment refroi-

dis : pour le lanceur Ariane 5, il est nécessaire de recouvrir le corps de l'EPC d'une épaisse couche d'isolant thermique, ajoutant de la masse supplémentaire au décollage.

1.1.2.3 Propulsion solide

Les moteurs à propergol solide sont quant à eux de conception beaucoup plus simple. La génération de gaz est assurée par la combustion du propergol solide. Le terme propergol désigne un matériau énergétique contenant à la fois le comburant et le combustible. L'allumage se fait à l'aide d'un allumeur pyrotechnique, et la flamme se propage à l'ensemble de la surface du propergol. La combustion génère des gaz à haute température qui sont alors éjectés à grande vitesse au travers d'une tuyère. Ce type spécifique de propulseur fait l'objet d'une présentation plus détaillée dans la section suivante.

1.2 Généralités sur les moteurs à propergol solide

Dans le domaine aérospatial, les moteurs à propergol solide sont très appréciés pour leur performance et leur faible encombrement. En effet, les propergols solides sont par nature très denses, et génèrent donc pour un même volume embarqué une plus grande quantité de gaz propulsifs qu'un ergol liquide, ce qui se traduit par une diminution du poids de la structure. De plus, ces moteurs sont relativement faciles à installer, leur conférant une masse structurelle plus faible qu'un moteur cryotechnique. Enfin, leur fonctionnement ne requiert aucune pièce mobile, diminuant ainsi les risques de panne. Pour ces raisons, ce type de moteur reste une option privilégiée lors de la conception d'un lanceur :

- deux de ces moteurs équipent le lanceur Ariane 5 ;
- deux équipaient le lanceur permettant le décollage de la navette spatiale américaine ;
- ils sont aussi présents sur les lanceurs japonais H-IIA et H-IIB ;
- les trois premiers étages du lanceur Vega sont des moteurs à poudre.

Trois inconvénients principaux sont toutefois à noter. Premièrement, une fois le moteur allumé, il est impossible d'arrêter le processus. Pour le lanceur Ariane 5, la mise à feu du moteur Vulcain s'effectue 10 s avant l'allumage des EAP afin de vérifier son bon fonctionnement et d'arrêter la mission en cas d'anomalie. En second lieu, il est difficile d'asservir la poussée en temps réel, comme c'est le cas sur des moteurs équipés de vannes pour les ergols liquides ou gels. Enfin, leur mise en œuvre requiert un grand nombre de manipulations complexes :

- le mélange intime des composants ;
- le coulage dans les moules ;
- la cuisson ;

– la vérification par ultrason de l'homogénéité des pains de propergols.

Afin de réduire la complexité des manipulations, la charge de propergol dans le moteur est divisée en plusieurs segments. Une malaxée, c'est-à-dire une opération de mélange des composants, permet de produire suffisamment de propergol pour couler un segment pour chacun des moteurs des lanceurs, afin d'assurer une poussée identique des moteurs. Le lecteur est invité à consulter le dossier de vulgarisation préparé par A. Bellanova dans la revue du centre spatial guyanais [Bellanova 2006] qui détaille l'ensemble des opérations mises en œuvre autour des boosters lors de la préparation d'un tir.

La figure 1.4 est un schéma présentant une vue en coupe d'un moteur à propergol solide segmenté. Le propergol est ici organisé en trois segments, séparés par des inhibiteurs. Ces

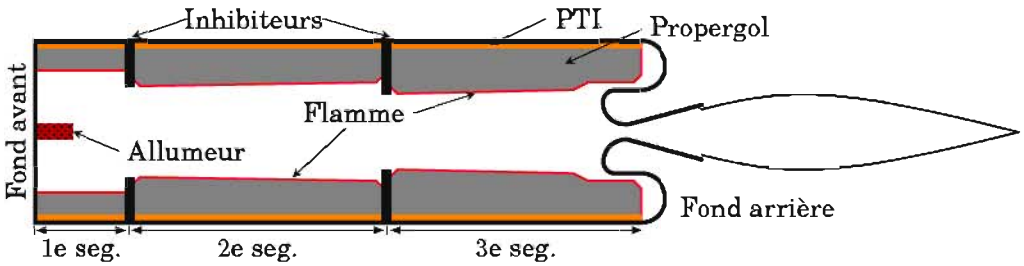


FIGURE 1.4 – Schéma d'un moteur fusée à propergol solide segmenté

derniers ont pour rôle d'assurer que la flamme ne se propage pas entre les segments, mais reste à la surface de chaque pain de propergol. L'allumage est assuré par l'allumeur situé au fond avant. La structure du moteur est généralement en acier, et doit donc être protégée des très hautes températures de la chambre de combustion (typiquement entre 1300 et 3000 K). Des protections thermiques internes (PTI) sont donc disposées autour de chaque pain afin de limiter le flux de chaleur transmis à la structure du moteur, que ce soit par convection (à la fin de la combustion) ou par radiation. La tuyère située au fond arrière laisse s'échapper les gaz de combustion sous forme d'un jet supersonique.

Afin de comprendre comment contrôler la poussée du moteur, le déroulement de la combustion d'un propergol solide est détaillé dans cette section. Dans un premier temps, les mécanismes de combustion sont brièvement introduits. La séquence d'allumage est ensuite détaillée, avant de donner des éléments sur le contrôle de la poussée. Enfin, les différents problèmes d'instabilité de combustion sont présentés.

1.2.1 Combustion du propergol

1.2.1.1 Classification des propergols

On peut diviser les propergols en deux familles suivant leur composition. La première famille, historiquement la plus ancienne, regroupe les propergols composés de nitrocellulose, une cellulose solide qui absorbe de la nitroglycérine liquide, ainsi que d'additifs. Ces propergols homogènes sont connus sous la dénomination de "double base". En effet, chacun de ces deux matériaux énergétiques réunit à la fois l'agent oxydant et l'agent réducteur. Leurs performances ne sont pas très importantes, mais ils sont généralement non fumigènes (hors présence d'additifs métalliques), ce qui a contribué à leur utilisation pour la conception de missiles tactiques. Il est possible d'augmenter leurs performances en ajoutant des cristaux renfermant de nombreux atomes d'oxygène par exemple. La seconde famille de propergol est connue sous la dénomination "composite". Ils sont typiquement composés d'une phase solide (cristaux d'oxydant et carburant) maintenue en place par une gomme synthétique, le liant (typiquement un polybutadiène), le tout formant un ensemble hétérogène. L'ajout de poudre métallique (de l'aluminium ou du fer par exemple) permet d'augmenter la densité du propergol ainsi que ses performances. Les propergols composites ont de bien meilleures performances [Sutton 2001] que les propergols double base, et sont largement utilisés pour les applications spatiales. L'appellation française d'un propergol composite répond à une nomenclature identifiant le liant, l'oxydant et le combustible employés :

- un préfixe pour le pré-polymère du liant :
  - buta- : polybutadiène (PBHT, PBAN) ;
  - iso- : polyuréthane ;
  - nitra- : liant nitré ;
  - plasto- : chlorure de polyvinyle ;
  - sili- : silicone ;
  - sulfu- : polysulfure ;
- un infixe d'une lettre pour l'oxydant :
  - -l- : perchlorate d'ammonium NH_4ClO_4 (PA) ;
  - -m- : hexogène (RDX) ou octogène (HMX) ;
  - -n- : nitrate d'ammonium NH_4NO_3 ;
  - -p- : perchlorate de potassium $KClO_4$;
- un suffixe désignant la charge métallique :
  - -abe : béryllium ;
  - -ane : aluminium ;
  - -ère : bore ;

· -ite : pas ou peu de métal.

À titre d'exemple, le propergol solide des boosters d'Ariane 5 est une buta-l-ane contenant 14% de liant [1], 68% de cristaux de PA (l'oxydant cristallisé) et enfin 18% de poudre d'aluminium (carburant) [Turner 2008]. Pour comparaison, les propulseurs d'appoint de la navette spatiale sont remplis d'une buta-l-ane composée à 14% de liant (du tripolymère polybutadiène - acide nitrique - acrylonitride PBAN, et de l'epoxy comme plastifiant), à 69,6% de PA, à 0,4% de catalyseur (oxyde de fer) et à 16% de poudre d'aluminium [Turner 2008].

Le choix d'une buta-l-ane PBHT/PA se justifie par les bonnes performances comparées aux autres propergols composites [Sutton 2001] :

- de meilleures performances qu'un composite PBAN/PA ;
- une conservation stable assurée sur une grande plage thermique ;
- un taux de régression contrôlé et modulable ;
- une combustion assez stable ;
- des propriétés physiques satisfaisantes ;
- une bonne connaissance ;
- un coût modéré.

Il présente cependant les inconvénients d'exiger une mise en œuvre complexe, d'être sensible à l'humidité ambiante, d'avoir une température de flamme élevée, d'être toxique et fumigène.

1.2.1.2 Mécanismes de combustion

Les principaux mécanismes impliqués dans la combustion d'un propergol solide de type butalane sont illustrés sur la figure 1.5, issue de [Lavergne 2004]. Le bas de la figure re-

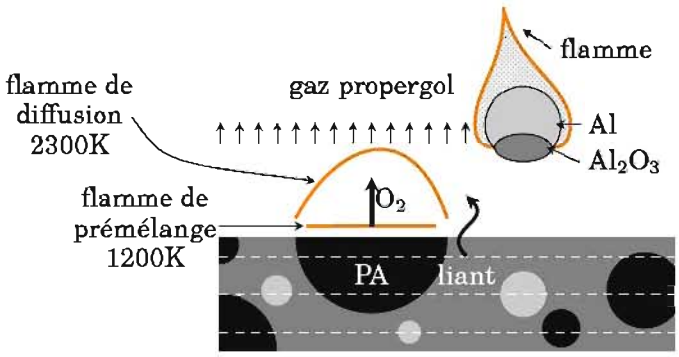


FIGURE 1.5 – Schéma de principe de la combustion d'un propergol solide

présente le bloc de propergol vu en coupe, dans lequel on trouve les grains de PA en noir et

1. Le liant d'Ariane 5 est constitué entre autre de PBHT, d'un plastifiant, l'azétate de diisooctyle (DOZ) et d'un agent de réticulation, l'isophorone diisocytane (IPDI)

les particules d'aluminium en gris clair. Le tout est maintenu en place par le liant en gris sombre. Quand la température du propergol est suffisamment élevée (entre 607 et 720K), les grains de PA se décomposent via les réactions exothermiques :

$$\begin{aligned} NH_4ClO_4 &\rightarrow NH_3 + HClO_4 \\ HClO_4 &\rightarrow HCl + 2O_2 \end{aligned} \tag{1.4}$$

Cette réaction se déroule sous la forme d'une flamme de prémélange excédentaire en dioxygène [Kubota 2002], en orange sur la figure 1.5. De son coté, le liant se sublime et se décompose en différents hydrocarbures par pyrolyse [Cai 2008], qui diffusent et réagissent à leur tour avec le dioxygène excédentaire du PA dans des flammes de diffusion à la surface du propergol avant de former les produits de combustion finaux à savoir CO, CO_2, H_2O, H_2, HCl et N_2 [Beckstead 1993].

L'atmosphère résultant de cette réaction est oxydante pour les particules d'aluminium. Ces dernières sont arrachées au propergol et se consument dans les gaz de combustion sous forme d'agrégats liquides en libérant un supplément d'énergie : l'aluminium s'évapore et se consume dans une flamme de diffusion entourant la goutte [Orlandi 2001], alors qu'une réaction d'oxydation se fait en surface et l'alumine ainsi formée migre par gravité dans le bas des gouttes pour former une calotte, qui est érodée par l'écoulement. La présence d'aluminium améliore ainsi significativement les performances du propergol car c'est un carburant dense. Cependant, la présence d'aluminium présente des inconvénients majeurs. Les résidus métalliques liquides issus de sa combustion sont transportés par l'écoulement, depuis le pain de propergol jusqu'à la tuyère. Leurs trajectoires sont résumées sur la figure 1.6. Une partie des gouttes traverse le col de la tuyère et est éjectée (chemin 1). Une seconde partie va impacter les parois à l'extérieur du nez de la tuyère, et s'agglomérer en flaque liquide sur le fond du moteur (chemin 2). Enfin, une troisième partie se retrouve piégée dans les recirculations dans le fond arrière du moteur, et finit par rejoindre la flaque d'alumine (chemin 3). Ainsi, quand les P230 SRM d'Ariane 5 retombent au sol, c'est environ 2 à 3 tonnes d'alumine qui sont piégées dans le fond arrière. Non seulement cette masse

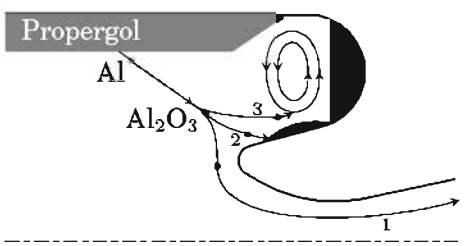


FIGURE 1.6 – Dépôt d'alumine dans le fond d'un moteur à propergol solide

ne participe pas à la poussée du moteur, exprimée par l'équation (1.1), mais elle reste en poids mort auquel il faut conférer de la quantité de mouvement, ce qui pénalise doublement l'ensemble du moteur.

1.2.1.3 Vitesse de régression

Les propergols sont caractérisés par leur vitesse de régression r, qui représente la vitesse la flamme progresse dans l'épaisseur du propergol, et est généralement exprimée en $mm.s^{-1}$. La masse de gaz générée par unité de temps est équivlante à la masse de propergol brûlée, qui peut s'écrire comme étant le produit de la surface de flamme $\mathcal{A}_b$ et de la vitesse de régression, ce qui donne un volume de propergol brûlé par unité de temps ; le tout étant multiplié par la densité du propergol solide ρ_p :

$$\dot{m} = \mathcal{A}_b v_b \rho_p \tag{1.5}$$

où $\mathcal{A}_b$ et v_b varient au cours du temps. La quantité de masse dégagée lors de la combustion dépend donc de la vitesse de régression d'une part, et de la surface de flamme d'autre part. La vitesse de régression d'un propergol dépend de la température de conditionnement du propergol, de la pression dans la chambre, et bien sûr de la nature du propergol [Beckstead 1993]. Par exemple, la vitesse de régression d'une butalane est plus élevée que celle d'une butanane. Elle est habituellement modélisée par une équation simple :

$$v_b = a p_c^n \tag{1.6}$$

où a est une constante empirique dépendant de la température de conditionnement et du propergol, et n un exposant indiquant la sensibilité de la vitesse de combustion à la pression dans la chambre p_c. Ces constantes doivent être mesurées expérimentalement pour chaque formulation de propergol. Pour cela, un morceau de propergol est dispodé dans une enceinte à pression contrôlée, dont un des côtés est équipé d'un hublot. Le propergol est allumé par sa partie supérieure, et la vitesse de combustion est mesurée visuellement. Cette opération est répétée pour plusieurs pressions de fonctionnement, et il est alors possible de déduire la constante a ainsi que l'exposant n en traçant l'équation (1.6) en espace log/log : $\ln v_b = \ln a + n \ln p_c$. Cependant, pour la plupart des propergols, cette modélisation du taux de régression est trop simple, les points de mesures s'écartant d'une droite [Sutton 2001]. La température de conditionnement influe quant à elle sur la constante a uniquement, et ceci plus ou moins suivant le propergol. Aussi, afin d'assurer la reproductibilité des tirs, les propergols peu sensibles à la température sont préférés, et les moteurs sont stockés dans une atmosphère contrôlée pendant un temps suffisamment long pour que l'ensemble du

propergol soit à une température uniforme et identique d'un tir à l'autre.

1.2.2 Operculage

Une fois le propergol installé dans le moteur, ce dernier est obstrué à sa sortie par un opercule d'aluminium pincé entre le col et le divergent de la tuyère. Cet opercule a pour fonction d'assurer une étanchéité parfaite de la chambre de combustion à l'air, à l'humidité et à la poussière. Il est prévu pour rompre lorsque la pression interne exerce une contrainte supérieure à une valeur de consigne. L'opercule des boosters d'Ariane 5 rompt lorsque la pression interne atteint 2 bar. Par ailleurs, afin d'assurer la solidité du booster pendant son transport, la chambre est maintenue en légère surpression.

1.2.3 Allumage

L'allumage d'un moteur à poudre est une phase délicate, qui met en œuvre un nombre important de phénomènes rapides et complexes. L'allumeur a pour fonction d'assurer la mise à feu de l'ensemble de la surface du propergol le plus rapidement possible, de manière uniforme et reproductible. Généralement, il s'agit d'une pièce pyrogène ou pyrotechnique, capable de générer une grande quantité de gaz chauds. La séquence d'allumage peut se décomposer en trois phases successives, représentées sur la figure 1.7 issue de [Sutton 2001].

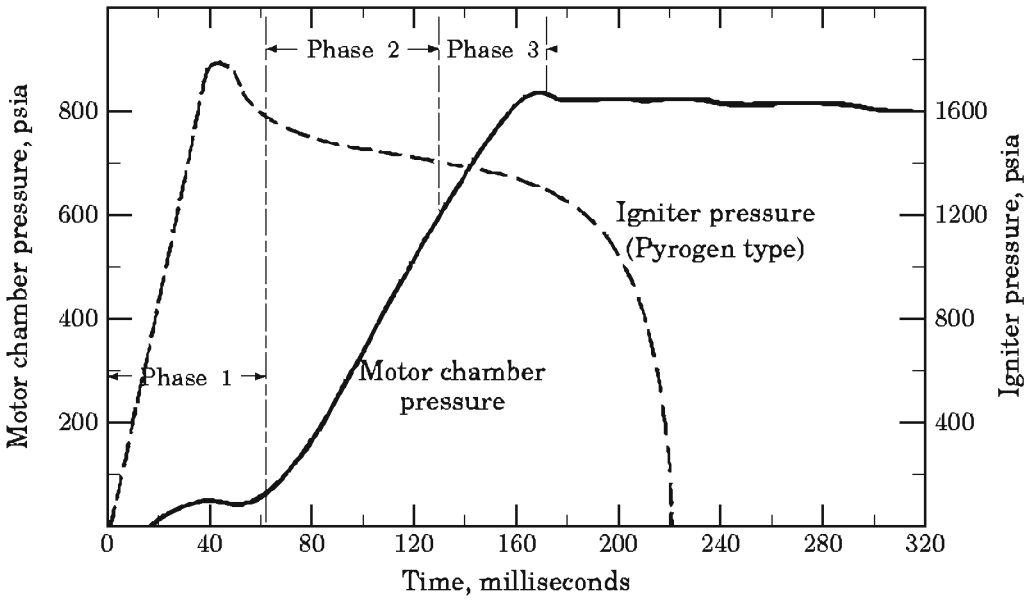


FIGURE 1.7 – Transitoire de pression dans la chambre à l'allumage d'un moteur à propergol solide typique. Le signal électrique de mise à feu est émis quelques millisecondes avant $t = 0$.

Ces trois phases sont :

1. le délai d'inflammation, entre le moment où l'allumeur est mis à feu (typiquement avec une impulsion électrique) et le moment où les premiers grains de propergol s'enflamment ;

2. la durée de propagation de flamme, qui correspond à la durée au bout de laquelle l'ensemble de la surface du propergol est enflammée ;

3. le délai de remplissage de la chambre, qui correspond à la durée au bout de laquelle la chambre à atteint sa pression d'équilibre et son débit nominal.

À la fin de la séquence d'allumage, la flamme doit pouvoir se maintenir par la seule combustion du pain de propergol.
La séquence d'allumage met en jeu tous les types de transfert thermique : convection des gaz chauds, conduction à travers la poudre et transfert radiatif des gaz chauds au pain de propergol. Le transfert radiatif peut même être un processus dominant du transfert thermique au sein du moteur [Cho 2000]. Afin d'accélérer le processus, deux solutions sont possibles. Une première consiste à équiper l'allumeur de petites tuyères orientées vers le propergol, afin de faire impacter les gaz chauds à très haute vitesse sur la poudre. La seconde solution consiste à utiliser des allumeurs qui génèrent des résidus métalliques projetés dans le propergol. Ces résidus enflamment localement la poudre, sans avoir à attendre le transport de la phase gazeuse.
En disposant des capteurs de contrainte annulaires à plusieurs sections autour d'un petit moteur à propergol solide, Salita [Salita 2001] a mis en évidence la propagation d'un choc entre le fond avant et le fond arrière. L'expansion très rapide des gaz de l'allumeur agit comme un piston dans l'enceinte du moteur, générant cette onde de choc. La figure 1.8 trace les historiques de pression de différents capteurs en fonction du temps, obtenus à partir de capteurs de contrainte. On y aperçoit des pics à intervalles réguliers, qui reflètent la propagation d'une onde de choc d'un capteur au suivant à une vitesse constante de 478 $m.s^{-1}$ ainsi que sa réflexion.

1.2.4 Contrôle de la poussée

Afin de moduler la poussée au cours du temps, il faut contrôler le débit de gaz généré. L'équation (1.5) indique qu'il faut alors soit influer sur la vitesse de régression du propergol, soit sur la surface. La composition d'un pain de propergol étant uniforme, sa vitesse de régression ne dépendra à un instant t que de la pression dans la chambre, comme indiqué par l'équation (1.6). Un bilan de masse sur le moteur montre que la variation de masse de gaz dans la chambre est la résultante de la production de gaz par le propergol moins les

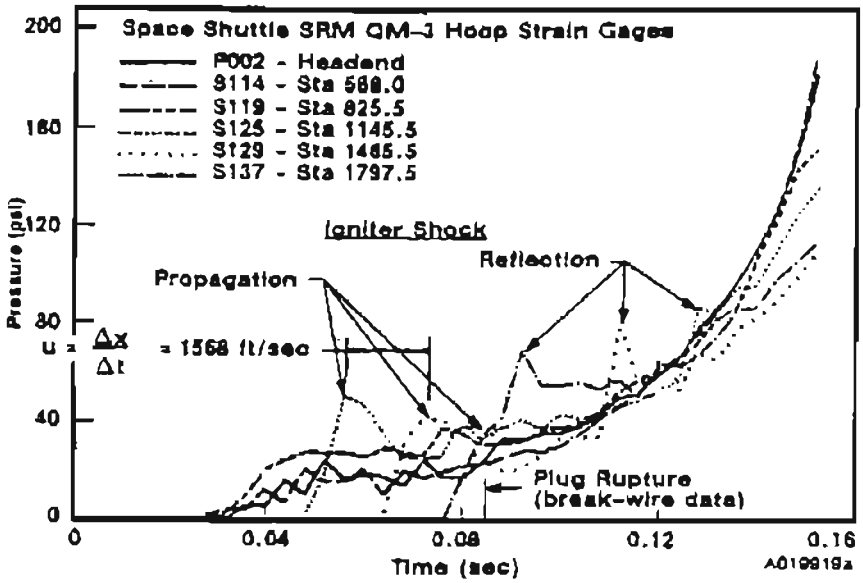


FIGURE 1.8 – Contrainte en fonction du temps en plusieurs positions le long d'un booster lors de sa mise à feu, issue de [Salita 2001]

gaz expulsés à travers la tuyère, ce que l'on peut écrire :

$$\frac{\mathrm{d}\rho_c V_c}{\mathrm{d}t} = \underbrace{\mathcal{A}_b v_b \rho_p}_{(1)} - \underbrace{\frac{\mathcal{A}^*}{c^*} p_c}_{(2)} \tag{1.7}$$

où ρ_c est la masse volumique des gaz dans la chambre de combustion, V_c le volume gazeux de la chambre, qui augmente au cours du temps, $\mathcal{A}^*$ est la section du col de la tuyère, p_c la pression dans la chambre et c^* la vitesse caractéristique de la tuyère définie à l'équation (1.16). Le terme de gauche de l'équation (1.7) correspond à la variation de masse de gaz de propergol dans la chambre. Le terme (1) correspond à la quantité de gaz générée par la combustion du propergol, donnée par l'équation (1.5). Le terme (2) correspond au débit de masse qui passe par le col de la tuyère, d'après les équations 1D isentropiques, donné par l'équation (1.15). La génération de gaz fait apparaître la vitesse de régression v_b, qui est une fonction de la pression de la chambre à la puissance n, comme indiqué par l'équation (1.6). Le débit sortant est quant à lui directement fonction de la pression chambre. Une valeur de l'exposant n inférieure à 1 assure que le débit de gaz quittant la tuyère augmente plus vite que la génération, évitant la divergence du système. Des valeurs typiques pour l'exposant n varient entre 0,3 et 0,7 [Turner 2008].

Une fois la composition du propergol déterminée, c'est en modifiant la surface disponible à la combustion que l'on peut programmer la courbe de poussée du moteur. Le paragraphe 1.2.1.2 page 27 montre comment le propergol est consumé par tranches successives

dans son épaisseur. Généralement, les moteurs ont une section circulaire avec au centre un canal, à la paroi duquel la flamme se développe, qui conduit les gaz jusqu'à la tuyère. La flamme avance progressivement vers les parois, perpendiculairement à la surface du propergol. En faisant varier la géométrie de la section du canal, on peut alors contrôler l'évolution de la surface disponible à la combustion, et donc la pression dans la chambre. Pour cela, lors de la coulée du propergol, il est possible d'utiliser des noyaux de formes différentes : conique, cylindrique, étoilée, *moon burner*, *C-shaped*, *dog bone* ou encore en dendrites. Le schéma visible en figure 1.9 permet d'appréhender l'effet de la disposition du propergol sur la montée en pression pour trois formes classiques de propergols : un cœur conique, un cylindrique et un étoilé. Chaque courbe se décompose en trois temps, comme

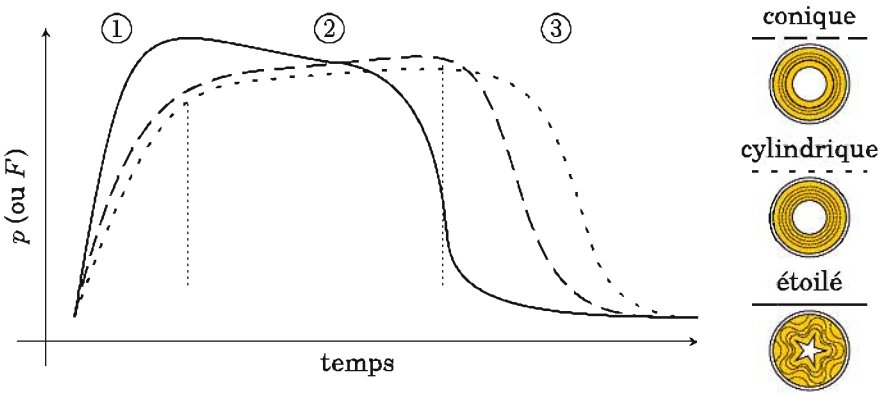


FIGURE 1.9 – *Gauche :* montée en pression d'un moteur à propergol solide pour un chargement conique, cylindrique ou étoilé ; *droite :* vue en coupe des canaux des propergols avec les surfaces de combustion successives en pointillés, chacune séparée d'un court laps de temps

indiqué pour la courbe du pain cylindrique de la figure 1.9 :

1. l'allumage (*cf.* sec. 1.2.3) ;
2. la combustion nominale, pendant laquelle le front de flamme consume le propergol sans rencontrer les parois du moteur ;
3. la fin de la combustion, lorsque la flamme atteint les parois du moteur, la production de gaz chute alors très rapidement.

Les figures de droites permettent de suivre l'évolution de la surface de combustion à mesure que la flamme consomme la poudre. Les formes avec des ramifications (étoilé avec 5, 7 ou 9 branches, dendrite ou encore *dog bone*) ont une très grande surface disponible dès l'allumage, et procurent ainsi un temps de montée en pression du moteur très court. Puis rapidement, les branches sont consumées et la surface diminue, entraînant une chute de la pression. La durée de combustion est courte et la pression maximale atteinte est élevée.

En revanche, un pain avec un canal cylindrique ou conique offre une surface en constante augmentation, jusqu'à consommation totale du propergol. Les canaux coniques présentent surtout un avantage lors de la conception du pain de propergol, le noyau étant plus facile à retirer que sur un bloc cylindrique. On classifie ainsi les évolutions de pression en trois groupes :

- les combustions progressives, pour lesquelles la surface de combustion et la pression augmentent pendant la durée de combustion (noyaux cylindriques ou coniques par exemple) ;
- les combustions neutres, pour lesquelles la surface de combustion et la pression sont constantes pendant la combustion (un cylindre brûlant par ses faces interne et externe par exemple) ;
- les combustions régressives, pour lesquelles la surface de combustion et la pression décroissent pendant la combustion (noyau étoilé, dendrite).

Afin de programmer précisément la poussée du moteur, il est courant de donner aux segments une géométrie différente. Trois segments sont utilisés dans les boosters d'Ariane 5 : le segment avant est étoilé, pour permettre une mise en pression rapide, et les deux autres sont coniques. Les boosters de la navette spatiale, qui embarquent deux fois plus de propergol, étaient composés de quatre segments. Dans les deux cas, la forme des canaux est étudiée pour diminuer la poussée des moteurs pendant la période de contrainte de vol la plus importante, *i.e.* quand le lanceur subit les plus fortes contraintes dynamiques (portance et traînée). Le chapitre 5 de la référence [Turner 2008] traite du calcul des contraintes dynamiques et de l'adaptation du plan de vol pour minimiser les charges.

Contrairement aux essais de combustion de propergol en laboratoire, lors d'un tir de moteur, l'écoulement à la paroi a une vitesse tangentielle importante. La longueur importante du moteur permet aux gaz d'accélérer dans le canal, pour atteindre une vitesse importante à l'entrée de la tuyère. Les conditions environnantes en fond avant et en fond arrière sont donc assez différentes : les gaz sont relativement immobiles en fond avant, et en déplacement en fond arrière. De plus, ils apportent constamment de l'énergie à la flamme en fond arrière. Ceci entraîne une combustion plus rapide en fond arrière, et donc une consommation plus importante de propergol, qui s'épuisera plus vite qu'en fond avant : il s'agit de combustion érosive. Si ce phénomène n'a pas été anticipé, il peut causer une baisse de poussée, ou une défaillance de la structure. Afin d'y remédier, le canal a une section conique qui va en s'élargissant à l'approche de la tuyère. Le volume plus important permet de diminuer la vitesse de l'écoulement, et ainsi de minimiser les effets de la combustion érosive.

1.2.5 Instabilités de combustion

Lors d'un tir de moteur à propergol solide, de nombreuses instabilités de combustion peuvent se mettre en place :

- des instabilités de nature acoustique ;
- des instabilités dites hydrodynamiques (détachements tourbillonnaires).

1.2.5.1 Instabilités acoustiques

Un moteur se comporte comme une cavité résonnante dans laquelle la combustion est une source acoustique potentielle. Il s'agit en fait de la réponse du propergol aux instabilités acoustiques de la chambre : la libération d'énergie étant dépendante entre autre de la pression. Suivant la fréquence, la combustion peut entretenir et amplifier la perturbation [Sutton 2001]. Lorsque ces instabilités sont en place dans le moteur, elles augmentent le transfert thermique aux surfaces en combustion, à la tuyère et aux parois du moteur. La vitesse de régression, la pression interne et la poussée s'en trouvent augmentées, aux dépens de la durée de la combustion. De plus, l'augmentation de la poussée peut remettre en cause le plan de vol prévu et conduire à l'échec de la mission. Par ailleurs, dans le cas d'instabilités suffisamment puissantes et sur des durées prolongées, elles peuvent entraîner une défaillance de la structure. Les concepteurs de la chambre de combustion doivent donc y porter une attention particulière.
On distingue plusieurs types d'oscillations acoustiques. Des ondes transversales et longitudinales d'une part, qui peuvent apparaître spontanément. Elles apparaissent pendant la combustion, et disparaissent à mesure que la géométrie du volume creux change. La fréquence d'oscillation semble être fonction de la géométrie du volume creux dans la chambre [Sutton 2001]. D'autre part, un mode de résonnateur d'Helmholtz basses fréquences (inférieures à 150 Hz, parfois 1 Hz), aussi noté mode L^*. Ce mode est caractérisé par une oscillation de pression uniforme dans le volume. L'apparition et la disparition de ces ondes acoustiques résultent de la compétition entre des facteurs les favorisant et les amortissant. Parmi les phénomènes qui contribuent à l'amortissement des instabilités de combustion, on peut noter :

- l'amortissement visqueux par les couches limites aux parois ;
- l'amortissement par les particules et gouttelettes en suspension dans l'écoulement ;
- l'évacuation de l'énergie par la tuyère, pour les ondes ayant une composante longitudinale ;
- l'absorption due à la viscoélasticité du propergol, des protections thermiques et même de la structure en acier.

La réduction et le contrôle de ces instabilités se font pendant la phase de développement du moteur. Si un mode sensible est identifié, une modification de la disposition du propergol (inter segments, géométrie du canal) peut être envisagée, afin d'éloigner les fréquences de résonance des fréquences sensibles. On peut aussi intervenir sur la composition du propergol, en particulier sur la granulométrie des additifs. En dernier recours, on peut alors ajouter des pièces mécaniques destinées à modifier les fréquences de résonance, au prix de l'apparition éventuelle d'un problème de transfert thermique ou d'érosion par exemple.

1.2.5.2 Vortex shedding

Ces instabilités ont pour origine des détachements tourbillonnaires périodiques (*vortex shedding*) dus aux discontinuités dans la forme du chargement (inter segments, *slots*, marches) et aussi à l'instabilité propre de l'écoulement à forte injection pariétale (dégagement de gaz par la combustion du propergol à la paroi). Ces instabilités peuvent se coupler avec les modes acoustiques longitudinaux de la chambre et provoquer des vibrations de la structure. Ces structures tourbillonnaires peuvent être causées par [Dotson 1997, Casalis 1998, Fabignon 2003, Chedevergne 2012, Boyer 2013] :

- la forme du pain de propergol : *vortex-shedding d'angle* ;
- la présence d'un obstacle : *vortex-shedding d'obstacle* (il s'agit typiquement d'un inter segment annulaire inhibiteur) ;
- le développement instationnaire de la couche limite à la paroi : *vortex-shedding pariétal*.

De nombreuses études ont pour objet ces instabilités, par exemple [Vuillot 1995], qui étudie par la simulation numérique les phénomènes de *vortex-shedding*. L'analyse numérique a permis par la suite de mettre en évidence le *parietal vortex-shedding* [Lupoglazoff 1996], en comparant des résultats de simulation à des mesures sur des moteurs à échelle réduite. L'un des remèdes possibles consiste à inhiber certaines surfaces, ou de changer la géométrie de l'installation, afin d'agir sur la génération des instabilités pariétales.

Cette section a fait un tour non exhaustif des phénomènes physiques à l'intérieur des moteurs à propergol solide. La prochaine section traitera des phénomènes à l'extérieur du moteur, à savoir le jet supersonique sur-détendu.

1.3 Phénoménologie des jets supersoniques

Afin d'améliorer la poussée, une tuyère convergente divergente est installée à la sortie d'un moteur, permettant d'augmenter la vitesse des gaz. La tuyère convertit l'énergie thermique du gaz en énergie cinétique : l'écoulement augmente sa vitesse à mesure que la

température et la pression chutent.

1.3.1 Rappels de thermodynamique de l'écoulement dans une tuyère

Ces rappels sont largement détaillés dans la littérature, et le lecteur désireux d'approfondir ces points est invité à consulter la référence [Anderson 1982] par exemple. Les équations qui sont reportées dans la suite sont valables sous la condition de quelques hypothèses. Tout d'abord, la détente dans la tuyère se réalise de manière isentropique, c'est-à-dire adiabatique et réversible. Ceci implique qu'il n'y a pas de combustion lors de l'écoulement au travers de la tuyère. La seconde hypothèse porte sur le caractère uniquement 1D de l'écoulement (vitesse uniforme sur la hauteur de la tuyère, impliquant entre autres l'absence de décollement). Sous ces hypothèses, la conservation de l'énergie entre un point d'arrêt, indicé t, de vitesse $v = 0$ et de température T_t, et un point quelconque de l'écoulement (v, T) s'écrit alors :

$$C_p T + \frac{v^2}{2} = C_p T_t \tag{1.8}$$

où $C_p = \gamma r/(\gamma - 1)$. Le rapport entre la température et la température totale s'écrit :

$$\frac{T_t}{T} = 1 + \frac{v^2}{2TC_p} \tag{1.9}$$

En introduisant le nombre de Mach $M = v/c$, où $c = (\gamma p/\rho)^{1/2}$ est la vitesse du son, il arrive :

$$\frac{T_t}{T} = 1 + \frac{M^2 c^2}{2TC_p} \tag{1.10}$$

Or, dans l'hypothèse d'un gaz parfait $c = (\gamma r T)^{1/2}$, il vient :

$$\frac{T_t}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \tag{1.11}$$

Et, toujours dans le cas d'une détente isentropique, la quantité $pT^{\gamma-1}$ se conserve le long d'une ligne de courant. La relation (1.11) s'écrit alors :

$$\frac{p_t}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)} \tag{1.12}$$

Une équation similaire est immédiate pour la masse volumique :

$$\frac{\rho_t}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{1/(\gamma-1)} \tag{1.13}$$

À partir des équations (1.11), (1.12), (1.13) et de la conservation du débit massique $\dot{m} = \rho v \mathcal{A}$ entre la section au col et à la sortie de la tuyère, on peut écrire une relation entre le nombre de Mach de l'écoulement en sortie de la tuyère et le rapport de sections entre la sortie et le col :

$$\frac{\mathcal{A}_j}{\mathcal{A}^*} = \frac{M^*}{M_j}\left(\frac{1+(\gamma-1)/2\, M_j^2}{1+(\gamma-1)/2\, M^{*2}}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{1.14}$$

Une tuyère amorcée présente à son minimum de section $M^* = 1$. La relation (1.14) montre que le rapport de sections et la valeur de γ déterminent le nombre de Mach en sortie de tuyère, qui est donc indépendant du rapport de la pression extérieure à la pression d'arrêt. Les valeurs des rapports de pression, de masse volumique et de température dans le plan de sortie de la tuyère peuvent alors être calculées à partir de la connaissance de la valeur du nombre de Mach. Les valeurs d'arrêt, assimilables au premier ordre aux valeurs dans la chambre, soit $T_t = T_c$, $p_t = p_c$ et $\rho_t = \rho_c$, permettent alors de définir les grandeurs dans le plan de sortie tuyère, en particulier les grandeurs d'intérêt pour la propulsion : la pression ainsi que la vitesse d'éjection des gaz. Enfin, le débit au travers du col d'une tuyère s'écrit :

$$\dot{m} = \frac{\mathcal{A}^*}{c^\star} p_c \tag{1.15}$$

avec $c^\star$ la vitesse caractéristique, une fonction dépendant de la nature du gaz de propergol et de la température dans la chambre :

$$c^\star = \frac{\sqrt{\gamma r T_c}}{\Gamma(\gamma)} \tag{1.16}$$

avec :

$$\Gamma(\gamma) = \gamma\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{1.17}$$

La vitesse caractéristique est une mesure de l'énergie libérée par la combustion. Elle est élevée lorsque la température de fin de combustion est grande, et lorsque le nombre de moles de gaz est élevé. Sa valeur permet d'évaluer les combustibles car elle reste relativement indépendante des caractéristiques de la tuyère. La vitesse caractéristique peut être reliée à la vitesse d'éjection des gaz.

1.3.2 Caractéristiques aérodynamiques des jets supersoniques

Les jets de propulseurs de lanceurs spatiaux présentent généralement un nombre de Mach de sortie de l'ordre de 3 à 4, pour des conditions génératrices à haute pression et haute température. De plus, le paragraphe 1.2.1.2 page 27 a montré qu'ils étaient composés d'espèces susceptibles de réagir avec l'oxygène de l'air. L'utilisation de jets super-

soniques dans un nombre croissant d'applications a rendu leur étude incontournable. L'aérodynamique des jets supersoniques a donc fait l'objet de nombreuses études expérimentales [Anderson 1955, Eggers 1966, Nagamatsu 1969, Lau 1979, Koria 1984] ou numériques [Dash 1993, Saddington 2004] par exemple. Cette section a pour objectif de présenter l'état de l'art des connaissances de l'aérodynamique des jets supersoniques. Dans un premier temps, l'aérodynamique des jets supersoniques adaptés est détaillée, et les jets supersoniques non adaptés sont décrits dans un second temps.

1.3.2.1 Jets parfaitement adaptés

Lorsque la pression statique dans l'écoulement supersonique en sortie de tuyère p_j est égale à la pression statique atmosphérique p_∞, le jet est dit *adapté*. La structure aérodynamique est très proche de celle d'un jet subsonique et est schématisée sur la figure 1.10. L'écoulement peut être divisé en quatre zones principales. Le cône potentiel (1), aussi ap-

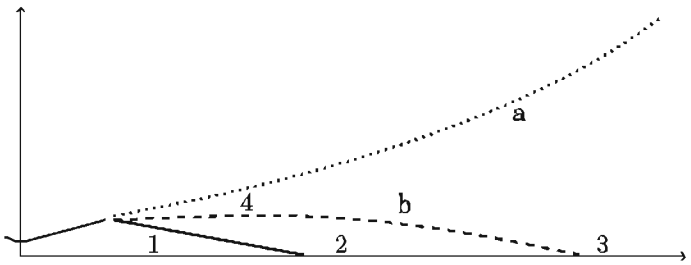


FIGURE 1.10 – Structure aérodynamique d'un jet rond supersonique adapté. 1 : cône potentiel. 2 : zone supersonique. 3 : zone turbulente pleinement développée. 4 : couche de mélange. a : demi-largeur du jet. b : ligne sonique

pelé cœur potentiel, est caractérisé par une vitesse axiale moyenne constante et égale à la vitesse d'éjection v_j. Au delà, l'écoulement est toujours supersonique mais sa vitesse diminue, il s'agit de la zone supersonique (2), délimitée par la ligne sonique (b). Le mélange avec le milieu extérieur se met en place dans la couche de mélange (4) en périphérie du jet et accroît la demi-largeur du jet (a). La demi-largeur est définie comme la position radiale à laquelle la vitesse moyenne de l'écoulement est égale à la moitié de la vitesse moyenne à l'axe, pour un écoulement dans un environnement au repos. Comme pour un jet subsonique, le jet supersonique possède en aval du cône potentiel une région où la turbulence est pleinement développée (3) et où le champ moyen est auto-similaire [Lau 1979].

Le cône potentiel est caractérisé par sa longueur à l'axe, L_c. Cette longueur augmente avec le nombre de Mach de sortie [Nagamatsu 1969, Kudryavtsev 2004] mais diminue lorsque la température augmente [Seiner 1992]. Une relation empirique est proposée par Lau *et al.* [Lau 1979] reliant la longueur du cœur potentiel au nombre de Mach de sortie

pour un jet froid :

$$L_c/D_j = 4{,}2 + 1{,}1M_j^2 \tag{1.18}$$

Cette longueur s'entend pour des jets adaptés isothermes ayant un nombre de Mach de sortie compris entre 0,3 et 1,4.

1.3.2.2 Jets non parfaitement adaptés

Lorsque la pression statique en sortie de tuyère n'est pas égale à la pression atmosphérique, le jet est dit *non parfaitement adapté*. Afin de s'équilibrer avec le milieu ambiant, le jet va alors subir une série de chocs et de détentes. Une très bonne synthèse est disponible dans l'ouvrage de Simmons [Simmons 2000]. Si $p_j < p_\infty$, il s'agit d'un jet dit *sur-détendu*, qui subit alors d'abord un choc, avant d'être détendu au travers d'un éventail de détente. Dans le cas contraire, $p_j > p_\infty$, le jet est dit *sous-détendu*, et le jet subit dans un premier temps une détente, puis un choc de recompression. Ce dernier se réfléchit sur la surface libre de la couche de mélange pour donner des ondes de détente. Une série de chocs et de détentes de plus en plus faibles se met ainsi en place, jusqu'à l'adaptation du jet à la pression atmosphérique. Une illustration d'un réseau de chocs dans un jet sous-détendu est présentée sur la figure 1.11, réalisée par B. André et T. Castelain [André 2009]. Il s'agit d'une Schlieren d'un jet supersonique issu d'une tuyère convergente ($M_j = 1$) présentant un nombre de Mach adapté $M_a = 1{,}55$ et un rapport de détente $NPR = p_t/p_j = 4$. La

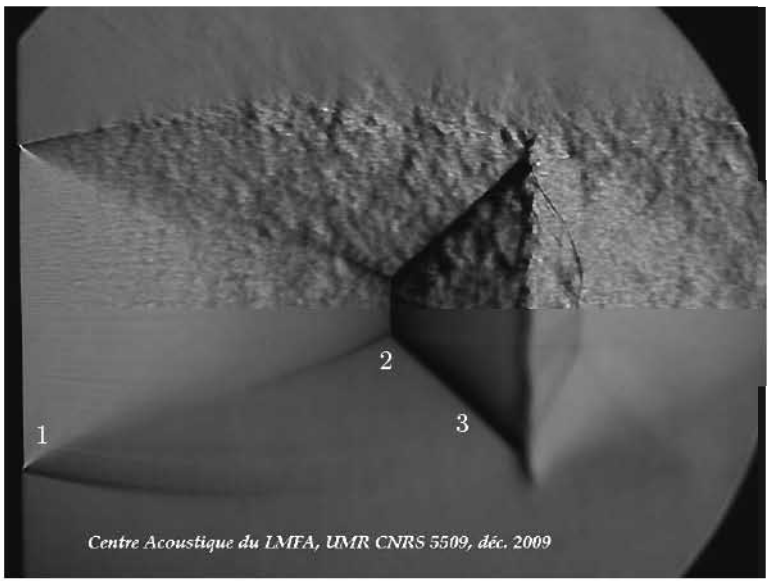


FIGURE 1.11 – Structure aérodynamique d'un jet supersonique non adapté (sous-détendu). Haut : écoulement instantané. Bas : écoulement moyen. 1 : faisceau de détente. 2 : choc droit. 3 : choc oblique.

Schlieren, ou strioscopie, est un procédé qui consiste à prendre des photos d'un écoulement éclairé par une source quasi ponctuelle. Les rayons lumineux non déviés par l'écoulement sont éliminés à l'aide d'un couteau, ce qui permet d'obtenir une image dont le contraste est proportionnel à la dérivé d'ordre 1 de l'indice de réfraction, qui dépend des variations de masse volumique, et donc de température et de pression.
La partie supérieure de la Schlieren présentée est un instantané (en négligeant le temps de pose) et la partie inférieure est une moyenne réalisée sur 1000 clichés. Au travers du faisceau de détente (1), le jet augmente sa vitesse et diminue sa pression statique. L'écart avec la pression ambiante est très important au centre, et cause l'apparition d'un choc fort, le disque de Mach (2). En aval de ce dernier, l'écoulement est subsonique, et la pression et la température sont élevées. L'écart avec la pression ambiante est plus faible plus loin de l'axe, et des chocs obliques (3) permettent une adaptation de l'écoulement supersonique. Ces chocs obliques se réfléchissent sur la couche de mélange entourant le jet, et se transforment alors en faisceaux de détente.
Afin de comparer les jets non adaptés et les jets adaptés, il est courant de calculer les valeurs des grandeurs du jet dans le cas où la tuyère présente un rapport de sections tel que le jet soit adapté pour une même pression d'arrêt. La valeur du nombre de Mach en sortie M_a s'écrit alors :

$$M_a^2 = \frac{2}{\gamma - 1}\left(\frac{p_t}{p_\infty}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) \tag{1.19}$$

Pour obtenir ces conditions, la tuyère doit avoir un diamètre de sortie D_a pour un col de même diamètre D^* :

$$\left(\frac{D_a}{D^*}\right)^2 = \frac{1}{M_a}\left[\frac{2}{\gamma+1}(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_a^2)\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{1.20}$$

Un jet supersonique non adapté voit son cœur potentiel perturbé par la série de chocs et décompressions. De ce fait, la relation de Lau n'est plus valable. Nagamatsu & Horvay [Nagamatsu 1970] livrent une autre relation empirique quant à la longueur du cœur potentiel, pour des jets non adaptés :

$$L_c/D_j = 5{,}22M_j^{0,9} + 0{,}22 \tag{1.21}$$

ainsi qu'une formule pour la longueur L_s de la zone supersonique dans cette même référence :

$$L_s/D_j = 5M_j^2 + 0{,}8 \tag{1.22}$$

Cependant, une seconde relation est utilisée par la NASA pour calculer la longueur du cône potentiel [Eldred 1971] :

$$L_c/D_a = 3{,}45(1 + 0{,}38M_a)^2 \tag{1.23}$$

Cette nouvelle relation est déterminée de manière analytique [Eldred 1963, Potter 1966], et est bien corroborée par les mesures sur des jets supersoniques chauffés et des moteurs fusée chimiques [Anderson 1955] tirant dans un environnement au repos, comme indiqué sur la figure 1.12.

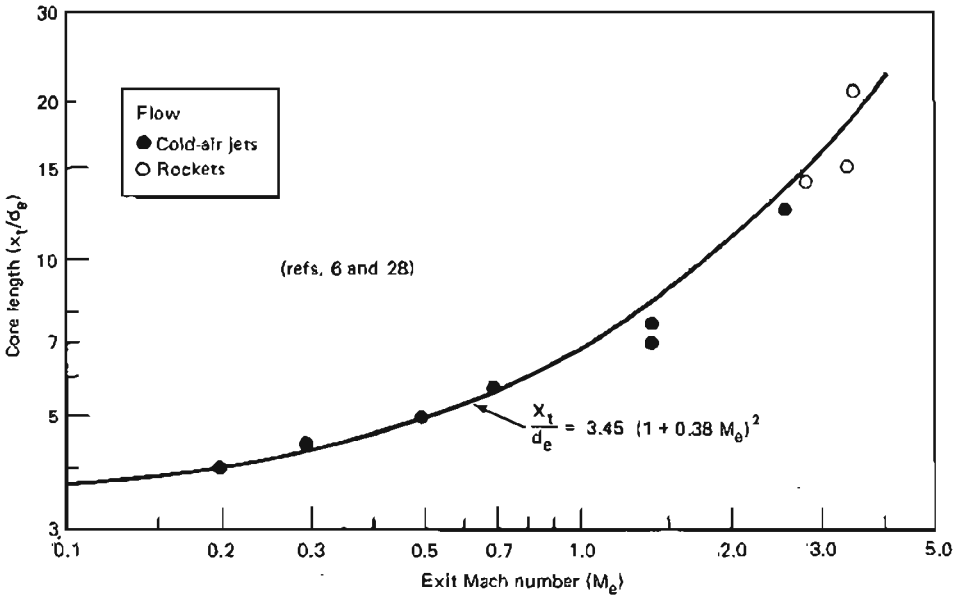


FIGURE 1.12 – Longueur du cône potentiel pour des jets froids et des moteurs fusée de composition chimique standard en fonction du nombre de Mach de sortie adapté [Eldred 1971].

De nombreuses études ont cherché à déterminer la structure du réseau de chocs des jets supersoniques non adaptés. Pack [Pack 1948] propose une approche basée sur la méthode des caractéristiques afin de déterminer l'organisation du réseau de choc. Les chocs et les ondes de détente se réfléchissent sur l'axe du jet et sur la ligne de glissement caractérisée par une pression statique moyenne égale à la pression atmosphérique [Adamson 1959, Love 1959]. Une seconde approche, plus couramment utilisée, décompose la structure quasi-périodique par une transformée de Fourier de l'écoulement moyen. Ce dernier est modélisé par un jet rond entouré d'une couche de cisaillement infiniment mince (*vortex sheet*) [Prandtl 1904, Pack 1950]. Une interprétation possible des résultats obtenus par cette approche est que le jet agit comme un guide d'onde pour les perturbations générées par la différence de pression à la sortie de la tuyère. Tam & Tanna [Tam 1982] cherchent les perturbations de pression du jet adapté d'amplitude

$\Delta p = p - p_\infty$ où p est la pression statique moyenne, sous la forme :

$$\frac{\Delta p}{p_\infty} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \Phi_n(r) \cos(\lambda_n x) \tag{1.24}$$

où A_n est l'amplitude de la perturbation d'ordre n, $\Phi_n(r)$ est la fonction propre du mode n dans la direction radiale, et λ_n est le nombre d'onde du mode n dans la direction axiale qui s'écrit :

$$\lambda_n = \frac{2\mu_n}{D_a (M_a^2 - 1)^{1/2}} \tag{1.25}$$

où μ_n est le n-ième zéro de la fonction de Bessel d'ordre 0. Le premier terme de la série de l'équation (1.24) est suffisant pour calculer la longueur des cellules de choc [Tam 1982] :

$$\frac{L_{shock}}{D_a} = K \sqrt{M_a^2 - 1} \tag{1.26}$$

avec $K = \pi / \mu_1$, et $\mu_1 = 2{,}40483$. Tam *et al.* [Tam 1986a] étendent cette démarche aux jets réels en modifiant la modélisation de l'écoulement moyen. Plutôt que d'utiliser un modèle de tube entouré d'une couche tourbillonnaire supposée extrêmement fine, ils utilisent des profils d'écoulement moyen de jets supersoniques mesurés par Eggers [Eggers 1966] ou encore Lau *et al.* [Lau 1979] afin de prendre en compte l'épaississement de la couche de mélange du jet dans la direction axiale. Powell [Powell 2010] propose un passage en revue de toutes les études significatives sur la longueur d'onde des perturbations de jets supersoniques.

1.4 Environnement acoustique au décollage d'un lanceur

Cette section a pour objectif de détailler l'environnement acoustique induit au décollage d'un lanceur. Deux phénomènes majeurs sont étudiés : l'onde de souffle dans un premier temps, un phénomène instationnaire qui apparaît lors du transitoire de montée en pression des moteurs à poudre, et le bruit généré par les jets supersoniques pendant le régime nominal de fonctionnement des boosters.

1.4.1 Onde de souffle à l'allumage

À l'allumage d'un moteur à propergol solide, d'importantes ondes de surpression sont générées et expulsées de la tuyère [Ryan 1981a]. Dans le cas d'une configuration de lanceur dans un silo, les ondes de pression émises se réfléchissent au fond du silo et se propagent le long du véhicule, et sont dénommées *Ignition OverPressure* (IOP). Dans les cas plus complexes de tirs de lanceurs sur une plateforme équipée de carneaux, deux types d'onde de pression se propagent vers le véhicule et les structures environnantes :

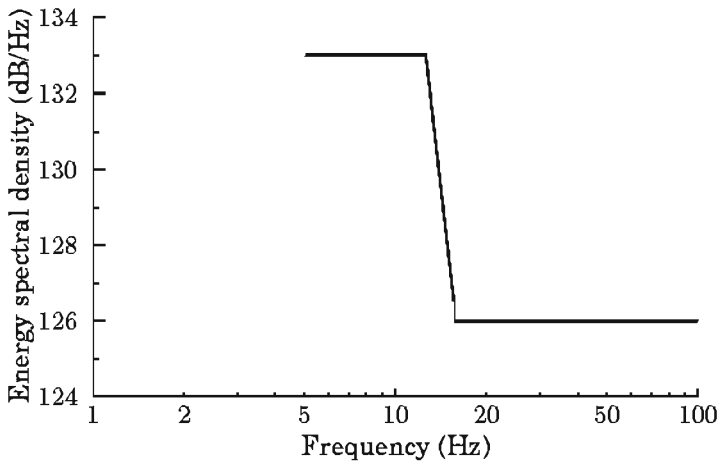


FIGURE 1.13 – Enveloppe de la densité spectrale de puissance des ondes générées à l'allumage des moteurs à poudre de la navette spatiale [Kern 2001]

1. la réflexion directe sur les structures et sur le fond du carneau, dénommée aussi IOP,
2. la propagation depuis la sortie du carneau, dénommée *Duct OverPressure* (DOP).

La dénomination française, commune aux deux aspects, est l'onde de souffle (ODS). Le spectre de l'onde de souffle mesuré au décollage de la navette spatiale est représenté sur la figure 1.13. La majeure partie de l'énergie de l'onde de souffle se concentre en dessous de 20 Hz [Kern 2001]. C'est tout particulièrement ce caractère basse fréquence qui est surveillé. Il peut se coupler à d'autres modes vibratoires de la structure (comme certains modes acoustiques à l'intérieur des moteurs à propergol solide) et engendrer d'importants dégâts. De plus, dans le cas de lanceurs équipés de multiples moteurs, une synchronisation imparfaite de l'arrivée des ondes sur le lanceur peut le faire incliner. Par exemple, lors d'un tir du lanceur américain Delta II sur la plateforme Skynet, la contrainte exercée sur le lanceur a forcé un braquage des tuyères important de 1,5° au lieu des 0,5° nominaux [Engblom 2001]. Le jeu prévu entre la table et les tuyères était tout juste suffisant pour laisser passer l'extrémité de la tuyère dans l'ouverture de la table, remettant en cause la configuration pas de tir / lanceur pour les tirs suivants.

L'IOP est définie par Ryan [Ryan 1981b] comme un pic positif triangulaire suivi d'une dépression sinusoïdale de très grande amplitude. Une illustration est proposée sur la figure 1.14, issue de [Simon 1982]. Le signal tracé à gauche correspond à la mesure effectuée lors du décollage du lanceur Titan III, et le signal à droite correspond à la mesure effectuée lors d'un tir d'un modèle réduit à l'échelle 75/1000ème. On observe très bien à droite le premier pic positif de forte intensité suivi d'une large dépression, caractéristiques de l'onde de souffle. L'ensemble revêt un caractère basse fréquence bien visible sur le tracé. Sur le

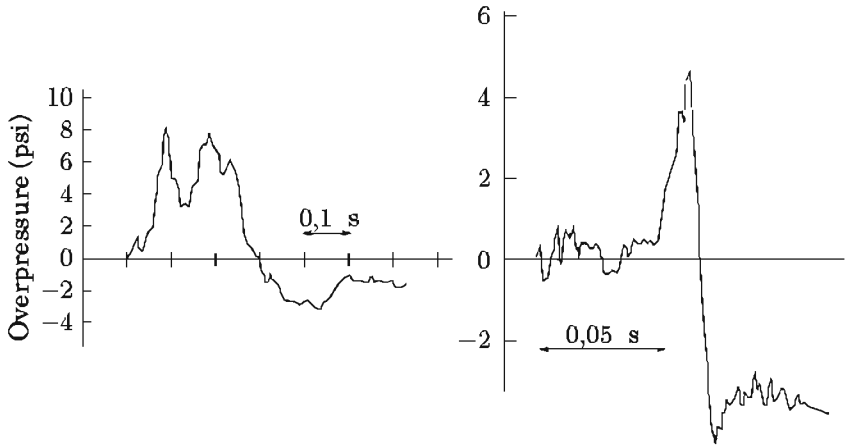


FIGURE 1.14 – IOP mesurée par un capteur sous la table de lancement lors d'un tir réel (gauche) et lors d'un essai avec une maquette à l'échelle 75/1000ème (droite)

signal du lanceur Titan III (gauche) la partie positive de l'onde de souffle dure environ 0,2 s, la partie négative est d'une durée équivalente, ce qui donne une fréquence de l'ordre de 25 Hz.

L'onde de souffle a été identifiée comme source potentielle de problèmes au décollage de lanceurs spatiaux dans le cadre du programme Viking, au milieu des années 70. Lors de son décollage, les deux boosters situés de part et d'autre du lanceur Titan ont engendré de fortes contraintes sur le lanceur et ont généré des réponses vibratoires inattendues. Les études sur l'environnement acoustique de Titan ont conduit à une certification de l'acoustique du lanceur : l'ODS n'était finalement pas la cause des vibrations observées. Cependant, les valeurs très élevées de surpression, de l'ordre de 55 à 65 kPa, ont motivé une campagne de recherche approfondie dans le cadre de la navette spatiale, alors en pleine phase de développement. La NASA s'est alors tournée vers l'industrie militaire, qui est confrontée à de fortes ondes de pression lors de la mise à feu de missiles dans un silo.

1.4.1.1 Modèle de Broadwell & Tsu

Le modèle de Broadwell & Tsu a été utilisé afin d'estimer le niveau de l'IOP lors du décollage de la navette (STS) [Broadwell 1961, Broadwell 1967]. Dans cette approche, le moteur du missile agit à la fois comme une source de masse et de quantité de mouvement dans le silo. La source de masse résulte en deux ondes de compression, l'une se propageant vers l'amont du silo et l'autre vers l'aval. La source de quantité de mouvement conduit à la création d'une onde de compression vers l'aval et d'une onde de détente vers l'amont. La combinaison de ces ondes et les réflexions sur le fond du carneau ou silo et la surface libre forment l'IOP. En déterminant l'amplitude de chaque onde à sa génération en sortie de la

tuyère et en les propageant dans le carneau, on peut alors prédire l'environnement acoustique autour du missile. Pour cela, Broadwell & Tsu font l'hypothèse que toutes ces ondes se propagent à la vitesse du son c_∞ dans l'air au repos qui occupe le silo à l'instant du tir. En linéarisant la perturbation, et en négligeant les termes de second ordre, ils parviennent alors à l'équation de l'amplitude des deux ondes Δp_+ et Δp_- générées dans le plan de sortie tuyère :

$$\frac{\Delta p_\pm}{p_\infty} = \frac{1}{2}\left(\underbrace{\frac{\dot{m}\gamma}{c_\infty \rho_{j\infty} \mathcal{A}}}_{1} \pm \underbrace{\frac{\dot{m} v_j}{\mathcal{A} p_\infty}}_{2} \right) \tag{1.27}$$

où $\Delta p = p - p_\infty$, $\mathcal{A}$ est la section libre du silo et $\rho_{j\infty}$ la masse volumique du gaz de propergol détendu à la pression atmosphérique en ayant conservé sa température à la sortie de la tuyère. Le terme 1 correspond à la composante de l'injection de masse, et le terme 2 à la composante de l'injection de quantité de mouvement. Afin de prendre en compte les phénomènes de recombustion, qui modifient la masse volumique des gaz, ils divisent la masse volumique des gaz $\rho_{j\infty}$ par le facteur k_m. Dans le cas de moteurs tirant dans des carneaux munis de déflecteurs, la perte de quantité de mouvement à l'impact est prise en compte en multipliant le terme 2 dans l'équation (1.27) par la constante k_f. La relation (1.27) s'écrit alors :

$$\frac{\Delta p_\pm}{p_\infty} = \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}\gamma}{c_\infty \rho_{j\infty} \mathcal{A}} k_m \pm \frac{\dot{m} v_j}{\mathcal{A} p_\infty} k_f \right) \tag{1.28}$$

Broadwell & Tsu font l'hypothèse d'un k_m constant, et le mesurent expérimentalement entre 1,5 et 2 pour les moteurs Titan (carneau) et Minuteman (silo). Par ailleurs, ils estiment que la moitié de la quantité de mouvement est dissipée à l'impact, aussi ils considèrent une valeur $k_f = 1/2$. La valeur de la surpression en tout point et en tout instant dans le carneau est alors déterminée par propagation linéaire. La condition à la limite amont est une surface libre à pression atmosphérique et la condition à la limite avale est soit une paroi pour le Minuteman (silo) soit une surface libre située à une distance équivalente à la longueur du carneau dans le cas de Titan. Cette approche permet ainsi d'obtenir à la fois l'amplitude de la surpression, mais aussi les détails temporels de l'onde. Un des principaux résultats est la proportionnalité entre l'amplitude de l'onde de surpression et le taux de montée en pression du moteur. L'amplitude de l'onde à l'échelle 1, indicée FS (*full-scale*), est reliée à l'amplitude à l'échelle réduite, indicée M, par :

$$\frac{\Delta p_{\text{FS}}}{\Delta p_{\text{M}}} \propto \frac{\dot{p}_{c,\text{FS}}}{\dot{p}_{c,\text{M}}} \tag{1.29}$$

Lors du développement du STS, des tirs de moteurs à échelle réduite des boosters ont été réalisés afin de caractériser l'environnement acoustique. Cette loi de proportionnalité a ainsi permis d'estimer les niveaux à l'échelle 1 à partir des niveaux enregistrés lors des

tirs de modèle réduit. Le modèle réduit utilisé, nommé modèle 6,4%, est un moteur de missile Tomahawk, dont le taux de montée en pression maximal est trois fois inférieur à celui du booster. Les premières estimations ont donc été réalisées en multipliant par trois les mesures du modèle réduit [Lai 1982]. Pour les prédictions en dehors du carneau, non prévues par le modèle de Broadwell & Tsu, une décroissance linéaire de l'amplitude a été appliquée. Les niveaux mesurés lors de STS-1 se sont révélés supérieurs d'un facteur 4 à 10 à ceux prévus [Lai 1982], et ont approchés les valeurs maximales tolérées. Jones [Jones 1982] propose alors une version modifiée du modèle de Brodwell & Tsu. Ils aboutissent à une relation plus complexe, mettant en jeu le rapport de taux de montée en pression $\dot{p}$, le rapport de la pression nominale $\bar{p}$ et un rapport géométrique, basé sur la dimension D du diamètre des carneaux :

$$\frac{\Delta p_{FS}}{\Delta p_{M}} = \left[\frac{D_{FS}}{D_{M}}\right]\left[\frac{\bar{p}_{c,M}}{\bar{p}_{c,FS}}\right]\left[\frac{\dot{p}_{c,FS}}{\dot{p}_{c,M}}\right] \tag{1.30}$$

D'après Ryan *et al.* [Ryan 1981b], ces estimations sont en accord avec les mesures effectuées lors du tir STS-1, comme indiqué sur la figure 1.15. L'amplitude de l'IOP est tracée en

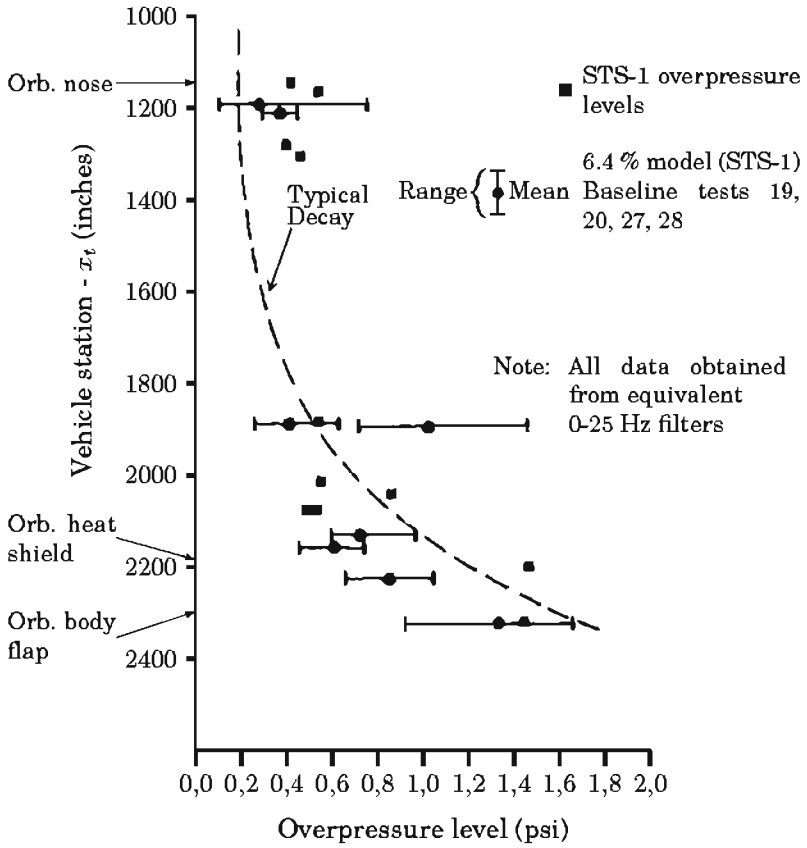


FIGURE 1.15 – Comparaison entre les mesures lors du tir STS-1 et les prévisions à l'aide du modèle de Broadwell & Tsu appliqués aux essais du modèle 6,4 %, issue de [Ryan 1981b]

abscisse, et la distance à une altitude de référence, située 1200 pouces au dessus de la coiffe (*orbiter nose*), est en ordonnée. Les mesures lors du tir STS-1 sont représentées par des carrés, et les prédictions à partir des tests du modèle 6,4 % sont représentées par un rond et une barre d'incertitude afin d'englober l'étendue des mesures. La ligne discontinue représente la décroissance d'un choc faible en fonction de la distance parcourue.

1.4.1.2 Modèle de Ried & Scott

Outre le modèle de Broadwell & Tsu, Ried & Scott ont proposé une autre approche au milieu des années 70. Ils sont partis du principe que pour les moteurs à propergol solide, la très rapide montée en pression ressemble à une explosion, et peut être analysée de la sorte. À partir de l'estimation de l'énergie produite par le moteur pendant la séquence d'allumage, ils sont parvenus à une estimation de la surpression en fonction de l'enthalpie des gaz dans la chambre h_c, de la section au col de la tuyère $\mathcal{A}^*$, du taux de montée en pression et de la pression nominale :

$$R\Delta p = \mathcal{A}^* \sqrt{\frac{h_c}{c_\infty^2} \frac{\dot{p}_c^2}{\bar{p}_c}} \tag{1.31}$$

où R est la distance parcourue par l'onde. Cette approche a conduit à des résultats très proches de ceux de Jones. Cependant, ce modèle ne permet d'estimer que l'amplitude de l'IOP mais pas l'évolution de la pression en tout point, au contraire du modèle de Broadwell & Tsu. L'application de ces deux modèles (Jones et Ried & Scott) au tir STS-1 donnant de bonnes estimations, ils ont par la suite servi à définir les facteurs d'échelle entre les mesures du modèle réduit 6,4 % et les valeurs attendues à l'échelle 1 dans le cadre du développement de mesures d'atténuation de l'amplitude de l'onde de souffle. Ils ont permis entre autre de déterminer les débits d'eau à injecter dans les carneaux ou encore les épaisseurs des rideaux d'eau. Ces mesures anti ODS se sont révélées très efficaces lors du tir STS-2, reléguant la question de l'IOP au second plan.

1.4.1.3 Modèle d'Ikawa & Laspesa

En parallèle des deux modèles précédents, un troisième est mis au point par la société Rockwell International [Ikawa 1982, Ikawa 1985]. Ikawa & Laspesa considèrent le lanceur sur sa plateforme de lancement (MLP), dont les moteurs tirent dans des carneaux. La différence majeure avec les modèles précédents est que l'IOP ne prend plus source à la sortie de la tuyère, mais dans le fond des carneaux. Ikawa & Laspesa estiment que l'IOP est générée par un effet piston dû à l'épaississement du jet au fond du carneau après sa déviation, comme illustré sur la figure 1.16, issue de [Ikawa 1982]. En effet, le développement du jet supersonique dans le fond du carneau et son épaississement très rapide dû à l'augmenta-

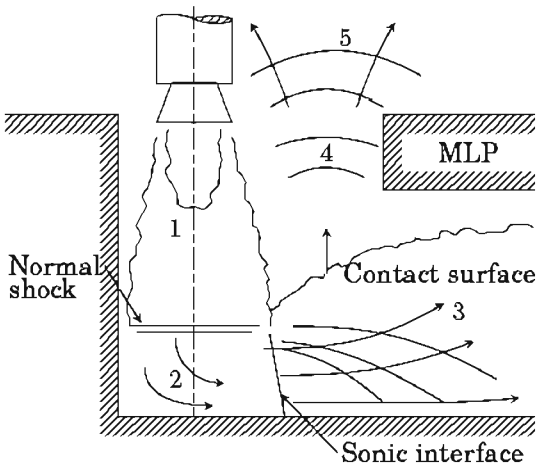


FIGURE 1.16 – Modèle d'Ikawa & Laspesa de génération de l'IOP d'un moteur à propergol solide. 1 : jet ; 2 : zone d'impact ; 3 : zone de jet pariétal ; 4 : propagation des ondes de compression et détente ; 5 : propagation externe de l'IOP

tion du débit déplace la surface de contact entre l'air et le jet vers le haut. Ce déplacement agit à la manière d'un piston, et génère une onde de compression qui remonte le long du jet et s'échappe à l'air libre. L'épaississement est fonction du débit, et donc de la pression dans la chambre, comme indiqué par les équations (1.5) et (1.6). De plus, derrière le choc normal, (région 2), à mesure que la pression totale augmente avec p_c, le jet pariétal devient supersonique au travers d'une détente de Prandtl-Meyer, et sa surface de contact se déplace pour satisfaire la condition de continuité de pression. La génération de l'IOP est alors réalisée par analogie avec un piston, dont la vitesse est égale à la vitesse de déplacement de la surface de contact. On arrive à une équation pour l'onde de compression :

$$\frac{\Delta p_+}{p_\infty} - 1 = \frac{1}{2}\left[v_k + \sqrt{v_k^2 + \frac{8\gamma}{\gamma+1} v_k}\right] \tag{1.32}$$

où $v_k = 0{,}5\gamma(\gamma+1)(v_p/a_\infty)^2$, avec v_p la vitesse de déplacement de la surface de contact. Cette dernière peut être obtenue en résolvant de proche en proche l'état du fluide dans chacune des zones, et dépend entre autres de la variation de l'angle de détente de Prandtl-Meyer ainsi que du déplacement de la position du choc normal.

D'une manière similaire, le modèle imaginé pour la génération de la DOP est basé sur un effet piston du front du jet dans le carneau, avant qu'elle en se propage dans le carneau pour rayonner depuis sa sortie [Ikawa 1985]. L'application de cette méthode aux tirs d'essais réalisés dans des configurations réalistes impliquant un ou deux moteurs sur une plateforme de lancement ont donné des résultats comparables aux mesures. De plus, cette approche permet d'identifier sur les signaux la composante IOP de la composante DOP. Par

la suite, une partie des efforts a porté sur le calcul des facteurs d'échelles entre les modèles réduits et les cas réels [Buell 1984, Dougherty 1984].

1.4.2 Génération du bruit dans les jets supersoniques

Les jets supersoniques des moteurs à propergol solide constituent la seconde source de perturbations acoustiques lors du décollage d'un lanceur. La figure 1.17, issue de [Seiner 1984], est un exemple de spectre acoustique de densité spectrale de puissance mesurée pour un jet rond supersonique non adapté. Le niveau de bruit en dB/Hz y est tracé en fonction de la fréquence, exprimée par le nombre adimensionnel de Strouhal $St = fD_j/v_j$. Le capteur se situe en champ lointain et vers l'amont, à un angle d'observation $\phi = 160°$ par rapport à la direction de l'écoulement. Par convention et sauf mention contraire, l'angle $\phi = 0°$ correspond à l'axe du jet pris dans la direction de l'écoulement, et $\phi = 180°$ à la direction amont. On y distingue une composante de bruit produite par le mé-

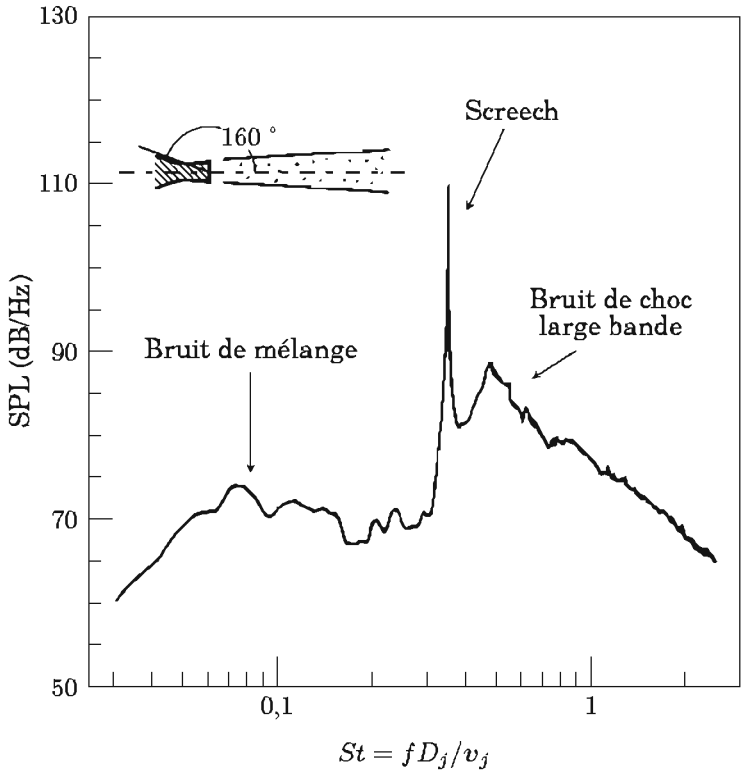


FIGURE 1.17 – Densité spectrale de puissance bande fine typique d'un jet supersonique mesuré en champ lointain [Seiner 1984, Tam 1995], dans la direction amont $\phi = 160°$

lange turbulent, et deux composantes dues à l'interaction choc / turbulence. Les différentes composantes de bruit sont maintenant exposées.

1.4.2.1 Production de bruit par le mélange turbulent

Des similarités entre les spectres acoustiques de jets subsoniques et supersoniques adaptés suggèrent que les sources de bruit dans les jets subsoniques sont aussi présentes dans les jets supersoniques [Tam 2008].

Mécanismes de génération de bruit communs aux jets subsoniques et supersoniques adaptés Pour les jets subsoniques fortement turbulents, les spectres acoustiques permettent d'identifier deux sources de bruit distinctes [Bogey 2006a, Bogey 2007, Panda 1999, Panda 2002, Tam 2008] :

- une composante pour les jets subsoniques autour du nombre de Strouhal d'environ 0,3 qui domine dans une direction de 30° par rapport à la direction de l'écoulement. Des analyses acoustiques par réseau de microphones ont permis de localiser le maximum d'intensité à la fin du cône potentiel [Panda 1999, Panda 2002], ce qui a été confirmé numériquement [Bogey 2007]. Le mécanisme exact à l'origine de ce bruit est encore une question ouverte [Jordan 2008], et la théorie la plus récente associe cette composante de bruit à la pénétration de structures turbulente dans le cône potentiel vers son extrémité [Bogey 2007] ;
- une composante dominant à 90°, de spectre plus large que la composante précédente [Tam 2008], qui est reliée au mélange turbulent dans la couche de mélange [Tanna 1977a, Bogey 2007].

Rayonnement des ondes d'instabilités Lorsque les structures turbulentes sont convectées à des vitesses supersoniques par rapport au milieu ambiant, les spectres dans la direction avale sont dominés par une composante de bruit dénommée rayonnement d'ondes de Mach [Phillips 1960, Ffowcs Williams 1965, Tam 1995]. Cette composante est associée à la convection à une vitesse supersonique des structures turbulentes, et est de par ce fait très directive dans la direction d'angle ϕ donnée par :

$$\phi = \text{acos}(\frac{1}{M_{cv}}) \tag{1.33}$$

où $M_{cv} = v_{cv}/c_\infty = (v_j + c_j)/(c_j + c_\infty)$ est le nombre de Mach convectif avec v_{cv} la vitesse de convection et c_j la célérité du son à la sortie de la tuyère. Le nombre de Mach convectif est défini comme le nombre de Mach mesuré dans le repère en mouvement de l'onde. Cette composante se révèle être non-compacte [Bailly 1997, Ffowcs Williams 1965] et très efficace acoustiquement [Bailly 1996]. En champ lointain, il peut être difficile de faire la part entre rayonnement d'onde de Mach et bruit de mélange, par exemple quand le Mach convectif entraîne un rayonnement à un angle de $\phi = 30°$ (un jet froid à Mach 2 par exemple), et

seule l'utilisation de microphones directionnels permet d'identifier et de discriminer ces deux sources de bruit [Laufer 1976, Panda 2002].
Afin de prédire la fréquence et directivité des ondes de Mach, Tam & Burton [Tam 1984] se placent dans le cas d'un jet rond qu'ils considèrent localement parallèle (cylindrique), et ils modélisent la turbulence dans la couche de mélange par des ondes d'instabilités linéaires se propageant vers l'aval :

$$\Delta p = a(x)\Phi(r)e^{(\omega t - \lambda x + n\theta)} \tag{1.34}$$

en notation cylindrique (x,r,θ), où $a(x)$ est l'amplitude de l'onde, $\Phi(r)$ sa fonction propre, ω sa pulsation, λ son nombre d'onde axial et n son mode azimutal. Le modèle de couche de mélange infiniment mince les conduit à montrer que l'on ne peut observer des ondes de Mach que s'il existe des ondes d'instabilité linéaires dont la vitesse de phase $v_\phi = \omega/\lambda_r$, où λ_r est la partie réelle du nombre d'onde axial, est supersonique par rapport au milieu ambiant. L'angle de rayonnement est alors estimé par :

$$\phi = \mathrm{acos}\left(\frac{c_\infty}{v_\phi}\right) \tag{1.35}$$

Ce résultat est vérifié par de nombreuses mesures expérimentales [Troutt 1982, Seiner 1994, Seiner 1982] et est corroboré par des études numériques [Freund 2000b, Mohseni 2002].

Des observations expérimentales de jets supersoniques axisymétriques adaptés [Oertel 1979, Oertel 1980, Oertel 1982] montrent qu'il peut exister en fait trois modes de rayonnement. Tam & Hu [Tam 1989] associent ces observations aux trois familles d'ondes d'instabilités que leurs modèles d'instabilité de la couche de mélange du jet ont identifiés. Les deux modes supplémentaires au mode de Kelvin-Helmholtz (K-H) décrit ci-avant ont des nombres de Mach de convection $M'_{cv} = (v_j)/(c_j + c_\infty)$ et $M''_{cv} = (v_j - c_j)/(c_j + c_\infty)$ [Seiner 1992]. La première de ces deux familles peut aussi être convectée de manière supersonique et rayonner dès que la vitesse d'éjection des gaz est supérieure à la somme des célérités du son locale et en champ lointain. Elle est dénommée onde d'instabilité supersonique, même si son nombre de Mach de convection est inférieur à celui des instabilités K-H. L'intensité relative de cette composante par rapport à l'instabilité de Kelvin-Helmholtz dépend de la température mais aussi du nombre de Mach d'éjection du jet. Au delà d'un nombre de Mach critique, qui décroît quand la température augmente, les ondes d'instabilités supersoniques dominent l'instabilité de K-H. La seconde famille est convectée de manière subsonique à l'intérieur du jet mais supersonique par rapport au milieu extérieur, et est dénommée onde d'instabilité subsonique. Son intensité est beaucoup plus faible que les autres ondes d'instabilité. La

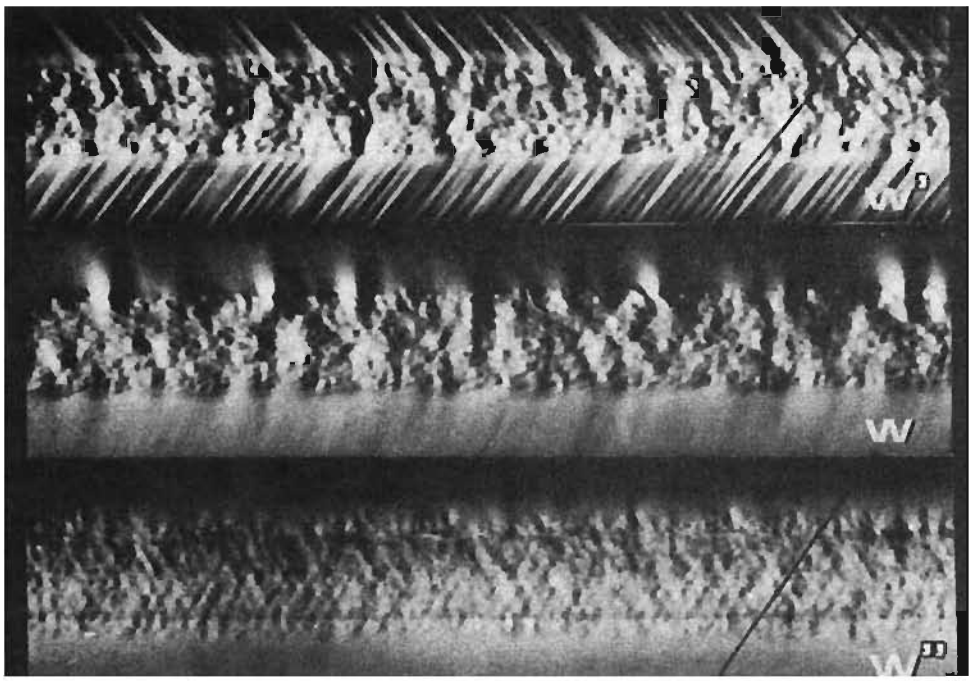


FIGURE 1.18 – Les trois familles d'ondes d'instabilité telles que celles observées par [Oertel 1980]

figure 1.18, issue de [Tam 1989], illustre les différences entre ces trois ondes d'instabilité. Les ondes d'instabilité K-H sont notées W' sur la figure, en haut. Les ondes d'instabilités supersoniques sont visibles sur la partie intermédiaire de la figure, notée W. Son champ acoustique proche présente des fronts d'ondes quasiment normaux à la couche de mélange du jet. Enfin, la famille subsonique notée W'' dont le champ acoustique proche est quasi inexistant produit un réseau d'onde dans le jet.

Influence de la température sur le bruit de mélange turbulent La température de sortie d'un jet subsonique [Fortuné 1999] ou supersonique [Tanna 1977a] modifie son rayonnement acoustique. Tanna [Tanna 1977a] observe ainsi expérimentalement, pour des jets présentant un nombre de Mach en sortie de tuyère jusqu'à 3,0, un changement de la directivité du jet ainsi qu'une augmentation de l'intensité en élevant la température de réservoir. Seiner et Ponton [Seiner 1992] ont mené une étude exhaustive de mesures de bruit de jets supersoniques adaptés avec un Mach d'éjection de 2 en fonction de différentes températures de réservoir. Ils observent alors que l'angle de radiation privilégié augmente avec la température, ce que Seiner attribue avec Tam [Tam 1992] à l'augmentation du Mach convectif des structures turbulentes. Cet effet est cependant seuillé, et aucune modification de l'angle de radiation n'est observée pour des angles plus importants. L'augmentation de la température a aussi pour effet d'augmenter l'intensité du bruit rayonné : par exemple,

à $\phi = 90°$, l'augmentation de la température de réservoir de 313 K à 1534 K entraîne une élévation du niveau de bruit de 10 dB.

1.4.2.2 Génération de bruit par l'interaction choc / turbulence

Le passage de structures turbulentes au sommet des cellules de choc génère deux composantes de bruit, l'une large bande [Harper-Bourne 1973], et l'autre discrète, le screech [Tam 1995].

Bruit d'interaction choc / turbulence large bande En champ lointain, la composante large bande s'observe principalement dans les directions amonts et transversales. Sa fréquence centrale diminue avec l'augmentation de l'angle d'observation [Tanna 1977b], et son intensité semble proportionnelle à $|M_j^2 - M_a^2|$ sur une plage de pression limitée telle que $0{,}4 < \sqrt{|M_j^2 - M_a^2|} < 1$. La cause de ce bruit est attribuée à l'oscillation des extrémités des cellules de choc due au passage des structures turbulentes dans la couche de mélange. Harper-Bourne & Fischer [Harper-Bourne 1973] cherchent à déterminer la fréquence centrale de cette composante en la modélisant comme une succession de sources ponctuelles placées aux endroits où les cellules de choc pénètrent dans la couche de mélange. Par hypothèse, le bruit émis par chacune des sources est corrélé aux autres. Ainsi, le réseau génère un bruit intense dans la direction d'interférence constructive du bruit de chaque source. La condition d'existence de cette interférence les conduit à estimer la fréquence centrale par :

$$f_{shock} = \frac{N v_\varphi}{L_{shock}\left(1 - M_{cv}\cos(\phi)\right)} \tag{1.36}$$

où $N = 1{,}2{,}...$ correspond au mode observé, L_{shock} à l'espacement moyen entre les chocs et ϕ l'angle d'observation. Le mode principalement observé est $N = 1$ même si $N = 2$ est parfois présent.

Cette théorie, bien qu'elle permette la prédiction du bruit de choc large bande de manière très précise, comporte quelques manquements d'après Tam & Tanna [Tam 1982]. En particulier, les harmoniques prévues par l'approche de Harper-Bourne & Fischer ne sont pas observées expérimentalement. Ainsi, Tam & Tanna proposent une nouvelle approche basée sur la propriété de guide d'onde du jet supersonique et sur la théorie des instabilités linéaires [Tam 1982]. Dans cet article, ils modélisent le réseau d'ondes de choc par une onde stationnaire décrite à l'équation (1.24), et le phénomène de turbulence par des ondes d'instabilités linéaires décrites par une approche statistique 2D [Tam 1979] se propageant dans la direction axiale. Le bruit alors généré par l'interaction faible entre ces deux ondes est de même nature que le rayonnement d'onde de Mach. L'amplitude des structures turbulentes croît jusqu'à une position dépendant de la fréquence de rotation de la structure,

puis diminue. L'interaction entre le mode $n = 1$ du réseau d'ondes de choc et les instabilités donne lieu à deux ondes se propageant avec la pulsation ω et de nombre d'onde $\lambda_r + \lambda_1$ et $\lambda_r - \lambda_1$, où λ_1 est le nombre d'onde axial du réseau d'onde de choc de l'équation (1.25) et λ_r la partie réelle du nombre d'onde des instabilités linéaires. De manière analogue au rayonnement d'onde de Mach, ces ondes produites par l'interaction choc turbulence rayonnent si leurs vitesse de phase $\omega/(\lambda_r + \lambda_1)$ et $\omega/(\lambda_r - \lambda_1)$ sont supersoniques par rapport au milieu ambiant. Ils écrivent alors la fréquence centrale du bruit d'interaction choc / turbulence comme :

$$f_{shock} = \frac{v_\varphi}{L_{shock}\big(1 - M_{cv}\cos(\phi)\big)} \tag{1.37}$$

où $v_\varphi = \omega/\lambda_r$ est la vitesse de phase de l'onde d'instabilité linéaire, ce qui est identique à la l'expression (1.36) pour le mode $N = 1$.

Screech Cette composante tonale est principalement orientée vers l'amont de l'écoulement. Sa première harmonique est observable perpendiculairement à l'écoulement [Powell 1953b]. Le champ acoustique généré par l'interaction choc / turbulence force la fréquence des instabilités linéaires aux lèvres de la tuyère, qui excitent à leur tour les chocs à cette même fréquence d'oscillation, et tout le jet oscille alors à cette fréquence [Shen 1998, Berland 2007, André 2011]. Une illustration du phénomène est présentée sur la figure 1.19, issue de [Raman 1999]. On y observe les ondes se propageant vers l'amont et générées à la troisième cellule de choc par l'interaction choc / turbulence. Powell [Powell 1953a] modélise le screech par réseau de 3 ou 4 sources ponctuelles d'amplitudes égales, et réussit à déduire alors une formule simple pour prédire la fréquence du bruit de screech :

$$f_{screech} = \frac{v_\varphi}{L_{shock}(1 + M_c)} \tag{1.38}$$

ce qui est identique à l'équation (1.37) pour la direction amont ($\phi = 180°$).

Cependant, des sauts en fréquence sont observés expérimentalement [Powell 1953a], et on distingue alors quatre modes distincts d'oscillation du jet conduisant aux modes screech notés $A - D$. Merle [Merle 1957] observe qu'il y a en fait deux modes A : $A1$ et $A2$. De plus, elle note que le mode $A1$ est instable, le $A2$ stable, B est très instable, le C très stable et finalement le mode D est instable et pas aisément observable. En plaçant deux microphones de part et d'autre d'un jet supersonique émettant un screech, Davies & Oldfield [Davies 1962a, Davies 1962b] ont pu caractériser chacun des modes observés. Ces caractéristiques sont reportées dans le tableau 1.2. Une caractérisation expérimentale de l'apparition et la disparition des différents modes de screech dans un jet rond en fonction du rapport de pression NPR d'une tuyère convergente est reportée en référence [Powell 1992].

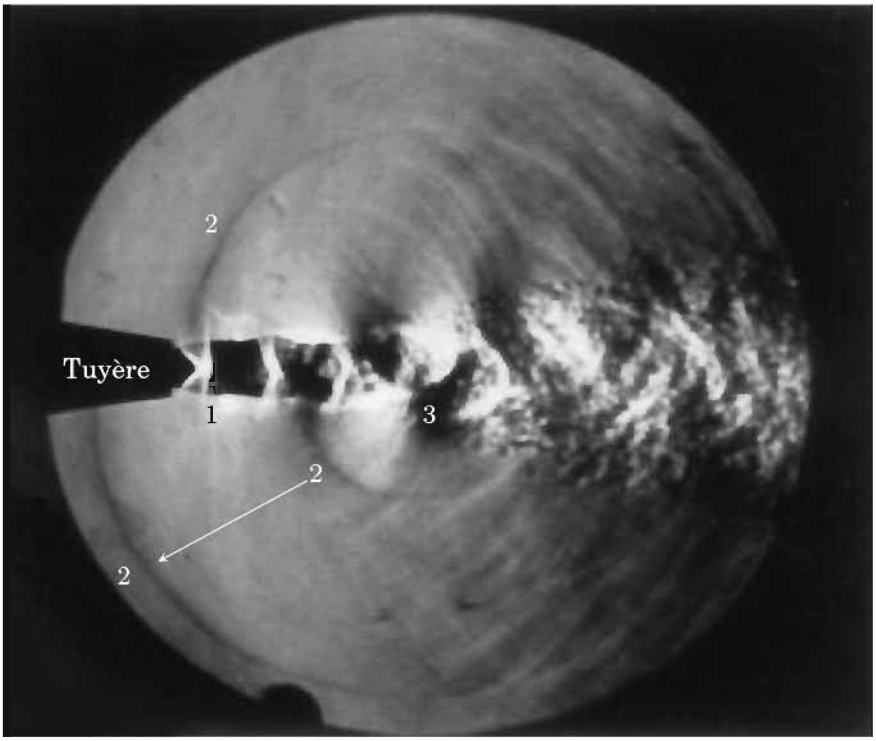


FIGURE 1.19 – Schlieren d'un jet supersonique à nombre de Mach adapté 1,4, issue de [Raman 1999]. 1 : choc. 2 : ondes acoustiques produites par l'interaction choc / turbulence. 3 : oscillations du jet

$A1/A2$	B	C	D
Axisymétrique	Battement	Hélicoïdal	Battement

TABLE 1.2 – Caractérisation des principaux modes de screech

Pour un nombre de Mach adapté M_a faible, ce sont les modes antisymétrique $A1$ et $A2$ qui dominent. En augmentant M_a, un saut de fréquence est observé autour de $M_a = 1{,}2$ pour passer au mode de battement dénommé B. Un second saut est observé pour $M_a = 1{,}4$ afin d'atteindre le mode hélicoïdal C. Une étude expérimentale du mode C [Umeda 2001] a permis d'identifier sa source sonore. Il s'agit d'une source en rotation dans le plan perpendiculaire à l'écoulement, située juste en aval de la troisième cellule de choc. Enfin, le mode D, causé par un battement du jet, apparaît pour $M_a \approx 1{,}6$ et provoque un nouveau saut en fréquence du screech. La figure 1.20 issue de [Powell 1992] permet d'observer les changements de modes en fonction du NPR (noté R sur la figure), qui est relié au nombre de Mach adapté par l'équation (1.19). Les données varient de R=2,0 à R=5,84, ce qui correspond à $M_a = 1{,}05$ et $M_a = 1{,}81$ respectivement. Ils ont observé des modes mineurs (b et d) de très faible amplitude, reliant les modes B et D. Ces modes mineurs semblent être une continuation du même mode de battement interrompu par le mode très stable hélicoïdal

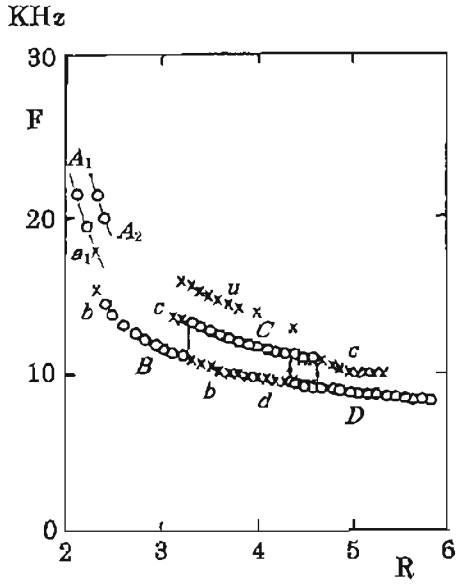


FIGURE 1.20 – Fréquence F du screech d'un jet circulaire enregistré sur un microphone fixe en fonction du rapport de pression R, issue de [Powell 1992]

C. D'autres modes mineurs c et d associés à un mode majeur sont aussi visibles. Enfin, on observe un mode hélicoïdal u d'origine inconnue (*unknown*).

Le bruit de screech est très sensible à de nombreux paramètres. Afin que le cycle se mette en place, Powell estime qu'un critère reliant le taux de croissance des instabilités Q, le rendement d'interaction choc / onde d'instabilité η_s, le rendement de retour (*feedback efficiency*) η_f et la réceptivité η_d (capacité de l'écoulement à générer des perturbations) doit être respecté :

$$Q\eta_s\eta_f\eta_d \geq 1 \tag{1.39}$$

La réceptivité dépend de l'épaisseur des lèvres de la tuyère, qui modifie à la fois le niveau du screech ainsi que la position des sauts de fréquence [Ponton 1992]. Powell [Powell 1953c] a ainsi observé que plus les lèvres sont épaisses, meilleur est le gain de la boucle de rétroaction. La température de sortie du jet est aussi un paramètre modifiant le screech. Pour une température élevée, il y a une diminution significative du niveau de screech, et même une disparition du mode B a été observée [Massey 1994].

1.4.2.3 Modélisation du bruit de jet supersonique

Une approche semi-empirique a été développée à la NASA pour prédire le bruit généré par les jets supersoniques des lanceurs [Eldred 1971]. Cette approche est basée sur la distribution des sources acoustiques dans le volume occupé par le jet à partir de données

expérimentales. Ces données permettent d'estimer d'une part le volume et les caractéristiques du jet, à partir par exemple de l'équation semi-empirique (1.21) de la longueur du cône potentiel, et d'autre part les caractéristiques des sources distribuées.
Deux méthodes de distribution ont été originellement proposées dans le rapport NASA-SP-8072 :

- la première méthode consiste à considérer qu'une source ponctuelle située dans le jet génère le bruit d'une certaine bande de fréquence. A chaque fréquence centrale du spectre 1/3 d'octave est donc assignée une source ponctuelle, qui est positionnée dans le jet ;
- la seconde méthode est plus complexe : le jet est découpé en tranches, et chacun de ces volumes finis se voit assigner une puissance acoustique ainsi qu'un contenu fréquentiel large bande.

Les deux méthodes sont illustrées sur la figure 1.21, sur laquelle sont représentées les sources fictives ponctuelles par des points ainsi qu'une tranche typique de jet. Les caracté-

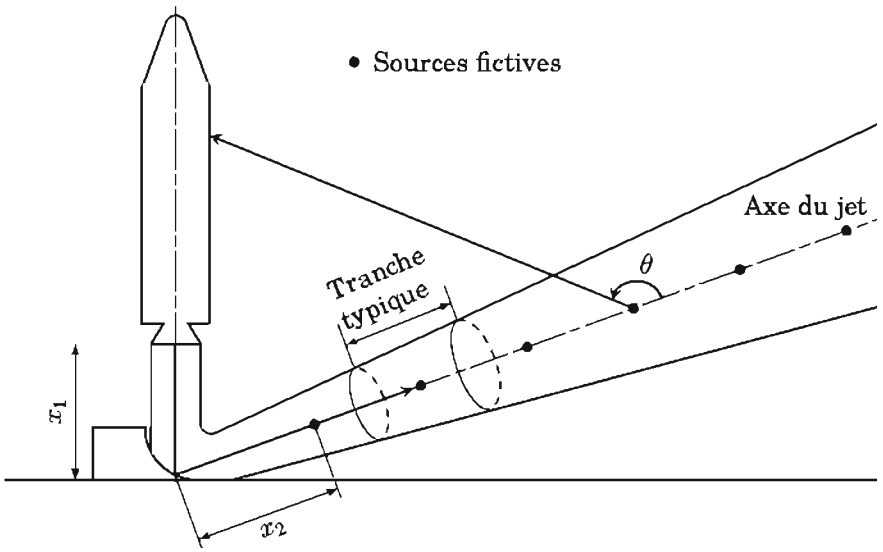


FIGURE 1.21 – Illustration des méthodes de répartition des sources, adapté de [Eldred 1971]

ristiques attribuées à ces sources sont déterminées par leur éloignement à la tuyère.
Cette approche nécessite de faire l'hypothèse que le bruit de jet de moteurs à propergol solide est large bande, sans fréquence fondamentale, et surtout tout à fait similaire d'un jet à un autre, une fois les spectres correctement adimensionnés par le nombre de Strouhal. Eldred a en effet remarqué que les spectres de puissance acoustique normalisée en fonction du nombre sans dimension de Strouhal de plusieurs moteurs se regroupaient parfaitement en une seule courbe, ce qu'il résume sur la figure 1.22. En considérant la méthode de répartition simple, il ne reste qu'à distribuer les bandes de fréquences sur chaque point source.

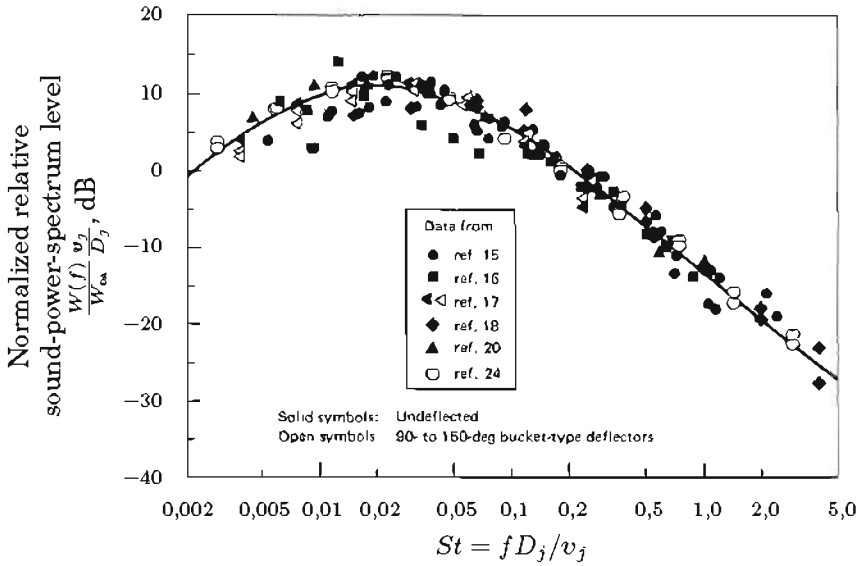


FIGURE 1.22 – Spectre de puissance relative normalisée en fonction du nombre de Strouhal pour des moteurs fusée chimiques (solides et liquides) typiques, munis d'une seule tuyère, pour une poussée variant de 1,56 à 31 000 kN, issue de [Eldred 1971]

La puissance acoustique totale W_{OA} se calcule à partir de la puissance cinétique du jet :

$$W_{OA} = \eta \frac{1}{2} \dot{m} v_j^2 \tag{1.40}$$

où η est le rendement acoustique du jet, et traduit la portion de la puissance cinétique convertie en puissance acoustique. η est en général inférieur à 1% [Eldred 1971, Haynes 2009], et dépend du type de jet considéré. Ce rendement peut être déduit des données aérodynamiques à l'aide d'une formule semi-empirique [Sutherland 1993, Plotkin 2009] :

$$\eta = K\left(\frac{\gamma_a}{\gamma_\infty}\right)\left(\frac{c_t}{c_\infty}\right)^3\left(\frac{c_t}{v_j}\right)^2 \tag{1.41}$$

où K est une constante empirique valant 0,0012 [Varnier 2001a].

Cependant, pour calculer le champ acoustique proche, c'est-à-dire le champ dans lequel on ne peut pas considérer le jet comme une source unique, il est important de considérer la répartition axiale de la puissance rayonnée. La distribution de la puissance de long de l'axe du jet est estimée en utilisant la courbe de la figure 1.23. La courbe présente la puissance acoustique du jet en fonction de la position axiale x, adimensionnée par la longueur du cône potentiel. Cette courbe a été obtenue à partir de mesures expérimentales de la puissance acoustique générée dans chaque tranche du jet [Potter 1966, Potter 1968]. Pour l'obtenir, Potter & Crocker ont réalisé une série de tirs de jet au travers d'un trou dans le mur d'une

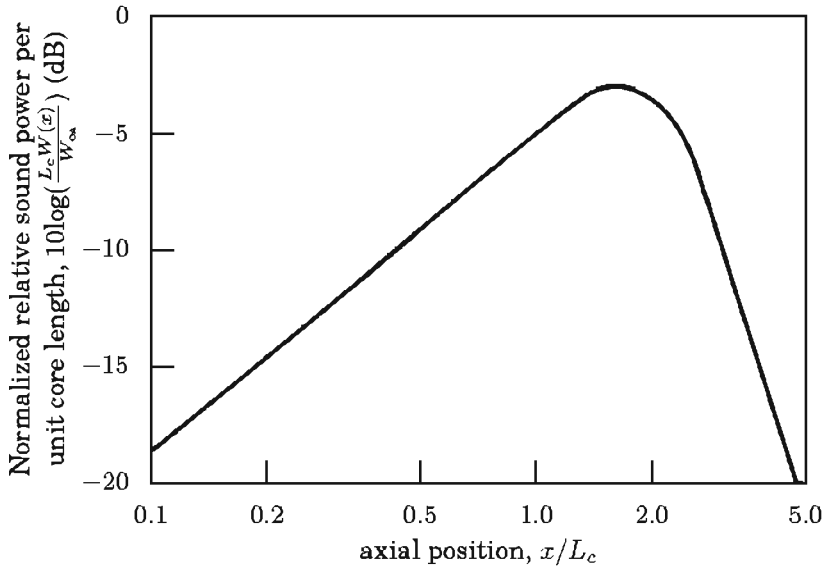


FIGURE 1.23 – Distribution de la puissance acoustique des source pour des moteurs fusée chimiques standards, issue de [Eldred 1971]

chambre de réverbération. Au premier tir, l'ensemble du jet est dans la chambre, et la puissance acoustique enregistrée correspond à celle du jet dans son entier (W_{OA}). Par la suite, à chaque tir, la tuyère est reculée, et on peut alors estimer la puissance rayonnée par la portion en dehors de la chambre par soustraction avec la puissance enregistré lors du tir précédent.

Pour appliquer la seconde méthode de répartition, Eldred fournit finalement une courbe regroupant à la fois la distribution de puissance axiale, et la répartition en fréquence, reproduite sur la figure 1.24. La fréquence est exprimée par le nombre de Strouhal modifié :

$$St_m = \frac{f x c_j}{c_\infty v_j} \approx 2{,}0 \tag{1.42}$$

Le maximum d'intensité de la courbe se trouve à $St_m = 2{,}0$. Sa valeur semble inversement proportionelle à la distance à la tuyère : les hautes fréquences rayonnent donc depuis une zone proche de la tuyère et les plus basses fréquences loin de la tuyère. Par ailleurs, la fréquence du pic d'une fusée de grande dimension sera plus faible que celle d'une plus petite fusée (à mêmes température et vitesse d'éjection) car son maximum d'intensité se trouve plus loin sur l'axe de l'écoulement.

Cette seconde méthode, plus complexe à mettre en œuvre, permet de traiter le cas de jets masqués par des carneaux. En effet, lorsque la première méthode est appliquée au cas d'un jet dans un carneau, le spectre final présente une coupure dans la bande des sources contenues dans le carneau. La seconde méthode, en affectant un spectre continu à chaque

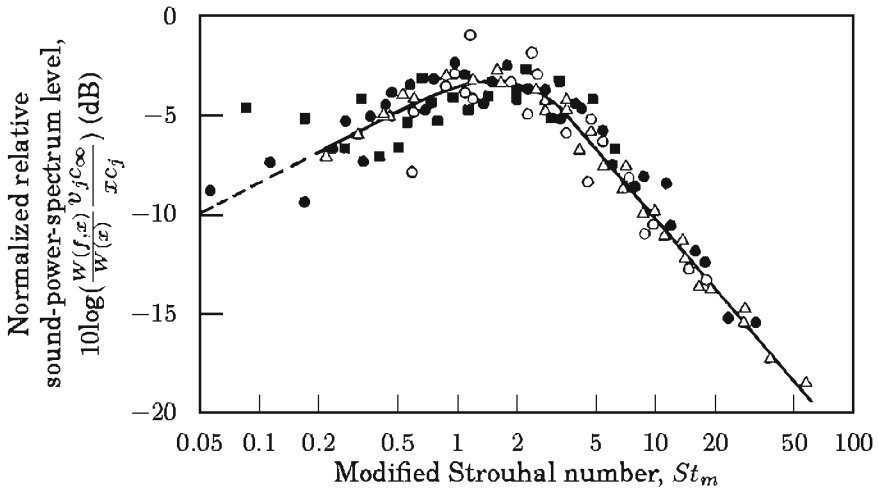


FIGURE 1.24 – Spectres acoustiques adimensionnés pour des moteurs fusée chimiques standards, issue de [Eldred 1971]

source, permet de s'affranchir de ce problème.

Cette méthodologie proposée par Eldred s'est imposée et a été largement utilisée par la suite, aussi bien par la NASA [Haynes 2009] que par l'Onera [Varnier 2001a, Varnier 2006b, Varnier 2008]. Cette méthode est cependant limitée aux jets droits. En effet, si Eldred prévoit un changement du rendement acoustique en cas de déviation, il ne modifie pas les grandeurs aérodynamiques du jet, ni les spectres normalisés de puissance acoustique associés aux tranches de jet. Une étude numérique RANS récente [Haynes 2009] suggère qu'en fait le cône potentiel est détruit à l'impact et que la transition laminaire/turbulente se produit immédiatement en aval du choc. Malheureusement, cette étude ne compare pas l'application de ces modifications aux mesures, et ne conclue pas quant à l'apport de ces modifications sur la qualité des résultats.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, le cadre général de l'étude a été présenté. Dans un premier temps, les méthodes de propulsion ayant pour objectif la propulsion spatiale ont été présentées. Les avantages de la propulsion solide par rapport à la propulsion liquide ont permis de justifier l'utilisation intensive de ce mode de propulsion. En second lieu, les technologies des moteur à propergol solide ont été décrites. Spécifiquement, un point a été fait sur les mécanismes de combustion et les méthodes pour programmer

la pression dans la chambre d'un moteur à poudre selon la mission prévue. À cette occasion, les problèmes majeurs inhérents à l'utilisation de la propulsion solide ont été listés, en particulier les problèmes liés à l'allumage du moteur ou aux instabilités acoustiques dans la chambre de combustion. En troisième partie, la structure des jets supersoniques a été décrite, en se focalisant sur les jets non adaptés et les longueurs caractéristiques de cône potentiel, de ligne sonique et de choc. Enfin, le cadre stricte de l'étude, à savoir l'environnement acoustique au décollage du lanceur a été précisé. Une étude bibliographique de l'ODS révèle que plusieurs méthodes de prédiction ont été mises au point, chacune reposant sur une hypothèse différente de génération de l'onde :

- le modèle de Broadwell & Tsu, qui modélise le moteur comme une source de masse et de quantité de mouvement dans l'espace confiné d'un silo ;
- le modèle de Ried & Scott, qui fait une analogie entre l'expansion très rapide des gaz en sortie de la tuyère et une explosion ;
- le modèle d'Ikawa & Laspesa, dans lequel le moteur génère un jet supersonique au fond des carneaux, qui en s'épaississant agit comme un piston et génère une onde de compression.

Chacune de ces méthodes donne des résultats satisfaisants quant à l'amplitude de l'onde sur le lanceur, et les deux premiers modèles ont été utilisés avec succès pour mettre à l'échelle les moyens de réduction de l'ODS. Cependant, la question de la génération de l'ODS reste ouverte. Par la suite, les mécanismes de génération de bruit dans les jets supersoniques ont été décrits. Il s'agit :

- du mélange turbulent, dont une partie est présente dans les jets subsoniques, et une autre est constituée par le rayonnement des ondes d'instabilités ;
- du bruit d'interaction choc/turbulence, qui se répartit entre le bruit d'interaction large-bande et le screech.

Pour des applications spatiales typiques, présentant une température de sortie élevée et un rapport de pression important, on peut s'attendre à une forte composante de bruit dû au mélange turbulent, en particulier le rayonnement d'ondes de Mach, et aussi du bruit d'interaction choc / turbulence large bande. La composante de screech tend quant à elle à être supprimée.

Ces hypothèses vont être vérifiées dans le chapitre suivant, qui présente et analyse les mesures acoustiques effectuées lors d'un tir de moteur à propergol solide modèle réduit du booster d'Ariane 5.

Chapitre 2

Présentation du cas d'étude

The most exciting phrase to hear in science, the one that heralds new discoveries, is not 'Eureka !' but 'That's funny...'

La phrase la plus excitante en sciences, celle qui annonce une découverte, n'est pas 'Eureka !', mais 'Tiens, c'est étrange...'

Isaac Asimov

2.1 Description du tir LP10-25 65
2.1.1 Montage expérimental 65
2.1.2 Détails du moteur 66
2.1.2.1 Propergol 66
2.1.2.2 Tuyère 66
2.1.2.3 Grandeurs aérodynamiques attendues 67
2.2 Dispositifs de mesure 69
2.2.1 Pression interne 69
2.2.2 Acoustique en champ lointain 69
2.2.3 Métrologie optique 70
2.3 Analyse des mesures 71
2.3.1 Capteur fond arrière 71
2.3.1.1 Allure générale de la courbe de montée en pression 71
2.3.1.2 Allumage et montée en pression 72
2.3.1.3 Taux de montée en pression 74
2.3.2 Signal en champ lointain 75
2.3.2.1 Analyse des signaux bruts 75
2.3.2.2 Densité spectrale de puissance 80
2.3.3 Imagerie Infrarouge 82
2.4 Conclusion 86

Afin d'analyser l'acoustique induite au décollage du lanceur Ariane 5, le CNES a initié le pôle de recherche AEID (Acoustique et Environnements Induits au Décollage) regroupant l'Onera, Astrium-ST, et les laboratoires universitaires de l'ECL et de PPRIME. Dans ce cadre, plusieurs campagnes d'essais de moteurs à échelle réduite dans diverses configurations ont été menées. D'une part, des essais utilisant des moteurs à propergol solide de petites tailles ont été réalisés au centre du Fauga-Mauzac, permettant d'observer l'ODS dans des configurations simples (jet libre) ou complexes (présence d'un carneau, injection d'eau...). D'autre part, des essais ont été réalisés sur le banc Martel (Moyen Aéroacoustique de Recherche et Technologie sur l'Environnement des Lanceurs). Ce banc est constitué d'un réservoir pressurisé contenant de l'air, auquel peut être adjoint du CH_4, qui se détend dans une tuyère et permet ainsi de générer des jets présentant des caractéristiques proches de ceux des lanceurs.

Pour étudier l'acoustique induite par les moteurs à propergol solide, l'essai LP10-25 est sélectionné :

- le moteur utilisé pendant l'essai est un modèle réduit au 1/35e du booster P230 SRM d'Ariane 5. Les phénomènes de recombustion, dont l'importance a été soulignée dans la section 1.4.1, sont aussi présents sur ce moteur, *a contrario* des essais réalisés sur le banc Martel. De plus, la température des gaz est équivalente à celle des boosters d'Ariane 5, alors que les jets du banc Martel sont plus froids, ce qui a un effet sur le rayonnement acoustique des jets (*cf.* paragraphe 1.4.2.1 page 53) ;
- le tir est réalisé dans une configuration simple : le moteur est disposé horizontalement, et le jet est dirigé vers un champ libre. La propagation de l'ODS est plus simple qu'avec un carneau, et il n'y a pas d'onde de surpression issue d'un carneau qui peut perturber les mesures. Ainsi, ce cas simple doit permettre d'obtenir une compréhension plus fine des phénomènes à l'origine de la création de l'ODS ;
- il n'y a aucun dispositif d'atténuation de l'ODS (eau) ;
- la durée du tir permet d'étudier l'ODS et le bruit de jet ;
- un dispositif de mesure important a été mis en place : capteurs acoustiques en champ lointain et capture vidéo IR.

Ce chapitre s'organise en trois temps. En premier lieu, le moteur et la configuration de l'essai sont présentés. Les dispositifs de mesures mis en place sont détaillés dans un second temps. Enfin, les enregistrements effectués lors du tir sont analysés.

2.1 Description du tir LP10-25

Les caractéristiques de l'essai LP10-25 sont maintenant présentées. Après une description de la configuration de tir, le moteur est détaillé. Les grandeurs aérodynamiques attendues du jet supersonique sont calculées à partir de la composition du propergol et des dimensions de la tuyère.

Le tir a été réalisé le 6 décembre 2005 au centre Onera du Fauga-Mauzac (31). Les données sur le montage expérimental présentées dans cette section sont issues du rapport d'essai de Varnier [Varnier 2006c].

2.1.1 Montage expérimental

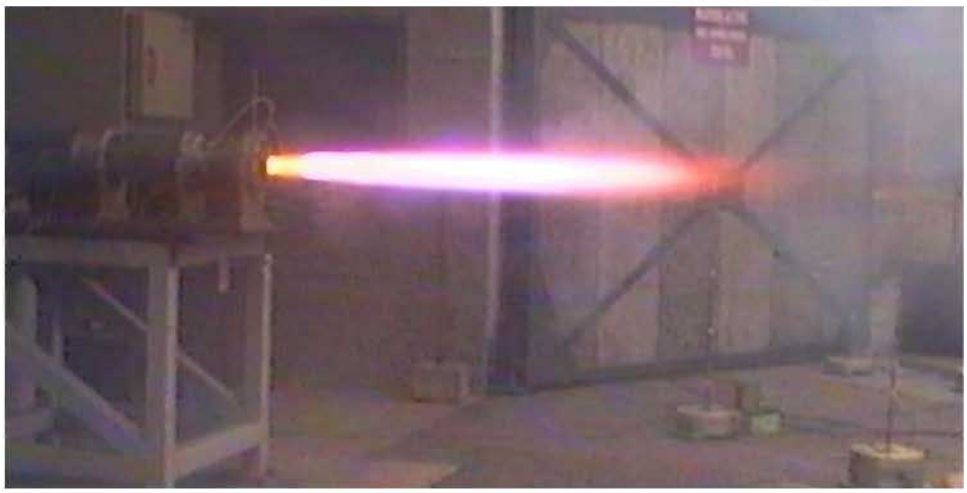


FIGURE 2.1 – Photographie du dispositif du LP10-25 prise pendant l'essai, avec le moteur à gauche sur un bloc de béton et au fond les parois de la cellule de tir

Le LP10 est un SRM modèle réduit à l'échelle 1/35e du booster équipant le lanceur Ariane 5. Lors du tir n° 25, le moteur a été placé horizontalement en champ libre en direction des talus de protection du centre situés à une grande distance du moteur. Le moteur était solidement fixé sur une table de tir afin d'éviter tout déplacement dû à la forte poussée. Le centre de la tuyère se trouvait alors environ 14,2 D_j au dessus du sol. L'ensemble a été placé dans l'embrasure des portes de la cellule de tir du centre du Fauga-Mauzac. La photo présentée sur la figure 2.1 permet de visualiser le moteur ainsi que la table et les parois de la cellule de tir. Le sol dans les cellules du CFM est en béton, et le champ de tir est recouvert de goudron.

2.1.2 Détails du moteur

2.1.2.1 Propergol

La disposition du propergol est schématisée sur la figure 2.2. Le moteur est composé d'un

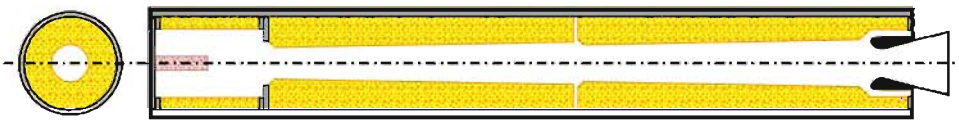


FIGURE 2.2 – Organisation du propergol dans la chambre du moteur. L'allumeur est en rouge ; les trois segments de propergol en jaune

premier segment cylindrique court, d'une longueur sur poudre de 95 mm, et de deux segments coniques de respectivement 283,7 mm et 301,8 mm [Varnier 2006a], dont les masses sont respectivement de 248 g, 2352 g et 2376 g. Cette organisation est identique à celle du lanceur Ariane 5. L'allumage est assuré par une pièce pyrotechnique. Un inflammateur déclenche la combustion d'une charge relais composée de neuf pastilles d'un mélange d'aluminium, de perchlorate de potassium et de stéarate d'aluminium compacté et de 2 g d'un mélange de zirconium et d'oxyde de cuivre. Les propriétés des poudres d'allumage sont répertoriées dans le tableau 2.1.

composition	T_f (K)	énergie libérée (J/g)	volume dégagé (l/g)
zirconium, oxyde de cuivre	2500	2926	0,4
aluminium, perchlorate de potassium, stéarate d'aluminium	4500	10450	4,0

TABLE 2.1 – Propriétés des poudres d'allumage [Dupays 1996, Davenas 1989]

Compte tenu de l'organisation du propergol, le moteur devrait délivrer une courbe de poussée présentant une montée en pression très rapide suivie d'un profil proche de celui d'un pain conique (*cf.* section 1.2).

Le propergol utilisé est une butalite de composition Onera comprenant 5% en masse d'aluminium, contre 20% pour la butalane d'Ariane 5 (*cf.* paragraphe 1.2.1.1 page 26).

2.1.2.2 Tuyère

Le moteur est équipé en sortie d'une tuyère convergente divergente. Cette dernière est operculée quelques millimètres en aval du col par une membrane d'aluminium prévue pour

rompre lorsque la pression dans la chambre atteint 15 bar. Dès lors, les gaz sous haute pression dans la chambre de combustion se détendent dans le divergent en accélérant, atteignant ainsi des vitesses supersoniques. Le rapport de sections entre la sortie et le col de la tuyère vaut $\mathcal{A}_j/\mathcal{A}^* = 7{,}5625$.

2.1.2.3 Grandeurs aérodynamiques attendues

Connaissant le rapport de capacités calorifiques du gaz de propergol, l'équation (1.14) permet alors de déterminer le nombre de Mach en sortie de la tuyère.

Estimation de γ Usuellement, les gaz de propergol ont un γ inférieur à celui de l'air, de l'ordre de 1,2 [Dupays 1996]. Afin de déterminer plus précisément la valeur de γ, on utilise le code Coppelia [Bourasseau 1986] (Calcul et OPtimisation des Performances Énergétiques des systèmes LIés à l'Autopropulsion) développé à l'Onera. Ce dernier permet de calculer la composition d'un mélange de gaz de propergols à l'équilibre thermodynamique et chimique, en fonction de la pression dans la chambre, de la composition du propergol et de la géométrie de la tuyère. Lors du calcul, les hypothèses suivantes sont adoptées :

1. la pression est constante et la combustion est adiabatique,
2. la combustion est complète,
3. le système est à l'équilibre thermodynamique,
4. le mélange gazeux est assimilé à un gaz parfait.

La composition finale est alors obtenue par une minimisation de l'énergie libre de Gibbs du système. La valeur du rapport des chaleurs spécifiques est calculée sur le domaine de pression $[15:60]$ bar et est tracée sur la figure 2.3. La variation en fonction de la pression est faible. Le moteur a été conçu pour générer une pression de l'ordre de 60 bar. On lit sur la figure 2.3 :

$$\gamma = 1{,}236 \tag{2.1}$$

Nombre de Mach En injectant la valeur de γ dans l'équation (1.14), on obtient :

$$M_j = 3{,}17 \tag{2.2}$$

Rapport de pression p_t/p_j Le rapport entre la pression d'arrêt et la pression de sortie est obtenu par l'équation (1.12) et donne :

$$\frac{p_t}{p_j} = 60{,}139 \tag{2.3}$$

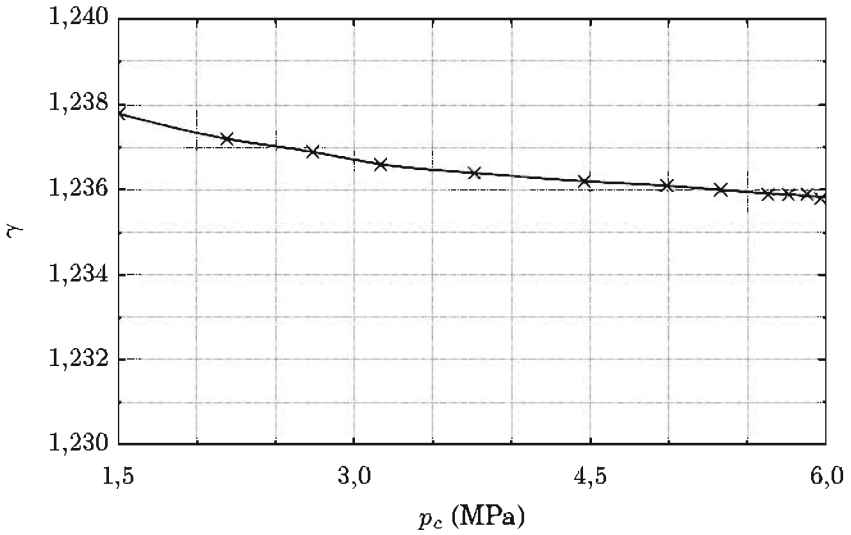


FIGURE 2.3 – Rapport de chaleurs spécifiques des gaz de combustion de la butalite du LP10-25 en fonction de la pression

Rapport de température T_t/T_j De la même manière, l'équation (1.11) donne :

$$\frac{T_t}{T_j} = 2{,}185 \tag{2.4}$$

Vitesse des gaz dans le plan de sortie tuyère La vitesse de l'écoulement dans le plan de sortie tuyère s'écrit simplement $v_j = M_j a_j$, où $a_j = \sqrt{\gamma r T_j}$, avec r la constante spécifique du mélange de gaz. La température dans le plan de sortie tuyère s'obtient à partir de l'équation (2.4) et de la température dans la chambre de combustion. Le code Coppelia fournit la composition des gaz dans la chambre ainsi que la température à partir de la géométrie de la tuyère et de la composition du propergol : $r = 370$ J.kg^{-1}.K^{-1} et $T_c = 2890$ K. L'équation (1.11) donne $T_j = T_c/(T_t/T_j) = 1322$ K, et la vitesse des gaz est alors :

$$v_j = 2460 \text{ m.s}^{-1} \tag{2.5}$$

Poussée du moteur La poussée du moteur est fonction de la pression dans la chambre et s'écrit à partir des relations (1.1), (2.3) et (1.15) :

$$F(p_c) = p_c \frac{\mathcal{A}^*}{c^*} v_j + \mathcal{A}_j \left(\frac{p_c}{p_t/p_j} - p_\infty \right) \tag{2.6}$$

Pour $p_c = 60$ bar, le moteur produit une poussée d'environ 4,8 kN. La poussée dans le vide ($p_\infty = 0$) vaut $F_{LP10} = 5{,}213$ kN. À titre de comparaison, la poussée dans le vide sous 60 bar de pression dans la chambre du moteur P230 SRM vaut $F_{P230} = 6\,700$ kN. Le rapport d'échelle géométrique $H = 1/35$ assure que la tuyère conserve le même rapport de sections

entre le modèle et le moteur réel, et donc le même rapport de pression p_t/p_j. Ainsi, pour une température de chambre identique, v_j est aussi identique. Le rapport d'échelle intervient dans l'équation (2.6) uniquement pour le calcul des aires $\mathcal{A}^*$ et $\mathcal{A}_j$. La poussée du LP10 rapportée à l'échelle 1 est alors $F_{ech1} = F_{LP10}H^2 = 6\ 400$ kN, ce qui est comparable à la poussée du P230 SRM.

2.2 Dispositifs de mesure

Cette section présente les différents dispositifs de mesure mis en place lors de l'essai. Trois axes de mesures ont été réalisés : des mesures de contrôle dans la chambre du moteur, des mesures acoustiques en champ lointain, et enfin des enregistrements optiques (IR) du jet. La figure 2.4 schématise l'ensemble du dispositif.

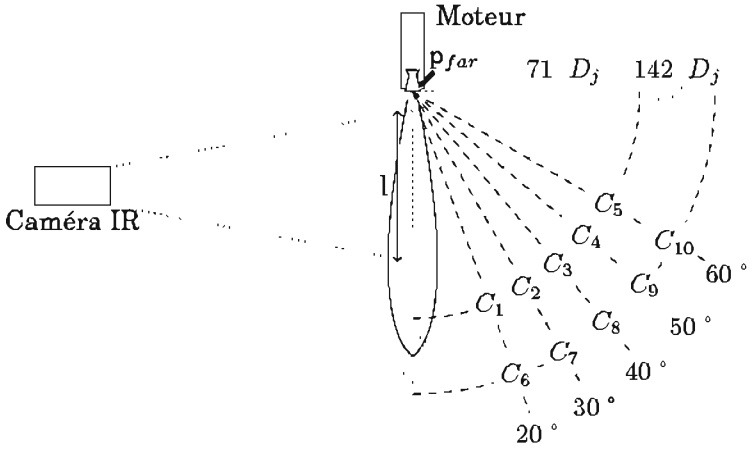


FIGURE 2.4 – Schéma (vue du dessus) détaillant l'installation expérimentale

2.2.1 Pression interne

La pression dans la chambre de combustion a été enregistrée par l'intermédiaire de 4 capteurs répartis entre le fond avant et le fond arrière. Les capteurs en fond arrière (côté tuyère) sont notés P_{FAR}, ceux sur le fond avant (côté tête du moteur) P_{FAV}.

2.2.2 Acoustique en champ lointain

Les microphones ont été disposés le long de deux arcs concentriques contenus dans le plan horizontal médian de la tuyère. Leur centre est confondu avec le centre du plan de sortie de la tuyère. Ils ont des rayons $R_1 = 71\ D_j$ et $R_2 = 142\ D_j$. Les microphones ont été répartis tous les 10° de 20° à 60°, soit 5 capteurs par arc. Les microphones utilisés

sont des Brüel & Kjaer quart de pouce champ libre, pour mesurer de grandes intensités à haute fréquence. Les capteurs du premier arc ont été orientés verticalement vers le haut pour minimiser les effets de souffle tandis que les capteurs du second arc ont été orientés horizontalement vers la tuyère. La fréquence d'acquisition du dispositif est de 20 kHz, maximum imposé par la capacité de la chaîne de mesure et par la fréquence d'acquisition nominale des capteurs de pression interne de la chambre de combustion.

2.2.3 Métrologie optique

Afin de visualiser le phénomène de recombustion, une caméra infrarouge de type CEDIP bande III à cadence rapide de 2000 images par seconde a été installée dans une direction perpendiculaire à l'écoulement. La bande III concerne les longueurs d'onde de 8 à 9,3 μm, sélectionnée après examen de films IR réalisés lors d'une campagne d'essais sur d'autres propulseurs à poudre. La caméra a été équipée d'un filtre interférentiel (Northumbria Optical Coatings Limited distribué par Opto Photonics, référence CWL 8.60) dont la courbe de transmission est reportée sur la figure 2.5. La caméra a été installée à une distance de

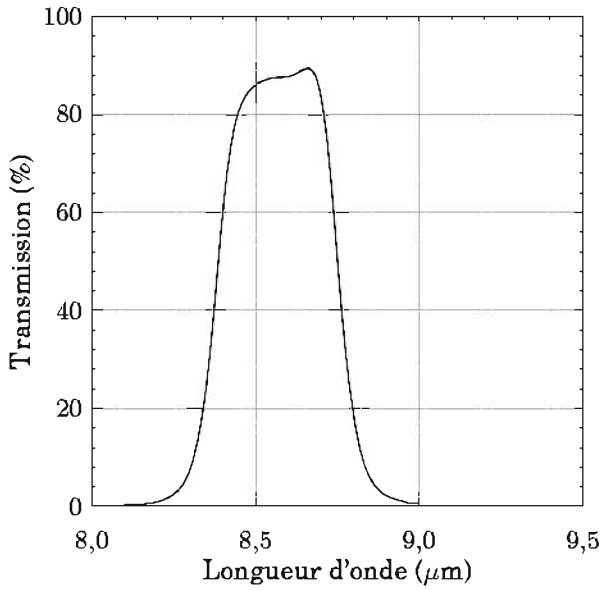


FIGURE 2.5 – Courbe de transmission du filtre équipant la caméra IR

142 D_j du plan médian vertical du moteur avec un objectif IR LW CEDIP (ouverture f/2) de 25 mm de focale (21° x 16° de champ angulaire) permettant de couvrir un champ dans le plan vertical médian du jet de dimensions $l \times h = 20 \times 10\ D_j$. Chaque image enregistrée est composée de 112 x 56 pixels. Un pixel représente donc un carré de 0,18 D_j de coté dans le plan médian du jet. L'objectif n'étant pas réglable en ouverture, des tests avec des sources

de type corps noirs chauffés à 800 K permettent d'étalonner la caméra. Une lame de germanium de transmission 0,3 a été ajoutée pour l'essai. Finalement, le temps d'intégration des images est de 100 μs.

2.3 Analyse des mesures

À la fin du tir, le col de la tuyère n'a pas été érodé et sa dimension est identique à celle au début du tir. Avant d'analyser les mesures acoustiques en champ lointain, il convient d'observer dans un premier temps l'enregistrement de la pression interne afin d'identifier d'éventuelles anomalies lors du tir.

2.3.1 Capteur fond arrière

Le capteur P_{FAR} est situé près de la tuyère, et permet donc de connaître au mieux la pression génératrice du jet. Il est situé dans la zone d'intégration de la tuyère, là où l'écoulement ne présente pas de vitesse, et il mesure donc la pression totale.

2.3.1.1 Allure générale de la courbe de montée en pression

La figure 2.6 présente l'allure de la pression dans la chambre de combustion relevée sur le capteur P_{FAR}. L'échelle de droite correspond à la valeur du rapport entre la pression du jet en sortie de tuyère et la pression atmosphérique p_j/p_∞, calculée à l'aide de l'équation (2.3). Le temps $t = 0{,}0$ s correspond au début de l'acquisition des données, soit 0,2 s avant le

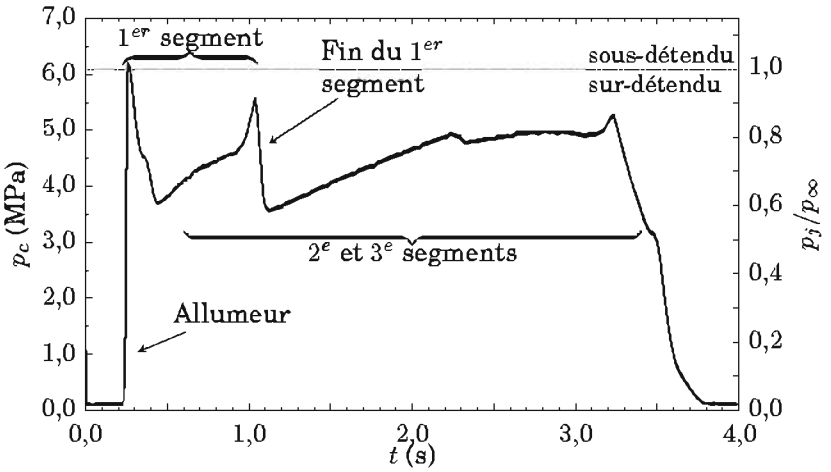


FIGURE 2.6 – Pression dans la chambre de combustion et rapport entre la pression de sortie de tuyère et la pression atmosphérique pendant toute la durée du tir : p_c (——), $p_j/p_\infty = 1{,}0$ (------)

signal de mise à feu de l'allumeur.

Une première lecture de la figure 2.6 permet de distinguer quatre phases pendant le tir :

- la montée en pression initiale, très rapide. La pression atteint une valeur maximale importante, supérieure à 6 MPa aux alentours de $t = 0{,}26$ s, avant de chuter à 3,5 MPa. La première phase correspond à l'allumage à proprement parler, et est étudiée plus en détail au paragraphe 2.3.1.2 ;
- la seconde phase est caractérisée par une croissance monotone de la pression, et terminée par un pic de pression à $t = 1$ s. Lors de cette phase, les gaz sont générés par les trois pains de propergol. Le pic de pression à $t = 1$ s marquant la fin de cette phase peut être lié à un échauffement de la couche superficielle de propergol le long de la virole du premier segment en fin de combustion. Compte tenu de la durée et de l'amplitude du phénomène, il est raisonnable de s'attendre à en apercevoir une trace sur les mesures acoustiques.
- la troisième phase s'étend de $t = 1{,}0$ s à $t = 3{,}3$ s. Le premier segment est complètement consommé après le pic à $t = 1{,}0$ s, et les deux segments coniques assurent seuls la génération des gaz. L'allure générale de la courbe de pression correspond alors à la courbe de combustion d'un segment conique décrit sur la figure 1.9.
- la quatrième phase correspond à l'extinction du moteur. À mesure que le front de flamme atteint la paroi du moteur, la pression chute et il y a alors extinction du moteur entre 3,3 et 3,8 s.

La pression du jet dans le plan de la tuyère prévue par les équations isentropiques (1.12) est toujours inférieure à la pression atmosphérique, sauf à la fin de la première phase, lors du premier pic de pression, où la pression dans la chambre dépasse brièvement la limite d'adaptation du jet. Dans l'ensemble, il s'agit donc d'un jet sur-détendu, ce qui est classique avec les moteurs de propulseurs spatiaux. En effet, il est préférable que le jet soit adapté en altitude, sous une pression ambiante plus faible qu'au niveau du sol.

2.3.1.2 Allumage et montée en pression

La génération de gaz pendant cette phase est essentiellement due aux poudres d'allumage. Quand ces dernières ont fini de se consommer, le débit de gaz généré par la combustion des segments de propergol ne compense pas le débit sortant de la tuyère, ce qui entraîne la chute rapide de la pression à 3,5 MPa. À cette pression, le débit généré compense le débit sortant, et la pression se stabilise.

Les historiques de pression enregistrés par deux capteurs de pression interne P_{FAR} et P_{FAV} sont tracés sur la figure 2.7 de $t = 0{,}22$ s jusqu'à quelques millisecondes après le désoperculage. On peut ainsi se rendre compte de tous les phénomènes qui se déroulent dans le

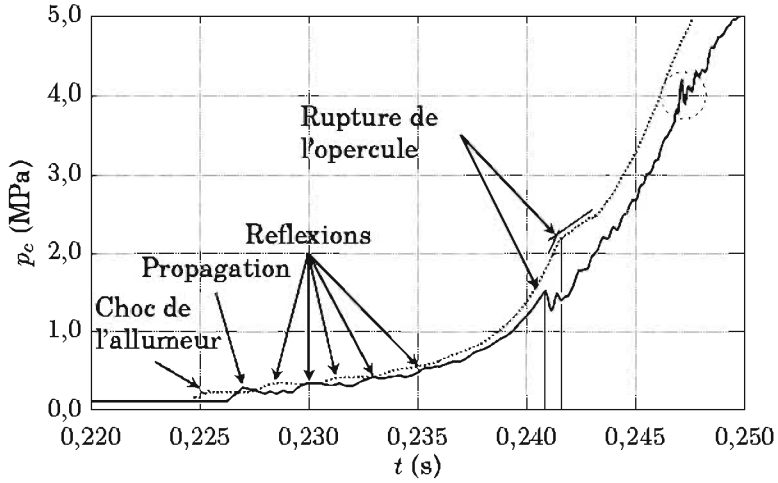


FIGURE 2.7 – Historiques de pression en fond avant et en fond arrière : P_{FAR} (——), P_{FAV} (-------)

moteur pendant la phase d'allumage. P_{FAV} est situé à coté de l'allumeur, et enregistre l'onde de choc générée à la mise à feu à $t \approx 0{,}225$ s. Le front se propage dans le moteur jusqu'à P_{FAR} ($t \approx 0{,}227$ s), et se réfléchit sur le fond arrière. L'onde exécute alors une série d'aller-retours dans le moteur, jusqu'à ce que la pression moyenne, en forte augmentation, exerce une contrainte suffisante pour arracher l'opercule ($p_c \approx 1{,}51$ MPa), à $t = 0{,}2401$ s.
Le désoperculage est analogue à la rupture de la membrane d'un tube à choc : une onde de surpression est envoyée dans le domaine basse pression (l'atmosphère) pendant qu'une onde de détente se propage dans le domaine haute pression (moteur). Une dépression est effectivement observée sur le capteur P_{FAR}, avec une amplitude de 0,25 MPa et une durée de 0,3 ms. Le capteur en fond avant n'enregistre pas de dépression, mais un changement de pente, signalé par deux lignes de brisure sur la figure 2.7. Ceci est dû à l'injection de masse par la combustion, qui amortit l'onde de détente. La différence de temps entre l'enregistrement de l'onde de détente sur les deux capteurs permet d'estimer la vitesse de propagation de l'onde à environ 1000 m.s^{-1}, correspondant à la vitesse du son dans les gaz brûlés de propergol.

La dépression engendrée par le désoperculage est rapidement compensée par les gaz générés par le fort débit de gaz brûlés. L'historique de pression enregistré sur P_{FAR} entre $t = 0{,}22$ s et $t = 0{,}27$ s est tracé sur la figure 2.8. La dérivée centrée d'ordre 2 du signal, au préalable lissé par un algorithme de Savitzky-Gollay [1], est aussi représentée. La dérivée de l'historique de pression dans la chambre présente l'allure générale d'une gaussienne, centrée en $t = 0{,}2468$ s et dont le maximum vaut $\dot{p}_{max} = 712{,}5$ MPa.s^{-1}. Le maximum de

1. Un algorithme de Savitsky-Gollay est un algorithme qui permet d'évaluer localement les paramètres du polynôme de degré 2 ou 3 permettant le meilleur approximation des données.

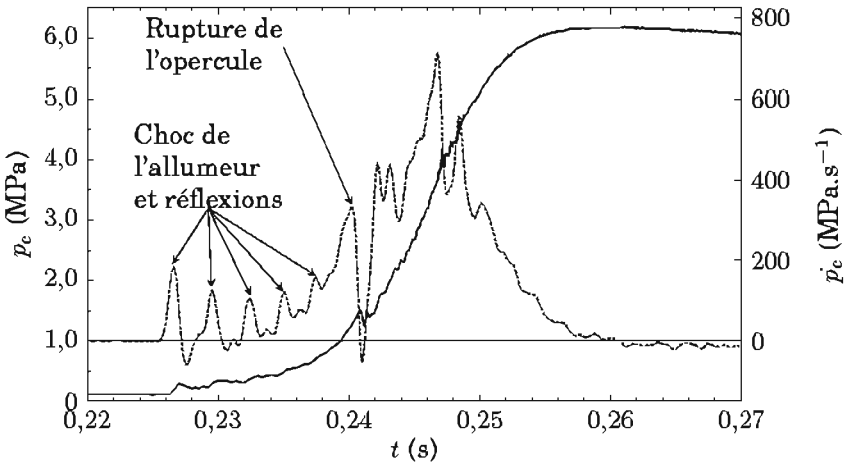


FIGURE 2.8 – Signal de pression lissé et sa dérivée centrée d'ordre 2 : P_{FAR} lissé (——), $\dot{p}_c$ (-------), $\dot{p}_c = 0$ (——)

la dérivée intervient peu avant une oscillation sur le capteur P_{FAR}, marquée par un cercle en pointillés sur la figure 2.7. Cette oscillation est causée par l'éjection du bouchon d'allumeur d'après [Varnier 2006a]. On peut remarquer qu'avant le désoperculage, la dérivée du signal de pression oscille au passage de l'onde de compression de l'allumeur. La dérivée du signal de pression confirme que l'onde de choc de l'allumeur est complètement amortie lors du désoperculage.

Le désoperculage intervient au début de la pente de montée en pression, la dérivée ayant jusqu'alors une valeur en constante croissance. Le désoperculage se manifeste par une dépression et une valeur négative de la dérivée. À mesure que la pression rejoint la valeur maximale, la dérivée tend vers une valeur légèrement négative, qui correspond à la diminution de pression à la fin de la première phase.

2.3.1.3 Taux de montée en pression

Le taux de montée en pression du moteur peut se calculer par plusieurs méthodes. Celle retenue par Astrium dans le cadre du pôle AEID consiste à considérer la montée en pression moyenne entre deux bornes arbitrairement définies. Cette méthode est représentée sur la figure 2.9. Pour cela, Δp est défini comme étant la variation de pression entre p_{min}, le minimum du creux consécutif au désoperculage, et p_{max}, le maximum de pression. La borne inférieure est alors fixée à l'instant auquel la pression dans la chambre vaut $p_{10} = p_{min} + 10\%\Delta p$. De manière similaire, la borne supérieure est définie comme l'instant auquel la pression dans la chambre vaut $p_{90} = p_{max} - 10\%\Delta p$. Cette méthode conduit à un taux de montée en pression du tir LP10-25 $\tau_p = \Delta p_{90-10}/\Delta t = 408$ MPa.s^{-1}. Ce taux est maintenant comparé au taux de montée en pression des moteurs à propergol solide du lan-

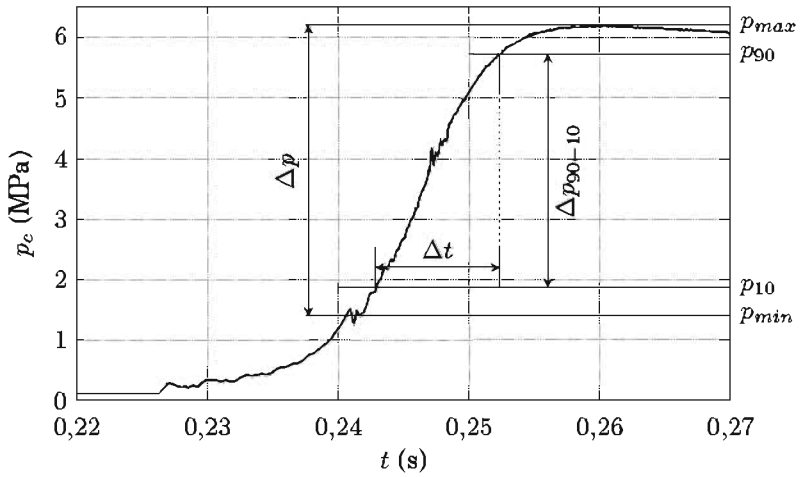


FIGURE 2.9 – Calcul de la montée en pression du LP10-25

ceur Ariane 5. La pression dans la chambre dépend du dégagement de gaz d'une part, et du débit traversant la tuyère (*cf.* section 1.2.4). Le dégagement de gaz, à propergol constant, dépend de la surface de combustion. Le débit sortant dépend de l'aire de la section au col. L'évolution de la pression entre le modèle réduit et le moteur à l'échelle 1 dépend donc du facteur d'échelle géométrique au carré. S'agissant d'un débit, il faut diviser par le facteur d'échelle temporel. Le taux de montée en pression τ_p de la maquette à l'échelle H ramené à l'échelle 1 s'écrit $\tau_{p,ech1} = \tau_p H^2/H = 11{,}67$ MPa.s^{-1}. Le lanceur Ariane 5 a un taux de montée en pression d'environ 16 MPa.s^{-1}. Les modèles analytiques et semi-empiriques des paragraphes 1.4.1.1 page 45 à 1.4.1.3 page 48 relient l'amplitude de l'onde de souffle au taux de montée en pression. Le tir LP10-25 doit donc générer une ODS d'amplitude plus faible que lors des tirs d'Ariane, en ayant toutefois un essai représentatif des moteurs de l'échelle 1.

2.3.2 Signal en champ lointain

2.3.2.1 Analyse des signaux bruts

Les historiques de surpression $\Delta p = p - p_\infty$ enregistrés par les microphones en champ lointain sont tracés sur les figures 2.10 et 2.11. L'enregistrement dans l'ensemble de sa durée est tracé sur les figures de gauche. Afin de visualiser clairement l'onde de souffle, les figures de droite détaillent les premières dizaines de millisecondes de signal utile. Les courbes de la figure 2.10 concernent les microphones situés sur le premier arc à 71 D_j de la tuyère, et les courbes de la figure 2.11 les microphones de l'arc 2 situé à 142 D_j.

On s'intéresse dans un premier temps à l'arc le plus proche de la sortie tuyère. L'onde de souffle est signalée sur les figures de gauche par une flèche, et est tout particulièrement

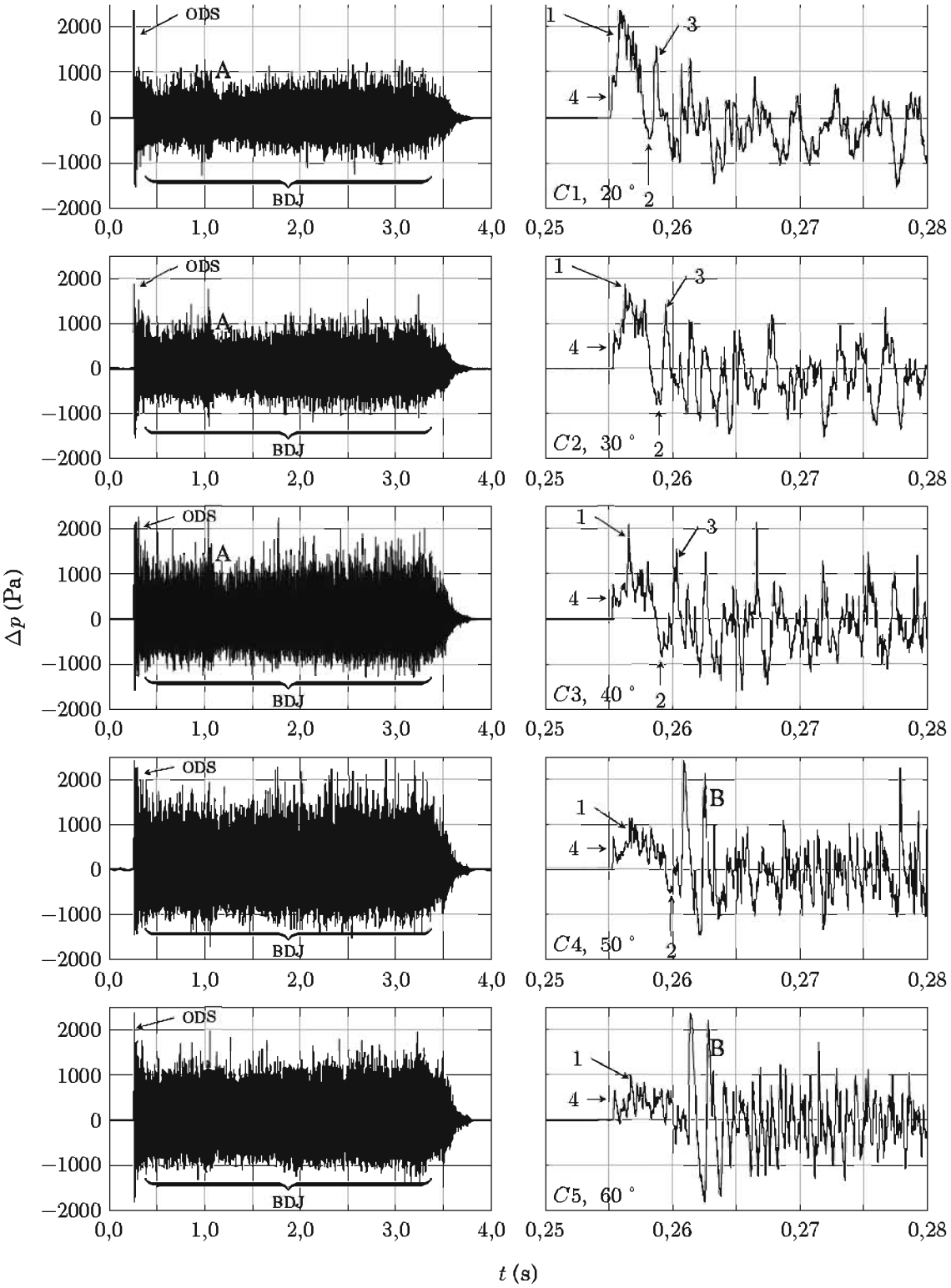


FIGURE 2.10 – Signal de pression enregistré sur les capteurs C_1 à C_5 situés à 71 D_j

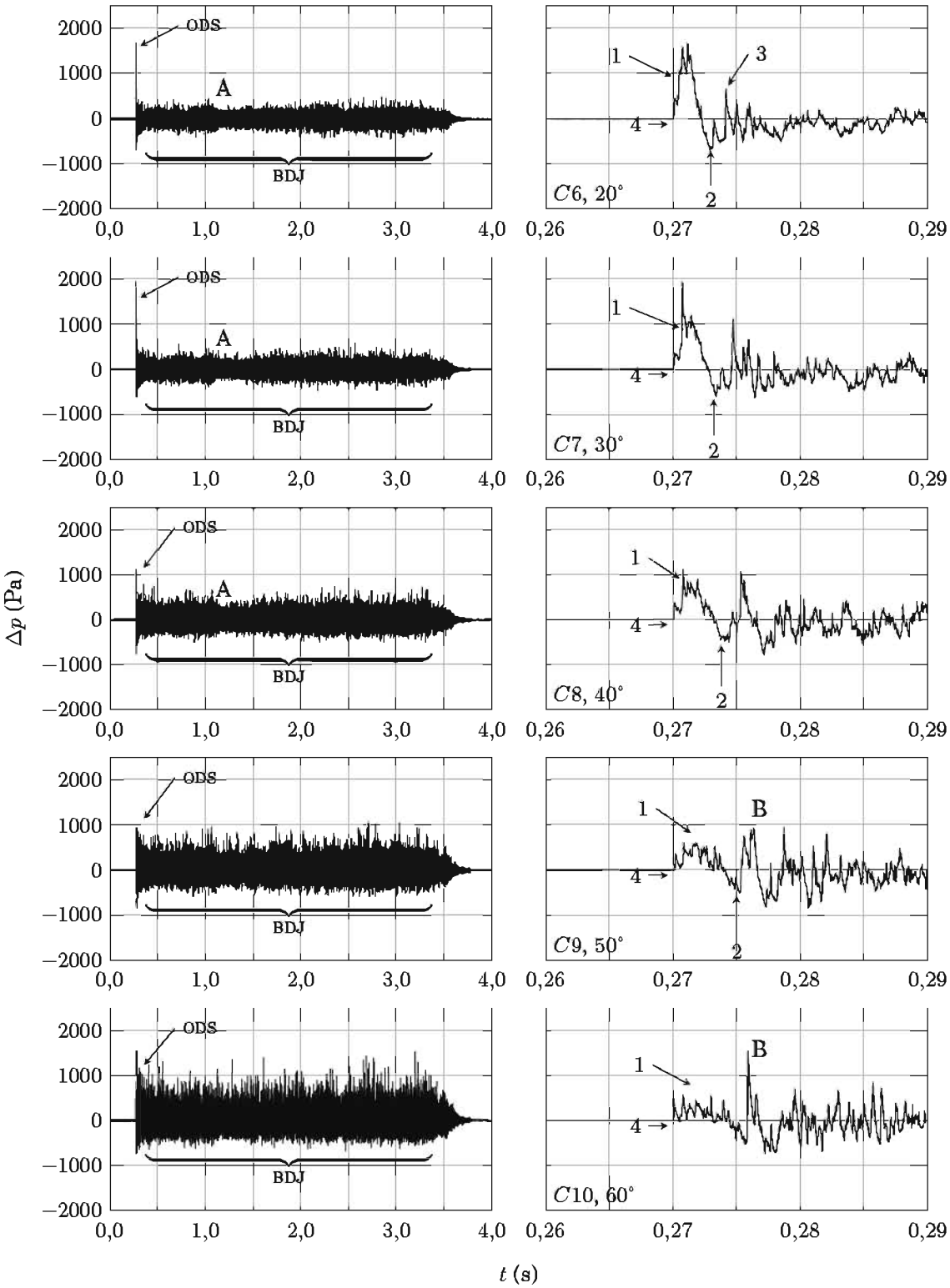


FIGURE 2.11 – Signal de pression enregistré sur les capteurs C_6 à C_{10} situés à 142 D_j

bien visible sur l'historique du capteur C_1. Il s'agit du pic dominant l'ensemble du signal acoustique, dont l'analyse en détail sur la figure de droite permet de la décomposer en quatre parties :

1. une bouffée basse fréquence de grande amplitude maximale (2 300 Pa pour C_1) ;
2. une dépression profonde et relativement large ;
3. un pic de pression étroit et d'amplitude plus faible que la bouffée ;
4. le tout est précédé de très peu par un front raide.

Le signal présente par la suite un caractère plus haute fréquence, attribué aux mécanismes de génération de bruit présents dans le jet.
Ce motif est aussi visible sur les capteurs C_2 et C_3 dans une moindre mesure. Pour les deux derniers capteurs de l'arc C_4 et C_5, le passage d'une onde de choc, composée de deux pics de très forte amplitude et identifiée par la lettre B sur les figures, perturbe la lecture de l'ODS. Le front numéro 4 est toujours présent, mais le second pic (3) n'est pas visible sur aucun des deux microphones, et la dépression (2) est difficilement observable sur le capteur C_5. D'après [Varnier 2006a], les deux pics B sont causés par le passage du bouchon de l'allumeur par le col de la tuyère qui cause une oscillation de la pression dans la chambre (identifiée sur la figure 2.7). La durée entre le désoperculage et l'oscillation correspond en effet à l'écart de temps entre le passage de la première onde (4) et les deux pics B. Pour Varnier le pic (3) est aussi causé par le passage du bouchon d'allumeur. Cependant, la durée entre l'arrivée du pic (3) et les premières ondes est inférieure à l'écart sur l'historique de pression. De plus, la dépression (2) entre le pic (3) et la bouffée (1) est de durée constante sur les capteurs C_1, C_2 et C_3. En gardant à l'esprit la forme en N typique d'une ODS, on peut alors faire l'hypothèse que le pic (3) est la réflexion de l'ODS sur le sol goudronné du champ de tir.
Des oscillations de nature haute fréquence perturbent le signal de l'ODS. L'origine de ces perturbations reste à déterminer. On peut supposer qu'il s'agit de réflexions de l'onde sur les microphones voisins, mais les dimensions des microphones ainsi que celles de leurs mâts de support sont très petites devant la longueur d'onde de l'ODS. Une autre hypothèse est que ces perturbations sont causées par la turbulence du jet. Cette hypothèse implique que le développement turbulent du jet et celui de l'ODS sont étroitement liés, et contemporains. L'observation des densités spectrales de puissance permettra de conforter ou non cette hypothèse.
Il est intéressant de noter qu'à mesure que l'on s'éloigne de l'axe du jet, le front (4) se dissocie de la bouffée de l'ODS (1). Ce front fait presque partie de la bouffée de l'onde de souffle sur le capteur C_1, mais est indépendant sur le capteur C_5. Le tableau 2.2 compare les temps de passage du front (4) ainsi que son amplitude pour chaque capteur du premier. Le front

Micro	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
Δp (Pa)	909	851	776	736	673
t (s)	0,25525	0,25540	0,25530	0,25535	0,25545

TABLE 2.2 – Amplitude et temps d'arrivée du front (4) sur le premier arc

est tout à fait synchrone sur l'ensemble des capteurs. Son amplitude décroît de 30% en écartant le point de mesure de l'axe du jet entre 20° et 60°. Il s'agit donc du passage d'un front d'onde sphérique, se développant à partir d'un point source. Ces caractéristiques laissent à penser qu'il s'agit d'une onde de choc consécutive au désoperculage [Varnier 2006a]. Une analyse plus en détail est présentée dans le chapitre 4.

Concernant le bruit de jet dans la phase établie du jet, un rétrécissement de l'enveloppe des signaux du premier arc précédé d'une bouffé, marqué de la lettre A, est visible peu après $t = 1{,}0$ s. Cette perturbation de l'intensité acoustique perçue est contemporaine avec la surpression enregistrée dans la chambre de combustion à la fin de la combustion du premier segment (*cf.* figure 2.6).
Par ailleurs, l'intensité du bruit de jet varie de façon non monotone avec l'angle d'observation : l'amplitude des perturbations semble croître entre 20° et 40° puis diminuer entre 50° et 60°. Les amplitudes RMS des différents capteurs sont reportées sur le tableau 2.5. Enfin, les capteurs les plus proches de l'axe enregistrent un bruit de jet porté par une composante plus basse fréquence que les microphones les plus éloignés de l'axe.

Les deux arcs de mesure sont maintenant comparés. L'ODS enregistrée sur ce second arc présente des caractéristiques sensiblement différentes. L'amplitude maximale enregistrée par le capteur C_6 (20°) est logiquement inférieure à celle de son homologue du premier arc. Le capteur C_7 (30°) enregistre le passage d'un choc fort, de très grande intensité, pendant la bouffée de l'ODS (1), qui n'est pas observé sur le capteur C_2. L'identification du pic (3) est très difficile sur les signaux au-delà de 30°. Sur le capteur C_8 (40°), après la dépression (2) on observe le passage d'une nouvelle bouffée d'amplitude équivalente à la bouffée (1), mais de moins longue durée. Sa nature est indéterminée. En s'écartant encore de l'axe, cette seconde bouffée semble se coalescer en un front très raide, noté B. Varnier identifie ces pics au passage du bouchon d'allumeur dans la tuyère.
L'amplitude du front (4) par les microphones du second arc est environ la moitié de la valeur enregistrée par le premier arc, ce qui confirme que ce front s'épand de manière sphérique en conservant son énergie. Il semble donc bien s'agir d'une onde consécutive au désoperculage.

Micro	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}
Δp (Pa)	460	378	381	382	483
t (s)	0,27015	0,27010	0,27015	0,27020	0,27010

TABLE 2.3 – Amplitude et temps d'arrivée du front (4) sur le second arc

2.3.2.2 Densité spectrale de puissance

Des graphiques temps - fréquence colorés par la densité spectrale de puissance (DSP) sont présentés sur la figure 2.12. Les signaux de pression enregistrés par les différents capteurs entre 0,25 et 3,5 s sont découpés en 100 tronçons d'une durée égale $\tau = 0{,}0325$ s. La densité spectrale de puissance de chaque tronçon est évaluée sans fenêtrage lors de la transformée de Fourier. La résolution fréquentielle est $\Delta f \approx 30$ Hz. Le tableau 2.4 présente les erreurs relatives totales sur la puissance estimée, c'est-à-dire la différence entre la puissance calculée sur l'ensemble du signal temporel et la somme des puissances estimées de chacune des DSP. Les graphiques temps - fréquence permettent de visualiser l'évolu-

Micro	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
Erreur (%)	$4{,}0.\ 10^{-2}$	$1{,}5.\ 10^{-1}$	$8{,}0.\ 10^{-2}$	$4{,}0.\ 10^{-2}$	$7{,}0.\ 10^{-2}$

Micro	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}
Erreur (%)	$7{,}0.\ 10^{-2}$	$1{,}2.\ 10^{-1}$	$2{,}3.\ 10^{-1}$	$8{,}0.\ 10^{-2}$	$1{,}0.\ 10^{-1}$

TABLE 2.4 – Erreurs relatives de la puissance estimée par rapport à la puissance calculée du signal temporel, en pourcentage

tion temporelle de la signature fréquentielle du signal enregistré sur chaque microphone. Quelques observations sont reportées ici :

- les graphes présentent des raies verticales, ce qui traduit le fait que la signature acoustique du jet ne change pas de manière importante pendant la durée du tir ;
- la fréquence de la raie fondamentale augmente avec l'angle par rapport à l'axe, comme l'illustrent les traits rouges reliant les raies fondamentales des microphones du premier arc ;
- les microphones loin de l'axe ont un contenu essentiellement haute fréquence, et présentent plus d'harmoniques, alors que les microphones situés à 20° ont principalement une fondamentale, basse fréquence, sans harmonique ;
- le second arc dessine une cartographie très différente du premier arc. Les micro-

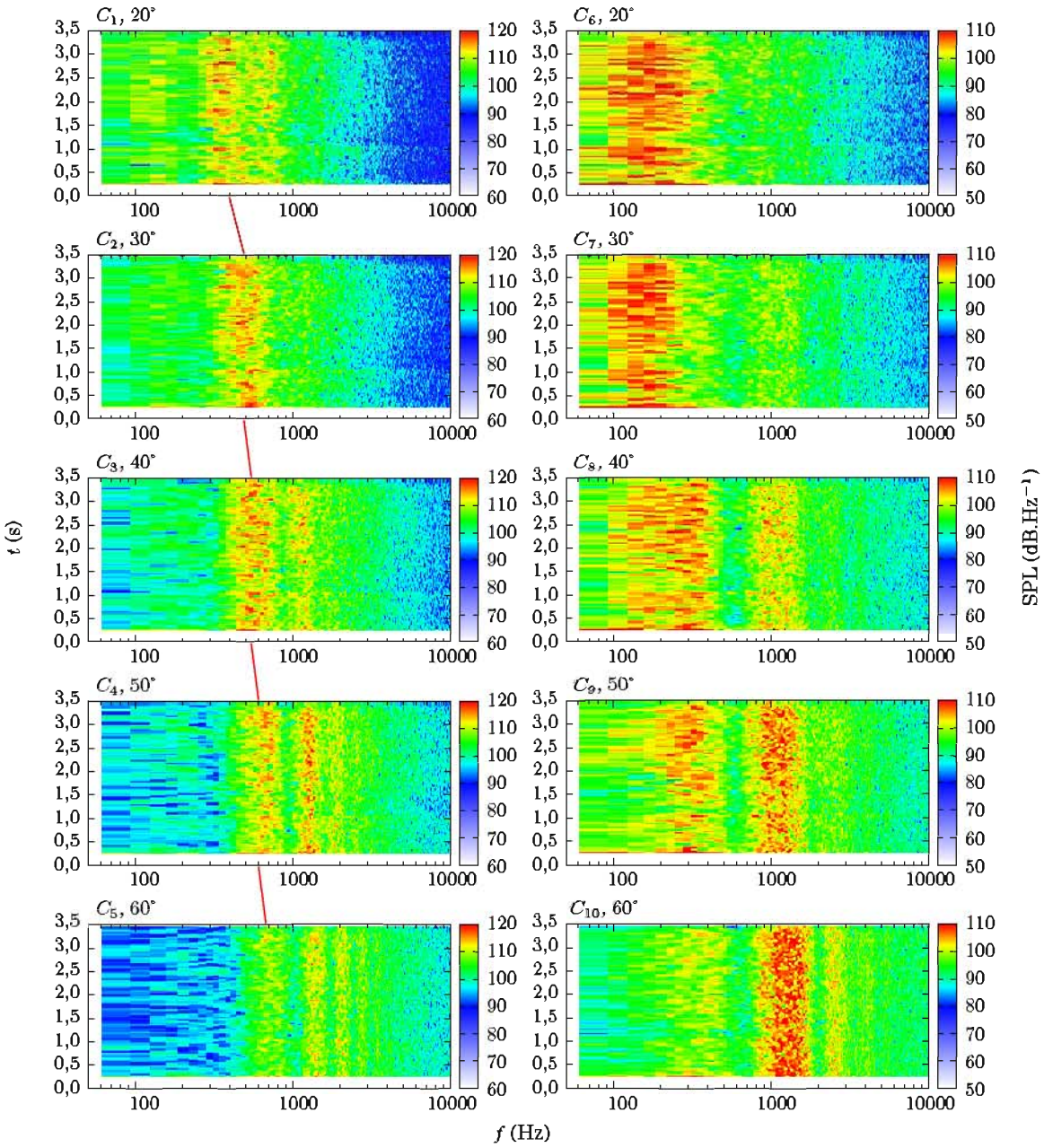


FIGURE 2.12 – Graphiques temps - fréquence de densité spectrale de puissance. *Gauche* : capteurs du premier arc (71 D_j). *Droite* : capteurs du second arc (142 D_j)

phones près de l'axe ont une composante basse fréquence intense et large bande [50 : 300] Hz. Cette composante se décale vers les fréquences plus élevées et diminue d'intensité à mesure que l'on s'éloigne de l'axe du jet ;

– sur chaque microphone, une composante basse fréquence est distingable sur la première DSP. Il s'agit de l'onde de souffle, dont la densité spectrale de puissance est

équivalente à celle des raies. Pendant cet intervalle, les raies caractéristique du bruit de jet sont aussi visibles. La première DSP, qui comprend les 30 premières millisecondes, enregistre donc à la fois l'ODS et du bruit de jet.

La puissance RMS calculée sur le signal temporel compris dans la même plage temporelle que les graphes temps - fréquence pour les différents capteurs est indiquée dans le tableau 2.5. Elle est calculée en intégrant le signal temporel entre les bornes t_{ini} et t_{fin} :

$$p_{\text{RMS}} = \left(\frac{1}{t_{fin} - t_{ini}} \int_{t_{ini}}^{t_{fin}} p^2 \mathrm{d}t \right)^{1/2} \tag{2.7}$$

Pour le premier arc, le maximum de puissance RMS est obtenu dans la direction 50° (C_4).

Micro	C_1, 20°	C_2, 30°	C_3, 40°	C_4, 50°	C_5, 60°
p_{RMS} (dB)	143,1	143,7	146,0	147,2	145,9

Micro	C_6, 20°	C_7, 30°	C_8, 40°	C_9, 50°	C_{10}, 60°
p_{RMS} (dB)	134,8	135,4	137,2	139,1	140,5

TABLE 2.5 – Amplitudes RMS du bruit perçu durant le tir : $t_{ini} =$ 0,25 ms et $t_{fin} = 3{,}5$ s

Le microphone C_4 a une puissance supérieure de 6 dB à celle reçue par le microphone C_1, 3 dB sur C_2 et 1 dB sur C_3 et C_5. Sur le second arc, la puissance acoustique croît avec l'angle. Ces mesures confirment l'impression donnée par l'observation des signaux de pression des figures 2.10 et 2.11. Une analyse plus détaillée des mesures acoustiques sera réalisée au chapitre 5.

L'analyse des signaux audios semble indiquer une séparation entre le bruit de jet et l'ODS. Cependant, il est logique de penser que le phénomène d'onde de souffle soit contemporain au développement du jet supersonique. On peut donc s'attendre légitimement à une action possible de l'un sur l'autre. Lors de l'allumage, l'ODS ne semble donc pas être un phénomène à traiter entièrement indépendamment du jet supersonique.

Ce dernier occupe donc une place importante dans la simulation de l'environnement acoustique au décollage. Pour suivre le développement et la mise en place de l'écoulement instationnaire du jet, une caméra IR a enregistré les premiers instants à haute fréquence.

2.3.3 Imagerie Infrarouge

La caméra IR enregistre le développement du jet à une cadence de 2000 clichés par seconde. Le temps d'intégration de chaque image est de 100 μs. La caméra est déclenchée 5 s avant la mise à feu du moteur. Aussi, les images ne sont pas exactement synchronisées avec

les évènements du tir, en particulier l'arrachage de l'opercule. On attribue arbitrairement le temps $t = 0$ des clichés à l'image qui correspond au désoperculage de la tuyère, soit en réalité environ 24 ms après le début de l'acquisition acoustique (*cf.* fig. 2.6). Les clichés sont présentés sur les figures 2.13 et 2.14, annotés avec le temps décalé. La séquence comporte 36 images, soit 17,5 ms de tir, ce qui correspond essentiellement à la phase d'allumage du moteur. La période couvre la montée en pression jusqu'au maximum de pression.
Les images présentées ne sont pas étalonnées en luminance énergétique. L'évaluation et la comparaison des signaux se feront donc sur les images brutes en nombre de coups (*digital level*), proportionnels à la luminance photonique. Celle-ci est elle-même une fonction de la température des gaz. La tuyère se situe à gauche des images mais n'est pas visible, car elle ne rayonne pas dans la gamme de longueur d'onde du filtre. Aux premiers instants, on observe le développement et la convection vers l'aval d'une boule de feu :

- $t = 1{,}0$ ms : un point chaud apparaît à l'extrémité avale de la poche de gaz chauds ;
- $t = 1{,}0$ - $t = 5{,}0$ ms : à mesure que la poche se développe, le point aval de la poche de gaz émet plus intensément ;
- $t = 5{,}0$ ms : la poche de gaz s'est grandement élargie et rayonne fortement dans la gamme spectrale du filtre. Cette boule de gaz chaud émet plus intensément que les gaz en sortie de tuyère, ce qui suggère une combustion avec les gaz de l'air ambiant. De plus, le gradient d'intensité est radial avec pour point maximal le centre de la poche de gaz, ce qui indique qu'il s'agit d'une combustion du volume de gaz, et non une combustion superficielle de la couche de mélange. La vitesse d'expansion est mesurée à 287 $\mathrm{m.s^{-1}}$. La forme allongée de cette poche de gaz est attribuée à la forme de la tuyère [Varnier 2006c]. En effet, lors du tir du moteur identique LP10-26, mais équipé d'une tuyère plus courte pour un demi angle d'ouverture plus grand, les observations rapportent que la poche de gaz est alors plus large et beaucoup moins longue ;
- $t = 6{,}0$ - $t = 8{,}0$ ms : une bouffée chaude traverse le champ de la caméra. Cette bouffée correspond au pic de pression enregistré par le capteur P_{FAR} et signalé sur la figure 2.7. Cela correspond aussi au maximum de la dérivée du signal de pression lissé de la figure 2.8. Dans le même temps, le jet se développe ;
- $t = 10{,}0$ ms : le jet est stationnaire. Des points bleus sont visibles à intervalles réguliers, révélateurs de zones chaudes à l'intérieur du jet. Il s'agit des zones en aval des chocs qui échauffent le gaz en les traversant.
- $t = 10{,}0$ ms - fin : on peut s'attendre à la recombustion des gaz en périphérie du jet, dans la couche de mélange. Les images IR montrent que le jet supersonique est entouré d'une couche plus chaude. Cependant, le faible contraste entre la température du jet dans l'écoulement central et la température des gaz en périphérie ne permet pas de conclure sur ce point.

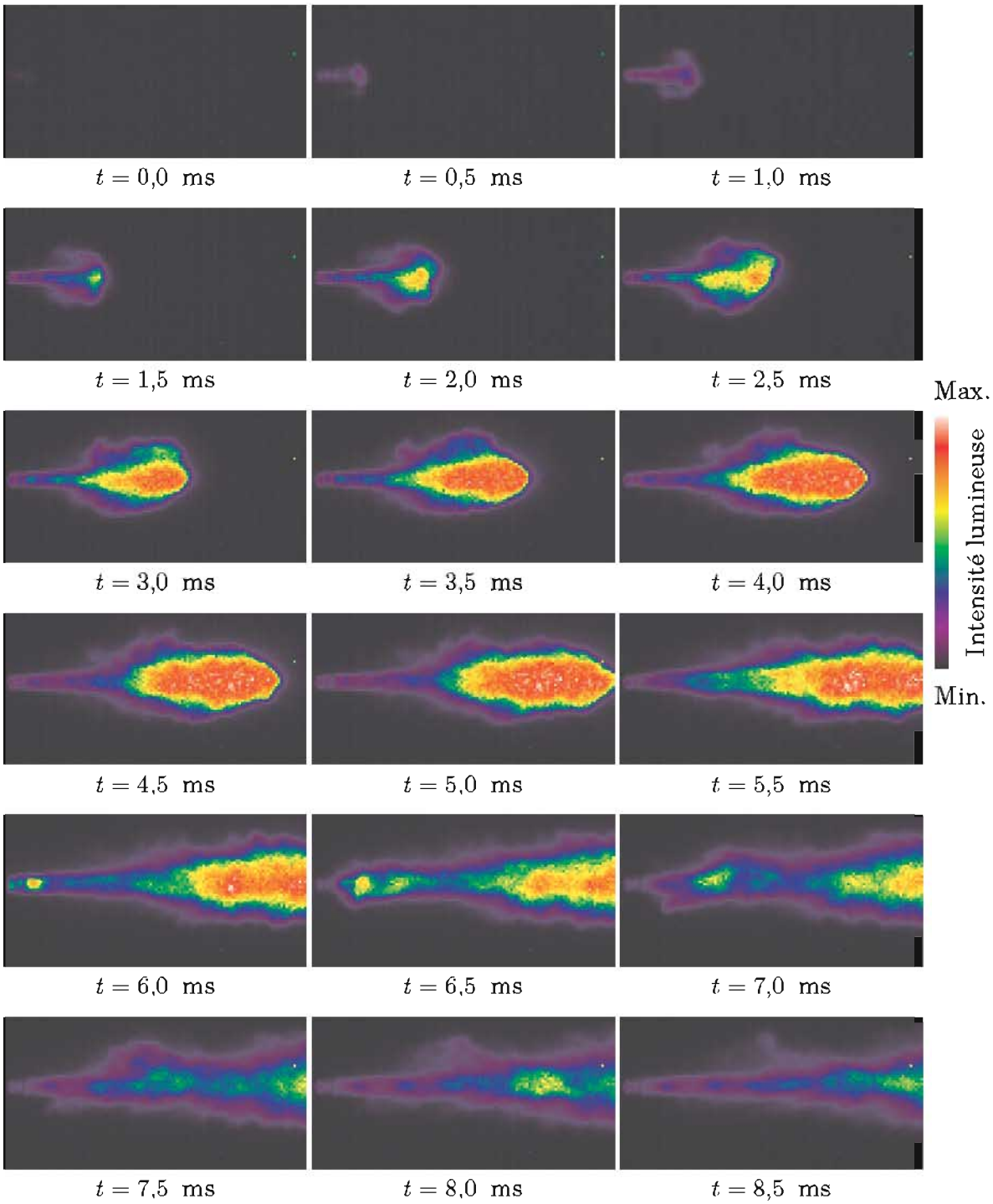


FIGURE 2.13 – Séquence d'allumage du LP10-25 enregistrée par la caméra haute vitesse dans la bande III du rayonnement IR, du désoperculage ($t = 0$ ms) à $t = 8{,}5$ ms

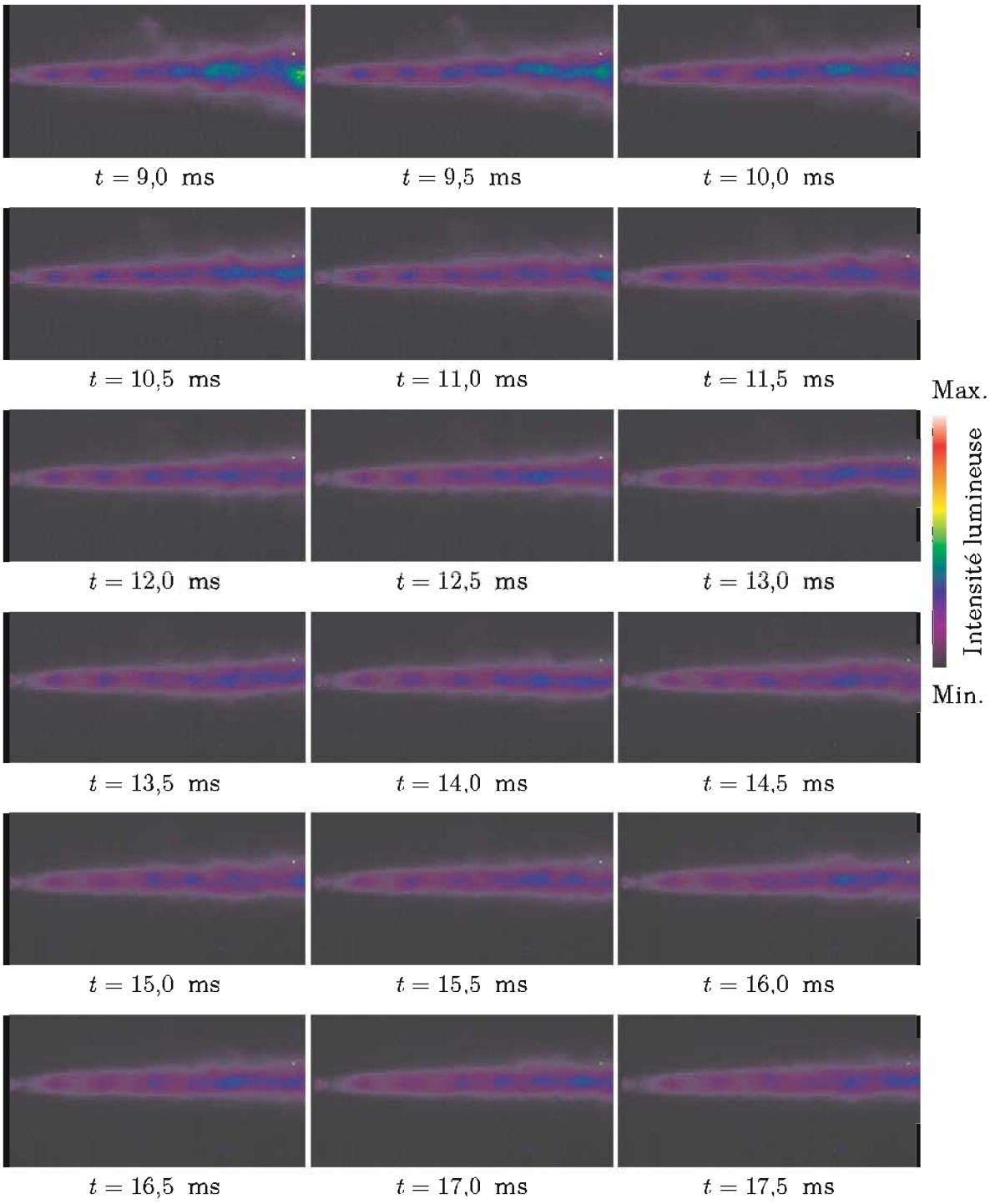


FIGURE 2.14 – Séquence d'allumage du LP10-25 enregistrée par la caméra haute vitesse dans la bande III du rayonnement IR de $t = 9{,}0$ ms à $t = 17{,}5$ ms

2.4 Conclusion

Ce chapitre a présenté le dispositif expérimental du tir LP10-25. Les caractéristiques du moteur et de sa mise en place ont été détaillées durant la première section, à savoir l'organisation du propergol et sa composition, la géométrie de la tuyère, ainsi que les grandeurs aérodynamiques attendues. La seconde partie a exposé l'instrumentation de l'essai : les capteurs de pression dans la chambre, les microphones de champ libre et la caméra IR. Enfin, les mesures ont été analysées pendant la troisième partie. Les signaux acoustiques montrent que l'ODS ne semble pas être un phénomène indépendant du jet supersonique, et sa modélisation devra donc passer par une simulation du développement du jet. De plus, la recombustion des gaz de propergols entraîne la formation et l'expansion d'une boule de feu peu après l'allumage. On peut s'attendre à ce que cette boule de feu ait une influence sur le développement de l'ODS. Concernant le bruit de jet, les graphiques temps - fréquence de DSP montrent que les fréquences des fondamentales se situent entre 200 et 1000 Hz. Par ailleurs, l'observation des images IR montre qu'il n'y a pas ou que très peu de recombustion dans la couche de mélange du jet.

CHAPITRE 3

Modèles et méthodes

Science can only ascertain what is, but not what should be, and outside of its domain value judgements of all kinds remain necessary.

Les sciences ne peuvent révéler que ce qui est, pas ce qui devrait être, et, en dehors de son domaine de validité, des jugements de valeurs sont nécessaires.

Albert Einstein, Out of My Later Years, 1936

3.1 Équations de la LES 88

3.1.1 Équations de conservation 88

3.1.1.1 Conservation de la masse 89

3.1.1.2 Conservation de la quantité de mouvement 89

3.1.1.3 Conservation de l'énergie totale 89

3.1.2 Lois d'état et fermeture des équations 91

3.1.2.1 Loi d'état des gaz parfaits 91

3.1.2.2 Diffusion de quantité de mouvement 91

3.1.2.3 Diffusion des espèces 92

3.1.3 Approches numériques pour la résolution des équations de Navier-Stokes 92

3.1.3.1 Théorie de Kolmogorov sur la turbulence 92

3.1.3.2 Approches pour le calcul des écoulements turbulents . . . 94

3.1.3.3 Filtrage des équations de Navier-Stokes compressibles pour la LES 96

3.2 Rayonnement acoustique avec le logiciel KIM 98

3.2.1 L'analogie de Lighthill 99

3.2.2 Formulations surfaciques 102

3.2.2.1 Formulation de Kirchhoff 102

3.2.2.2 Formulation de Ffowcs Williams & Hawkings 102

3.3 Outils de simulation de la mécanique des fluides 104
3.3.1 Présentation du code Cedre 104
3.3.1.1 Discrétisation spatiale 104
3.3.1.2 Intégration temporelle 107
3.3.1.3 Parallélisation 109
3.3.2 Modélisation du transfert thermique radiatif 109
3.3.2.1 Échange entre solveurs 111
3.3.2.2 Modélisation des propriétés radiatives 111
3.3.3 Évaluation du code 113
3.3.3.1 Validation de Cedre 113
3.3.3.2 Validation des schémas spatiaux et temporels pour la propagation d'ondes 113
3.3.4 Validation de Cedre et Kim : sphère pulsante 117
3.4 Outils de traitement du signal 118
3.4.1 Définitions 118
3.4.2 Outils 119
3.4.2.1 Périodogramme 119
3.5 Conclusion 121

Ce chapitre a pour objectif de présenter les outils utilisés dans le cadre de ce mémoire. En particulier, la simulation par LES est explicitée, l'analogie de Lighthill et la formulation de Ffowcs Williams et Hawkings sont détaillées, les modèles numériques disponibles à l'utilisateur dans le code de calcul Cedre sont précisés et évalués et finalement, les outils de traitement statistique du signal sont présentés.

3.1 Équations de la LES

Cette section présente les équations qui régissent la partie mécanique des fluides du code multi physique Cedre, utilisé dans la suite de ce mémoire. Dans un premier temps, on rappelle les équations qui gouvernent l'évolution d'un fluide compressible newtonien.

3.1.1 Équations de conservation

Ces équations sont composées des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie totale du volume fluide considéré.

3.1.1.1 Conservation de la masse

Le bilan de masse totale sur un volume fluide s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho v) = 0 \tag{3.1}$$

Considérons un écoulement composé de n_e espèces susceptibles de réagir entre elles. La conservation des espèces donne n_e équations de la forme :

$$\frac{\partial \rho Y_k}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho Y_k v) = -\mathrm{div}(J_k) + \dot{\omega}_k \tag{3.2}$$

où, pour chaque espèce k, Y_k désigne la fraction massique, $\dot{\omega}_k$ le terme source (en $\mathrm{kg.m^{-3}.s^{-1}}$) et J_k le flux de diffusion de masse. Ce dernier s'exprime par :

$$J_k = \rho \nu_k Y_k \tag{3.3}$$

avec ν_k la vitesse de diffusion de l'espèce considérée. La somme des n_e équations (3.2) est équivalente à l'équation (3.1) si la somme des flux de diffusion des espèces est nulle et que la somme des termes sources l'est aussi.

3.1.1.2 Conservation de la quantité de mouvement

La conservation de la quantité de mouvement s'exprime par la relation :

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho v \otimes v) = \mathrm{div}(\tau - pI) + \rho \mathrm{f_v} \tag{3.4}$$

La quantité de mouvement varie selon les forces qui sont appliquées au système, à savoir la pression p, les forces volumiques $\mathrm{f_v}$ et les contraintes visqueuses τ. Pour les écoulements que l'on considère dans ce mémoire, on négligera les forces de volume. En effet, même si la masse volumique des écoulements considérés n'est pas uniforme, les effets liés à la gravité sont négligeables comparés aux forces inertielles, compte tenu des gammes de vitesse considérées.

3.1.1.3 Conservation de l'énergie totale

La troisième équation de conservation concerne l'énergie totale e_t du système, que l'on écrit :

$$e_t = e + \frac{1}{2} v \cdot v \tag{3.5}$$

avec e l'énergie interne définie à l'équation (3.15). La conservation de l'énergie s'écrit alors :

$$\frac{\partial \rho e_t}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho v e_t) = \mathrm{div}[(\tau - p\mathrm{I})v] - \mathrm{div}(J_{e_t}) + \rho \mathrm{f_v} \cdot v \tag{3.6}$$

où I est la matrice identité et J_{e_t} le flux d'énergie totale. Comme pour l'équation (3.4), on néglige le travail des forces volumiques dans le bilan d'énergie totale. Le flux d'énergie totale fait intervenir l'enthalpie h_k des espèces et le flux de diffusion de chaleur q :

$$J_{e_t} = \mathrm{q} + \sum_{k=1}^{n_e} h_k J_k \tag{3.7}$$

On suppose que la diffusion obéit à la loi de Fourier :

$$\mathrm{q} = -\lambda \mathbf{grad}(T) \tag{3.8}$$

où λ est la conductivité thermique du mélange. Elle est évaluée à partir de la moyenne pondérée des conductivités thermiques de chaque espèce par les fractions molaires et par l'inverse de la viscosité :

$$\lambda = \mu \sum_{k=1}^{n_e} \lambda_k \frac{Y_k}{\mu_k} \tag{3.9}$$

où μ est la viscosité dynamique du mélange, reliée à la viscosité cinématique par $\mu = \rho\nu$, calculée comme la moyenne arithmétique des viscosités dynamiques de chaque espèce :

$$\mu = \sum_{k=1}^{n_e} Y_k \mu_k \tag{3.10}$$

Pour une espèce k, μ_k suit la loi de Sutherland :

$$\mu_k(T) = \mu_k^0 \frac{T_k^0 + T_k^1}{T + T_k^1} \left(\frac{T}{T_k^0} \right)^{3/2} \tag{3.11}$$

avec $\mu_k^0 = \mu_k(T_k^0)$, et T_k^0 et T_k^1 des constantes de l'espèce k.

La conductivité λ_k de chaque espèce est déterminée en considérant que le nombre de Prandtl $Pr_k = \mu_k c_{p,k}/\lambda_k$ de chaque espèce est constant, avec c_p la capacité calorifique massique à pression constante. $c_{p,k}$ est évalué à partir de polynômes d'ordre n_d :

$$c_{p,k}(T) = \sum_{i=1}^{n_d} a_{k,i} \left(\frac{T}{\theta} \right)^i \tag{3.12}$$

où les coefficients $a_{k,i}$ sont donnés pour chaque espèce et θ est une échelle de température,

usuellement 1000 K. Dans CEDRE, les polynômes des gaz sont d'ordre $n_d = 7$.

3.1.2 Lois d'état et fermeture des équations

3.1.2.1 Loi d'état des gaz parfaits

Le gaz parfait est un modèle thermodynamique décrivant le comportement des gaz réels à basse pression. Il consiste à négliger les forces d'interaction électrostatique entre les molécules (polarité). Le gaz est alors une collection de molécules ponctuelles sans interaction entre elles. Cela se traduit par une loi d'état indépendante de la nature du gaz :

$$p = \rho \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T \tag{3.13}$$

où $\mathcal{R} = 8{,}314\ \mathrm{J.mol^{-1}.K^{-1}}$ est la constante universelle des gaz parfaits, et $\mathcal{M}$ est la masse molaire du gaz, qui s'écrit dans le cas d'un mélange gazeux :

$$\mathcal{M} = \sum_{k=1}^{n_e} X_k \mathcal{M}_k \tag{3.14}$$

où X_k est la fraction molaire de chaque espèce k. Dans le cadre de ce modèle, l'énergie interne e du mélange gazeux s'écrit :

$$e = \sum_{k=1}^{n_e} Y_k h_k^0 + \int_{T_0}^{T} c_v \mathrm{d}T - \frac{\mathcal{R} T_0}{\mathcal{M}} \tag{3.15}$$

où h_k^0 est l'enthalpie de formation de l'espèce k, définie à la température de référence T_0 et c_v la capacité calorifique massique à volume constant du mélange.

3.1.2.2 Diffusion de quantité de mouvement

Seuls des fluides newtoniens sont considérés dans le cadre de cette étude, c'est-à-dire des fluides qui se déforment de manière proportionelle aux contraintes. La relation entre le tenseur des taux de déformations et le tenseur des contraintes visqueuses est linéaire et s'écrit :

$$\tau = \mu \left[\mathbf{grad}(v) + (\mathbf{grad}(v))^{\mathrm{T}} \right] + \left(\kappa - \frac{2}{3}\mu \right) (\mathrm{div}(v)) \mathrm{I} \tag{3.16}$$

où $\mu_b = \kappa - 2/3\mu$ est la viscosité en volume et κ la viscosité secondaire, qui est habituellement négligée.

3.1.2.3 Diffusion des espèces

Afin d'évaluer les vitesses de diffusion ν_k de chaque espèce, il est théoriquement nécessaire de résoudre un système de rang $n_e - 1$ complété par l'équation (3.1) de la conservation de la masse. Le formalisme adopté dans CEDRE, moins coûteux quand n_e est grand, est celui de l'approximation de Fick, qui introduit le coefficient de diffusion $\mathcal{D}$ dans l'écriture de la vitesse de diffusion. Pour une espèce k, on a :

$$\nu_k = -\mathcal{D}_k \frac{\mathbf{grad}(Y_k)}{Y_k} \tag{3.17}$$

Le flux de diffusion de l'espèce k défini à l'équation (3.3) peut alors s'écrire :

$$J_k = -\rho \mathcal{D}_k \mathbf{grad}(Y_k) \tag{3.18}$$

Le coefficient de diffusion $\mathcal{D}_k$ est évalué pour chaque espèce en le reliant à la viscosité dynamique $\nu_k = \mu_k/\rho_k$ et en supposant que le nombre de Schmidt Sc_k, qui compare la diffusion de quantité de mouvement à la diffusion moléculaire, est constant :

$$\mathcal{D}_k = \frac{\nu_k}{Sc_k} \tag{3.19}$$

3.1.3 Approches numériques pour la résolution des équations de Navier-Stokes

Avant de présenter les approches pour simuler les écoulements turbulents, un bref point est fait sur la phénoménologie de la turbulence.

3.1.3.1 Théorie de Kolmogorov sur la turbulence

Un écoulement turbulent est caractérisé par la présence de structures tourbillonnaires d'échelles très variées. Leur présence indique que les forces inertielles sont grandes devant les forces visqueuses. Ce rapport de forces est traduit par le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \tag{3.20}$$

où L est une grandeur caractéristique de l'écoulement. Quand Re est faible, les forces visqueuses sont dominantes, et l'écoulement ne présente pas ou peu de structures tourbillonnaires : l'écoulement est laminaire. Quand Re est grand, l'écoulement présente de nombreuses structures tourbillonnaires : il est turbulent. La transition entre écoulement laminaire et turbulent dépend du type d'écoulement : dans une conduite, où L est assimilé au diamètre, la transition se déroule pour $2000 < Re < 3000$; autour d'un cylindre entre

$1 < Re < 3000$...

Kolmogorov a théorisé les relations entre ces structures, ce qui peut se résumer par la figure 3.1. La courbe représente la densité spectrale d'énergie E en fonction du module du

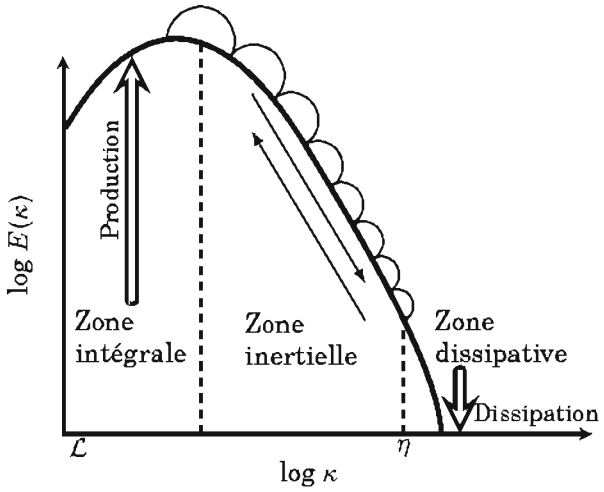


FIGURE 3.1 – Spectre de l'énergie contenue dans les tourbillons dans une turbulence homogène et isotrope

nombre d'onde κ (obtenu par transformée de Fourier du champ de vitesse), qui est homogène à l'inverse de la taille des structures turbulentes. Kolmogorov divise les échelles de tourbillons en trois zones principales dans cet espace spectral :

- la zone intégrale, ou encore zone énergétique, est la zone qui concerne la production de l'énergie cinétique turbulente. La taille des tourbillons est définie par la géométrie du problème, et est associée à l'échelle $\mathcal{L}$;
- la zone inertielle, dans laquelle les gros tourbillons se morcellent en plus petites structures sans dissipation d'énergie, que l'on nomme cascade d'énergie. Kolmogorov a émis l'hypothèse que cette cascade était auto-similaire : les tourbillons se divisent tous de la même manière quelle que soit leur échelle. Cette hypothèse conduit, par analyse dimensionnelle, à établir que la décroissance de la densité spectrale d'énergie est telle que $E(\kappa) \propto \kappa^{-5/3}$ pour une turbulence homogène et isotrope. Cette relation a pu être vérifiée expérimentalement ;
- la zone dissipative, dans laquelle les plus petite échelles dissipent l'énergie reçue en chaleur. La dimension de ces structures est associée à l'échelle de Kolmogorov η. Kolmogorov fait l'hypothèse que pour les très grands nombres de Reynolds, les petites échelles sont complètement déterminées par la viscosité ν et le taux de dissipation de

l'énergie ε. L'analyse dimensionnelle conduit à :

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{1/4} \tag{3.21}$$

Par ailleurs, toujours dans le cas d'une turbulence isotrope, l'analyse dimensionnelle permet de relier l'échelle de Kolmogorov à l'échelle intégrale de l'écoulement :

$$\frac{\mathcal{L}}{\eta} \sim Re_{\mathcal{L}}^{3/4} \tag{3.22}$$

avec $Re_{\mathcal{L}} = \dfrac{u_{\mathcal{L}}\mathcal{L}}{\nu}$ le nombre de Reynolds lié à l'échelle intégrale, $u_{\mathcal{L}}$ étant la vitesse caractéristique des structures de la taille de l'échelle intégrale.

La théorie de Kolmogorov prévoit donc qu'à mesure que le nombre de Reynolds augmente, la dimension des plus petites structures dissipatives diminue.
Sur le schéma de la figure 3.1, la cascade directe prévue par Kolmogorov est représentée, avec en parallèle une cascade inverse. La remontée de l'énergie des petites structures vers les plus grosses par appariements et enroulements tourbillonnaires n'est pas prévue dans la théorie de Kolmogorov, et est observée dans les zones de transition entre régime laminaire et régime turbulent. Cette cascade inverse peut, dans certains cas, représenter quelques dizaines de pourcent de l'énergie circulant dans la cascade directe.

3.1.3.2 Approches pour le calcul des écoulements turbulents

Plusieurs approches de résolution numérique du système composé des équations (3.2), (3.4) et (3.6) sont brièvement présentées :

- l'approche DNS (*Direct Numerical Simulation*) qui consiste à résoudre toutes les échelles du spectre de la turbulence ;
- l'approche LES (*Large Eddy Simulation*) qui consiste à résoudre les échelles les plus grandes, qui contiennent la majeure partie de l'énergie, et modélise la dissipation des plus petites ;
- l'approche RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*), qui consiste à modéliser l'ensemble du spectre pour trouver une solution stationnaire.

Afin de mettre en place une DNS, il est nécessaire de réaliser une discrétisation de l'espace de calcul suffisamment fine pour capturer les structures dissipatives de dimension η. Le nombre de points N dans le maillage est donc de l'ordre de (3.22) au cube soit $N \sim Re_{\mathcal{L}}^{9/4}$ en considérant les trois dimensions de l'espace. De plus, le pas de temps doit être assez faible pour reproduire la dynamique des petites structures, de l'ordre de l'échelle de temps

de Kolmogorov :

$$\tau_\eta = \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{1/2} \tag{3.23}$$

qui correspond au temps nécessaire à une structure de dimension η pour effectuer une rotation. Le coût important de cette méthode la limite donc aux écoulements à faible nombre de Reynolds. L'augmentation des capacités de calcul permet d'envisager son application à des configurations à grand nombre de Reynolds à moyen terme.

Dans l'approche, seules les échelles les plus grandes du spectre de la turbulence sont calculées, en appliquant un filtre dans l'espace spectral. La partie exclue par le filtre, qui contient les structures dissipatrices et qui est nommée sous-maille, doit alors être modélisée. Plusieurs stratégies de modélisation existent [Sagaut 2005] :

- les modèles fonctionnels cherchent à dissiper l'énergie engendrée par la cascade vers les structures de sous-maille avec le bon taux de dissipation. Une viscosité turbulente est généralement introduite. Ce modèle est celui utilisé dans le cadre de cette thèse et est détaillé au paragraphe 3.1.3.3 page 97. Parmi ces modèles, on peut évoquer le modèle de Smagorinsky, les modèles d'échelles mixtes ou encore le modèle de Yoshizawa [Sagaut 2005] ;
- les modèles structurels cherchent à reproduire les vecteurs propres des corrélations statistiques des modes de sous-maille. Ces modèles sont assez instables dû à une dissipation pouvant être négative (cascade inverse). Ils sont souvent basés sur l'hypothèse de similarité d'échelles [Bardina 1980] à partir des plus petites échelles de l'écoulement.

L'approche LES permet de diminuer le coût de calcul par rapport à la DNS, et donc de simuler des écoulements présentant un nombre de Reynolds plus élevé. Cette méthode présente tout de même une limite. En effet, si l'on veut n'utiliser que des modèles de sous-maille purement dissipatif, il est nécessaire de calculer les structures jusqu'à l'échelle de Taylor λ_g, qui est reliée à l'échelle intégrale de l'écoulement par la relation :

$$\frac{\mathcal{L}}{\lambda_g} \sim Re_L^{1/2} \tag{3.24}$$

ce qui implique que le nombre de points en 3D varie comme $N \sim Re_{\mathcal{L}}^{3/2}$. Cette limite moins contraignante a permis de réaliser de nombreux calculs de jets aussi bien subsoniques [Lupoglazoff 2002, Bogey 2003, Bodony 2005, Bogey 2006b, Bogey 2007] que supersoniques [Berland 2007, de Cacqueray 2010a, de Cacqueray 2011a].

Enfin, l'approche RANS permet d'obtenir la solution temporelle moyenne de l'écoulement, en décomposant les grandeurs en une partie moyenne et une partie fluctuante. Cette approche a l'avantage d'être peu coûteuse numériquement, et est privilégiée lorsque l'as-

pect instationnaire des équations de Navier-Stokes n'est pas primordiale. Des modèles de fermeture sont alors nécessaires pour représenter l'action de la turbulence sur le champ moyen de l'écoulement.

3.1.3.3 Filtrage des équations de Navier-Stokes compressibles pour la LES

Décomposition de Favre Chaque variable φ peut se décomposer formellement en une somme de deux contributions :

$$\varphi = < \varphi > + \varphi' \tag{3.25}$$

où $< \cdot >$ désigne la moyenne statistique. Cette décomposition dite de Reynolds est mal adaptée aux écoulements dont la masse volumique ρ n'est pas constante, car il fait apparaître des termes croisés difficiles à modéliser dans l'équation de conservation de la masse. On lui préfère la décomposition de Favre, utilisée dans Cedre.

$$\varphi = \widetilde{\varphi} + \varphi'' \tag{3.26}$$

où $\widetilde{\varphi}$ est la moyenne de Favre et φ'' la fluctuation associée, où par définition :

$$\widetilde{\varphi} = \frac{< \rho\varphi >}{< \rho >} \text{ et } < \rho\varphi'' >= 0 \tag{3.27}$$

Filtrage LES Le filtrage LES, noté par l'opérateur $\overline{(\cdot)}$, est un filtre passe-bas qui s'applique dans l'espace spectral. Chaque grandeur φ se retrouve décomposée selon l'équation (3.25) entre une partie résolue $\overline{\varphi}$ (de longueur d'onde inférieure à l'échelle du filtre κ_c) et une partie filtrée non résolue φ', dite de sous-maille. En notant par G le noyau du filtre, le filtrage des grandeurs est réalisée par convolution :

$$\overline{\varphi}(x) = G * \varphi = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x,y)G(x,y)\mathrm{d}y \tag{3.28}$$

Il faut noter que le filtrage n'est généralement pas idempotent, *i.e.* $\overline{\overline{\varphi}} \neq \overline{\varphi}$. En pratique, dans les codes de CFD comme Cedre, le filtrage est implicitement fait par la projection sur le maillage, et il n'est pas indépendant de la dissipation numérique.

Équations de la LES Les équations filtrées résolues par le code Cedre sont obtenues en appliquant le filtre $\overline{(\cdot)}$ aux équations (3.2), (3.4) et (3.6), puis en décomposant chaque

grandeur avec la décomposition de Favre (3.26) :

$$(3.2) \rightarrow \frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{Y_k}}{\partial t} + \mathrm{div}(\overline{\rho}\widetilde{Y_k}\widetilde{v}) + \mathrm{div}(\overline{J_k}) - \overline{\dot{\omega}_k} = -\mathrm{div}(J_k^t) \tag{3.29}$$

$$(3.4) \rightarrow \frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{v}}{\partial t} + \mathrm{div}(\overline{\rho}\widetilde{v} \otimes \widetilde{v}) - \mathrm{div}(\overline{\tau} - \overline{p}\boldsymbol{I}) = \mathrm{div}(\tau^t) \tag{3.30}$$

$$(3.6) \rightarrow \frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{e_t}}{\partial t} + \mathrm{div}(\overline{\rho}\widetilde{v}\widetilde{e_t}) - \mathrm{div}[(\overline{\tau} - \overline{p}\mathrm{I})\widetilde{v}] + \mathrm{div}(\overline{J_{e_t}}) = -\mathrm{div}(J_{e_t}^t) \tag{3.31}$$

avec J_k^t le flux de diffusion turbulent de l'espèce k, τ^t le tenseur des contraintes turbulent et $J_{e_t}^t$ le flux de diffusion turbulent de l'énergie totale. Le terme *turbulent* désigne les termes de sous-maille. Ces flux s'écrivent respectivement de manière formelle :

$$J_k^t = \overline{\rho}\widetilde{v''Y_k''} \tag{3.32}$$

$$\tau^t = -\overline{\rho}\widetilde{v'' \otimes v''} \tag{3.33}$$

$$J_{e_t}^t = \overline{\rho}\widetilde{v''e_t''} + \overline{(\tau'' - p''\mathrm{I})v''} \tag{3.34}$$

Avant de mettre en pratique ces équations, il est nécessaire d'expliciter certains termes.

Fermeture des équations

Flux de diffusion et tenseur des contraintes visqueuses $\overline{J_k}$, $\overline{\tau}$ et $\overline{J_{e_t}}$ Le flux de diffusion de masse de chaque espèce est calculé à partir de l'équation (3.18) en évaluant les coefficients de diffusion $\mathcal{D}_k$, μ et λ à partir de la valeur de la température filtrée $\widetilde{T}$, et en négligeant les termes croisés lors de la décomposition formelle du flux. Le flux de diffusion d'espèce, le tenseur des contraintes visqueuses et le flux de diffusion de l'énergie totale s'écrivent :

$$\overline{J_k} \approx -\overline{\rho}\mathcal{D}_k(\widetilde{T})\mathbf{grad}(\widetilde{Y_k}) \tag{3.35}$$

$$\overline{\tau} \approx \mu(\widetilde{T})\left[\mathrm{div}(\widetilde{v}) + (\mathrm{div}(\widetilde{v}))^T - \frac{2}{3}\mathrm{div}(\widetilde{v})\boldsymbol{I}\right] \tag{3.36}$$

$$\overline{J_{e_t}} \approx -\lambda(\widetilde{T})\mathbf{grad}(\widetilde{T}) + \sum_{k=1}^{n_e} \overline{h_k J_k} \tag{3.37}$$

Tenseur des contraintes turbulentes τ^t Le tenseur des contraintes turbulentes est exprimé dans Cedre en suivant l'hypothèse de Boussinesq. Cette fermeture des équations de Navier-Stokes relie le tenseur de Reynolds τ^t par analogie au tenseur des contraintes visqueuses $\overline{\tau}$ en introduisant la viscosité turbulente μ_t :

$$\tau^t \approx \mu_t\left[\mathrm{div}(\widetilde{v}) + (\mathrm{div}(\widetilde{v}))^T - \frac{2}{3}\mathrm{div}(\widetilde{v})\boldsymbol{I}\right] - \frac{2}{3}\overline{\rho}k\boldsymbol{I} \tag{3.38}$$

où k est l'énergie cinétique turbulente. Le terme isotrope ($\frac{2}{3}\overline{\rho}kI$) de l'équation (3.38) n'est généralement pas pris en compte en LES.
Dans son modèle, Smagorinsky propose d'évaluer la viscosité turbulente par [Smagorinsky 1963] :

$$\mu_t = \overline{\rho}(C_s\Delta)^2(2\widetilde{S} : \widetilde{S})^{1/2} \tag{3.39}$$

où S est le tenseur des gradients de vitesse, et C_s une constante qui dépend de l'écoulement et Δ la taille de maille. En faisant l'hypothèse d'un écoulement en situation d'équilibre spectral, on peut montrer que la valeur de la constante du modèle est $C_s = 0{,}18$ [Sagaut 2005]. En pratique, cette valeur dépend du type d'écoulement étudié, et varie entre 0,1 et 0,2.
Afin d'évaluer la taille de maille Δ, on propose de prendre dans le cas d'un maillage non structuré :

$$\Delta = 6\frac{V_i}{\sum_n A_{i,n}} \tag{3.40}$$

avec V_i le volume de la cellule i délimitée par n faces d'aires $A_{i,n}$. Dans le cas d'une maille cubique, on obtient la longueur d'un coté, et pour un tétraèdre régulier le diamètre de la sphère inscrite.

Flux de diffusion turbulents On exprime ces termes par analogie avec les flux de diffusion moléculaire en utilisant l'hypothèse de gradient :

$$\boldsymbol{J}_k^t \approx -\mathcal{D}_k^t \mathbf{grad}(\overline{Y_k}) \tag{3.41}$$

$$\boldsymbol{J}_{e_t}^t \approx -\lambda^t \mathbf{grad}(\widetilde{T}) + \sum_{k=1}^{n_e} \overline{h_k}\boldsymbol{J}_k^t + \tau^t\widetilde{v} \tag{3.42}$$

Les coefficients de diffusion turbulente sont évalués à partir des nombre de Prandtl et de Schmidt turbulents, fixés pour les calculs de cette étude à 0,9.

$$\mathcal{D}_k^t = \frac{\mu^t}{\overline{\rho}Sc_k^t} \tag{3.43}$$

$$\lambda^t = \frac{\mu^t\overline{c_p}}{Pr^t} \tag{3.44}$$

3.2 Rayonnement acoustique avec le logiciel Kim

Cette section a pour objectif de présenter la méthode hybride de calcul de bruit d'origine aérodynamique en champ lointain mise en œuvre dans le code Kim [Prieur 1998, Prieur 2001, Rahier 2004]. L'aéroacoustique, la discipline qui étudie le bruit généré de manière aérodynamique, a contrario du bruit généré par une surface solide en vibra-

tion, a pris son essor au début des années 50 avec la publication des travaux de Lighthill [Lighthill 1952, Lighthill 1954].

3.2.1 L'analogie de Lighthill

Lors de la publication de sa théorie, l'existence d'un lien entre la turbulence du jet et le bruit généré ne fait plus de doute, mais le processus reliant les deux phénomènes reste inconnu. Lighthill propose alors une approche singulière : plutôt que de considérer l'acoustique et l'écoulement comme un tout indissociable, il cherche à décomposer la génération du bruit dans l'écoulement de la propagation des perturbations acoustiques. Pour rappel, la propagation en milieu homogène est régie par l'équation d'onde :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_\infty^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = 0 \tag{3.45}$$

Son idée est que l'aspect onde est présent dans les équations de Navier-Stokes. Afin de le faire apparaître, il combine la dérivée de l'équation de conservation de la masse (3.1) et la divergence l'équation de conservation de quantité de mouvement (3.4) :

$$\frac{\partial (3.1)}{\partial t} - \frac{\partial (3.4)}{\partial x_i} \tag{3.46}$$

pour obtenir l'équation intermédiaire :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \rho v_i}{\partial t \partial x_i} - \frac{\partial^2 \rho v_i}{\partial x_i \partial t} + \frac{\partial^2 \rho v_i v_j}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial^2 \sigma_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} = 0 \tag{3.47}$$

Cette équation se simplifie car :

$$\frac{\partial^2 (\rho v_j)}{\partial x_j \partial t} = \frac{\partial^2 (\rho v_i)}{\partial x_i \partial t} \tag{3.48}$$

En soustrayant de part et d'autre le terme $c_\infty^2 \dfrac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2}$, on obtient finalement l'équation de Lighthill :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_\infty^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 \Big[\big(\rho v_i v_j + (p - c_\infty^2 \rho) \delta_{ij} \big) - \tau_{ij} \Big]}{\partial x_i \partial x_j} \tag{3.49}$$

En dehors de l'écoulement, les variables vérifient :

$$- c_\infty^2 \Big(\frac{\partial^2 \rho_\infty}{\partial x_i^2} \Big)_\infty = \Big(\frac{\partial^2 (p_\infty - c_\infty^2 \rho_\infty) \delta_{ij}}{\partial x_i x_j} \Big) \tag{3.50}$$

En soustrayant l'équation (3.50) à la relation (3.49), on obtient l'évolution des fluctuations de pression et de masse volumique p' et ρ'. L'équation exacte de Lighthill se réduit alors, loin de l'écoulement, à :

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_\infty^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 \boldsymbol{T}_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \tag{3.51}$$

où $\boldsymbol{T}_{ij}$ est le tenseur de Lighthill. L'équation (3.51) est une équation d'onde inhomogène pour la variable ρ', dont le terme de droite s'identifie à un terme source sonore. L'écriture du terme source comme une fonction de deux dérivées spatiales le caractérise comme un terme source de nature quadripolaire. Le tenseur de Lighthill s'écrit :

$$\boldsymbol{T}_{ij} = \underbrace{\rho v_i v_j}_{1} + \underbrace{(p' - c_\infty^2 \rho')\delta_{ij}}_{2} - \underbrace{\tau_{ij}}_{3} \tag{3.52}$$

Le premier terme contient le processus de génération de bruit par l'écoulement. En décomposant la vitesse en une partie moyenne et une partie fluctuante, on obtient des termes linéaires en fluctuations, nommés *shear noise* et des termes quadratiques, nommés *self noise* [Ribner 1969]. Le *self noise* est rayonné de manière isotrope dans toutes les directions alors que le *shear noise* rayonne à la façon d'un dipôle. La contribution de ces termes au mécanisme de génération de bruit est sujet à débat dans la littérature, mais il semble de plus en plus accepté que seul le *self noise* traduise réellement le processus de génération de bruit [Bogey 2003]. Le second terme du tenseur de Lighthill représente une source d'entropie qui est nulle si la célérité du son dans l'écoulement est identique à celle dans le milieu ambiant. Dans un écoulement chauffé, ce terme représente une contribution non négligeable. Le troisième terme est le tenseur de Reynolds, qui représente les effets visqueux, généralement négligeables à haut nombre de Reynolds.

À ce stade, tous les effets associés à la production des ondes, mais aussi à leur propagation dans un milieu en mouvement sont pris en compte. En effet, les termes de $\boldsymbol{T}_{ij}$ comprennent à la fois une partie mécanique des fluides et une partie acoustique : on peut décomposer symboliquement $v_i = v_{i_{mf}} + v_{i_{ac}}$. Dans le terme (1) du tenseur de Lighthill, on retrouve ainsi les termes traduisant l'interaction acoustique / écoulement ($\rho v_{i_{mf}} v_{i_{ac}}$) ou la propagation linéaire ($\rho v_{i_{ac}} v_{i_{ac}}$). L'analogie de Lighthill prend tout son sens quand le premier terme du tenseur de Lighthill est approché par sa partie mécanique des fluides uniquement, soit $\boldsymbol{T}_{ij} = \boldsymbol{T}_{ij}|_{mf} = \rho_{mf} v_{i_{mf}} v_{j_{mf}}$, qui se révèle être un terme indépendant du champ acoustique. La solution classique de cette équation est obtenue sous la forme de potentiels retardés, c'est-à-dire un produit de convolution du terme source par la fonction de Green en espace libre. Cette dernière s'écrit :

$$G(\boldsymbol{x},t) = \frac{1}{4\pi c_\infty^2 x} \delta(t - x/c_\infty) \tag{3.53}$$

et est solution de :

$$\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} - c_\infty^2 \Delta G = \delta(t)\delta(x) \tag{3.54}$$

Par convolution du terme source avec la fonction de Green, on obtient une équation aux potentiels retardés :

$$c_\infty^2 \rho'(x,t) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \boldsymbol{T}_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \Big(y, t - \frac{r}{c_\infty}\Big) \mathrm{d}y \tag{3.55}$$

où x désigne les coordonnées du point d'observation, y celles du point source, $r = |x - y|$, et V est le volume d'intégration qui englobe les sources acoustiques. Cette formulation intégrale est exacte et utilise des dérivées spatiales par rapport aux coordonnées du point source. Cependant, l'équation (3.55) est très sensible à l'évaluation des temps retardés. Par définition, le produit de convolution permet d'écrire une seconde formulation dont les dérivées sont prises cette fois-ci par rapport au point d'écoute :

$$c_\infty^2 \rho'(x,t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \boldsymbol{T}_{ij} \frac{1}{r} \Big(y, t - \frac{r}{c_\infty}\Big) \mathrm{d}y \tag{3.56}$$

En champ lointain, on obtient une expression plus accessible à l'évaluation numérique :

$$\rho'(x,t) = \frac{x_i x_j}{x^3} \frac{1}{4\pi c_\infty^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_V \boldsymbol{T}_{ij} \Big(y, t - \frac{r}{c_\infty}\Big) \mathrm{d}y \tag{3.57}$$

La connaissance fine des propriétés de l'écoulement permet d'estimer son rayonnement acoustique par le calcul d'une intégrale sur un volume englobant toutes les sources acoustiques.

En appliquant sa théorie au jet subsonique turbulent libre, Lighthill parvient à la conclusion que l'intensité acoustique (ainsi que la puissance acoustique) est globalement proportionnelle à la vitesse du jet à la puissance huit :

$$I \propto \frac{\rho_{mf} U^8 D^2}{\rho_\infty c_\infty^5 x^2} \tag{3.58}$$

$$W_{ac} \frac{\rho_{mf} U^8 D^2}{\rho_\infty c_\infty^5} \tag{3.59}$$

où U et D sont les échelles caractéristiques de l'écoulement. L'hypothèse de source compacte (dimension faible devant la longueur d'onde) est nécessaire pour obtenir ce résultat. Les différents essais de jet libres réalisés la même année par Fitzpatrick et Lee [Fitzpatrick 1952] corroborent l'équation (3.59). En faisant apparaître la puissance mécanique du jet, on retrouve le rendement acoustique du jet $\eta = K \times M^5$. Une très bonne corrélation expérimentale existe si l'on considère une constante de proportionnalité $K = 1{,}2\ 10^{-4}$ pour des nombres de Mach compris entre 0,3 et 1,5.

L'analogie de Lighthill permet donc de déterminer le champ de pression rayonnée à partir de l'intégration du terme source sur l'ensemble du volume V. Cette opération nécessite de conserver p, ρ et v dans tout le volume source et ce à chaque instant, ce qui peut rapidement représenter un volume de données très important.

3.2.2 Formulations surfaciques

3.2.2.1 Formulation de Kirchhoff

Afin de diminuer la quantité de données, une extension de l'analogie de Lighthill [Curle 1955] consiste à appliquer la méthode de Kirchhoff à l'équation d'onde. Cette approche permet de supprimer l'intégrale volumique au profit d'une intégrale sur une surface de contrôle. Il s'agit alors de calculer le champ proche par CFD, et le champ lointain est alors déduit de l'intégrale sur la surface entourant la zone de production de bruit, *i.e.* $v_i v_j \neq 0$. Cette méthode est simple, précise et permet de capturer le bruit des termes quadripolaires. Elle est toutefois limitée aux cas d'écoulements en présence d'obstacles fixes, et ne peut être appliquée aux surfaces en mouvement. Cette méthode est mentionnée afin d'être exhaustif et ne sera pas détaillée dans ce mémoire. Les différentes méthodes découlant de cette formulation sont présentées en référence [Lyrintzis 2003] par exemple.

3.2.2.2 Formulation de Ffowcs Williams & Hawkings

La plupart des problèmes d'aéroacoustique mettent en jeu des surfaces en mouvement. Ffowcs Williams & Hawkings (FW-H) ont alors développé une équation qui étend l'analogie de Lighthill aux surfaces en mouvement [Ffowcs Williams 1969]. Le principe est de remplacer l'équation de Lighthill et ses conditions aux limites (pour la surface d'intégration et/ou le corps mobile) par une équation valable dans tout l'espace, dont la solution pourra alors être facilement déterminée grâce à la fonction de Green en espace libre. Lors de la généralisation à l'espace dans son ensemble, la surface d'intégration est vue comme une surface de discontinuité pour la pression, la masse volumique et la vitesse. On introduit alors les fonctions de discontinuité Heaviside H et Dirac δ. En définissant la surface d'intégration Σ, dont la vitesse est notée v^{Σ}, par la fonction $f(x,t) = 0$, avec $f < 0$ à l'intérieur de Σ, et $f > 0$ en dehors, les fonctions de discontinuité prennent les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} \delta(f)=0, \text{ si } f = 0; \\ \delta(f)=1, \text{ si } f \neq 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} H(f)=0, \text{ si } f \leq 0; \\ H(f)=1, \text{ si } f > 0; \end{cases} \tag{3.60}$$

et

$$\frac{\partial H(f)}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i}\delta(f) = n_i \delta(f) \tag{3.61}$$

Avec n la normale, orientée vers l'intérieur de Σ. La géométrie de la surface de contrôle et des sources volumiques est présentée sur la figure 3.2. L'équation de Ffowcs Williams &

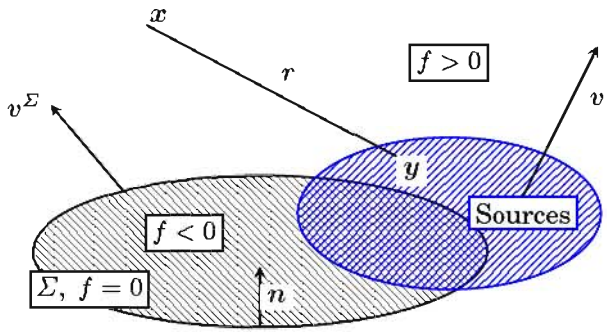


FIGURE 3.2 – Schéma représentant la surface de contrôle, le volume d'intégration et les différentes vitesses nécessaires à l'établissement de l'équation de Ffowcs Williams & Hawkings

Hawkings s'écrit finalement :

$$\frac{\partial^2[\rho' H(f)]}{\partial t^2} - c_\infty^2 \frac{\partial^2[p' H(f)]}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2[\boldsymbol{T}_{ij} H(f)]}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial[F_i \delta(f)]}{\partial x_i} - \frac{\partial[Q\delta(f)]}{\partial t} \tag{3.62}$$

où F_i et Q sont donnés par :

$$F_i = [\rho v_i (v_j - v_j^\Sigma) + p'\delta_{ij} - \tau_{ij}] \frac{\partial f}{\partial x_j} \tag{3.63}$$

$$Q = [\rho (v_j - v_j^\Sigma) + \rho_\infty v_j^\Sigma] \frac{\partial f}{\partial x_j} \tag{3.64}$$

L'équation de FW-H est générale, et peut-être utilisée pour une surface fixe, en mouvement, solide ou poreuse. Elle prend en compte la production de perturbations de pression à l'intérieur et à l'extérieur de Σ ainsi que les effets (linéaires ou non) de convection, de propagation ou de dissipation à l'extérieur de Σ. De plus, elle reste valable si le fluide à l'infini est en translation uniforme [Prieur 2001] (au prix d'un changement des dérivées temporelles eulériennes par des dérivées temporelles totales).

Une solution intégrale de l'équation (3.62) est obtenue par convolution des termes sources avec la fonction de Green de champ libre G. L'utilisation de l'équation de FW-H comme une extension de la méthode de Kirchhoff demande que Σ soit une surface fixe ($v_i^\Sigma = 0$) poreuse qui englobe l'ensemble des sources. Dans ce cadre, le champ acoustique est alors donné par des intégrales surfaciques uniquement :

$$\rho'(\boldsymbol{x},t) = \frac{1}{4\pi c_\infty^2} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_\Sigma [(p'\delta_{ij} - \tau_{ij} + \rho v_i v_j) . \frac{\boldsymbol{n}_j}{\boldsymbol{r}}] \mathrm{d}\boldsymbol{y} - \frac{\partial}{\partial t} \int_\Sigma \frac{\rho v_i v_j}{\boldsymbol{r}} \mathrm{d}\boldsymbol{y} \tag{3.65}$$

L'application de l'équation de FW-H à un rotor en utilisant le code de rayonnement

de l'Onera Kim est disponible dans la référence [Prieur 1998]. La différence entre les formulations surfaciques de Kirchhoff et de FW-H sont présentées sur ce cas de rotor. Une illustration des différences est disponible pour un cas de jet supersonique chaud réalisé avec les codes Cedre et Kim [Rahier 2004].

Dans la suite de ce mémoire, lors de l'utilisation du code Kim, la formulation de FW-H sera systématiquement adoptée.

3.3 Outils de simulation de la mécanique des fluides

Cedre est une plate-forme de calcul pour la simulation des écoulements diphasiques réactifs pour l'énergétique [Chevalier 2005, Refloch 2011]. Cette plate-forme permet la modélisation d'écoulements multi fluide mettant en œuvre de nombreux phénomènes physiques, comme le transfert thermique par rayonnement, la conduction dans les solides, les effets multi phasiques... La structure du code est basée sur une approche par solveurs. Deux de ces solveurs sont utilisés dans cette thèse : Charme (Calcul Hybride d'Aérothermique Réactif Multi-Espèce), qui résout les équations de la mécanique des fluides, et Astre, qui modélise le transfert thermique par rayonnement en s'appuyant sur un tirage aléatoire (Monte-Carlo).

Le solveur Charme est présenté dans un premier temps. Les modèles de Astre sont détaillées dans un second temps. Enfin, les performances du solveur Charme sont évaluées pour la propagation acoustique. Le post-traitement acoustique à l'aide de Kim est aussi évalué dans le même temps.

3.3.1 Présentation du code Cedre

Cette section a pour objectif de définir le cadre de la résolution des équations de la mécanique des fluides définies en partie 3.1.

La première partie concerne la discrétisation spatiale, dont le but est de transformer le système d'équations aux dérivées partielles (EDP) en un système d'équations différentielles ordinaires (EDO) de grande taille. La seconde partie traite de la discrétisation temporelle, qui permet de passer du système EDO à un système d'équations algébriques linéaires ou non. Enfin, un paragraphe est consacré à la parallélisation.

3.3.1.1 Discrétisation spatiale

Pour la résolution des équations de la mécanique des fluides, il est indispensable que la méthode de discrétisation spatiale soit conservative. La méthode la plus naturelle pour l'intégration conservative d'équations différentielles est la méthode des volumes finis, utilisée

dans CEDRE.

Méthode des volumes finis Le domaine fluide est découpé en volumes de petites tailles, dont la dimension est dictée par l'échelle des plus petites perturbations que l'on souhaite calculer. Dans CEDRE, on différencie les variables conservatives Q (pour lesquelles les lois de la physiques permettent d'écrire une équation de conservation) des variables primitives U (qui permettent de mesurer l'état du fluide) :

$$Q = \begin{pmatrix} \overline{\rho}\widetilde{Y_k} \\ \overline{\rho}\widetilde{v} \\ \overline{\rho}\widetilde{e_t} \end{pmatrix}; \quad U = \begin{pmatrix} \overline{p} \\ \widetilde{Y_k} \\ \widetilde{v} \\ \widetilde{T} \end{pmatrix} \tag{3.66}$$

Les deux systèmes de variables sont équivalents et interchangeables.

On applique les équations bilans des variables conservatives (3.29), (3.30) et (3.31) au sein de chaque cellule du maillage. CEDRE adopte une formulation *cell-centered*, c'est-à-dire que les valeurs des variables conservatives calculées se situent au centre des cellules, par opposition à une approche *vertex-centered* pour laquelle les variables sont calculées aux sommets des cellules. Le système différentiel à résoudre s'exprime :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \operatorname{div}\left[\psi(U) + \varphi(U, \mathbf{grad}(U))\right] = \sigma \tag{3.67}$$

avec :

$$\psi(U) = \begin{pmatrix} \overline{\rho}\widetilde{Y_k}\widetilde{v} \\ \overline{\rho}\widetilde{v} \otimes \widetilde{v} + \overline{p}\boldsymbol{I} \\ \overline{\rho}\widetilde{v}\widetilde{e_t} + \overline{p}\widetilde{v} \end{pmatrix} \tag{3.68}$$

$$\varphi(U, \mathbf{grad}(U)) = \begin{pmatrix} \overline{J_k} \\ -\overline{\tau} \\ -\overline{\tau}\widetilde{v} + \overline{J_{e_t}} \end{pmatrix} \tag{3.69}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} \overline{\rho}\widetilde{\omega_k} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.70}$$

Les flux aux faces des cellules sont séparés en deux parties :

- les flux hyperboliques $\psi(U)$ qui incluent les termes d'advection et les effets de compressibilité ;
- les flux dissipatifs $\varphi(U, \mathbf{grad}(U))$ qui regroupent les contraintes visqueuses et les

transferts de chaleur.

Pour chaque cellule i, on écrit les grandeurs conservatives comme étant la valeur moyenne sur le volume de la cellule :

$$Q_i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} Q \mathrm{d}V \tag{3.71}$$

Les équations discrétisées sont alors obtenues en intégrant le système différentiel sur les les volumes élémentaires :

$$V_i \frac{\partial Q_i}{\partial t} = \int_{V_i} \sigma_i \mathrm{d}V - \int_{S_i} \psi(\boldsymbol{U}) \mathrm{d}s - \int_{S_i} \varphi(\boldsymbol{U}, \mathbf{grad}(\boldsymbol{U})) \mathrm{d}s \tag{3.72}$$

où S_i représente la somme des surfaces des faces de l'élément i. L'approche volume fini permet, grâce à l'application du théorème de Green-Ostrogradski, de traiter les termes de divergence sous forme de flux échangés aux faces des cellules. L'équation (3.72) peut aussi s'écrire comme la résultante de la somme algébrique des flux sur les faces partagées avec les cellules j appartenant au voisinage ν_i :

$$V_i \frac{\mathrm{d}Q_i}{\mathrm{d}t} = \sum_{j \in \nu_i} \left[(\psi \cdot An)_{i \leftarrow j} + (\varphi \cdot An)_{i \leftarrow j} \right] + V_i \sigma_i \tag{3.73}$$

Le flux passant par chaque face est évalué une seule fois, et est ensuite utilisé dans l'équation (3.73) pour chacun des deux éléments partageant la face. Comme un seul flux est calculé par face, cette approche permet d'assurer la conservativité de la méthode des volumes finis. De plus, ce formalisme peut s'appliquer aux maillages non structurés généralisés.

Interpolation et calcul des flux aux faces On s'intéresse maintenant au traitement du calcul des flux. Pour pouvoir les évaluer, il est nécessaire de connaître les états de part et d'autre de la face partagée par la cellule i et sa voisine j. Par état, il convient d'entendre la valeur du vecteur U ainsi que le gradient de U. La figure 3.3 illustre la méthode d'interpolation appliquée pour une face quelconque entre deux cellules i et j, d'aire A, de normale n et de centre K. Le point H est la projection de K sur le segment reliant les centres de gravité des deux cellules voisines. Deux approches sont adoptées suivant le flux à modéliser :

- flux hyperboliques ψ (dits Euler) : l'application de schémas aux termes d'advection générerait d'importantes oscillations en présence de discontinuités (chocs par exemple). La monotonie de ce schéma n'étant pas assurée, cela peut conduire au calcul de solutions non physique, comme des chocs de détentes (avec diminution de l'entropie). On utilise donc la méthode MUSCL (*Monotonic Upstream Schemes for Conservation Laws*) d'ordre 2, très répandue en mécanique des fluides. Cette méthode consiste en l'utilisation d'un schéma décentré résolvant le problème de Riemann de

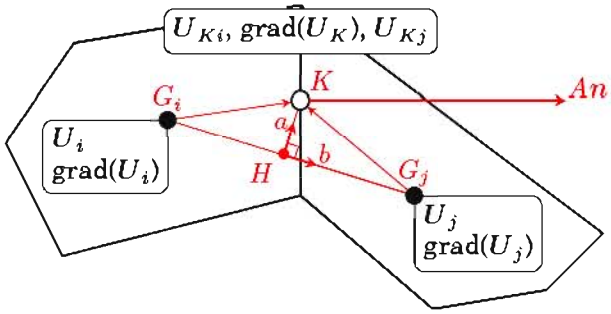


FIGURE 3.3 – Schéma d'interpolation des grandeurs aux interfaces de CEDRE, issu de [Bertier 2006]

manière approchée, beaucoup moins coûteux qu'un schéma exact comme celui de Godunov [Bertier 2006]. Plusieurs schémas sont proposés à l'utilisateur, parmi lesquels le schéma de Roe et le schéma HLLC. Les différences entre ces schémas seront illustrées dans la section 3.3.3 ;

- flux dissipatifs φ (dits Navier-Stokes) : on utilise des schémas d'interpolation centrés. Le vecteur U sur la face est évalué par son interpolation linéaire au point H (*cf.* figure 3.3). Le gradient interpolé sur la face $\mathbf{grad}(U_K)$ s'obtient alors par moyenne barycentrique des deux gradients à droite et à gauche.

Le calcul de ces deux flux demande en premier lieu l'évaluation du U au centre de la cellule. Deux méthodes sont disponibles dans CEDRE :

- la méthode de Green, qui nécessite une limitation du terme de courbure [Bertier 2006]. Cette limitation rend le calcul non-consistant[1], même si cette méthode est toujours stable ;
- la méthode de moindres carrés, qui a l'avantage d'avoir un calcul des gradients consistant, au détriment de la stabilité, en particulier sur les maillages composés de tétraèdres.

Ces notions sont détaillées dans le manuscrit en référence [Haider 2009].

3.3.1.2 Intégration temporelle

Une fois les sources et les flux calculés, l'équation (3.73) peut se réécrire :

$$M\frac{\partial Q}{\partial t} = f(U,\mathbf{grad}(U)) \tag{3.74}$$

où M est la matrice de masse, issue du terme de gauche de l'équation (3.73). Il s'agit d'une matrice diagonale, qui, dans le cas des équations de Navier-Stokes compressibles, ne contient que le volume des cellules du maillage. Ce dernier est constant dans le temps

1. Un calcul dit consistant est exact lorsque le gradient est constant

pour les applications considérées dans cette thèse (on ne considère pas de déformation du volume fluide, ni de maillage mobile). L'intégration temporelle consiste alors à remplacer la solution exacte $Q(t)$ par une suite de valeurs discrètes aux différents instants. On évalue la solution à l'instant $n+1$ à partir de la solution à l'instant n par l'expression :

$$M\delta Q = \frac{1}{\Delta t}\int_{t^n}^{t^{n+1}} f(U)\mathrm{d}t, \text{ avec } \delta Q = \frac{Q^{n+1}-Q^n}{\Delta t} \tag{3.75}$$

et en notant $\Delta t = t^{n+1} - t^n$. On distingue l'intégration explicite, pour laquelle la solution à l'instant $n+1$ ne dépend que de la solution à l'instant n, de l'intégration implicite, pour laquelle la solution à $n+1$ dépend de $n+1$ (et de n en fonction du schéma).

Les méthodes explicites Ces méthodes sont très simples à mettre en œuvre. La plus simple est la méthode d'Euler explicite :

$$M\delta Q = f(U^n) \tag{3.76}$$

L'inconvénient majeur de ces méthodes est leur condition de stabilité, qui doit respecter le critère de CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) sur le pas de temps. En pratique, le pas de temps doit respecter en tout point l'inégalité :

$$\Delta t < \mathrm{CFL}_{max}\frac{\Delta x}{|u|+c} \tag{3.77}$$

où Δx est la taille de maille définie par l'équation (3.40), et CFL_{max} un paramètre dépendant de la stabilité du schéma considéré, qui est généralement de l'ordre de l'unité.

Les méthodes implicites Ces méthodes sont plus complexes à mettre en œuvre, mais permettent de s'affranchir, en partie ou totalement, de la contrainte CFL. Un exemple est le θ-schéma implémenté dans Cedre, défini comme :

$$M\delta Q = f(\theta U^{n+1} + (1-\theta)U^n) \tag{3.78}$$

Lorsque $\theta = 1$, on obtient alors le schéma d'Euler implicite, qui nécessite trois étapes :

1. la linéarisation en temps du second membre de l'équation (3.78), qui permet l'utilisation de méthodes itératives de résolution de systèmes linéaires, qui facilitent la parallélisation et qui sont moins coûteuses qu'une méthode de Newton appliquée à la résolution du système non-linéaire. Le θ-schéma linéarisé s'écrit

$$(M - \theta\delta t J^n)\delta Q = f(U^n) \tag{3.79}$$

où J^n est la matrice jacobienne des seconds membres par rapport aux états, à l'itération n :

$$J^n = \left.\frac{\partial f}{\partial Q}\right|^n \tag{3.80}$$

2. l'approximation du jacobien par une reconstruction spatiale d'ordre un, plutôt que la construction du jacobien exact. En effet, la construction du jacobien exact présente les inconvénients de faire intervenir les cellules du second voisinage, ce qui est plus coûteux, et de mener à la construction d'une matrice pleine, qui nuit à l'occupation mémoire et au conditionnement.
3. la résolution itérative du système linéaire pour déterminer le nouvel état, en appliquant la méthode GMRES, détaillée dans [Selva 1998].

Malgré ces approximations, le schéma de d'Euler implicite est robuste et peu coûteux puisque d'ordre 1, et permet de s'affranchir de la condition de CFL. L'utilisation d'un pas de temps faible le rend suffisamment précis pour réaliser des calculs instationnaires, à l'instar de ceux réalisés aux chapitres suivants.

À des fins d'exhaustivité, les différents schémas temporels proposés par Cedre ont été évalués et le résultat est présenté en section 3.3.3.

3.3.1.3 Parallélisation

Le code Cedre permet de réaliser le calcul en parallèle sur de nombreux cœurs. Pour cela, le domaine de calcul est découpé en sous-domaines, chacun étant pris en charge par un processus du calcul, chaque processus étant hébergé sur un cœur physique d'un des processeurs du calculateur. Cette parallélisation dite géométrique est utilisée par le solveur Charme, alors qu'une autre méthode est suivie par Astre, décrite en section 3.3.2.

3.3.2 Modélisation du transfert thermique radiatif

Les premières observations expérimentales du chapitre 2 ont mis en lumière une action probable du développement du jet sur l'ODS. Afin de s'assurer que la simulation reproduit un jet se développant de manière conforme au tir LP10-25, les signatures IR des jets calculés sont comparées avec celle du jet expérimental. Pour cela, un couplage one-way avec le solveur de transfert radiatif Astre de la plate-forme Cedre est mis en place. En effet, ce solveur permet de calculer le champ surfacique de flux radiatif ($W.m^{-2}$) sur les frontières du domaine ainsi que le champ volumique de puissance radiative (terme source en $W.m^{-3}$ qui apparaît dans l'équation de bilan d'énergie) sur l'ensemble du volume du domaine de calcul. Le calcul des flux incidents sur une surface placé dans le plan du capteur de la caméra et pour l'intervalle spectral du filtre considéré équivaut à construire une image IR

numériquement.

Le code ASTRE [Tessé 2011, Tessé 2004, Tessé 2006] est fondé sur une approche statistique du transfert radiatif dans les écoulements à l'aide d'une méthode de Monte-Carlo. Cette approche consiste à simuler un grand nombre de trajectoires de paquets d'énergie (depuis l'émission jusqu'à l'absorption totale). Ces paquets sont des quantités macroscopiques d'énergie, que l'on peut voir comme des groupes de photons identiques. Le caractère aléatoire de la méthode de Monte-Carlo réside dans la définition des propriétés d'un paquet lors de son émission (direction et point d'émission, longueur d'onde) ainsi que dans les événements physiques le long de sa trajectoire (diffusion, rebond sur les parois [2], à l'exception de l'absorption). Ces propriétés sont tirées au sort en suivant des distributions de probabilité. Le phénomène d'absorption est quant à lui traité de façon déterministe, en calculant la décroissance exponentielle de l'énergie transportée le long du trajet. Cette méthode, appelée *pathlength method* [Farmer 1998] ou *energy partitioning* [Modest 2003] est utilisée pour réduire la variance des simulations Monte-Carlo. Cette approche implique qu'un paquet dépose de l'énergie dans chaque cellule qu'il traverse. Le paquet est suivi jusqu'à ce qu'il quitte le domaine de calcul ou tant que son énergie est supérieure à un seuil. Puisque chacun de ces paquets est indépendant, la parallélisation du solveur est obtenue par une distribution des paquets sur les cœurs de calcul disponibles.

Pour modéliser le transfert d'énergie entre les cellules, ASTRE propose, outre la classique *Forward Method* (FM), des méthodes réciproques basées sur les formulations d'échange de transfert radiatif : ERM, ARM et ORM [Tessé 2002, Dupoirieux 2006]. La méthode *Emission Reciprocity Method* (ERM) [Tessé 2002] est celle retenue dans cette étude. Un schéma du principe de la méthode ERM est présenté sur la figure 3.4. Un maillage cartésien est représenté en pointillés. Les flux radiatifs du jet rond représenté en coupe sont calculés sur la paroi grisée à droite du maillage. Pour calculer les flux avec la méthode ERM, des trajectoires sont tout d'abord construites depuis des points choisis aléatoirement sur la paroi et dans toutes les directions (aussi de manière aléatoire). Le sens de construction d'une trajectoire, en partant par exemple du point de la figure 3.4, définit le sens *direct*, le sens opposé étant appelé *réciproque*. La trajectoire est construite de manière stochastique (tirage aléatoire des changements de direction dus à la diffusion par les particule). Dans l'exemple de la figure 3.4, la trajectoire passe par le point 2. Lors du calcul de la trajectoire *directe*, la transmitivité et l'énergie absorbée sont calculées dans chaque cellule traversée. Du point de vue géométrique, si un paquet d'énergie peut aller du point 1 au point 2, alors un autre paquet peut aller du point 2 vers le point 1. Du point de vue énergétique, la puis-

2. Le rebond sur les parois peut être spéculaire, *i.e.* l'angle du rebond est symétrique par rapport à l'angle d'incidence, ou diffus, quand la direction du rebond est tirée aléatoirement, pour modéliser les surfaces imparfaitement lisses.

sance transférée de 2 vers 1 $P_{\nu,2\to1}$, qui emprunte la trajectoire *réciproque*, est fonction de la puissance transportée de 1 vers 2 et du rapport des luminances du rayonnement d'équilibre en 2 $L^0_\nu(T_2)$ et en 1 $L^0_\nu(T_1)$:

$$P_{\nu,2\to1} = \frac{L^0_\nu(T_2)}{L^0_\nu(T_1)} P_{\nu,1\to2} \tag{3.81}$$

Finalement, la luminance incidente à la surface est obtenue en sommant les contributions de toutes les cellules le long de chaque trajectoire. Par rapport aux méthodes *forward*, l'ap-

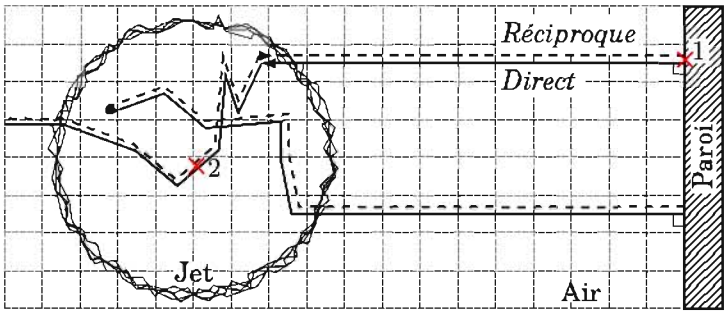


FIGURE 3.4 – Schéma de principe de la méthode ERM. Le sens *direct* est utilisé pour le calcul des trajectoires géométriques, et le sens *réciproque* pour le transfert d'énergie vers la paroi sur laquelle sont calculés les flux radiatifs

proche ERM permet de minimiser le coût de calcul, car seuls les paquets d'énergie contribuant au flux radiatif sur la paroi sont suivis. Ce n'est pas le cas avec les méthodes de Monte-Carlo classiques FM, pour lesquelles il est nécessaire de faire émettre des paquets d'énergie depuis l'ensemble des éléments du domaine de calcul, jusqu'à ce qu'un nombre suffisant pour que le résultat soit convergé ait atteint la paroi sur laquelle sont calculés les flux.

3.3.2.1 Échange entre solveurs

Le solveur CHARME transmet au solveur de transfert radiatif les valeurs de température, pression et composition chimique sur l'ensemble du domaine de calcul du solveur ASTRE toutes les 0,5 ms de temps simulé. La fraction volumique d'alumine est déduite de la fraction massique d'alumine et du rapport entre la masse volumique du mélange et la masse volumique de l'alumine.

3.3.2.2 Modélisation des propriétés radiatives

Dans la gamme spectrale du filtre IR (*cf.* figure 2.5), seules les particules d'alumine et les espèces gazeuses CO_2 et H_2O participent au transfert radiatif. De plus, les effets d'absorption par H_2O contenu dans l'air ambiant entre le jet et la caméra sont négligés.

Un modèle Correlated-K (CK) est utilisé pour calculer les coefficients d'absorption du mélange gazeux $CO_2 + H_2O$. Les paramètres du modèle CK ont été déterminés par Soufiani et Taine [Soufiani 1997] pour le rayonnement infrarouge (dans la gamme spectrale [1:67] μm) des espèces gazeuses H_2O et CO_2 dans la plage de température [300:2500] K. Bien que ces paramètres aient été générés pour la pression atmosphérique, ils ont été utilisé dans cette étude alors que la pression dans le jet est comprise entre 0,2 et 2,7 bar. En effet, au moment de cette étude, le code ASTRE ne permet pas de meilleur modèle pour cette application. Un modèle statistique à bandes étroites (MSBE), plus adapté aux variations de pression, sera prochainement implanté.
Les gouttelettes d'alumine sont considérées sphériques et homogènes en masse et température. Les coefficients d'absorption et de diffusion ainsi que la fonction de phase sont alors obtenus par application de la théorie de Mie [Bohren 1983]. L'indice complexe de réfraction de l'alumine m est modélisé en fonction de la longueur d'onde λ_{ir} et de la température T :

$$m = n(T,\lambda_{ir}) + ik(T,\lambda_{ir}) \tag{3.82}$$

où l'indice de réfraction n et l'indice d'absorption k sont obtenus à partir des formules de Dombrovskii [Dombrovskii 1982] :

$$n(T,\lambda_{ir}) = \left[1 + \lambda_{ir}^2 \left(\frac{1{,}024}{\lambda_{ir}^2 - 0{,}003776} + \frac{1{,}058}{\lambda_{ir}^2 - 0{,}01225} + \frac{5{,}281}{\lambda_{ir}^2 - 321{,}4}\right)\right]^{0,5} \left[1 + 2{,}02.\ 10^{-5}(T - 473)\right], \tag{3.83}$$

$$k(T,\lambda_{ir}) = 0{,}002(0{,}06\lambda_{ir}^2 + 0{,}7\lambda_{ir} + 1)\exp[1{,}847.\ 10^{-3}(T - 2950)], \tag{3.84}$$

avec λ_{ir} en μm.

Le fait de traiter l'alumine comme un gaz équivalent implique nécessairement que le gaz d'alumine, et donc les particules d'alumine pour ASTRE, est à l'équilibre thermique avec le gaz. Le nombre de Biot compare la conductivité thermique du gaz Λ_f à la conductivité thermique de la particule λ_p :

$$Bi = \frac{Nu_p \Lambda_f}{2\lambda_p} \tag{3.85}$$

où Nu_p est le Nusselt particulaire, qui tend asymptotiquement vers 2 lorsque le nombre de Reynolds particulaire $Re_p = D_p u_r / \nu_f$ est faible, avec D_p le diamètre de la particule, u_r la différence de vitesse entre la particule et le fluide et ν_f la viscosité cinématique du fluide. Pour l'application considérée, $Bi \approx 0{,}03$, et la particule peut être considérée comme ayant une température homogène. Un bilan des échanges entre la particule et le fluide permet d'évaluer la réponse de cette dernière à un changement brutal de température du fluide. Le temps de retour à l'équilibre (90% de l'écart de température comblés) dépend du diamètre

de la particule :

$$t = 6{,}97.\ 10^6 D_p^2 \tag{3.86}$$

La distribution des particules en taille est approchée par une fonction gaussienne avec une écart type de 10% autour d'un diamètre moyen fixé arbitrairement. L'équation (3.86) donne pour une particule d'un micron, un temps caractéristique de 7 μs, et 0,7 ms pour une particule de 10 microns. Aux vitesses caractéristiques envisagées (environ 2400 m.s^{-1} dans le plan de sortie tuyère), cela représente des distances parcourues considérables. Cette étude montre que les particules ne sont donc pas à l'équilibre thermique. Cependant, un calcul diphasique serait bien trop coûteux et complexe à mettre en œuvre, aussi l'hypothèse de gaz équivalent est maintenue. Il faudra cependant rester circonspect à l'analyse des calculs de transfert radiatif.

3.3.3 Évaluation du code

3.3.3.1 Validation de Cedre

La validation des solveurs de Cedre fait l'objet d'un dossier répertoriant de nombreux cas, plus ou moins complexes [Troyes 2008a]. Par ailleurs, on peut aussi se référer aux nombreuses applications décrites dans le papier collectif de l'équipe de développement Cedre [Scherrer 2011], ainsi qu'aux papiers [Chevalier 2005, Vuillot 2003].

3.3.3.2 Validation des schémas spatiaux et temporels pour la propagation d'ondes

Dans cette partie, différentes combinaisons de schémas de flux hyperboliques et de schémas d'intégration temporelle sont testés dans le cadre de la propagation d'ondes acoustiques planes. Seules les conclusions sont reportées, le détail des calculs est fourni en annexe A. Avant de présenter les résultats, un point est fait sur les schémas hyperboliques dans Cedre.

Schémas hyperboliques de Cedre Les schémas hyperboliques peuvent être divisés en plusieurs catégories :

- les schémas à décomposition de flux (ou Flux Vector Splitting FVS) pour lesquels le flux numérique s'écrit comme la somme des contributions indépendantes de chacune des deux cellules de part et d'autre de l'interface considérée [Van Leer 1982]. Ils reposent sur le principe de la séparation du vecteur de flux en une partie positive, et en une partie négative, tels que les valeurs propres du jacobien du flux positifs soient tous positifs et les vecteurs propres du flux négatif soient tous négatifs. Ce sont des

schémas relativement simples et peu coûteux, au détriment malheureusement de la précision. On trouve dans cette catégorie les schémas de Steger & Warming et de van Leer ;

- les solveurs de Riemann (ou Flux Difference Splitting FDS). Ces solveurs reposent sur la reconstruction de l'état dans la cellule en fonction de critères physiques, en la décomposant en différents états séparés par des ondes de choc, de raréfaction ou de contact, puis en résolvant un problème de Riemann à l'interface pour calculer le flux. Il existe alors plusieurs grandes familles : les solveurs utilisant des schémas de type Godunov, consistant à résoudre exactement le problème de Riemann non linéaire, la famille des schémas de Roe, résolvent de façon exacte le problème de Riemann linéarisé et enfin les schémas HLL qui résolvent de façon approchée le problème non linéaire [Hirsch 1988] ;
- les schémas hybrides, qui combinent les deux, tels AUSM+ et HUS.

Trois schémas de flux sont testés :

- le schéma de Roe, l'un des schémas les plus célèbres dans la catégories des solveurs de Riemann approchés. Cette approche est une variation du schéma de Godunov. Ce dernier considère l'état dans la cellule constant par morceau, délimités par les ondes caractéristiques. En s'assurant que le pas de temps soit suffisamment petit pour que les ondes ne quittent pas la cellule, la méthode de Godunov reconstruit l'état dans la cellule en fonction des ondes (chocs, détente ou discontinuité), puis résout un problème de Riemann aux interfaces, avant de réaliser la projection à l'instant suivant. Cette méthode est assez coûteuse, et une simplification par linéarisation du problème de Riemann conduit au schéma de Roe. Dans un cas monodimensionel, le problème de Riemann exact s'écrit :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \dfrac{\partial \boldsymbol{F}(\boldsymbol{U})}{\partial x} = 0 \\ \qquad \boldsymbol{U}(x,t) = \begin{cases} \boldsymbol{U}_{\mathrm{L}}, \text{ si } x < 0 \\ \boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}, \text{ si } x > 0 \end{cases} \end{cases} \tag{3.87}$$

Afin de le résoudre, le système est linéarisé par :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \boldsymbol{A}\dfrac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial x} = 0 \\ \qquad \boldsymbol{U}(x,t) = \begin{cases} \boldsymbol{U}_{\mathrm{L}}, \text{ si } x < 0 \\ \boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}, \text{ si } x > 0 \end{cases} \end{cases} \tag{3.88}$$

où $\boldsymbol{A}$ est la matrice du système linéarisé. Afin que le système soit toujours hyperbolique, il est important que $\boldsymbol{A}$ soit diagonalisable à valeurs propres réelles. De plus, par

consistance, $A(U_L,U_R)$ coïncide avec la jacobienne du système non-linéaire lorsque les états à droite et à gauche tendent vers un même état. Enfin, la conservativité doit être assurée dans les discontinuités, avec $F(U_L) - F(U_R) = A(U_L - U_R)$;

– un schéma FDS résolvant de manière approchée le système de Riemann non linéarisé de l'équation (3.87). Il s'agit du schéma HLLC proposé par Toro [Toro 1999], dérivé du schéma de Harten, Lax & van Leer (HLL) [Harten 1983]. Le schéma de HLL permet la résolution approché du problème de Riemann non linéarisé en utilisant les relations intégrales de conservation pour calculer les états intermédiaires entre les ondes. La résolution exacte du problème de Riemann prévoit deux ondes non linéaires encadrant une discontinuité de contact. En notant la vitesses des ondes par S, indicées L pour la plus lente, R pour la plus rapide et M pour l'onde intermédiaire, on peut résumer le problème de Riemann par la figure 3.5. En intégrant les lois de conserva-

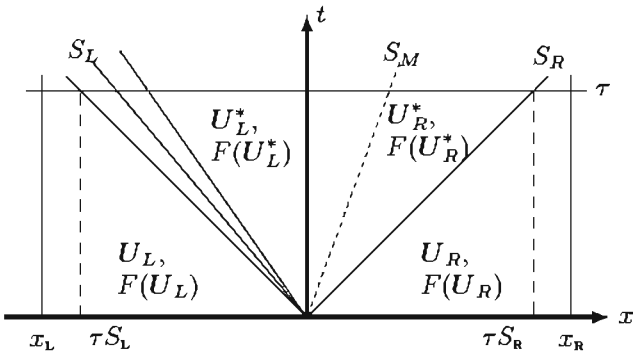


FIGURE 3.5 – Problème de Riemann exact avec volume de contrôle $\tau \times [x_L : x_R]$

tions (3.87) dans le volume défini par $[\tau S_L,\tau S_R] \times [0,\tau]$, on obtient :

$$\frac{1}{\tau(S_R - S_L)} \int_{\tau S_L}^{\tau S_R} U(x,t)\mathrm{d}x = U_{HLL} = \frac{S_R U_R - S_L U_L + F(U_L) - F(U_R)}{S_R - S_L} \tag{3.89}$$

où U_{HLL} correspond donc à l'état moyen de la solution exacte du problème de Riemann entre l'onde la plus lente et l'onde la plus rapide. On peut alors obtenir les flux aux interfaces par manipulation algébrique et arriver à :

$$F_{sc} = \begin{cases} F_L \text{ si } 0 \leq S_L \\ F_{hll} \text{ si } S_L \leq 0 \leq S_R \\ F_R \text{ si } S_R \leq 0 \end{cases} \tag{3.90}$$

avec $F_{hll} = F_L + S_L(U_{hll} - U_L) = F_R + S_R(U_{hll} - U_R)$. Ce solveur de Riemann est très simple et satisfait les conditions d'entropie, ce qui le rend à la fois efficace et ro-

buste. Cependant, les ondes intermédiaires sont ignorées (3 états seulement), ce qui donne lieu à un étalement excessif des surfaces de contact et des tourbillons. Pour le traitement des cas avec une interface physique, ce choix peut s'avérer rédhibitoire. L'extension HLLC (Contact) [Toro 1999] cherche à circonvenir cet inconvénient. La région intermédiaire notée avec un astérisque est maintenant divisée en deux sous régions par l'onde de vitesse S_{M}, assimilée à une discontinuité de contact. La pression de part et d'autre de cette discontinuité est donc continue, ainsi que la vitesse normale. Il reste alors à estimer les vitesses des ondes [Davis 1988, Einfeldt 1988] :

$$S_{\text{L}} = \min(u_{n\text{L}} - c_{\text{L}}, u_{n\text{R}} - c_{\text{R}}, \hat{u}_n - \hat{c}) \tag{3.91}$$

$$S_{\text{R}} = \min(u_{n\text{L}} + c_{\text{L}}, u_{n\text{R}} + c_{\text{R}}, \hat{u}_n + \hat{c}) \tag{3.92}$$

où $\hat{\cdot}$ désigne la moyenne de Roe des états L et R. L'égalité des valeurs de p de part et d'autre de la surface de discontinuité permet de fournir une estimation de la valeur de S_{M} :

$$S_{\text{M}} = \frac{p_{\text{L}} - p_{\text{R}} + \rho_{\text{L}} u_{n\text{L}}(u_{n\text{L}} - S_{\text{L}}) - \rho_{\text{R}} u_{n\text{R}}(u_{n\text{R}} - S_{\text{R}})}{\rho_{\text{L}}(u_{n\text{L}} - S_{\text{L}}) - \rho_{\text{R}}(u_{n\text{R}} - S_{\text{R}})} \tag{3.93}$$

- un schéma hybride AUSM+Up [Liou 1993, Liou 1996, Liou 2006]. Ce schéma dérive d'une idée de Liou & Steffen, qui cherche à combiner les avantages des schémas FDS et FVS. Pour ce faire, le vecteur de flux est décomposé en une partie advective et un terme de pression :

$$\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho H \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ 0 \end{pmatrix} = \boldsymbol{F}^c + \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.94}$$

La partie convective est représentée par une vitesse de convection adéquate, dont la valeur est à définir (ce qui donne lieu à une famille de schéma suivant la formule employée). Le terme de pression est résolu par une équation d'onde acoustique. Ce schéma permet de combiner la simplicité des FVS avec une capacité de résolution équivalente à celle des schémas FDS.

Schémas d'intégration temporelle Trois schémas sont testés avec les schémas de discrétisation spatiale :

- le θ-schéma implicite à un pas, vu précédemment (*cf.* paragraphe 3.3.1.2 page 108), avec $\theta = 1$. Il est peu précis (ordre 1), mais robuste ;
- le θ-schéma implicite d'ordre 2, qui peut être vu comme un schéma de Runge Kutta implicite. Il est plus précis mais moins robuste que son cousin à l'ordre 1, et aura un coût supérieur ;

– le schéma explicite Runge Kutta d'ordre 2.

Conclusion des cas test Au vu des résultats du cas test, il semble que l'utilisation d'un schéma explicite en temps soit le meilleur choix. Cependant, il est nécessaire de respecter une condition sur le CFL restrictive. Par ailleurs, le cas étudié dans cette thèse concerne un jet supersonique à nombre de Mach élevé et chaud. La vitesse des gaz en sortie de la tuyère est importante (≈ 2400 m.s^{-1}). Avec $CFL = \frac{|\|v\| + c|\Delta t}{\Delta x}$, où $\|v\|$ est la norme de la vitesse, le respect d'un critère sur le $CFL < 0{,}4$ dans la zone d'écoulement supersonique contraint le pas de temps à des valeurs extrêmement faibles. L'utilisation d'un schéma explicite n'est donc pas envisageable. On a finalement le choix entre un schéma implicite un pas, moins précis, et un schéma implicite à deux étapes, plus coûteux. Concernant les schémas de flux Euler, les schémas Roe et HLLC se révèlent être les plus adaptés dans le cadre de la propagation acoustique. En effet, le schéma AUSM+Up présente un comportement singulier à faible nombre de PPW, alors que la variation de la précision et de l'estimation de la vitesse du son avec les deux autres schémas est monotone avec le nombre de PPW. Enfin, en utilisant un schéma temporel d'ordre 1, il est nécessaire d'assurer au moins 40 PPW afin d'obtenir un amortissement raisonnable. Un schéma d'ordre 2 n'en demande que la moitié, mais en doublant le nombre d'équations. Il reste finalement préférable de mailler plus finement et d'utiliser un schéma d'ordre 1.

3.3.4 Validation de Cedre et Kim : sphère pulsante

Ce cas test permet de vérifier le comportement des schémas spatiaux en 3D par le biais d'une sphère pulsante. Le détail du cas test est aussi reporté en annexe A.
Une source ponctuelle monochromatique de masse est implantée au centre d'un domaine fluide sphérique. La solution analytique est disponible dans l'ouvrage de référence [Morse 1968].

La variation de pression engendrée est mesurée le long d'une antenne linéaire et est comparée à la décroissance attendue en $1/R$. Par ailleurs, la pression, la masse volumique et la quantité de mouvement sont enregistrées sur des capteurs numériques matérialisant une surface d'intégration poreuse. Les capteurs sont disposés à la surface d'une sphère de rayon 1 m centrée sur la source. Les pulsations enregistrées sont ensuite utilisées comme entrées pour le code de rayonnement Kim.
On teste le schéma de Roe sur deux maillages, l'un composé de triangles et l'autre de polyèdres, pour différents nombre de PPW. L'intégration temporelle se fait à l'aide du θ-schéma implicite d'ordre 1.

Conclusion du cas test Le code de rayonnement acoustique propage parfaitement la solution enregistrée sur le réseau de microphones jusqu'au champ lointain. La décroissance en $1/R$ attendue est tout à fait respectée, et la vitesse de propagation est identique à la célérité du son dans le milieu ambiant.

Concernant la solution propagée par CEDRE, la solution varie avec le type d'éléments. Pour le maillage composé de tétraèdres, il apparaît un amortissement artificiel, correspondant à une décroissance par longueur d'onde $\alpha = 0{,}13$ à 100 PPW avec le schéma implicite 1 pas, ce qui est du même ordre de grandeur que lors du cas test d'onde plane. En deçà de 30 PPW, cependant, le schéma amortit très rapidement la solution. Pour 10 PPW, plus de 99% de l'onde initiale est dissipée après 4 longueurs d'onde. Le maillage composé de polyèdres permet de bien meilleurs résultats, pour un prix supérieur. À 100 PPW, l'amortissement est quasi nul. À partir de 40 PPW, l'amortissement est raisonnable. Pour propager une onde acoustique en 3D, il est préférable d'utiliser un maillage polyédrique et de s'assurer qu'il soit suffisamment fin pour avoir un minimum de 40 PPW.

3.4 Outils de traitement du signal

Cette section présente les outils de traitement statistique utilisés dans ce mémoire. D'une manière générale, l'utilisation de ces outils est dictée par la volonté d'extraire les informations pertinentes d'un signal. Dans le contexte spécifique de l'acoustique, cela signifie qu'il s'agit en général d'identifier dans les mesures des caractéristiques de la source acoustique.
Lors de l'analyse d'un signal, on commence généralement par observer les moments de second ordre du signal, c'est-à-dire qualifier les valeurs moyennes et quadratiques moyennes, le contenu spectral et les propriétés de corrélation. La référence [Piersol 2004] liste tous ces outils et leur utilisation.

3.4.1 Définitions

Les fonctions les plus utilisées pour décrire le contenu d'un signal sont maintenant définies.

Valeur RMS (Root-Mean Square) La valeur RMS d'un signal périodique ou stationnaire $x(t)$ est donnée par :

$$\sigma_x = \lim_{T\to\infty} \left[\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) \mathrm{d}t \right]^{1/2} \tag{3.95}$$

L'application numérique est directe, et demande $O(2N)$ opérations, où N est le nombre d'échantillons discrets.

Transformée de Fourier La transformée de Fourier d'un signal sur une période de temps finie T permet d'obtenir le contenu fréquentiel d'un signal, et s'écrit :

$$X_T(f) = \int_0^T x(t)e^{-i2\pi ft}\mathrm{d}t \tag{3.96}$$

Son application numérique est plus complexe, car un algorithme basé sur sa définition se révèle trop lent ($O(N^2)$) dans la plupart des cas, en particulier pour des systèmes asservis en temps réels. Pour parer à cela, l'algorithme de la Fast Fourier Transform (FFT) a été mis au point. Cet algorithme permet de calculer la transformée de Fourier directe et son inverse, d'une manière plus rapide qu'une application directe de la définition (3.96) : $O(N\log N)$. Un exemple très utilisé d'algorithme de FFT est celui de Cooley–Tukey, qui divise le signal récursivement en échantillons plus petits [Cooley 1965].

Auto-corrélation La définition de la fonction d'auto-corrélation temporelle moyenne est :

$$\gamma(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x^*(t)x(t+\tau)\mathrm{d}t \tag{3.97}$$

avec * la conjugaison complexe. Cette fonction permet d'identifier la manière dont les structures temporelles d'un signal se répètent sur des échelles de temps de l'ordre de τ.

Densité spectrale de puissance Aussi appelée densité auto-spectrale, la DSP est une fonction du domaine fréquentiel qui définit le contenu spectral d'un signal aléatoire fini $x(t)$:

$$DSP_{xx}(f) = X_T(f)X_T^*(f) = |X_T(f)^2| \tag{3.98}$$

où $|X_T(f)|$ est l'amplitude de la transformée de Fourier définie à l'équation (3.96). Il s'agit donc du carré du module de la transformée de Fourier. Il s'agit aussi de la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation, qui lui donne le nom de densité auto-spectrale.

3.4.2 Outils

3.4.2.1 Périodogramme

Pour calculer la densité spectrale de puissance, on peut utiliser l'algorithme dit du périodogramme. Il s'agit de décomposer un signal discret à pas d'échantillonage constant

en M sous-ensembles de taille identique, tel que M soit un diviseur du nombre d'échantillons N du signal. On réalise alors une transformée de Fourier discrète sur les $L = N/M$ échantillons de chaque sous-ensemble, pour obtenir M périodogrammes. Par hypothèse d'ergodicité, la moyenne des M périodogrammes fournit une bonne estimation de la densité spectrale de puissance quand M tend vers l'infini. On applique alors un fenêtrage aux spectres, qui vise à améliorer l'estimation de cette méthode dans le cas de nombre de périodogrammes limités. On multiplie les données contenues sur chaque segment par une fenêtre d'apodisation (qui tend vers zéro sur les bords gauche et droit de l'échantillon) de forme variable. Trois exemples de fenêtres sont proposés sur la figure 3.6. Typiquement,

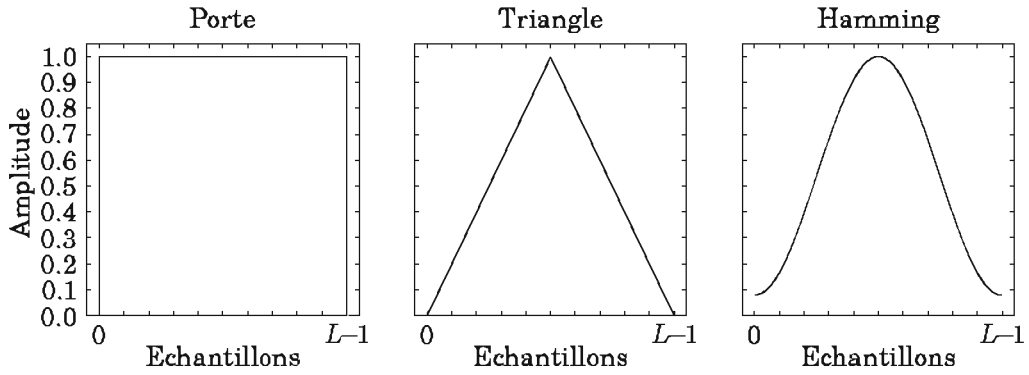


FIGURE 3.6 – Exemples de fenêtres pour le périodogramme

les logiciels utilisés dans cette thèse utilisent une fenêtre de Hamming définie par :

$$w(n) = \alpha - \beta\cos\left(\frac{2\pi n}{L-1}\right) \tag{3.99}$$

avec $\alpha = 0{,}54$ et $\beta = 1 - \alpha = 0{,}46$ et n est le numéro de l'échantillon dans le sous-ensemble. En outre, on peut également améliorer la moyenne en décomposant l'échantillon total en sous-ensembles avec recouvrement.

L'incertitude statistique relative sur l'estimation de la DSP est de l'ordre de $1/\sqrt{M}$. La marge d'erreur est donc très importante pour $M = 1$, et elle devient raisonnable à partir de $M = 100$. En pratique, on dispose du signal sur un temps total T. La résolution fréquentielle suite au découpage en M blocs de L échantillons et de durée T_1 est $\Delta f = 1/T_1$. Il est alors important, dans la durée T disponible, de maximiser le nombre de blocs sans toutefois perdre trop de résolution spectrale. Le nombre de blocs retenu sera précisé à chaque fois, avec la résolution fréquentielle correspondante.

3.5 Conclusion

Les outils employés dans le cadre de ce mémoire ont été détaillés. En premier lieu, un rappel a été fait sur les équations de la mécanique des fluides et leur application dans le cadre de simulation aux grandes échelles. En particulier, les méthodes numériques associées à leur résolution dans CEDRE sont présentées. Ensuite, les modèles utilisés pour simuler le transfert thermique radiatif ont été détaillés. Puis, l'analogie de Lighthill a été brièvement rappelée, ainsi que ses formulations surfaciques, utilisées dans le code de rayonnement KIM. Les deux codes sont ensuite évalué dans le cadre d'ondes acoustiques linéaires planes ou sphériques. Les différentes méthodes numériques de CEDRE sont confrontées afin de procéder au choix de la meilleure combinaison schéma de flux hyperbolique / schéma temporel sur des critères de précision et de coût. Un couple FDS / implicite d'ordre 1 se révèle être le meilleur compromis entre recherche de précision et coût du calcul. Enfin, les outils de traitement statistiques, ainsi que des définitions de fonctions de base dans le traitement du signal, sont rappelées.

Chapitre 4

Modélisation l'onde de souffle par une approche directe

Nothing shocks me. I'm a scientist.
Rien ne m'étonne, je suis un scientifique.

Harrison Ford, as Indiana Jones, in Indiana Jones and the Temple of Doom.

4.1 ODS observée lors du tir LP10-25 125
4.1.1 Grandeurs d'intérêt de l'ODS 125
4.1.2 ODS mesurée lors du tir LP10-25 125
4.1.3 Application des modèles de prédiction 129
4.1.3.1 Application du modèle de Broadwell & Tsu 129
4.1.3.2 Application du modèle Ried & Scott 130
4.2 Choix d'une modélisation par approche directe 130
4.2.1 Simulations de l'ODS à l'allumage de moteurs à propergol solide . 130
4.2.2 Utilisation d'une LES 134
4.2.3 Propagation non linéaire 135
4.3 Choix des modèles numériques 135
4.3.1 Domaine de calcul 136
4.3.2 Modélisation de la combustion 137
4.3.2.1 Transport de l'alumine 138
4.3.3 Modélisation du transfert radiatif 139
4.3.3.1 Mise en œuvre 140
4.3.3.2 Adaptation du maillage 140
4.3.3.3 Conditions aux limites 140
4.3.3.4 Diamètre des particules 140
4.3.4 Conditions aux limites 141
4.3.5 Modélisation de l'allumage du moteur 142

4.3.6 Intégration en temps 143
4.3.7 Schéma de flux Euler 143
4.3.8 Définition d'une procédure de maillage 144
4.3.8.1 Maillage de la zone de propagation 144
4.3.8.2 Maillage de la zone du jet 145
4.3.8.3 Calculs préparatoires 145
4.3.8.4 Procédure de maillage 148
4.4 Résultats 149
4.4.1 Condition d'entrée 149
4.4.2 ODS en champ lointain 150
4.4.2.1 Signature 150
4.4.2.2 Directivité 152
4.4.3 Grandeurs aérodynamiques du jet 153
4.4.4 Comparaison des images IR 155
4.4.4.1 Influence de la taille des particules 156
4.4.4.2 Développement du jet supersonique 157
4.4.4.3 Recombustion 157
4.4.5 Visualisations 159
4.4.6 Compréhension des phénomènes physiques 165
4.4.6.1 Présence éventuelle d'un choc de désoperculage 165
4.4.6.2 Effets non linéaires sur la propagation 167
4.4.6.3 Mécanismes de génération de l'ODS 170
4.4.6.4 Interaction du jet supersonique avec l'ODS 171
4.5 Conclusion 174

L'objectif de ce chapitre est de reproduire l'ODS du tir LP10-25. Une première partie bibliographique recense les efforts de modélisation réalisés afin d'amélioration la fiabilité des lanceurs au décollage. L'ODS est caractérisée sur les signaux expérimentaux à partir des définitions de la littérature. La seconde section justifie le choix d'une simulation dite directe, c'est-à-dire qui modélise la génération ainsi que le transport de l'onde jusqu'aux capteurs. Une attention particulière est apportée au choix de la modélisation de la turbulence. Des cas test permettent de sélectionner les méthodes numériques à appliquer à la simulation de l'ODS et du jet. En particulier, la discrétisation spatiale du domaine de calcul fait l'objet d'une étude d'optimisation du maillage. Enfin, deux simulations du tir LP10-25 sont réalisées, une seule des deux modélisant la recombustion des gaz de propergol avec l'air, afin d'évaluer le effets de la recombustion sur les mécanismes de génération de l'ODS. Un couplage solveur gaz/transfert thermique est mis en place afin de s'assurer du bon développement du jet lors de la phase transitoire, en se comparant aux mesures de flux IR. L'analyse des résultats permet de comprendre le phénomène de formation de l'ODS.

4.1 ODS observée lors du tir LP10-25

4.1.1 Grandeurs d'intérêt de l'ODS

Dans un premier temps, il convient de déterminer quelles sont les grandeurs d'intérêt dans le contexte d'un lanceur au décollage. Les études de Broadwell & Tsu, présentées en section 1.4.1, cherchent à caractériser l'amplitude maximale ainsi que la durée de l'ODS. Leur modèle permet de retrouver avec une relative confiance le niveau maximal de l'amplitude de l'IOP [Ryan 1981b]. Cependant, pour préparer STS-1, la fréquence de l'IOP, ou plutôt sa durée, n'a pas été mise à l'échelle de manière satisfaisante [Kern 2001]. Lors du tir, la durée d'action s'est révélée différente de celle issue des modèles, obligeant l'ordinateur de contrôle du lanceur à effectuer des mesures correctives, avec par exemple un braquage maximal des tuyères. Pour les contraintes mécaniques, la durée positive de l'onde se révèle être d'une importance capitale.

Les comparaisons avec les mesures de l'ODS s'appuieront sur :

- l'amplitude maximale mesurée par chaque capteur,
- la durée de la période positive,
- la durée totale de l'ODS,
- l'énergie contenue.

4.1.2 ODS mesurée lors du tir LP10-25

L'ODS est tout d'abord délimitée dans le temps sur les signaux expérimentaux. La figure 4.1 présente les premiers instants enregistrés par chacun des 10 microphones. Simon [Simon 1982] définit l'ODS comme commençant immédiatement après le choc de désoperculage et finissant lors du retour à la pression atmosphérique, après la dépression. Dans le cas présent, cependant, une seconde onde de surpression perturbe la dépression des capteurs C_1, C_2 et C_3. Celle-ci est attribuée à la réflexion de l'ODS sur le sol (*cf.* section 2.3.2). Cette réflexion est alors comptabilisée dans la période de l'ODS. La partie des signaux concernant l'ODS telle que définie de cette sorte est tracée en rouge sur la figure 4.1. Le tableau 4.1 regroupe les amplitudes maximales Δp_{max} de l'ODS sur les différents capteurs, ainsi que les durées totales δt_{IOP} et positives $\delta t^{+}_{\text{IOP}}$ de l'onde, comme représenté sur le capteur C_3 de la figure. La figure 4.2 trace l'amplitude maximale de l'ODS en coordonnées polaires à 71 D_j et à 142 D_j. Afin de comparer les deux arcs, les valeurs du second sont estimées à la distance du premier en faisant l'hypothèse d'une décroissance en $1/R$ de l'amplitude. Le schéma ainsi obtenu est très différent selon l'arc considéré.

Sur l'arc 1 à 71 D_j, la direction privilégiée par l'onde se situe à 20°, proche de l'axe. L'amplitude maximale enregistrée diminue à 30° et augmente un peu à 40°. Les capteurs à 50°

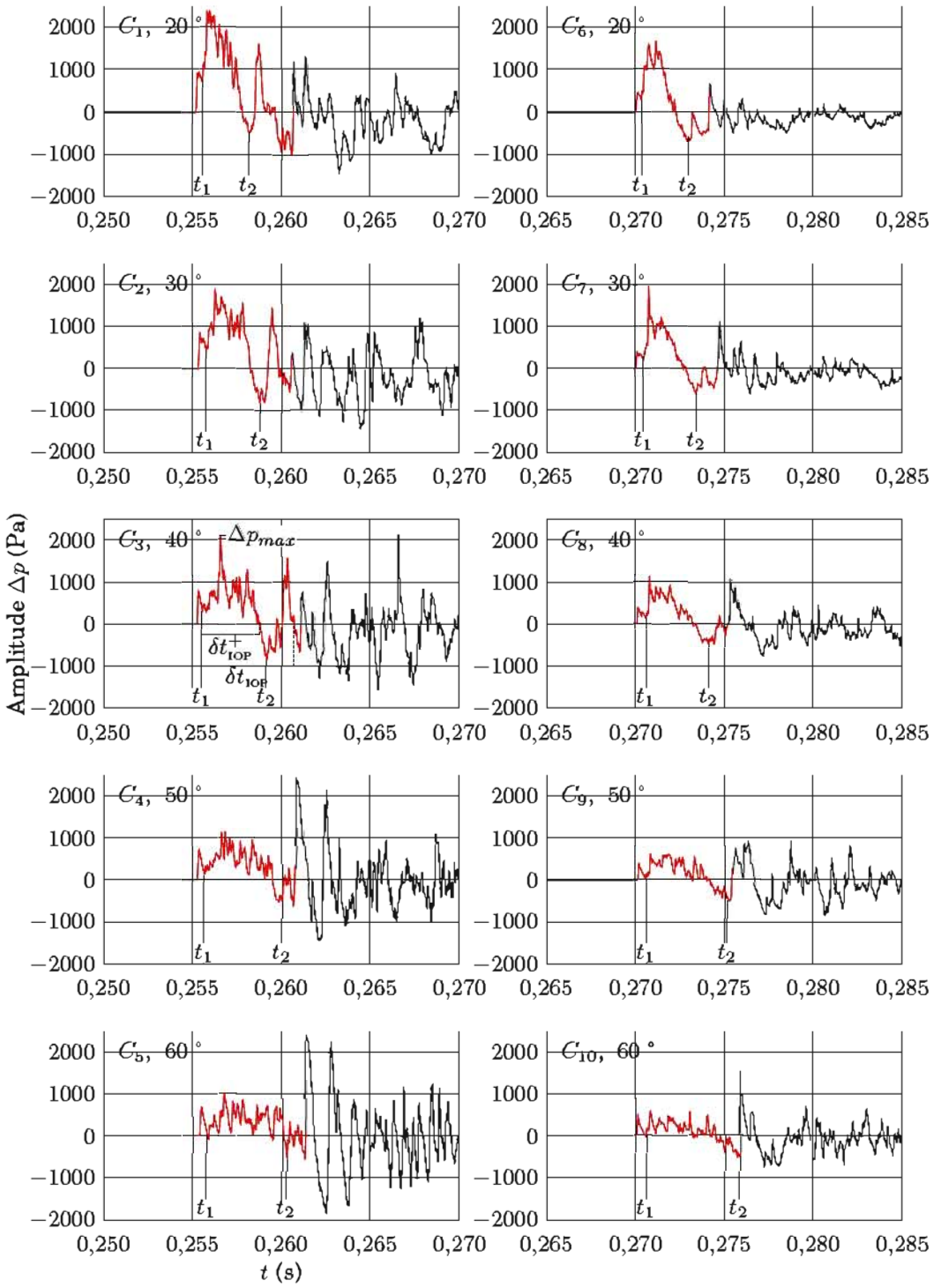


FIGURE 4.1 – Définition de l'ODS sur les signaux expérimentaux

et 60° subissent une amplitude maximale très inférieure par rapport aux trois autres capteurs.

Sur l'arc 2 à 142 D_j, c'est la direction 30° qui est privilégiée. Le capteur C_6 le plus proche

Micro	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
Angle	20°	30°	40°	50°	60°
Δp_{max} (Pa)	2376	1880	2100	1150	1002
δt_{IOP} (ms)	5,15	5,5	5,15	—	—
$\delta t^{+}_{\text{IOP}}$ (ms)	2,3	2,5	2,85	3,8	3,7

Micro	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}
Angle	20°	30°	40°	50°	60°
Δp_{max} (Pa)	1660	1938	1110	611	566
δt_{IOP} (ms)	4,55	4,15	4,5	–	–
$\delta t^{+}_{\text{IOP}}$ (ms)	1,95	2,35	2,5	3,3	3,75

TABLE 4.1 – Amplitude maximale de l'ODS enregistrée sur les différents capteurs, en Pa.

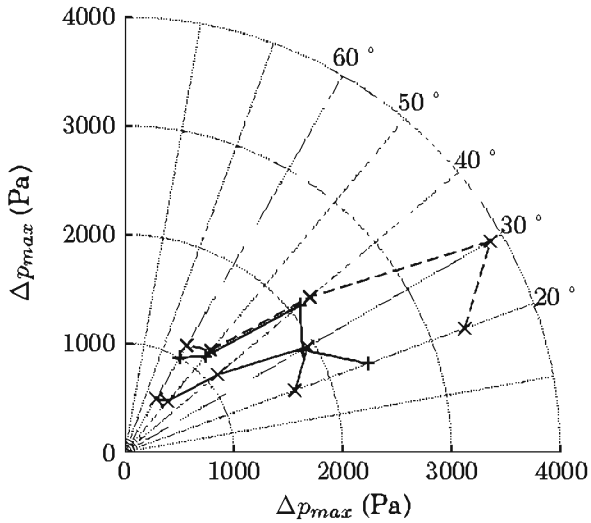


FIGURE 4.2 – Directivité de l'ODS estimée à partir de la mesure de l'amplitude maximale Δp_{max} : arc 1 à 71 D_j (—|—), arc 2 à 142 D_j (—×—), arc 2 à 142 D_j, ramené à 71 D_j (-×-·)

de l'axe semble être dans un cône de silence, caractéristique des effets de réfraction du bruit rayonné par les jets. S'agissant de l'ODS, ce comportement indique que l'amplitude maximale n'est pas un critère pertinent pour caractériser le comportement de l'ODS.

La directivité basée sur l'énergie contenue dans le signal de l'ODS est alors calculée. Le tableau 4.2 présente la valeur de l'énergie mesurée ainsi que les bornes temporelles d'intégration. La portion attribuée à la réflexion est exclue du signal : les bornes d'intégration sont différentes de la portion de signal tracé en rouge sur les figures 4.1, et sont repérées par des traits continus fins sur la figure. Une représentation graphique de ce tableau est

Micro	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
Angle	20°	30°	40°	50°	60°
p_{RMS} (dB)	156	154	151	149	147
t_1 (s)	0,25500	0,25520	0,25510	0,25520	0,25520
t_2 (s)	0,25815	0,25885	0,25935	0,26000	0,26030

Micro	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}
Angle	20°	30°	40°	50°	60°
p_{RMS} (dB)	153	151	148	144	142
t_1 (s)	0,27035	0,27045	0,27060	0,27060	0,27060
t_2 (s)	0,27295	0,27340	0,27410	0,27515	0,27580

TABLE 4.2 – Énergie contenue dans signal expérimental de l'ODS et les bornes t_1 et t_2 correspondantes

proposée sur la figure 4.3. Pour les deux arcs, l'ODS est fortement directive dans la direc-

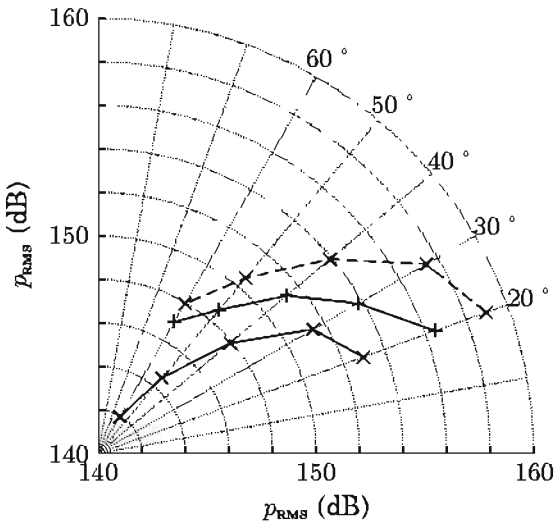


FIGURE 4.3 – Directivité de l'ODS du tir LP10-25 basée sur la pression RMS : arc 1 à 71 D_j (—+—), arc 2 à 142 D_j (—×—), arc 2 à 142 D_j, ramené à 71 D_j (-×-)

tion aval, l'énergie diminuant lorsque l'angle d'observation augmente. Les deux arcs ont cette fois-ci des formes similaires, avec toutefois une directivité plus plate entre 20° et 30° sur l'arc 2 que sur l'arc 1. En traits discontinus est tracée la valeur de p_{RMS} sur l'arc 2 interpolée à la distance de l'arc 1 en suivant une décroissance en $1/R$. D'une manière générale, une fois la distance parcourue prise en compte, les microphones de l'arc 2 perçoivent une

énergie plus importante que ceux de l'arc 1. L'écart entre les deux courbes, 71 D_j et 142 D_j modifiée, est compris entre 1 et 3 dB suivant les capteurs, la plus grande différence est observée à 30° et la plus faible à 50° et 60°.

4.1.3 Application des modèles de prédiction

Les modèles présentés en section 1.4.1 sont maintenant appliqués au cas LP10-25, et les résultats obtenus sont comparés aux mesures.

4.1.3.1 Application du modèle de Broadwell & Tsu

Le modèle est décrit au paragraphe 1.4.1.1 page 45, et permet d'estimer le signal de pression sur un capteur situé dans le silo.

Dans le cas de jet libre considéré dans cette thèse, le facteur k_f de l'équation (1.28), qui prend en compte la perte de quantité de mouvement à l'impact sur le déflecteur, est égal à l'unité. Par ailleurs, la valeur de k_m préconisée par les auteurs, entre 1,5 et 2, concerne des moteurs tirés dans des silos. Par rapport à un jet libre, le mélange entre les gaz du propulseur et l'air est plus prononcé, et le confinement augmente l'effet de la dilatation due à l'augmentation de la température. La valeur de k_m doit donc très certainement être diminuée. En première approche, cependant, la valeur basse de la fourchette de Broadwell & Tsu est utilisée, à savoir $k_m = 1{,}5$. La masse volumique des gaz à la sortie de la tuyère, détendus à la pression atmosphérique en conservant la même température, s'écrit :

$$\rho_{j\infty} = \frac{p_\infty}{T_j \mathcal{R}/\mathcal{M}_{prop}} \tag{4.1}$$

Dans le cas d'un jet libre, l'amplitude maximale de l'ODS est atteinte lorsque la poussée est maximale, au contraire d'un moteur en silo, où l'amplitude maximale mesurée par un capteur dans le silo est atteinte juste avant que l'onde de détente, issue de la réflexion de l'onde de pression à la surface libre, ne l'atteigne. À la poussée maximale, le débit est estimé à 2,3 kg.s^{-1} à l'aide de la formule (1.1). Enfin, le dernier paramètre en jeu est la section du silo. Dans le cas d'un jet libre, la section est infinie, ce qui conduit à une surpression nulle avec ce modèle. Il n'est donc pas directement applicable à un cas de jet libre. À partir des figures 2.13 et 2.14, il est cependant possible d'estimer un diamètre d'expansion des gaz, qui peut servir de diamètre de silo virtuel, soit $D = 5\ D_j$. La propagation se fait ensuite linéairement. Sous ces hypothèses, le modèle donne finalement $\Delta p_{max} = 850$ Pa sur le premier arc et $\Delta p_{max} = 425$ Pa sur le second, ce qui est de l'ordre de grandeur des mesures aux angles forts reportées sur le tableau 4.1.

4.1.3.2 Application du modèle Ried & Scott

Ce modèle permet d'obtenir la valeur maximale de l'amplitude de l'ODS. L'analyse de Ried & Scott conduit à écrire l'équation (1.31) qui relie l'amplitude maximale de l'ODS au taux de montée en pression maximal atteint pendant la séquence d'allumage. Le taux de montée en pression maximal est visible sur la figure 2.8. L'enthalpie des gaz dans la chambre est obtenue à l'aide du code Coppelia, $h_c = -1{,}107$ J.kg^{-1}. Ce modèle permet d'obtenir $\Delta p_{max} = 2800$ Pa à 71 D_j. Cette approche donne une estimation un peu haute de l'amplitude de l'ODS, mais présente l'avantage de ne pas être basée sur la présence d'un conduit : le moteur n'est pas nécessairement confiné. Par ailleurs, dans leur formule, Ried & Scott font appel à la pression nominale. Pour obtenir le résultat précédent, la pression nominale utilisée est celle du moteur en régime permanent, soit environ 5 MPa. Cependant, la montée en pression présente une surpression au début de la combustion du premier segment (*cf.* figure 2.6). Une estimation de $\Delta p_{max} = 2300$ Pa à 71 D_j est obtenue en utilisant la pression atteinte par ce pic comme pression nominale, ce qui est comparable à la valeur enregistrée par C_1. En doublant la distance, cependant, le modèle ne permet pas de retrouver les amplitudes sur le second arc.

Ces modèles simples à mettre en œuvre sont insuffisants à prédire de manière satisfaisante l'ODS. En particulier, ils sont intrinsèquement incapables de prédire la directivité de l'onde. Il est donc nécessaire de mettre en place une approche plus complexe pour estimer à la fois l'amplitude et la fréquence de l'onde. La simulation numérique apparaît alors comme une solution tout à fait appropriée.

4.2 Choix d'une modélisation par approche directe

Cette section a pour objectif de déterminer *a priori* quelle approche adopter pour la simulation de l'ODS, en s'appuyant sur les simulations réalisées auparavant et retranscrites dans la littérature.

4.2.1 Simulations de l'ODS à l'allumage de moteurs à propergol solide

L'étude des ondes de pression observées lors de l'allumage des moteurs à propergol équipant les fusées a été entreprise de manière pragmatique par la NASA. En effet, dès les premières études, et pour tous les tests, les ondes de compression ont été associées avec les éléments du pas de tir : carneaux, table de lancement. Aucun tir de jet libre ne semble avoir été réalisé. Aussi, la NASA a très clairement séparé les ondes de pression qui se réfléchissent sur le fond du carneau de la DOP, qui est générée dans le carneau et réémise à sa sortie. Comme les déluges d'eau et autres systèmes atténuateurs ont permis une ré-

duction significative de l'amplitude des ondes réfléchies, les études se sont essentiellement concentrées sur la prévision de la DOP.

Les auteurs des premières études numériques se sont également employés à étudier les ondes dans des cas de jets confinés dans des carneaux. Par exemple, Li [Li 1982] propose une des toutes premières simulations numériques des phénomènes transitoires à l'allumage d'un moteur à propergol solide. Son étude est motivée par les limites du modèle de Broadwell & Tsu, identifiées au paragraphe 4.1.3.1 page 129. Li cherche alors à démontrer les capacités de la simulation numérique à reproduire l'écoulement et les ondes de pression à l'allumage d'un moteur à propergol solide dans un carneau. Ce dernier est modélisé par un silo court, dans lequel le plan de sortie du moteur se trouve proche de la sortie libre et du fond du silo. D'après Li, seule une approche au moins 2D est à même de résoudre les interactions complexes des ondes avec les parois du carneau. Pour cela, il réalise des simulations RANS instationnaires sur une configuration axisymétrique mettant en jeu une seule espèce transportée. La recombustion y est donc négligée, ainsi que les effets multiphasiques dus à la présence de particules d'alumine ou de gouttelettes d'eau. Le domaine de calcul est limité à la tuyère et à la partie verticale du carneau, soit un cylindre court au fond duquel les ondes générées à l'allumage ainsi que l'écoulement supersonique se réfléchissent. Dans cette étude, Li est persuadé que les ondes de surpression visibles en sortie tuyère sont générées dans le moteur, mais ce dernier n'est pas simulé. Les ondes capturées par son approche sont générées dans la tuyère ou dans son plan de sortie, et sont donc indépendantes des instabilités longitudinales dans le moteur. Les résultats obtenus par simulation ne se comparent pas de manière satisfaisante aux mesures lors du tir STS-1. La simplification du carneau en silo court est en partie responsable de ces écarts. En particulier, Li prévoit une surpression plus importante de presque 30% au début, et une dépression plus importante ensuite.

D'après Buell [Buell 1984], le cause principale des écarts aux mesures lors du calcul de Li serait plutôt l'approche 2D axisymétrique adoptée, qui ne peut intrinsèquement reproduire les effets de réflexion dans les carneaux qui ont une section rectangulaire. Afin de passer outre ces limitations, Buell propose donc de réaliser des simulations numériques en trois dimensions.

Trois simulations numériques de STS-1 sont menées, deux sur une configuration à échelle réduite et une sur le pas de tir réel, dans lesquelles il s'attache au problème de la DOP uniquement (ce qu'il nomme *exit wave*), en considérant que les problèmes relatifs à l'IOP (*entrance wave*) sont réglés grâce aux systèmes d'arrosage. Pour cela, il résout les équations d'Euler. En effet, Buell considère que la DOP est expulsée du carneau suffisamment en avance sur le jet pour qu'elle ne soit pas concernée par les effets visqueux induits par la turbulence du jet. Buell néglige aussi toute interaction avec les dispositifs d'arrosage

situés en entrée de carneau, en ne prenant en compte ni effet thermique ni entraînement cinématique dû au corps liquide.
La comparaison entre la simulation à l'échelle 1 et les mesures de STS lui fournit un facteur de confiance dans l'approche numérique retenue. Puis, la différence entre les simulations de modèles réduits avec la simulation échelle 1 permet de calculer un facteur d'échelle à appliquer aux mesures des modèles réduits, qui, combiné au facteur de confiance précédent, permet de transposer les résultats des essais de modèles réduits à l'échelle 1.
Les résultats laissent entrevoir des effets de combinaison entre le DOP et l'IOP, même atténuée par les système d'arrosage. Buell parvient à démontrer l'importance de considérer le problème en 3 dimensions, les réflexions et focalisations d'ondes jouant un rôle majeur dans la signature de l'ODS.

En Europe, il faut alors attendre le début des années 90 pour qu'une simulation soit menée en 3 dimensions [Colombier 1991]. Colombier & Pollet simulent un demi lanceur ainsi qu'un demi pas de tir complet en résolvant les équations d'Euler. L'approche consiste à ne pas modéliser le volume fluide du moteur en entier, mais uniquement à partir de l'entrée de la tuyère. Les carneaux sont entièrement représentés, et l'ensemble du domaine s'étend jusqu'à la coiffe, soit un cylindre de 70 m de rayon et de 60 m de haut, pour un total de 22 500 cellules. Le domaine de calcul est coupé en deux par son plan de symétrie afin de diviser les coûts de calcul. Ce faisant, ils font l'hypothèse que les deux moteur à propergol solide sont très exactement synchronisés, qui est réductrice. En effet, même si tout est mis en œuvre pour que les deux moteurs soient parfaitement synchrones, le tir STS-1 a démontré qu'un déphasage était possible.
Les principaux points qui ressortent de l'étude de Colombier & Pollet sont :

- l'influence du mélange : bien que les calculs soient parfaitement non visqueux, ils ont mené des simulations avec différents gaz en entrée de tuyère, qui ont donné des niveaux d'ODS différents. Puisque la nature de ces gaz a une influence sur l'ODS, le mélange de ces derniers avec les gaz ambiants doivent avoir un rôle à jouer dans les mécanismes de génération de l'ODS ;
- l'influence du taux de montée en pression, qui a été retrouvée numériquement ;
- l'ODS semble être générée lorsque la tuyère devient sonique.

Une approche similaire est adoptée pour l'étude de l'environnement dynamique des lanceurs Delta II et Delta III [Pavish 2000]. Pour cela, Pavish & Deese modélisent le lanceur sur son pas de tir, et utilisent l'outil numérique pour caractériser l'atmosphère environnante autour du lanceur. Le but de ces calculs est d'expliciter les efforts enregistrés par les centrales inertielles lors des tirs. Cette étude, corroborée par les mesures effectuées lors du tir Delta II 7295-9.5 Skynet, démontre que les volets et autres parties obturant les trous du pas de tir contrôlent directement la répartition d'énergie de l'IOP entre une transmission

dans le carneau et une remontée le long du lanceur. La recombustion est encore une fois abandonnée pour des raisons de coût de calcul.

Salita *et al.* [Salita 1997] proposent une première étude de l'influence de la recombustion sur l'IOP générée à l'allumage d'un missile dans un silo de profondeur variable. Les calculs sont 2D axisymétriques, et résolvent les équations d'Euler ou de Navier-Stokes moyennées. La combustion est prise en compte au travers d'un schéma cinétique simplifié de trois réactions :

$$CO + O_2 \leftrightharpoons CO_2 + O \tag{4.2}$$

$$O_2 + M \leftrightharpoons 2O + M \tag{4.3}$$

$$2H_2 + O_2 \leftrightharpoons 2H_2O \tag{4.4}$$

Les auteurs arrivent à la même conclusion que Broadwell & Tsu en reliant la forme de l'IOP à la géométrie du silo et à l'historique de montée en pression. La recombustion se révèle avoir un effet significatif sur les amplitudes observées dans ce cas confiné.

Récemment, des calculs mettant en œuvre un schéma cinétique sont réalisés afin d'évaluer l'importance de la recombustion dans un cas de jet libre [Troyes 2008b]. Des simulations de trois modèles réduits de moteurs tirant horizontalement dans un champ libre sont réalisées. Pour chacun d'eux, une simulation prend en compte la recombustion des gaz (au travers soit d'un modèle EBU soit d'un schéma cinétique), une autre non (configuration inerte). Les simulations sont 2D axisymétriques instationnaires. La très grande différence entre les simulations inertes et réactives souligne l'importance de prendre en compte correctement la recombustion, même dans un cas de jet libre. Une illustration des différences est proposée sur la figure 4.4, adaptée de [Troyes 2008b]. Dans le cas réactif,

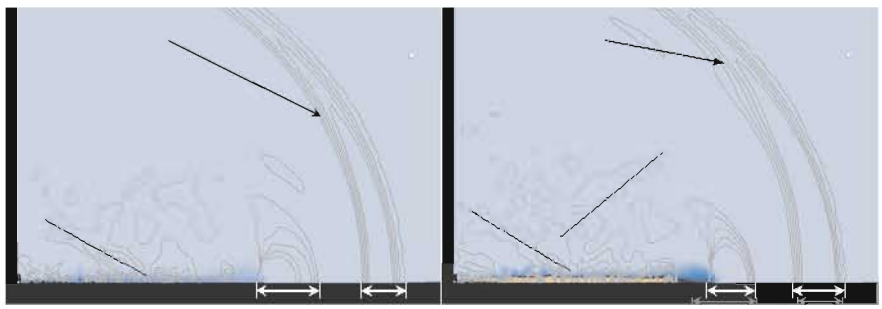


FIGURE 4.4 – Différences entre un calcul inerte (à gauche) et un calcul réactif (EBU) (à droite), à t=désoperculage + 13 ms. Les domaines de calculs sont colorés par la température, et des contours d'iso pression sont représentés en gris. Les flèches pointent vers les différences les plus importantes entre les deux cas

le jet supersonique est évidement plus chaud. En plus des ondes additionnelles identifiées

par les auteurs par les lignes noires, quelques différences entre les deux simulations sont visibles :

- le front de l'ODS, en aval de l'écoulement, n'a pas la même épaisseur : l'ODS de la simulation inerte est moins étendue que celle de la simulation réactive. Il semble donc que la recombustion augmente l'énergie contenue dans l'ODS ;
- la surface délimitée par le contour d'iso pression de plus grande valeur, au sein de l'ODS, est plus importante dans le cas réactif, comme le soulignent les flèches noires qui en indique l'extrémité. Ceci confirme que la recombustion augmente l'énergie contenue dans l'ODS ;
- en remontant vers la tuyère depuis l'ODS, une dépression (absence de contours) est visible immédiatement en amont de l'ODS. Encore en amont se trouve une seconde onde de surpression. Dans le cas réactif, cette seconde onde est moins étendue que dans le cas inerte, et présente un gradient de pression beaucoup plus important, comme le témoigne le resserrement des iso contours à son extrémité avale.

D'après Buell, une approche 2D axisymétrique ne peut pas correctement prédire les réflexions de l'ODS dans les carneaux. Dans le cas de jets libres, toutefois, cette limitation disparaît, et une approche 2D axisymétrique doit pouvoir être applicable. La surestimation systématique des niveaux lors des simulations de Troyes *et al.* tend à montrer le contraire. Plusieurs conclusions sont tirées par les auteurs :

- la séquence d'allumage a un effet sur les positions relatives du front du jet et de l'ODS. Si la pente de montée en pression est faible, l'ODS est assez indépendante du jet. Au contraire, pour des montées en pression fortes, le jet rattrape l'ODS ;
- l'utilisation d'un schéma cinétique détaillé permet une meilleure prise en compte de la recombustion dans le jet, plutôt qu'un schéma EBU simplifié ;
- les amplitudes sur les différents capteurs n'ont pas pu être reproduites, ni d'ailleurs la directivité expérimentale. Ce défaut est attribué à la nature 3D de l'écoulement du jet qui peut entrer en contact avec l'ODS. Une modélisation 3D se révèle nécessaire, pour des raisons cependant différentes de celles évoquées par [Buell 1984].

Il apparaît donc clairement que seule une approche tridimensionnelle capable de calculer la nature turbulente du jet supersonique en développement soit à même de reproduire de manière satisfaisante le phénomène de l'ODS.

4.2.2 Utilisation d'une LES

Une des conclusions principales de l'étude bibliographique concerne la nécessité de calculer l'écoulement pleinement turbulent du jet, par nature tridimensionnel, afin de prétendre à modéliser le phénomène d'onde de souffle. Pour finir de s'en convaincre, l'obser-

vation des signaux expérimentaux, en particulier les densités spectrales de puissance (*cf.* figure 2.12) lors des premiers instants enregistrés par les microphones, montrent que le bruit généré par les structures turbulentes du jet atteignent les capteurs en même temps que l'onde de souffle. Il est alors légitime de s'attendre à un développement conjoint de l'ODS et du jet, et peut-être une action de l'un sur l'autre. La prévision de cette possible interaction passe par une bonne prise en compte de la turbulence, afin de prédire au mieux le développement du jet.
Pour calculer cet écoulement, la simulation des grandes échelles est retenue.

4.2.3 Propagation non linéaire

Après s'être propagée de manière isotrope sur plusieurs fois sa longueur d'onde, l'amplitude de l'ODS mesurée sur le premier arc représente près de 2% de la pression environnante. L'ODS doit donc se propager de manière non-linéaire sur une distance importante, à l'image d'un choc consécutif à une explosion [Baker 1973]. Deux approches pour calculer sa propagation sont alors possibles :

- une propagation par résolution des équations de Navier-Stokes ;
- une propagation par résolution des équations d'Euler.

La première approche implique la résolution de la propagation de l'ODS lors du même calcul que celui du jet. Cette méthode mène donc au calcul sur un domaine s'étendant de la tuyère jusqu'aux capteurs. Pour la seconde approche, une méthode similaire à celle présentée en section 3.2 est envisagée. Cependant, au lieu d'utiliser une analogie acoustique, il s'agit de résoudre les équations d'Euler sur un second maillage, dédié à la propagation. Une fois l'onde en phase de propagation, les effets visqueux peuvent être négligés et la résolution des équations d'Euler doit être suffisante pour correctement calculer l'évolution de l'onde. Un petit domaine de calcul est alors nécessaire pour le calcul des mécanismes de génération et la possible action du jet sur l'ODS, dans lequel les équations de Navier-Stokes sont résolues. Cette solution n'est cependant pas encore disponible dans Cedre. La première approche est retenue et fait l'objet de ce chapitre. Il reste à définir le domaine et les paramètres numériques du calcul, qui font l'objet de la prochaine section.

4.3 Choix des modèles numériques

Cette section a pour objectif de présenter et justifier les choix de modèles numériques mis en œuvre dans la simulation. Dans un premier temps, le domaine de calcul est défini. Les différents modèles numériques employés pour la résolution des équations de Navier-Stokes sont ensuite précisés, en particulier les modèles thermodynamiques pour le trans-

port de l'alumine ainsi que ceux nécessaires à la modélisation de la recombustion. Enfin, la méthodologie de discrétisation du domaine fluide est déterminée à l'aide de calculs préparatoires.

4.3.1 Domaine de calcul

Comme indiqué précédemment, le choix de modéliser la propagation de l'ODS *via* la résolution des équations de Navier-Stokes impose que le domaine de calcul comprenne les microphones expérimentaux. Pour rappel, le premier arc se situe à 71 D_j et le second à 142 D_j du plan de sortie tuyère. Pour minimiser le coût de calcul, le transport jusqu'au premier arc de capteur uniquement est calculé.
L'écoulement interne du moteur n'est pas simulé explicitement :

- les phénomènes internes du moteur n'ont a priori pas d'influence sur le phénomène d'ODS [Li 1982] ;
- la modélisation nécessite une approche complexe, mettant en œuvre un maillage fluide mobile (pour la régression du propergol) non disponible actuellement, et une condition à la limite de type paroi débitante, qui injecte les gaz de propergol en suivant une fonction de la pression dont les paramètres ne sont pas tous connus.

La tuyère est prise en compte dans le domaine de calcul, ainsi que la structure simplifiée du bâti externe du moteur. Le socle sur lequel repose le moteur n'est cependant pas reproduit. Enfin, suite à l'observation des figures 2.3.2, il apparaît nécessaire de prendre en compte le sol.
Le domaine est construit à partir d'une sphère dont le centre se trouve au milieu du plan de

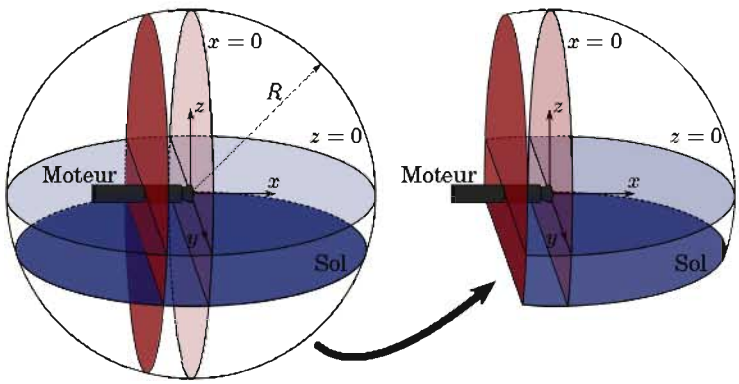


FIGURE 4.5 – Construction du domaine de calcul. *gauche* : construction par découpage d'une sphère par un plan horizontal et un plan vertical. *droite* : domaine final

sortie tuyère et dont le rayon s'étend au-delà du premier arc de microphones. La sphère est tronquée par un plan vertical perpendiculaire à l'axe du jet quelques diamètres en amont

du plan de sortie tuyère, et par un plan horizontal au niveau du sol, comme illustré sur la figure 4.5.

4.3.2 Modélisation de la combustion

L'importance de la recombustion a été soulignée dans la section 1.4.1, en particulier avec les papiers [Broadwell 1967] et [Troyes 2008b].
Par ailleurs, les images IR enregistrées lors de l'expérience montrent la création et l'expansion d'un ovoïde chaud lors de l'allumage du moteur, dont le rayonnement intense semble indiquer une forte réaction chimique avec l'air ambiant. Les mesures acoustiques laissent à penser que le jet et l'ODS sont susceptibles d'interagir. Le cas échéant, cette boule de feu y joue très certainement un rôle. Il est donc primordial de simuler les effets induits par la dilatation des gaz chauds lors de cette recombustion, par la modélisation des réactions chimiques. Afin d'évaluer l'influence de la recombustion sur l'ODS, une seconde simulation est menée en parallèle, qui ne modélise pas les réactions entre espèces. Cette seconde simulation, nommée ODS1I, modélise le transport des espèces majoritaires uniquement : CO, CO_2, HCl, H_2, H_2O, N_2, O_2 et Al_2O_3.
Pour la modélisation de la recombustion dans la simulation ODS1R, deux approches sont envisageables :

1. une approche mettant en œuvre uniquement 3 espèces fictives [Troyes 2008b, Troyes 2009] : une pour les gaz de propergols (regroupant les espèces majoritaires issues de la combustion du propergol), une pour l'air (dioxygène et diazote) et une pour les produits de combustion entre les deux premières. L'espèce *propergol* est composée de CO, H_2, HCl, CO_2 et N_2. Seule la combustion du CO et du H_2 avec O_2 est considérée à travers les réactions :

$$CO + {}^1/_2O_2 \Rightarrow CO_2 \tag{4.5}$$

$$H_2 + {}^1/_2O_2 \Rightarrow H_2O \tag{4.6}$$

   L'espèce *produit*, qui concerne les gaz issus de la combustion de l'espèce *propergol* avec *air* est alors composée de CO_2, H_2O, HCl et N_2. La combustion est résumée en une réaction $propergol + \alpha\, air \Rightarrow \beta\, produit$. Cette réaction chimique est prise en compte au travers d'un modèle EBU (***Eddy Break-Up***), ou chimie infiniment rapide, qui consiste en une réaction instantanée des espèces mises en contact.

2. une approche de chimie plus complexe, mettant en œuvre un schéma cinétique à 17 réactions et 12 espèces dont la cinétique est modélisée par une approche de type Arrhénius. Ce dernier prend en compte la chimie du système CO/CO_2, l'effet inhibiteur

du HCl et le système H_2/O_2 [Troyes 2006, Troyes 2008b].

La première approche est recommandée pour les propergols non aluminisés [Troyes 2008b]. Dans le cas présent, *i. e.* un propergol contenant une fraction massique d'aluminium de 5%, la seconde approche est préconisée.

Le schéma cinétique et sa mise en œuvre sont maintenant détaillés. Pour une réaction r, le modèle cinétique de type Arrhénius calcule les taux d'avancement W des réactions directe et inverse en fonction des concentrations molaires C_j des espèces j :

$$W_r^d = \kappa_r^d(T) \prod_{j \in J_{r1}} [C_j]^{n_j} \tag{4.7}$$

$$W_r^i = \kappa_r^i(T) \prod_{j \in J_{r2}} [C_j]^{n_j} \tag{4.8}$$

où J_{r1} désigne les espèces présentes dans le membre de gauche de l'équation de la réaction et J_{r2} les espèces présentes dans le membre de droite, l'exposant d la réaction directe et i l'inverse. Les vitesses spécifiques κ_r^d et κ_r^i sont de la forme :

$$\kappa = AT^n \exp(-\frac{T_a}{T}) \tag{4.9}$$

où A est le facteur pré-exponentiel exprimé en mole.kg.m^3.K.s, n l'exposant de température et T_a la température d'activation en Kelvin. Le schéma cinétique de 17 équations est celui de la référence [Troyes 2006]. Les espèces transportées par la simulation comprennent les espèces majoritaires ainsi que toutes celles qui s'avèrent nécessaires au schéma cinétique, soit un total de 13 espèces : 7 majoritaires (CO, CO_2, HCl, H_2, H_2O, N_2, O_2), 5 pour le schéma (Cl, Cl_2, H, O, OH) ainsi que Al_2O_3.

Le tableau 4.3 propose un rappel des jeux d'espèces utilisés dans les deux simulations.

Simulation	Espèces majoritaires	Espèces pour la combustion	Alumine
ODS1I	CO, CO_2, HCl, H_2, H_2O, N_2, O_2	–	Al_2O_3
ODS1R	CO, CO_2, HCl, H_2, H_2O, N_2, O_2	Cl, Cl_2, H, O, OH	Al_2O_3

TABLE 4.3 – Espèces transportées lors des deux simulations

4.3.2.1 Transport de l'alumine

La combustion d'un propergol aluminisé génère dans ses produits de combustion de l'alumine (*cf.* paragraphe 1.2.1.2 page 27). La température importante de l'écoulement dans la chambre maintient l'alumine dans un état liquide (la température de fusion se situe à

2000 K à pression atmosphérique). Cependant, à mesure que les gaz se détendent dans la tuyère, la température de l'écoulement diminue, et atteint une valeur suffisamment basse pour que l'alumine se solidifie. De plus, un calcul Coppelia indique que l'alumine représente près de 10% en masse des produits de combustion. La prise en compte de l'alumine dans l'écoulement nécessite une approche diphasique, pour un surcoût de calcul important. Cependant, l'alumine ne joue aucun rôle dans la recombustion. Afin de prendre en compte cette phase sans pour autant augmenter de façon considérable les coûts de calcul, l'alumine est remplacée par une espèce fictive qui conserve les caractéristiques globales du mélange fluide. Le détail du calcul des propriétés est donné en annexe B. La procédure est résumée sur le schéma 4.6. Les propriétés du mélange produits de combustion/gouttelettes d'alu-

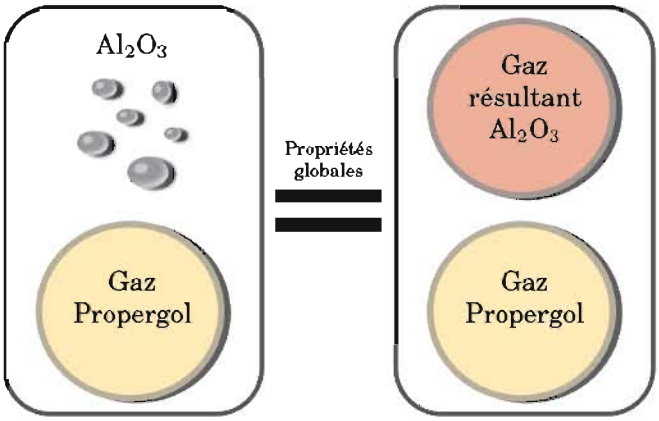


FIGURE 4.6 – Schéma de la procédure de calcul des propriétés du gaz équivalent aux gouttelettes d'alumine

mine sont tout d'abord évaluées (à gauche de la figure). Un gaz équivalent à ce mélange est créé (à droite), avec les mêmes propriétés globales. Il est cependant composé uniquement d'espèces gazeuses, à savoir les produits de combustion, additionnés d'un gaz d'alumine, nommé gaz résultant (en rouge). Les propriétés globales des produits de combustion étant connues, les propriétés du gaz résultant sont finalement déterminées.

4.3.3 Modélisation du transfert radiatif

Les observations du chapitre 2 indiquent que le jet a très certainement un rôle important dans le développement de l'ODS. Afin de s'assurer que la modélisation du jet mise en œuvre permette de reproduire le jet expérimental, un couplage one-way est mis en place avec le solveur de transfert radiatif ASTRE, afin de comparer les flux radiatifs IR calculés aux images expérimentales.

4.3.3.1 Mise en œuvre

Les méthodes numériques concernant le solveur ASTRE sont données en section 3.3.2. Afin de diminuer les coût de calcul, le solveur a été restreint à l'étendue de la bande spectrale expérimentale. Par ailleurs, la direction d'émission des paquets d'énergie à la paroi lors du calcul du trajet *direct* est systématiquement prise comme la normale à la surface. La gamme spectrale expérimentale concerne la bande IR III, soit les longueurs d'ondes comprises dans l'intervalle [8,0:9,3] μm [1]. Seules les espèces H_2O et Al_2O_3 sont considérées pour le transfert thermique dans cette plage de longueurs d'ondes.

4.3.3.2 Adaptation du maillage

La parallélisation du solveur ASTRE se fait sur les trajectoires, chaque cœur ayant en charge l'ensemble du domaine de calcul. CEDRE permet de découper le domaine de calcul en plusieurs *domaines utilisateurs* au sein desquels les solveurs peuvent être activés ou non. Ainsi, ASTRE n'est activé que sur une portion du domaine. Une boîte dont les dimensions correspondent au champ de vision de la caméra expérimentale : $l \times h \times h = 20 \times 10 \times 10\ D_j$ est définie, comme illustré sur la figure 4.14. La comparaison des simulations avec l'expérience porte sur le flux reçu sur l'une des faces de la boîte et celui enregistré par la caméra IR. Ce faisant, les effets d'absorption par l'air entre le jet et la caméra expérimentale sont négligés.

4.3.3.3 Conditions aux limites

Des conditions aux limites spécifiques au solveur radiatif sont définies sur les parois de la boîte. La face latérale $+y$ est sélectionnée pour le calcul des flux. Les autres faces sont traitées comme des parois non émettrice de manière que seul le rayonnement du fluide soit perçue par la face $+y$. L'utilisation d'une méthode réciproque impose que cette dernière face soit émettrice de paquets énergétiques, dont la trajectoire est suivie jusqu'aux cellules sources. La paroi $+y$ est considérée comme un corps noir. La température de la paroi n'a pas d'influence sur le flux réceptionné, et est arbitrairement fixée à 500 K.

4.3.3.4 Diamètre des particules

Le nombre de particules d'alumine au sein de chaque cellule est évalué à partir de la fraction massique d'Al_2O_3. Pour cela, la répartition en taille est considérée monodisperse, avec une taille moyenne fixée arbitrairement. La répartition en taille des particules d'alumine dans les jets de moteurs à propergol solide aluminisé fait l'objet de plusieurs études,

1. L'intervalle spectral expérimental est relativement étroit, et ne contient qu'une seule bande du modèle CK, qui couvre les longeurs d'onde [8,33:9,09] μm

notamment [Simmons 2000, Sambamurthi 1996]. La dimension caractéristique des particules d'alumine dépend de la température dans la chambre, du nombre de Mach du jet et de la dimension de la tuyère, et, dans le cas du LP10-25, ces paramètres donnent une dimension comprise entre 1 et 10 μm. Néanmoins, afin d'évaluer l'influence de la taille des particules d'alumine sur les flux reçus, des calculs comparatifs sont menés dans la section 4.4.

4.3.4 Conditions aux limites

L'ensemble des limites du domaine de calcul est représenté sur la figure 4.7. Toutes les parois sont considérées adiabatiques : *sol*, *tuyère* et *moteur*. Une condition aux limites de non réflexion est imposée sur la limite fluide *sortie*. Les interfaces entre les deux *domaines utilisateurs* sont traitées par le solveur fluide de la même manière que les limites entre deux sous-domaines pour la parallélisation. Ce découpage est transparent pour le solveur CHARME. Une condition sur la pression, la température ainsi que sur la composition est

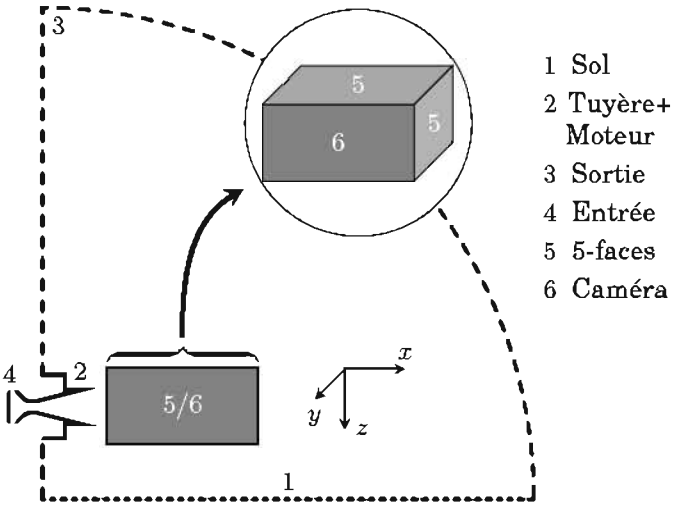


FIGURE 4.7 – Limites des deux *domaines utilisateurs*

imposée à la limite *entrée*. Pour cela, 19 couples temps/pression sont extraits de manière arbitraire de la courbe expérimentale 2.8. Ils sont représentés par des croix sur la figure 4.9. Un calcul avec le code Coppelia pour chaque pression retenue fournit la température associée. Les fractions massiques injectées restent constantes. En effet, la composition du gaz de propergol calculée par Coppelia en fonction de la pression dans la chambre varie relativement peu, comme le montrent les figures 4.8. Quelques espèces varient de plus de 10% sur la plage de pression [1,5 : 7,0] MPa, à savoir Cl_2, Cl, H, O_2 et O. Cependant, leurs fractions massiques respectives sont très faibles (<0,01), ce qui ne représente au final qu'une infime variation absolue pour le mélange. La composition du mélange injecté en fonction

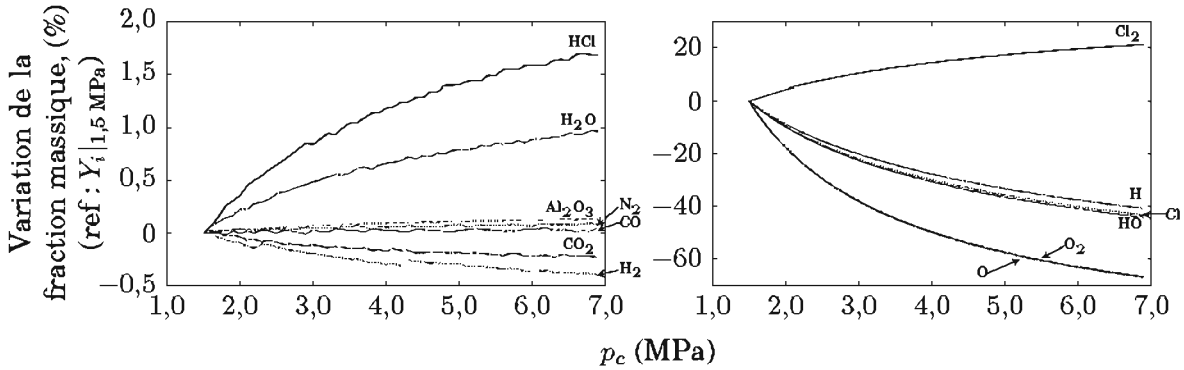


FIGURE 4.8 – Variation de la composition des gaz de propergol en fonction de la pression dans la chambre, d'après le code Coppelia. La composition de référence est prise à la pression de désoperculage (1,5 Mpa)

de la simulation est précisée dans le tableau 4.4.

Simulation	CO	CO_2	HCl	H_2
ODS1I	$2{,}4448.\ 10^{-1}$	$9{,}031.\ 10^{-2}$	$2{,}3639.\ 10^{-1}$	$1{,}440.\ 10^{-2}$
ODS1R	$2{,}4221.\ 10^{-1}$	$8{,}970.\ 10^{-2}$	$2{,}3064.\ 10^{-1}$	$1{,}432.\ 10^{-2}$

Simulation	H_2O	N_2	O_2	Al_2O_3
ODS1I	$2{,}1250.\ 10^{-1}$	$9{,}504.\ 10^{-2}$	$6{,}0.\ 10^{-5}$	$1{,}0683.\ 10^{-1}$
ODS1R	$2{,}0874.\ 10^{-1}$	$9{,}412.\ 10^{-2}$	$1{,}7.\ 10^{-4}$	$1{,}0642.\ 10^{-1}$

Simulation	Cl	Cl_2	H	O	OH
ODS1I	–	–	–	–	–
ODS1R	$9{,}48.\ 10^{-3}$	$3{,}0.\ 10^{-5}$	$4{,}4.\ 10^{-4}$	$1{,}3.\ 10^{-4}$	$3{,}58.\ 10^{-3}$

TABLE 4.4 – Composition des gaz de propergol imposée à la limite *entrée* pour les deux simulations

4.3.5 Modélisation de l'allumage du moteur

Une condition de pression et de température sur la limite *entrée* du domaine de calcul se trouvant en amont du col de la tuyère est utilisée pour modéliser la montée en pression dans la chambre. En effet, Li estime que les événements dans le moteurs n'ont pas d'influence sur l'ODS [Li 1982]. Par ailleurs, il a été montré qu'une condition de pression permettait de reproduire assez fidèlement la montée en pression du moteur [Troyes 2008b], sans avoir à simuler les phénomènes se déroulant au sein de la chambre de combustion,

dont la complexité est soulignée [Salita 1989, Salita 2001]. Puisque la montée en pression doit être responsable de l'ODS, l'effet du désoperculage sur la pression chambre n'est pas modélisé. Précisément, la dépression dans la chambre causée par le faisceau de détente se propageant n'est pas reproduite. La courbe de pression imposée au calcul débute à l'instant où la pression enregistrée sur P_{FAR} dépasse la pression de désoperculage, soit $t_0 = 0{,}24204$ s après le top de mise à feu, ainsi que représenté sur la figure 4.9. À chaque itération, le

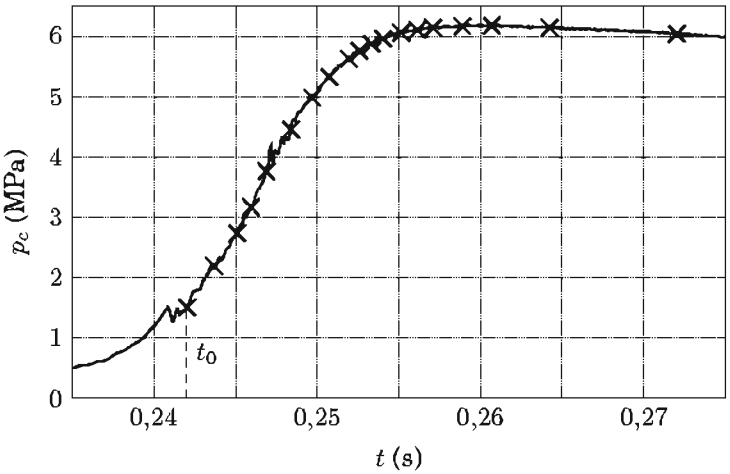


FIGURE 4.9 – Pression dans la chambre et instants retenus pour la simulation

code CEDRE interpole linéairement l'état à la limite entre deux états imposés.

4.3.6 Intégration en temps

L'utilisation d'un schéma explicite contraint le pas de temps à des valeurs trop faibles pour envisager de réaliser une simulation sur la durée de 30 ms souhaitée. Un schéma implicite permet de lever la contrainte sur le nombre de CFL, même si il faut maintenir cette condition dans les zones où l'acoustique a une importance. Le schéma implicite 1 pas est préféré à son homologue du second ordre essentiellement pour des raisons de coût de calcul.

4.3.7 Schéma de flux Euler

Deux schémas FDS de calcul de flux Euler sont envisageables pour la modélisation de l'ODS : le schéma de Roe et le schéma HLLC. Le coût et la précision de ces schémas quant à la propagation d'ondes acoustiques sont équivalents (*cf.* annexe A). Le schéma FDS de Roe est sélectionné pour ce calcul.

4.3.8 Définition d'une procédure de maillage

Dans la plupart des cas, le filtrage LES est implicitement fait lors de la projection sur le maillage. La dimension des mailles définit la fréquence de coupure du calcul. La taille de maille doit donc être adaptée en fonction des phénomènes que l'on souhaite modéliser.

Le maillage est divisé en deux zones : l'une concerne la région de génération de l'ODS, proche de la tuyère, et l'autre sa propagation. La zone de génération englobe le jet supersonique, due à l'interaction probable du jet avec l'ODS. Il apparaît donc nécessaire de raffiner le maillage pour modéliser correctement le comportement turbulent du jet.

4.3.8.1 Maillage de la zone de propagation

Les cas test ont révélé qu'avec le schéma implicite un pas couplé au schéma FDS de Roe, il était nécessaire d'avoir 40 PPW pour propager correctement une onde linéaire (*cf.* section 3.3.3). Le phénomène d'ODS est par nature basse fréquence. Sa longueur d'onde est déterminée à partir de l'historique de pression du capteur C_1 (20°, 71 D_j), tracé sur la figure 4.10. Seule la partie positive de l'onde est considérée (δt^+_{ODS}), la partie négative du signal étant altérée par le passage de la réflexion. Le début de la période de l'ODS n'est pas directement lisible à cause de la présence du front raide attribué au désoperculage. Une hypothèse de longueur d'onde à minima est alors adoptée, en considérant que l'ODS ne débute qu'après le front raide, comme indiqué par une ligne en pointillés sur la figure 4.10. La demi période est atteinte lorsque le signal rejoint la pression atmosphérique, soit $\frac{1}{2}T = 2{,}23$ ms. La longueur d'onde ainsi estimée vaut $\lambda = cT = 0{,}77$ m. Pour respecter le critère

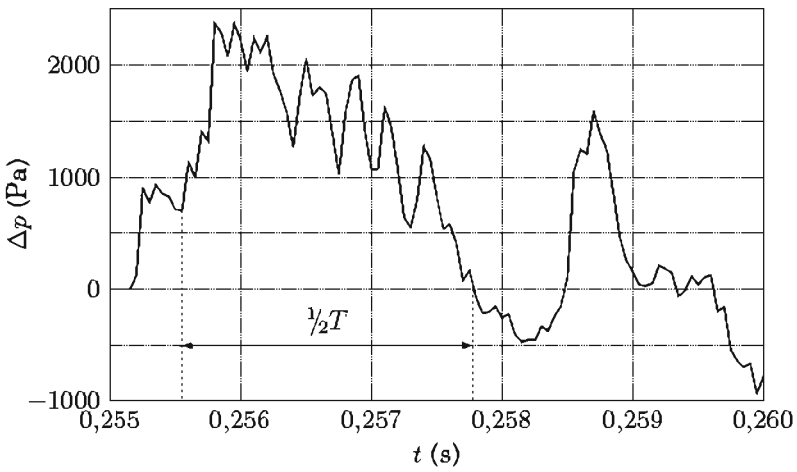


FIGURE 4.10 – Détermination de la durée de la période de l'ODS

de 40 PPW, il faut donc envisager des cellules d'une dimension maximale de $\Delta = 19{,}25$ mm. En assimilant les cellules à des sphères de diamètre égal à Δ, il est possible d'estimer le

nombre de cellules nécessaires pour paver le domaine de calcul, soit environ 90 millions de cellules, pour près de 500 millions de faces.

4.3.8.2 Maillage de la zone du jet

Le calcul des structures fines de la turbulence du jet, qui permet d'obtenir les données nécessaires au rayonnement acoustique, requiert un grand nombre de mailles. Un exemple de procédure pour la génération d'un maillage adapté aux structures turbulentes fines d'un jet supersonique est proposé en référence [de Cacqueray 2010a]. Le maillage proche de l'axe est dimensionné pour présenter une dimension caractéristique radiale $\Delta/D_j = 0{,}015$. Aux lèvres de la tuyère, les mailles sont raffinées pour atteindre une épaisseur $\Delta/D_j = 0{,}0036$. La taille augmente alors rapidement pour atteindre $\Delta/D_j = 0{,}05$ dans la zone comprise entre $1{,}75\ D_j < R < 5\ D_j$. Ce maillage comprend au final un total de 28 millions de points. Dans notre cas, les grandes structures semblent dominer la dynamique de l'interaction entre le jet et l'ODS, et un maillage plus lâche devrait être suffisant.

Néanmoins, il est actuellement impossible de satisfaire les critères de taille de maille des deux zones à la fois. Afin de déterminer dans quelle zone concentrer les efforts de maillage, des calculs préparatoires sont mis en place.

4.3.8.3 Calculs préparatoires

Ces calculs préparatoires modélisent le transport des 13 espèces et la post combustion via l'utilisation du schéma cinétique mentionné section 4.3.2. Au total, cinq calculs s'appuyant sur des maillages différents sont réalisés. Ces maillages sont réalisés en modifiant tour à tour la zone de propagation et la zone du jet. Trois procédures sont considérées pour le maillage de la zone de propagation, et trois pour le maillage du jet. Celles-ci sont illustrées sur la figure 4.11.

Zone de propagation La première méthode, *1S* discrétise l'ensemble de la zone avec une taille constante de maille $\Delta = 0{,}64\ D_j$. Les deux autres méthodes (*Ref* et *0,44*) discrétisent la zone de manière plus fine : la dimension des cellules est augmentée progressivement à mesure que l'on s'éloigne du plan de sortie tuyère. Les dimensions sont notées sur la partie gauche de la figure 4.11. La différence entre les deux méthodes *Ref* et *0,44* concerne la fin de la zone de propagation ou la taille de maille est respectivement $0{,}64\ D_j$ et $0{,}44\ D_j$.

Zone du jet Le jet est maillé de trois façons, qui sont superposées au maillage de la zone de propagation :

- la méthode *SJ*, qui ne prend pas en compte la zone du jet ;

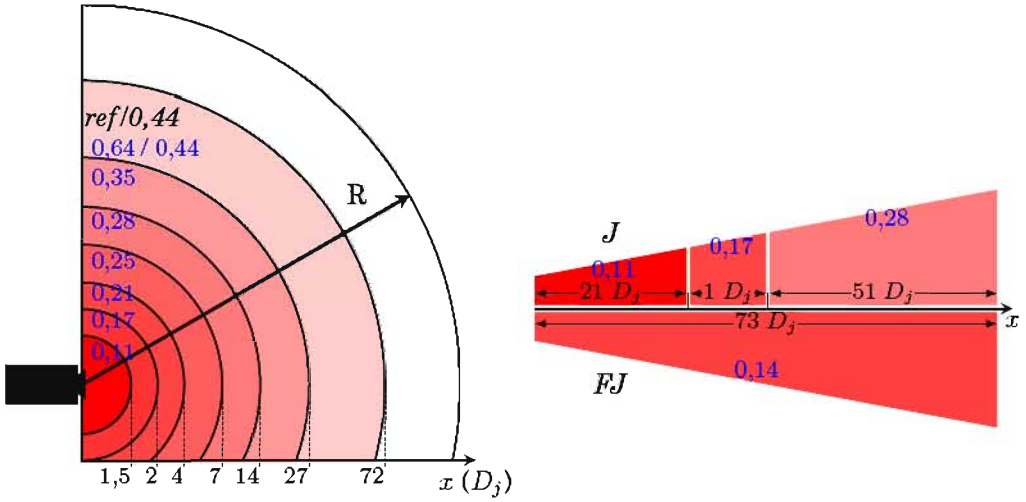


FIGURE 4.11 – Maillages des calculs préparatoires. Les tailles de maille adimensionnées par le diamètre de sortie de la tuyère sont indiquées en bleu. *Gauche :* dimensions caractéristiques de la zone de propagation ; *Droite :* dimensions caractéristiques de la zone du jet

- la méthode *J*, qui discrétise la zone du jet de manière progressive, comme indiqué sur la partie supérieure droite de la figure 4.11 ;
- la méthode *FJ*, qui discrétise le jet d'une manière plus fine et constante, comme indiqué sur la partie inférieure droite de la figure 4.11.

Maillages Les cinq maillages sont des combinaisons des deux zones, comme résumé sur le tableau 4.5. Les dénominations sont composées du nom de la méthode de discrétisation

propa. \ jet	*SJ*	*J*	*FJ*
0,44		X	
ref	X	X	X
1S		X	

TABLE 4.5 – Matrice des maillages

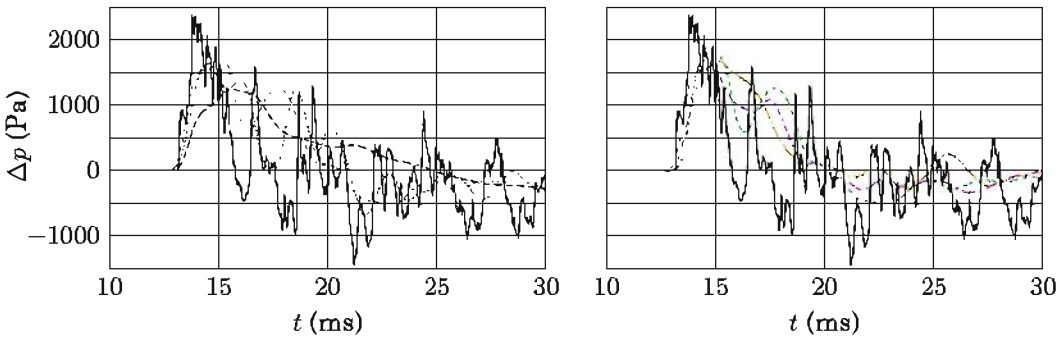
du jet suivi de celui de la zone de propagation si il ne s'agit pas de *ref*. Tous les maillages sont réalisés avec le logiciel ProAm et sont composés de polyèdres.

Les calculs préparatoires sont menés avec des réglages numériques proches de ceux du calcul final, à savoir un schéma de Roe pour le flux Euler associé à une intégration temporelle implicite un pas. Les temps de calcul *elapsed* nécessaires pour la simulation de 30 millisecondes de temps physique sur chacun des maillages sont reportés sur le tableau 4.6, ainsi que leurs caractéristiques.

Maillage	# cellules	# faces	Temps (h)	Nombre et type de CPU
SJ	3,5. 10^6	25. 10^6	25	128×Nehalem
J	4,3. 10^6	30. 10^6	120	64×Montecito
FJ	6,9. 10^6	48. 10^6	114	128×Nehalem
J-0,44	8,4. 10^6	58. 10^6	8	999×Nehalem
J-1S	3,3. 10^6	23. 10^6	91	64×Montecito

TABLE 4.6 – Caractéristiques des maillages et coûts de calcul

Une illustration des différences obtenues est proposée sur la figure 4.12, qui trace l'historique de pression sur le capteur C_1, situé à 20° et 71 D_j, calculé lors des simulations. L'ensemble de l'étude est reportée en annexe C [Dargaud 2010]. La figure 4.12(a) permet



(a) Effets du maillage du jet : LP10-25 (——), *SJ* (----), *J* (- - - -), *FJ* (·····)

(b) Effets du maillage de la zone de propagation : LP10-25 (——), *J* (- - - -), *J-044* (- · - ·), *J-1S* (— · —)

FIGURE 4.12 – Surpression enregistrée lors du passage de l'ODS sur le microphone C_1

d'estimer l'influence de la discrétisation du jet sur l'ODS. Le calcul présentant la discrétisation du jet la plus fine, *FJ*, permet d'obtenir une solution contenant plus de détail. Au contraire, une zone de jet peu discrétisée (*J* ou *SJ*) lisse la solution et diminue l'amplitude maximale. Une onde de surpression est toujours visible sur la simulation *SJ*, mais la dépression n'existe plus : la pression retourne lentement à la valeur ambiante.
Les différences entre les zones de propagation sont illustrées sur la figure 4.12(b). La comparaison des résultats entre les simulations *J* et *J-044* montre qu'en diminuant la taille caractéristique de la dernière sphère, la dépression entre l'ODS et ce qui semble être sa réflexion s'accentue. Au contraire, le calcul *J-1S* indique qu'en imposant une taille unique large, les deux pics s'étalent et se confondent. Le gain apporté par le maillage *J-044* par rapport au maillage *J* reste faible par rapport au surcoût de calcul.

L'observation des résultats conduit à considérer la zone de développement du jet comme de première importance par rapport au maillage de la zone de propagation. L'effort de

maillage est donc concentré sur la discrétisation de la zone contenant le jet, au détriment de la zone de propagation.

4.3.8.4 Procédure de maillage

La zone contenant le jet est délimitée par un tronc de cône défini sur la figure 4.13. Le

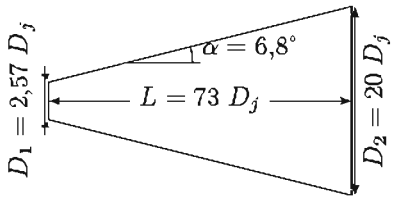


FIGURE 4.13 – Dimensions caractéristiques de la zone du jet

tronc prend son origine quelques millimètres après la sortie de la tuyère, afin de laisser au logiciel de maillage une distance confortable pour adapter le maillage entre les prismes à la paroi et la taille imposée dans la zone. La taille de maille dans le tronc de cône est fixée à $\Delta = 0{,}1\ D_j$, générant 12,5 millions de cellules. Cette dimension est trop grande pour prétendre capturer les structures les plus fines de la turbulence, mais il semble que ce soit les structures les plus grandes, générées lors de l'expansion brutale des gaz de propergol à l'air libre, qui interagissent avec l'ODS. Le jet simulé devrait donc être peu déstabilisé et devrait conserver sa quantité de mouvement sur une grande distance. Le cœur potentiel devrait donc être plus long que ce que prédit l'équation (1.21).

Dans la zone de propagation, la taille des éléments est augmentée jusqu'à atteindre un nombre de cellules en adéquation avec les ressources de calcul disponibles. Au lieu des 19,25 mm souhaités, une taille $\Delta = 30$ mm est imposée, ce qui donne 9 millions de cellules additionnelles. Avec cette taille de maille, seule la signature basse fréquence de l'ODS devrait être correctement capturée, tandis que le contenu haute fréquence sera dissipé.

Au-delà de la zone de propagation, une zone tampon est insérée, dans laquelle la taille de maille augmente rapidement, afin que le filtre LES dissipe les perturbations basse fréquence avant qu'elles n'atteignent la limite du domaine. Même si cette limite est de type non réfléchissante, cette précaution permet d'être certain qu'aucune onde ne soit réfléchie dans le domaine. Deux autres millions de cellules sont finalement nécessaires pour mailler cette zone tampon ainsi que la tuyère. Au final, le maillage est composé de 23,5 millions de cellules pour 165 millions de faces. Une visualisation d'un plan de coupe du maillage de normale $+y$ est proposée sur la figure 4.14. Le pavé rouge représente le domaine utilisateur dans lequel le solveur ASTRE est activé.

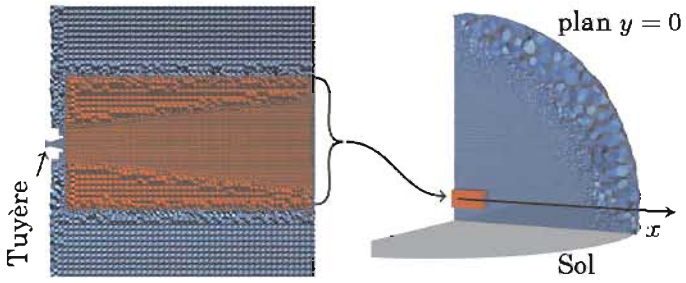


FIGURE 4.14 – Maillage polyédrique de la simulation. En rouge, le domaine utilisateur pour le calcul radiatif. *Gauche* : détails de la zone proche de la tuyère dans le plan vertical médian. *Droite* : vue globale du maillage

4.4 Résultats

Les solutions calculées lors des simulations ODS1I et ODS1R sont maintenant comparées entre elles ainsi qu'aux mesures expérimentales afin de valider la méthodologie de calcul. Dans un premier temps, les conditions génératrices des jets simulés sont comparées aux mesures, afin de s'assurer que le taux de montée en pression a été respecté lors des simulations. Dans un second temps, les historiques de pression sur les capteurs du premier arc sont confrontés aux mesures. À cette occasion, les différences de comportement entre les deux calculs sont identifiées. Les flux radiatifs sur la paroi du *domaine utilisateur* ASTRE sont alors comparées aux images IR de la caméra. Lors de ces comparaisons, les différences entre les deux simulations sont relevées. L'observation des champs de pression et de température issus des deux calculs permet d'identifier les différences de comportement du jet supersonique et de l'ODS. Enfin, les simulations sont exploitées afin d'approfondir les connaissances sur les mécanismes de génération et de propagation de l'ODS, en particulier le rôle du jet supersonique et l'influence de la recombustion.

4.4.1 Condition d'entrée

L'évolution de la pression dans la chambre est un facteur de premier ordre sur l'amplitude de l'ODS [Colombier 1991]. En tout premier lieu, l'évolution de la pression en amont de la tuyère est donc comparée à la mesure du capteur P_{FAR}, afin de vérifier que les simulations sont représentatives de la montée en pression du moteur. Des capteurs numériques ont été placés à l'entrée de la tuyère dans chacun des deux calculs, afin de mesurer la pression imposée par la condition aux limites. Ces relevés numériques sont tracés sur la figure 4.15, avec le relevé du capteur P_{FAR} expérimental. L'origine des temps est prise à l'origine des simulations, soit $t_0 = 0{,}24204$ s après le top de mise à feu. Les courbes des deux simulations sont confondues, et respectent la tendance de la courbe expérimentale. Cependant, la

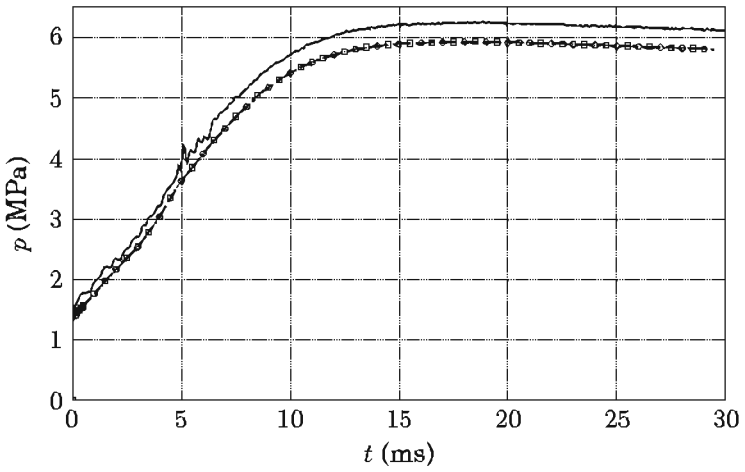


FIGURE 4.15 – Évolution de la pression à l'entrée de la tuyère : LP10-25 (——), ODS1I (··⊖··), ODS1R (-·⊡·-)

condition applique une pression légèrement inférieure à la consigne. En fait, les capteurs numériques enregistrent la pression statique, et non la pression totale (imposée). À leur emplacement, l'écoulement est déjà en déplacement avec une vitesse non négligeable, qui se traduit par une diminution de la pression statique pour conserver la pression totale. En revanche, le capteur expérimental est situé dans la zone d'intégration de la tuyère, et la vitesse de l'écoulement à cet endroit est relativement faible. Il mesure donc une pression statique proche de la pression totale.

4.4.2 ODS en champ lointain

4.4.2.1 Signature

La figure 4.16 présente les relevés de pression pour chacun des 5 capteurs composant l'arc 1. Sur chaque figure, le signal expérimental est tracé, ainsi que la pression calculée lors des deux simulations ODS1I et ODS1R. Seules les composantes basses fréquences ont pu être capturées lors des simulations, ainsi que le laissait prévoir les restrictions sur le maillage détaillées en section 4.3.8.
Sur la figure 4.16, l'exposant i concerne la simulation ODS1I, et l'exposant r la simulation ODS1R. La forme du signal calculé lors des simulations est caractérisée par :

- un premier pic, identifié par le chiffre 1. Sur le capteur C_1, la pression maximale calculée est surestimée par les deux simulations, et diminue en s'écartant de l'axe du jet. Ainsi, sur C_5, les simulations sous-estiment l'amplitude ;
- une large dépression, notée 2 ;
- un second pic, noté 3, dont l'intensité est comparable à celle du premier pic à 20° (C_1) mais inférieure à mesure que l'on s'écarte de l'axe du jet ;

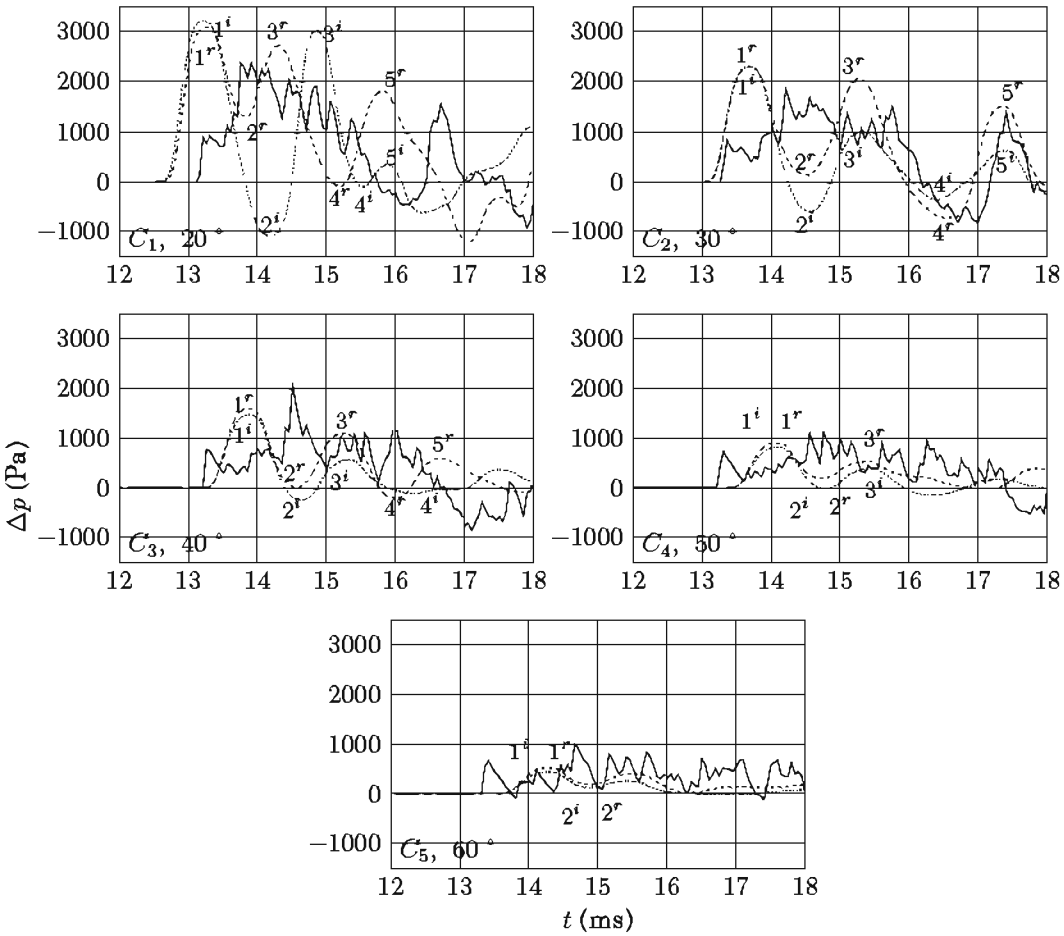


FIGURE 4.16 – Historiques de surpression sur les capteurs de l'arc à 71 D_j : LP10-25 (——), ODS1I (·····), ODS1R (- - - -)

- de nouveau une dépression, plus ou moins importante en fonction de l'angle du microphone, numérotée 4 ;
- de nouveau une surpression pour C_1 et C_2, avec le chiffre 5.

Des différences et similitudes sont à noter :

- le premier front est parfaitement synchronisé entre les deux simulations, et d'amplitude équivalente ($1^i \approx 1^r$). La recombustion ne semble pas avoir d'influence sur ce pic. Le reste du signal est très différent d'une simulation à l'autre ;
- sur les microphones C_2 à C_5, le second pic de pression de la simulation ODS1R est toujours d'amplitude supérieure à celle de son homologue ODS1I, et la dépression qui le précède est moins importante que dans la simulation ODS1I ;
- sur C_1, les signaux sont en opposition de phase après le premier pic. Alors qu'une large dépression suit le premier front lors de la simulation ODS1I, la pression diminue peu pour augmenter de nouveau dans la simulation ODS1R. Ce second pic arrive plus

tardivement lors de la simulation ODS1I, alors qu'une dépression est observée dans la simulation ODS1R. Un troisième pic est visible pour la simulation ODS1R sur la fenêtre temporelle présentée, mais pas pour la simulation ODS1I.

La similitude du premier pic entre les deux simulations peut laisser à penser qu'il s'agit en fait d'un très fort choc de désoperculage, et non du front de l'ODS. Cette supposition est renforcée par le fait qu'aucun choc de désoperculage ne semble visible lors des simulations. Cette question est étudiée en détail au paragraphe 4.4.6.1 page 165.

Le tableau 4.7 donne les caractéristiques de l'ODS calculée dans les deux simulations en terme d'amplitude maximale, de durée totale et de durée positive. L'amplitude maximale

ODS1I	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
Δp_{max} (Pa)	3222	2290	1470	805	441
δ_{IOP} (ms)	5,95	5,65	5,20	6,30	5,60
δ^+_{IOP} (ms)	2,75	2,90	2,70	2,60	2,80

ODS1R	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
Δp_{max} (Pa)	3095	2295	1590	905	510
δ_{IOP} (ms)	5,30	6,00	4,90	5,10	5,05
δ^+_{IOP} (ms)	2,35	2,85	2,50	3,40	2,45

TABLE 4.7 – Caractéristiques des signaux calculés par les simulations ODS1I et ODS1R

dans le cas ODS1I est supérieure à celle du cas ODS1R sur C_1 mais inférieure ailleurs. Dans les deux cas, le maximum d'amplitude est atteint dans la direction 20°, et la décroissance avec l'angle d'observation est monotone. Dans le cas LP10-25, le capteur C_3 subit une amplitude maximale supérieure à C_2 (*cf.* tableau 4.1).

D'un manière générale, l'ODS de la simulation ODS1R dure moins longtemps que celle de la simulation ODS1I. La durée positive de l'ODS est à peu près constante pour chaque simulation, alors qu'elle augmente avec l'angle sur les mesures. D'une manière générale, le cas ODS1R présente une durée positive plus courte que la simulation ODS1I.

4.4.2.2 Directivité

La directivité basée sur l'énergie est tracée sur la figure 4.17. Les deux simulations ont un caractère plus directif que l'onde expérimentale. D'une manière générale, l'onde du calcul ODS1R contient plus d'énergie que celle du calcul ODS1I. Le calcul ODS1R surestime la pression p_{RMS} de 4 dB à 20°, est très proche à 40° et termine à -4 dB à 60°. Le calcul ODS1I prédit la bonne énergie à 20° et sous-estime de 10 dB à 60°.

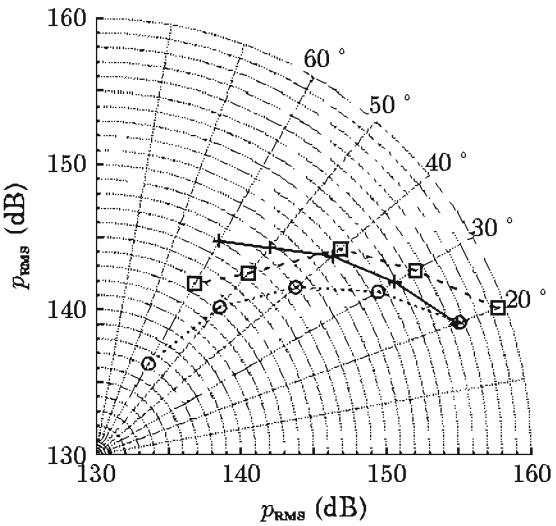


FIGURE 4.17 – Directivité des ODS calculées et mesurée. LP10-25 (——), ODS1I (···⊙···), ODS1R (- ⊡ -)

Les calculs reproduisent de manière satisfaisante l'ODS. Les durées totale et positive sont bien retrouvées par la simulation ODS1R, et l'amplitude maximale est relativement proche des mesures. Enfin, l'énergie contenue dans l'ODS de la simulation ODS1R est assez proche de celle contenue dans l'onde expérimentale. Toutefois, les deux simulations prévoient une directivité plus marquée que les mesures.

4.4.3 Grandeurs aérodynamiques du jet

Afin d'estimer les caractéristiques du jet, les grandeurs aérodynamiques des deux jets simulés sont comparées aux valeurs semi-empiriques décrites à la section 1.3. Au bout de 15 millisecondes, la pression imposée se stabilise (*cf.* figure 4.9). Pour les 5 dernières millisecondes calculées, le jet est quasi-établi. Il est donc raisonnable de moyenner les grandeurs à l'axe sur cette courte période, pour obtenir un pseudo champ moyen. Les courbes qui suivent sont issues de ce champ.

La longueur du cône potentiel du jet est défini par une vitesse longitudinale constante et égale à la vitesse dans le plan de sortie de la tuyère. Dans le cas de jets non parfaitement adaptés, la présence du réseau de chocs et de détentes perturbe cette lecture. Un second critère est alors adopté, basé sur la valeur de la fraction massique d'alumine au cœur du jet. En effet, par définition, aucun mélange ne modifie la composition dans le cône potentiel. La fraction massique d'alumine ne doit donc pas changer tant que la couche de mélange ne s'est pas suffisamment épaissie pour perturber l'écoulement sur l'axe du jet. Cette dernière est tracée sur la figure 4.18. Le cône potentiel est estimé se terminer à la position à laquelle la fraction massique d'alumine a diminué de 5%. Cette méthode conduit à une longueur de

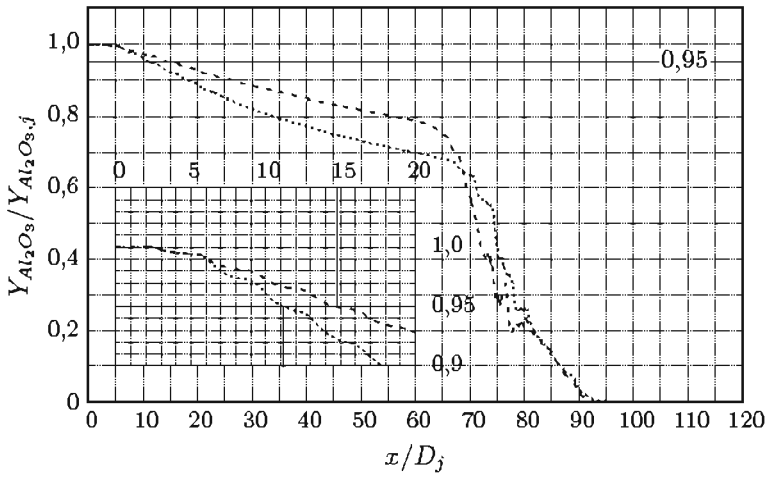


FIGURE 4.18 – Fraction massique d'alumine moyenne entre 25 et 30 ms dans l'axe du jet : ODS1I (·····), ODS1R (- - - -)

cône potentiel de 11,17 D_j pour le calcul ODS1I et 14,79 D_j pour le calcul ODS1R. Normalement, après la fin du cœur potentiel, le mélange ayant atteint l'axe du jet, la vitesse ainsi que la fraction massique d'espèces présentes uniquement dans les gaz du jet suivent un profil en exponentielle inversée jusqu'aux valeurs ambiantes [Anderson 1955]. Sur la figure 4.18, cette décroissance n'est visible qu'après 67 D_j pour la calcul ODS1R et 72 D_j pour le calcul ODS1I. De plus, la diminution de la fraction massique d'alumine le long de l'axe du jet ne correspond pas au profil attendu. Il semble que le jet calculé soit très peu déstabilisé, presque laminaire, et donc dans lequel la diffusion moléculaire des espèces est plus importante que le mélange turbulent.

Plus précisément, la décroissance intervient lorsque le jet atteint la fin de la zone raffinée du maillage, à 73 D_j. Cette absence de mélange ne déstabilisant pas le jet, un nombre important de cellules de compression est calculé, l'onde d'instabilité à l'origine de ces chocs n'étant pas perturbée. En effet, la pression moyenne sur l'axe du jet tracée sur la figure 4.19 permet d'observer ainsi 18 zones de compression jusqu'à atteindre la limite du jet. Le jet agit comme un guide d'onde, et propage l'onde d'instabilité des chocs.

Le nombre de Mach le long de l'axe du jet est tracé sur la figure 4.20. La longueur sonique, définie par la position à l'axe au delà de laquelle $M < 1$, est estimée à 75 D_j pour le calcul ODS1R et 80 D_j pour le calcul ODS1I. La très grande surestimation des deux simulations par rapport aux valeurs attendues, comprises entre 35 et 50 D_j, attestent que le calcul ne permet pas le développement de la turbulence dans le jet. La méthodologie de maillage et les éléments le constituant sont directement responsables. En effet, les polyèdres sont très réguliers avec une taille constante dans chacune des zones définies en section 4.3.8.

Cependant, la littérature ([Colombier 1991] entre autres) estime que le jet n'a pour ainsi

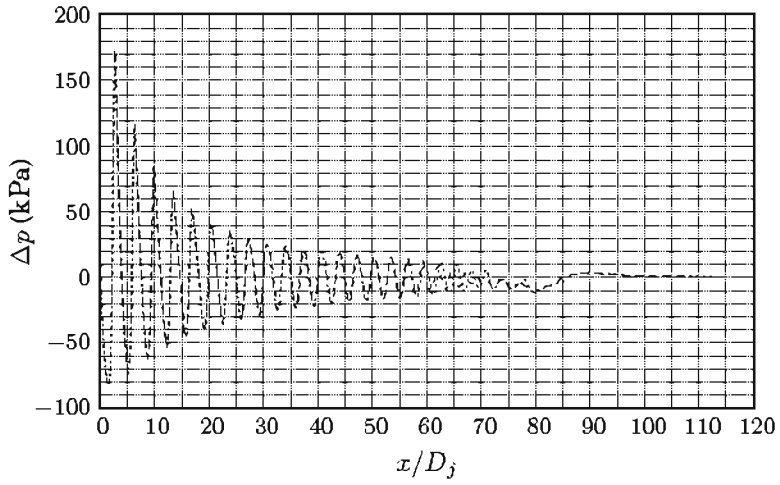


FIGURE 4.19 – Pression relative moyenne entre 25 et 30 ms le long de l'axe du jet : ODS1I (·····), ODS1R (- - - -)

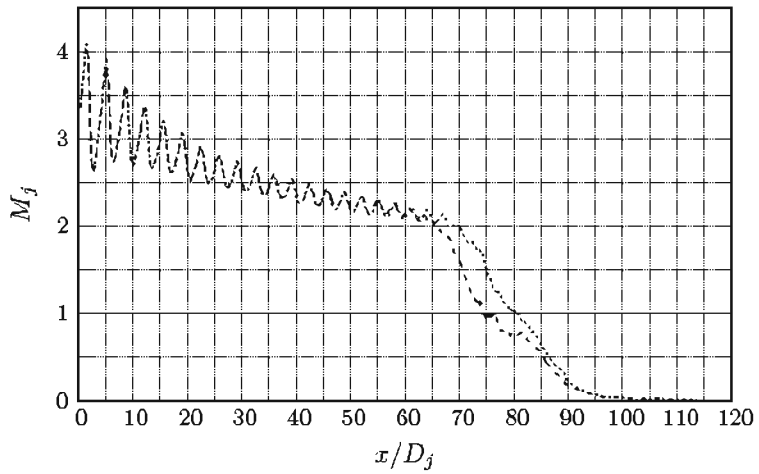


FIGURE 4.20 – Nombre de Mach moyen entre 25 et 30 ms le long de l'axe du jet : ODS1I (·····), ODS1R (- - - -)

dire aucun rôle dans la génération de l'ODS, et les simulations conduites ont plutôt mis en œuvre des approches résolvant les équations d'Euler. Le choix qui a été fait ici consiste à négliger les petites structures turbulentes, qui permettent le développement de la couche de mélange, pour ne se consacrer qu'aux plus grosses structures, qui ont possiblement un rôle dans le processus de génération de l'ODS. L'action du jet sur l'ODS sera certainement de plus grande ampleur que dans un cas modélisant les petites structures de l'écoulement.

4.4.4 Comparaison des images IR

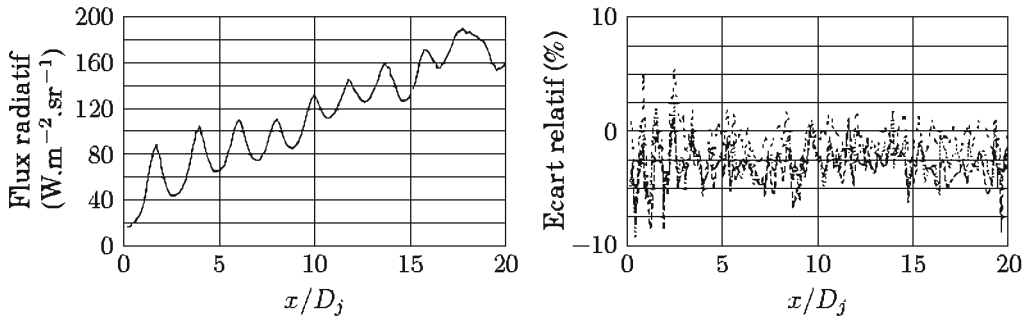
Cette section est consacrée à l'étude du développement du jet supersonique. Les flux radiatifs sont calculés pour chacune des simulations. Dans un premier temps, l'influence

du diamètre des particules d'alumine est étudiée. Puis, les champs de flux radiatif sur la face *caméra* du *domaine utilisateur* ASTRE sont comparés aux images IR expérimentales.

Dans l'ensemble de cette section, les calculs menés avec le solveur ASTRE ont porté sur la trajectoire de 48 millions de paquets d'énergie distribués sur 32 cœurs. Les calculs ont ainsi pu atteindre un degré de convergence satisfaisant, avec un écart-type de la luminance reçue de l'ordre de 2 à 3%. Le modèle CK utilisé pour modéliser les corrélations spectrales a été développé pour des applications spectrales. La pression à l'axe du jet est tracée sur la figure 4.19. Entre $x/D_j = 0$ et $x/D_j = 20$, la pression oscille avec une très grande amplitude autour de la pression atmosphérique. Les corrélations spectrales du modèle CK ne sont pas adaptées à ces pressions. Cependant, les erreurs commises ne devraient pas changer la topologie. La comparaison étant qualitative uniquement, l'interpretation des résultats de calcul de transfert radiatif n'en sera pas modifiée.

4.4.4.1 Influence de la taille des particules

Pour rappel, l'alumine est considérée comme étant un gaz dans le solveur CHARME, et comme étant des particules solides dans le solveur ASTRE. Leur diamètre suit une distribution normale autour d'une valeur moyenne, qui peut avoir une influence sur la diffraction ou la diffusion : à fraction massique constante dans une cellule, plus le diamètre moyen est important, plus le nombre de particules est faible. Il est donc nécessaire d'évaluer l'influence de la taille des particules d'alumine sur les flux radiatifs calculés. Pour cela, le flux radiatif de la simulation ODS1R à l'instant $t = 3{,}5$ ms est calculé pour plusieurs diamètres de particules D_p variant de 1 à 10 μm. La solution de référence correspond à $D_p = 10$ μm. Le flux radiatif le long de la ligne médiane de la limite *caméra* est extrait et tracé sur la figure 4.21(a). Les écarts à cette solution pour les autres cas sont tracés sur la figure 4.21(b).



(a) Cas de référence $D_p = 10$ μm

(b) Écart au cas de référence pour $D_p = 1$ μm (– – –), $D_p = 2$ μm (·····) et $D_p = 5$ μm (-- --)

FIGURE 4.21 – Flux radiatif le long de la ligne médiane de la paroi *caméra* issus du calcul ODS1R, à $t = 3{,}5$ ms

L'ensemble des écarts varie entre ±6% : sur la plage de diamètres testés, représentatifs des particules issues d'un petit moteur à propergol solide aluminisé [Salita 1994], le diamètre à une faible influence. Pour la suite de l'étude, le diamètre moyen est fixé à $D_p = 10$ μm.

4.4.4.2 Développement du jet supersonique

Les calculs des flux radiatif sont effectués au même pas de temps que l'acquisition des images expérimentales, soit toutes les 0,5 ms. La figure 4.22 présente une série temporelle des flux radiatifs mesurés et calculés lors des deux simulations ODS1I et ODS1R. Le temps $t = 0$ des images expérimentales est pris au désoperculage de la tuyère, et est comparé au temps $t = 0$ des simulations. Pour rappel, lors des simulations, le désoperculage et la dépression consécutive ne sont pas modélisés : les simulations débutent 1,14 ms après le désoperculage. Un décalage entre les simulations et les images expérimentales est attendu. Les deux simulations prédisent un développement du jet supersonique tout à fait similaire. Cependant, dans le cas ODS1R, le niveau de rayonnement est beaucoup plus intense. Par ailleurs, la formation d'une boule chaude convectée, assez similaire à celle observée lors du tir LP10-25, est visible dans les simulations. La boule dans la simulation ODS1R présente un diamètre plus petit que celui de l'essai. Ceci est attribué à la discrétisation du jet qui reste trop faible pour permettre suffisamment d'entraînement et de mélange. La boule chaude rayonne de manière beaucoup moins intense dans le cas ODS1I, et son diamètre est encore plus faible. Un des effets de la recombustion est de dilater la boule de gaz chauds.

Les jets simulés traversent le champ de vision de la caméra bien plus rapidement que le jet expérimental. Ils atteignent le bout du champ de vision en 3,5 ms, quand il faut 5 ms au jet expérimental. Une partie de cette différence est attribuée au traitement de la condition à la limite *entrée* ainsi qu'à l'état initial. Pour s'en convaincre, une étude de sensibilité aux conditions aux limites et initiales est reportée en annexe D. Une des conclusions de cette étude est que l'écart de vitesse observé entre les simulations et les relevés expérimentaux s'explique en partie par l'absence de la dépression suite au désoperculage dans la condition de pression imposée à la limite *entrée*.

4.4.4.3 Recombustion

La recombustion sous forme de boule de feu lors du calcul ODS1R est comparée à l'enregistrement. Cette comparaison s'effectue à pression génératrice identique. Le flux radiatif du jet à l'instant où il touche la limite aval du *domaine utilisateur* Astre, soit à $t = 3{,}5$ ms, est comparé à l'image expérimentale équivalente, soit $t = 5$ ms. Ces deux images sont présentées l'une au-dessus de l'autre sur la partie gauche de la figure 4.23. À cet instant, la pression à l'axe est hors du domaine de validité du modèle CK pour les deux premiers

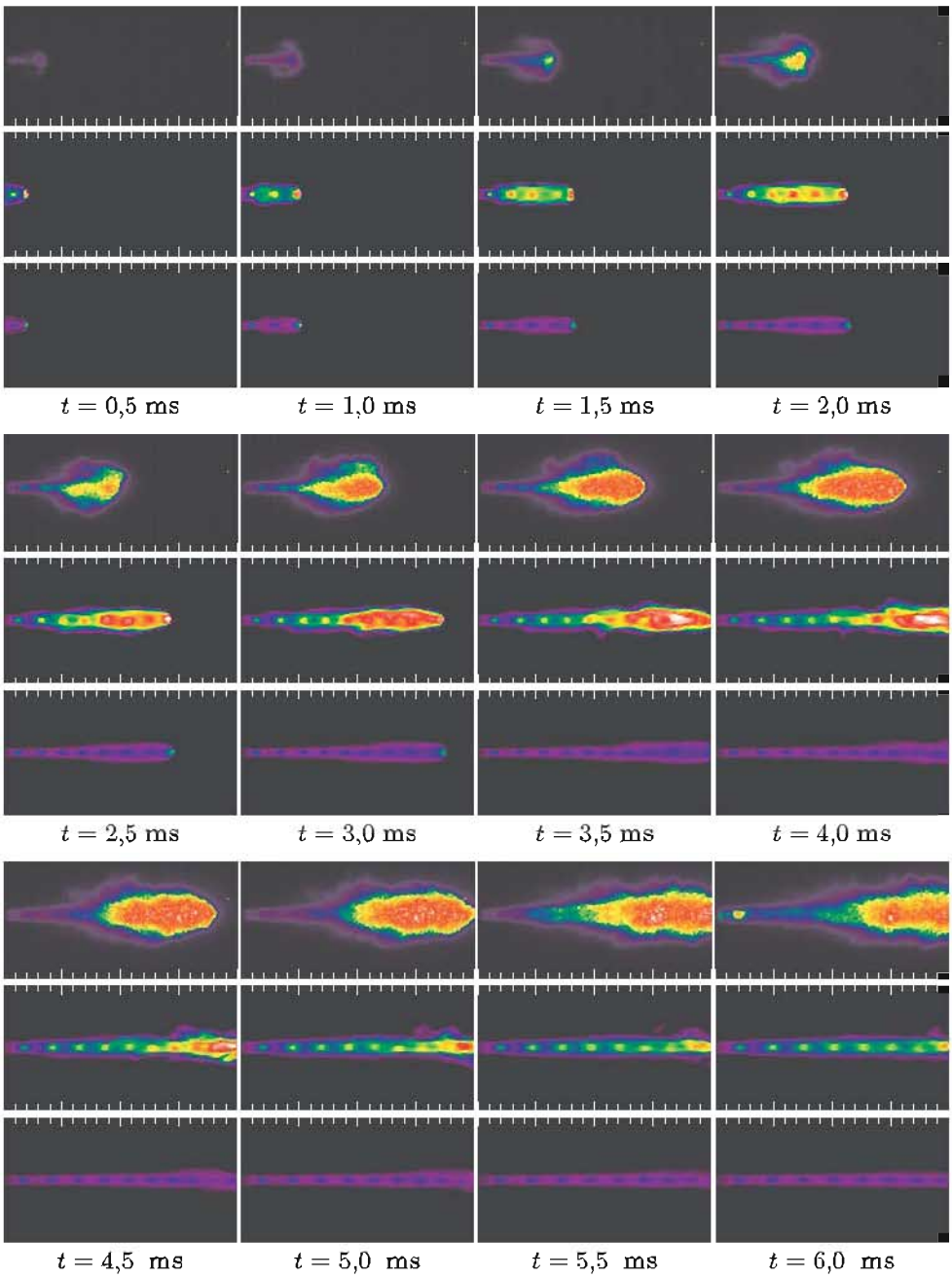


FIGURE 4.22 – Flux radiatifs mesurés et calculés. *Haut* : LP10-25 ; *milieu* : réactif ; *bas* : inerte

chocs uniquement. Les corrélations spectrales dans la boule de feu sont correctement calculées. Dans les deux cas, la boule de feu est pleinement développée. La longueur de la zone chaude est de dimension comparable, comme indiquée par les pointillés blancs. Les positions des différents chocs sont bien reproduites. Le calcul permet donc bien la simulation d'une boule de gaz chauds convectée vers l'aval avec le jet, d'une manière analogue à celle

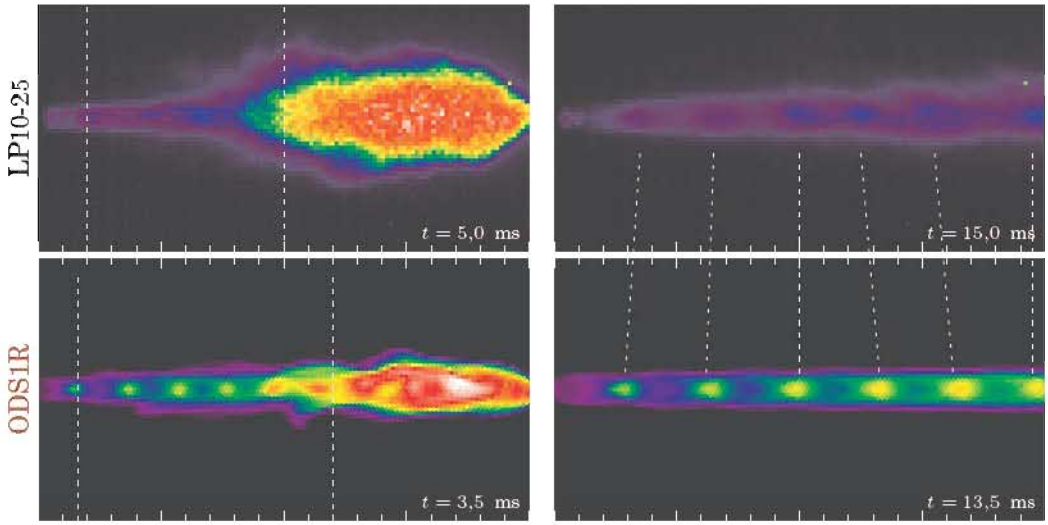


FIGURE 4.23 – Flux radiatifs IR enregistrés et calculés lors de la simulation ODS1R, à pression génératrice identique

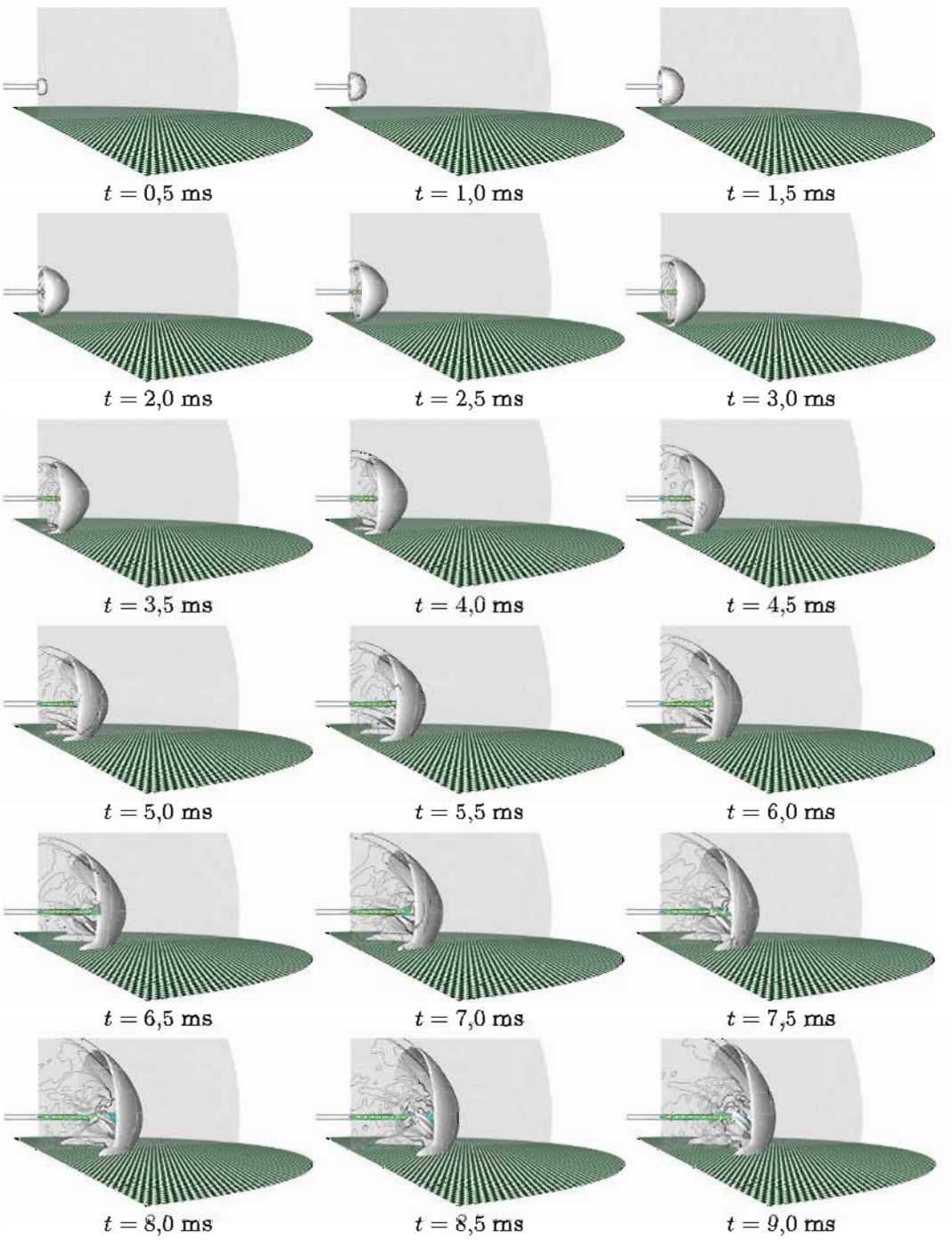
observée lors du tir LP10-25. Cependant, alors que l'ODS atteint les capteurs dans le même temps que l'ODS expérimentale, la formation et l'établissement du jet est plus rapide lors des simulations. L'action probable du développement du jet sur l'ODS doit certainement être amplifiée dans les simulations par rapport au cas LP10-25.

Finalement, une image du jet supersonique développé est comparé à un flux radiatif calculé sur la partie droite de la figure 4.23. Les deux images sont prises à des instants différents, de manière à ce que la pression génératrice soit identique. Dans les deux cas, 6 zones chaudes sont visibles, qui signalent la présence de chocs dans l'écoulement. Contrairement au cas expérimental, les cellules de choc du calcul sont équiréparties le long du jet. Des pointillés blancs permettent d'estimer leurs positions relatives. Les trois premières cellules ainsi que la sixième cellule sont correctement estimées par la simulation, mais la quatrième et la cinquième semblent décalées. La forme de la cinquième cellule laisse à penser qu'une perturbation de grande dimension modifie l'écoulement et déplace la cellule de choc.

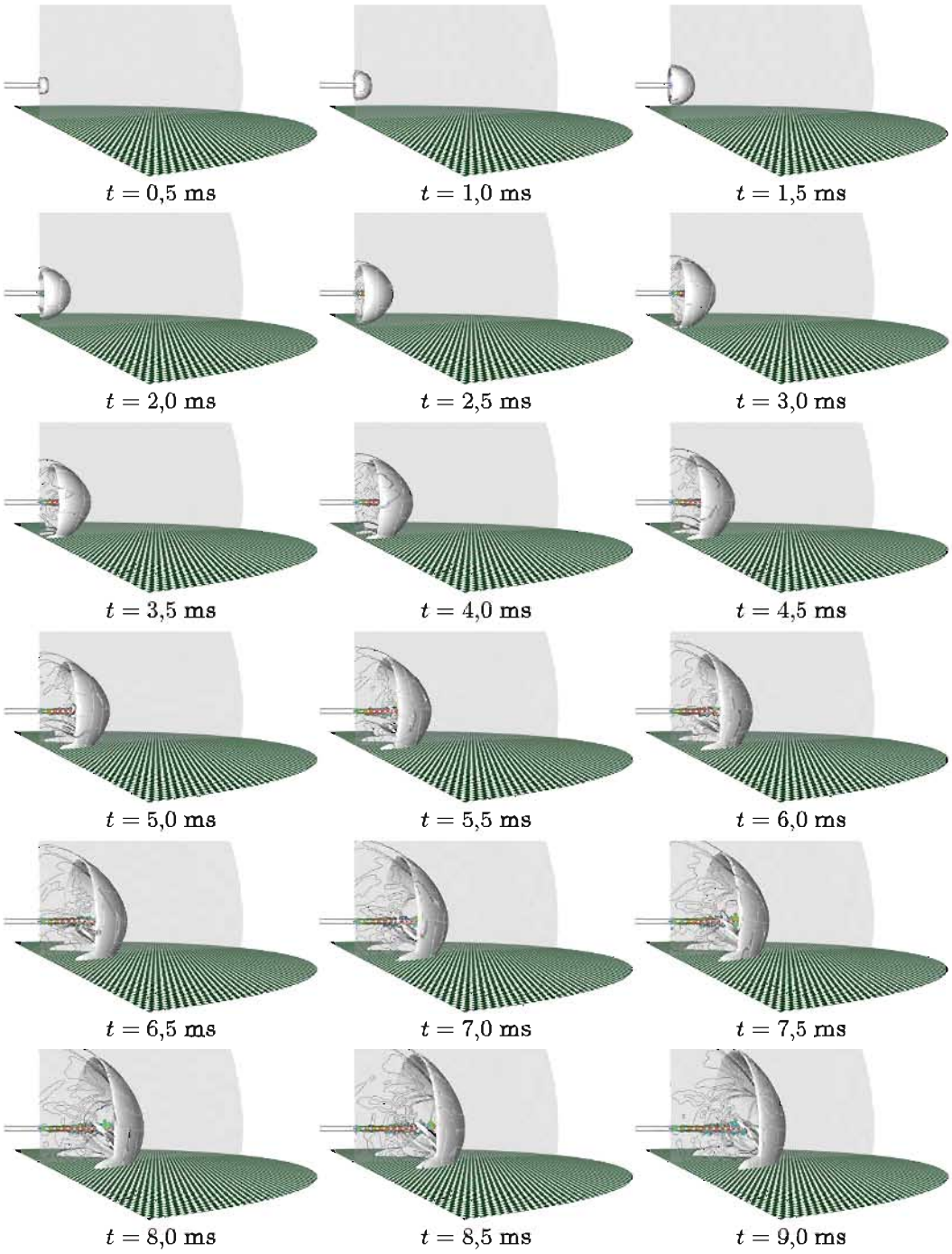
4.4.5 Visualisations

Cette partie présente des visualisations issues des simulations. Une série chronophotographique est présentée pour chaque simulation, afin de comparer l'évolution de l'ODS et du jet supersonique dans les deux cas considérés. Les figure 4.24(a) et 4.24(b), sur les pages de gauche, concernent la simulation ODS1I, et les figures 4.25(a) et 4.25(b), sur les pages de droite, concernent la simulation ODS1R.

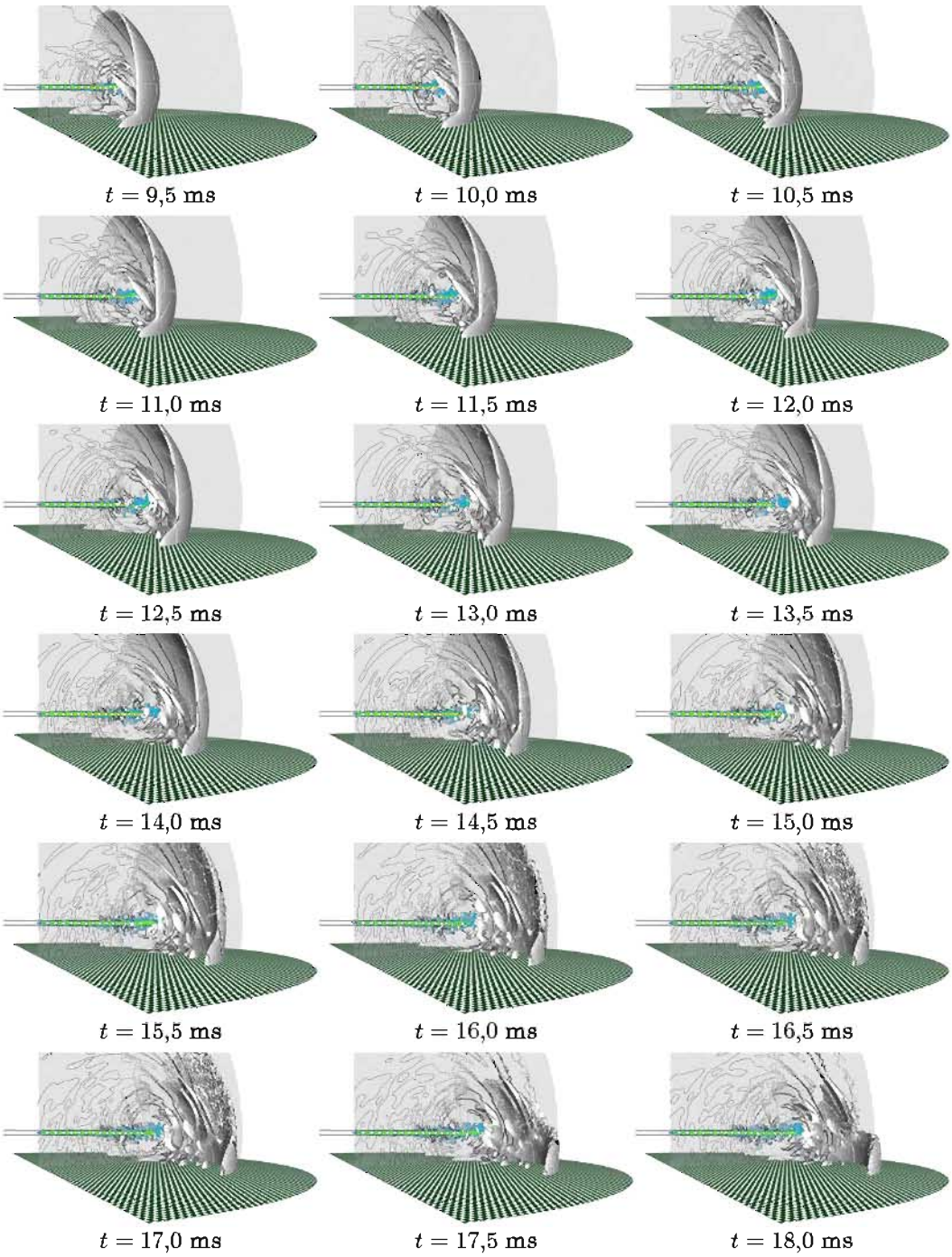
Les figures représentent le champ de température entre 300 et 2600 K dans le plan de



(a) ODS1I, de 0,5 à 9,0 ms

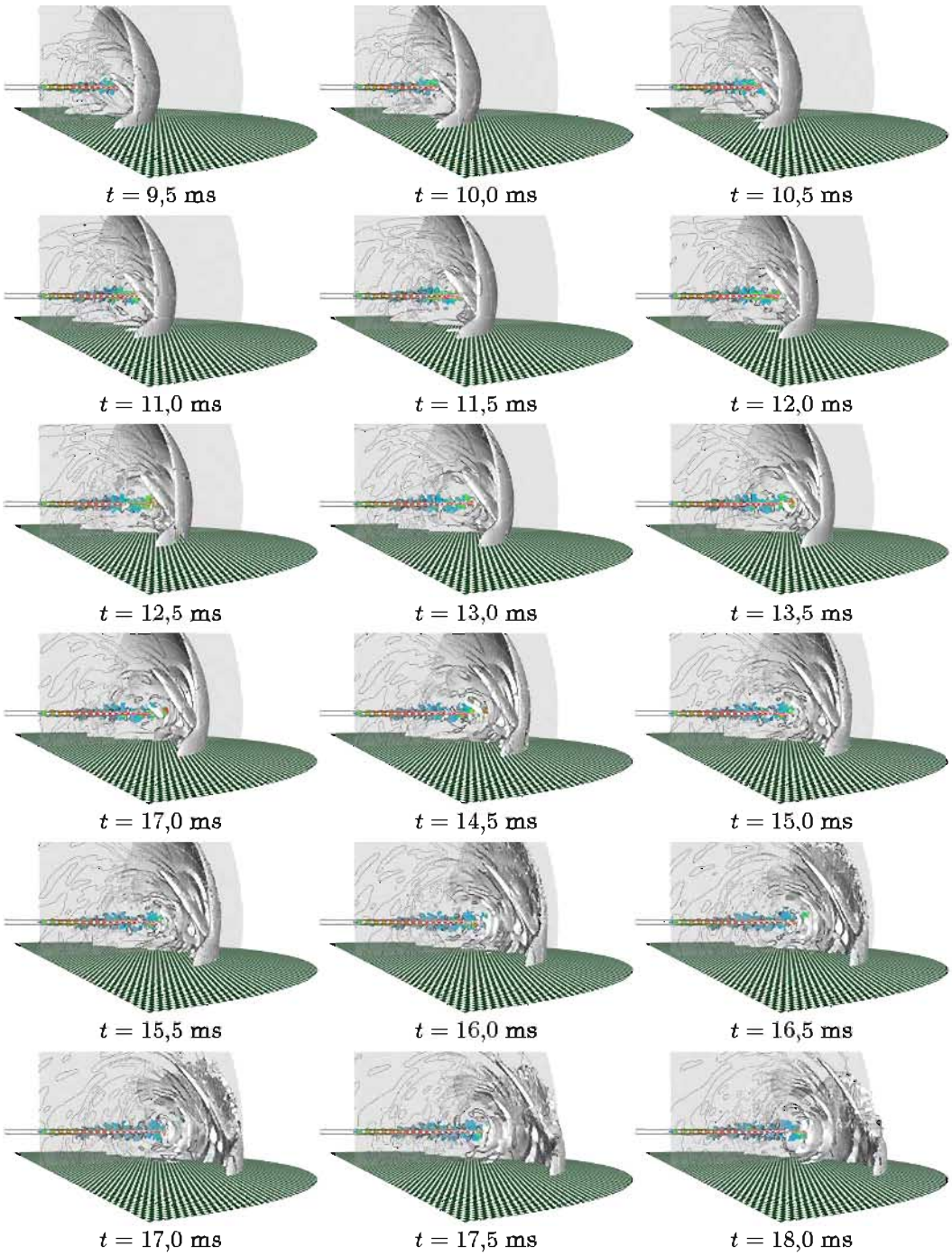


(a) ODS1R, de 0,5 à 9,0 ms



(b) ODS1I, de 9,5 à 18,0 ms

FIGURE 4.24 – Développement de l'onde de souffle simulée lors du calcul ODS1I et interaction avec le jet supersonique



(b) ODS1R, de 9,5 à 18,0 ms

FIGURE 4.25 – Développement de l'onde de souffle simulée lors du calcul ODS1R et interaction avec le jet supersonique

coupe vertical médian. Sur ce plan sont aussi tracés des contours d'iso pression relative variant de $\Delta p = -300$ Pa à $\Delta p = 300$ Pa, tous les 100 Pa. Enfin, une surface 3D d'iso pression relative $\Delta p = +500$ Pa permet de suivre l'évolution du front de l'ODS.

Une première lecture rapide des images permet de reconstituer les grandes lignes du développement de l'ODS, commune aux deux simulations :

1. l'ODS de développe dans un premier temps sous la forme d'un front sphérique à la sortie de la tuyère ($t = 0{,}5$ ms) ;
2. elle s'étend, jusqu'à atteindre une dimension suffisante pour qu'elle rejoigne le sol, aux alentours de $t = 3{,}0$ ms ;
3. la partie de l'onde qui atteint le sol se réfléchit ;
4. l'onde réfléchie sur le sol finit par remonter jusqu'au jet supersonique, aux alentours de $t = 7{,}0$ ms ;
5. le front principal et sa réflexion se propagent dans le domaine, avant de rejoindre la zone tampon où ils sont dissipés.

En parallèle de l'ODS, le jet supersonique se développe. À l'instant où l'ODS atteint le sol ($t = 3{,}0$ ms), le jet supersonique est déjà suffisamment développé pour présenter 3 cellules de choc. À $t = 17{,}5$ ms, 15 poches de pression sont dénombrées dans le jet, comme observé sur la figure 4.19. Le développement initial du jet, guidé par les grandes structures, reste cependant correctement modélisé, comme le montrent les comparaisons IR présentées en section 4.4.4. Ces visualisations permettent de relever quelques différences entre les deux simulations :

- la température du jet dans la simulation ODS1I est bien inférieure à celle du cas ODS1R. Le schéma cinétique permet donc effectivement la recombustion des produits de combustion du propergol avec l'air ;
- le champ de pression derrière l'ODS est beaucoup plus perturbé et complexe dans le cas ODS1R, à l'image des observations réalisées en 2D [Troyes 2008b] ;
- le front de l'ODS est dissipé plus rapidement dans la zone tampon du calcul inerte que lors du calcul réactif, ce qui montre que l'ODS dans le cas ODS1R est plus énergétique que dans le cas ODS1I ;
- le front de l'ODS prend en premier lieu une forme arrondie, sphérique, mais aux alentours de $t = 4{,}0$ ms il devient légèrement conique. Il semble que le jet supersonique soit responsable de cet effet. À mesure que l'onde se développe, elle reprend un forme arrondie. Le calcul ODS1R présente un front conique plus prononcé que le calcul ODS1I. Dans le cas ODS1I, l'ODS semble être plus rapide que le jet supersonique. Dans le cas ODS1R cependant, il semble que ce soit le contraire.

4.4.6 Compréhension des phénomènes physiques

Cette partie a pour objectif d'améliorer la compréhension physique des phénomènes responsables de la génération et de la propagation de l'ODS. Elle fait l'objet d'une publication dans le Journal of Propulsion and Power [Dargaud 2014].

Dans un premier temps, l'absence de choc de désoperculage dans les simulations est examinée. Par la suite, l'utilisation de mesures numériques lors des calculs permet d'étudier les mécanismes de formation de l'ODS. Enfin, l'interaction entre le jet supersonique et l'ODS est étudiée à l'aide d'informations fournies par les simulations numériques.

4.4.6.1 Présence éventuelle d'un choc de désoperculage

L'observation des mesures acoustiques a posé une interrogation sur la nature de l'onde numérique, en particulier du premier front. Le fait qu'il soit d'amplitude identique dans les deux simulations conduit à envisager qu'il puisse s'agir d'un choc de désoperculage, analogue à celui observé lors du tir LP10-25, numéroté 4 sur les figures 2.10 et 2.11.

Afin d'évaluer la pertinence de cette hypothèse, les chocs expérimentaux et numériques sont comparés au choc résultant de la rupture d'un opercule idéal, *i.e.* pendant laquelle aucune énergie mécanique n'est consommée par l'arrachage de la membrane d'aluminium. Ce choc idéal est obtenu à l'aide d'un modèle de tube à choc, qui consiste à séparer une chambre remplie de gaz de propergol pressurisés, dont les propriétés sont identifiées à l'aide de la mention *prop*, d'une chambre remplie d'air à pression atmosphérique, identifiée ∞. Une membrane idéale sépare ces deux états. L'analogie avec la rupture d'un opercule dans une tuyère, séparant les gaz chauds haute pression dans la chambre de l'air froid ambiant est immédiate. En se rompant, la membrane met en contact les deux continua, et il en résulte une onde de compression qui se propage dans la zone basse pression et un éventail de détente qui se propage dans la zone haute pression, avec pour objectif d'équilibrer la pression de part et d'autre. Entre les deux, une surface de contact, séparant les deux fluides, se déplace vers la zone basse pression. La zone délimitée par l'onde de choc d'une part et par la dernière onde de l'éventail de détente d'autre part est une zone intermédiaire notée *int*. Ce principe est illustré sur le schéma de la figure 4.26 : la partie supérieure représente l'état initial, et la partie inférieure représente l'état suite à la rupture de la membrane.

La résolution de ce système est obtenue via les équations de saut de Rankine-Hugoniot et permet d'estimer l'amplitude $\Delta p_0 = p_{int} - p_\infty$ de l'onde de choc générée à la rupture de la membrane. Ce choc se propage ensuite depuis la tuyère jusqu'aux capteurs. Dans l'hypothèse d'une propagation isotrope, la conservation de l'intensité acoustique mène à la relation :

$$\forall R > R_0,\ \Delta p_{\text{R}} = p_{\text{R}} - p_\infty = \Delta p_{\text{R}_0} \times R_0/R \tag{4.10}$$

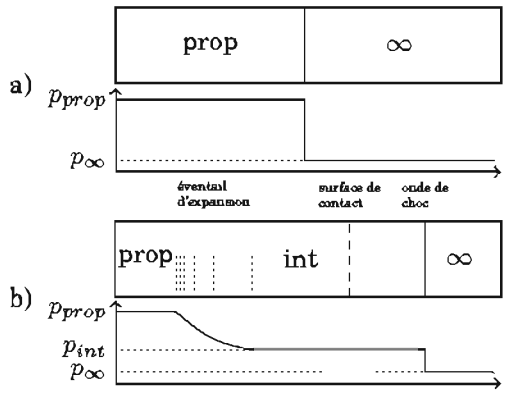


FIGURE 4.26 – Tube à choc. *a)* état initial ; *b)* état après rupture de l'opercule

où R est la distance parcourue, et R_0 la dimension caractéristique du choc source d'amplitude Δp_0. Dans l'hypothèse d'un désoperculage du moteur analogue au tube à choc, la distance entre l'opercule et le col de la tuyère est utilisée comme dimension caractéristique R_0. Finalement, l'équation (4.10) permet de déterminer Δp_{th} , l'amplitude théorique à une distance R de l'onde de choc issue d'un désoperculage sans perte mécanique. Cette amplitude est comparée tableau 4.8 aux valeurs des fronts d'onde mesurés et calculés sur tous les capteurs de l'arc 1. L'onde de choc de désoperculage (notée 4 sur la figure 2.10) mesurée lors

	LP10-25	ODS1I	ODS1R
$\Delta p/\Delta p_{th}$	$\in$ [0,52:0,68]	$\in$ [0,24:1,76]	$\in$ [0,20:1,70]

TABLE 4.8 – Amplitude relative de l'onde de désoperculage expérimentale et du front des ondes calculées par rapport à une onde de choc de désoperculage idéale, pour chaque capteur

du tir LP10-25 est toujours inférieure à une onde idéale. Le désoperculage s'est effectué avec un rendement mécanique de 50 à 70 % suivant l'angle d'observation. Pour les simulations, l'onde est fortement supérieure à un choc de désoperculage dans les directions proches de l'axe, mais inférieure plus loin de l'axe. Il n'est donc pas possible de conclure quant à la nature de ces ondes avec ces seules observations. En effet, la modélisation de l'opercule dans les simulations n'est pas rigoureusement identique à l'expérience : le choc de pression s'y produit à la condition à la limite, en amont du col de la tuyère. En passant dans le col, le choc peut se déformer pour finalement présenter une directivité très marquée vers l'aval. Afin d'évaluer cette hypothèse, l'intensité acoustique I de chacune des ondes est comparée à l'intensité de l'onde de choc théorique. En effet, l'intensité acoustique doit se conserver au passage du col.

L'intensité est calculée en intégrant la surpression sur la surface de l'onde. Elle est

représentée par une demi sphère dont le rayon est égal à la distance entre le col de la tuyère et les capteurs. L'onde est considérée symétrique autour de l'axe du jet, et la pression à sa surface constante par morceaux. Pour la zone définie par un angle dans le plan médian horizontal inférieur à l'angle formé entre l'axe du jet et le capteur C_1, la pression est prise égale à la surpression calculée sur le capteur C_1. Entre C_1 et C_2, la pression est constante et égale à la surpression calculée sur C_2, et ainsi de suite jusqu'au capteur C_5. Au delà de 60°, l'angle du capteur C_5, la pression est considérée revenue à la pression atmosphérique. Il s'agit ici d'une hypothèse à minima sur l'intensité. L'intensité théorique I_{th} est quant à elle obtenue en réalisant l'intégrale de la surpression induite par la rupture de la membrane du tube à choc analogue sur une surface égale à la surface de l'opercule. Les rapports entre les intensités calculées et l'intensité théorique sont reportées sur le tableau 4.9. Le front

	LP10-25	ODS1I	ODS1R
I/I_{th}	0,21	1,17	1,15

TABLE 4.9 – Rapports d'intensité de chacune des ondes mesurée et simulées à l'onde issue d'un tube à choc analogue au désoperculage

expérimental présente une intensité inférieure à une onde idéale, comme attendu. Les deux fronts simulés ont une intensité acoustique supérieure à l'onde théorique, et ce malgré l'hypothèse a minima adoptée pour leur calcul. Dans les deux simulations, le pic est donc généré par un phénomène bien plus énergétique que le désoperculage.
Par ailleurs, aucun choc de désoperculage n'est visible dans les simulations. En premier lieu, la différence entre la modélisation de la séquence d'allumage et l'expérience donne lieu à un jet simulé plus rapide. Son développement plus prompt conduit à la génération d'une ODS plus rapidement, qui est susceptible d'absorber le choc de désoperculage. En second lieu, le choc de désoperculage a une longueur d'onde très courte, et est dissipé par le maillage.

4.4.6.2 Effets non linéaires sur la propagation

Sur les signaux expérimentaux, la durée nécessaire à l'ODS pour atteindre les différents microphones n'est pas constante. Deux hypothèses sont proposées pour expliquer ceci :

- la différence de durée de propagation peut être attribuée aux effets non linéaires ;
- l'ODS n'est pas générée au centre de la sphère passant par les capteurs.

Compte tenu de l'amplitude des ondes considérées, les effets non linéaires ne sont pas négligeables et la vitesse de propagation n'est pas constante ni selon la direction ni le long de la trajectoire de l'onde [Baker 1973]. La relation entre la vitesse de propagation u d'une

onde d'amplitude Δp s'écrit d'après la relation de saut de Rankine-Hugoniot :

$$u^2 = c_{atm}^2 + \frac{\Delta p}{2\rho_{atm}}(\gamma_{atm} + 1) \tag{4.11}$$

À partir de l'amplitude maximale de l'onde $\Delta p_{max,s}$, enregistrée au temps $\delta t_{max,s}$ sur chacun des capteurs s, et d'une estimation de la position initiale de l'onde, il est alors possible de construire son trajet et de calculer ainsi la durée de propagation $\delta t_{nl,s}$.
La première étape consiste à estimer l'amplitude de l'onde. Celle-ci est obtenue par la relation (4.10) à partir de la distance parcourue par l'onde et de son amplitude initiale. Ensuite, La vitesse de déplacement de l'onde est calculée par la relation (4.11). Enfin, la dernière étape consiste à calculer la nouvelle position de l'onde après un pas de temps Δt petit, en considérant sa vitesse constante pendant le pas de temps. L'amplitude à cette nouvelle position peut alors être calculée.
Il s'agit maintenant d'initialiser la séquence. En première approche, le point d'émission de l'ODS x_{em} est fixé dans le plan de sortie tuyère, comme cela a souvent été avancé dans la littérature [Li 1982]. L'amplitude initiale de l'onde est estimée à l'aide de la relation (4.10), en prenant pour dimension caractéristique initiale la longueur de la tuyère, et en considérant l'amplitude maximale $\Delta p_{max,s}$.Un diagramme (t,R) typique est représenté sur la figure 4.27.

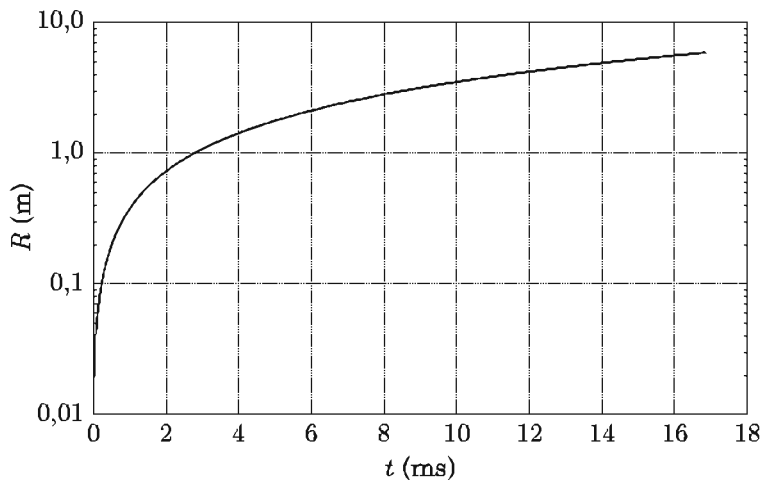


FIGURE 4.27 – Parcours typique d'une onde, pour une origine dans le plan de sortie tuyère et une amplitude à 71 D_j relevée sur le capteur C_1 de la simulation ODS1R

L'hypothèse d'une origine de l'ODS dans le plan de sortie tuyère ne permet pas de retrouver les différences de durée de propagation entre capteurs observées lors de la simulation, soit formellement $\delta t_{max,s+1} - \delta t_{max,s} \neq \delta t_{nl,s+1} - \delta t_{nl,s}$. En déplaçant le point d'émission

de l'ODS sur l'axe du jet, il est possible d'ajuster les écarts de durée de propagation non linéaire, afin qu'ils soient égaux aux écarts relevés lors du tir LP10-25 et lors des simulations. La position qui satisfait au mieux ce critère, $\delta t_{max,s+1} - \delta t_{max,s} = \delta t_{nl,s+1} - \delta t_{nl,s}$, est obtenue par dichotomie.

La durée de propagation non linéaire pour chaque capteur est alors déduite à partir de la position du point d'émission ainsi obtenu. La différence entre chacune de ces durées et celles mesurées est sensiblement égale pour chaque capteur, sauf pour C_1. Formellement :

$$\forall s \in [2{:}5],\ \delta t_{max,s} - \delta t_{nl,s} \approx t_{em} \tag{4.12}$$

où t_{em} est une constante.

Cette méthode permet donc de déterminer le point d'émission apparent de l'ODS, ainsi que l'instant d'émission de l'onde t_{em}. Elle est appliquée aux mesures expérimentales ainsi qu'aux deux jeux de relevés numériques. À chaque fois, le point d'émission est trouvé en aval de la tuyère, et la durée de propagation non linéaire est inférieure à la durée de propagation enregistrée. L'écart de durée est sensiblement égal pour tous les capteurs, sauf pour C_1. Les valeurs de x_{em} et t_{em} pour les mesures expérimentales ainsi que pour les deux simulations sont reportées sur le tableau 4.10. La simulation ODS1R prévoit un point d'émission situé

	LP10-25	ODS1I	ODS1R
t_{em} (ms)	0,45	0,35	0,24
x_{em} (D_j)	2,25	3,03	2,25

TABLE 4.10 – Point d'émission et instant d'émission apparents de l'ODS

environ 2,25 diamètres en aval du plan de sortie tuyère, au même endroit que le point d'émission apparent expérimental, alors qu'il se trouve un diamètre plus en aval pour la simulation ODS1I. Par ailleurs, les deux simulations ont un instant d'émission plus faible que l'instant expérimental.

Les différences d'émission apparente entre les deux simulations sont dues à une altération de la propagation par un mécanisme influencé par la recombustion. En effet, à l'instant d'émission, la recombustion n'a pas encore pu avoir d'effet, dû au délai d'auto inflammation [Simmons 2000], et la différence d'origine apparente est donc nécessairement due à une propagation différente. Enfin, le capteur C_1 présente un comportement singulier par rapport aux autres capteurs. La propagation dans la direction aval subit des effets qui ne sont pas pris en compte dans ce modèle, certainement de la part du jet supersonique.

4.4.6.3 Mécanismes de génération de l'ODS

Les données numériques sont maintenant explorées afin de déterminer les mécanismes de génération de l'ODS.

Des capteurs numériques sont placés dans les simulations en sortie de tuyère, le long de l'axe de symétrie du jet. Ils sont espacés à intervalles réguliers entre la position $x = 0{,}75\ D_j$ et $x = 2{,}25\ D_j$, tous les $0{,}3\ D_j$, ainsi que représentés sur le schéma 4.28. Les historiques de pression et température sont tracés sur la figure 4.28 pour chacun de ces capteurs numériques. Les historiques de température permettent de suivre l'arrivée du front du jet

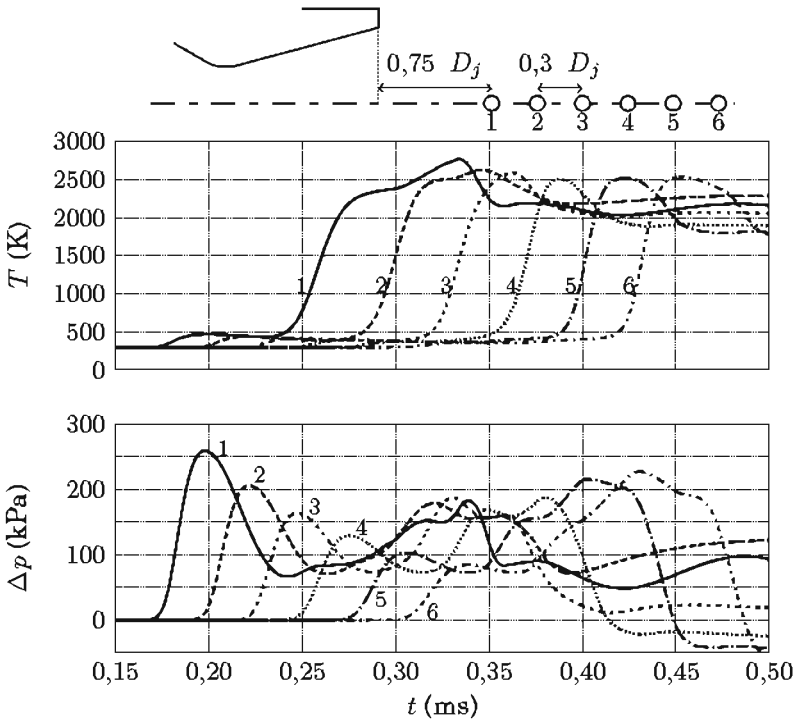


FIGURE 4.28 – *Haut* : schéma d'implantation des capteurs numériques ; *milieu* : historiques de température ; *bas* : historiques de surpression du calcul ODS1R

à chaque position. Les historiques de pression peuvent être divisés en deux parties. Une première onde de choc, en amont du jet, passe les capteurs successivement en s'amortissant, dû à l'expansion tri dimensionnelle. Cette première onde se propage à vitesse quasi constante dans un environnement au repos. Il s'agit certainement d'une onde de désoperculage numérique qui quitte la tuyère, résultant de la mise en pression subite de la condition à la limite. Son amplitude diminue très rapidement avec la distance, avant d'être complètement dissipée (hors du champ des capteurs). L'annexe D confirme cette hypothèse, ce qui corrobore la dernière conclusion du paragraphe 4.4.6.1 page 165. Une seconde élévation de pression est visible à partir de $t = 0{,}25$ ms jusqu'à $t = 0{,}335$ sur la courbe de pression du

capteur 1. Il s'agit du jet supersonique chaud, comme l'atteste la hausse de température contemporaine à l'élévation de la pression. Le capteur 2 enregistre le même comportement, à $t = 0{,}28$ ms. Cependant, pour le capteur 3, la hausse de pression est visible dès $t = 0{,}30$ ms, alors que le jet supersonique n'a pas atteint le capteur. Pour les capteurs 4, 5 et 6, ce sont deux hausses de pression qui sont observées après le choc de désoperculage. La seconde hausse est contemporaine à l'élévation de température indiquant l'arrivée du jet supersonique. La première hausse augmente en intensité à chaque capteur, avant l'arrivée du jet. Il s'agit d'une onde de choc qui se construit par effet piston dû au jet supersonique qui accélère à mesure que la pression à la limite augmente. Une figure tout à fait similaire est réalisable pour le calcul ODS1I, avec une température légèrement inférieure à la fin de la fenêtre temporelle pour les capteurs 5 et 6.

L'ODS est donc générée par coalescence d'ondes de compression émises par le jet supersonique qui se développe, à la manière d'un piston. Elle est produite aux alentours de $t_{em} = 0{,}3$ ms et à $x_{em} = 2{,}25\ D_j$ pour la simulation réactive, confirmant les résultats du paragraphe 4.4.6.2 page 167. La similarité du développement initial de l'ODS entre les deux calculs ne permet pas d'expliquer la différence entre les deux ondes en champ lointain. Une action du jet supersonique sur l'ODS pendant sa propagation est suspectée, et fait l'objet du prochain paragraphe.

4.4.6.4 Interaction du jet supersonique avec l'ODS

Les deux sections précédentes concluent sur l'altération de l'ODS pendant sa propagation, d'autant plus dans le cas ODS1R. Le comportement singulier du capteur C_1 lors de l'analyse de propagation non linéaire du paragraphe 4.4.6.2 page 167 montre que l'altération se produit essentiellement dans la direction aval. L'observation des visualisations de la section 4.4.5 laisse penser que le jet agit au centre de l'ODS. Afin de s'en convaincre, le contour $\Delta p = 500$ Pa dans le plan horizontal médian est extrait toutes les 0,5 ms pour les deux simulations. Les fronts successifs de l'ODS sont discrétisés, et tracés sur la figure 4.29 afin de caractériser l'évolution de la forme de l'ODS. Dans un souci de clarté, la partie de gauche ne présente qu'une courbe sur quatre, soit un tracé toutes les 2 millisecondes. Par ailleurs, des cercles sont aussi tracés en fond, afin de bien évaluer la forme de l'ODS. Dans un premier temps, la forme générale du front de l'ODS semble elliptique, avant de devenir plus sphérique par la suite.

Pour chaque front, les paramètres de l'ellipse qui lui correspond le mieux sont alors déterminés. L'équation d'une ellipse dans le plan (x,y) est rappelée :

$$\left(\frac{x - x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{b}\right)^2 = 1 \tag{4.13}$$

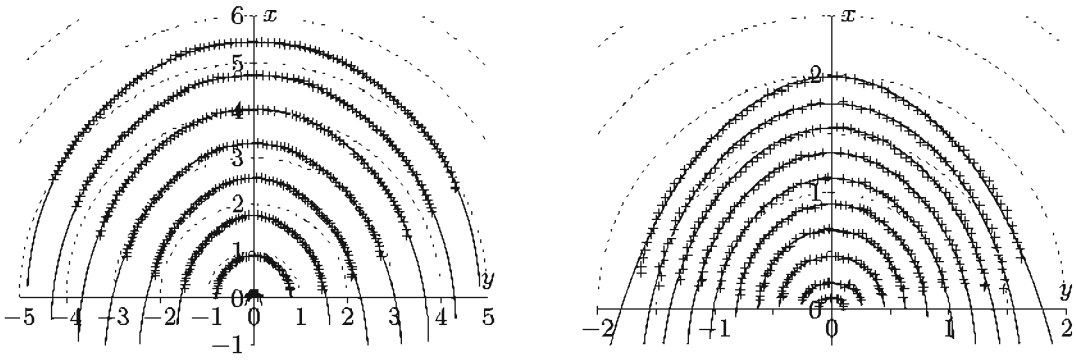


FIGURE 4.29 – Fronts de l'ODS (Δp = 500 Pa) discrétisés (+) et meilleure ellipse (——). *Gauche* : de 0,5 à 14,5 ms, toutes les 2 ms ; *Droite* de 0,5 à 5,0 ms, toutes les 0,5 ms

où x_0 est la position du centre le long de l'axe du jet, a la valeur du demi axe en x et b celle du demi axe en y. L'ODS est considérée symétrique, et donc la position du centre de l'ellipse se situe en $y_0 = 0$. Une régression par la méthode des moindres carrés permet d'évaluer les paramètres a, b et x_0 à chaque instant. Les ellipses correspondantes sont tracées sur la figure 4.29.

L'excentricité Ex, qui caractérise le rapport entre les deux demi axes, est calculée à chaque instant par :

$$Ex = \text{sign}(a^2 - b^2)\sqrt{\frac{|a^2 - b^2|}{\max(a,b)^2}} \tag{4.14}$$

Lorsque Ex est proche de 0, les deux demi axes sont de dimension équivalente et l'ellipse est quasi ronde. Au contraire, une valeur proche de l'unité dénote un demi axe bien plus grand que l'autre. L'écriture (4.14) permet de discriminer quel axe est le plus grand, en fonction du signe. $Ex > 0$ signifie que le grand axe de l'ellipse s'étend sur l'axe x, et $Ex < 0$ signifie que le grand axe est selon y. L'excentricité de l'ODS des deux simulations est tracée sur la figure 4.30. La forme du front de l'ODS est rappelée pour les valeurs caractéristiques de Ex par trois schémas.

Les deux simulations présentent un comportement analogue, avec dans un premier temps un front fortement elliptique, dont le grand axe est orienté en y, avant de changer assez brutalement pour une forme elliptique dont le grand axe est cette fois-ci orienté en x. Le front de l'ODS de la simulation ODS1R est modifié à t = 1,5 ms, 1 ms plus tôt que celui de la simulation ODS1I. Ce changement de forme a déjà été observé sur les visualisations de la section 4.4.5. Finalement, le front retrouve progressivement une forme moins elliptique. Les deux simulations atteignent des valeurs d'excentricité similaires, et à partir de t = 5 ms, les deux courbes sont très proches.

Le changement brutal de signe de l'excentricité est attribué au jet supersonique qui

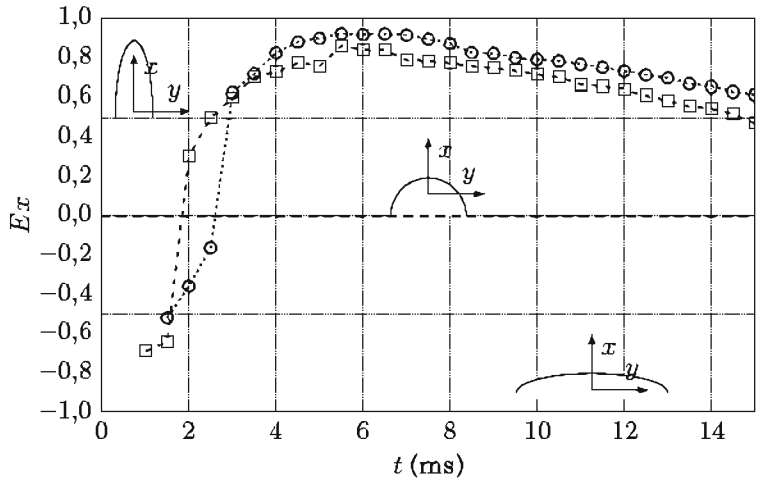


FIGURE 4.30 – Évolution temporelle de l'excentricité Ex : ODS1I (···⊙···), ODS1R (- ⊡ -)

interagit avec l'ODS. En effet, à l'instant du changement de signe, le jet supersonique se développe et forme une boule de gaz chauds mélangés à de l'air, ainsi qu'observé en section 4.4.4. La boule du calcul ODS1R rayonne plus que celle du calcul ODS1I. L'intensité rayonnée mesurée sur la ligne horizontale médiane de la face *caméra* pour chacune des deux simulations est tracée sur la figure 4.31. Si les positions des cellules de choc sont identiques, très rapidement le jet de la simulation ODS1R se met à rayonner de manière plus intense, avec un changement de pente aux alentours de 7 D_j. Les champs de fraction

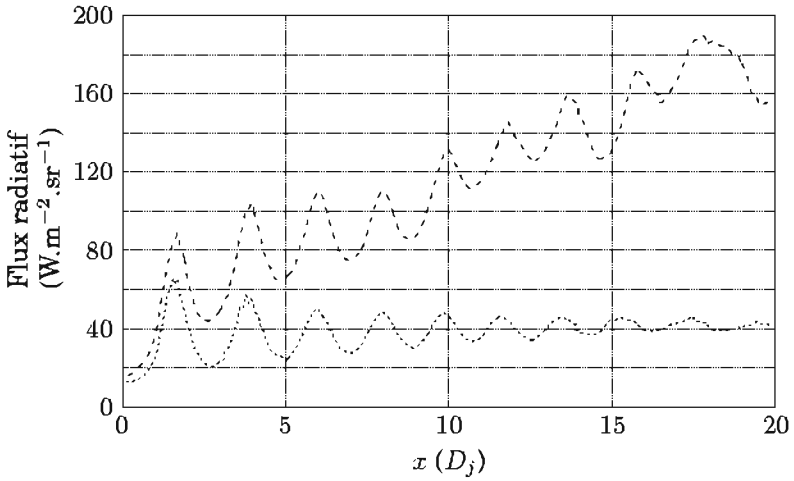


FIGURE 4.31 – Intensité rayonnée sur la ligne médiane de la face *caméra* : ODS1I (·····), ODS1R (- - - -)

massique de OH tracés sur la figure 4.32 permettent de s'assurer que l'élévation de température de la boule est causée par l'activation du schéma cinétique. OH est un intermédiaire

de combustion du schéma décrit en référence [Troyes 2006]. Plutôt que de suivre l'évolution d'un des produits de la recombustion, comme CO_2 ou H_2O, le suivi d'un intermédiaire permet d'estimer à la fois la position du front de flamme mais aussi son étendue. De plus, la concentration d'un intermédiaire ne dépend que du terme source local, et assez peu de la dilution, contrairement aux produits. La poche de gaz de OH correspond parfaitement à

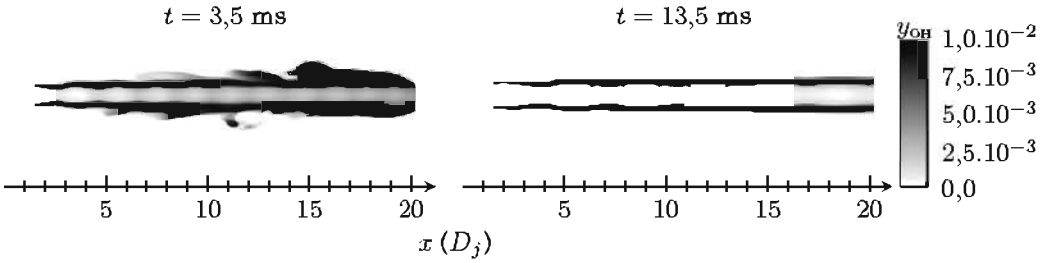


FIGURE 4.32 – Fraction massique de OH dans le plan vertical médian issu du calcul ODS1R

la poche de gaz chauds visibles sur la figure 4.23. Plus tard, quand le jet est installé, la recombustion ne se passe qu'en périphérie du jet et débute un peu en aval de la sortie tuyère, dû au délai d'auto inflammation et de mélange [Simmons 2000]. La poche de recombustion est donc le résultat du mélange brutal de l'air et des produits de combustion du propergol chauds. Cette recombustion génère une grande quantité d'énergie, et augmente localement la vitesse du son. Les ondes de compression émises par le jet sont alors plus rapides dans le cas ODS1R que dans le cas ODS1I, et interagissent avec l'ODS plus tôt.

4.5 Conclusion

La résolution des équations de Navier-Stokes en compressible par LES a permis de mettre en évidence quelques points clés concernant la physique de l'ODS :

- l'ODS est générée environ 2 diamètres en aval du plan de sortie tuyère par un effet piston du jet supersonique qui se développe. Cette hypothèse est vérifiée grâce à l'observation d'historiques de pression et température obtenus sur des capteurs proches de la sortie de la tuyère ;
- la recombustion joue un rôle essentiel dans la génération de l'ODS. Ce rôle n'est pas entièrement déterminé, mais il concerne la dilatation des gaz contenus dans la boule de feu, qui a une action sur l'ODS.

Les simulations ont permis d'identifier le lien entre les observations en champ lointain et les phénomènes qui se déroulent en champ proche. Cependant, la modélisation

du jet supersonique adoptée dans ce chapitre ne permet pas la capture des structures fines de d'écoulement, qui sont responsables du mélange et de l'entraînement. Ce manque a pour conséquence, d'une part, de conduire dans les premiers instants des simulations numériques à une solution de jet qui se développe plus rapidement que ce qui est observé sur les mesures IR. D'autre part, lorsque le jet est établi de manière quasi stationnaire, soit bien après les premières millisecondes de l'écoulement pendant lesquelles surgissent les phénomènes responsables de l'ODS, l'absence de structures fines est surtout mise en évidence via l'obtention d'un jet simulé très peu déstabilisé. Ainsi, dans le prochain chapitre, consacré au calcul du bruit émis par le jet du tir LP10-25, une méthode différente est adoptée, dite hybride, qui permet de concentrer les ressources CFD sur la discrétisation du jet et des sources acoustiques en propageant le bruit *via* une méthode d'extrapolation de Ffowcs Williams & Hawkings.

CHAPITRE 5

Modélisation du bruit de jet supersonique chaud par une approche indirecte

---

Las computadoras son inútiles, sólo saben dar respuestas.
Les ordinateurs sont inutiles, ils ne savent que donner des réponses.

Pablo Picasso (1881 - 1973)

5.1 Simulation numérique du bruit de jet supersonique 178
5.2 Application au calcul du bruit de jet supersonique du tir LP10-25 180
5.2.1 Sélection de la portion de tir simulée 180
5.2.2 Analyse du bruit de jet rayonné pendant le tir LP10-25 182
5.2.3 Rayonnement attendu 183
5.3 Choix des modèles de simulation 185
5.3.1 Domaine de calcul 185
5.3.2 Méthodologie de maillage 186
5.3.2.1 Zone structurée 187
5.3.2.2 Prise en compte des réflexions 189
5.3.2.3 Tuyère 190
5.3.2.4 Zone éponge 190
5.3.3 Surface d'intégration 190
5.3.4 Prise en compte de la combustion 191
5.3.5 Choix des méthodes 192
5.4 Résultats 192
5.4.1 Aérodynamique du jet 193
5.4.1.1 Champ instantané 193

5.4.1.2 Propriétés du champ moyen 194
5.4.1.3 Caractéristiques du champ turbulent 198
5.4.2 Bruit rayonné en champ lointain 202
5.4.2.1 Position des surfaces et périodisation 202
5.4.2.2 Post traitement acoustique 203
5.4.2.3 Analyse du champ acoustique 209
5.4.2.4 Contribution des réflexions sur le sol 210
5.5 Conclusion 213

L'approche directe s'est révélée efficace pour le calcul de l'onde de souffle. Cependant, les jets génèrent un bruit large bande, dans une gamme spectrale de plus haute fréquence que l'ODS. Or le coût de simulation est proportionnel à la fréquence maximale du spectre résolu. Dans l'état actuel des ressources, une simulation directe du bruit de jet perçu en champ lointain est difficilement réalisable. Une approche indirecte est donc mise en place dans ce chapitre afin de calculer le bruit perçu par les microphones disposés en champ lointain. Les différentes méthodes pour la prédiction du bruit présentées dans la littérature sont comparées dans un premier temps. Une approche hybride, utilisant la CFD pour calculer les sources et une méthode de Ffowcs Williams & Hawkings pour propager les ondes acoustiques, est alors sélectionnée. Ensuite, le tir LP10-25 est caractérisé dans le domaine fréquentiel. Puis, la procédure de mise au point du calcul est détaillée, en particulier la définition du domaine de calcul, la méthodologie de maillage appliquée, les méthodes numériques utilisées.Enfin, les résultats aérodynamiques sont comparés aux lois semi-empiriques d'une part et à des calculs semblables d'autre part. Le bruit rayonné en champ lointain calculé est finalement comparé aux mesures et confronté à des résultats de la littérature.

5.1 Simulation numérique du bruit de jet supersonique

La méthode décrite dans le rapport NASA-SP-8072 [Eldred 1971] et présentée au paragraphe 1.4.2.3 page 57 a servi de base à de nombreux codes de prédiction du rayonnement acoustique de jets supersoniques [Haynes 2009, Varnier 2008]. Cependant, cette méthode est basée sur des grandeurs aérodynamiques déterminées par des lois semi-empiriques pour des jets libres, qui ne font pas l'unanimité et qui ne sont pas générales. De plus, cette méthode ne permet que difficilement la prise en compte des changements de géométrie du pas de tir. Par exemple, la gestion de la déflexion du jet au fond des carneaux a fait l'objet d'une étude récente [Haynes 2009], afin de déterminer plus précisément la localisation des sources acoustiques dans le jet, et de corriger leur intensités relatives. Cette méthode corrigée permet d'obtenir rapidement une première estimation de l'acoustique du jet. Une

autre solution consiste à utiliser les méthodes hybrides, basées sur l'analogie de Lighthill (présentée en section 3.2), qui permettent de calculer le rayonnement perçu en champ lointain. Pour cela, il est nécessaire de connaître l'écoulement en champ proche, généralement obtenu par la simulation numérique. Cette section recense une partie des applications de cette méthode disponibles dans la littérature.

La majeure partie des applications concerne les jets subsoniques rapides, ayant typiquement un nombre de Mach de l'ordre de 0,8 ou 0,9. En effet, il s'agit du type de jet le plus répandu, car il est généré par tous les turboréacteurs d'avion de ligne. Avec les programmes de réduction des nuisances sonores, tels celui dirigé par l'ACARE, l'étude de ces jets est devenue une priorité. Une partie importante de la bibliographie se consacre à la recherche de méthodes de réduction du bruit émis par des méthodes passives [Zaman 1991] ou actives [Fayard 2010]. En particulier, l'effort de modélisation de Freund est à noter [Freund 2001]. Il a réalisé une DNS du champ proche d'un jet à faible nombre de Reynolds (3600) et à nombre de Mach 0,9, dont les mesures sont publiées [Stromberg 1980]. L'utilisation d'une DNS permet d'avoir accès à un grand nombre de données. Freund peut ainsi identifier les sources acoustiques dans le jet (tenseur de Lighthill), et, à l'aide de filtrage, sélectionner celles qui rayonnent. Il identifie ainsi que le maximum d'intensité des sources filtrées ne coïncide ni avec le maximum d'énergie cinétique turbulente ni avec le maximum d'intensité des sources non filtrées.

L'utilisation d'une DNS reste relativement rare, car limitée à des nombres de Reynolds faibles. L'utilisation de la simulations des grandes échelles est bien plus répandue. Par exemple, Bodony réalise des LES de jets subsoniques à nombre de Mach et température de réservoir variés [Bodony 2005], reproduisant ainsi les jets expérimentaux de [Tanna 1977a]. Les nombres de Mach en sortie varient de 0,5 à 1,5, pour des nombres de Mach acoustiques toujours inférieurs à 0,8. Les jets simulés reproduisent assez fidèlement les mesures de Tanna, avec toutefois une décroissance de la vitesse longitudinale le long de l'axe plus rapide, ainsi qu'une surestimation de $3-4$ % du taux d'énergie cinétique turbulente. Dans son étude, Bodony conclue que la précision des simulations sur le calcul de l'intensité acoustique est fonction du nombre de Mach, le plus faible nombre de Mach étant le moins précis. Les données issues d'une LES ne sont pas toujours parfaites [Lele 2010], mais en plus de donner un champ acoustique de bonne qualité, elles permettent des études exploratoires des sources, en particulier [Bogey 2007].

Les jets supersoniques ont une application bien plus restreinte que les jets subsoniques, limitée essentiellement aux domaines militaires ou spatiales. Le nombre d'études consacrées à l'acoustique de ces jets est logiquement plus faible. De plus, avec l'augmentation de la vitesse d'éjection des gaz, le nombre de Reynolds augmente en conséquence. Un bilan de Bodony & Lele [Bodony 2008] permet de mesurer la faible proportion de calcul de jets

supersoniques ayant pour finalité l'acoustique par rapport aux jets subsoniques. Les jets supersoniques présentent des composantes tonales qui peuvent parfois être très intenses, et de ce fait, les études numériques favorisent en premier lieu la recherche des mécanismes de génération de ces composantes, par exemple le *screech* d'un jet plan [Berland 2007]. Les travaux de thèse de de Cacqueray [de Cacqueray 2010a] sont consacrés au bruit d'un jet relativement proche de celui de cette étude. Il a développé et utilisé des schémas de filtrage des hautes fréquences ainsi que des méthodes de capture de choc afin de produire une LES d'ordre élevé. L'acoustique au décollage de lanceurs spatiaux contribue pour une large part à la bibliographie du bruit de jet supersonique chaud, avec en particulier les travaux de la JAXA [Tsutsumi 2011], qui modélisent le bruit de jet supersoniques libres et impactants par une approche hybride couplant la LES et le rayonnement par une méthode FW-H. Ils obtiennent par cette approche des résultats satisfaisants quant au niveau de bruit rayonné, avec une surestimation de 3 dB et 5 dB dans le cas libre et impactant respectivement.

L'utilisation d'une méthode hybride LES/CAA est mise en œuvre dans cette thèse. La partie CAA est prise en charge par le code de rayonnement acoustique Kim développé à l'Onera [Rahier 2010].

5.2 Application au calcul du bruit de jet supersonique du tir LP10-25

Cette section a pour objectif d'adapter l'approche hybride retenue au cas du tir LP10-25. Les caractéristiques du tir sont détaillées afin d'identifier les grandeurs pertinentes pour la mise en place du calcul. L'observation du contenu fréquentiel des signaux mesurés lors du tir LP10-25 permet d'isoler la portion représentative du tir, qui sert à déterminer les conditions du calcul. Puis, à partir des grandeurs génératrices ainsi obtenues, les grandeurs aérodynamiques attendues sont évaluées d'après les équations de la section 1.3.

5.2.1 Sélection de la portion de tir simulée

Les conditions du calcul sont choisies afin de simuler un intervalle représentatif du jet stationnaire, pendant lequel la signature fréquentielle du jet reste stable. Cet intervalle est sélectionné en observant les DSP de l'ensemble du tir sur les différents capteurs, tracés sur la figure 2.12. Immédiatement après le passage de l'ODS, entre $t = 0{,}45$ et $t = 0{,}55$ s, les DSP restent sensiblement constantes, et cet intervalle est donc sélectionné pour le calcul du bruit de jet. Pour déterminer la pression génératrice dans la chambre pendant la période retenue, il faut tenir compte du retard entre l'émission du signal et son enregistrement. Ce dernier dépend directement de la distance entre les sources acoustiques et le capteur.

Les différentes composantes du bruit (*cf.* chapitre 1) ont des origines spatiales distinctes. Ainsi le bruit de mélange est produit dans la couche de mélange et le bruit de choc large bande est concentré dans la zone d'adaptation du jet. L'étendue spatiale des sources est délimitée en estimant la longueur du cône potentiel et de la zone supersonique par les formules semi-empiriques (1.21), (1.23) et (1.22) respectivement. Les grandeurs adaptées nécessaires à l'équation (1.23) sont obtenues en considérant que la pression génératrice vaut 4 MPa. Finalement, la longueur du cône potentiel est évaluée à :

$$13{,}2 < L_c/D_j < 15 \tag{5.1}$$

et celle de la zone sonique à :

$$L_s/D_j \approx 50 \tag{5.2}$$

La figure 1.23 permet d'estimer que les sources acoustiques dominantes sont distribuées le long de l'axe jusqu'à une distance de 50 D_j de la tuyère. Le temps que met une instabilité entre son émission en sortie de tuyère et un capteur en champ lointain correspond donc au temps de parcours dans les zones où elle produit du bruit augmenté du temps de propagation jusqu'à ce capteur. En première approche, la propagation est considérée se dérouler dans une atmosphère au repos. Ce retard τ est finalement estimé à $\tau = 0{,}0144$ s. Les perturbations enregistrées pendant l'intervalle [0,45 : 0,55] s ont donc été générées 0,0144 s plus tôt, et la pression génératrice à considérer se situe alors dans l'intervalle [0,4356 : 0,5356] s. La dérivée de la pression dans la chambre est constante et égale à 1,8 MPa.s^{-1} durant cette période. La pression dans la chambre varie entre 3,88 et 4,06 MPa (*cf.* figure 2.6). La valeur moyenne est appliquée à la condition aux limites, à savoir $p_c = 3{,}97$ MPa. Dans ces conditions de pression, le code Coppelia calcule une température dans la chambre $T_c = 2892$ K.

La vitesse dans le plan de sortie tuyère est estimée à partir du nombre de Mach, équation (1.14), de la composition et de la température de sortie, équation (1.11). Les grandeurs sont reportées dans le tableau 5.1. Le nombre de Mach acoustique $M_{ac} = v_j/c_\infty$, le nombre

M_j	Re_j	T_j (K)	p_j (MPa)	p_j/p_∞	v_j (m.s^{-1})	M_{ac}	M_a	D_a/D_j
3,17	$5{,}17.\ 10^5$	1320	$6{,}6.\ 10^{-2}$	0,65	2160	6,3	2,93	0,857

TABLE 5.1 – Grandeurs dans le plan de sortie tuyère

de Reynolds Re_j ainsi que les grandeurs adaptées sont aussi précisés. Le jet étant surdétendu, le diamètre adapté D_a et le nombre de Mach M_a sont inférieurs à leurs homologues réels.

5.2.2 Analyse du bruit de jet rayonné pendant le tir LP10-25

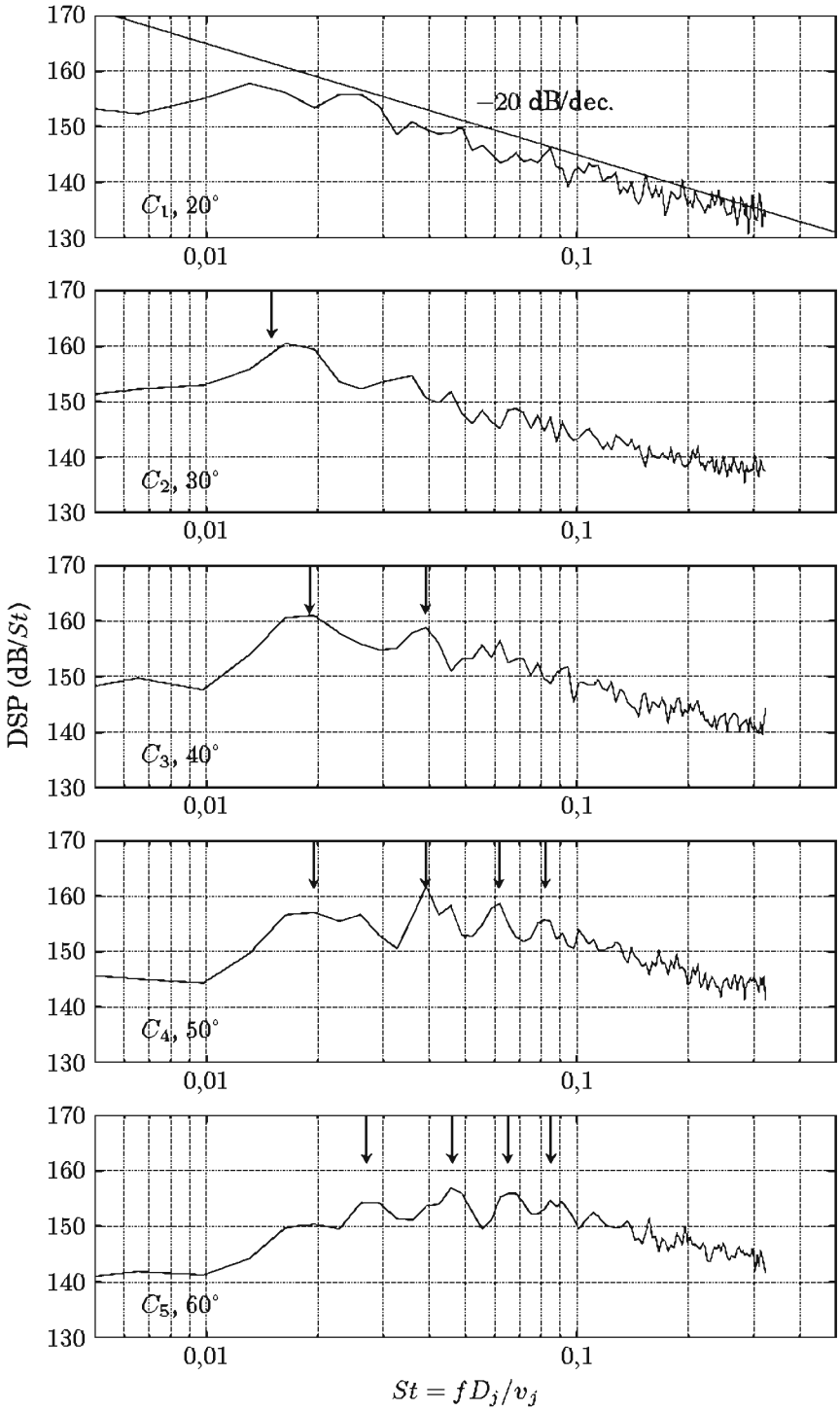


FIGURE 5.1 – DSP des signaux des capteurs du premier arc entre $t = 0{,}45$ et $t = 0{,}55$ s (de C_1 à C_5, de haut en bas)

Une DSP pour chacun des 5 capteurs du premier arc sur l'intervalle temporel [0,45 : 0,55]

s est présentée sur la figure 5.1. Cette DSP a été réalisée en 10 blocs, pour une résolution fréquentielle $\Delta St = 3{,}3\ 10^{-3}$. Les courbes représentent les DSP en dB/St en fonction du nombre de Strouhal St, avec $St = fD_j/v_j$. Le nombre de Strouhal est égal à 1 pour une fréquence de $f = 30$ kHz, qui est supérieure à la fréquence d'acquisition (20 kHz). Les spectres expérimentaux ne dépassent pas $St = 0{,}5$.

Le contenu fréquentiel basse fréquence ($St < 0{,}01$) du micro C_1, à 20°, est plus intense que dans les autres directions. Sur C_1, le maximum d'intensité est atteint pour $St = 0{,}012$ (158 dB), et le niveau décroît ensuite avec une pente de environ 20 dB/décade. Pour C_2, le maximum d'intensité est atteint par un pic large bande centré sur $St = 0{,}017$ (160 dB), et sur C_3 il s'agit d'un pic centré sur $St = 0{,}019$ (161 dB). La première harmonique de ce pic est visible sur C_3. Sur C_4, le pic dominant des trois premières direction a encore augmenté en fréquence ($St = 0{,}2$) mais a diminué en intensité (156 dB). Le maximum est atteint par un pic centré sur $St = 0{,}4$ (162 dB), le double de la fréquence du premier pic, dont on observe les harmoniques. Les fréquences glissent vers des valeurs plus élevées de la fréquence sur C_5. Le maximum d'amplitude (156 dB) est atteint pour $St = 0{,}06$ pour C_5, et les pics $St = 0{,}04$ et $St = 0{,}08$ ont des niveaux très proches. Compte tenu des observations de la section suivante, ces pics sont attribués au rayonnement des ondes d'instabilités supersoniques.

5.2.3 Rayonnement attendu

Afin de dimensionner correctement le domaine de calcul ainsi que sa discrétisation spatiale, le contenu fréquentiel du bruit à modéliser est évalué *a priori* à l'aide des relations décrites en section 1.4.2.

Rayonnement d'ondes de Mach Parmi les trois familles de structures turbulentes convectées de manière supersonique, seules les deux familles convectées de manière supersonique par rapport au milieu local rayonnent à l'extérieur du jet. La troisième, supersonique par rapport au milieu ambiant, rayonne surtout dans le jet [Seiner 1992]. Les deux premières familles (ondes de Kelvin-Helmoltz et onde d'instabilité supersonique) rayonnent dans deux directions différentes, déterminées à l'aide de l'équation (1.33), et à partir de la définition des nombres de Mach convectifs [Seiner 1992]. Les ondes de Kelvin-Helmoltz ont un nombre de Mach convectif $M_{cv} = (v_j + c_j)/(c_j + c_\infty) = 2{,}76$, avec $c_j = v_j/M_j = 680$ m.s^{-1}. La direction de rayonnement privilégiée est alors $\phi = 69°$ par rapport à l'axe du jet. Les ondes d'instabilité supersonique ont un nombre de Mach convectif $M'_{cv} = (v_j)/(c_j + c_\infty) = 2{,}11$ qui donne $\phi' = 62°$. Panda & Seasholtz [Panda 2002] ont observé que les ondes de Mach rayonnent vers la fin du cône potentiel. Un calcul géométrique montre que les ondes d'instabilités rayonnent vers le capteur C_4, et que les ondes de

Kelvin-Helmoltz rayonnent vers C_5.

Interaction choc turbulence La vitesse de convection des structures turbulentes v_{cv} est estimée être comprise entre 0,5 et 0,7 fois la vitesse du fluide dans le plan de sortie tuyère [Panda 2005, de Cacqueray 2010a]. L'estimation $v_{cv} \approx 0{,}66 v_j$ est raisonnable. L'équation (1.37) permet alors d'estimer la fréquence fondamentale du bruit d'interaction choc/turbulence. Pour cela, il convient de déterminer la longueur des cellules de choc, à l'aide de l'équation (1.26) :

$$\frac{L_{shock}}{D_a} = K\sqrt{M_a^2 - 1} \rightarrow L_{shock}/D_j = 3{,}087 \tag{5.3}$$

Cette composante de bruit n'est observable que dans les directions amont et transversale, et, l'essai LP10-25 étant destiné en premier lieu à l'étude de l'ODS, il n'y a pas de microphones dans ces directions. L'application de la formule (1.37) de Tam permet de tracer la fréquence centrale de cette composante de bruit en fonction de l'angle d'observation sur la figure 5.2.

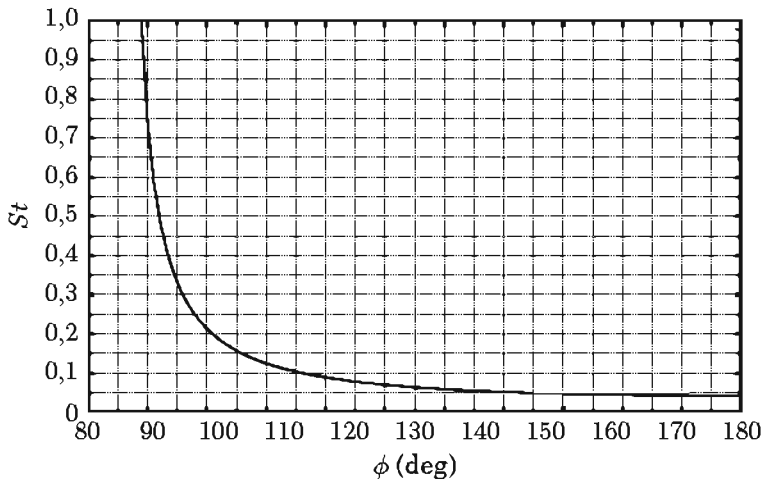


FIGURE 5.2 – Fréquence centrale du bruit d'interaction large bande en fonction de l'angle d'observation

L'observation des spectres expérimentaux montre un contenu spectral riche jusqu'à une fréquence $St = 0{,}1$ pour les cinq capteurs composant le premier arc. Il est donc nécessaire de capturer dans la zone proche les perturbations ayant une fréquence adimensionnée de l'ordre de $St = 0{,}1$ au minimum. Pour le capteur C_5, plus riche en contenu haute fréquence, $St = 0{,}2$ est même préférable.

5.3 Choix des modèles de simulation

Cette section détaille les choix réalisés concernant les méthodes numériques utilisées pour la simulation du champ proche du jet supersonique. Ces choix portent sur le domaine de simulation, la génération du maillage, la modélisation de la post combustion et le transport des espèces correspondantes ainsi que sur les schémas numériques de flux Euler et d'intégration temporelle.

5.3.1 Domaine de calcul

Le domaine de calcul est un cylindre coaxial au jet supersonique. Le rayon de ce cylindre est pris suffisamment grand pour permettre d'insérer une zone éponge entre les sources et les limites, afin de dissiper les ondes avant qu'elles n'atteignent les limites et de prévenir ainsi toute pollution par des réflexions. Afin d'éviter des réflexions sur la limite amont, cette dernière est éloignée du plan de sortie tuyère d'une quinzaine de diamètres vers l'amont. Ce faisant, le corps du moteur est modélisé par un cylindre du même diamètre que le moteur expérimental.

Le domaine de calcul inclut aussi la tuyère convergente divergente, ainsi qu'une partie du volume fluide en amont du col de la tuyère, de la même manière que ce qui a été présenté en section 4.3.1.

Compte tenu du niveau de bruit généré par le moteur, les réflexions des ondes acoustiques sur le sol en goudron du champ de tir contribuent très certainement d'une manière importante au bruit perçu en champ lointain. Deux approches sont envisageables. La première consiste à réaliser une simulation de jet libre, et de traiter les réflexions lors du calcul de rayonnement acoustique, à l'image de ce qui est réalisé dans les calculs de l'annexe E. Cette approche est relativement simple à mettre en œuvre. La seconde approche consiste à capturer lors de la simulation numérique une partie des réflexions. Dans le cas qui fait l'objet de l'annexe E, le sol se trouve dans le plan perpendiculaire à l'axe du jet, et dans le cas LP10-25, le sol est parallèle à l'axe d'écoulement du jet. De plus, la distance entre le centre du plan de sortie tuyère et le sol est relativement faible. Une possible modification de l'écoulement moyen due aux réflexions acoustiques sous le jet ou à un effet de confinement est à prévoir. Le traitement des réflexions en champ proche échoit donc à la LES.

Le domaine de calcul est tronqué par le sol. Un schéma du domaine est reproduit sur la figure 5.3.

Les limites du domaine sont décomposées en quatre groupes comme indiqué sur la figure 5.4. Les groupes 1 et 2, comprenant les limites *sol*, *moteur* et *tuyère* sont traités comme des parois adiabatiques. Une condition de pression et un traitement de non réflexion sont appliqués aux limites composant le groupe numéro 3. Enfin, la limite *entrée* du groupe 4 se

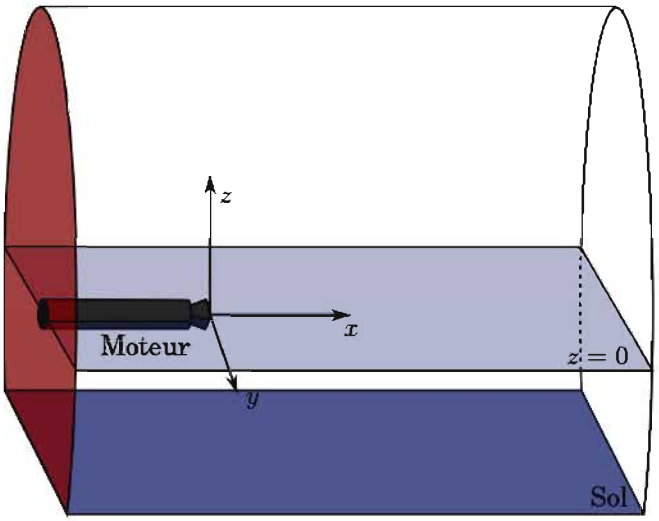


FIGURE 5.3 – Domaine de calcul

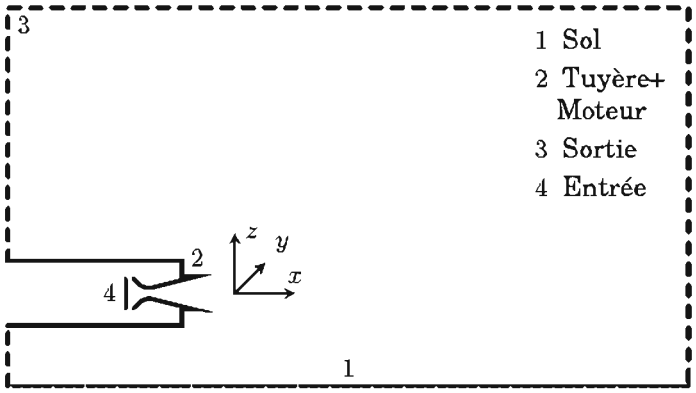


FIGURE 5.4 – Conditions aux limites

voit imposer une condition de pression, température et composition, comme pour le calcul du chapitre 4. Cette fois-ci cependant, la pression et la température sont constantes.

5.3.2 Méthodologie de maillage

La stratégie de calcul consiste à résoudre les structures fines des sources acoustiques contenues dans le jet et d'enregistrer leurs émissions sur une surface les englobant, avant de calculer la propagation *via* la résolution des équations de FW-H. L'approche indirecte permet donc de concentrer les ressources informatiques pour le calcul des sources acoustiques. Une méthodologie employée avec succès pour un jet subsonique chaud [Biancherin 2002] consiste à réaliser une zone structurée en sortie de tuyère pour le calcul des structures turbulentes fines. Cette zone doit contenir l'ensemble des sources acoustiques du jet, et au-delà, un maillage non structuré est utilisé, avec une dimension caractéristique d'élément croissante afin de dissiper les perturbations après leur passage

au travers de la surface poreuse. Cette même méthodologie est appliquée à un autre cas de jet supersonique en annexe E.

5.3.2.1 Zone structurée

Le logiciel de génération de maillage Centaur permet d'inclure une zone structurée au sein d'un maillage. Cet outil est choisi en particulier parce qu'il permet d'insérer une zone structurée axisymétrique à cœur carré, contournant les difficultés liées aux dimensions très faibles des cellules se trouvant proches de l'axe de symétrie d'un maillage parfaitement axisymétrique. En dessous d'une certaine distance à l'axe, l'axisymétrie est brisée, et le logiciel de maillage génère des cellules de section carrée, le cœur. Au delà de la dimension choisie, des prismes sont ajoutés par couches successives pour générer ce qui est appelé ici l'enveloppe. La section d'une telle zone est dessinée sur la figure 5.5. Les dimen-

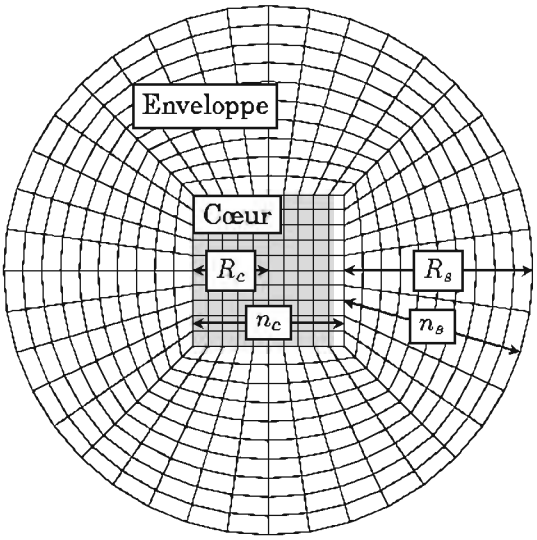


FIGURE 5.5 – Vue en coupe de la zone structurée

sions des cellules découlent des grandeurs R_c, le rayon du cœur, R_s, le rayon de l'enveloppe et du nombre de points pour discrétiser ces dimensions, à savoir n_c, le nombre de points d'un coté du cœur, et n_s, le nombre de points sur un rayon depuis le cœur jusqu'au bord de l'enveloppe. Les couches de prismes extérieures sont axisymétriques, contrairement à celles disposées tout de suite autour du cœur. Les points n_s sont équirépartis. Ce modèle de maillage est appliqué à la zone du jet, pour former un tronc de cône. Sa longueur est suffisamment grande pour contenir les sources acoustiques du jet. Eldred prévoit qu'au delà de 4 fois la longueur du cône potentiel, les sources acoustiques ont une puissance inférieure de 15 dB aux sources dominantes, comme indiqué sur la figure 1.23. La longueur de la zone est donc dimensionnée à 4 fois la longueur estimée du cône potentiel, soit $L = 52{,}2\ D_j$. Les

dimensions de la zone sont représentées sur la figure 5.6. Le cœur représente 30 % du rayon

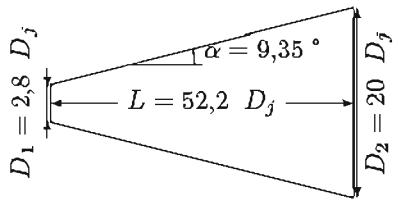
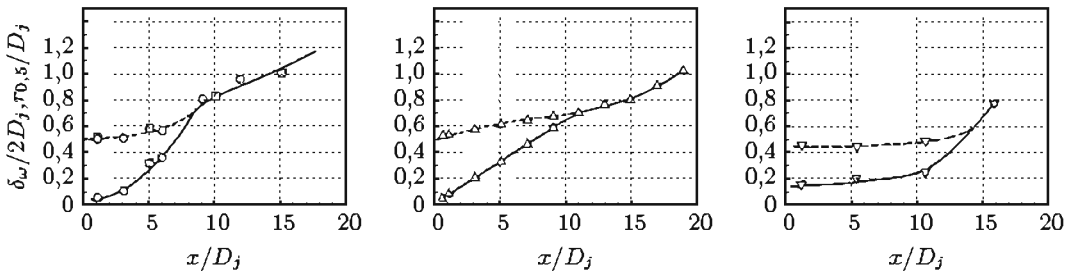


FIGURE 5.6 – Dimensions de la zone structurée

total tout au long de la zone.

Il reste à estimer la taille maximale des cellules pour capturer correctement les perturbations acoustiques. Un premier critère concerne la discrétisation de la couche de mélange. Troutt & McLaughlin ont mené une étude expérimentale sur l'épaisseur de la couche de mélange δ_ω de trois jets, ayant des nombres de Mach et de Reynolds différents [Troutt 1982]. L'épaisseur de la couche de mélange ainsi que la demi largeur du jet $r_{0,5}$ pour les trois cas considérés sont représentées sur la figure 5.7. À mesure que le nombre de Reynolds du jet



(a) $M_j = 2{,}1$, $Re = 7{,}0.\ 10^4$ (b) $M_j = 2{,}0$, $Re = 5{,}2.\ 10^6$ (c) $M_j = 2{,}1$, $Re = 7{,}9.\ 10^3$

FIGURE 5.7 – Évolution axiale : de l'épaisseur de la couche de mélange $\delta_\omega/2D_j$ (——) et de la demi-largeur du jet $r_{0,5}/D_j$ (----), d'après Troutt & McLaughlin [Troutt 1982]

augmente, l'épaisseur initiale de la couche de mélange diminue. Alors que δ_ω reste quasi constant sur près de 10 diamètres dans le cas d'un jet laminaire ($Re = 7{,}9.\ 10^3$), il augmente de manière linéaire dans le cas le plus turbulent ($Re = 5{,}2.\ 10^6$). Enfin, à nombre de Reynolds modéré, l'augmentation est supra linéaire. La demi largeur du jet suit la même tendance. Le jet considéré dans cette étude a un nombre de Reynolds $Re_j \approx 5.\ 10^5$, assez proche du cas le plus turbulent de Troutt & McLaughlin. δ_ω est alors estimé à partir de la figure 5.7(b) à $0{,}025\ D_j$ près de la sortie tuyère.

La taille maximale des cellules en dehors de la zone structurée est imposée par la fréquence de coupure que l'on souhaite imposer. La section 5.2.2 conclue sur une fréquence adimensionnée maximale proche de $St = 0{,}2$. Une fréquence de coupure supérieure égale à $St_c = 0{,}35$ est choisie, afin de laisser une marge. En insérant 40 points

dans les plus petites longueurs d'onde, la taille maximale de cellule dans le maillage est $\Delta = \lambda/40 = c/(40 v_j St_c/D_j) = 0{,}065\ D_j$. Une zone structurée respectant ces dimensions est alors générée, et est représentée sur la figure 5.8. Le tableau 5.2 donne les dimensions du

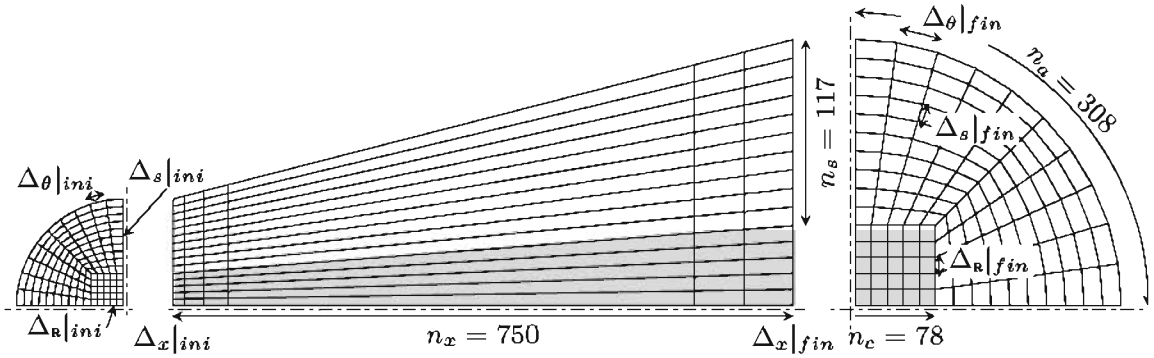


FIGURE 5.8 – Détail de la zone structurée

maillage et récapitule quelques grandeurs principales. Ces dimensions permettent d'avoir

	x/D_j	Δ_θ/D_j	Δ_R/D_j	Δ_s/D_j
ini	0,1	0,028	0,011	0,0084
fin	52,2	0,214	0,081	0,063

TABLE 5.2 – Dimensions caractéristiques de la zone structurée, exprimée en nombre de diamètre de sortie de tuyère D_j

8 points dans la couche de mélange à l'entrée de la zone structurée.

5.3.2.2 Prise en compte des réflexions

Afin de prendre en compte la réflexion des ondes acoustiques sur le sol, le maillage sous le tronc de cône est composé d'éléments tétraédriques d'une dimension caractéristique suffisamment petite pour propager les ondes vers le sol puis vers le jet après réflexion. Cette dimension est fixée à 1/40 de la longueur d'onde des harmoniques de la fréquence dominante observée sur les densités spectrales de puissance (*cf.* figure 5.1), soit $St = 0{,}08$. Par ailleurs, une partie des ondes rayonnées par le jet n'atteint les micros qu'après s'être réfléchie sur le sol, certaines se réfléchissant en champ proche, et d'autres en champ plus lointain. La réflexion en champ lointain sera traitée lors de la propagation avec KIM, la réflexion proche est prise en compte dans le calcul CFD. La zone fine sous le tronc de cône est élargie à sa base pour permettre aux ondes quittant la zone du jet de se réfléchir et d'être ensuite enregistrées par la surface poreuse.

5.3.2.3 Tuyère

L'utilisation de la LES a permis de souligner l'importance de l'épaisseur de la couche limite à la sortie de la tuyère [Bogey 2010] pour un jet subsonique initialement laminaire. Cette étude porte sur un jet à nombre de Mach $M = 0{,}9$ et à nombre de Reynolds $Re = 1.\,10^5$. Dans ce cas, la tuyère est modélisée par un tube de section constante, et un profil de Blasius est imposé à la vitesse dans le plan de sortie de la tuyère. Bogey *et al.* observent ainsi que l'état du jet dans la tuyère joue sur les appariements, qui ont un effet sur la longueur du cône potentiel.

L'application d'un profil de couche limite laminaire ainsi que de perturbations aléatoires pour modéliser un taux de turbulence initial sur un jet supersonique [de Cacqueray 2010b] a permis d'obtenir des fluctuations de vitesse en sortie de tuyère du même ordre de grandeur que celles mesurées, alors que le nombre de Reynolds de la modélisation est 20 fois inférieur à celui de l'expérience.

Si les niveaux de turbulence en sortie de tuyère dans les simulations de l'annexe E sont un peu faibles, l'impact sur l'acoustique semble moins critique que dans les cas subsoniques explorés par Bogey *et al.* Un méthodologie similaire à celle de l'annexe E est suivie pour le maillage de la tuyère, à savoir un maillage relativement fin, mais qui ne permet pas la discrétisation de la couche limite. Aucune perturbation ou profil de couche limite laminaire n'est imposé en entrée de calcul.

5.3.2.4 Zone éponge

Au delà des zones finement discrétisées pour le calcul des sources et la réflexion des ondes sous le jet, le maillage est relâché afin d'absorber les ondes acoustiques avant qu'elles n'atteignent les limites du domaine.

Finalement, le maillage contient 196 millions d'éléments et 425 millions de faces.

5.3.3 Surface d'intégration

Dans l'annexe E, la surface poreuse est un maillage structuré, dont chaque noeud est disposé au centre des cellules formant la dernière couche du maillage structuré du jet. Pour s'adapter au cas présent, et prendre en compte les réflexions dans le calcul Cedre, la moitié inférieure de la surface est supprimée. Elle est remplacée par deux plans prolongeant le demi cône jusqu'au sol, en s'appuyant de part et d'autre sur la zone raffinée sous le jet.
Afin de procéder à une étude de sensibilité pour vérifier que les surfaces se situent bien dans une zone linéaire, deux surfaces sont générées et nommées NDP1 et NDP2. NDP2 s'appuie sur les centres des cellules de la couche d'indice n_s et NDP1 sur les cellules d'indice $n_s - 5$.

En cas de différence importante de résultat sur la solution en champ lointain, cela signifie qu'autour des surfaces les effets hydrodynamiques, non linéaires, sont encore importants. Les deux surfaces sont représentées sur la figure 5.9.

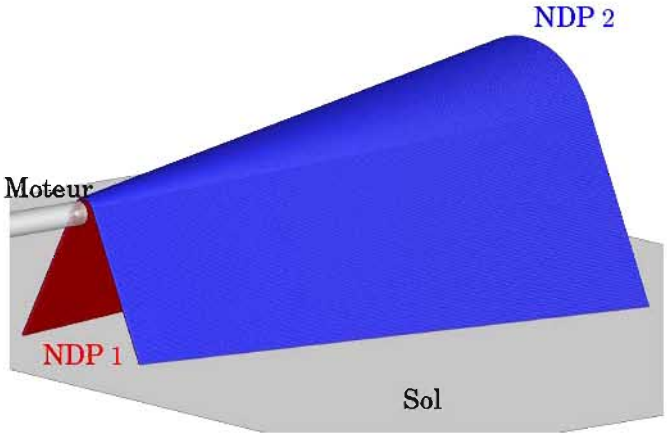


FIGURE 5.9 – Surfaces d'intégration NDP1 et NDP2

5.3.4 Prise en compte de la combustion

Une étude expérimentale de la NASA au milieu des années 1960 [Bollinger 1966] se consacre à la contribution de la combustion en périphérie du jet au bruit rayonné par les jets de moteurs fusées chimiques. Pour cela, plusieurs moteurs sont utilisés, avec des taux de dilution de carburant variant de riche (cas de lanceur) à pauvre. La post combustion se met en place lors de la combustion riche, qui expulse dans le jet des radicaux réducteurs. En comparant les moteurs riches aux pauvres, Bollinger *et al.* estiment que la post combustion peut augmenter l'intensité du bruit basse fréquence. De larges structures turbulentes, qui entraînent des oxydants de l'air ambiant, atteignent un point d'auto inflammation et a alors lieu une détonation. Sur l'ensemble de la périphérie du jet, ce sont ces détonations qui contribuent à l'amplification d'une composante de bruit basse fréquence. Cependant, cette étude n'a pas permis de différencier si l'augmentation était due aux processus de combustion dans le jet ou tout simplement à l'augmentation de la puissance du moteur.

L'usage répandu dans la littérature est de ne pas prendre en compte la recombustion, à l'instar des travaux de la JAXA [Tsutsumi 2008b, Fukuda 2009] ou de ceux de l'ECL [de Cacqueray 2011b, de Cacqueray 2011a]. De plus, la visualisation des images IR présentées sur la figure 2.14 semble indiquer une relativement faible recombustion des gaz à la périphérie du jet supersonique une fois ce dernier établi. Ainsi, la modélisation de la combustion n'est pas retenue dans le cadre de cette étude. Cependant, afin de respecter les rapports de capacités calorifiques γ des différents gaz, une approche multi-espèces est

adoptée, en regroupant d'une part les espèces issues de la combustion du propergol sous une seule espèce équivalente, *prop*, et d'autre part les espèces composant l'air sous une autre espèce équivalente nommé *air*.

5.3.5 Choix des méthodes

Contrairement à l'approche directe, la qualité des schémas à propager correctement une onde acoustique sur un grand nombre de longueurs d'onde n'est pas le seul critère. Il s'agit de choisir également un schéma capable de capturer avec précision les chocs. Le schéma spatial HLLC récemment implanté dans Cedre [Moule 2013] est tout à fait indiqué.

L'intégration temporelle est prise en charge par le même schéma que les simulations du chapitre précédent, à savoir un schéma implicite d'ordre 1.

Le pas de temps est fixé à $5.\ 10^{-7}$ s.

5.4 Résultats

Les résultats de cette simulation, nommée BDJ, sont maintenant présentés et étudiés. Dans un premier temps, le champ proche et les grandeurs aérodynamiques du jet supersonique sont analysés. En particulier, les grandeurs telles que la longueur du cône potentiel, la longueur de la zone sonique ou encore la dimension des cellules de choc sont comparées aux grandeurs attendues à partir des relations semi-empiriques. Des visualisations de champs moyens et instantanés permettent de compléter les observations. Dans un second temps, les signaux acoustiques calculés à l'aide du code Kim sont présentés et analysés. Les comparaisons avec les signaux expérimentaux portent sur l'amplitude et le contenu fréquentiel. La contribution de la réflexion sur le sol est évaluée à cette occasion.

De Cacqueray [de Cacqueray 2010a] a effectué ses travaux de thèse sur un jet supersonique sur-détendu assez similaire à celui présenté, avec une vitesse d'éjection plus faible et un nombre de Reynolds 5 fois inférieur. La JAXA a publié récemment plusieurs études sur le bruit de jet de moteurs fusée, en particulier l'étude numérique et expérimentale d'un jet issu d'un moteur à propergol solide à échelle 1 [Fukuda 2009]. Les caractéristiques de ce jet sont tout à fait similaires à celles du jet qui fait l'objet de ce chapitre. Les principales grandeurs caractéristiques ainsi que les paramètres d'éjection de ces deux jets sont comparés à ceux du LP10-25 dans le tableau 5.3. Fukuda *et al.* ne donnent pas de détails quant à la température de sortie de leur jet de fusée. Il est cependant possible de l'estimer en considérant que les gaz à la sortie de la tuyère ont des propriétés semblables à celles du moteur LP10-25. Fukuda *et al.* ont modifié les spectres afin d'éliminer les effets de l'atténuation causée par le sol. En effet, comme pour le LP10-25, le tir est horizontal, mais la

	M_j	p_j/p_∞	T_j (K)	Re	v_j (m.s^{-1})	n
Jet LP10-25	3,17	0,65	1350	5,17. 10^5	2160	200. 10^6
de Cacqueray	3,30	0,50	360	0,94. 10^5	1255	28. 10^6
Fukuda *et al.*	2,92	0,42	≈ 1500	7,15. 10^6	≈ 2450	9,5. 10^6

TABLE 5.3 – Conditions d'éjection des jets LP10-25 et issus de [de Cacqueray 2010a] et de [Fukuda 2009] : nombre de Mach de sortie M_j, pression statique p_j, température T_j, nombre de Reynolds Re et vitesse d'éjection v_j

tuyère se situe seulement 3 D_j au dessus du sol. La simulation réalisée étant de type jet libre, les mesures ont été corrigées en utilisant une impédance acoustique développée pour les surfaces dures. Ces études seront utilisées à des fins de comparaisons pour valider le calcul du champ turbulent ou bien l'acoustique en champ lointain.

Le calcul a permis de simuler 72 millisecondes de temps physique, en 92 séquences de 15 heures exploitant chacune 480 cœurs de type Westmere. Le coût d'une itération est de 28 secondes. En ôtant le temps nécessaire à l'installation du jet et à l'évacuation de l'ODS générée à la mise en route du calcul, il reste 48,75 millisecondes exploitables pendant lesquelles le jet est stationnaire. Cette durée correspond à 1300 D_j/v_j, ce qui est assez faible. Idéalement, 3000 D_j/v_j sont conseillés [Biancherin 2002], mais seule cette durée a pu être calculée dans le temps imparti. Il faut donc garder à l'esprit que le calcul ne permet à priori pas d'obtenir un champ moyen parfaitement convergé en champ lointain.

5.4.1 Aérodynamique du jet

Les grandeurs aérodynamiques moyennes et statistiques sont comparées aux valeurs typiques rencontrées dans la littérature. Dans un premier temps, quelques champs instantanés sont présentés pour illustrer le calcul. Le champ moyen est ensuite présenté et étudié dans un second temps.

5.4.1.1 Champ instantané

La figure 5.10 représente la pression enregistrée par la surface poreuse NDP1, ainsi que celle perçue par le sol. Une portion de la surface d'intégration est découpée pour permettre d'observer le jet, représenté par une surface d'iso-température à 1400 K, en blanc. Le moteur est aussi représenté à gauche en gris.

Le maximum d'intensité est enregistré dans la partie centrale de la surface poreuse, celle-ci ayant été correctement dimensionnée pour capturer les sources les plus intenses. Le schéma des ondes sur la surface d'intégration permet de visualiser leur progression.

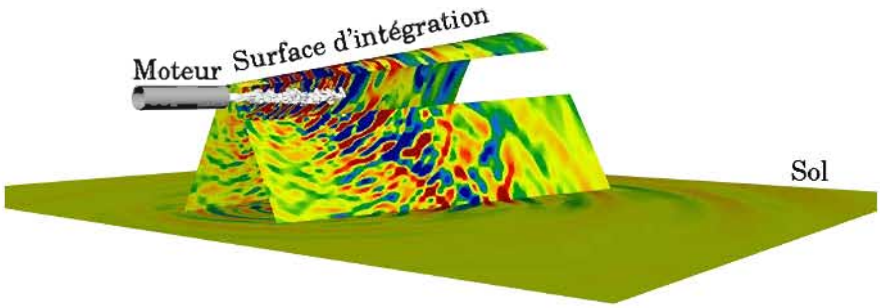
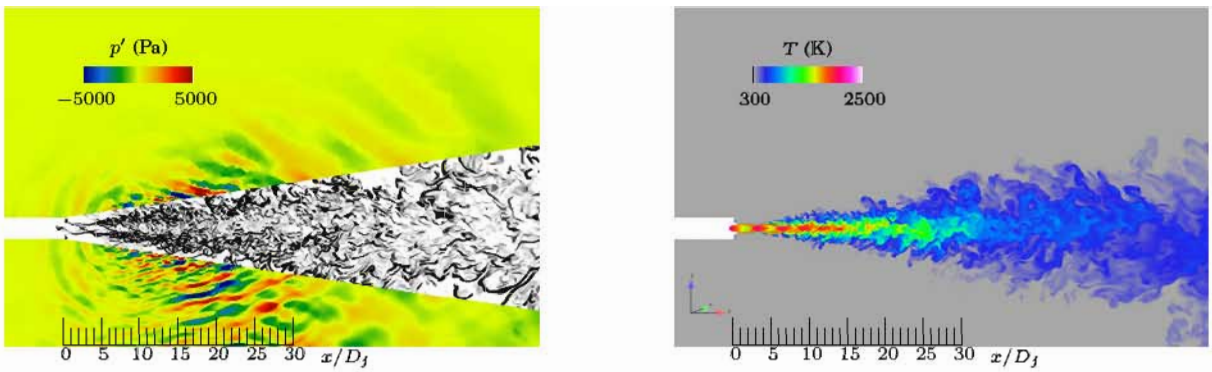


FIGURE 5.10 – Isosurface de température à $T = 1400$ K en blanc et surfaces colorées par la pression relative p' entre $-1{,}5$ kPa et $+1{,}5$ kPa

Une zone d'émission intense se situe au début du jet, autour des premières cellules de choc. La réflexion des ondes sur le sol se traduit par un réseau d'ondes croisées sur la surface d'intégration.

Des champs dans le plan $y = 0$ permettent de visualiser le développement turbulent du jet et son émission acoustique. La figure 5.11(a) présente en gris $\|\mathbf{grad}(\rho)\|$ et la pression fluctuante p' en couleur. Sous le jet, les ondes forment un réseau complexe. La température



(a) $\|\mathbf{grad}(\rho)\|$ en niveaux de gris et p' en couleur

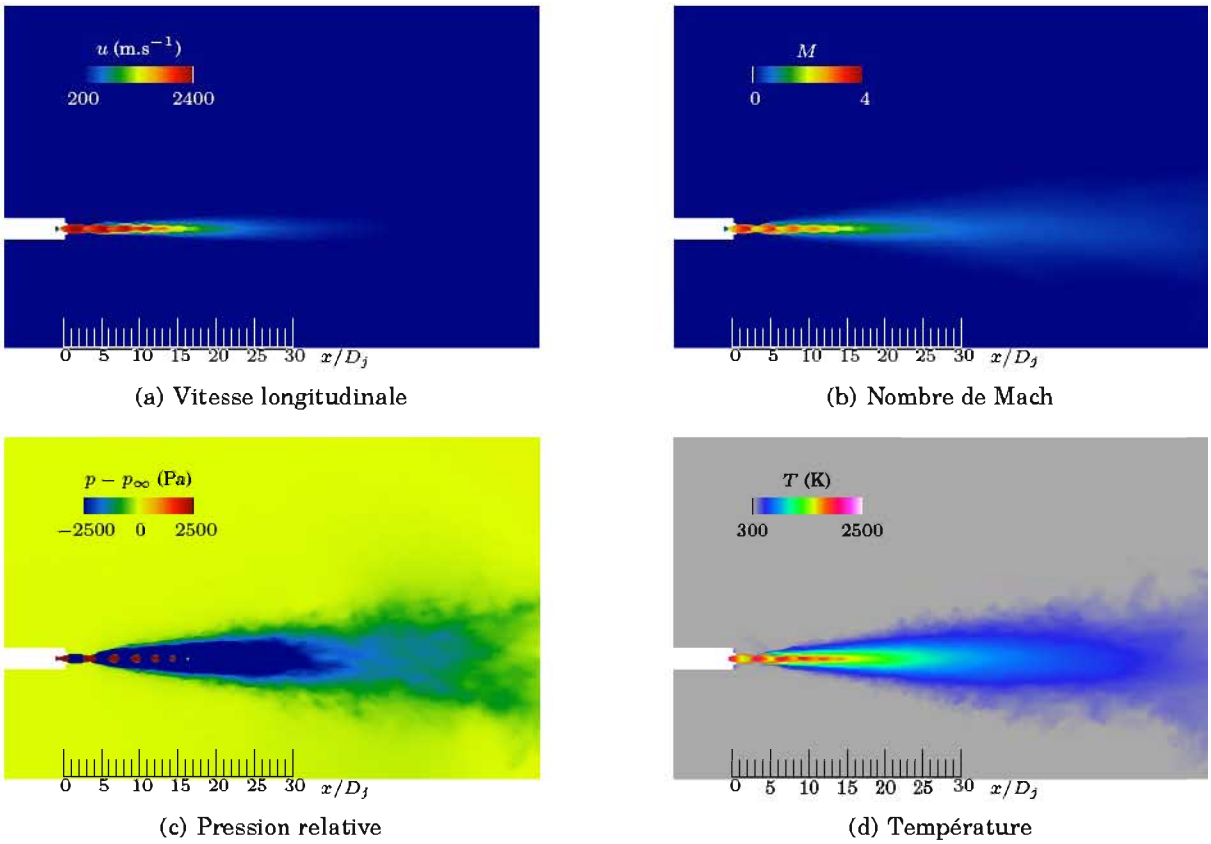
(b) Température

FIGURE 5.11 – Champs instantanés dans le plan $y = 0$

est proposée sur la figure 5.11(b). Le mélange commence au milieu de la seconde cellule de choc, et les instabilités croissent rapidement.

5.4.1.2 Propriétés du champ moyen

Le champ moyen permet d'appréhender la validité de la simulation. La figure 5.12 représente le champ moyen de quatre grandeurs typiques : la vitesse longitudinale, le nombre de Mach, la pression et la température. Il apparaît sur ces figures que le champ moyen n'est pas parfaitement convergé à son extrémité aval. Cet état de fait était pressenti en ouver-



(a) Vitesse longitudinale

(b) Nombre de Mach

(c) Pression relative

(d) Température

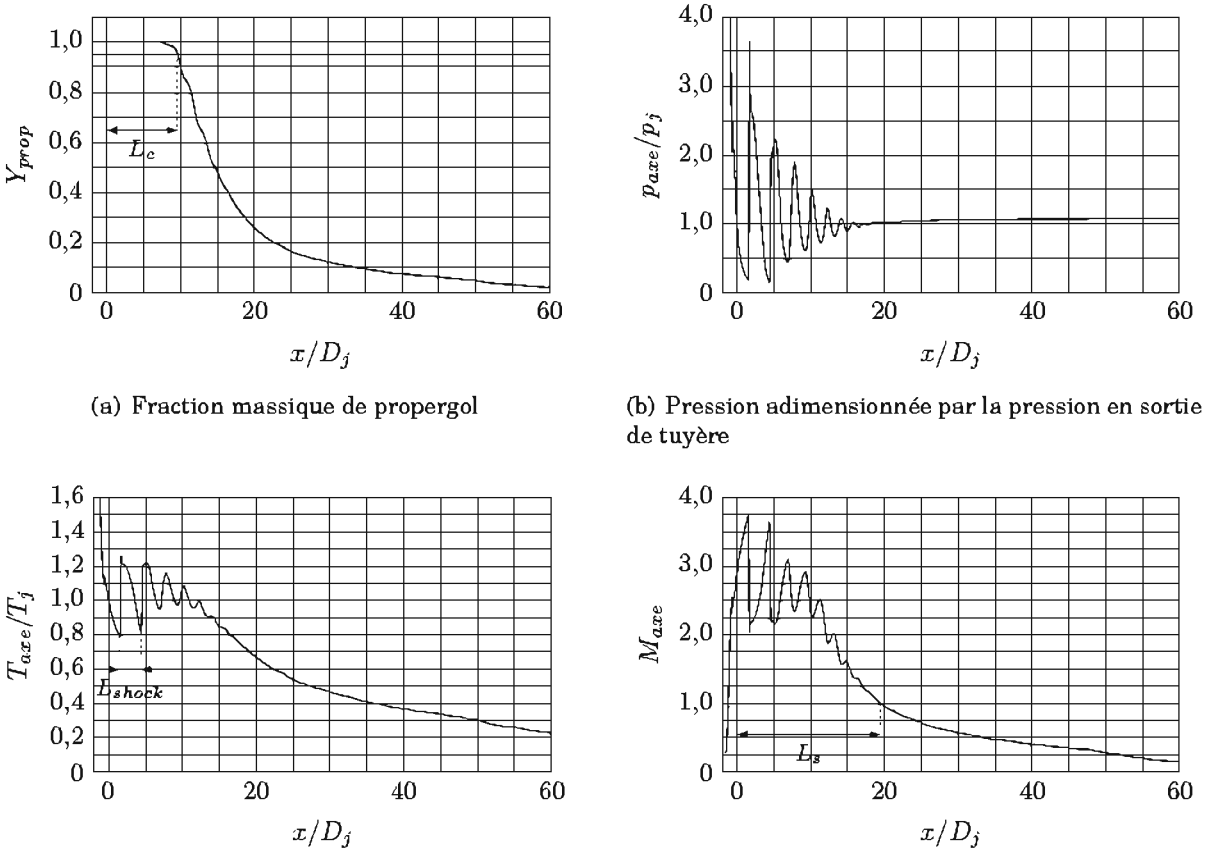
FIGURE 5.12 – Champs moyens dans le plan vertical médian $y = 0$

ture de cette section, en précisant que seulement 1300 D_j/v_j ont pu être simulés et non 3000 comme désiré. Cependant, le champ moyen de la partie amont du jet semble convergé, au moins jusqu'à la fin de la zone présentant des zones de compressions (figure 5.12(c)). En comparant avec les grandeurs moyennes du jet établit lors des simulations par approche directe (chapitre 4), seulement 6 zones de compressions sont observées, au lieu des 15 calculées précédemment.

Les valeurs de fraction massique de l'espèce *prop*, de pression, de température et de nombre de Mach sont extraites le long de l'axe du jet et tracées sur la figure 5.13. L'évolution de la fraction massique de propergol sur la figure 5.13(a) permet d'estimer la longueur du cône potentiel à $L_c = 9{,}6\ D_j$. Les relations semi-empiriques (1.21) et (1.23) encadraient la longueur du cône potentiel entre 10 Dj et 13 Dj. La longueur calculée est donc légèrement inférieure aux estimations.

La courbe de pression permet d'évaluer l'intensité des chocs dans le jet. Les deux premiers chocs ont un front très raide, alors que les suivants semblent plutôt être une propagation de l'onde d'instabilité. Quatre cellules sont observables en plus des deux chocs forts.

La courbe de température permet de mesurer la longueur de la première cellule de choc,



(a) Fraction massique de propergol

(b) Pression adimensionnée par la pression en sortie de tuyère

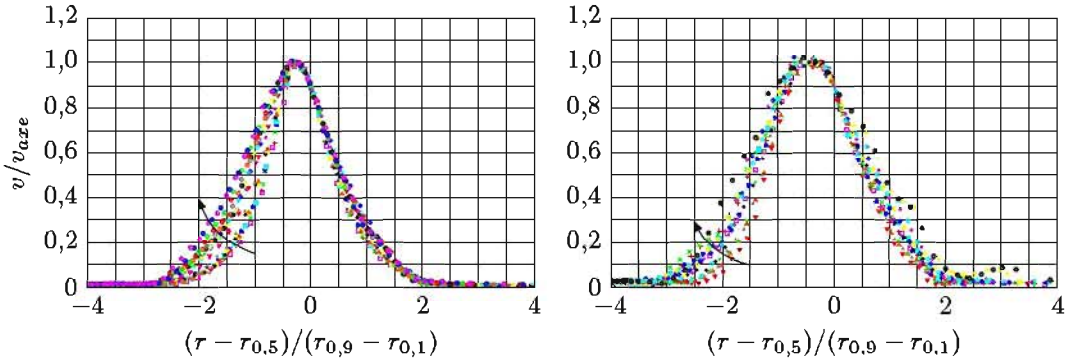
(c) Température adimensionnée par la température en sortie de tuyère

(d) Nombre de Mach

FIGURE 5.13 – Profils axiaux moyens de fraction massique de propergol, de pression, de température et de nombre de Mach

$L_{shock} = 2{,}96\ D_j$. Pour rappel, l'équation (1.26) donne $L_{shock} = 3{,}06\ D_j$.
Enfin, la courbe du nombre de Mach permet de mesurer la longueur de la zone sonique à $L_s = 19{,}54\ D_j$, soit une valeur nettement inférieure aux $50\ D_j$ obtenus par la relation de Nagamatsu & Horvay. Une tendance similaire (valeurs calculées inférieures aux relations semi empiriques) est aussi retrouvée dans l'annexe E.

Des profils radiaux de la vitesse moyenne longitudinale sont extraits le long de lignes verticales dans le plan médian $y = 0$ afin de caractériser le développement du jet supersonique. Pour de ne pas surcharger la lecture des images, les profils sont tracés sur deux graphiques sur la figure 5.14. La vitesse longitudinale adimensionnée par la vitesse à l'axe du jet est tracée en fonction d'un rayon adimensionné, calculé à partir des valeurs de demi épaisseur du jet $r_{0,5}$ et de l'épaisseur de la couche de mélange $r_{0,9} - r_{0,1}$, où $r_{0,9}$ est le rayon au delà duquel la vitesse longitudinale est inférieure à 90% de la vitesse à l'axe, et $r_{0,1}$ le rayon pour lequel la vitesse est inférieure à 10% de la vitesse à l'axe. La symétrie du jet est



(a) $x/D_j \in [11:32]$ (b) $x/D_j \in [33:49]$

FIGURE 5.14 – Profils radiaux de vitesse longitudinale adimensionnée par la vitesse à l'axe

maintenue dans un premier temps seulement. Le profil s'élargit d'autant plus du côté des rayons négatifs (*i.e.* vers le sol) que l'on s'éloigne de la tuyère. Ceci est certainement dû à un effet de confinement du sol. Le choix de prendre en compte la réflexion dans la LES se révèle ici tout à fait pertinent, car le milieu sous le jet n'est ni homogène ni au repos. La propagation des ondes par la résolution des équations d'onde n'aurait pas pu prendre en compte les effets dus à l'entraînement modifié.

Enfin, l'épaisseur de la couche de mélange et la demi largeur du jet sont tracées sur la figure 5.15. La forme des courbes est très proche de celle de la figure 5.7(b). La fin du

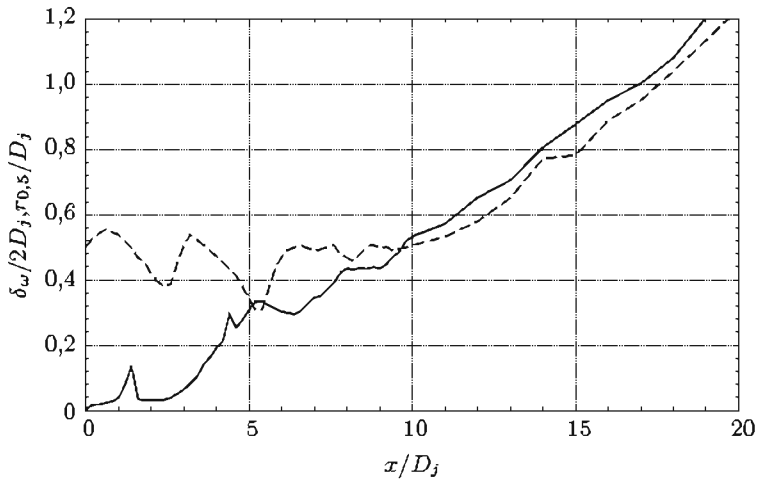


FIGURE 5.15 – Évolution axiale de la demi largeur du jet $r_{0,5}/D_j$ (----) et de l'épaisseur de la couche de mélange $\delta_\omega/2D_j$ (——)

cône potentiel se situe à $x/D_j \approx 9$, lorsque l'épaisseur de la couche limite vaut le double de la demi largeur du jet, *i. e.* lorsque les deux courbes se croisent. Ceci confirme l'approche

retenue pour déterminer la longueur du cône potentiel à partir de la fraction massique de l'espèce *prop*.

5.4.1.3 Caractéristiques du champ turbulent

Le champ turbulent est maintenant examiné.

Vitesse RMS Dans un premier temps, les valeurs RMS des composantes axiales, radiales et azimutales de la vitesse relevée le long de l'axe du jet sont tracées sur la figure 5.16. Les courbes obtenues par de Cacqueray [de Cacqueray 2010a] sont reportées à des fins de comparaison. L'intensité des fluctuations de vitesse augmente par palier dans le cœur po-

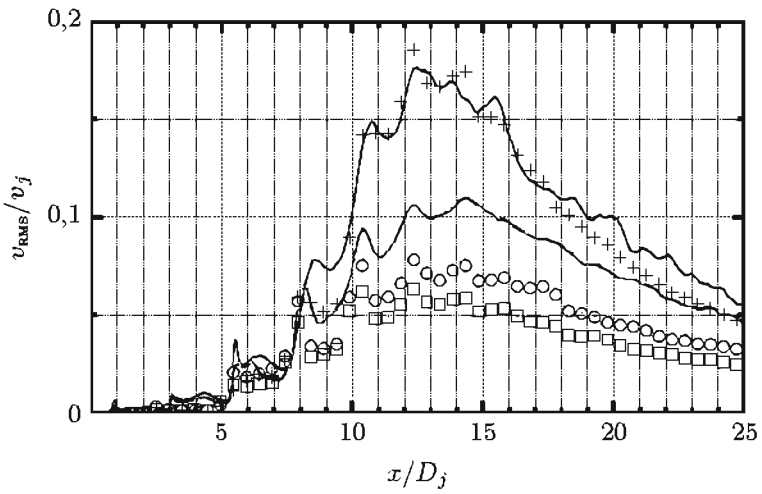


FIGURE 5.16 – Valeurs RMS des fluctuations de vitesse : (+) longitudinale, (⊡) radiale et (⊙) azimutale ; valeurs RMS des fluctuations de vitesse issues de [de Cacqueray 2010a] : (——) longitudinale, (——) radiale et (----) azimutale.

tentiel, avec des pics à $x/D_j = 5{,}5$ et $x/D_j = 8$. Les niveaux de fluctuation de vitesse longitudinale, radiale et azimutale sont similaires jusque vers la fin du cœur potentiel ($x/D_j = 8$), puis les fluctuations longitudinales deviennent significativement plus importantes que les deux autres. Le maximum des fluctuations, que ce soient les fluctuations longitudinales, radiales ou azimutales, est atteint après la fin du cône potentiel, pour $x = 12{,}5\ D_j$, avec respectivement des valeurs de 18,5 %, 6,3 % et 7,8 % de la vitesse de sortie tuyère. Le profil des fluctuations longitudinales est tout à fait similaire à celui de de Cacqueray, mais les fluctuations des deux autres composantes cylindriques sont en retrait. La différence entre les trois composantes de vitesse peut être attribuée dans le cas de ce jet aux effets de compressibilité [Freund 2000a].

Vitesse de convection des structures turbulentes La vitesse de convection v_c des structures turbulentes est calculée dans la couche de mélange, entre $x/D_j = 3$ et $x/D_j = 3{,}3$, à une distance de l'axe $R/D_j = 0{,}5$. La vitesse est obtenue à l'aide des corrélations entre les fluctuations de vitesse longitudinale, et est estimée égale à $0{,}6v_j$.

Densités spectrales de puissance dans la couche de mélange Des densités spectrales de puissance des fluctuations de vitesse longitudinale enregistrées dans la couche de mélange sont tracées sur la figure 5.17. Les trois spectres sont issus de capteurs situés

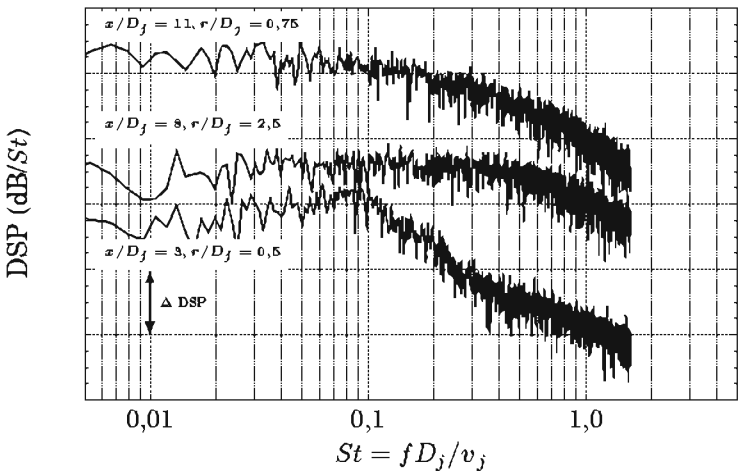


FIGURE 5.17 – Densités spectrales de puissance de la vitesse fluctuante longitudinale aux coordonnées ($x/D_j = 3$, $R/D_j = 0{,}5$), ($x/D_j = 3$, $R/D_j = 0{,}5$), ($x/D_j = 3$, $R/D_j = 0{,}5$). Les niveaux sont incrémentés d'un ordre de grandeur (Δ DSP) à chaque tracé

à $x/D_j = 3$ et $R/D_j = 0{,}5$, $x/D_j = 8$ et $R/D_j = 2{,}5$ et enfin $x/D_j = 11$ et $R/D_j = 0{,}75$. Le spectre à $x/D_j = 3$ présente une bosse pour la fréquence $St = 0{,}1$. Le spectre à $x/D_j = 8$ est plat, et celui en dehors du cône potentiel est d'abord plat puis décroît à partir de $St = 0{,}2$.

Énergie cinétique turbulente Le champ turbulent est finalement caractérisé par le niveau d'énergie cinétique turbulente (TKE), calculé à l'aide de la relation :

$$\text{TKE} = \frac{1}{2}(< v'_x v'_x > + < v'_y v'_y > + < v'_z v'_z >) \tag{5.4}$$

Le champ moyen de TKE adimensionné par v_j est tracé sur le plan médian vertical sur la figure 5.18. Le maximum d'intensité est atteint au niveau du second choc droit, aux alentours de $x/D_j = 5$, dans la couche de mélange. Le mélange turbulent débute à la fin de la première cellule de choc. Le tracé du profil de TKE le long de l'axe du jet, sur la figure 5.19, permet d'estimer la fin du cône potentiel, qui se situe juste avant le maximum

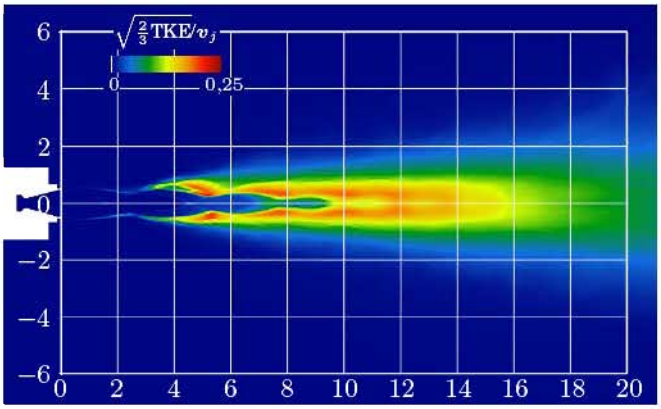


FIGURE 5.18 – Champ moyen d'énergie cinétique turbulente, les unités de la grille sont adimensionnées par D_j

d'intensité de l'énergie cinétique turbulente. Le niveau de TKE augmente par paliers dans

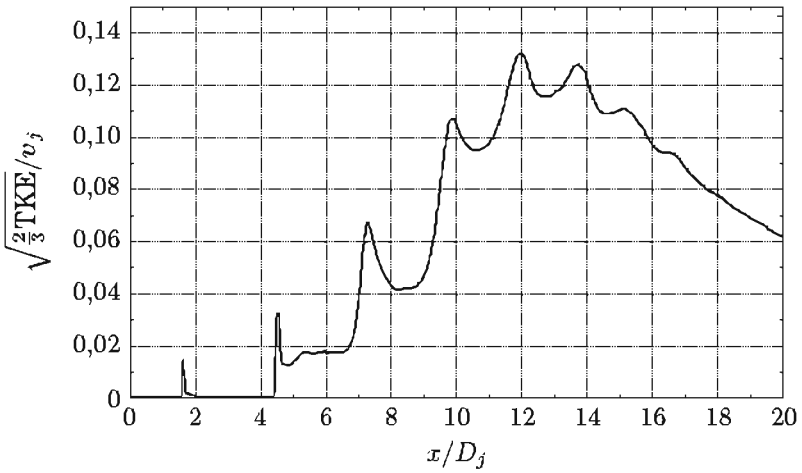
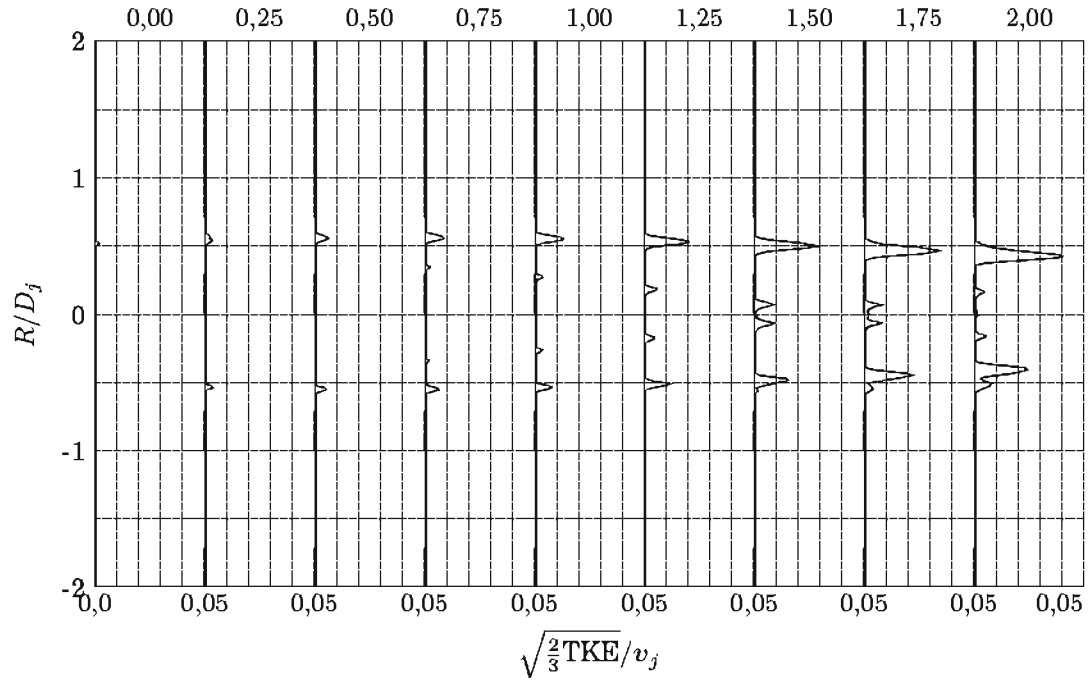


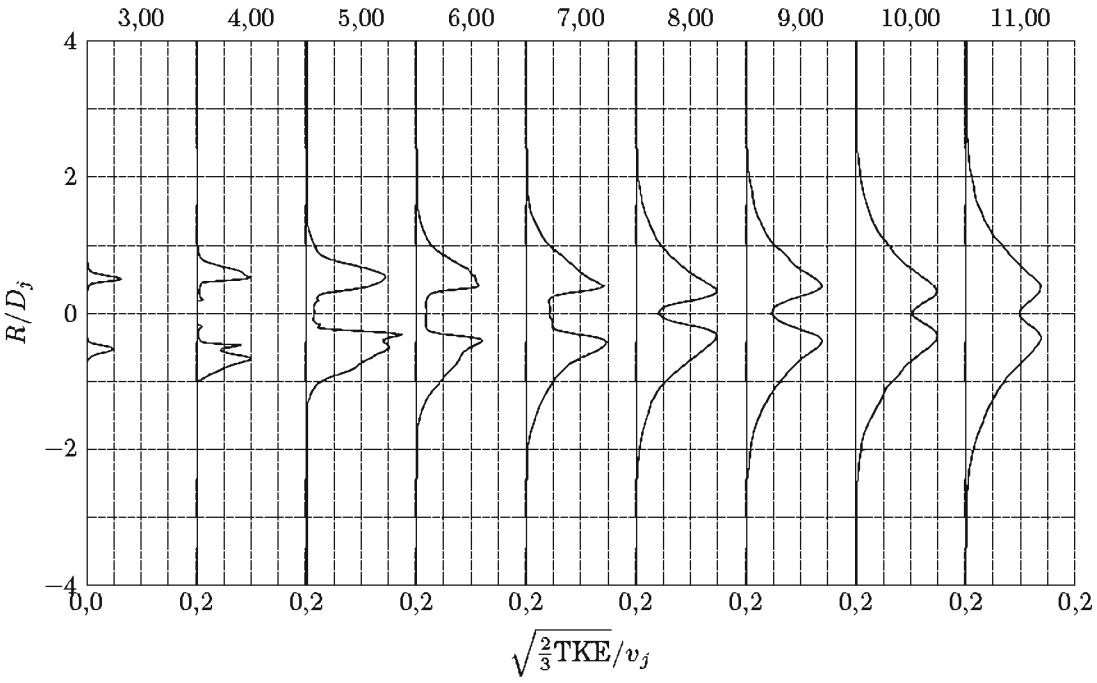
FIGURE 5.19 – Évolution le long de l'axe de l'énergie cinétique turbulente

le cône potentiel avec des pics au niveau des chocs. Le niveau maximum à l'axe est de 13 %, à $x/D_j = 12$.

Des profils radiaux de TKE sont extraits et tracés sur la figure 5.20. La figure 5.20(a) permet de visualiser les profils en zone proche de la sortie tuyère. Le profil présente deux pics de part et d'autre de l'axe de symétrie, à une distance $R/D_j = 0{,}5$. Le niveau d'énergie cinétique turbulente est faible (0,2 %). À mesure que la position de la section progresse vers l'aval, le niveau augmente pour atteindre 4 % de la valeur de la vitesse en sortie de tuyère. Le jet est symétrique jusqu'à $x/D_j = 1$, où la partie supérieure du jet présente un pic plus important que la partie inférieure. La figure 5.20(b) présente les profils depuis $x/D_j = 3$ jusqu'à la fin du cône potentiel, à $x/D_j = 11$. Le niveau de TKE augmente progressivement pour atteindre un maximum à $x/D_j = 5$ (18 %). À $x/D_j = 3$, la partie supérieure du jet



(a) Profils entre $x/D_j = 0$ et $x/D_j = 2$



(b) Profils entre $x/D_j = 3$ et $x/D_j = 11$

FIGURE 5.20 – Profils d'énergie cinétique turbulente

présente toujours un niveau de TKE supérieur à celui de la partie inférieure du jet. Cette tendance est cependant inversée 2 D_j plus tard. La symétrie dans les niveaux de TKE est

restaurée vers la fin du cône potentiel. Les deux pics s'élargissent à mesure que la couche de mélange s'épaissit. Finalement, le profil prend la forme d'une bosse unique au delà du cône potentiel, lorsque le champ devient auto-similaire.

L'analyse du champ turbulent montre que le calcul LES réalisé est suffisamment résolu et a capturé les structures dominantes de l'écoulement. En particuliers, les niveaux de fluctuation de vitesse se comparent très bien avec les calculs de de Cacqueray. Le traitement appliqué à la tuyère se révèle suffisant à la vue des niveaux de turbulence calculés. Le calcul du rayonnement acoustique par une méthode de Ffowcs Williams & Hawkings peut donc être effectué. Ce calcul est présenté dans la prochaine section.

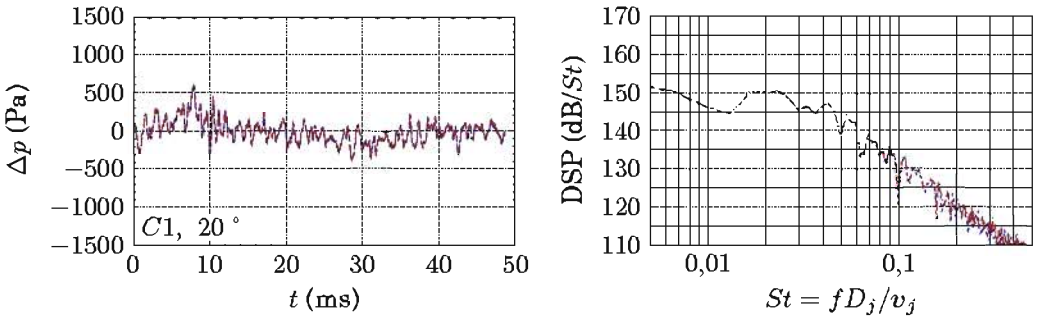
5.4.2 Bruit rayonné en champ lointain

Le bruit rayonné en champ lointain est maintenant calculé par la méthode présentée en section 3.2.

Les signaux bruts calculés pour les capteurs aux positions expérimentales sont présentés dans un premier temps, et comparés avec les mesures. Le contenu fréquentiel est ensuite analysé, et les directivité et tendances sont comparées. Enfin, les réflexions acoustiques sur le sol en dehors de la surface d'intégration sont traitées avec le logiciel Kim.

5.4.2.1 Position des surfaces et périodisation

Il convient de comparer les résultats obtenus à partir des informations enregistrées sur les deux surfaces d'intégration. La figure 5.21 compare sur le capteur C_1 le signal de pression (figure 5.21(a)) et la DSP (figure 5.21(b)). Les résultats issus des deux sur-



(a) Signal de pression calculé

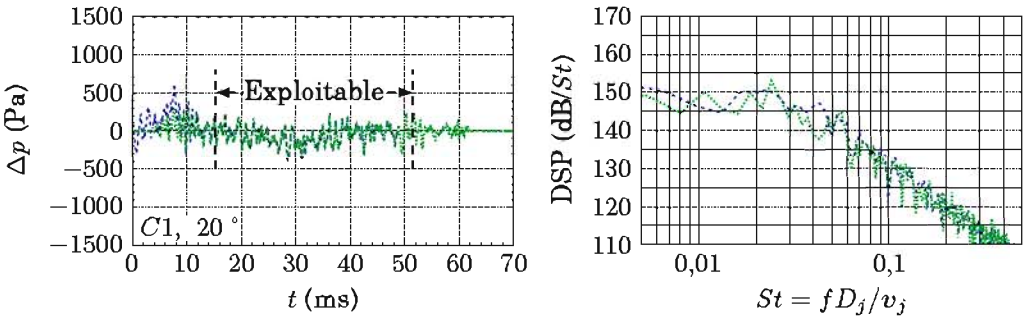
(b) Densité spectrale de puissance

Figure 5.21 – Signal de pression et DSP calculés à partir de la surface NDP1 (- - - -) et NDP2 (·—·—) pour le capteur C_1

faces d'intégration sont quasi identiques. Elles semblent donc positionnées dans une zone de propagation linéaire des ondes acoustiques. Cependant, des études récentes ont mon-

tré que les effets de propagation non linéaire étaient importants sur de très grandes distances [de Cacqueray 2011b]. Dans la suite de l'étude, le signal pris en compte est celui émis par la surface interne, NDP1.

Lors du calcul du signal à la position des capteurs expérimentaux, la contribution de chaque élément de la surface d'intégration ne parvient pas aux microphones en même temps. Le signal calculé exploitable correspond finalement à la portion de signal pendant laquelle le capteur perçoit des contributions de chacun des éléments de la surface. À partir des 48,75 ms de signal enregistré, le signal exploitable obtenu sur C_1 n'est plus que de 36,25 ms, comme représenté sur la figure 5.22(a). Afin de ne pas restreindre la durée exploitable, l'émission est rendue périodique. Ainsi, il est possible d'obtenir un signal exploitable sur la durée issue de la LES. La figure 5.22 compare les résultats obtenus sur C_1 à partir du signal brut ou du signal périodique. Le signal de pression calculé en ayant ou non rendu l'émission périodique est tracé sur la figure 5.22(a), et les DSP de ces signaux sont tracées sur la figure 5.22(b). Les résultats sont similaires : en particulier, le signal périodique n'in-



(a) Signal de pression calculé

(b) Densité spectrale de puissance

FIGURE 5.22 – Signal de pression et DSP bruts (·····) et périodiques (- - - -) pour le capteur C_1

troduit pas de parasite à caractère haute fréquence. Pour la suite de l'étude, le signal émis est systématiquement rendu périodique.

5.4.2.2 Post traitement acoustique

Les résultats du calcul sont maintenant comparés aux mesures. La comparaison porte dans un premier temps sur les signaux de pression, et dans un second temps sur le contenu fréquentiel. Enfin, les tendances et évolutions en fonction de la position des capteurs sont examinées.

Signaux de pression Les signaux de pression calculés sur les capteurs du premier arc sont confrontés aux signaux expérimentaux sur la figure 5.23. Le signal calculé sous-estime

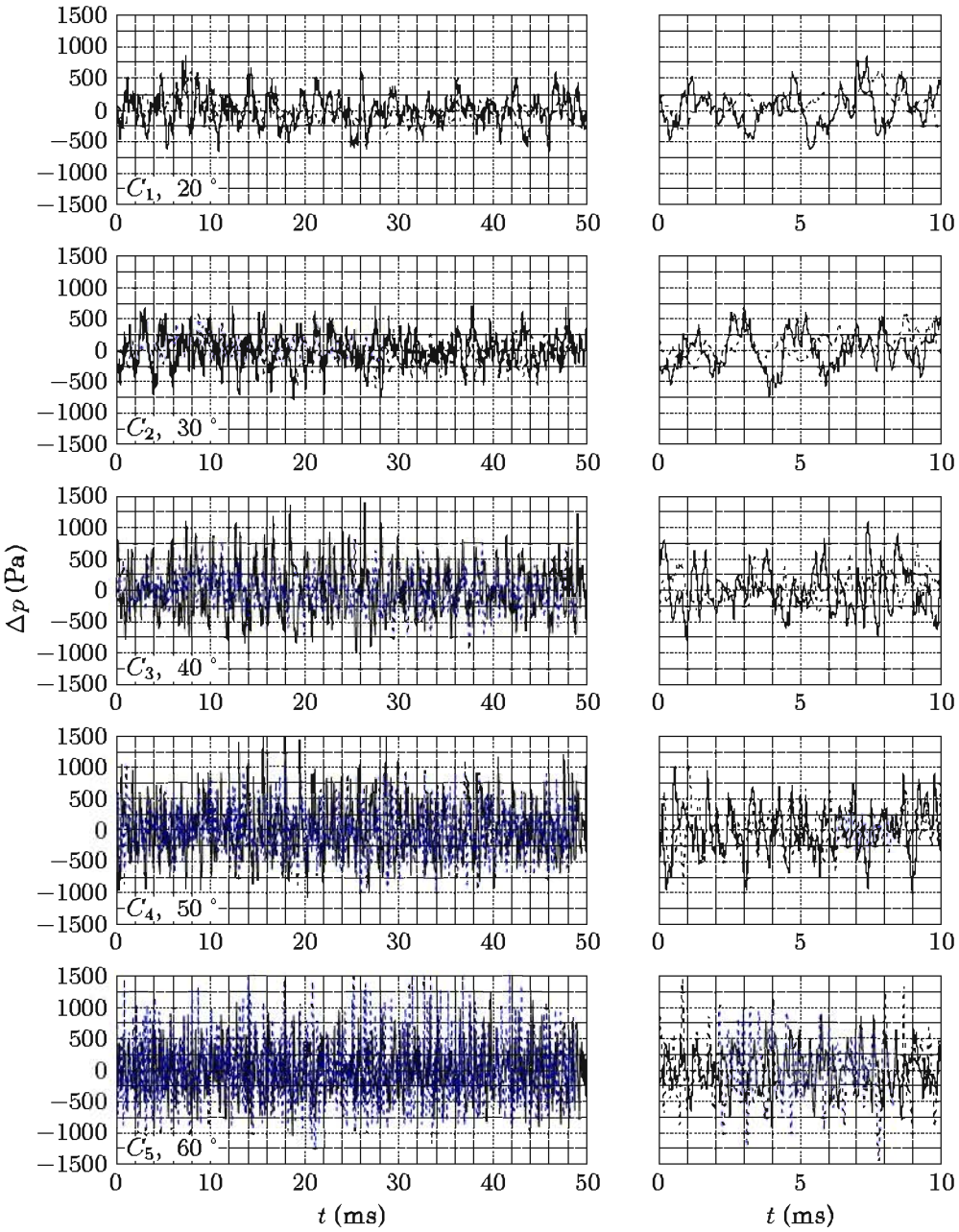


FIGURE 5.23 – Signal de pression mesuré (——) et calculé (- - - -) aux cinq capteurs C_1 à C_5

l'amplitude des perturbations acoustiques à 20°. L'intensité des perturbations augmente plus vite avec l'angle dans la simulation, si bien qu'à 60°, le calcul surestime l'amplitude. Les figures de droite sont des zooms sur une portion du signal, afin de se rendre compte du contenu fréquentiel. Les capteurs les plus proches de l'axe contiennent moins de haute fréquence que ceux plus loin de l'axe.

Densités spectrales de puissances Des densités spectrales de puissances pour chacun des dix capteurs expérimentaux sont tracées sur la figure 5.24. Les DSP sont obtenues en

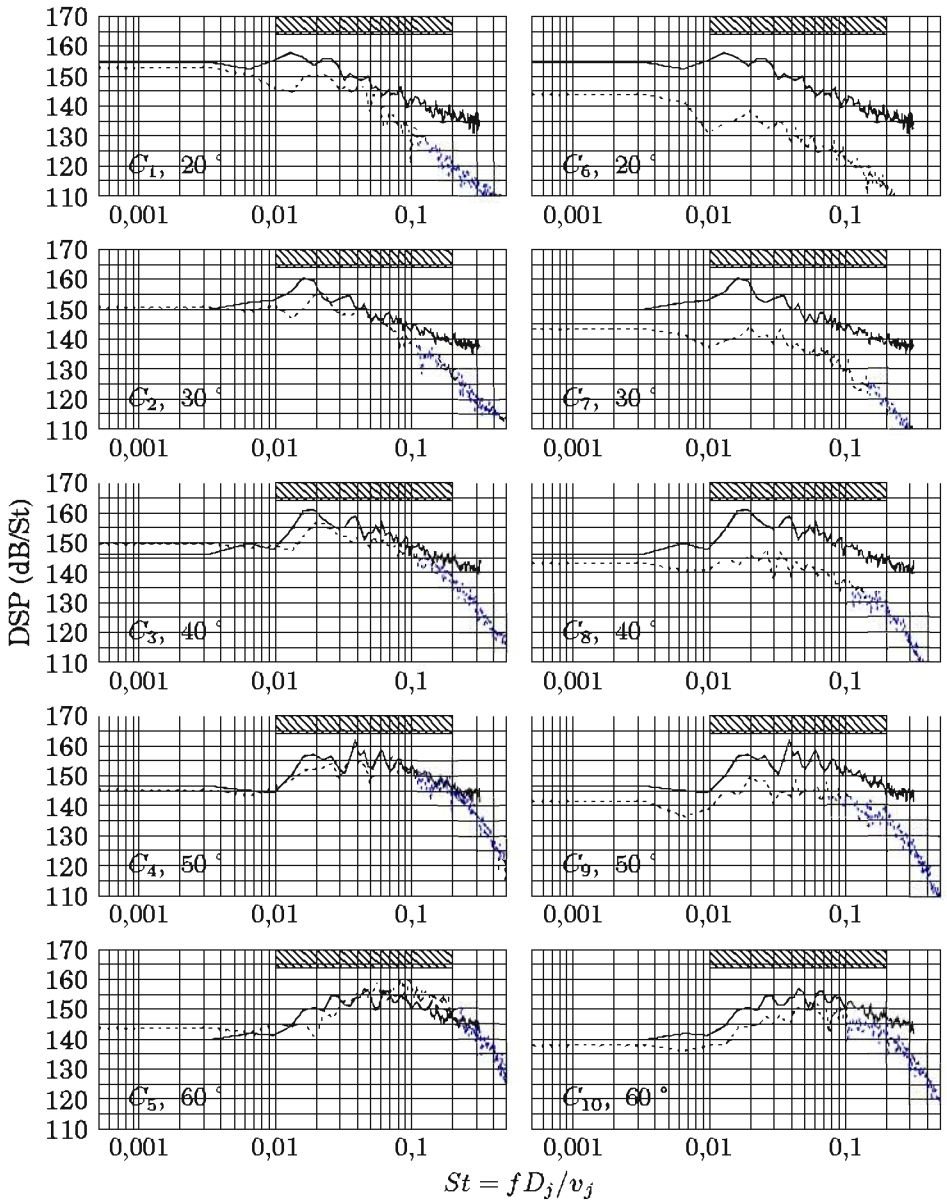


FIGURE 5.24 – DSP des signaux acoustiques mesurés (——) et calculés (- - - -)

moyennant les spectres du signal découpé en cinq blocs, ce qui donne une résolution fréquentielle $\Delta St \approx 0{,}003$, équivalente à la résolution des DSP expérimentales. La fréquence minimale est prise égale à 3 fois la résolution fréquentielle, soit $St = 0{,}01$. La fréquence maximale est prise comme la fréquence définie à partir des observations de la section 5.2.1, soit $St = 0{,}2$, inférieure à la fréquence de coupure du maillage qui est $St = 0{,}35$. En haut de chaque DSP se trouve une zone hachurée, qui représente la bande fréquentielle effecti-

vement calculée.
Comme observé sur les signaux de pression, les capteurs C_1, C_2 et dans une moindre mesure C_3, manquent de contenu haute fréquence. Dans les directions 50° et 60°, le calcul reproduit le contenu fréquentiel d'une manière satisfaisante. Par ailleurs, l'augmentation avec l'angle d'observation du contenu moyenne fréquence centré sur $St = 0{,}09$ est très bien reproduite. Les pics observés sur C_4 et C_5 sont aussi retrouvés dans la simulation.

Concernant le second arc, le calcul sous-estime le niveau des DSP à toutes les fréquences et pour les cinq capteurs, mais permet d'obtenir des DSP ayant la même forme que celles mesurées. Le plus grand écart est observé pour C_6, à 20°, avec près de 20 dB/St d'écart. À mesure que l'angle d'observation augmente, les DSP calculées se rapprochent des mesures, et, pour C_{10}, le calcul n'a plus que 5 dB/St de moins que la mesure.

Niveau de bruit Le niveau de bruit sur chaque capteur est maintenant comparé. Les DSP sont intégrées sur la bande fréquentielle $St \in [0{,}01 : 0{,}2]$, et les niveaux de bruit ainsi obtenus sont tracés sur la figure 5.25. Les capteurs de l'arc 1 expérimental ont été com-

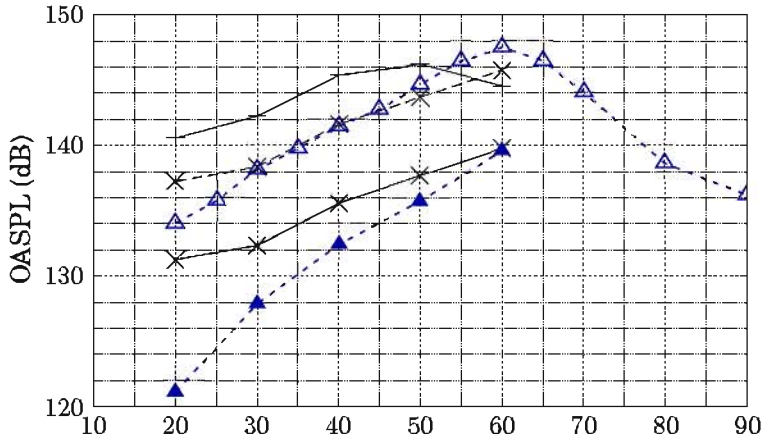


FIGURE 5.25 – OASPL intégré sur la plage $St \in [0{,}01 : 0{,}2]$ des signaux mesurés sur l'arc 1 (—+—), sur l'arc 2 (—×—) et sur l'arc 2 ramené à $R/D_j = 71$ (-×-), et niveaux calculés à $R/D_j = 71$ (-△-) et à $R/D_j = 142$ (-▲-)

plétés par une série de capteurs numériques permettant de couvrir un éventail d'angles plus grand et mieux distribué. Concernant les mesures, le niveau de bruit sur le second arc, ramené à la distance $R/D_j = 71$ par une loi en $1/R$ reste environ 3 dB inférieur aux mesures du premier arc. De plus, les deux arcs ne présentent pas la même directivité, le maximum du second arc est enregistré à 60°, et à 50° pour le premier arc.
Les capteurs numériques situés à $R/D_j = 71$ et aux faibles angles sous-estiment le niveau de 7 dB. De plus, le maximum de bruit calculé se situe autour de la directions 60°.

Concernant le second arc, le niveau calculé est très inférieur à celui mesuré, comme présenté sur les DSP. Seul le capteur C_{10} a une intensité correctement reproduite par le calcul, C_6 étant le plus sous-estimé avec un manque de 12 dB. Le post traitement acoustique étant linéaire, la différence entre les deux arcs numériques devraient être sensiblement identique quelque soit l'angle. Seul les capteurs dans la direction 20° dérogent à cette règle. Ceci est très certainement dû à la construction de la surface d'intégration, dont l'extrémité aval est ouverte et est bien visible par les deux capteurs C_1 et C_6.
Par ailleurs, le premier arc numérique est très proche (< 1 dB) des mesures corrigées du second arc dans les directions 30°, 40° et 50°. La simulation sous-estime de 3 dB le niveau sur C_6 modifié, et surestime de 2 dB environ le niveau sur C_{10} modifié. Il semble que l'arc 1 expérimental soit soumis à des effets non linéaires absents du post traitement acoustique.

Les niveaux de bruit sont comparés à ceux enregistrés par Fukuda *et al.* sur la figure 5.26. Les vitesses d'éjection étant proches, les niveaux en champ lointain doivent être semblables d'après les lois d'intensité en v^8 ou v^5. Les niveaux du tir de Fukuda *et al.* ont

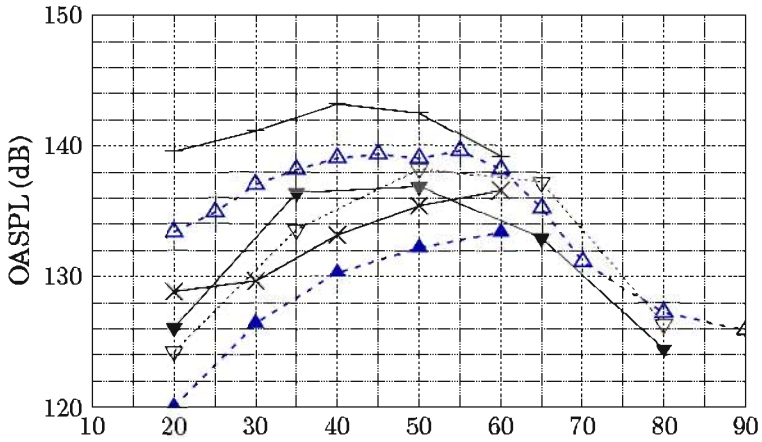
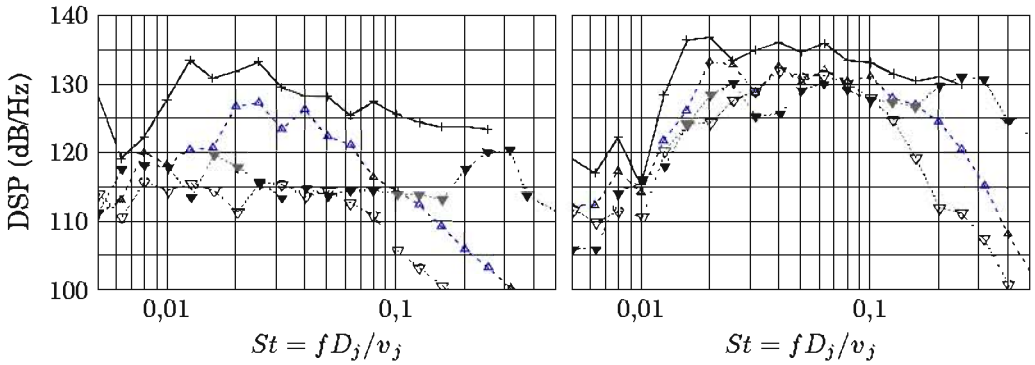


FIGURE 5.26 – OASPL intégré sur la plage $St \in [0{,}01 : 0{,}05]$ des signaux du tir LP10-25 mesurés sur l'arc 1 (—+—) et sur l'arc 2 (—×—), niveaux calculés sur l'arc 1 (- -△- -) et sur l'arc 2 (- -▲- -), et niveaux mesurés (···▼···) et calculés (···▽···) issus de [Fukuda 2009]

été enregistrés à $R/D_j = 63{,}5$ de la sortie tuyère, et ont été ramené à la distance d'étude de $R/D_j = 71$ en suivant une loi en $1/R$. Les comparaisons portent sur la bande spectrale $St \in [0{,}01 : 0{,}05]$, correspondant à la bande spectrale résolue par Fukuda *et al.* Leur tir est beaucoup moins intense que le LP10-25, avec 14 dB de moins dans la direction 20° et 6 dB de moins dans la direction 50°. Sur cette bande spectrale, le profil du tir LP10-25 est plus plat, et le maximum se décale à 40°, qui présente 1 dB de plus que le microphone à 50°. Le maximum lors du tir de Fukuda *et al.* est quant à lui enregistré à 50°, avec un niveau à 35° très proche du maximum pour former un plateau à 137 dB. Les deux directivités se

ressemblent assez, si ce n'est que le niveau relatif dans la direction 20° est bien plus élevé dans le cas LP10-25, avec seulement 3 dB d'écart avec le maximum contre 11 dB dans le cas de Fukuda *et al.*. Les calculs de Fukuda *et al.* reproduisent bien cette diminution très importante du bruit dans la direction avale, mais décalent le plateau de 15° vers l'amont. Le calcul présent décale aussi la forme de la directivité du premier arc vers l'amont.
Pour le second arc cependant, le calcul reproduit très correctement les niveaux dans les directions 30° à 60° en sous-estimant de 3 dB à chaque fois, seule la direction 20° est sous-estimée de 9 dB.

Les spectres en tiers d'octave sont tracés pour les deux directions communes à Fukuda *et al.* et au tir LP10-25, dans la direction 20° sur la figure 5.27(a) et dans la direction 50° sur la figure 5.27(b). Le spectre expérimental modifié à 20° de Fukuda *et al.* est très plat sur



(a) Spectre tiers d'octave pour la direction 20°

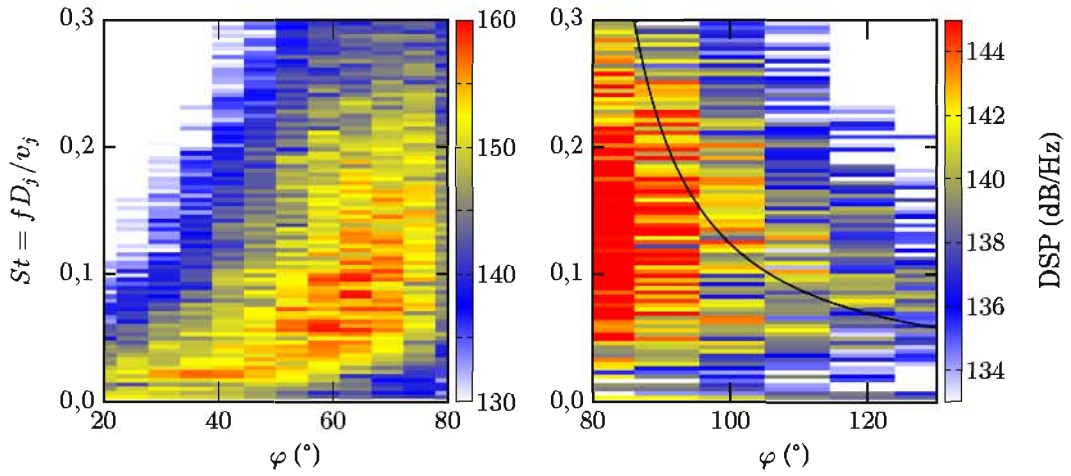
(b) Spectre tiers d'octave pour la direction 50°

FIGURE 5.27 – Spectres tiers d'octave en $R/D_j = 71$ mesurés lors du tir LP10-25 (—+—) et calculés (- -△- -), et mesurés (···▼···) et calculés (···▽···) par [Fukuda 2009]

l'ensemble de la bande fréquentielle considérée. La simulation de Fukuda *et al.* présente une fréquence de coupure $St = 0{,}1$. Cependant, dès $St = 0{,}08$, le spectre du calcul diminue alors que le niveau expérimental se maintient. Concernant le calcul du bruit du jet du tir LP10-25, le niveau expérimental est bien supérieur d'une part, et n'est pas aussi plat que dans le cas de Fukuda *et al.*. Le maximum du spectre à 20° du LP10-25 à $St = 0{,}012$ n'est pas reproduit par la simulation, mais à une fréquence supérieure $St = 0{,}03$. Comme pour Fukuda *et al.*, le spectre calculé diminue d'intensité avant d'atteindre la fréquence de coupure du maillage, alors que le spectre expérimental reste plat. À 50°, sur la figure 5.27(b), les deux spectres expérimentaux sont assez similaires. Le spectre du LP10-25 a toutefois un pic à $St = 0{,}02$, qui est reproduit par la simulation. Le spectre simulé est fidèle aux mesures jusqu'à $St = 0{,}2$, très proche de la fréquence de coupure.

5.4.2.3 Analyse du champ acoustique

Une DSP est réalisée pour chacun des capteurs numériques. Elles sont tracées sur les figures 5.28, qui représentent la DSP en niveaux de couleur dans une carte angle-fréquence. Sur la figure 5.28(a) qui concerne les microphones situés en aval, trois pics intenses sont



(a) $\varphi \in [20° : 80°]$

(b) $\varphi \in [80° : 130°]$ et estimation de la fréquence centrale du bruit de choc large bande [Tam 1979] (——)

FIGURE 5.28 – DSP en fonction de l'angle φ et du nombre de Strouhal St

observables. Le premier se situe dans la direction 40° et à la fréquence $St = 0{,}02$. Le second pic est plus intense et se situe dans la direction 60°, à la fréquence de $St = 0{,}06$. Enfin, le dernier pic se situe dans la direction 65°, et est large bande. Sa fréquence centrale se situe aux alentours de $St = 0{,}09$. Vers l'amont, sur la figure 5.28(b), le maximum d'intensité diminue en fréquence avec l'angle, et suit l'estimation de la fréquence centrale du bruit de choc large bande [Tam 1979].

La simulation réalisée reproduit les mesures fidèlement pour les angles forts, mais manque de contenu basse fréquence pour les angles faibles. Ce manque peut être dû à l'absence de réflexion acoustique sur le sol. L'annexe E présente un cas de jet de modèle réduit de moteur à propergol solide tirant verticalement vers le bas. Une étude sur les conditions de propagation acoustique montre que les réflexions des ondes acoustiques sur le sol contribuent pour une part importante au contenu haute fréquence des capteurs situés en amont, au contenu moyenne fréquence des capteurs situés dans des directions transversales à l'écoulement, et au contenu haute fréquence des capteurs situés en aval. Une surface réfléchissante est donc ajoutée lors du calcul acoustique pour prendre en compte la contribution des réflexions au signal total.

5.4.2.4 Contribution des réflexions sur le sol

Une surface réfléchissante est ajoutée lors du post traitement acoustique. Cet ajout engendre un surcoût de calcul important, contraignant l'étendue de la surface.

Création de la surface réfléchissante L'observation de la pression pariétale sur la limite *sol* dans le calcul CFD permet d'estimer les zones d'impact des ondes de grande intensité. La surface considérée, ainsi que la surface d'intégration NDP1 et les différents microphones numériques sont représentés sur la figure 5.29. Leur localisation laisse à penser

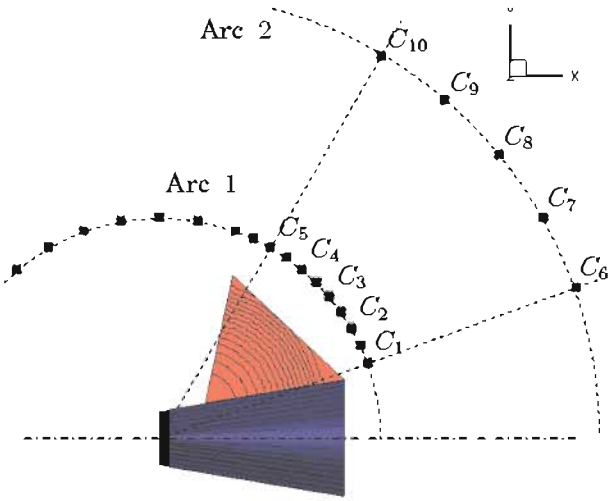


FIGURE 5.29 – Surface d'intégration NDP1 (bleu), surface réfléchissante (rouge) et microphones (noir)

qu'une part non négligeable des ondes émises par le jet est réfléchie et atteint les microphones dans un second temps. Afin de prendre en compte ces ondes, une surface réfléchissante est incluse dans le post traitement acoustique.

Une surface réfléchissante est traitée par le logiciel KIM dans un premier temps comme un réseau de microphones virtuels qui perçoivent le bruit émis par la surface d'intégration, puis dans un second temps comme un réseau de sources, émettant vers les microphones. Il est important de sélectionner avec soin l'espacement des microphones composant la surface réfléchissante afin de capturer les longueurs d'ondes dominantes. Un premier calcul de rayonnement vers des microphones placés sur la surface réfléchissante indique que les ondes dominantes ont une fréquence adimensionnée d'environ $St = 0{,}07$. La taille des éléments constituants la surface est alors choisie telle que 10 microphones soient compris dans une longueur d'onde, ce qui donne une surface comprenant 24 000 points. Le calcul acoustique a requis 16 cœurs pendant 7 jours. Les résultats sont maintenant présentés.

Résultats La figure 5.30 présente les DSP calculées à partir des signaux obtenus avec la surface réfléchissante, notées *refl*, comparées aux DSP précédentes, notées *direct*, et aux mesures. Le second arc, à 142 D_j, ne subit aucune modification. Pour le premier arc, la

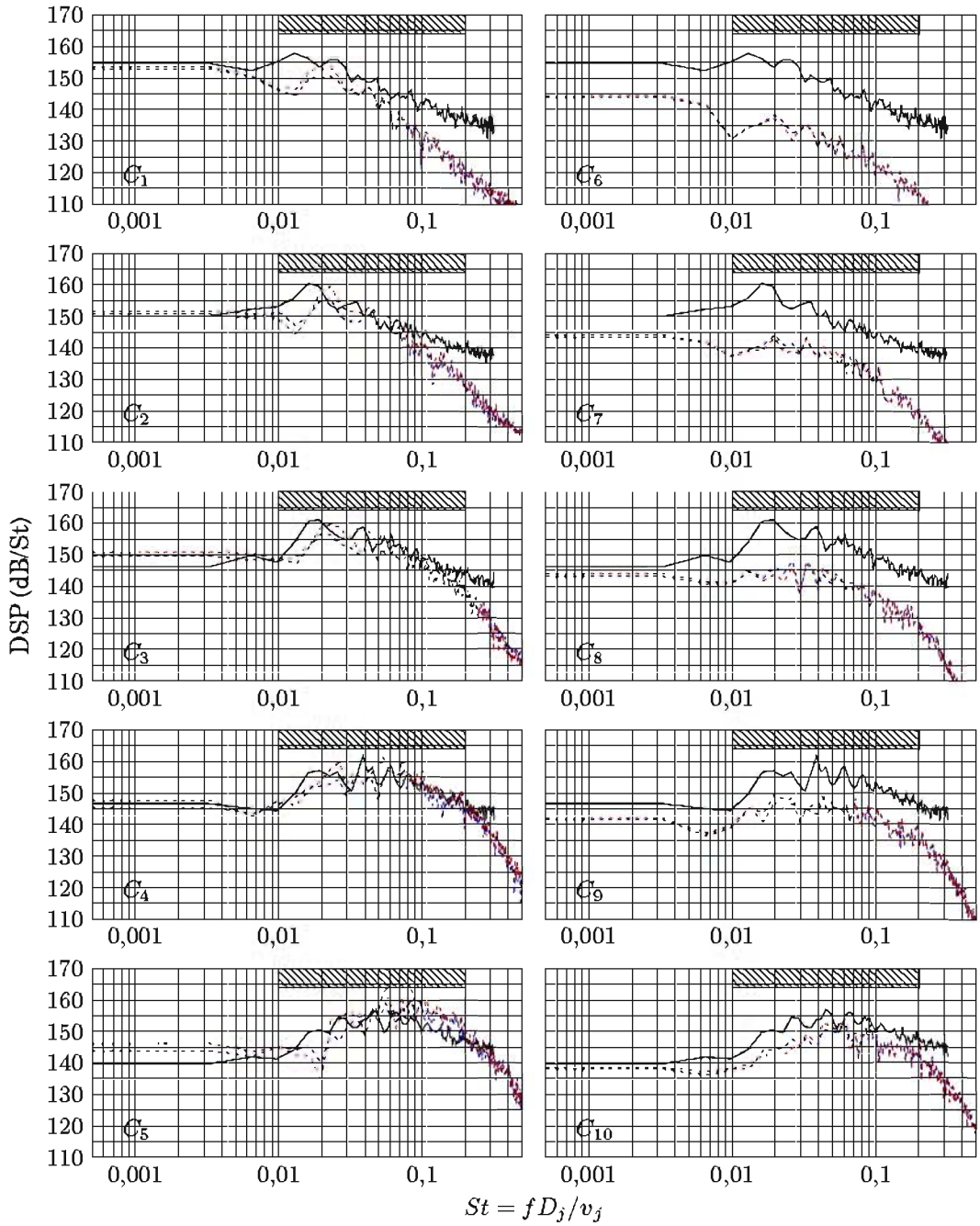


FIGURE 5.30 – Densités spectrales de puissance des signaux sur les 10 capteurs expérimentaux obtenues à partir des mesures (——), des signaux *direct* (- - - -) et des signaux *refl* (- - - -)

composante basse fréquence centrée sur $St = 0{,}02$ augmente, surtout pour les capteurs

situés à 20° (+5 dB), 30° (+5 dB) et 40° (+3 dB). En revanche, pour ces trois angles, les composantes hautes fréquences ne sont pas modifiées. Pour les capteurs situés dans les directions 50° et 60°, l'ensemble du spectre résolu est modifié. Pour C_4 (50°), le contenu fréquentiel contenu dans la bande $St \in [0{,}035 : 0{,}08]$ augmente sensiblement. Sur C_5 (60°), tout le spectre compris entre $St = 0{,}015$ et $St = 0{,}1$ augmente légèrement. L'ajout de la surface réfléchissante a permis d'augmenter les basses fréquences sur C_1, C_2 et C_3, les rapprochant des valeurs expérimentales.

Les niveaux de bruit tracés sur la figure 5.31 sont obtenus en intégrant ces densités spectrales de puissance sur la bande $St \in [0{,}01 : 0{,}2]$ (bande hachurée en haut des DSP de la figure 5.30). La prise en compte de la surface réfléchissante augmente le niveau sur le

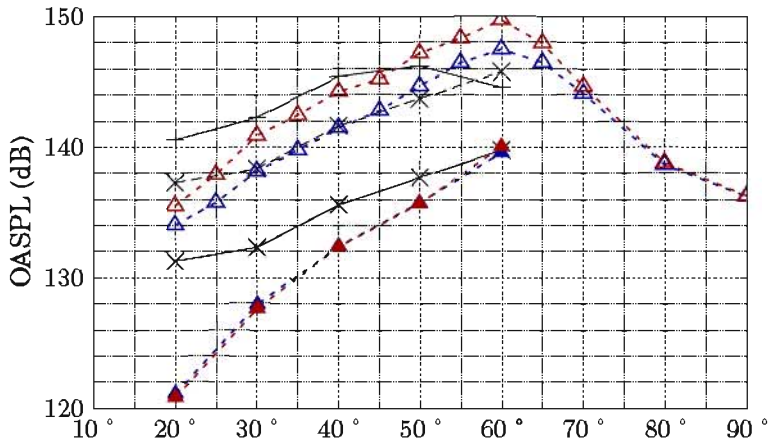


FIGURE 5.31 – OASPL des signaux du tir LP10-25 mesurés sur l'arc 1 (—|—), sur l'arc 2 (—×—), niveaux de l'arc 2 ramené à 71 D_j (-×-), *direct* à $R/D_j = 71$ (-△-) et à $R/D_j = 142$ (-▲-), et *refl* à $R/D_j = 71$ (-△-) et à $R/D_j = 142$ (-▲-)

premier arc de manière quasi uniforme pour les angles inférieurs à 60°, avec un niveau de bruit supérieur de 2 à 3 dB à celui du signal *direct*. Le calcul *refl* sous-estime le OASPL mesuré de 5 dB sur C_1, de 2 dB sur C_2 et C_3, surestime de 1 dB sur C_4. Le maximum est toujours atteint dans la direction 60°, avec une surestimation de 5 dB. Concernant les directions transverses (de 70° à 90°), le niveau est inchangé.
Sur le second arc, situé à 142 D_j, les signaux *direct* et *refl* contiennent la même énergie. Le rayonnement de la surface réfléchissante ne les atteint pas.

La prise en compte des réflexions acoustiques a montré qu'elles participaient pour une part importante au bruit perçu par les microphones du premier arc. Cependant, les réflexions ne permettent pas de retrouver la directivité du bruit du tir LP10-25. En particulier, le calcul sous-estime de 5 dB à 20°, et surestime de 5 dB à 60°.

5.5 Conclusion

La simulation des grandes échelles d'un jet supersonique chaud est réalisée dans ce chapitre. Le champ aérodynamique moyen présente un bon accord avec les mesures expérimentales de la littérature [Troutt 1982] ainsi qu'avec le calcul de de Cacqueray [de Cacqueray 2010a]. Le rayonnement acoustique est ensuite calculé par une approche de Ffowcs Williams & Hawkings. La forme des spectres se compare bien à celle des signaux mesurés dans les directions 40°, 50° et 60°. En revanche, pour les deux microphones situés à 20° et 30°, le calcul ne parvient pas à capturer le contenu basse fréquence de forte intensité, et en conséquence sous-estime le niveau de bruit de 5 dB à 20° et de 7 dB à 30°. Le manque d'intensité à 20° est attribué à la forme de la surface d'intégration, qui ne capture pas toutes les perturbations rayonnant vers le micro C_1. Le maximum de niveau obtenu par le calcul est situé à 60°, dans la direction de rayonnement des ondes de Mach, alors que lors du tir LP10-25, l'arc 1 a enregistré le niveau maximum de bruit sur C_4, à 50°. Les niveaux de bruit mesurés sur le second arc, ramenés à la distance du premier arc par une loi en $1/R$, se comparent très bien aux niveaux calculés dans les directions 30° à 50°. Afin d'évaluer la contribution des ondes réfléchies au bruit perçu par les microphones, un calcul de rayonnement acoustique mettant en œuvre une surface réfléchissante est alors mené. Les réflexions contribuent de manière différente suivant la direction d'observation. Pour les angles faibles (20° et 30°), le contenu basse fréquence est augmenté mais pour les angles de 40° à 60°, c'est le contenu moyenne fréquence qui est accru. La réflexion contribue pour 1 à 4 dB supplémentaire au niveau de bruit, et le calcul est alors à environ 1 dB des mesures dans les directions de 30° à 50°. Aucune contribution de la réflexion n'est observée sur le second arc. Ceci explique en partie la grande différence observée entre les deux arcs de mesure, tandis qu'une autre part est attribuée aux effets de propagation non linéaires [de Cacqueray 2011b]. La méthode hybride appliquée au calcul du bruit de jet dans ce chapitre a prouvé que les efforts de modélisation du jet permettaient de capturer correctement les structures tourbillonnaires. En l'appliquant à l'ODS, le manque de structures turbulentes observé au chapitre 4 doit pouvoir être comblé. Cependant, les ressources actuelles ne permettent pas de réaliser une LES aussi résolue des structures du jet conjointement à une approche directe pour la résolution de la propagation de l'ODS. Ainsi, même si la méthode de FW-H résout la propagation linéaire des ondes, le procédé mis en œuvre ici est appliqué au cas de l'ODS du LP10-25 au chapitre suivant.

Chapitre 6

Modélisation de l'onde de souffle par une approche indirecte

If computers get too powerful, we can organize them into a committee – that will do them in.
Le jour où les machines deviendront trop puissantes, organisons-les en conseils ; cela devrait les incapaciter

Bradley's Bromide

6.1 Adaptation de la méthodologie bruit de jet à l'onde de souffle . . . 216
6.1.1 Domaine et maillage . . . 216
6.1.2 Conditions aux limites . . . 216
6.1.3 Combustion . . . 217
6.2 Résultats . . . 217
6.2.1 Pression à la limite *entrée* . . . 217
6.2.2 Visualisations . . . 217
6.2.3 Résultats acoustiques . . . 220
6.2.4 Étude du champ proche . . . 224
6.2.4.1 Grandeurs aérodynamiques . . . 224
6.2.4.2 Développement du jet supersonique . . . 224
6.2.4.3 Caractérisation du front de l'ODS . . . 228
6.2.4.4 Boule de feu . . . 230
6.3 Conclusion . . . 232

La nécessité d'améliorer la résolution de la turbulence du jet conduit à utiliser la méthode hybride dédiée au calcul du bruit de jet pour le calcul et la propagation de l'ODS. Diminuer la dimension minimale des échelles résolues de la turbulence devrait avoir pour effet de générer un jet plus conforme aux mesures, en matière de vitesse de développement d'une part et surtout de mélange des gaz réducteurs avec l'air d'autre part. Ce chapitre présente

les efforts réalisés dans ce sens. Dans un premier temps, l'adaptation de la méthode du chapitre 5 au calcul de l'ODS est présentée. Les résultats sont ensuite analysés et comparés aux mesures et aux résultats de la simulation ODS1R. Le champ proche est étudié pour identifier l'impact de la turbulence fine sur les mécanismes de génération de l'ODS.

6.1 Adaptation de la méthodologie bruit de jet à l'onde de souffle

L'ensemble des paramètres mis en place pour le calcul BDJ, détaillés en section 5.3, sont appliqués pour cette simulation, nommée ODS2R. Le domaine et le maillage sont identiques, ainsi que le pas de temps, égal à $5.\ 10^{-7}$ s. Les conditions appliquées aux limites, en dehors de celle de la limite *entrée*, sont conservées. Seule cette limite et la modélisation des espèces gazeuses est modifiée.

6.1.1 Domaine et maillage

Cette simulation s'appuie sur le même domaine et la même discrétisation de l'espace que celle développée au chapitre 5. Cette discrétisation a démontré sa capacité à capturer les fines échelles de la turbulence, et à reproduire de manière satisfaisante le jet supersonique. Ces bons résultats laissent à penser que ce maillage permettra de reproduire correctement le développement du jet lors de la phase transitoire de la montée en pression du moteur. Le même schéma de flux (HLLC) est utilisé.

Par ailleurs, l'approche adoptée pour les réflexions acoustiques sur le sol lors du calcul BDJ est maintenue pour l'application ODS. En effet, sur les champs de pression et de température des simulations ODS1I et ODS1R, présentés sur les figures 4.24 et 4.25, l'effet de la réflexion de l'ODS sur le jet supersonique est nettement visible. Ce phénomène hydrodynamique doit être pris en compte dans la partie LES de l'approche hybride.

6.1.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont en tout point identiques à celles du calcul du BDJ (*cf.* chapitre 5), à l'exception toutefois de la condition appliquée sur la limite *entrée* (se référer à la figure 5.4), qui est la même que celle appliquée dans le calcul ODS1R, à savoir une condition instationnaire de pression, température et composition.
Les instants retenus pour reproduire la montée en pression sont les mêmes que pour les calculs du chapitre 4, et la composition du mélange est identique (*cf.* tableau 4.4).

6.1.3 Combustion

Si le bruit de combustion est d'ordre secondaire pour l'application bruit de jet, l'influence de la combustion sur la génération de l'ODS a été démontrée au chapitre 4, ainsi que par [Troyes 2006]. Le schéma cinétique mis en place pour la simulation de l'ODS par approche directe est donc employé de nouveau pour modéliser la combustion des produits de propergol avec l'air ambiant. La simulation considère donc le transport de 13 espèces gazeuses, dont un gaz résultant pour le transport de l'alumine sous forme gazeuse.

6.2 Résultats

Le calcul ODS2R a été distribué sur 480 cœurs Westmere et a requis un total de 125 séquences de 15 h. Le coût d'une itération est d'environ 3 minutes.

La simulation est arrêtée lorsque la réflexion de l'ODS quitte l'extrémité aval de la surface d'intégration, soit environ 13 ms après le début du calcul, comme indiqué sur la figure 6.1.

Dans un premier temps, la montée en pression appliquée à la limite *entrée* est vérifiée par comparaison avec les mesures. Des visualisations du développement du jet et de l'ODS sont ensuite commentées. Puis les résultats acoustiques sont présentés et analysés. Enfin, le champ proche est étudié. En particulier, les données issues du calcul LES sont explorées, afin d'identifier des différences sur les phénomènes observés lors du calcul par approche directe.

6.2.1 Pression à la limite *entrée*

L'historique de pression enregistré sur le capteur situé dans la partie amont de la tuyère est comparé sur la figure 6.1 à la pression mesurée par le capteur fond arrière ainsi qu'aux valeurs enregistrées lors du calcul ODS1R. Les pressions génératrices suivent exactement le même profil. Le calcul ODS2R présenté dans ce chapitre peut donc être comparé au calcul ODS1R du chapitre 4.

6.2.2 Visualisations

Une série chronophotographique du calcul est présentée sur la figure 6.2. À des fins de comparaisons, les images représentent les mêmes éléments que celles de la figure 4.25, et depuis le même point de vue : le plan médian est coloré par la température, et l'ODS est matérialisée par une surface d'iso pression à +500 Pa, de couleur blanche. Le sol est cette fois-ci coloré par la pression. L'ensemble du calcul est présenté à un intervalle de 0,5 ms,

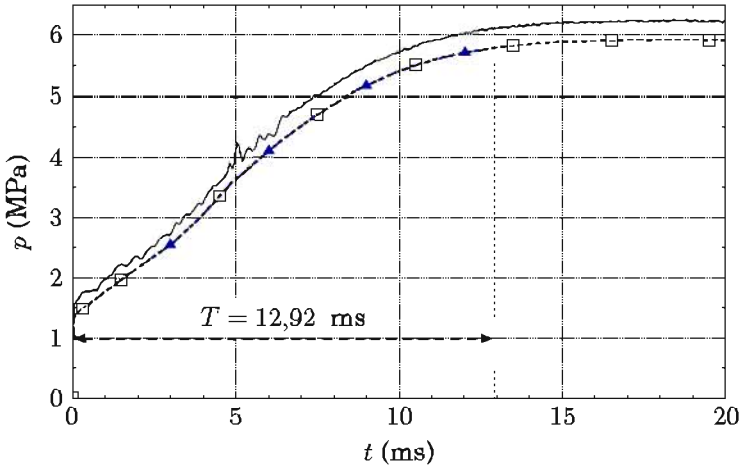
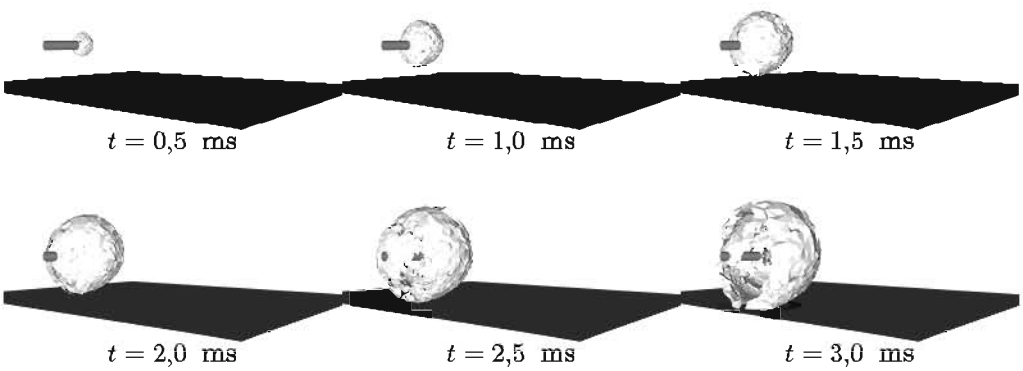


FIGURE 6.1 – Pression en amont du col de la tuyère mesurée sur P_{FAR} (——), calculée lors de la simulation ODS1R (-⊡-), et calculée lors de la simulation ODS2R (-▲-)

qui couvre la période pendant laquelle l'ODS est générée et interagit avec le jet. Par rapport au calcul ODS1R, le champ de pression en amont de l'ODS est beaucoup plus perturbé, et il est difficile d'observer l'interaction entre le jet et l'ODS. Celle-ci atteint le sol à $t = 3{,}0$ ms, environ au même instant que dans la simulation ODS1R. Sa réflexion est nettement visible, et remonte pour atteindre le jet dès $t = 6{,}0$ ms. Après le passage de la réflexion, la zone sous le jet est rapidement remplie d'ondes émises par le jet et se dirigeant vers le sol. Un réseau très complexe se met en place entre les ondes émises et celles réfléchies.

L'onde de souffle est correctement dissipée par la zone éponge avant d'atteindre les limites du domaine.



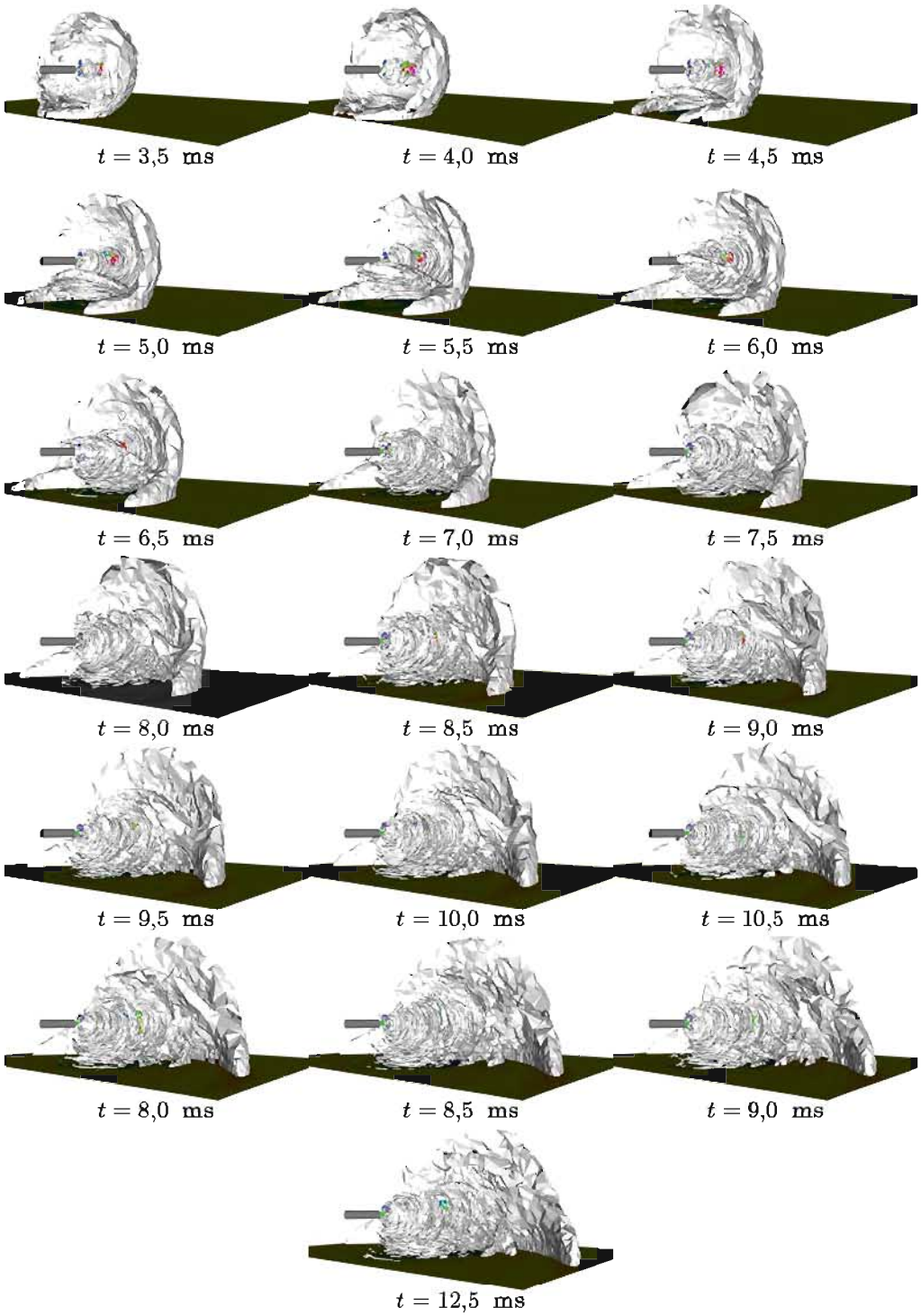


FIGURE 6.2 – Développement de l'onde de souffle simulée lors du calcul ODS2R et interaction avec le jet supersonique entre $t = 0{,}5$ ms et $t = 12{,}5$ ms

6.2.3 Résultats acoustiques

Les signaux calculés par la méthode de FW-H sur les capteurs C_1 à C_5 sont présentés sur la figure 6.3. Ils sont calculés sur une durée égale au double de la durée d'émission, soit plus de 25,84 ms.

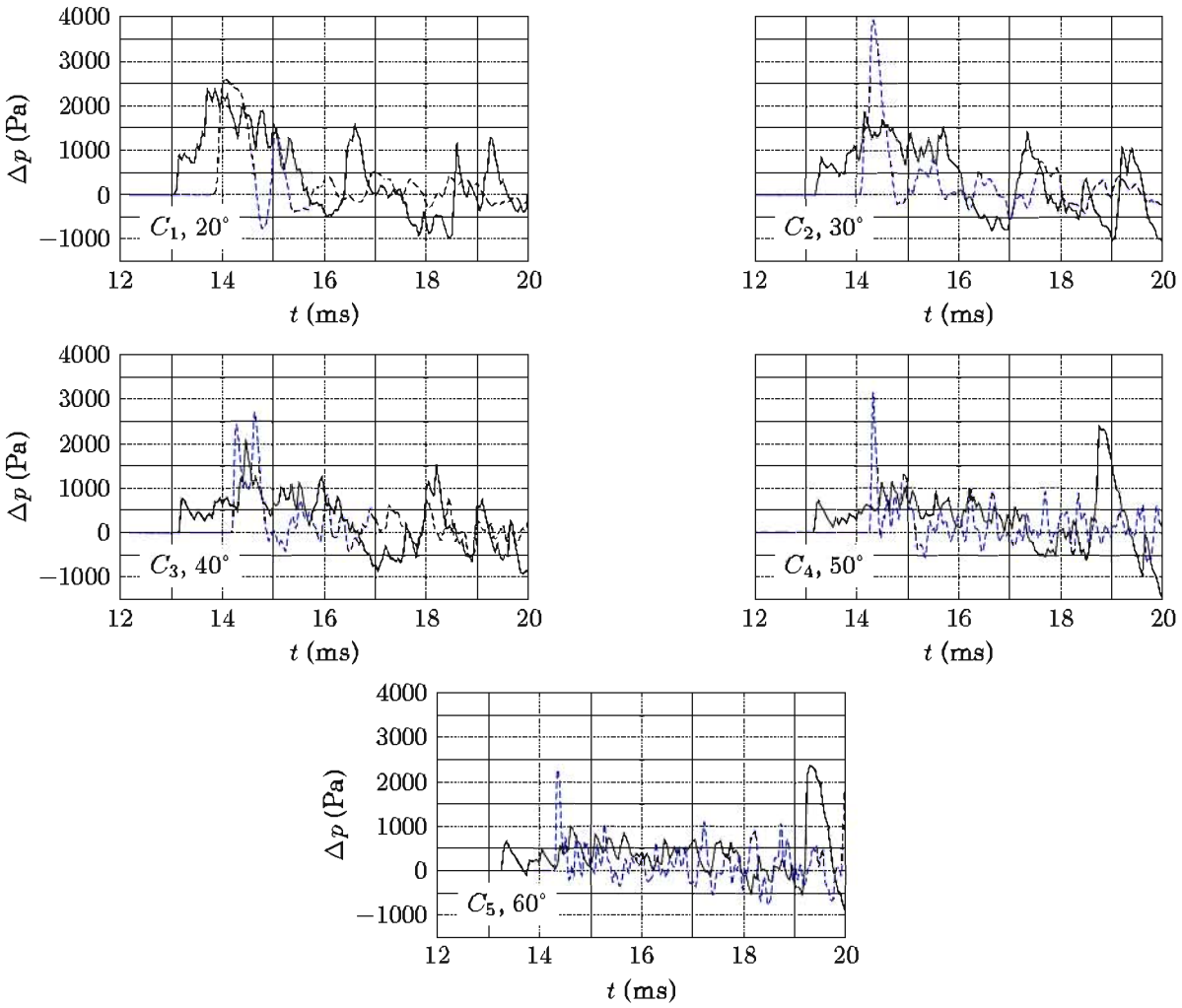


FIGURE 6.3 – Surpression mesurée (——) et calculée par la méthode de FW-H (- - - -)

D'une manière générale, le signal calculé présente plus de composantes hautes fréquences que lors du calcul ODS1R. De plus, le signal calculé est très différent du signal mesuré, comme le soulignent les grandeurs caractéristiques reportées dans le tableau 6.1, à comparer aux tableaux 4.7 et 4.1.

Par ailleurs, les comportements sont très variables d'un capteur à l'autre. Le signal du capteur C_1 semble montrer une forme typique en N, composée d'un front de choc de durée relativement importante (≈ 1 ms), suivi d'une dépression courte et de nouveau un pic. Sur

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
Δp_{max}	2583	3916	2704	3161	2261
δt_{IOP}	1,52	1,63	1,69	1,35	0,54
$\delta t^{+}_{\text{IOP}}$	0,90	0,7	0,69	0,21	0,27

TABLE 6.1 – Grandeurs caractéristiques de l'ODS calculée par l'approche hybride

C_2, un pic dominant largement le signal, d'une amplitude d'environ 4000 Pa, est isolé, sans être suivi de dépression ni d'un second pic. Pour C_3, un paquet d'ondes semble se détacher à l'avant du signal, composé de deux pics principaux d'amplitudes équivalentes. Une légère dépression les suit, avant que le signal ne présente des caractéristiques hautes fréquences plus typiques du bruit de jet. Pour C_4, le premier paquet est dominé par son premier pic de très forte intensité, et la dépression est plus profonde que pour C_3, même si elle dure moins longtemps.
Enfin, sur C_5, aucun paquet ne se détache, et seul un pic d'amplitude importante précède le reste du signal, comme sur C_2. Le pic est toutefois d'amplitude très inférieure à celle de C_2, avec 2200 Pa.

Afin d'évaluer la construction des ondes par la méthode de FW-H, les signaux ont été calculés dans la direction de chaque capteur à diverses distances arbitraires : $R/D_j = 21$, 28, 35, 41, 49 et 56. Le schéma 6.4 permet d'appréhender leurs positions par rapport à la surface d'intégration. Le premier capteur de chacune des deux antennes d'angle 20° et 30° se situe très près de la surface, et leur contenu fréquentiel sera très certainement différent de celui des capteurs plus éloignés.

Les signaux ainsi obtenus sont tracés sur la figure 6.5. Sur chaque figure, une décroissance en $1/R$ à partir de l'amplitude du pic calculé en $R/D_j = 21$ est tracée. Si cette décroissance est bien suivie pour les directions 40°, 50° et 60°, l'amplitude du premier pic dans la direction 30° décroît moins rapidement que la loi en $1/R$. En revanche, c'est l'inverse dans la direction 20°. Cet effet dans les directions proches de l'axe est certainement dû à la position des premiers capteurs, très proches de la surface d'intégration. La position du capteur par rapport à tous les éléments émetteurs de la surface change très rapidement avec la distance. Aux localisations éloignées, le capteur a un angle de vue sur la surface très faible, alors qu'aux premières positions, l'angle est très grand. Pour une petite distance, la source n'est pas vue comme étant compacte.

À 20°, le premier pic du signal calculé aux distances $R/D_j = 21$ et $R/D_j = 28$ a une durée relativement faible comparée à son étendue sur C_1. À mesure que le front se développe, sa longueur d'onde augmente. Sur le premier capteur ($R/D_j = 21$), un deuxième pic est observé à la suite du premier, de plus faible amplitude. Il s'agit très certainement de la

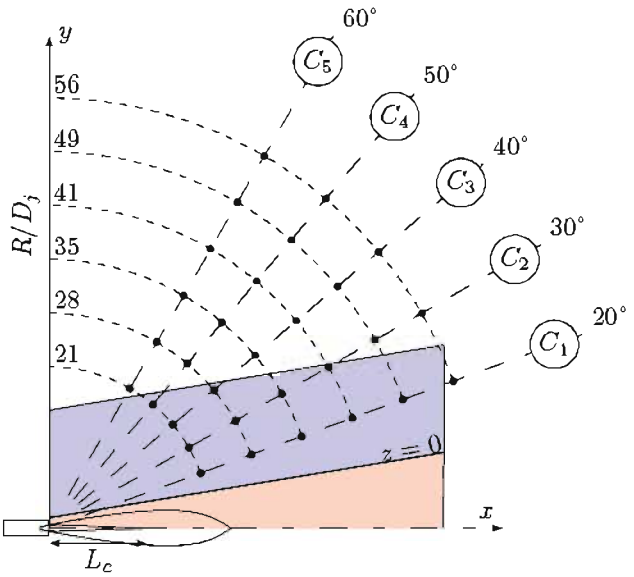
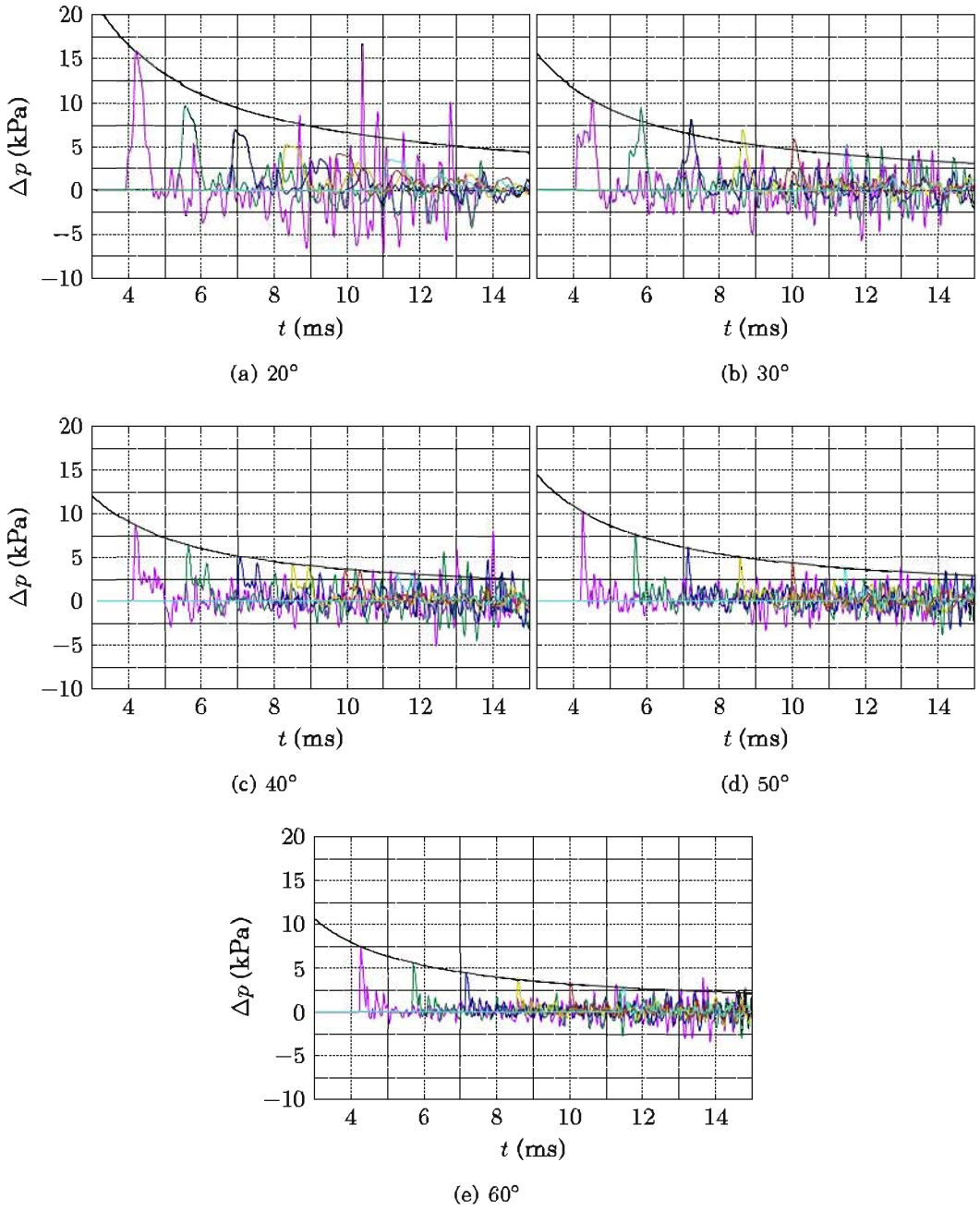


FIGURE 6.4 – Schéma à l'échelle de la position des capteurs par rapport à la surface d'intégration, colorée par sa coordonnée selon l'axe z. Le bleu concerne les coordonnées $z < 0$ et le rouge les coordonnées $z > 0$. Les capteurs sont situés dans le plan $z = 0$

réflexion de l'ODS sur le sol. Par la suite, d'intenses perturbations sont rayonnées, d'amplitudes supérieures à celle du premier choc. Ces perturbations ne sont pas retrouvées sur les autres capteurs de l'antenne 20°.
Dans la direction 30°, le premier front est initialement composé de trois pics, d'amplitude croissante. À mesure que l'on s'éloigne de la tuyère, le second pic se fond avec le troisième, et le premier reste détaché devant.
Dans la direction 40°, le premier front est initialement composé d'un pic intense suivi d'un paquet d'ondes d'amplitudes plus faibles. En s'éloignant, le calcul de rayonnement réunit le paquet en un unique pic d'amplitude équivalente à celle du premier.
Dans les deux dernières directions, le signal semble s'atténuer en suivant la loi en $1/R$ sans subir de modification importante avec l'éloignement. Dans les deux cas, un premier pic suivi d'une succession d'ondes relativement intenses sont observées aux premiers instants, et le signal haute fréquence arrive rapidement après.

L'approche de propagation linéaire adoptée montre ses limites. Si des phénomènes d'ondes constructives et destructives modifient le signal avec l'éloignement à la tuyère, les coalescences dues à des vitesses de propagation différentes ne peuvent pas être prises en compte dans l'approche linéaire. Il en résulte que la forme de l'ODS calculée en champ lointain ne correspond pas aux mesures. Le calcul de la propagation de l'onde par la résolution des équations d'Euler devrait permettre de calculer plus précisément ces phénomènes,



(a) 20° (b) 30°

(c) 40° (d) 50°

(e) 60°

FIGURE 6.5 – Surpression calculée sur les différences antennes à $R/D_j = 21$ (——), $R/D_j = 28$ (——), $R/D_j = 35$ (——), $R/D_j = 41$ (——), $R/D_j = 49$ (——) et $R/D_j = 56$ (——) et loi $1/R$ (——)

ce qui n'est pas disponible pour le moment avec le code CEDRE. La suite de ce chapitre est consacrée à examiner les résultats de la LES en champ proche, en se comparant aux calculs réalisés au cours du chapitre 4.

6.2.4 Étude du champ proche

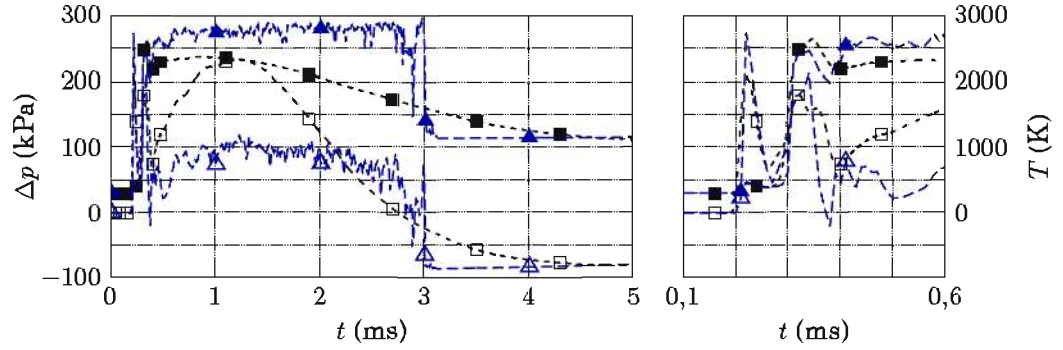
Cette partie étudie le développement du jet et son interaction avec l'ODS en champ proche. Le développement du jet, caractérisé par son ouverture et la vitesse du front, ainsi que la recombustion, sont comparés au calcul ODS1R.

6.2.4.1 Grandeurs aérodynamiques

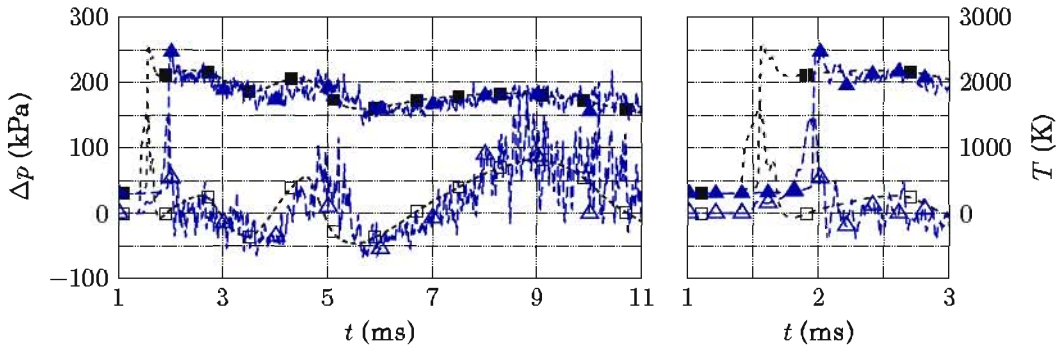
Contrairement aux calculs du chapitre 4, la simulation a été arrêtée avant d'atteindre le régime stationnaire de la montée en pression, et il n'est donc pas possible de calculer les grandeurs caractéristiques des jets supersoniques établis.

6.2.4.2 Développement du jet supersonique

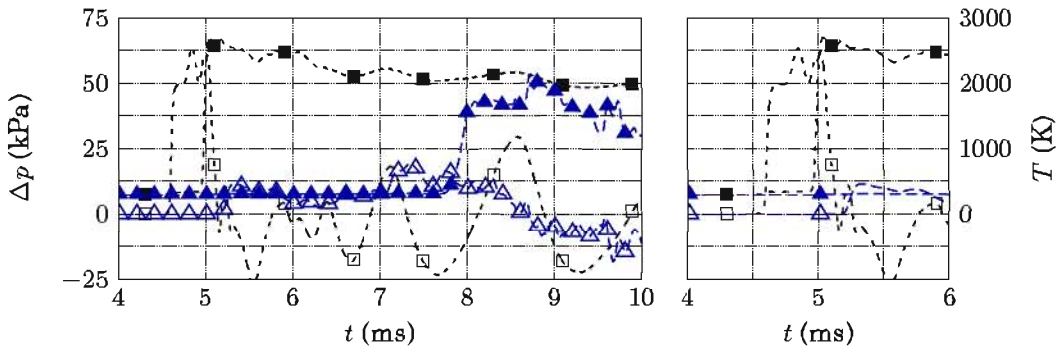
Pression et température à l'axe La pression et la température calculées sur des capteurs situés sur l'axe du jet, à la même distance du plan de sortie tuyère dans les calculs ODS1R et ODS2R (*cf.* figure 4.28) sont tracées sur la figure 6.6. Peu après la sortie tuyère, à $x/D_j = 2$ (figure 6.6(a)), les deux calculs ont un historique assez différent. Néanmoins, en se concentrant sur le zoom sur la période initiale $t \in [0{,}1 : 0{,}6]$ ms (figure 6.6(b)), les deux calculs sont similaires dans les premiers instants. Ils enregistrent tous les deux le passage de deux ondes de pression, la première quelques instants avant l'arrivée d'une hausse soudaine de température, témoin du front du jet, et la seconde contemporaine à la hausse de température. Les différences apparaissent à partir de $t = 0{,}4$ ms, quand le calcul ODS1R enregistre une augmentation régulière de la pression, alors que le calcul ODS2R conserve la pression aux alentours de 100 kPa. La pression dans le calcul ODS1R atteint un maximum de 225 kPa à $t = 1{,}25$ ms, avant de diminuer doucement. Par ailleurs, la température diminue dans le calcul ODS1R, alors qu'elle reste stable dans le calcul ODS2R. À $t = 3$ ms, une chute brutale de pression et de température est observée sur les courbes du calcul ODS2R, et les deux grandeurs atteignent de nouveau des valeurs stables, atteintes par le calcul ODS1R de manière plus lente, vers $t = 4$ ms.
Plus loin, à $x/D_j = 9$ (figure 6.6(c)), les deux calculs ont des comportements similaires, mais le calcul ODS2R est en retard par rapport au calcul ODS1R. De plus, le zoom de la figure 6.6(d) permet d'observer le passage d'une onde de pression, juste avant le jet à $t = 1{,}5$ ms pour le calcul ODS1R, et $t = 2$ ms pour le calcul ODS2R. Les signaux ont par la suite une évolution identique, mais le calcul ODS2R accuse toujours un retard sur son homologue : le jet du calcul ODS1R se développe plus rapidement que celui du calcul ODS2R.
Enfin, bien plus loin, à $x/D_j = 29$ (figure 6.6(e)), le jet du calcul ODS1R atteint le capteur à $t = 5$ ms, soit 3 ms avant le jet du calcul ODS2R. Le jet du calcul ODS1R est précédé



(a) $x/D_j = 2, t \in [0{:}5]$ ms (b) $x/D_j = 2, t \in [0{,}1{:}0{,}6]$ ms



(c) $x/D_j = 9, t \in [1{:}11]$ ms (d) $x/D_j = 9, t \in [1{:}3]$ ms



(e) $x/D_j = 29, t \in [4{:}10]$ ms (f) $x/D_j = 29, t \in [4{:}6]$ ms

FIGURE 6.6 – Historiques de pression et température calculés sur des capteurs situés à $x/D_j = 2$, $x/D_j = 9$ et $x/D_j = 29$: pression (-□-) et température (-■-) pour le calcul ODS1R, pression (-△-) et température (-▲-) pour le calcul ODS2R

d'une onde de forte amplitude ($\approx$ 60 kPa). Cependant, lors de la simulation ODS2R, une première onde de pression est enregistrée à $t = 5{,}2$ ms (figure 6.6(f)), près de 2,8 ms avant l'arrivée du front chaud du jet. Par ailleurs, le front chaud du jet est beaucoup moins raide que dans le cas ODS1R, et n'est précédé que d'une onde de faible amplitude ($\approx$ 20 kPa).

Proche du plan de sortie tuyère et durant les premiers instants, les deux calculs pré-

voient une évolution similaire de la pression et de la température. Les phénomènes à l'origine de la formation de l'ODS sont bien retrouvés dans le calcul ODS2R. Cependant, à mesure que la pression dans la chambre augmente, les deux calculs divergent. Le jet du calcul ODS1R se développe bien plus rapidement.

Effet piston Le jet du calcul ODS2R se développant moins rapidement, il est pertinent de se demander si l'effet piston observé lors des simulations ODS1I et ODS1R est retrouvé. Pour cela, la pression et la température enregistrées par des capteurs numériques sur l'axe du jet sont tracés sur la figure 6.7, de manière analogue à la figure 4.28. Seuls deux capteurs

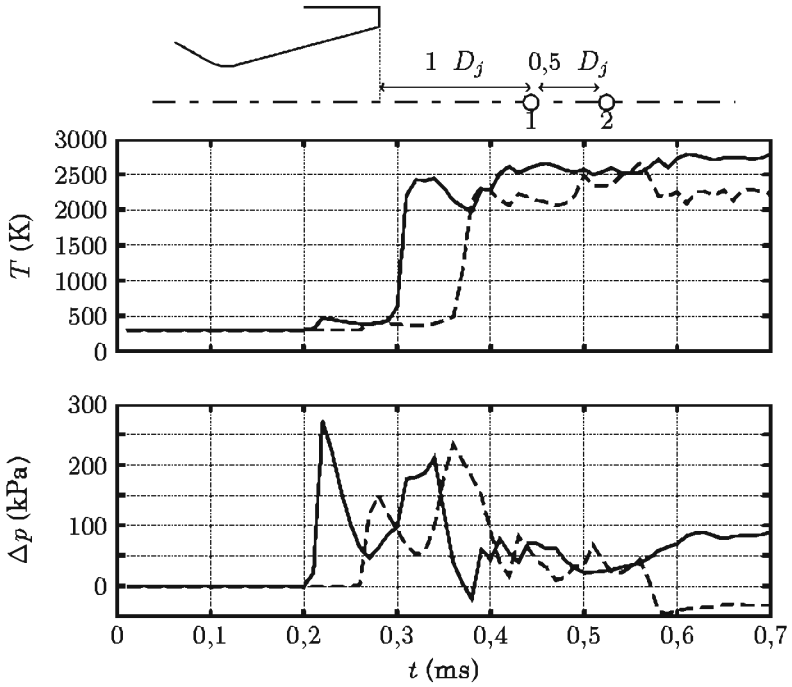


FIGURE 6.7 – *Haut* : schéma d'implantation des capteurs numériques ; *milieu* : historiques de température ; *bas* : historiques de surpression du calcul ODS2R

sont reportés sur cette figure. Le jet, représenté par la hausse de température, est légèrement en avance par rapport à la hausse de pression sur le premier capteur présenté, mais en retard sur le second. Les caractéristiques de l'effet piston sont retrouvées, confirmant les conclusions du chapitre 4.

Positions relatives du jet et de l'ODS Afin de comparer le développement du jet supersonique, la fraction massique d'alumine est extraite le long de l'axe du jet à intervalle régulier, tous les 0,1 ms pour le calcul ODS2R et tous les 0,5 ms pour le calcul ODS1R. La résolution temporelle n'est pas identique pour les deux calculs, mais elle est suffisante

pour comparer les tendances générales. Les valeurs sont ensuite tracées dans un graphique (x/D_j,t) coloré par la fraction massique d'alumine (figure 6.8). L'iso fraction mas-

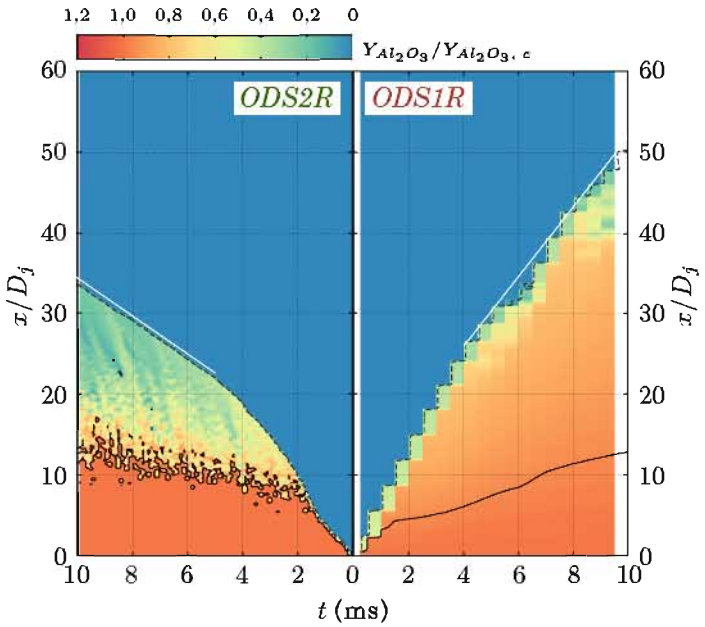


FIGURE 6.8 – Évolution de la fraction massique d'alumine le long de l'axe du jet en fonction du temps : contour $Y_{Al_2O_3}/Y_{Al_2O_3,j} =$ 0,95 (——) et $Y_{Al_2O_3}/Y_{Al_2O_3,j} = 0{,}1$ (----). ***Haut*** : calcul ODS2R ; ***Bas*** : calcul ODS1R

sique $Y_{Al_2O_3}/Y_{Al_2O_3,j} = 0{,}95$ permet de situer la zone non perturbée par le mélange, que l'on peut définir comme le cône potentiel pour un jet non établi. L'iso fraction relative évolue de manière similaire dans les deux cas, et elle se situe à environ $x/D_j = 13$ à $t = 10$ ms. Concernant la zone ayant subit le mélange, c'est-à-dire dont la fraction massique d'alumine est comprise entre 0 (atmosphérique) et $Y_{Al_2O_3,j}$, les deux profils sont très différents, comme le souligne l'iso fraction massique relative à 10 %. Lors du calcul ODS1R, de l'alumine a atteint en 10 ms la position $x/D_j = 50$, alors que dans le même temps, pour le calcul ODS2R, l'alumine a atteint la position $x/D_j = 34$. En déterminant les coefficients directeurs des droites formées par les deux lignes iso fraction massique à 10 % (*cf.* figure 6.8), il est possible de déterminer une vitesse de développement du front du jet. Dans le cas ODS1R, le front se développe à une vitesse de 280 m.s^{-1}, et dans le cas ODS2R à 165 m.s^{-1}. La conclusion du chapitre 4 incriminait le manque de mélange et de turbulence comme étant responsables d'un développement trop rapide du jet. La comparaison des fractions massiques d'alumine sur l'axe du jet confirme ce fait, et le calcul ODS2R semble parvenir à calculer un jet se développant plus lentement que le calcul ODS1R. Afin de vérifier les positions relatives du jet et de l'ODS lors des deux simulations, les contours d'iso frac-

tion massique $Y_{Al_2O_3}/Y_{Al_2O_3,j} = 0{,}1$ et $Y_{Al_2O_3}/Y_{Al_2O_3,j} = 0{,}95$ sont tracés sur un graphique $(x/D_j,t)$ coloré par la pression adimensionnée par la pression atmosphérique (figure 6.9). L'ODS est représentée sur ces figures par la surpression la plus en aval, soulignée par une

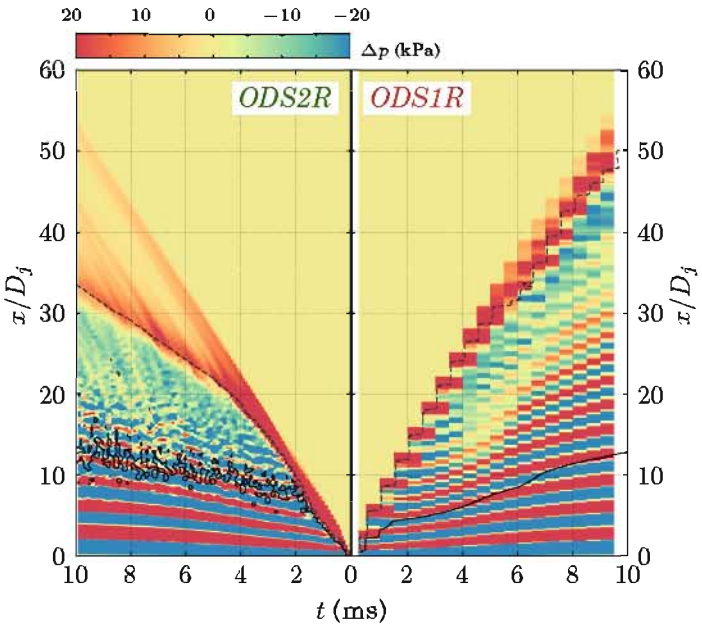


FIGURE 6.9 – Évolution de la pression adimensionnée par la pression atmosphérique le long de l'axe du jet en fonction du temps : contour $Y_{Al_2O_3}/Y_{Al_2O_3,j} = 0{,}95$ (——) et $Y_{Al_2O_3}/Y_{Al_2O_3,j} = 0{,}1$ (----). *Haut* : calcul ODS2R ; *Bas* : calcul ODS1R

droite. Dans le cas ODS1R, l'iso contour d'alumine à 10 % de la valeur chambre est collé derrière l'onde. Dans le cas ODS2R, l'onde se détache du jet entre 3 et 4 ms. À $t = 2$ ms, le jet est très près derrière l'ODS, mais l'onde conserve sa vitesse de développement, et le jet finit par s'en écarter. L'onde continue à une vitesse d'environ 350 m.s^{-1}, soit la vitesse du son dans le milieu ambiant. Par la suite, le front du jet émet des ondes de pression, qui apparaissent comme des raies parallèles à l'ODS.

L'effet de cette différence de comportement doit se ressentir sur la forme du front de l'ODS, qui est étudiée dans le prochain paragraphe.

6.2.4.3 Caractérisation du front de l'ODS

D'une manière similaire à celle employée au paragraphe 4.4.6.4 page 171, les coordonnées du front de l'ODS dans le plan horizontal médian ($z = 0$), représenté par une ligne d'iso pression à +500 Pa, sont numérisées. Un algorithme de réduction des moindres carrés permet de déterminer les valeurs du grand et du petit axe de l'ellipse qui approche le mieux la forme du front. Enfin, les ellipses ainsi obtenues sont caractérisées par leur excen-

tricité, obtenue par l'équation (4.14). À chaque instant discrétisé, la valeur de l'excentricité du front de l'ODS est reportée sur la figure 6.10. Initialement, l'excentricité est négative,

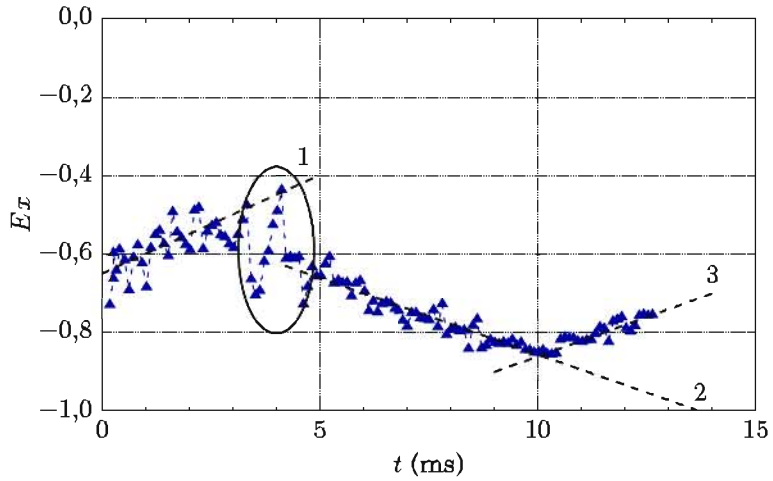


FIGURE 6.10 – Évolution de l'excentricité du front de l'ODS dans le temps

avec une valeur proche de $-0{,}7$, ce qui signifie que le front a la forme d'un ovoïde dont la grande dimension est perpendiculaire à l'axe du jet. L'onde s'arrondit en se développant, comme le souligne la ligne en pointillés numérotée 1 sur la figure 6.10. Entre $t = 3$ et $t = 5$ ms se produit un événement qui perturbe fortement le front de l'ODS, entouré d'une ellipse sur la figure 6.10 . Il s'agit de l'intervalle pendant lequel le front du jet suit de très près le front de l'ODS, avant que sa vitesse ne diminue, comme observé sur la figure 6.9. Par la suite, le front a tendance à augmenter son excentricité (augmenter la valeur absolue de Ex), comme indiqué par la ligne en pointillés notée 2. À $t = 10$ ms, l'onde se met de nouveau à évoluer vers une forme plus sphérique, après avoir atteint une valeur assez importante d'excentricité.

La figure 6.11 permet de comparer l'évolution de l'excentricité des deux calculs ODS1R et ODS2R. La différence de résolution de la turbulence a un impact très important sur l'interaction entre le jet et l'ODS. Dans le cas ODS1R, pendant les 15 ms présentées, le front du jet est immédiatement derrière l'ODS. Le jet induit un changement de forme très important vers $t = 1{,}5$ ms, avec une inversion du signe de l'excentricité. Dans le cas ODS2R, l'excentricité de l'ODS conserve toujours le même signe, et si sa forme varie, elle ne subit pas de changement de même ampleur que l'ODS du calcul ODS1R.

Le jet du calcul ODS1R se développe bien plus rapidement que le jet du calcul ODS2R. Afin de vérifier quelle modélisation reproduit le mieux le développement du jet expérimental, l'expansion et la convection de la boule de feu dans la simulation ODS2R sont comparées à celles dans le calcul ODS1R, ainsi qu'aux images IR expérimentales.

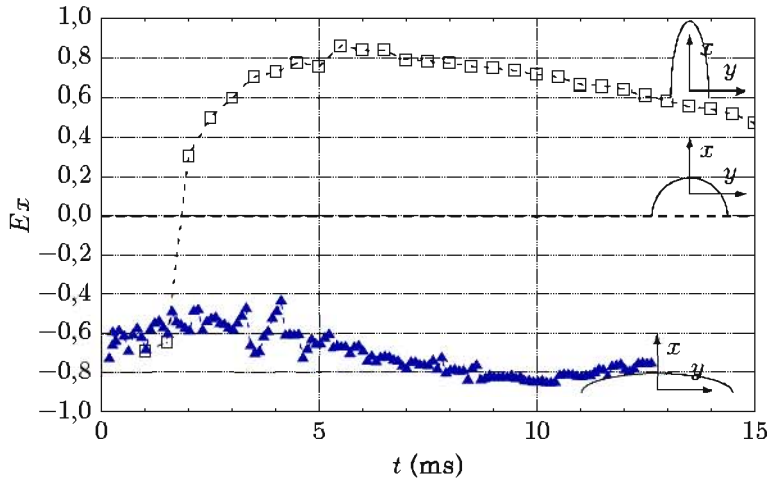


FIGURE 6.11 – Évolution de l'excentricité du front de l'ODS dans le temps pour les calculs ODS1R (-⊡-) et ODS2R (-▲-)

6.2.4.4 Boule de feu

Le champ de fraction massique de OH permet de suivre les zones de recombustion (*cf.* paragraphe 4.4.6.4 page 171). Le champ à $t = 3{,}5$ ms est présenté sur la figure 6.12. Le jet

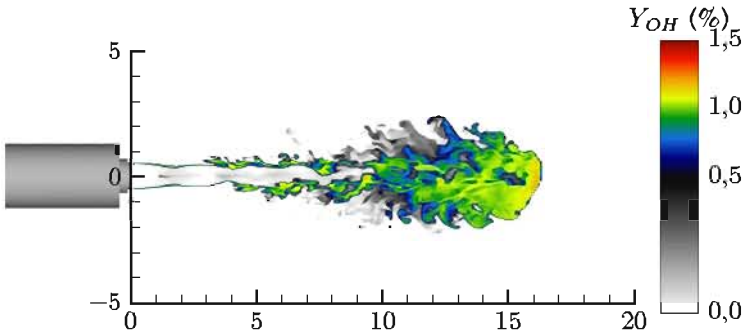


FIGURE 6.12 – Fraction massique de OH dans le plan vertical médian $y = 0$ à $t = 3{,}5$ ms

présente une boule de feu de gaz en recombustion, avec une forte concentration du radical OH, dont l'extrémité aval se situe à la position $x/D_j = 16{,}5$, et qui s'étend radialement sur une distance d'environ 3 D_j à partir de l'axe. La plus forte concentration est visible à l'extrémité aval, où le OH représente 1,2 % de la masse totale. La concentration maximale atteinte est similaire à celle atteinte dans le calcul ODS1R. La différence majeure entre les deux calculs concerne l'étendue de la zone en combustion. Sur la figure 4.32, le jet du calcul ODS1R s'étend déjà sur une vingtaine de diamètres au même instant, et pour une longueur de boule de feu similaire ($\approx 8\ D_j$).

La comparaison des calculs IR et du champ de fraction massique de OH du calcul ODS1R

a permis d'assimiler le rayonnement intense de la boule de feu à la recombustion. Le champ de fraction massique de OH dans le plan vertical médian des calculs ODS1R et ODS2R est donc comparé aux images IR expérimentales sur la figure 6.13. Le front du jet du calcul

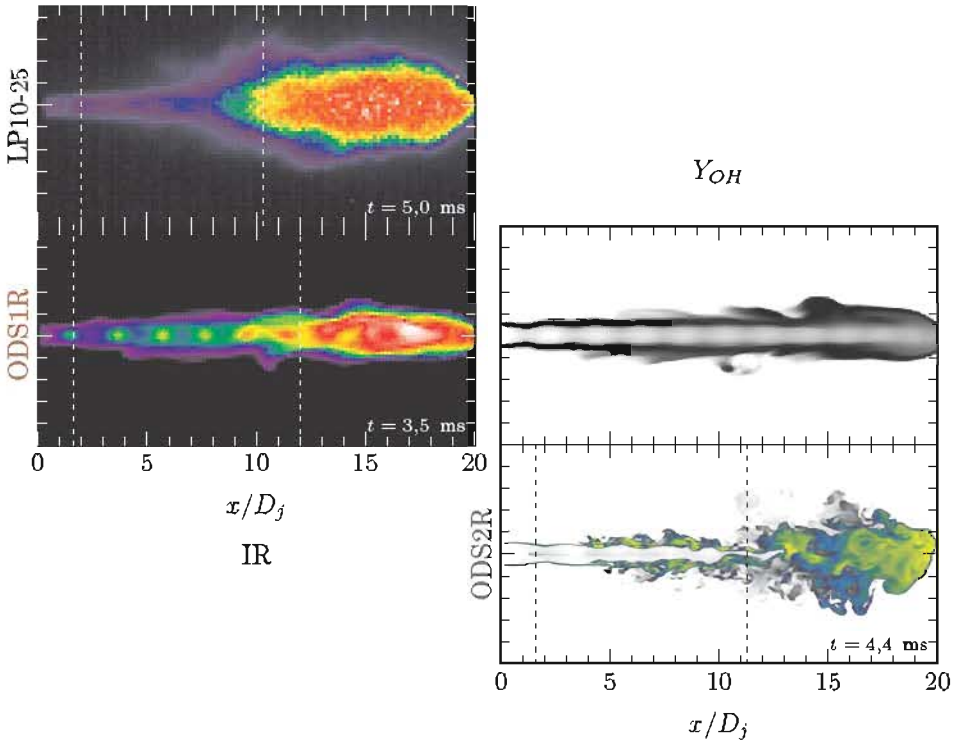


FIGURE 6.13 – Image IR du jet LP10-25 à $t = 5{,}0$ ms et fraction massique de OH dans le plan vertical médian $y = 0$ à $t = 3{,}5$ ms pour le calcul ODS1R et à $t = 4{,}4$ ms pour la simulation ODS2R

ODS1R atteint la position x/D_j en 3,5 ms quand il faut 5 ms pour le jet expérimental et 4,4 ms pour le jet du calcul ODS2R. L'annexe D indique qu'à une distance de $x/D_j = 10$, le fait de prendre en compte la dépression dans la condition de pression appliquée à la limite *entrée* induit un retard du jet d'environ 0,2 ms par rapport à la condition utilisée dans les calculs ODS2R et ODS1R. Ainsi, quand le jet expérimental met 5 ms pour atteindre la position $x/D_j = 10$, un jet dont la condition aux limites ne prend pas en compte la dépression doit mettre environ 4,8 ms. Pour atteindre la limite aval de la zone observée par la caméra, $x/D_j = 20$, l'écart augmente certainement. Finalement, le calcul ODS2R met 0,6 ms de moins que le jet expérimental, ce qui semble plus raisonnable que l'avance de 1,5 ms obtenue lors du calcul ODS1R.

La boule de feu observée et celle simulée dans le calcul ODS2R sont de longueurs quasi identiques, avec 9,7 et 8,7 D_j respectivement. Aussi, leur largeurs sont très proches, avec des rayons de l'ordre de 3 D_j. La meilleure résolution de la turbulence a permis de simuler le développement du jet à la bonne vitesse, avec une ouverture plus conforme à ce qui est

observé sur les images IR. La position du front est relevée sur chaque image expérimentale et pour chaque instant des deux calculs ODS1R et ODS2R, et est tracée sur la figure 6.14. Le jet du calcul ODS2R suit bien un développement similaire au jet expérimental, alors

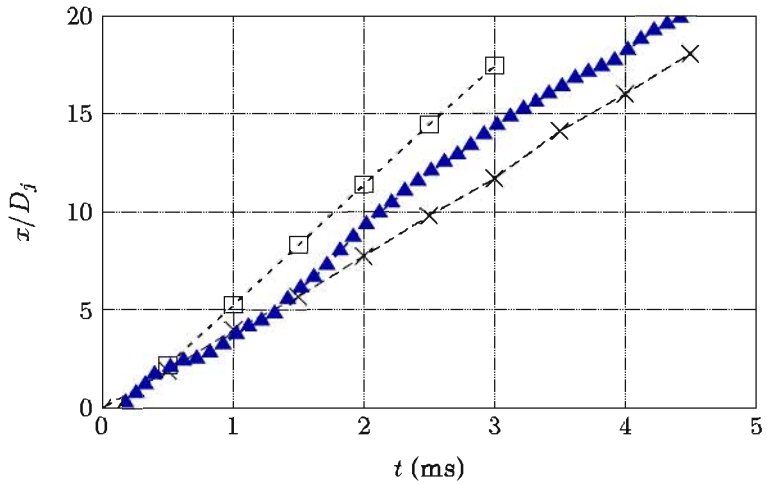


FIGURE 6.14 – Évolution temporelle de la position du front du jet à partir des images IR expérimentales (-✕-), et de la fraction massique de OH des simulations ODS1R (-⊡-) et ODS2R (-▲-)

que le jet du calcul ODS1R présente une pente de coefficient directeur bien plus important.

La méthode mise en œuvre a permis de modéliser de manière très satisfaisante le développement du jet et son interaction avec l'ODS.

6.3 Conclusion

L'approche hybride appliquée au cas de l'ODS n'a pas permis de calculer de manière satisfaisante la propagation de l'ODS. En effet, la méthode de propagation linéaire n'a pas pu traduire les coalescences et annulations d'ondes dues aux différences de vitesse de propagation. Cependant, ce calcul a permis de simuler correctement le champ proche et la génération de l'ODS. En particulier, il a été montré que la turbulence jouait un rôle essentiel sur le développement du jet, qui est responsable de la formation de l'ODS par effet piston. Le calcul ODS2R reproduit le développement expérimental de manière satisfaisante, comme le montre la comparaison avec les images IR expérimentales. Ainsi, par rapport au calcul ODS1R, le calcul ODS2R a permis de diminuer la vitesse de développement du jet d'atténuer son impact sur l'ODS jusqu'à un niveau plus proche de l'expérience. La conséquence principale est que l'ODS n'est

en contact avec le jet que durant les trois premières millisecondes. L'ODS maintient dans ce cas une forme elliptique avec le grand axe orienté perpendiculairement à l'axe du jet, à l'inverse de ce qui est observé dans le calcul ODS1R. Enfin, la résolution fine du champ proche a conservé un comportement similaire aux calculs ODS1R et ODS1I pendant les tous premiers instants (< 1 ms), correspondant à la génération de l'ODS. Ce calcul confirme donc les résultats du chapitre 4 quant aux mécanismes de génération de l'ODS. Cependant, il atténue l'importance de l'interaction du jet et de l'ODS mentionnée en conclusion du chapitre 4. L'interaction s'effectue sur une période plus courte, et pendant le développement de la boule de feu. Une fois cette dernière générée, à $t \approx 3$ ms, le jet se développe moins rapidement et l'ODS se détache du front de jet.

Conclusion

L'environnement acoustique d'un petit moteur à propergol solide, à savoir l'onde de souffle (ODS) générée pendant le transitoire de montée en pression de la chambre ainsi que le bruit du jet supersonique chaud non adapté, a été étudié à l'aide d'outils de simulation numérique. L'observation des relevés expérimentaux de pression indique qu'il y a certainement lors des tous premiers instants, une interaction entre les grosses structures turbulentes du jet supersonique se développant et l'ODS. De ce fait, le calcul de l'ODS est abordé par une approche directe, au travers d'une LES reproduisant sa génération et son transport jusqu'aux capteurs expérimentaux. Deux simulations ont ainsi été réalisées, l'une mettant en œuvre un schéma cinétique afin de prendre en compte la recombustion des produits de combustion de gaz de propergol avec l'air ambiant, et l'autre ne considérant que des espèces inertes. Un assez bon accord est obtenu avec les mesures lorsque la combustion est prise en compte, le cas inerte sous-estimant l'amplitude de l'ODS. L'étude des données issues des LES a permis d'identifier les mécanismes à l'origine de la génération de l'ODS. Celle-ci est engendrée par le front du jet supersonique qui se développe en émettant des ondes de pression vers l'aval. À mesure que la pression dans la chambre augmente, le jet accélère et l'ODS est alors créée par effet piston durant les trois millisecondes suivant la rupture de l'opercule. Par la suite, l'interaction du jet et de l'ODS a été démontrée ; celle-ci est renforcée dans le cas réactif. Il était attendu que seules les structures turbulentes de grandes dimensions aient un rôle dans cette interaction. Cependant, la sous résolution de la turbulence du jet a des effets significatifs sur l'accélération de son développement, en particulier en diminuant le mélange et en augmentant la longueur du cône potentiel. En conséquence, une approche hybride, permettant de calculer un spectre plus étendu de structures turbulentes, est adoptée. Cette dernière, mettant en œuvre une LES du champ aérodynamique puis la résolution des équations de Ffowcs Williams & Hawkings pour calculer le rayonnement en champ lointain est tout d'abord appliquée à l'évaluation du bruit de jet supersonique sur-détendu chaud, riche en perturbations hautes fréquences. Celui-ci est caractérisé par un nombre de Mach de sortie de 3,17 et un nombre de Reynolds de $5.\ 10^5$. Une approche à deux espèces a cette fois été retenue, afin de prendre en compte les caractéristiques thermodynamiques des gaz en jeu, sans toutefois modéliser la post-combustion. Le champ aérodynamique moyen est en bon accord avec les mesures de la littérature, en particulier le développement de la couche limite et les fluctuations de vitesse axiale, radiale et azimutale le long de l'axe de jet. La présence du sol a un effet sur les profils radiaux de vitesse longitudinale. Il s'avère nécessaire de prendre en compte les réflexions acoustiques sur le sol pour le rayonnement dans les directions 30° à 50°. À 20°,

le calcul ne permet pas de retrouver le très fort niveau de bruit. La surface d'intégration de Ffowcs Williams & Hawkings est cependant ouverte sur l'axe à son extrémité aval et les effets non linéaires ne sont pas pris en compte dans la propagation. Les bons résultats aérodynamiques obtenus confirment que la méthodologie choisie permet de calculer un développement du jet supersonique conforme aux observations expérimentales, et est donc appliqué à l'ODS. Cependant, le signal rayonné en champ lointain ne ressemble pas à celui d'une ODS typique : par exemple, la dépression caractéristique qui intervient juste après le front de l'onde n'est pas rayonnée dans plusieurs directions. Il apparaît donc que la propagation de l'ODS est essentiellement non linéaire, ce que les équations de Ffowcs Williams & Hawkings ne prennent pas en compte. En revanche, ce calcul finement résolu du jet permet de confirmer une partie des résultats avancés lors du calcul par approche directe : les mécanismes de génération de l'ODS sont retrouvés et l'interaction du jet avec l'onde est de nouveau observée, mais d'une manière bien moins importante. Notamment, le développement du jet supersonique est maintenant semblable à celui observé sur les images IR. Plus particulièrement, le jet interagit avec l'ODS sur une durée de 2 à 3 ms et une distance de 15 D_j, contre 10 ms et 50 Dj lors du calcul initial. La conséquence sur la forme du front est significative. Afin de calculer correctement le phénomène d'ODS dans une configuration de jet libre représentative, il s'avère important de prendre en compte la turbulence à un niveau assez fin, contrairement aux simulations de la littérature résolvant principalement les équations d'Euler.

Perspectives

L'approche hybride appliquée au calcul de l'ODS n'a pas permis de calculer le rayonnement acoustique en champ lointain, malgré des résultats aérodynamiques en champ proche qui se comparent bien aux données expérimentales. Ainsi, il serait souhaitable de réaliser un calcul de l'ODS par approche directe avec une résolution du champ proche similaire à celle du calcul hybride effectué dans cette thèse. Néanmoins, devant le coût CPU important pressenti, il est envisagé d'appliquer un autre opérateur de rayonnement à la suite du calcul du champ proche par LES, par exemple en couplant ce dernier à un code résolvant les équations d'Euler non linéaires. L'intérêt par rapport à une approche directe est qu'il est alors possible de passer à un environnement mono-espèce, sur un maillage adapté à la propagation des ondes acoustiques, réduisant grandement le coût CPU de la propagation de l'ODS en champ lointain. Un couplage entre les codes Cedre et Space, en développement à l'Onera, ou Cedre/Cedre, devrait permettre de réaliser ce type de calcul. Par ailleurs, le futur lanceur européen Ariane 6 devrait être équipé essentiellement de moteurs à propergol solide. Afin de diminuer les contraintes sur le lanceur au décollage, il est important de

déterminer avec précision les paramètres qui influencent l'amplitude et la durée de l'ODS. La recombustion a un effet non négligeable sur l'amplitude. Le taux de montée en pression est aussi désigné dans la littérature comme facteur de premier ordre quant à l'amplitude. Le mécanisme de génération de l'ODS par effet piston du jet en développement, identifié dans cette thèse, confirme son influence. Cependant, la loi entre le taux de montée en pression et l'amplitude de l'ODS n'est pas complètement déterminée. Ainsi, en s'appuyant sur la base d'essais existants, une étude numérique complémentaire serait pertinente. Par exemple, en faisant varier les taux de montée en pression, il devrait être possible de déterminer une telle loi. Enfin, cette thèse a porté sur le cas d'un jet libre en présence d'un sol. Pour la suite, il serait intéressant d'adapter la méthodologie décrite dans ce manuscrit afin de réaliser le calcul d'un jet confiné dans un carneau, permettant ainsi de déterminer précisément la part de l'ODS transférée directement au lanceur (IOP) et la part transmise dans le carneau (DOP).

ANNEXE A

Cas test de propagation

Cette annexe présente les calculs réalisés afin de déterminer les performances de différents schémas de flux Euler ainsi que de diverses méthodes d'intégration temporelle dans le cadre de la propagation d'ondes acoustiques. La première section présente les outils mis en œuvre pour caractériser le comportement des schémas lors des calculs. La seconde partie traite des cas test de propagation d'onde acoustique plane dans un cas 2D plan. La troisième partie est consacrée à la propagation d'une onde sphérique en trois dimensions.

A.1 Approximation par la méthode des moindres carrés

Le signal de pression enregistré sur les capteurs numériques est approché par une fonction cosinus $p(x,t)$ à l'aide d'une méthode de moindres carrés afin de déterminer le mieux possible l'amplitude $A(x)$, la fréquence ω, le nombre d'onde k et la phase φ pour chaque capteur :

$$p(x,t) = A(x)\cos(\omega t - kx + \varphi) + W \tag{A.1}$$

où W correspond à un décalage éventuel en amplitude par rapport à la pression initiale.
À une position donnée, les quantités $\varphi' = -kx + \varphi$ et $A(x) = A_0 e^{-\alpha x/\lambda}$ sont constantes, où α est la décroissance du signal par longueur d'onde λ et A_0 l'amplitude au point d'injection.
L'équation (A.1) s'écrit alors :

$$p(t) = A\cos(\omega t + \varphi') + W \tag{A.2}$$

Pour chaque capteur, la partie non établie du signal est éliminée : soit n le nombre d'instants retenus.
La méthode des moindres carrées est itérative : à partir de valeurs initiales arbitraires des 4 paramètres A, ω, φ' et W, l'erreur quadratique à l'itération courante $(m-1)$ est calculée par l'équation :

$$E = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon(i)^2 \tag{A.3}$$

$$\text{où} \quad \varepsilon(i) = p(i) - A\cos\left(\omega\, t(i) + \varphi'\right) - W \tag{A.4}$$

Si l'erreur est suffisamment petite, le vecteur d'erreurs ε peut être linéarisé par un vecteur $\mathrm{d}\varepsilon$. En notant $\mathrm{d}\boldsymbol{X} = (\mathrm{d}A,\mathrm{d}\omega,\mathrm{d}\varphi',\mathrm{d}W)^T$, il arrive :

$$\mathrm{d}\varepsilon = \frac{\partial \varepsilon}{\partial X}\mathrm{d}\boldsymbol{X} = \mathcal{J} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{X} \tag{A.5}$$

où $\mathcal{J}$ est la matrice jacobienne de dimension $(n,4)$ de l'erreur, qui est définie par :

$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varepsilon}{\partial A}\Big|_1 \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega}\Big|_1 \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi'}\Big|_1 \frac{\partial \varepsilon}{\partial W}\Big|_1 \\ \ddots \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial A}\Big|_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega}\Big|_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi'}\Big|_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial W}\Big|_i \\ \ddots \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial A}\Big|_n \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega}\Big|_n \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi'}\Big|_n \frac{\partial \varepsilon}{\partial W}\Big|_n \end{pmatrix} \tag{A.6}$$

Avec :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \varepsilon}{\partial A} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi'} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial W} \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} -\cos(\omega\, t(i) + \varphi') \\ At(i)\sin(\omega\, t(i) + \varphi') \\ A\sin(\omega\, t(i) + \varphi') \\ -1 \end{Bmatrix} \tag{A.7}$$

Le vecteur $\mathrm{d}\boldsymbol{X}$ des inconnues est alors obtenu par la relation :

$$\begin{pmatrix} \mathrm{d}A \\ \mathrm{d}\omega \\ \mathrm{d}\varphi' \\ \mathrm{d}W \end{pmatrix} = (\mathcal{J}^T\mathcal{J})^{-1}(\mathcal{J}^T) \begin{pmatrix} \mathrm{d}\varepsilon\big|_1 \\ \vdots \\ \mathrm{d}\varepsilon\big|_i \\ \vdots \\ \mathrm{d}\varepsilon\big|_n \end{pmatrix} \tag{A.8}$$

Finalement, les paramètres sont réévalués pour l'itération n par la relation :

$$\begin{pmatrix} A \\ \omega \\ \varphi' \\ W \end{pmatrix}_n = \begin{pmatrix} A \\ \omega \\ \varphi' \\ W \end{pmatrix}_{n-1} + \begin{pmatrix} \mathrm{d}A \\ \mathrm{d}\omega \\ \mathrm{d}\varphi' \\ \mathrm{d}W \end{pmatrix} \tag{A.9}$$

Le processus itératif est arrêté quand l'erreur E est suffisamment petite ou que les changement entre deux itérations ne sont pas significatifs. Quand l'erreur est suffisamment faible, on considère avoir déterminé les paramètres permettant d'obtenir la fonction la plus proche possible des points de mesure.

Cette méthode nécessite toutefois de donner des valeurs initiales *a priori* pour les para-

mètres A, ω, φ' et W assez proches des valeurs finales.

A.2 Cas test de propagation d'une onde acoustique plane

A.2.1 Présentation du cas test

Trois schémas de flux Euler sont évalués dans cette annexe :

- le schéma de Roe ;
- le schéma AUSM+Up ;
- le schéma HLLC.

Par ailleurs, trois schémas d'intégration temporelle sont associés aux schémas de flux :

- le schéma de Runge Kutta d'ordre 2 explicite (noté *RK2*) sert de référence ;
- implicite un pas (noté *Euler*) ;
- implicite Runge Kutta d'ordre 2 (noté *RKi2*).

Pour évaluer leurs performances, ces différentes familles de schémas sont mises en œuvre dans un calcul de propagation d'une onde acoustique plane. Pour cela, un domaine de calcul est créé représentant un canal. Des conditions de symétrie sont imposées aux limites supérieures et inférieures. Trois types de maillage sont considérés :

- un maillage cartésien, dont les centres de face appartiennent au segment reliant les centres de gravité des cellules adjacentes, et pour lequel les flux ne sont pas projetés sur le segment ;
- un maillage de triangles réguliers, dont les centres de face sont aussi situés sur les segments reliant les centres de gravité des cellules, mais les flux ne sont pas nécessairement orientés dans les direction x ou y ;
- un maillage de polygones quelconques, le dual d'un maillage composé de triangles non réguliers, qui est représentatif des maillages utilisés dans des configurations complexes. Les centres de face ne se situent plus sur les segments reliant les centres de gravité, et le flux est alors interpolé.

Une portion de chacun des trois maillages est représentée sur la figure A.1, avec en haut le maillage cartésien, au milieu le maillage de triangles et en bas le maillage de polygones. Les tailles de mailles Δ au sens de Cedre (*cf.* équation (3.40)) sont :

- cartésien : tous les éléments ont une taille identique $\Delta = 29{,}5$ mm ;
- triangles : taille identique, $\Delta = 30{,}3$ mm ;
- polygones : les tailles sont variées, de moyenne $< \Delta >= 29{,}8$ mm et d'écart-type $\sqrt{\sigma} = 5{,}9$ mm.

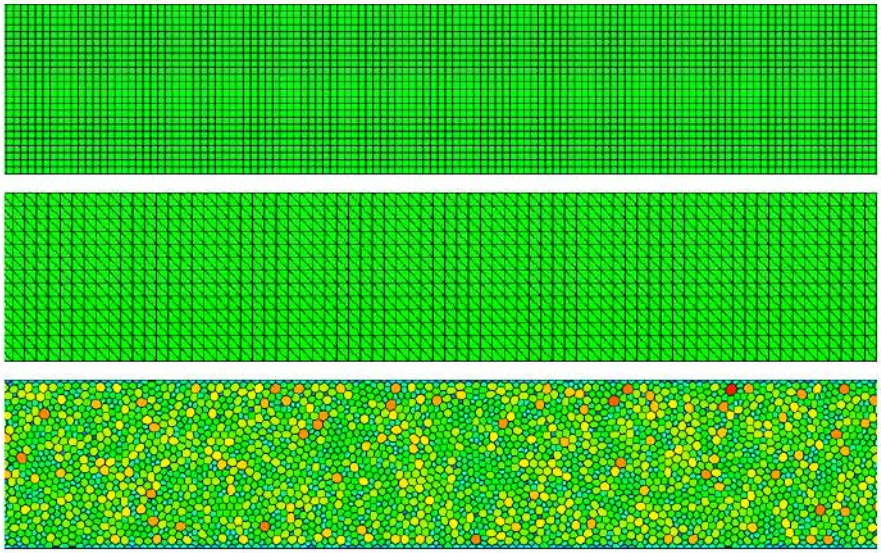


FIGURE A.1 – Détails des maillages du cas test. *Haut* : cartésien ; *milieu* : triangle régulier ; *Haut* : polygones quelconques

A.2.2 Mise en donnée

Le cas test consiste à générer une onde acoustique plane au centre du maillage, qui se propagera de part et d'autre.

A.2.2.1 Termes sources

Pour cela, des termes sources de masse et d'énergie, dont l'amplitude est une fonction du temps, sont insérés dans certaines cellules du calcul. La source de masse $\dot{m} = f(t) * m_0$ suit une fonction $f(t) = cos(\omega t)$, où m_0 est la quantité de masse volumique définie arbitrairement à 1 kg.s^{-1}.m^{-3}. En ajoutant de la masse, de l'énergie est injectée dans le système. L'énergie par unité de masse s'écrit :

$$e = h_{ref} + \frac{C_p}{\mathcal{M}}(T_s - T_{s_{ref}}) + \frac{v^2}{2} \tag{A.10}$$

où h_{ref} est l'enthalpie de formation du fluide utilisé pour la simulation, $T_{s_{ref}}$ sa température de référence, C_p sa capacité calorifique molaire à pression constante et $\mathcal{M}$ sa masse molaire. T_s est la température (statique) du fluide éjecté par la source à la vitesse v. Les valeurs

utilisées pour l'air sont :

$$T_{s_{ref}} = 0 \text{ K} \tag{A.11}$$

$$h_{ref} = 0 \text{ J.kg}^{-1} \tag{A.12}$$

$$c_p = 29{,}0986 \text{ J.K}^{-1}\text{.mol}^{-1} \tag{A.13}$$

$$\mathcal{M} = 0{,}029 \text{ kg.mol}^{-1} \tag{A.14}$$

L'air est injecté à la température initiale du calcul, soit 300 K. L'énergie par unité de masse s'écrit alors :

$$e = 0 + \frac{C_p}{\mathcal{M}}(T_s - 0) + 0 = 301020 \text{ J.kg}^{-1} \tag{A.15}$$

Il ne reste qu'à moduler la fonction $f(t)$ pour changer la longueur d'onde de la perturbation injectée.

A.2.2.2 Paramètres des tests

Les calculs sont menés à différents nombre de points par longueur d'onde (PPW pour *Point Per Wavelength*), qui représente le nombre de cellules contenues dans une longueur d'onde de la perturbation considérée. La fréquence ω de la perturbation est ajustée en fonction du nombre de PPW désiré :

$$\omega = \frac{2\pi c_\infty}{\Delta \text{PPW}} \tag{A.16}$$

Par ailleurs, pour les calculs avec le schéma d'intégration temporelle explicite, différents CFL sont testés pour chaque nombre de PPW. Le CFL est calculé comme un CFL acoustique, *i.e.* $CFL = c\Delta t/\Delta x$, où Δt est le pas de temps et c la vitesse du son dans l'écoulement.

A.2.3 Traitement des données de sortie de calcul

A.2.3.1 Capteurs

Les historiques de pression sont récupérés par le biais de capteurs numériques placés le long de l'axe x. La figure A.2 répertorie leur distance à l'origine. Les numéros pairs désignent des capteurs disposés dans la direction $+x$, et les impairs $-x$.

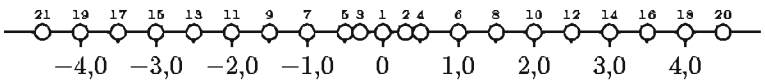


FIGURE A.2 – Position des capteurs numériques

A.2.4 Exploitation des résultats

Chaque calcul est évalué selon son erreur en amplitude (amortissement) et son erreur en phase (vitesse de propagation de l'onde). Les valeurs obtenues des paramètres A et φ' sont fonctions de x. En considérant que le signal s'amortit de manière exponentielle :

$$A(x) = A_0 e^{-\alpha x/\lambda} \tag{A.17}$$

l'amortissement par longueur d'onde α s'écrit alors :

$$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{A(i)}{A(i+1)}\right)}{(x(i+1) - x(i))}\lambda \tag{A.18}$$

α permet d'évaluer de combien l'onde s'amortit à chaque fois qu'elle parcourt une longueur d'onde. Un schéma avec $\alpha = 1$ multiplie l'amplitude de l'onde par $e^{-1} = 0{,}367$ à chaque longueur d'onde : il ne reste plus que 1,8 pourcent au bout de 4 longueurs d'onde. L'erreur de phase est évaluée à partir de la fréquence du signal et de la phase du signal obtenue par la méthode des moindres carrés :

$$\varphi(x_i) = \varphi(0) + x_i \frac{\omega}{c} \tag{A.19}$$

ce qui permet d'obtenir l'erreur sur la célérité de l'onde c.

Dans certains cas, l'amortissement du signal est tel que les capteurs les plus éloignés ne perçoivent plus aucune perturbation. Le calcul de l'erreur de phase et du coefficient d'amortissement est alors réalisé sur la plus grande distance possible.

A.2.5 Résultats

Les résultats des cas test sont maintenant présentés. Le choix du schéma de flux se fera sur un critère de précision mais aussi de temps de calcul.

A.2.5.1 Maillage cartésien

Cette partie présente les résultats en terme d'amortissement et de vitesse de propagation des ondes pour chacun des calculs sur le maillage cartésien.

Roe L'ensemble des résultats est reporté dans le tableau A.1. Les calculs utilisant le schéma *RK2* à $CFL = 0{,}5$ ont conduit à une solution non physique, où la pression augmente de manière exponentielle. Il apparaît que le critère de CFL pour le schéma *Roe* soit effectivement inférieur à 0,5. Le schéma implicite une étape conduit à la prévision d'une vi-

Implicite					Implicite 2 pas				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	1,6347	343,71	341,2	0,4874	10	0,5353	356,75	672,7	0,9610
20	0,6311	343,02	352,2	0,5031	20	0,0924	350,50	681,6	0,9737
30	0,3974	345,20	336,8	0,4811	30	0,0291	349,08	698,7	0,9982
40	0,2921	346,09	336,1	0,4802	40	0,0126	348,24	678,5	0,9693
50	0,2323	346,54	339,8	0,4855	50	0,0071	348,05	690,3	0,9862
100	0,1147	347,08	345,1	0,4929	100	0,0024	348,28	679,8	0,9711

Explicite CFL=0,2					Explicite CFL=0,3				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,3975	352,16	462,8	0,2284	10	0,3978	353,18	308,0	0,2280
20	0,0757	348,62	461,5	0,2278	20	0,0767	348,79	307,3	0,2274
30	0,0241	348,60	462,3	0,2282	30	0,0246	348,65	308,5	0,2283
40	0,0089	347,49	460,5	0,2273	40	0,0090	347,57	307,9	0,2279
50	0,0051	347,82	460,5	0,2273	50	0,0051	347,81	307,1	0,2273
100	0,0007	347,43	462,2	0,2281	100	0,0007	347,44	307,5	0,2276

Explicite CFL=0,4				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,3958	354,23	230,4	0,2274
20	0,0782	349,02	232,0	0,2290
30	0,0255	348,71	230,7	0,2278
40	0,0094	347,65	231,0	0,2281
50	0,0052	347,86	230,5	0,2276
100	0,0007	347,46	230,3	0,2274

TABLE A.1 – Maillage cartésien, schéma des flux Euler *Roe*

tesse de déplacement de l'onde inférieure à la vitesse du son dans le milieu ambiant lorsque le nombre de PPW est faible, alors que le schéma implicite deux pas la surestime. Les deux schémas convergent vers une vitesse du son très proche de la vitesse dans le milieu ambiant à mesure que le nombre de PPW devient élevé.

AUSM+Up L'ensemble des résultats est reporté dans le tableau A.2. Les calculs avec le schéma d'intégration temporelle *RK2* à $CFL = 0{,}4$ et 0,5 ont divergé. Le critère de

Implicite					Implicite 2 pas				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	1,6434	337,46	347,2	0,4960	10	0,5313	350,52	674,9	0,9641
20	0,6279	342,53	341,6	0,4880	20	0,0963	349,81	694,5	0,9922
30	0,3941	345,11	344,6	0,4923	30	0,0284	349,10	706,1	1,0088
40	0,2903	346,07	347,6	0,4966	40	0,0116	348,28	710,8	1,0154
50	0,2310	346,53	345,4	0,4935	50	0,0058	348,00	691,5	0,9879
100	0,1140	347,09	345,5	0,4935	100	0,0007	347,83	688,0	0,9828

Explicite CFL=0,2					Explicite CFL=0,3				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,3686	346,90	458,5	0,2263	10	0,3612	347,76	306,2	0,2267
20	0,0689	348,80	467,1	0,2306	20	0,0694	348,92	305,7	0,2263
30	0,0208	348,71	462,9	0,2285	30	0,0212	348,68	307,5	0,2276
40	0,0072	347,56	457,5	0,2258	40	0,0073	347,65	306,9	0,2272
50	0,0040	347,74	460,3	0,2272	50	0,0040	347,77	304,7	0,2255
100	0,0000	347,49	456,5	0,2253	100	0,0000	347,50	306,9	0,2271

TABLE A.2 – Maillage cartésien, schéma des flux Euler *AUSM+Up*

CFL associé au schéma hybride *AUSM+Up* sur maillage régulier est donc plutôt de l'ordre de 0,3 $\sim$ 0,4. D'une manière générale, il est plus précis que le schéma *Roe*, pour un coût sensiblement équivalent.

HLLC L'ensemble des résultats est reporté dans le tableau A.3. Encore une fois, les

Implicite					Implicite 2 pas				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	1,6347	343,71	382,5	0,5464	10	0,5353	356,75	775,9	1,1084
20	0,6311	343,02	389,7	0,5567	20	0,0924	350,50	787,5	1,1250
30	0,3974	345,20	394,0	0,5628	30	0,0291	349,08	792,4	1,1320
40	0,2921	346,09	394,7	0,5639	40	0,0126	348,24	787,6	1,1251
50	0,2323	346,54	382,1	0,5458	50	0,0071	348,05	795,8	1,1369
100	0,1147	347,08	388,6	0,5552	100	0,0011	347,44	783,4	1,1191

Explicite CFL=0,2					Explicite CFL=0,3				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,3975	352,16	512,7	0,2530	10	0,3978	353,18	343,1	0,2540
20	0,0757	348,62	517,1	0,2552	20	0,0767	348,79	343,4	0,2542
30	0,0241	348,60	515,3	0,2543	30	0,0246	348,65	343,3	0,2541
40	0,0089	347,49	514,1	0,2537	40	0,0090	347,57	344,4	0,2550
50	0,0051	347,82	514,1	0,2537	50	0,0051	347,81	343,5	0,2542
100	0,0007	347,43	512,0	0,2527	100	0,0007	347,44	346,7	0,2567

Explicite CFL=0,4				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,3958	354,23	260,8	0,2575
20	0,0782	349,02	261,8	0,2585
30	0,0255	348,71	258,5	0,2552
40	0,0094	347,65	257,3	0,2540
50	0,0052	347,86	256,2	0,2529
100	0,0007	347,46	257,8	0,2545

TABLE A.3 – Maillage cartésien, schéma des flux Euler *HLLC*

calculs avec le schéma d'intégration temporelle *RK2* à CFL=0,5 n'ont pas conservé de solu-

tion physique, et les résultats ne sont donc pas présentés. Le critère de CFL se situe aux alentours de 0,4. La précision de ce schéma est identique à celui de *Roe*, et ce pour un coût très légèrement supérieur.

A.2.5.2 Maillage composé de triangles

Cette partie présente l'amortissement et la célérité des ondes obtenus pour chacun des calculs sur le maillage composé de triangles réguliers.

Roe L'ensemble des résultats est reporté dans le tableau A.4. L'ensemble des calculs a transporté l'onde acoustique de manière satisfaisante, même avec l'intégration temporelle explicite et pour CFL=0,5. Une explication possible tient dans le fait que sur ce maillage, le schéma *Roe* est plus dissipatif.

Implicite					Implicite 2 pas				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	1,6062	338,03	215,4	0,3077	10	0,4402	350,97	414,8	0,5925
20	0,6591	342,78	210,9	0,3013	20	0,0969	349,08	409,7	0,5853
30	0,4185	344,35	219,4	0,3134	30	0,0407	347,47	409,3	0,5847
40	0,3066	345,22	205,5	0,2935	40	0,0225	347,01	415,0	0,5929
50	0,2436	345,66	205,1	0,2930	50	0,0160	347,10	415,2	0,5932
100	0,1200	346,16	205,9	0,2941	100	0,0070	347,17	412,1	0,5887

Explicite CFL=0,2					Explicite CFL=0,3				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,2558	349,35	287,0	0,1417	10	0,2620	350,49	192,4	0,1424
20	0,0525	347,11	287,4	0,1419	20	0,0568	347,55	190,0	0,1406
30	0,0217	347,07	289,4	0,1429	30	0,0237	347,15	191,7	0,1419
40	0,0104	346,47	285,5	0,1409	40	0,0118	346,57	191,1	0,1414
50	0,0078	346,55	286,3	0,1413	50	0,0089	346,58	191,6	0,1418
100	0,0027	346,40	287,5	0,1419	100	0,0032	346,41	191,3	0,1416

Explicite CFL=0,4					Explicite CFL=0,5				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,2678	352,12	144,4	0,1425	10	0,2763	354,27	115,0	0,1418
20	0,0620	347,90	143,5	0,1416	20	0,0685	348,27	115,1	0,1419
30	0,0262	346,87	143,1	0,1412	30	0,0290	346,89	114,8	0,1416
40	0,0141	346,94	142,9	0,1410	40	0,0160	347,04	115,0	0,1417
50	0,0097	346,52	143,4	0,1415	50	0,0115	346,61	115,0	0,1418
100	0,0039	346,44	142,0	0,1402	100	0,0046	346,35	115,4	0,1423

TABLE A.4 – Maillage triangle, schéma des flux Euler *Roe*

AUSM+Up L'ensemble des résultats est reporté dans le tableau A.5. Cette fois-ci, le

Implicite					Implicite 2 pas				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	1,5938	333,51	210,0	0,3000	10	0,3947	348,65	408,4	0,5835
20	0,6546	341,86	208,3	0,2976	20	0,0984	348,42	409,0	0,5843
30	0,4194	344,00	208,9	0,2985	30	0,0457	347,42	411,0	0,5872
40	0,3085	345,05	206,9	0,2956	40	0,0262	346,84	408,0	0,5829
50	0,2452	345,56	209,7	0,2996	50	0,0180	346,61	411,0	0,5872
100	0,1202	346,17	207,3	0,2961	100	0,0074	347,29	408,1	0,5830

Explicite CFL=0,2					Explicite CFL=0,3				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,2334	348,44	283,7	0,1400	10	0,2392	349,43	188,9	0,1398
20	0,0816	346,48	283,2	0,1398	20	0,0832	347,25	187,8	0,1390
30	0,0320	347,27	284,1	0,1402	30	0,0329	346,69	190,3	0,1409
40	0,0175	346,97	283,1	0,1397	40	0,0179	347,08	187,8	0,1390
50	0,0111	346,68	282,1	0,1392	50	0,0116	346,73	188,4	0,1395
100	0,0035	346,47	281,1	0,1388	100	0,0038	346,49	187,6	0,1389

TABLE A.5 – Maillage triangle, schéma des flux Euler *AUSM+Up*

schéma explicite a systématiquement divergé pour CFL $>$ 0,4. Le maillage composé de triangles amortit plus l'onde.

HLLC L'ensemble des résultats est reporté dans le tableau A.6. Tous les calculs menés avec le schéma d'intégration temporelle explicite ont fourni une solution physique. Le schéma *HLLC* est plus précis que le schéma *AUSM+Up* pour un coût légèrement supérieur.

Implicite					Implicite 2 pas				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	1,6062	338,03	240,4	0,3434	10	0,4402	350,97	464,1	0,6630
20	0,6591	342,78	238,3	0,3405	20	0,0969	349,08	470,3	0,6718
30	0,4185	344,35	240,0	0,3428	30	0,0407	347,47	463,7	0,6625
40	0,3066	345,22	238,1	0,3401	40	0,0225	347,01	474,4	0,6778
50	0,2436	345,66	236,3	0,3376	50	0,0160	347,10	473,3	0,6761
100	0,1200	346,16	236,9	0,3384	100	0,0070	347,17	472,6	0,6752

Explicite CFL=0,2					Explicite CFL=0,3				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,2558	349,35	314,3	0,1552	10	0,2620	350,49	213,2	0,1578
20	0,0525	347,11	313,4	0,1547	20	0,0568	347,55	212,8	0,1575
30	0,0217	347,07	315,0	0,1555	30	0,0237	347,15	211,6	0,1566
40	0,0104	346,47	314,9	0,1554	40	0,0118	346,57	213,9	0,1583
50	0,0078	346,55	317,5	0,1567	50	0,0089	346,58	210,7	0,1560
100	0,0027	346,40	318,0	0,1570	100	0,0032	346,41	211,6	0,1566

Explicite CFL=0,4					Explicite CFL=0,5				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,2678	352,12	157,1	0,1551	10	0,2763	354,27	125,1	0,1543
20	0,0620	347,90	157,3	0,1553	20	0,0685	348,27	125,6	0,1549
30	0,0262	346,87	157,2	0,1552	30	0,0290	346,89	125,9	0,1553
40	0,0141	346,94	157,8	0,1558	40	0,0160	347,04	125,5	0,1547
50	0,0097	346,52	157,1	0,1551	50	0,0115	346,61	126,5	0,1560
100	0,0039	346,44	157,1	0,1550	100	0,0046	346,35	125,8	0,1552

TABLE A.6 – Maillage triangle, schéma des flux Euler *HLLC*

A.2.5.3 Maillage composé de polyèdres

Cette partie présente l'amortissement et la célérité des ondes obtenus pour chacun des calculs sur le maillage composé de polyèdres. Ce troisième type d'éléments est le plus proche des éléments typiques que l'on rencontrera lors de la création des maillages. En effet, les maillages utilisés sur la géométrie de l'étude sont composés d'éléments polyédriques généralisés, dont les centres de face ne se trouvent pas sur le segment reliant les centres de gravité des cellules. Le maillage présent est l'équivalent 2D de cette configuration et permet d'évaluer les performances des différents schémas dans des conditions réalistes.
Les cellules polyédriques ont en moyenne une taille similaire aux cellules du maillage cartésien, mais elles présentent un nombre de faces bien plus élevé. L'histogramme du nombre de faces par cellule est représenté sur la figure A.3. Or, de par l'approche volumes finis, le coût de calcul dépend du nombre de cellules pour les bilans et les termes sources, mais surtout du nombre de faces pour les calculs de flux. Un coût de calcul supérieur sur ce type d'éléments est attendu.

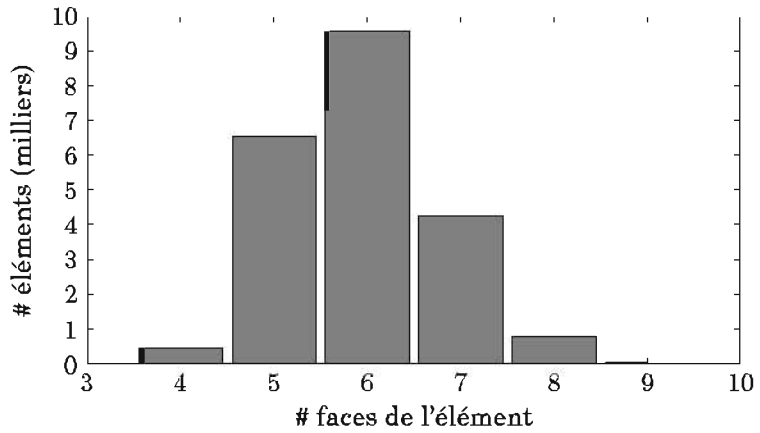


FIGURE A.3 – Histogramme du nombre de faces par cellule

Roe L'ensemble des résultats est reporté dans le tableau A.7. Les résultats sont proches de ceux obtenus avec le maillage cartésien, avec toutefois un amortissement légèrement inférieur. Le même critère de CFL est à respecter. Le coût est logiquement sensiblement supérieur.

Implicite					Implicite 2 pas				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	1,5885	341,74	544,4	0,7777	10	0,4817	352,80	1090,0	1,5572
20	0,6335	342,88	532,0	0,7600	20	0,0917	350,10	1118,0	1,5971
30	0,4007	344,76	558,9	0,7985	30	0,0295	348,46	1087,1	1,5529
40	0,2945	345,65	551,3	0,7875	40	0,0133	347,83	1127,4	1,6106
50	0,2340	346,09	540,8	0,7726	50	0,0080	347,66	1116,5	1,5950
100	0,1154	346,64	546,3	0,7804	100	0,0026	347,59	1105,6	1,5794

Explicite CFL=0,2					Explicite CFL=0,3				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,3497	351,22	726,3	0,3585	10	0,3498	351,97	487,8	0,3611
20	0,0749	348,30	732,4	0,3615	20	0,0761	348,45	486,6	0,3601
30	0,0229	347,48	734,0	0,3623	30	0,0233	347,55	487,3	0,3607
40	0,0098	347,55	728,4	0,3595	40	0,0098	347,60	484,9	0,3589
50	0,0056	347,23	730,2	0,3604	50	0,0056	347,24	485,9	0,3596
100	0,0013	346,96	729,2	0,3599	100	0,0012	346,92	485,9	0,3596

Explicite CFL=0,4				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,3485	353,27	366,8	0,3621
20	0,0777	348,68	361,7	0,3571
30	0,0240	347,60	362,1	0,3575
40	0,0100	347,58	364,5	0,3599
50	0,0057	347,30	364,9	0,3602
100	0,0012	346,93	362,6	0,3579

TABLE A.7 – Maillage polyédrique, schéma des flux Euler *Roe*

AUSM+Up L'ensemble des résultats est reporté dans le tableau A.8. Les résultats sont proches de ceux obtenus avec le maillage cartésien, avec toutefois un amortissement légè-

Implicite					Implicite 2 pas				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	1,5623	339,38	552,3	0,7890	10	0,4717	350,39	1097,3	1,5676
20	0,6285	342,68	533,8	0,7625	20	0,0896	349,89	1110,2	1,5860
30	0,4001	344,72	549,5	0,7850	30	0,0281	348,44	1078,3	1,5405
40	0,2948	345,63	576,2	0,8232	40	0,0128	347,80	1100,2	1,5718
50	0,2345	346,06	548,6	0,7837	50	0,0081	347,46	1115,7	1,5939
100	0,1159	346,63	549,3	0,7848	100	0,0018	346,95	1116,8	1,5955

Explicite CFL=0,2					Explicite CFL=0,3				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,3160	349,44	742,8	0,3666	10	0,3136	350,53	485,3	0,3592
20	0,0677	348,31	729,5	0,3601	20	0,0686	348,51	483,6	0,3580
30	0,0204	347,50	725,4	0,3581	30	0,0207	347,55	485,2	0,3591
40	0,0089	347,54	721,5	0,3561	40	0,0090	347,59	484,4	0,3586
50	0,0054	347,18	724,4	0,3575	50	0,0054	347,20	488,8	0,3618
100	0,0012	346,89	733,2	0,3619	100	0,0012	346,90	485,9	0,3597

TABLE A.8 – Maillage polyédrique, schéma des flux Euler *AUSM+Up*

rement supérieur, et donc une précision moindre. Le même critère de CFL est à respecter. Par ailleurs, le coût est sensiblement supérieur.

HLLC L'ensemble des résultats est reporté dans le tableau A.9. Le schéma de flux *HLLC*

Implicite					Implicite 2 pas				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	1,5885	341,74	595,1	0,8501	10	0,4817	352,80	1185,1	1,6930
20	0,6335	342,88	593,3	0,8476	20	0,0917	350,10	1181,2	1,6874
30	0,4007	344,76	591,0	0,8443	30	0,0295	348,46	1187,2	1,6960
40	0,2945	345,65	591,4	0,8449	40	0,0133	347,83	1432,6	2,0466
50	0,2340	346,09	590,8	0,8439	50	0,0079	347,48	1443,3	2,0619
100	0,1154	346,64	591,0	0,8443	100	0,0017	346,99	1510,2	2,1574

Explicite CFL=0,2					Explicite CFL=0,3				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)	PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,3497	351,22	808,6	0,3991	10	0,3498	351,97	534,7	0,3958
20	0,0749	348,30	811,2	0,4004	20	0,0761	348,45	535,3	0,3963
30	0,0229	347,48	809,2	0,3994	30	0,0233	347,55	534,5	0,3956
40	0,0098	347,55	809,5	0,3996	40	0,0098	347,60	543,9	0,4026
50	0,0056	347,23	800,9	0,3953	50	0,0056	347,24	535,3	0,3962
100	0,0013	346,96	800,8	0,3953	100	0,0012	346,92	541,9	0,4011

Explicite CFL=0,4				
PPW	α	c (m.s^{-1})	CPU (s)	t/ité (s)
10	0,3485	353,12	401,1	0,3960
20	0,0777	348,68	400,8	0,3957
30	0,0240	347,60	401,1	0,3959
40	0,0100	347,58	400,7	0,3955
50	0,0057	347,30	400,8	0,3957
100	0,0012	346,93	401,2	0,3960

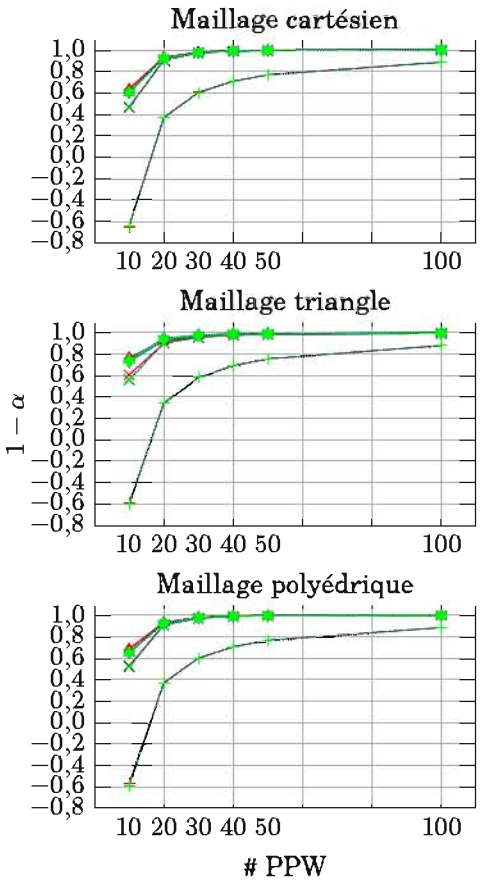
TABLE A.9 – Maillage polyédrique, schéma des flux Euler *HLLC*

atteint une précision comparable au schéma *AUSM+Up*, pour un coût supérieur. Les résul-

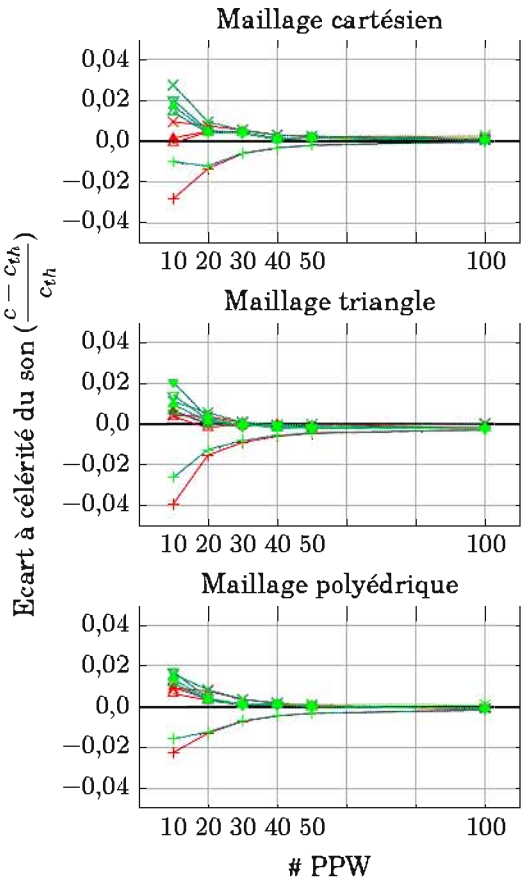
tats sont identiques à ceux obtenus avec le schéma de flux *Roe*.

A.2.5.4 Comparaisons

Afin de faciliter la lecture des tableaux précédents, une présentation graphique des résultats est proposée sur les figures A.4(a) et A.4(b). Les symboles représentent les schémas d'intégration temporelle, et lignes permettent de distinguer les schémas spatiaux. La figure A.4(a) concerne le facteur de transmission $1-\alpha$, et présente les résultats sur les trois maillages. Pour chacun d'eux, le facteur de transmission à 10 PPW pour le schéma temporel



(a) Amortissement $1-\alpha$ des schémas en fonction du nombre de PPW selon le type d'éléments du maillage



(b) Écart à la célérité du son en fonction du nombre de PPW selon le type d'éléments du maillage

FIGURE A.4 – Schémas : Implicite (+), Implicite 2 pas (×), Explicite $CFL = 0{,}2$ (△), Explicite $CFL = 0{,}3$ (▲), Explicite $CFL = 0{,}4$ (▽), Explicite $CFL = 0{,}5$ (▼), *Roe* (----) et *AUSM+Up* (——), *HLLC* (----)

implicite à une étape est négatif, ce qui signifie que l'onde est dissipée avant même d'avoir parcouru une fois sa longueur d'onde. Le schéma implicite 2 pas et les schémas explicites

ont des valeurs de transmission plus élevées. À 20 PPW, la transmission du schéma implicite est de 0,4. Elle est supérieure, pour tous les schémas d'intégration temporelle, sur le maillage composé de polyèdres.

Quelque soit le maillage, les schémas temporels de second ordre permettent une transmission supérieure à 0,9 dès 20 PPW. Le schéma implicite un pas quant à lui atteint ce même facteur pour 100 PPW. Cependant, il est deux fois moins coûteux que son homologue à deux étapes.

Concernant la vitesse de propagation (*cf.* figure A.4(b)), le schéma implicite d'ordre un se singularise aussi. Alors qu'il a tendance à sous-estimer la vitesse de propagation, les schémas du second ordre la surestiment. D'une manière générale, l'ensemble des schémas fournit une assez bonne prédiction de la vitesse du son : la pire estimation est obtenue avec le schéma implicite d'ordre 1, conjugué au schéma *AUSM+Up* à 10 PPW sur le maillage triangulaire et sous-estime de 4 % la célérité du son.

Pour les trois maillages, le schéma spatial *AUSM+Up* se distingue de ses homologues. Il semble mieux estimer la vitesse de propagation à faible nombre de PPW pour les schémas temporels de second ordre, mais sous-estime d'une manière plus importante lorsqu'il est combiné à un schéma implicite d'ordre 1. À grand nombre de PPW, l'ensemble des schémas surestime la vitesse de propagation en calculant la solution sur un maillage cartésien, sous-estime sur le maillage de triangles et estime correctement sur le maillage composé de polyèdres.

Sur ce dernier, le schéma implicite un pas sous-estime de 2 % la vitesse du son à 10 PPW et l'estime à moins de 1 pour mille à 100 PPW. Le schéma implicite deux pas surestime la vitesse du son d'environ 1 % à 10 PPW et l'estime correctement à partir de 30 PPW. La tendance est similaire pour les schémas explicites.

En conclusion, l'utilisation d'un schéma temporel du second ordre permet d'améliorer significativement la transmission à faible nombre de PPW en contrepartie d'un surcoût CPU non négligeable, mais au delà de 30 PPW, l'écart devient plus faible.

A.3 Cas test de propagation d'une onde acoustique sphérique

A.3.1 Présentation du cas test

Il s'agit maintenant d'évaluer les codes Cedre et Kim. Pour cela, un cas test de propagation d'onde acoustique sphérique est mis en œuvre. Il consiste à calculer le transport d'une onde acoustique générée par une source ponctuelle au centre d'un domaine de calcul sphérique. La solution est enregistrée par un réseau de capteurs numériques disposés à la

surface d'une sphère centrée sur la source. Cet enregistrement est ensuite utilisé comme données d'entrée pour le code de rayonnement acoustique Kim.

Les caractéristiques du calcul sont les suivantes :

- numérique :
  - schéma Euler de Roe ;
  - schéma temporel implicite un pas ;
- maillage :
  - type d'éléments : tétraèdres ;
  - taille du maillage : 947 600 cellules, 1 900 000 faces.
- fréquence du signal : $f = 250$ Hz, soit 100 PPW.

Le domaine de calcul est une sphère de 10 m de rayon. La procédure de maillage consiste à définir une sphère de 1 m de rayon au centre du domaine et qui contient des éléments triangulaires de taille constante et égale à 14 mm. En dehors, la taille des éléments est augmentée de manière à dissiper les ondes acoustiques avant qu'elles n'atteignent la limite. À la surface de cette sphère, un réseau de capteurs numériques formant un maillage cartésien est disposé. Une portion d'une coupe du maillage est représentée sur la figure A.5, colorée par le diamètre de maille. Par ailleurs, trois antennes linéiques sont disposées dans

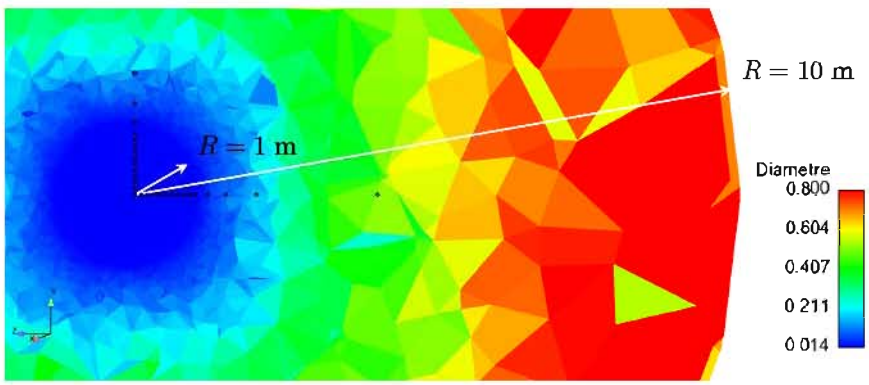


Figure A.5 – Maillage du cas test de propagation d'onde acoustique coloré par le diamètre Δ, capteurs Cedre ($\times$) et capteurs Kim ($\odot$)

les trois directions de l'espace, composées de capteurs numériques répartis tous les 0,1 m jusqu'à $x = 1$ m, ainsi qu'aux distances 1,2 m, 1,5 m et 4,0 m.

A.3.2 Résultats

30 millisecondes de temps physique sont simulées. Pour cela, 6 minutes de CPU sur 64 cœurs sont requises. La figure A.6 est une visualisation de la solution sur une coupe du maillage. Le signal de pression enregistré sur les capteurs numériques des antennes est

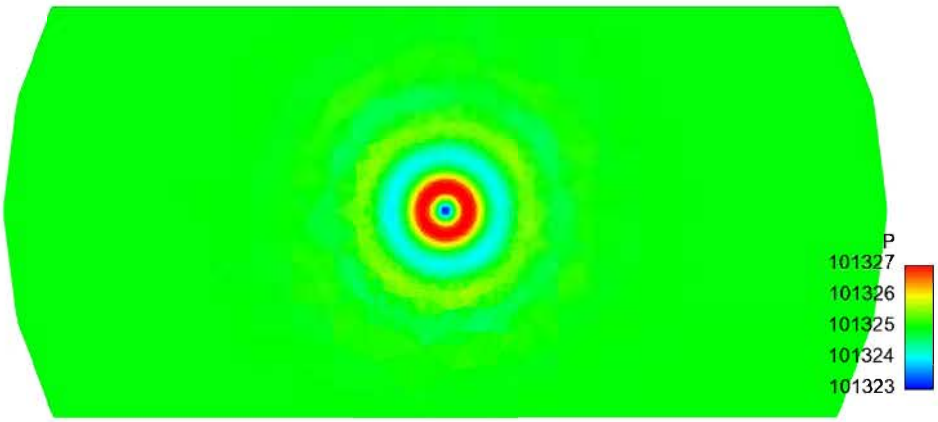


FIGURE A.6 – Champ de pression sur une coupe du domaine

extrait et approché par la méthode des moindres carrés. On obtient ainsi pour chaque antenne des couples amplitude/distance. Dans le cas d'une onde sphérique, la conservation de l'intensité acoustique prévoit une diminution de l'amplitude A inversement proportionnelle à la distance parcourue R [Morse 1968]. La figure A.7 trace la fonction $A(R) = p_0/R$ la plus proche des courbes, obtenue par régression des moindres carrés avec l'algorithme non linéaire (NLLS) de Marquardt-Levenberg. L'amplitude s'amortit plus vite que la loi en $1/R$.

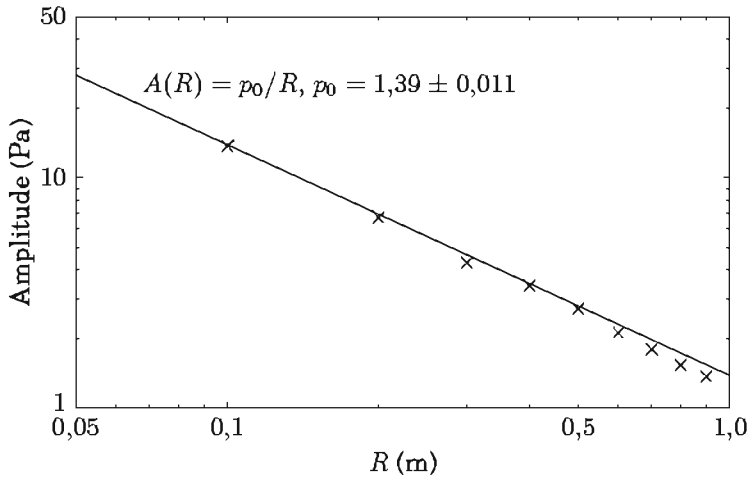


FIGURE A.7 – Amplitude de l'onde sphérique en fonction du rayon : capteurs selon la direction $+x$ (×) et décroissance en $1/R$ (——)

En considérant que l'amortissement de la pression dû au schéma s'ajoute à la décroissance en $1/R$ comme :

$$p(R) = (p_0/R) * e^{-\alpha R/\lambda} \tag{A.20}$$

où $\lambda = f/c$ est la longueur d'onde, l'amortissement par longueur d'onde dû à la dissipation numérique entre le premier et le dernier capteur de chaque antenne s'écrit :

$$\alpha = \frac{\Big(\ln(0{,}05) - \ln(0{,}95)\Big) - \Big(\ln(p(0{,}95)) - \ln(p(0{,}05))\Big)}{(0{,}95 - 0{,}05)}\lambda \tag{A.21}$$

ce qui donne finalement :

$$\alpha = 0{,}1294 \tag{A.22}$$

Cette valeur est de l'ordre de grandeur de ce qui a été trouvé lors des cas test d'onde plane. La phase en fonction de la distance est tracée sur la figure A.8 Une vitesse moyenne entre

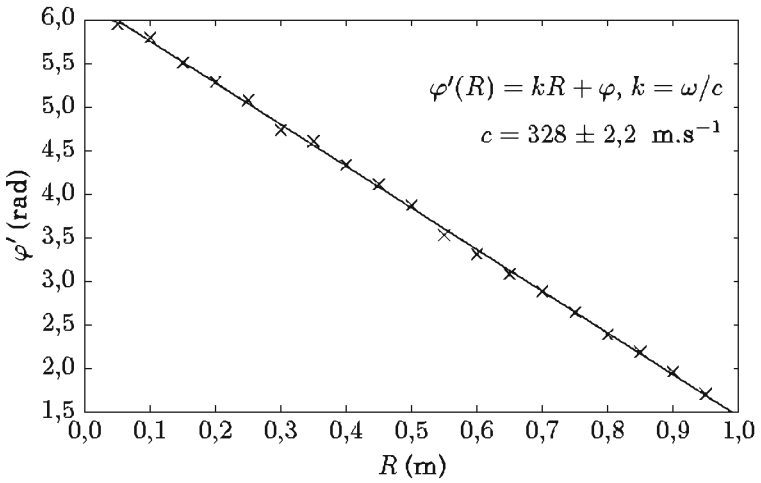


FIGURE A.8 – Phase de l'onde sphérique en fonction du rayon : capteurs selon la direction $+x$ (×) et meilleur approximation (——)

le premier et le dernier capteur de 328 m.s^{-1} est obtenue.

A.3.3 Rayonnement acoustique

La solution enregistrée sur le maillage de capteurs numériques est maintenant utilisée pour réaliser un calcul de rayonnement par une méthode de Ffowcs Williams & Hawkings, en utilisant le code KIM. La solution est est cherchée sur microphones prolongeant l'antenne linéique $+x$ du calcul CEDRE, à des distances de 1,2, 1,5, 2 et 4 m. La solution obtenue est reportée, avec les points de la solution CEDRE, sur la figure A.9. La droite p_0/R est aussi tracée, obtenue de la même façon que précédemment. Le fit n'a cependant porté que sur les 4 points issus de KIM. La décroissance de l'amplitude suit exactement la loi en $1/R$, le code KIM propage parfaitement l'onde de manière linéaire. De plus, la vitesse de propagation de l'onde est estimée 347,4 m.s^{-1}, qui est exactement la célérité du son dans le milieu ambiant.

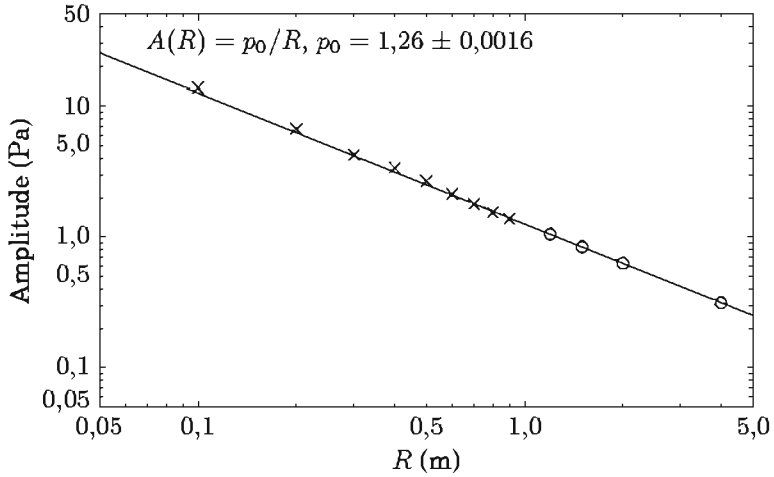


FIGURE A.9 – Amplitude de l'onde sphérique en fonction du rayon : capteurs CEDRE (×), capteurs KIM (⊙) et décroissance en $1/R$ (——)

A.3.4 Influence du type de maille

Le code CEDRE est maintenant évalué sur ses performances pour la propagation d'onde acoustique en 3D. Le même domaine de calcul que précédemment est utilisé, en faisant varier le type d'éléments et la fréquence des perturbations pour évaluer le comportement en fonction du nombre de PPW. Deux nouveaux types d'éléments sont utilisés, l'un composé de cellules polyédriques et l'autre de cellules héxaédrique. La sphère au centre du maillage polyédrique présente une taille de maille constante $\Delta x = 26{,}7$ mm, et celle au centre du maillage composé d'hexaèdres réguliers une taille $\Delta x = 31{,}3$ mm. Le tableau A.10 donne la valeur de l'amortissement par longueur d'onde en fonction du nombre de PPW, pour les différents maillages utilisés. Les résultats sur les maillages polyédriques et tétraédriques

	10PPW	20PPW	30PPW	40PPW	50PPW	100PPW
Tétra.	2,0302	0,7807	0,4848	0,4108	0,3643	0,1294
Hexa.	1,4349	0,3405	0,2603	0,2063	0,3030	–
Poly.	1,3492	0,3970	0,3755	0,2965	0,2550	≈ 0

TABLE A.10 – Amortissement en fonction du nombre de PPW pour les différents types d'éléments

sont conformes à ce qui est attendu à la vue du cas test en 2D. Le maillage hexaédrique donne des résultats plutôt meilleurs que les deux autres, mais si la longueur d'onde augmente, les calculs divergent. En effet, des directions de propagation très privilégiées sont visibles, perpendiculairement aux faces de la cellule accueillant la source. Ce type d'éléments n'est donc pas recommandé pour la propagation d'une onde acoustique. Par ailleurs, le maillage composé de polyèdres permet d'obtenir une solution moins amortie que sur le

	10PPW	20PPW	30PPW	40PPW	50PPW	100PPW
Tétra.	362,07	316,39	312,73	324,53	324,19	332,60
Hexa.	317,85	316,51	321,11	327,73	337,59	351,21
Poly.	339,10	315,63	309,27	308,11	301,29	268,65

TABLE A.11 – Vitesse de phase en fonction du nombre de PPW pour les différents types d'éléments

maillage composé de tétraèdres. Un nombre de PPW d'au minimum 40 est préconisé pour la propagation acoustique dans CEDRE.

ANNEXE B

Procédure de création d'un gaz de substitution des gouttelettes d'alumine dans les produits de combustion

---

Cette annexe décrit la procédure suivie pour déterminer les propriétés d'un gaz fictif se substituant aux gouttelettes d'alumine dans les produits de combustion. Dans la suite de cette annexe, les notations suivantes sont adoptées :

- l'indice m indique les propriétés du mélange de gaz initial, sans alumine ;
- l'exposant $\star$ pour les propriétés du mélange de gaz équivalent, *i. e.* le mélange des produits de combustion gazeux et des gouttelettes d'alumine ;
- l'indice i pour les propriétés de l'espèce gazeuse fictive résultante, qui est dans notre cas l'espèce gaz d'alumine.

La procédure se décompose en 3 étapes. En premier lieu, il s'agit de calculer les propriétés du mélange de gaz de produits de combustion du propergol. Puis la composition d'un gaz équivalent, ayant les mêmes propriétés moyennes que le mélange précédent, est déterminée. Les propriétés de l'espèce résultante qui se substitue aux gouttelettes d'alumine en sont alors déduites.

B.1 Calcul des propriétés d'un mélange de gaz

La première étape consiste à déterminer les propriétés du mélange de gaz de produits de combustion (la présence d'alumine n'est pas prise en compte pour l'instant). Pour cela, le code Coppelia, permettant de calculer la composition des gaz de propergol dans la chambre à une pression donnée, est utilisé. Seules les espèces majoritaires ainsi que celles nécessaires au schéma cinétique sont considérées, pour un total de n espèces gazeuses. La somme

des fractions molaires X_j n'est pas égale à 1, elles sont donc normalisées :

$$X_j = \frac{X_j}{\sum_{j=1}^{n} X_j} \tag{B.1}$$

La masse molaire du mélange $\mathcal{M}_m$ s'obtient directement par :

$$\mathcal{M}_m = \sum_{j=1}^{n} X_j \mathcal{M}_j \tag{B.2}$$

ce qui permet d'obtenir la fraction massique Y_j de chaque espèce :

$$Y_j = \frac{\mathcal{M}_j}{\mathcal{M}_m} X_j \tag{B.3}$$

Une fois la composition connue, il est alors aisé de déterminer les caractéristiques du mélange, à savoir c_{p_m}, r_m, c_{v_m}, C_{v_m}, γ_m et a_m, à partir des caractéristiques de chaque espèce.

B.2 Calcul du gaz équivalent

Il s'agit maintenant de calculer les propriétés du mélange de gaz de produits de combustion et de gouttelettes d'alumine, nommé gaz équivalent.

B.2.1 Quantité d'alumine dans les gaz de combustion

La première étape consiste à déterminer la masse d'alumine. L'aluminium réagit avec l'oxygène pour former de l'alumine selon la réaction :

$$4\,\mathrm{Al} + 3\,\mathrm{O_2} \rightarrow 2\,\mathrm{Al_2O_3} \tag{B.4}$$

Une mole d'aluminium donne donc une demi mole d'alumine. Connaissant les masses molaires de l'aluminium $\mathcal{M}_{Al} \approx 27.\ 10^{-3}$ kg.mol^{-1} et de l'alumine $\mathcal{M}_{Al_2O_3} \approx 102.\ 10^{-3}$ kg.mol^{-1}, ainsi que le pourcentage p de masse d'aluminium contenue dans le propergol, la proportion (massique) d'alumine dans les gaz de propergol s'écrit alors :

$$\kappa = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{M}_{Al_2O_3}}{\mathcal{M}_{Al}} p \tag{B.5}$$

B.2.2 Propriétés de l'alumine liquide/solide

La capacité calorifique molaire de l'alumine vaut :

$$C_{Al_2O_3} = 192{,}464\ \mathrm{J.mol^{-1}.K^{-1}} \tag{B.6}$$

et donc sa capacité calorifique massique $c_{Al_2O_3}$ est :

$$c_{Al_2O_3} = \frac{C_{Al_2O_3}}{\mathcal{M}_{Al_2O_3}} \tag{B.7}$$

B.2.3 Propriétés du gaz équivalent

Il est maintenant possible de déterminer les propriétés du gaz équivalent à partir de la proportion d'alumine dans les gaz et des propriétés de l'alumine. Par exemple pour la capacité calorifique à volume constant, il vient :

$$c_v^\star = \frac{c_{v_m} + \kappa c_{Al_2O_3}}{1+\kappa} \tag{B.8}$$

La constante des gaz du mélange s'écrit :

$$r^\star = \frac{r_m}{1+\kappa} \tag{B.9}$$

ce qui donne pour le rapport de capacités calorifiques :

$$\gamma^\star = 1 + \frac{r^\star}{c_v^\star} = \gamma_m \frac{1 + \frac{\kappa c_{Al_2O_3}}{c_{p_m}}}{1 + \frac{\kappa c_{Al_2O_3}}{c_{v_m}}} \tag{B.10}$$

et une capacité calorifique à pression constante :

$$c_p^\star = c_v^\star + r^\star \tag{B.11}$$

La célérité du son est obtenue à partir d'une relation faisant intervenir la célérité du son du mélange de gaz de combustion :

$$a^\star = a_m \sqrt{\frac{1 + \frac{\kappa c}{c_{p_m}}}{(1+\kappa)(1+\frac{\kappa c}{c_{v_m}})}} \tag{B.12}$$

Le gaz équivalent a une masse molaire $\mathcal{M}^\star$:

$$\mathcal{M}^\star = \frac{\mathcal{R}(1+\kappa)}{r_m} \tag{B.13}$$

Le gaz équivalent est maintenant totalement défini.

B.3 Calcul de l'espèce gazeuse résultante

Lors de la substitution de l'alumine sous phase solide ou liquide par l'alumine sous phase gazeuse, il est important de conserver les propriétés du mélange global. Ainsi, les propriétés du mélange équivalent (espèces gazeuses + gouttelettes d'alumine) sont égales à celles du mélange de gaz comprenant les espèces gazeuses issues de la combustion du propergol plus une espèce fictive de propriétés inconnues. Ces propriétés sont maintenant calculées.

Pour cela, la fraction molaire X_i de l'espèce fictive résultante est supposée égale à la fraction molaire de l'alumine obtenue lors du calcul Coppelia. La somme des fractions massiques des gaz de la combustion du propergol et de l'espèce résultante ne faisant pas 1, il est nécessaire de les normaliser :

$$X_k^{'} = \frac{X_k}{\sum_{j=1}^{n} X_j + X_i} \tag{B.14}$$

La masse molaire $\mathcal{M}^{\star}$ de ce mélange est obtenue par :

$$\mathcal{M}^{\star} = \sum_{k=1}^{n+1} X_k^{'} \mathcal{M}_k = \sum_{j=1}^{n} X_j^{''} \mathcal{M}_j + X_i^{''} \mathcal{M}_i \tag{B.15}$$

où $\mathcal{M}_i$ est la masse molaire de l'espèce gazeuse résultante. Connaissant $\mathcal{M}^{\star}$ par l'équation (B.13), il vient :

$$\mathcal{M}_i = \frac{\mathcal{M}^{\star} - \sum_{j=1}^{n} X_j^{'} \mathcal{M}_j}{X_i^{'}} \tag{B.16}$$

La composition étant maintenant définie, les fractions massiques de chaque espèce k sont alors déterminées par :

$$Y_k^{'} = \frac{\mathcal{M}_k}{\mathcal{M}^{\star}} X_k^{'} \tag{B.17}$$

ainsi que toutes les caractéristiques du gaz résultant. Après avoir vérifié que la somme des fractions massiques des espèces vaut 1 $\left(\sum_{j=1}^{n} Y_j + Y_i = 1\right)$, C_{p_i}, r_i, c_{v_i}, c_{p_i}, et γ_i sont alors déterminés. Par exemple, la capacité calorifique à pression constante est obtenue par la relation :

$$c_p^{\star} = \sum_{k=1}^{n+1} Y_k^{'} c_{p_k} = \sum_{j=1}^{n} Y_j^{'} c_{p_j} + Y_i^{'} c_{p_i} \tag{B.18}$$

qui permet d'obtenir c_{p_i} :

$$c_{p_i} = \frac{c_p^{\star} - \sum_{j=1}^{n} \frac{\mathcal{M}_j}{\mathcal{M}^{\star}} X_j^{'} c_{p_j}}{\frac{\mathcal{M}_i}{\mathcal{M}^{\star}} X_i^{'}} \tag{B.19}$$

ANNEXE C

Etude de sensibilité en maillage pour la simulation de l'ODS par approche directe

NUMERICAL SIMULATIONS OF MODEL SOLID ROCKET MOTOR IGNITION OVERPRESSURE WAVES. PART I : HORIZONTAL FREE JET WITH GROUND.

Jean-Baptiste Dargaud, Julien Troyes and François Vuillot

Onera, DSNA, 29 avenue de la division Leclerc, 92320 Châtillon, France
e-mail : jean-baptiste.dargaud@onera.fr

Christophe Bailly

LMFA, ECL, 36 avenue Guy de Collongue, F-69134 Ecully Cedex, France

Space vehicles undergo harsh acoustic fields during launch. In order to efficiently reduce the load transmitted to the pad and the launcher, it is necessary to understand and characterize the strong pressure waves that are emitted at Solid propellant Rocket Motor (SRM) start-up. This is one of the main concerns of the CNES/Onera AEID program. Computational studies of the waves observed during the firing of a model SRM are presented in these papers. The experimental set-ups are scaled down models (1/35) for Ariane 5 P230 SRM, named LP10, horizontally fired in free jet configuration for part I or vertically with a flame trench in part II. Pressure signals in the acoustic near and far fields are recorded with microphones. Part I focuses on the transient start-up phase when the Ignition Over Pressure (IOP) is emitted. Previous computations held in 2D axisymmetric configuration yielded deceptive results regarding amplitude and directivity. Discrepancies are thought to be due to 3D nature of turbulence. This paper presents 3D LES computations of a hot supersonic jet expansion carried out with the Onera CEDRE CFD code. As combustion products may react with ambient air, reactive computations are performed using a reduced kinetic scheme. Even if first 3D simulation leads to better results than 2D computations regarding amplitude and directivity, the simulated IOP is still not fully satisfying. This is mainly due to an unsufficiently refined grid where aerodynamic jet noise sources are located. Therefore, jet discretization influence is studied. Finally, the study reveals that the sources discretization quality is impacting the solution at first order, and that efforts must be directed in achieving the most precise noise sources. Good agreements were found between experimental data and 3D simulations.

1. Introduction

Strong pressure waves are emitted as a Solid propellant Rocket Motor (SRM) starts up. In aerospace applications, these waves may turn to be dangerous for the launcher payload as they prop-

agate from the launchpad. A good understanding of this phenomenon is required to design efficient wave reduction systems.
A study of the waves observed at the firing of a small scale test rocket is presented in this paper, and to that purpose, Onera CEDRE (cedar tree in French) CFD code is used. This latter is a multiphysics computational tool for numerical simulations in the field of energetic with particular emphasis on propulsion application, developed and validated by Onera [1, 2]. The discrete geometrical model consists in a general polyhedral conforming mesh.
The study focuses on the start-up phase of a free jet from a SRM during which is emitted the Ignition Over Pressure (IOP). It is driven by the high pressure rise rate [3] in the motor chamber. The experimental set-up is a scaled down model (1/35) for Ariane 5 P230 SRM named LP10, featuring a submerged nozzle.
The same numerical study was carried out in 2D axisymmetric configuration [4], with disappointing results concerning the amplitude and directivity of wave patterns. This may be attributed to the 3D nature of the plume development. Therefore, this paper presents LES 3D computations achieved in order to get more realistic results. As combustion products may react with ambient air [5], reactive calculations are performed with a reduced kinetic scheme.

2. Experimental set-up and available measurements

2.1 Geometry and propellant

The hot gases produced during the propellant combustion are exited from the cylindrical combustion chamber through a submerged nozzle at rear end. The latter is characterized by the ratio between its exit area and its throat area $A_j/A_t = 7.5625$, with an exit diameter of $D_j = 70.34$ mm. Nozzle geometry is visible in Figure 1. The nozzle is closed with an aluminum seal fixed 72 mm inside the nozzle, designed to break under a pressure of 15 bar. The propellant is composed of 5% aluminium in mass, and is organized in cylindrical and conical segments. The front end encloses the igniter. A general view of the propellant organisation inside the combustion chamber and the nozzle position is shown in Fig. 1.

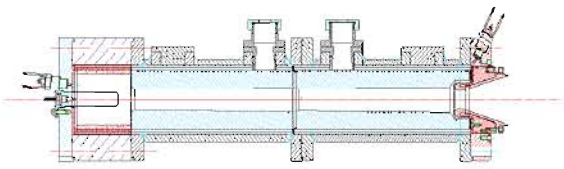


Figure 1: Model Solid Rocket Motor geometry

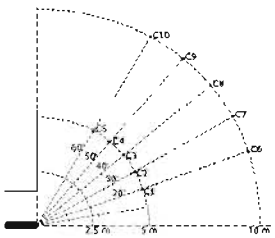


Figure 2: Far-field microphones: top view

2.2 Available measurements

The motor was fired horizontally, 1 m above the ground. During the test, the following records were made:

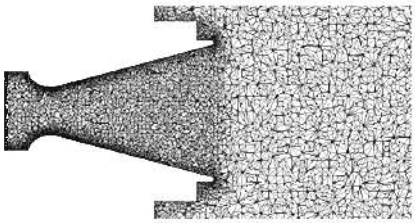
- pressure in the combustion chamber by high-frequency piezo electric transducers, located near the nozzle (see Fig. 1)
- images of the jet plume in IR band III domain by high speed cameras
- IOP wave characteristics by far field microphones

Fig. 2 is a schematic top view of the experimental set-up that defines the location of the microphones in the far field. They are organized along two horizontal arcs which common origin is the nozzle throat. Both spread from 20° to 60° on one side of the jet. Only the first five microphones are used for comparison (C_1 to C_5).

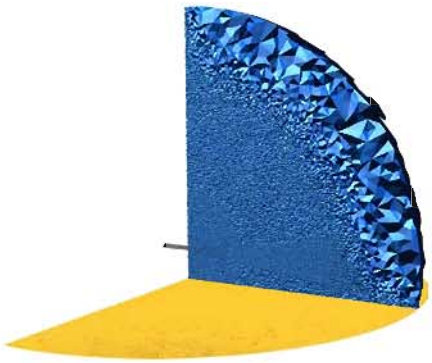
3. Numerical procedure

3.1 Computational domain

The computational domain is built from a simplified geometry of the experimental set-up. It includes the combustion chamber aft end, the nozzle and a part of the motor external structure, see Fig. 3(a). The plume develops in a semi-spherical propagative area truncated by the ground, as shown in Fig. 3(b). The origin is the nozzle exit and radius extends further the first arc of transducers to $114D_j \approx 8$ m, in order to provide a buffer zone that will damp the acoustic waves before they reach the boundary.



(a) Details of the domain: combustion chamber aft end, nozzle and motor structure



(b) Propagative zone

Figure 3: Computational domain

3.2 Numerical parameters

Particular attention must be brought to the size of cells propagating acoustic waves. The IOP wave front is approximately $T = 1$ ms long according to experimental data [6]. Therefore IOP characteristic wavelength can be estimated as being $\lambda = c \times T = 0.346$ m, c being the speed of sound in normal conditions of pressure and temperature. Bogey and Bailly [7] showed that for low order space discretization scheme, a minimum of 20 points per wavelength (PPW) must be used to ensure low dispersion and diffusion. This criterion leads in our case to a maximum cell size in the propagation direction of about $\Delta x = 0.346/20 = 0.0178$ m. The cells generated being composed of an average number of 13 faces, they can easily be assimilated to spheres, and the criterion defined above is to be applied to their diameter. In our domain, the resultant grid would yield far too many cells, and a

$\frac{R}{D_j}$	1.4	2	4	6.8	13.6	27.2	68.1
Δx(mm)	8	12	15	18	20	25	45

Table 1: Cell diameter imposed to the grid generation software

refinement procedure must be applied. Cell diameter is progressively increased from a reference size at nozzle exit, small enough to avoid abrupt increase near the nozzle wall, to the minimal diameter possible at the transducers location ($R/D_j = 68.1$) yielding a reasonable number of cell, as shown in Fig. 4. Table 1 references the sizes imposed to the grid generation software as a function of the

distance to the nozzle. Table 2 sums up the characteristics of the grid produced, named *SJ*.

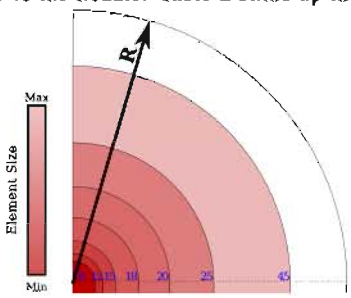


Figure 4: Refinement methodology

Grid	SJ
Points	21 388 920
Faces	24 958 001
Elements	3 568 362

Table 2: Characteristics of the grid

3.3 Thermodynamic models

3.3.1 Species

The in-house thermodynamics equilibrium code Coppelia is used to compute equilibrium temperature in the flow and combustion products composition from experimental data and propellant properties. The temperature in the flow is high enough for the aluminum contained in the propellant to be alumina droplets in the gaseous combustion products. In order to avoid a very costly two phases computation, the dispersed phase is replaced by a gas (named Al_2O_3, represented in pink in Fig. 5) of a priori unknown thermodynamic properties. They are set so that the global thermodynamic properties of the particle-gas mix (yellow+drops in Fig. 5) are identical to the global thermodynamic properties of the combustion products plus the unknown gas mix (blue in Fig. 5).

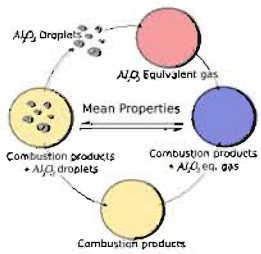


Figure 5: Equivalent gaz procedure

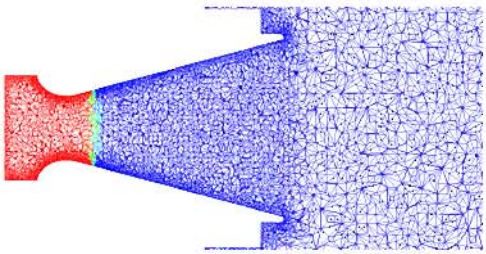


Figure 6: Initial pression: red=15 bar, blue=1 bar

The six dominant species in the combustion products are taken into account (H_2, O_2, H_2O, HCl, CO, CO_2), plus Al_2O_3 equivalent gaz and N_2 in the atmosphere. In order to model the combustion reactions with air, computation considers five more species (H, O, OH, Cl and Cl_2).
In all computations, the specific heat capacities (C_p) are given by polynomial 7^{th} order functions of temperature (except for Al_2O_3 which is constant).

3.3.2 Chemistry

A finite-rate chemistry is adopted for computations. The kinetic scheme [8] is a seventeen reactions model implying twelve species, Al_2O_3 being inert.

3.4 Initial and boundary conditions

3.4.1 Initial conditions

The initial condition is set to be close to the experiment. Thus, one part of the volume inside the nozzle is set to the experimental conditions in the combustion chamber at seal break-up

($P = 1501850$ Pa, $T = 2855$ K and combustion products), while the external field is set to atmospheric conditions with air, as shown in Fig. 6.

3.4.2 *Boundary conditions*

Inlet boundary is handled by imposing total pressure, total temperature and uniform axial mass fraction injection of the considered chemical species. The total pressure set to the limit (blue triangle on Fig. 7) fits the unsteady curve given by experiment (green line in Fig. 7), the red line representing the computed pressure. The gap is due to the sensors positions: the experimental sensor is located outside the flow (no velocity) while the numerical sensor is inside the flow and measures a lower static pressure. Nozzle, ground and motor structure are treated as no-slip adiabatic walls. A non-reflective

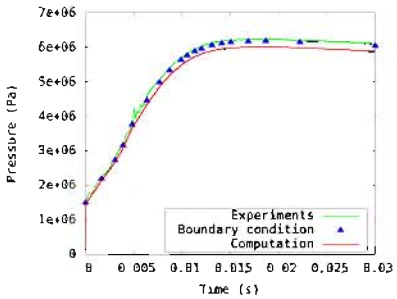


Figure 7: Pressure rise rate in combustion chamber

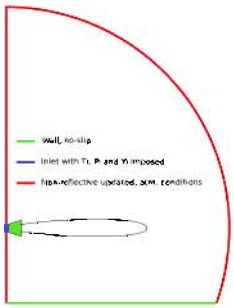


Figure 8: Boundary conditions

updated inlet/outlet condition with atmospheric properties (ambient air) is applied to the rear surface and the spherical envelop. Fig. 8 summarizes all the boundary conditions.

3.5 Computation conditions

The unsteady computation is carried out with CEDRE 3.2.2 version on Intel Nehalem CPU's. Elapsed time is specified in Table 3. The physical simulation time is 30 ms. The global time step is set to $\Delta t = 1.10^{-5}$ s. During the first ms, the time step is slightly reduced. The Smagorinsky

case	type and number of CPU	Time (hrs)
SJ	Nehalem $\times$ 128	25

Table 3: Synopsis of the computation restitution time

subgrid scale model is used. Flux evaluation is given by the Roe FDS scheme. Implicit linear system resolution is done by a GMRES method with block diagonal preconditioning, and the maximum number of sub-iterations is set to 20.

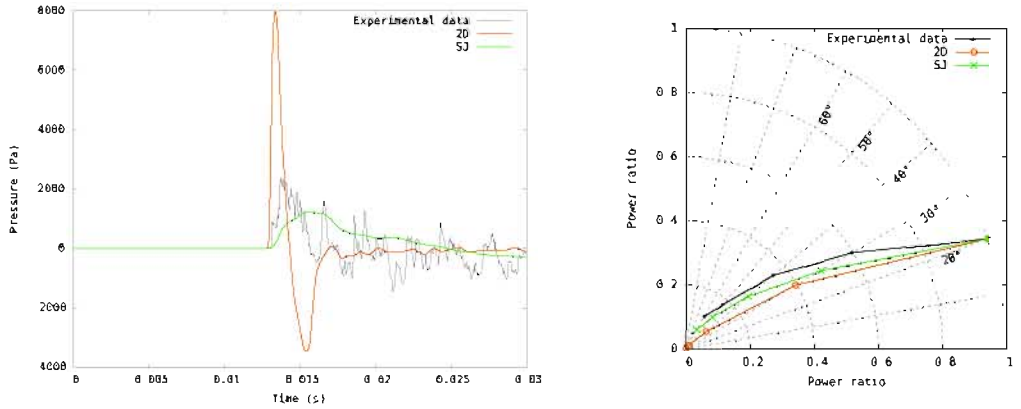
4. Numerical results

Solution quality is estimated through the pressure signals study. Two aspects are evaluated: the absolute amplitude of the simulated IOP and the directivity, which caracterizes the acoustic waves propensity to propagate in a privileged direction.
Directivity is defined as being the ratio of the IOP pressure integral on a given transducer over the integral on the reference transducer (here, the closest to the jet axis, i.e. $C1$).

4.1 Comparison with 2D computation

Fig. 9 displays the discrepancies between the previous 2D instationary simulation and the corresponding 3D computation (SJ). While 2D simulation predicted a very high pressure level on sensor

$C1$, 3D LES corrects this effect. The global level is much closer to the one recorded during experiments. When looking closely to the IOP front, one can note that 2D simulated wave reaches the transducer sooner than experiments while 3D front wave is better synchronized. Furthermore, the



(a) Pressure sensor C1

(b) Directivity

Figure 9: Comparison between 2D instationary computation and 3D LES

plotted directivity for both computations reveals a more expansive IOP in 3D case, and closer to what is observed. The 2D wave is much smaller than the experimental data on transducer $C5$, whereas 3D IOP is just slightly smaller. Taking into account the 3D nature of turbulence and acoustic propagation are key factors in understanding the IOP.
However the computed pressure signal is smoother than the experimental data. This is due to a lack of signal in high frequencies. The origin may be attributed to the poor discretization of the jet, which contains the aerodynamic sources, and then two more grids were built in order to characterize the influence of cell size in the jet region.

4.2 Jet discretization

The same procedure is applied for the two grids. The global area is identical to the previous one (*cf.* Section 3.2), except for the jet area. Two methodologies are applied: the jet aerodynamic is either very finely discretized (noted *VfJ*) or finely discretized (noted *fJ*). In both case, the grid features a frustum zone (of identical dimension) enclosing the jet with small diameter size imposed inside. The frustum opening is set to 7° to be in agreement with the underexpanded supersonic jet opening range given by Koria and Lange [9]. The zone length has been designed from previous calculations results. The frustum is mono-block with constant cell size (*VfJ*) or tri-block with increasing element size (*fJ*). The dimensions and sizes are reported on Fig. 10, and grids characteristics are reported in Table. 4.

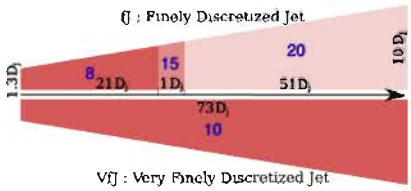


Figure 10: Sketch of the grids parameters

Grid	fJ	vfJ
Points	25 638 926	41 133 888
Faces	29 917 328	48 000 099
Elements	4 277 630	6 865 477

Table 4: Characteristics of the two studied grids

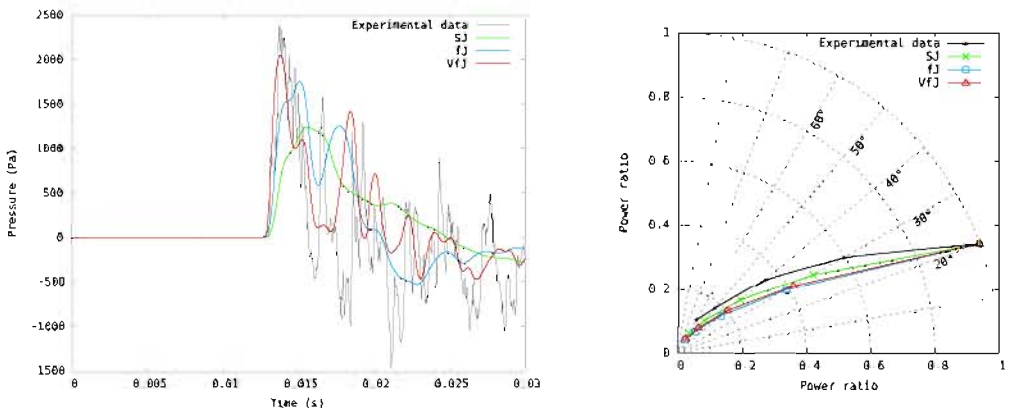
4.2.1 Results

Table 5 sums up the restitution times for the computations on the two grids. Computational conditions are identical to the previous ones (*cf.* Subsection 3.5). Pressure signals recorded on trans-

case	type and number of CPU	Time (hrs)
fJ	Montecito × 64	120
VfJ	Nehalem × 256	114

Table 5: Synopsis of the computations restitution time

ducer $C1$ for each computation are presented in Fig. 11(a). One can easily note that the finest grid (*VfJ*) presents the highest frequencies. Furthermore, the more discretized is the jet, the stiffer and the

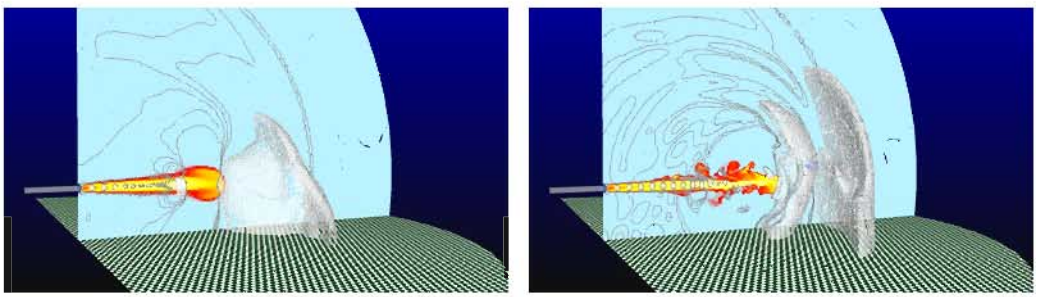


(a) Pressure sensor C1

(b) Directivity

Figure 11: Comparison between the three grids

stronger is the resultant IOP. Fig. 11(b) displays the calculated directivities for all computations and the measured one: the less directive wave is obtained with a coarse grid in the jet area.
Fig. 12 is a view from the calculated solution 15 ms after seal break-up. It represents a vertical cut at $x = 0$ m of the domain colored by temperature and iso-contours of pression between 101 000 and 101 600 Pa as well as an iso-surface of pression ($P = 102\,500$ Pa). On *SJ* grid, the jet is shorter and



(a) *SJ*

(b) *VfJ*

Figure 12: Computation illustration for *SJ* (left) and *VfJ* (right), $t = 15$ ms

less turbulent than the jet on *VfJ* grid. The turbulent viscosity is mainly driven by the element size using Smagorinsky subgrid scale model. As in simulation *SJ* the element size in the jet zone varies from 8 mm to 45 mm, a stronger diffusion is expected. The jet displays a lower Reynolds number and spreads too quickly. This illustrates the necessity to achieve a sufficient jet discretization to ensure a correct jet development.

5. Conclusion

These computations demonstrate the benefits that 3D LES can bring to the understanding of IOP phenomena. However, the area containing the noise sources reveals to be impacting the solution at first order. Therefore, efforts must be directed in achieving the most accurate noise sources area possible in order to generate the complete range of frequencies observed during experiment. As the total number of elements remains limited by equipement, a LES that simulates the jet aerodynamic and propagates acoustic waves without damping on a domain this big seems out of reach at the present time. Solution may come from Lighthill analogy: by capturing the noise emitted by the sources thanks to a closed surface around them, it should be possible to reconstruct the signal received in any point of space through an acoustic solver.

6. Acknowledgments

The first author acknowledges the financial supports of CNES and Onera through a Ph.D. scolarship. The authors would like to thank M. Prévost, P. Prévot and J. Varnier from Onera in charge of the experiments used in this study.

REFERENCES

[1] P. Chevalier *et al.*, CEDRE: Development and validation of a multiphysic computational software *1st European Conference for AeroSpace Sciences*, 2005, Moscow, Russia.

[2] N. Lupoglazoff, G. Rahier and F. Vuillot, Application of the CEDRE unstructured flow solver to jet noise computations, *1st European Conference for AeroSpace Sciences*, 2005, Moscow, Russia.

[3] H. Ikawa and F.S. Laspesa, Space shuttle SRM ignition overpressure prediction methodology, *13th Plume Technology Meeting*, 1982, Houston, TX, USA.

[4] J. Troyes and F. Vuillot, Numerical Simulations of a Model Solid Rocket Motor Ignition Overpressure Wave, *44th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, 2008, Hartford, CT, USA.

[5] J. Broadwell and C.N. Tsu, Transient pressures caused by rocket start and shutdown in ducted launchers, *Journal of spacecraft and rockets*, 1967, 1323–1328.

[6] J. Varnier, Experimental study of the blast wave at ignition of rocket engines, *6th International Symposium on Launchers Technologies*, 2005, Munich, Germany.

[7] C. Bogey and C. Bailly, A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations, *Journal of Computational Physics*, 2004, 194–214.

[8] J. Troyes, L. Dubois, V. Borie and A. Boischot, Multi-phase reactive numerical simulations of a model solid rocket motor exhaust jet, *42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, 2006, Sacramento, CA, USA.

[9] S.C. Koria and K.W. Lange, An experimental study on the behaviour of an underexpanded supersonic gas jet, *Arch. Eisenhüttenwes. 55*, 1984, 427–432.

ANNEXE D

Influence des conditions initiales et à la limite sur le développement du jet supersonique

---

Cette annexe présente les calculs qui ont permis d'étudier l'influence de la condition initiale (operculage) sur la position relative du jet, de l'ODS et du choc de désoperculage d'une part, et l'influence de la condition imposée à la limite *entrée* (prise en compte de la dépression consécutive au désoperculage) sur le développement du jet supersonique d'autre part.

D.1 Mise en données

Les conditions des calculs sont identiques à celles du calcul ODS1R du chapitre 4 : pas de temps, espèces transportées, schéma cinétique, schéma de flux et intégration temporelle.

D.1.1 Domaine et maillage

Le domaine de calcul correspond à une portion du domaine défini au paragraphe 4.3.8 page 144. Cette fois-ci, le domaine s'étend sur une demi sphère d'un rayon égal à 14 D_j, centrée sur le centre de la section de sortie de la tuyère. Les caractéristiques du maillage sont strictement identiques à celles de celui utilisé au chapitre 4. Le maillage est composé d'un million d'éléments uniquement.

Seuls les tous premiers instants du calcul sont significatifs quant au développement des phénomènes d'intérêt (jet, ODS, désoperculage), et les simulations ne concerneront donc que les premières millisecondes, en prenant soin de s'arrêter lorsque le jet atteint la limite, soit environ 5 ms.

D.1.2 Conditions initiales et condition à la limite

Deux couples de paramètres sont testés à l'aide de quatre calculs :

1. *No Op / Cut* : identique au calcul présenté au chapitre 4. La condition initiale est uniforme dans tout le domaine de calcul et à pression atmosphérique (équivalent d'un opercule en amont du col de la tuyère). Le calcul débute lorsque la pression enregistrée sur P_{FAR} dépasse la valeur au claquage ;
2. *No Op / Dep* : condition initiale uniforme, le calcul débute exactement au désoperculage. La dépression consécutive est donc appliquée à la condition à la limite. Le détail exact n'est cependant pas suivi : des instants arbitrairement choisis sur une courbe lissée par un algorithme de Savitzy-Gollay sont utilisés ;
3. *Op / Cut* : l'état initial n'est pas uniforme, le domaine qui se situe en amont de l'opercule est aux conditions de pression, composition et température de la chambre ;
4. *Op / Dep* : état initial non uniforme, et la courbe de pression suit la dépression.

La figure D.1 permet d'appréhender la différence entre les deux conditions aux limites *Cut* et *Dep*. La courbe *Dep* a un retard $\Delta t = 1{,}14$ ms sur la courbe *Cut*.

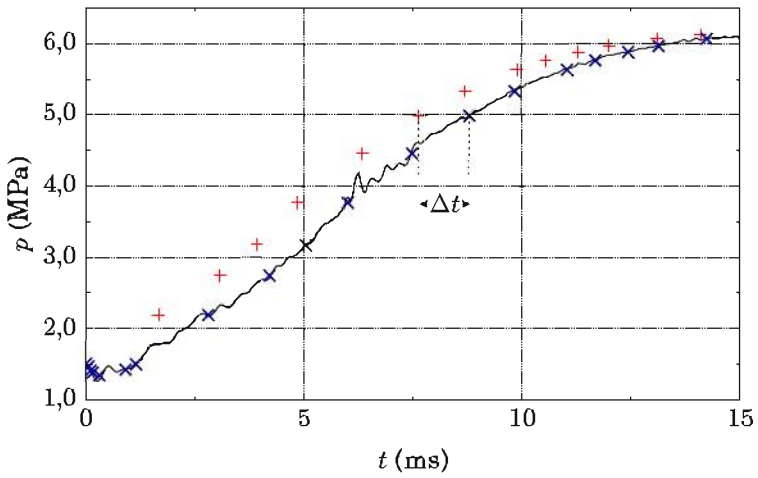


FIGURE D.1 – Pression relevée par p_{FAR} (——), imposée à la limite *entrée* lors des méthodes *Cut* (+) et *Dep* (×)

D.1.3 Capteurs

La comparaison entre les différents calculs porte sur les positions relatives du jet, de l'ODS et du choc de désoperculage. Trois séries de capteurs numériques sont disposés en antennes linéiques sur l'axe du jet à cet effet. Les capteurs sont assimilés aux centres des cellules les contenant par CEDRE, et ils sont donc espacés de la dimension des caractéristique du maillage $\Delta x = 0{,}114\ D_j$. La première antenne comporte 12 capteurs, et les deux suivantes 13. Leur positions sur l'axe du jet par rapport au plan de sortie tuyère sont reportées dans le tableau D.1.

num	Antenne1 (D_j)	Antenne2 (D_j)	Antenne3 (D_j)
0	1,1227	3,9649	9,9904
1	1,2364	4,0786	10,1041
2	1,3501	4,1923	10,2178
3	1,4638	4,3060	10,3315
4	1,5775	4,4197	10,4452
5	1,6911	4,5334	10,5589
6	1,8048	4,6470	10,6725
7	1,9185	4,7610	10,7862
8	2,0322	4,8744	10,8999
9	2,1459	4,9881	11,0136
10	2,2596	5,1018	11,1273
11	2,3733	5,2155	11,2410
12		5,3292	11,3547

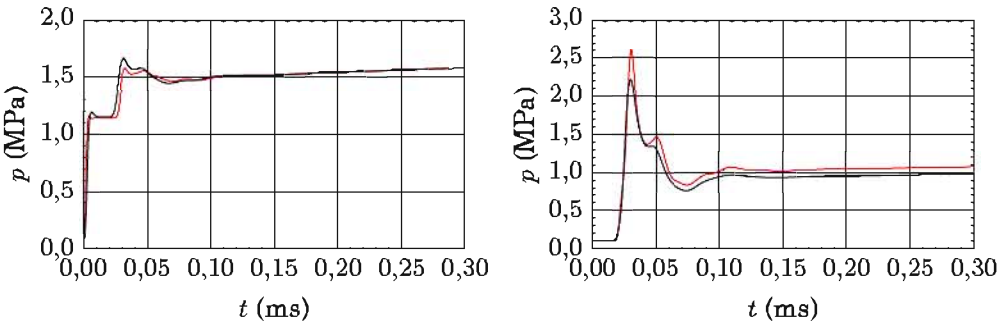
TABLE D.1 – Position des capteurs des trois antennes

D.2 Résultats

Chaque calcul reproduit 5 ms de temps physique. Dans un premier temps, les résultats obtenus lors de la simulation *No Op/Cut* sont comparés à ceux du calcul ODS1R du chapitre 4, qui utilise les mêmes conditions de calcul.

D.2.1 Validation des condition de *No Op/Cut*

La première vérification concerne la similarité des mesures proches de la limite *entrée*. Les historiques de pression relevés dans les deux simulations sont reportés sur la figure D.2(a). Les deux courbes sont quasi identiques. Avant $t = 0{,}1$ ms, quelques différences



(a) Capteur à la limite *entrée*

(b) Capteur au col de la tuyère

FIGURE D.2 – Comparaison des simulations ODS1R (——) et *No Op/Cut* (——)

sont visibles : le calcul *No Op/Cut* a une montée en pression initiale légèrement plus ra-

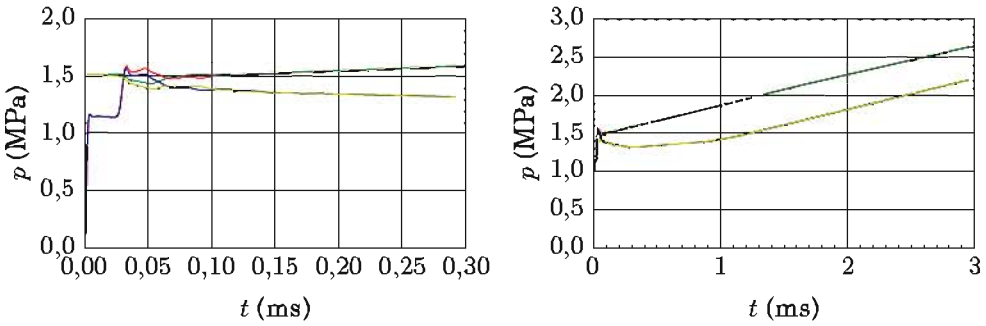
pide, puis les deux simulations atteignent un plateau à $p = 1{,}15$ MPa, avant de repartir à la hausse. Ensuite, c'est le calcul ODS1R qui est le plus prompt. Finalement, les deux courbes se rejoignent à $t = 0{,}1$ ms. La différence en pression au col est plus sensible (figure D.2(b)). Puisque les conditions sont similaires, le calcul *No Op / Cut* servira de référence pour les comparaisons avec les autres conditions.

D.2.2 Influences des conditions à la limite et initiale

Les quatre calculs sont maintenant comparés.

D.2.2.1 Pression chambre

Dans un premier temps, l'effet des conditions initiales et aux limites sur le capteur situé tout près de limite *entrée* est étudié. La pression sur ce capteur est tracée sur l'intervalle $[0 : 0{,}3]$ ms sur la figure D.3(a), et sur l'intervalle $[0 : 3]$ ms sur la figure D.3(b). L'effet de



(a) [0:0,3] ms (b) [0:3] ms

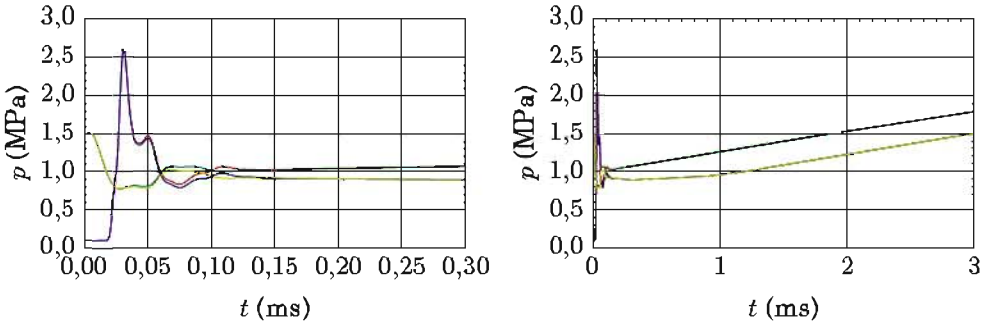
FIGURE D.3 – Pression proche de la limite *entrée* des calculs *No Op / Cut* (——), *Op / Cut* (——), *No Op / Dep* (——), *Op / Dep* (——)

la condition initiale disparaît très rapidement après $t = 0{,}1$ ms. Les simulations *No Op* présentent une montée en pression extrêmement forte à la limite, en deux paliers, alors que les simulations *Op* ont un profil plat présentant une légère dépression. À $t = 0{,}1$ ms, les pressions génératrices suivent les profils imposés et les simulations se répartissent en deux groupes suivant la loi imposée. Un décalage de 1,14 ms est mesuré entre les historiques des calculs *Cut* et *Dep*, qui correspond au décalage de la condition aux limites.

D.2.2.2 Au col

Un capteur numérique placé au centre du col de la tuyère permet d'observer la transmission de ces différences. Lors des simulations *Op*, le col est initialisé aux conditions dans la chambre. Les mesures lors des quatre simulations sont présentées sur les figures D.4(a)

et D.4(b). Une onde de grande ampleur est observée pour les simulations *No Op*, qui est



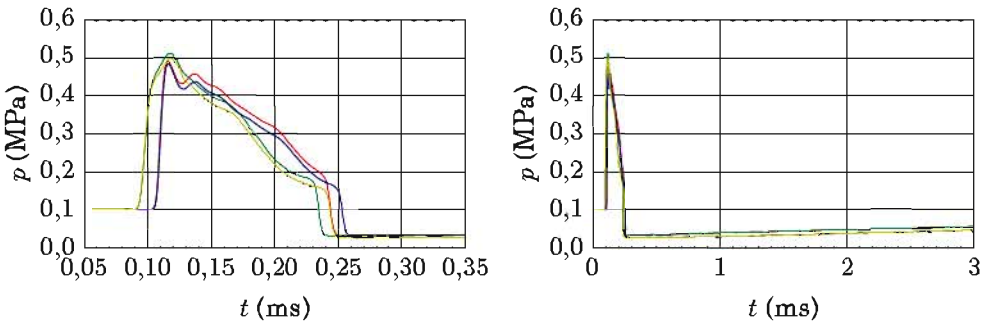
(a) [0:0,3] ms (b) [0:3] ms

FIGURE D.4 – Pression au col des calculs *No Op/Cut* (——), *Op/Cut* (——), *No Op/Dep* (——), *Op/Dep* (——)

une onde de désoperculage résultant de la mise en contact de la condition haute pression avec l'air ambiant. Cette onde est générée à la mise en pression du convergent. Pour les simulations *Op*, une dépression est observée : il s'agit de l'éventail de détente généré à la mise en route des calculs *Op*.

D.2.2.3 Différences dans le plan de sortie tuyère

En suivant l'écoulement plus en aval, un capteur positionné en sortie de tuyère permet de tracer l'historique de pression sur les figures D.5(a) et D.5(b). Une hausse de pression



(a) [0:0.3] ms (b) [0:3] ms

FIGURE D.5 – Pression dans le plan de sortie tuyère des calculs *No Op/Cut* (——), *Op/Cut* (——), *No Op/Dep* (——), *Op/Dep* (——)

au passage du choc de désoperculage est observée, d'amplitude sensiblement équivalente entre les deux conditions *Op* et *No Op*. Cette onde atteint le plan de sortie tuyère en avance pour les simulations *Op*. Les temps d'arrivée δt de l'onde sont reportés sur le tableau D.2. Immédiatement après ce front de pression, il y concurrence entre la mise en place de la

Simulation	*No Op / Dep*	*No Op / Cut*	*Op / Dep*	*Op / Cut*
δt (ms)	8,99. 10^{-02}	8,97. 10^{-02}	7,26. 10^{-02}	7,28. 10^{-02}

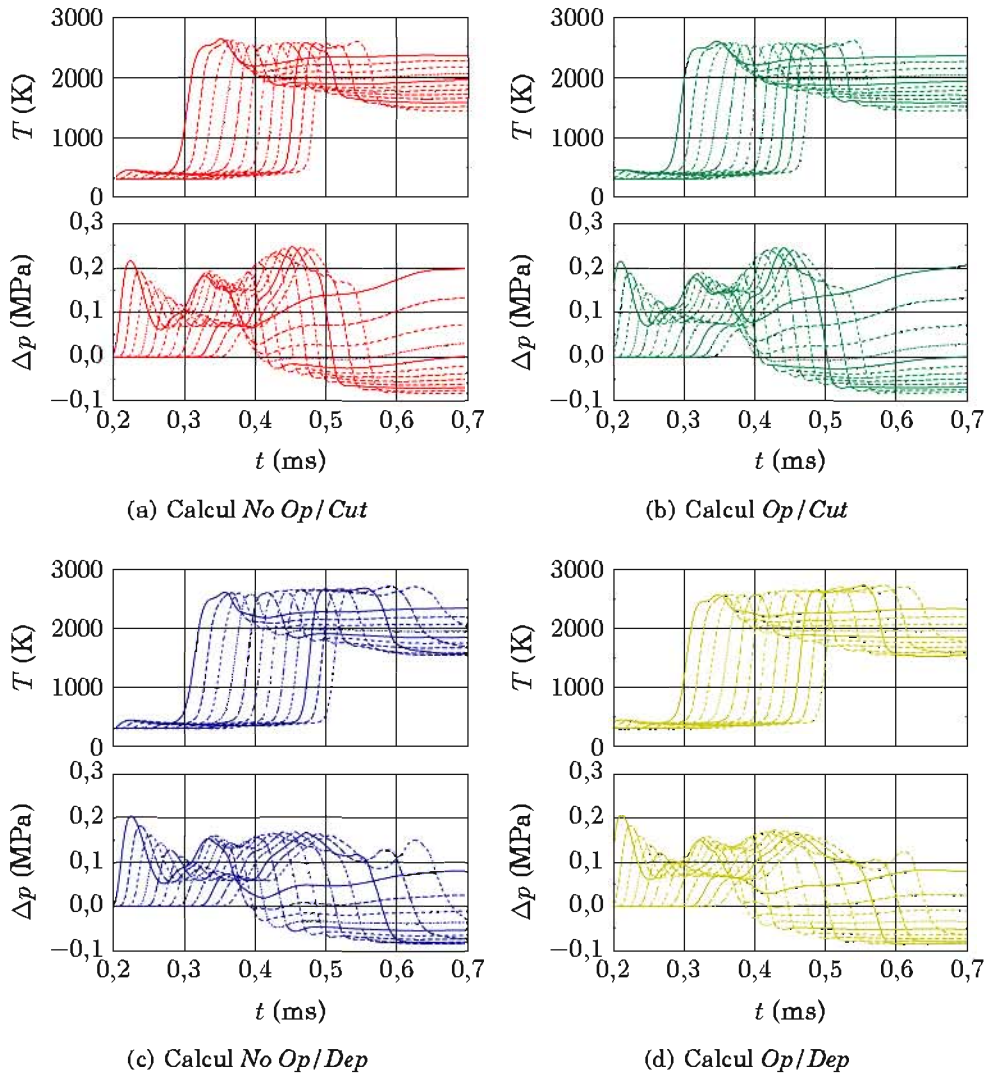
TABLE D.2 – Arrivée de la première onde de pression dans le plan de sortie tuyère

détente dans la tuyère et la montée en pression du moteur. La détente finit par se mettre totalement en place en 0,2 ms environ. Le plus prompt à s'installer est l'écoulement de la simulation *Op / Cut*, le plus lent est le *No Op / Dep*. Les deux autres sont quasi synchrones.

D.2.2.4 Construction de l'ODS (Antenne 1)

À l'instar des observations réalisés au paragraphe 4.4.6.3 page 170, la figure D.6 regroupe les historiques de pression et température sur les capteurs de l'antenne 1, situés à une distance comprise entre 1 et 2,3 D_j après le plan de sortie tuyère. Une onde d'amplitude décroissante est enregistrée successivement sur tous les capteurs, pour toutes les simulations. Il s'agit de l'onde de désoperculage. Une montée en pression est aussi visible, contemporaine à la montée en température sur les premières courbes, et légèrement en avance sur les suivantes, qui témoignent de l'effet piston du jet, générant un front d'onde devant lui.

Pour mieux apprécier les différences, les historiques des quatre calculs pour certains capteurs sont regroupés sur la figure D.7. Les quatre cadrans représentent la pression et la fraction massique d'alumine sur les capteurs 2, 4, 8 et 11, en allant de gauche à droite et de bas en haut, entre $t = 0{,}2$ et $t = 0{,}7$ ms. On observe dans un premier que l'écart entre la position du jet (donnée par la fraction d'alumine) et la seconde montée en pression est toujours identique, ce qui renforce la conviction qu'il s'agit d'un front issu de la coalescence d'ondes de compression. La position du jet est dépendante de la condition initiale, car on observe un écart entre les temps d'arrivée des fronts sur les capteurs toujours identique entre deux simulations ayant la même condition aux limites. Aussi, dans les simulations *Cut*, le front d'onde se raidit alors que dans les simulations *Dep* il a tendance à s'étaler. On observe aussi une absorption de l'onde de désoperculage par l'onde de pression issue de la coalescence. L'arrivée du jet cause une troisième et plus importante hausse de pression sur les capteurs 2 et 4, qui est moins marquée sur les capteurs 8 et 11. La pression chute ensuite de manière importante, et remonte à mesure que la pression génératrice augmente.



(a) Calcul *No Op / Cut*

(b) Calcul *Op / Cut*

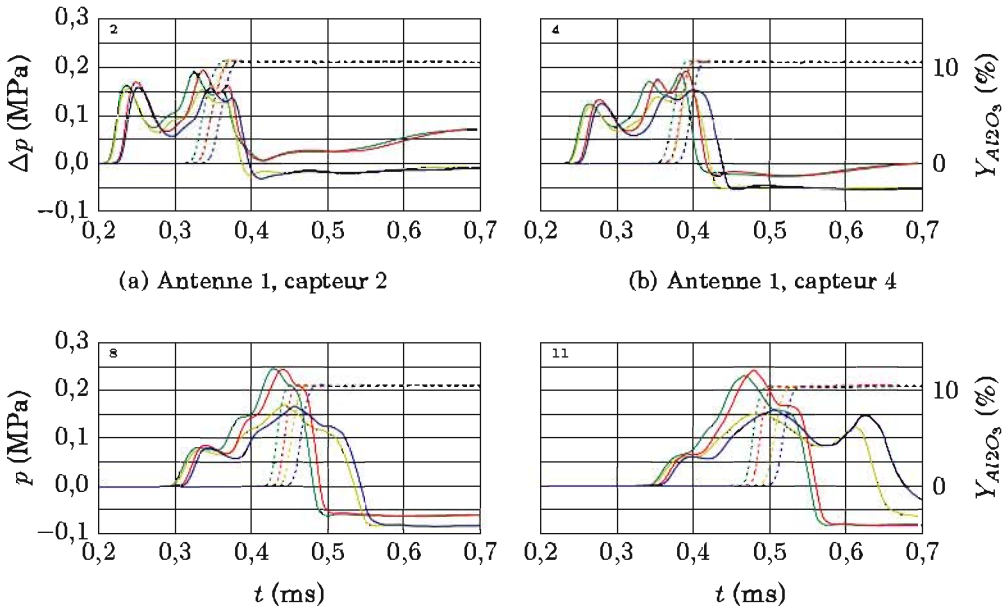
(c) Calcul *No Op / Dep*

(d) Calcul *Op / Dep*

FIGURE D.6 – Historiques de pression et température enregistrés par les capteurs de l'antenne 1

D.2.2.5 Effets sur le développement du jet (Antennes 2 & 3)

L'évolution de la position relative du jet et de l'ODS est suivie sur les deux antennes suivantes, avec les capteurs 0 et 10, situés à $x/D_j = 3{,}9649$ et $x/D_j = 5{,}1018$ pour l'antenne 2 et à $x/D_j = 9{,}9904$ et $x/D_j = 11{,}1273$ pour l'antenne 3 (*cf.* figure D.8). Un léger effet de la condition initiale est visible, avec un petit décalage entre les calculs *No Op* et *Op*. Le jet reste toujours derrière le front d'onde, ce qui conforte l'hypothèse de génération du front d'onde par effet piston. D'autre part, sur la simulation *Op/Dep*, l'onde de désoperculage n'est toujours pas complètement assimilée par le jet au capteur 0 de l'antenne 2, mais l'est par la suite. L'absence d'onde de désoperculage dans les simulations du chapitre 4 semble donc bien due au traitement de la condition d'opercule. Le type de condition aux limites



(a) Antenne 1, capteur 2

(b) Antenne 1, capteur 4

(c) Antenne 1, capteur 8

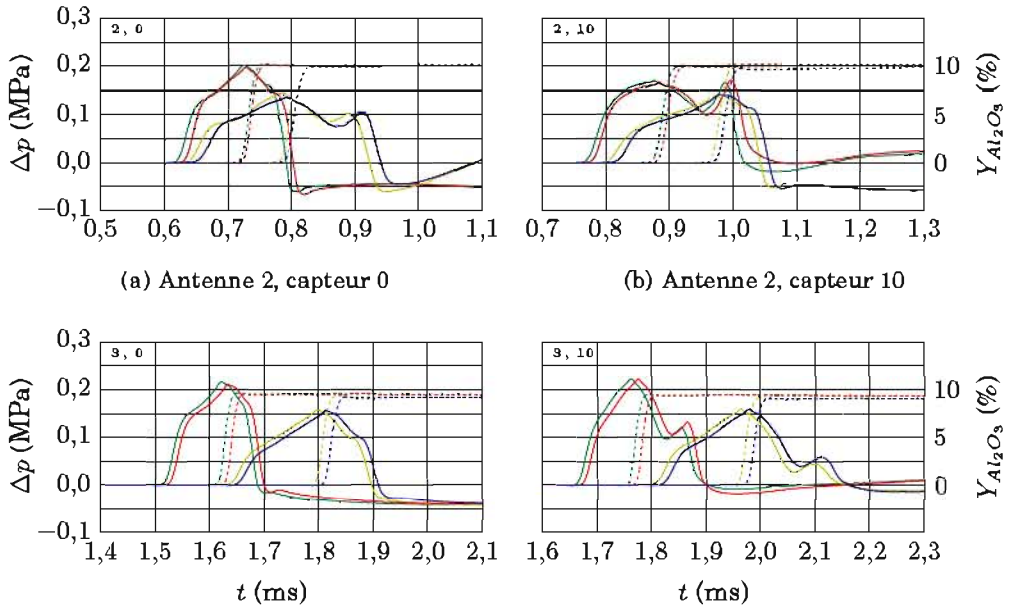
(d) Antenne 1, capteur 11

FIGURE D.7 – Historiques de pression et de fraction massique d'alumine pour les capteurs 2, 4, 8 et 11 de l'antenne 1 : pression des calculs *No Op / Cut* (——), *Op / Cut* (——), *No Op / Dep* (——), *Op / Dep* (——) et fraction massique d'alumine pour les calculs *No Op / Cut* (- - - -), *Op / Cut* (- - - -), *No Op / Dep* (- - - -), *Op / Dep* (- - - -)

joue directement sur la longueur d'onde et l'amplitude de l'ODS. Aussi, l'écart de vitesse entre les deux jets est important dès $x/D_j = 4$, avec un retard des calculs *Dep* $\Delta t = 0{,}08$ ms. Ce retard s'accentue de manière continue, pour atteindre 0,2 ms à $x/D_j = 11$.

D.3 Conclusion

Le fait de prendre en compte ou non la dépression consécutive au désoperculage se révèle avoir une influence sur la durée et l'amplitude de l'ODS. Dans les cas où la pression suit l'historique expérimental (*Dep*), la durée de l'ODS augmente, et son amplitude diminue par rapport aux cas *Cut* qui appliquent une hausse monotone de pression en entrée. Un second effet est aussi observé sur les positions relatives de l'ODS et du jet supersonique, ce dernier se développant plus lentement dans les cas *Dep* que dans les cas *Cut*. Cet effet sera à considérer lors de la comparaison des calculs du chapitre 4 (dont la limite est de type *Cut*) avec les mesures (qui sont reproduites par la condition *Dep*). Il est attendu que les jets calculés se développent plus rapide-



(a) Antenne 2, capteur 0

(b) Antenne 2, capteur 10

(c) Antenne 3, capteur 0

(d) Antenne 3, capteur 10

FIGURE D.8 – Historiques de pression et de fraction massique d'alumine pour les capteurs 0 et 10 des antennes 2 et 3 : pression des calculs *No Op / Cut* (——), *Op / Cut* (——), *No Op / Dep* (——), *Op / Dep* (——) et fraction massique d'alumine pour les calculs *No Op / Cut* (- - - -), *Op / Cut* (- - - -), *No Op / Dep* (- - - -), *Op / Dep* (- - - -)

ment que le jet expérimental, atteignant la position $x/D_j = 10$ environ 0,2 ms plus tôt. Au regard des résultats, la durée positive de l'ODS semble être déterminée par la durée nécessaire à la tuyère pour s'amorcer, donc conditionnée par la pression imposée à la limite. L'amplitude semble être influencée par la position du jet derrière l'ODS. Aucun effet majeur de la condition initiale (prise en compte de l'operculage) n'est observé lors de ces cas-test.

Annexe E

Cedre computations of the Jaxa AT-01 test case

Cette annexe présente les recherches effectuées dans le cadre du workshop Cnes/Jaxa *sur l'étude du bruit de jet de lanceur spatial.*

Le bruit généré par le jet d'un moteur à propergol solide de petite dimension est exploré numériquement dans cette étude. En particulier, les effets du sol sur l'acoustique du jet sont évalués et la contribution des ondes réfléchies au son perçu en champ lointain est estimée. Une approche hybride mêlant LES et radiation sonore par la méthode Ffowcs Wiliams & Hawkings est adoptée. Pour cela, on reproduit par simulation numérique un montage expérimental réalisé dans un laboratoire du Jaxa. *Le cas d'étude consiste en un tir vertical de moteur à propergol solide, orienté vers le bas et dont la tuyère se trouve à une distance du sol égale à 46 fois le diamètre de sortie de la tuyère. Deux simulations sont réalisées afin d'évaluer l'influence du sol sur l'aérodynamique du jet, l'une modélisant la présence du sol et l'autre un jet libre. Ces deux simulations se comparent bien aux grandeurs aérodynamiques calculées à l'aide de formules empiriques et ne présentent pas de différence majeure. De même, les spectres acoustiques en champ lointain calculés sans prise en compte du sol sont tout à fait similaires. Les spectres montrent que les deux simulations sous-estiment le bruit rayonné en champ lointain, tout particulièrement dans les basses fréquences, et la directivité est sous-estimée surtout sur les microphones localisés vers l'amont. Le post-traitement acoustique est donc adapté afin de tenir compte d'éventuelles réflexions sur le sol vers les microphones. A cette fin, un secteur de disque est ajouté dans le domaine de calcul acoustique. Son ouverture est calculée dans un premier temps a minima à partir de la corrélation angulaire du signal de pression en champ lointain. Une surface plus grande est aussi testée. Ces calculs montrent que les réflexions acoustiques comptent pour la majeure partie du signal perçu par les microphones localisés vers l'amont, et que l'ouverture de la surface de réflexion a une influence sur les basses fréquences rayonnées vers l'amont.*

E.1 Introduction

This chapter will focus on predicting the noise from a model SRM with a hybrid LES and FW-H approach. Jet far-field noise predictions are compared with experimental measures provided by JAXA. The over-expanded jet is characterized by a high exit temperature ($T_j/T_\infty \approx 5.9$) and an estimated exit Mach number M_j=3.63. It has been fired vertically towards the ground. Experimental set-up will be detailed and expected aerodynamic and acoustic characteristics from litterature will be presented along with experimental measurements. Effect of the ground on the jet aerodynamics and on noise production mechanisms is first assessed. Then, reflected perturbations contribution to the far-field noise is evaluated in the acoustic post-processing.

E.2 Experimental set-up

E.2.1 Test description

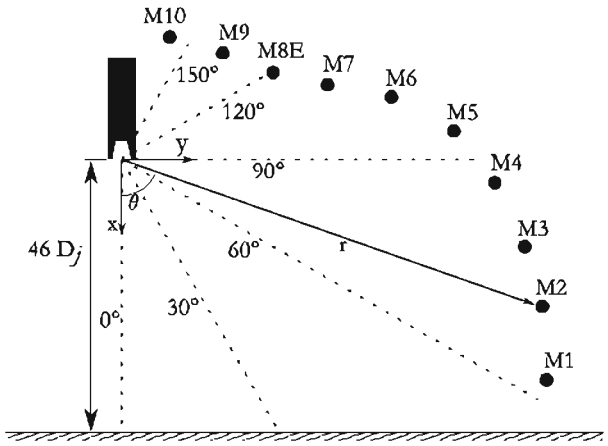


FIGURE E.1 – Experimental set-up

The acoustics during the downward firing of a mortar equipped with a convergent divergent nozzle into open space at atmospheric conditions (index ∞) was recorded on a series of microphones. Nozzle exit plane is roughly $46D_j$ above the ground. A sketch of the experimental set-up is pictured in Fig. E.1. Details of the microphones coordinates are reported in the Table E.1.

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8E	M9	M10
r (D_j)	80.4	74.9	69.2	62.7	55.9	46.6	36.8	29.4	26.1	23.3
θ (°)	63	71	79	87	96	105	112	123	135	162

TABLE E.1 – Microphones localization

E.2.2 Jet properties

Jet properties at nozzle exit (index j) are deduced from 1D isotropic relations at operating conditions. Exit pressure over ambient pressure ratio P_j/P_∞ is 0.494 and exit Mach number M_j is 3.63. Morrisette [Morrisette 1978] found experimentally that flow separation occurs when $P_j/P_\infty < 0.3$ regarding the current exit Mach number. The flow is then not expected to be separated.

Still, as the pressure ratio is below unity, the jet is over-expanded : a series of compression shocks and expansion fans take place after nozzle exit in order to regulate the flow pressure. Under the same conditions of pressure, an adapted jet would feature a Mach number M_a :

$$M_a^2 = \frac{2}{\gamma - 1}\left(\frac{P_c}{P_\infty}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) \tag{E.1}$$

where P_c is the pressure in the combustion chamber, yielding $M_a = 3.38$. The exit diameter D_a of a nozzle giving such conditions is defined as :

$$\left(\frac{D_a}{D^*}\right)^2 = \frac{1}{M_a}\left[\frac{2}{\gamma+1}(1+\frac{\gamma-1}{2}M_a^2)\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{E.2}$$

where D^* is the throat diameter. Ultimately, eq. (E.2) yields D_a/D_j=0.7578. These definitions are usually employed in empirical relations for jet characteristic lengths estimations. As such, the shock cell length L_{shock} can be predicted with Tam & Tanna's [Tam 1982] relation :

$$L_{shock}/D_a = \frac{\pi}{\mu_1}\sqrt{M_a^2 - 1} \tag{E.3}$$

where μ_1=2.4 is the first zero of the zero order Bessel function. Equation (E.3) yields $L_{shock}/D_j = 3.1$.

Nagamatsu & Horvay's [Nagamatsu 1970] empirical relation allow an *a priori* estimation of the laminar core length L_c based on the exit Mach number :

$$L_c/D_j = 5.22M_j^{0.9} + 0.22 = 16.8 \tag{E.4}$$

Eldred [Eldred 1971] proposed another relation, that relies upon the M_a and D_a :

$$L_c/D_a = 3.45(1 + 0.38M_a)^2 = 17.41 \tag{E.5}$$

which yields $L_c/D_j = 13.19$. The truth lies between the two estimations, and laminar core length is estimated to be around $15D_j$. Further downstream the laminar core zone, the flow is still supersonic, and the iso Mach number contour surface defines the limit of the supersonic mixing area. The length L_s of this zone is given by Nagamatsu & Horvay [Nagamatsu 1970] :

$$L_s/D_j = 5M_j^2 + 0.8 = 58.6 \tag{E.6}$$

This value being superior to the distance between the nozzle and the ground, the jet is expected to impact the ground at supersonic speed, and form a strong shock. However, Varnier [Varnier 2001a] suggests to substitute this relation for :

$$L_s/D_a = 5M_a^{1.8} + 0.8 \tag{E.7}$$

yielding $L_s/D_j = 32.75$, which seems more reasonable.

E.2.3 Acoustic analysis

E.2.3.1 Expected behavior

Supersonic jet noise sources are commonly divided into three main groups [Tam 1995] : mixing noise, broadband shock noise and screech tone.
Mixing noise is caused by velocity fluctuations in the shear layer [Tanna 1977a], similarly to subsonic jet. However, when the fluctuations are convected at supersonic speed, Mach wave radiation dominates the spectra in forward angles [Tam 1992]. Broadband shock noise is generated by the interactions of the vortices with the extremity of the shocks in the mixing layer [Tam 1982]. Finally, screech tone results from the creation of a resonant cycle between the nozzle lips and the third or fourth shock cell [Powell 1953b].

Seiner [Seiner 1992] stated that two families of supersonic waves coexist with different convection speeds. These waves radiate at a preferred angle equal to the arccosine of the inverse of their respective convective Mach numbers. The first family is called *supersonic instabilities* and is observed in hot and high speed jet. The convective Mach number M_{c_1} is calculated :

$$M_{c_1} = \frac{v_j}{c_j + c_\infty} = 2.482 \tag{E.8}$$

and the emission angle θ_1 is given by :

$$\theta_1 = \arccos\left(\frac{1}{M_{c_1}}\right) = 66.2^\circ \tag{E.9}$$

The frequency of the instabilities, expressed in the dimensionless form of the Strouhal number defined as $St = fD_j/v_j$, can be estimated with the empirical relation proposed by Tam [Tam 1995] :

$$St_{sup} = \frac{v_c D_j}{L_{shock}(1 + M_{c_1})v_j} = 0.0288 \tag{E.10}$$

with $v_c = M_{c_1} c_\infty$.

The second family of waves is referred to as *Kelvin-Helmholtz instabilities* and has higher convection speed than the first family. The convective Mach M_{c_2} number is defined by :

$$M_{c_2} = \frac{v_j + c_j}{c_j + c_\infty} = 3.183 \tag{E.11}$$

with an emission angle θ_2 :

$$\theta_2 = \arccos\left(\frac{1}{M_{c_2}}\right) = 71.7^\circ \tag{E.12}$$

Both angles θ_1 and θ_2 are near M1 and M2 microphones (refer to Fig. E.1).

Broadband shock noise intensity has been shown [Harper-Bourne 1973] to be dependent to the fourth power of the parameter $(M_j^2 - 1)^{-1/2}$. The central frequency St_b is estimated with :

$$St_b = \frac{v_c D_j}{L_{shock}(1 - M_{c_1}\cos\theta)v_j} \tag{E.13}$$

where $(1 - M_c\cos\theta)$ is a Doppler factor function of the angle of observation θ. For microphone M1, broadband shock noise central frequency is estimated at $St_b(M1) = 0.047$.

Finally, the screech frequency St_s can be estimated through the following relation [Tam 1986b] :

$$St_s = \frac{0.67(M_j^2 - 1)^{-1/2}}{1 + 0.7M_j\left((1 + \frac{\gamma-1}{2}M_j^2)\frac{T_\infty}{T_c}\right)^{-1/2}} = 0.0266 \tag{E.14}$$

which is close to the value of the central frequency of the supersonic instabilities.

E.2.3.2 Narrow band Power Spectral Densities

Acoustics analysis are carried out on a part of the signals when the generating pressure is stable. The recorded P_{rms} in dB are reported on Table E.2. Microphone M9 displayed a very unusual frequency content with a very high P_{rms}. As such, microphone M9 will not be detailed nor used for comparison in this study. Power Spectral Densities (PSD) in dB/Hz

M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8E	M10
146.6	146.4	144.0	142.6	141.90	141.6	141.5	140.7	136.4

TABLE E.2 – P_{rms} in dB for each microphone

for the nine other microphones are presented in Fig. E.2. Signals were split in 20 blocks

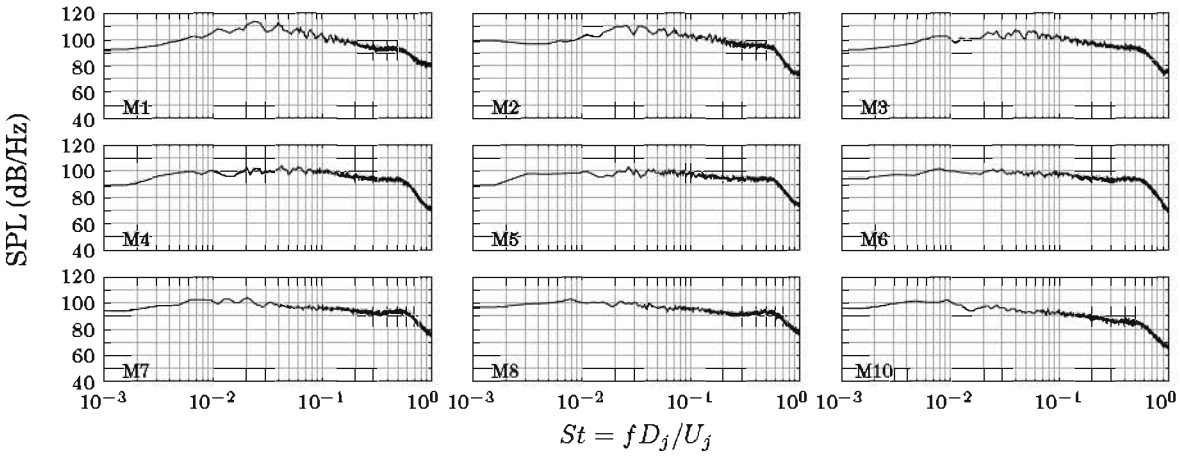


FIGURE E.2 – Power Spectral Densities

for the Fourier transforms, resulting in a 0.0015673 St spectral resolution. Analysis of the PSD's leads to the following observations :

- M1 and M2 are governed by a discrete frequency in agreement with Tam's relations (eq. E.10),
- large band low frequency (St<0.02) noise is observed from M3 (apparition) to M10,
- sound pressure levels for frequencies above St=0.1 are of lower magnitude than the lower frequency range of the signal content, except for microphones near the transverse direction (90°),
- no screech tone is observed on rear microphones.

In order to compute directivity in the exit nozzle coordinate system, signals are altered to artificially put all microphones to a constant distance from the nozzle, here $70D_j$. Amplitude of pressure fluctuations is assumed to decrease as the inverse of distance, 1/r. Figure E.3 displays the integrated sound pressure level in dB for each microphone against the angle (see Table E.1). The graph illustrates the high directivity of the signal in the downstream direction (M1 & M2), confirming the theoretical angles of the instability waves (see subsec. E.2.3.1).

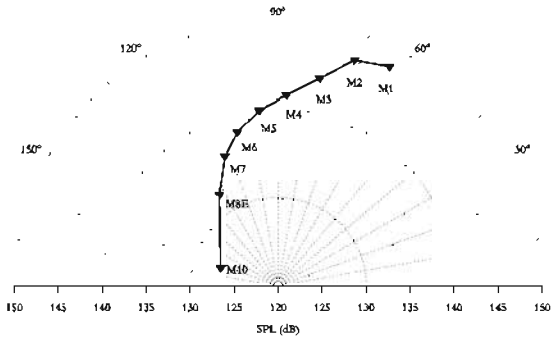


FIGURE E.3 – Directivity calculated at $70D_j$

E.3 Domain and grids

E.3.1 Domain definition

The computational domain features a simplified motor structure with the convergent-divergent nozzle and the external field. Two domains are built : one with the ground and a free-field version. External domain is a cylinder of radius $40D_j$, giving sufficient space for acoustic waves to be damped before they reach the limit. It extends to $46D_j$ or $80D_j$ in the forward axis x, depending on the ground presence, and up to $7D_j$ backward. Figure E.4 is

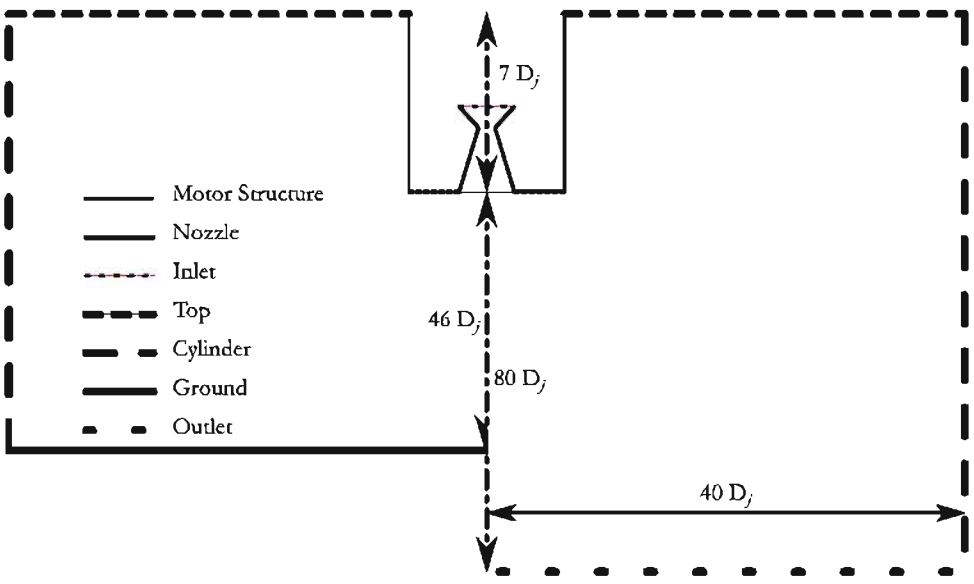


FIGURE E.4 – Boundaries conditions. *Left* : with ground ; *right* : without ground

a sketch of the computational domain with boundary definitions detailed in E.4.2.

E.3.2 Grids generation

Both grids feature an identical structured zone (hex-block) that proved to be adequate for jet computation with views on acoustics [Lupoglazoff 2005]. A schematic cross section of this zone is depicted in Fig. E.5. In gray, the square core, around which hexahedra are

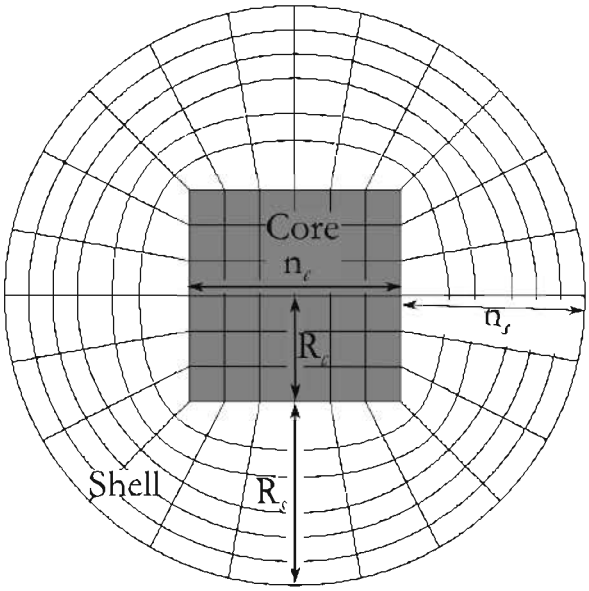


FIGURE E.5 – Schematic figure of the hex-block cross section

layered to ultimately form the circular shape. Core width is set to 30 % of the total width, and the number of points n_c composing one side sets the number of azimuthal plans n_a in the outer part $n_a = f(n_c)$). Finally, the number of points on a radius n_s sets the height of the hexahedra. Length of the zone is derived from the maximum intensity noise sources position. Potter [Potter 1968] estimated experimentally that the local maximum is located between one and two potential core lengths, followed by a rapid decay. The hex-block is then built in order to cover most of the noise sources : it is set long enough to cover the sources until their relative local sound power is 10 dB below the maximum, estimated by Potter at $x \approx 2.7L_c$. Hex-block starts at $x_0 = 0.23D_j$, to allow mesh adaptation between the structured zone and the nozzle unstructured mesh, and ends at $x_1 = 39.63D_j$, as pictured in Fig. E.6. Initial radius is set large enough to engulf all of the jet with $R_1 = 1.3D_j$, and final radius $R_2 = 7.5D_j$, for a half aperture angle of 8.7°, which is close to supersonic jet expansion expected behavior [Yüceil 2002]. Out of the block, the computational domain is meshed with tetrahedra that coarsen with the distance to the axis.

As most of the components of jet noise are generated by the interactions of the instabilities in the mixing layer, its discretization is a key point for jet noise computation. For a turbulent supersonic over-expanded jet, vorticity layer thickness is altered by the shock cell pattern.

For a similar configuration to the one presented here, de Cacqueray [de Cacqueray 2011a] found numerically an initial vorticity layer thickness around $\delta_\omega = 0.06 D_j$. In the present work, four points are used for the vorticity layer discretization.

The grid cutoff frequency f_c is defined as the cutoff frequency of the largest cell of characteristic dimension Δ in the grid. Numerical analysis shows that a minimum of 20 points in a wavelength λ are required to propagate without too much damping or dispersion [Bogey 2004] for second order schemes. For a cell of volume V, assimilated to a sphere, Δ can be defined as $\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$. The grid cutoff frequency is then :

$$f_c = \frac{c_\infty}{20\Delta} \tag{E.15}$$

A minimum cutoff Strouhal number of 0.1 is estimated to be necessary from the shape of experimental narrow band spectra (see Fig. E.2). Characteristic grid dimension is then deduced : $\Delta = \lambda/20 = c/(20 \times f_c) = 0.065 D_j$. Axial discretization is controlled by setting the number of points on the axis n_x and the initial size $\delta x|_{x_0}$. The meshing software then applies an arithmetical progression. Fig. E.6 displays all characteristic dimensions and sizes. The

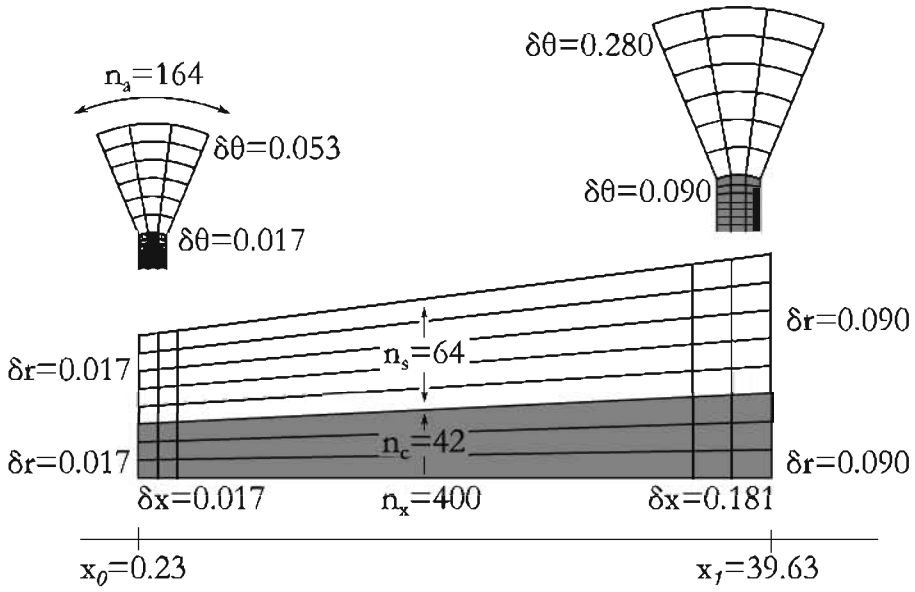


FIGURE E.6 – Details of the hex-block, sizes are dimensionless by nozzle exit diameter D_j

largest cell is located on the outer layer, at the end of the zone. It has a characteristic length $\Delta = 0.1 D_j$, corresponding to a cutoff Strouhal $St_c = 0.0625$.

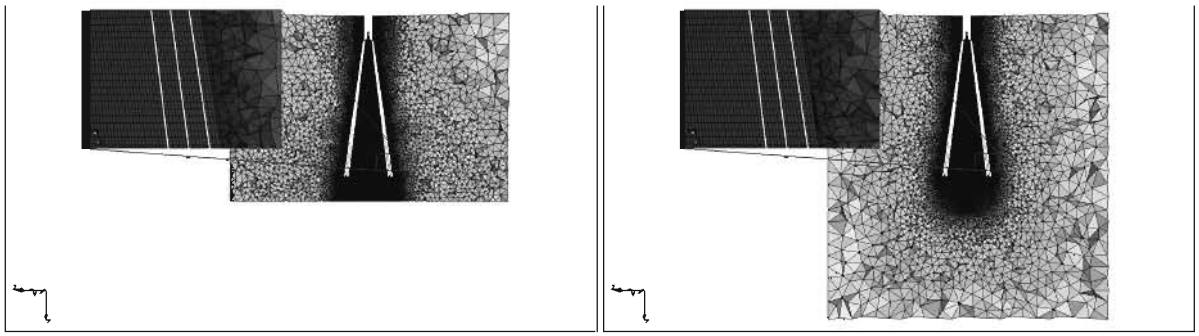
E.3.3 Integration surface

Integral methods for computing the jet acoustic radiation are rather a simple and efficient tool for the acoustic analysis of aerodynamic field. In this study, the surface formulation of Ffowcs Williams & Hawkings in the time domain is used [Rahier 2004]. Such method requires to position integration surfaces into the aerodynamic grid, in order to store ρ, ρv and p and then propagate them to the far-field microphones.

As the grids include a structured hex-block, integration surfaces are created from the gravity centers of the cells composing a given hexahedron layer, defined by its radial index. Thus, an integration surface is composed of $n_a \times (n_x - 1)$ points. A total of three porous surfaces are then defined on the last 20 layers (44, 54 and 59 out of 64 layers).

E.3.4 Final grids

The grid with ground features a total of 14 millions cells for 33 millions faces, and the grid without ground 9.6 millions and 24 millions respectively. Even if domain with ground is smaller than the one without ground, excess cells are located in the refined zone between end of the hex-block and the ground.
Details of the two grids, including jet zone and integration surfaces (white lines) are shown on Fig. E.7.



(a) with ground (b) without ground

FIGURE E.7 – Global view and details of the two grids

E.4 Computation characteristics

E.4.1 Models and numerical methods

In the present study, Large-Eddy Simulations using a Smagorinsky subgrid-scale model are carried out with the Cedre code, a parallel multiphysics computational tool

for numerical simulations in the field of energetics, with particular emphasis on propulsion applications, developed and validated by Onera [Scherrer 2011]. The flow solver [Refloch 2011, Lupoglazoff 2005] resolves compressible Navier-Stokes equations for the gas mixture. Space discretization general framework is the cell-centered finite volume approach. Interpolation follows a MUSCL type methodology and numerical Euler fluxes are always upwind, evaluated by the HLLC scheme (Riemann solver) [Courbet 2011]. Time integration follows first order Euler implicit method, with a global time step. Implicit linear system resolution is done by a GMRES method with block diagonal preconditioning. Parallelization of the flow solver is accomplished through a domain decomposition technique. Each core solves the equations on a small part of the whole domain, and variables are exchanged through MPI from a part to an other every time step. Two species are taken into account as perfect gases : air and propellant gas. C_p is described by 7th order polynomial for air and is constant for propellant.

E.4.2 Initial and boundaries conditions

The initial condition is set identical to experimental ones. Boundaries are depicted in Fig. E.4. "Inlet" boundary is handled by imposing total pressure, total temperature and uniform axial mass fraction injection of propellant species. "Nozzle", "ground" and "motor structure" are treated as no-slip adiabatic walls. An updated inlet/outlet condition with static air properties is applied to the rear surface named "top". The cylindrical envelop is treated as a subsonic non-reflective outlet at pressure equals to ambient pressure.

E.4.3 Computation sequence

A first stage in the computation process consists in converging the jet until the mean flow variables no longer vary. The second step consists in recording the unstationary values of pressure, density and speed on the storage surface. The simulated time in the storage phase determines the frequency resolution of the computed acoustic spectra. This duration must be adjusted to the lowest frequency of interest. Mixing noise is the lowest frequency component of jet noise [Tam 1995]. The hot supersonic jet herein presented features strong low frequency components : it is seen in Fig. E.2 that a peak occurs at St=0.03. This peak is a very low frequency when compared to what is usually in aeronautic jets (M=0.9), where maximum intensity occurs around St=0.2, as for example in the case presented by Bogey [Bogey 2010]. The spectral resolution ΔSt is set so that it represents 5% of the frequency of interest $St = 0.03$. Then, the signal duration τ must respect $\tau = mD_j/v_j$ with $m > 1/\Delta St$. Moreover, to ensure a good convergence of the computation, five of such periods are to be computed, yielding a final duration $\tau = 5/\Delta St \cdot D_j/v_j \approx 3300 D_j/v_j$. Storage is

done at a constant interval dt, set so that recording frequency is 100 times higher than the $St = 0.03$ perturbations. Details of the computation sequence can be found in Table E.3.

$\tau\ (D_j/v_j)$	# Samples
3 048	9 600

TABLE E.3 – Time characteristics of computations (storage phase)

Time step Δt yields a CFL number $(|v|+c)\Delta t/\Delta x$ up to 40 in the highly stressed regions, and still lower than 0.5 in the regions where acoustics is a matter of concern.

E.4.4 Hardware resources

With ground computation was performed on 256 Nehalem cores and required 88h wall time, and without ground computation required 480 Westmere cores during 55h wall time.

E.5 Results

Before reviewing far-field noise results, it is of prime importance to ensure that the computed jets present the expected aerodynamic characteristics.

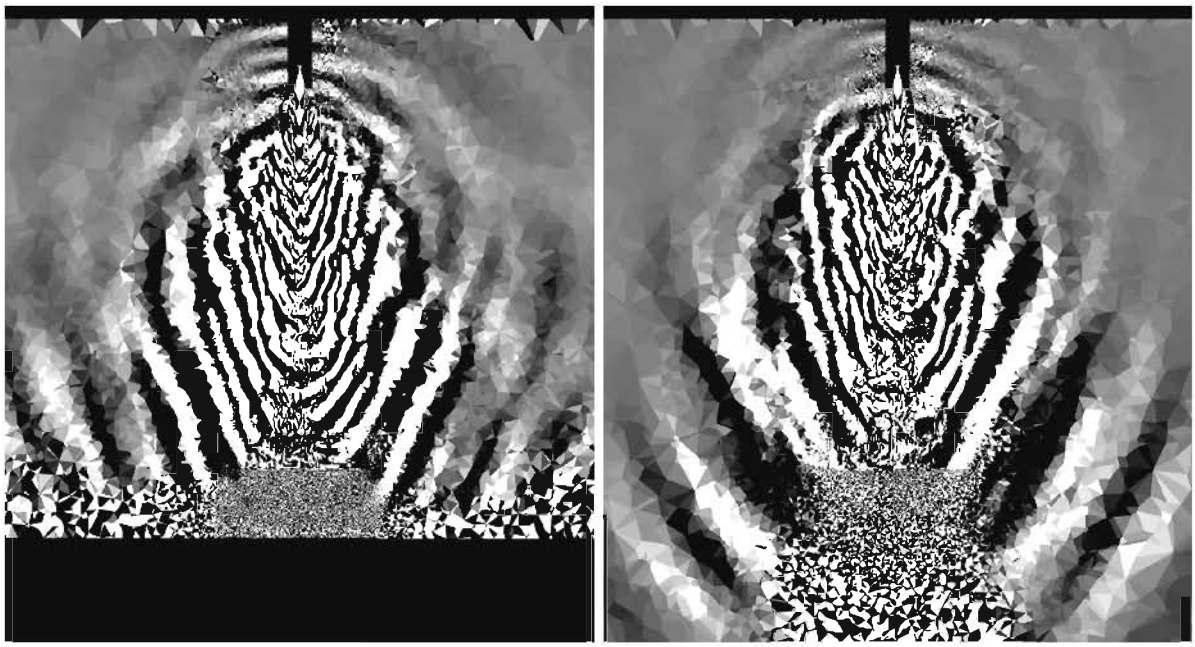
E.5.1 Aerodynamics

E.5.1.1 Instantaneous flow fields

Instantaneous fields of velocity divergence in Fig. E.8 allow a clear visualization of the discrepancies and similarities between the two computations. At first sight, ground presence does not seem to alter jet aerodynamics. Sound generation mechanisms look similar in both computations : an upward pulsation with similar wavelength and amplitude is computed in both cases, Kelvin-Helmholtz and Mach wave instabilities are emitted with the same angle respectively. The only visible difference is the deviation of the Mach wave propagation by the impinging jet flow.

E.5.1.2 Mean flow fields

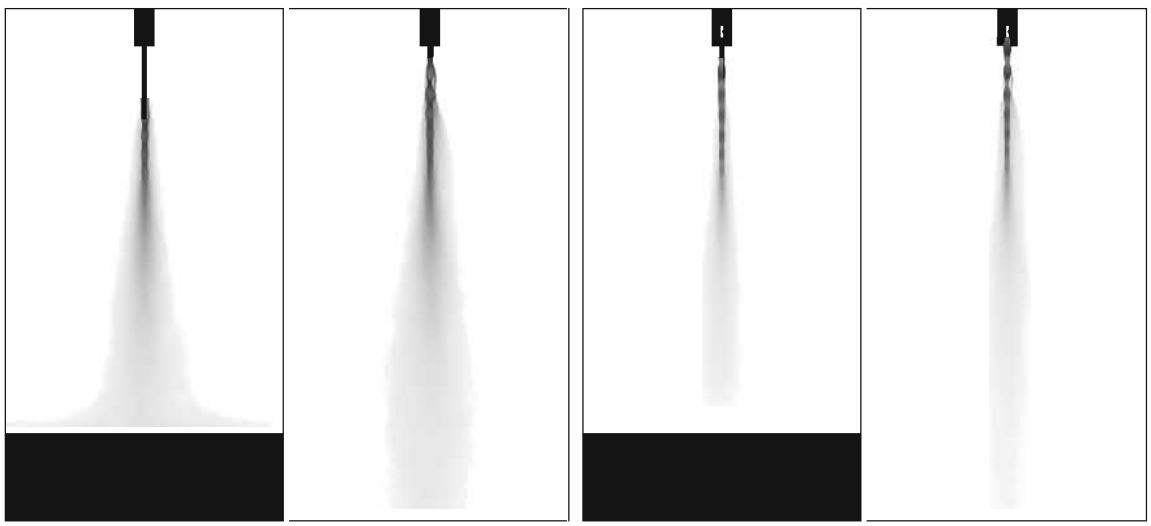
The solution is averaged during the storage phase over all the iterations. Mean temperature and Mach number fields are presented in Fig. E.9(a) and Fig. E.9(b). The comparison between these figure confirms the strong resemblance of both computations. Precisely, both computations feature a similar Mach cells pattern and potential core lengths are comparable. Both simulations feature an asymmetrical mean flow when the shear layer begins to



(a) with ground (b) without ground

FIGURE E.8 – Instantaneous velocity divergence maps, z=0 plane

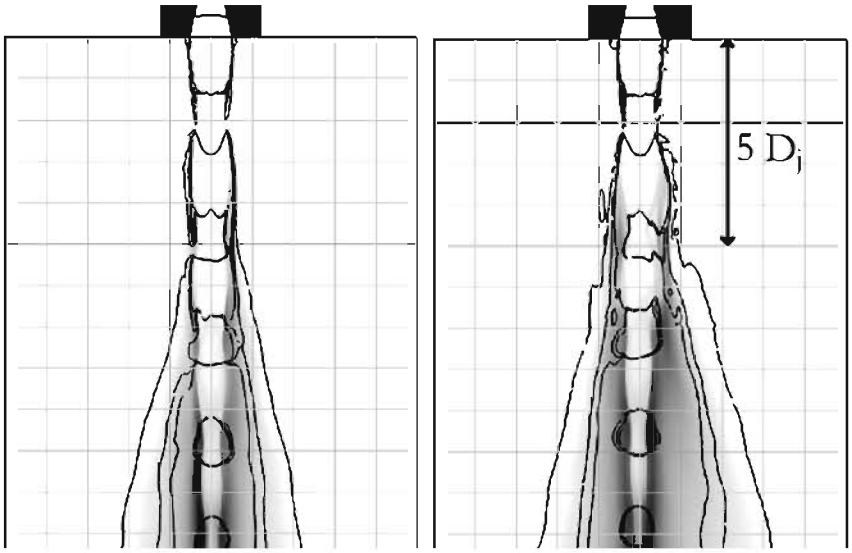
grow, around the second shock cell. This asymmetry is less pronounced when the ground is accounted for. A detailed view of the dimensionless TKE from 0 to $12D_j$ is shown in



(a) Mean temperature fields (b) Mean Mach number fields

FIGURE E.9 – Mean flows. *Left* : with ground; *right* : without ground, z=0 plane

Fig. E.10 along with three iso contours of pressure from $p_\infty - 1\,000$ to $p_\infty + 1\,000$Pa. Without ground computation features a more intense TKE in the right part of the shear layer in



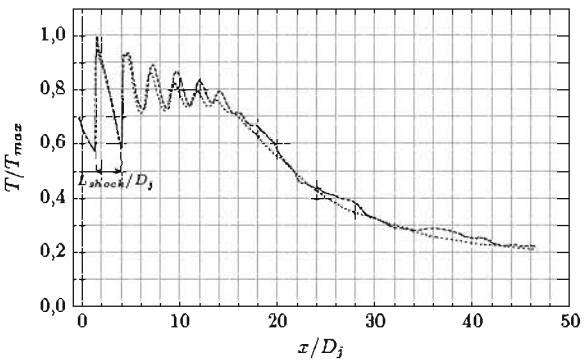
(a) with ground (b) without ground

FIGURE E.10 – Zoom ($0< x/D_j <12$) of dimensionless mean turbulent kinetic energy, iso pressure +/- 1000 Pa

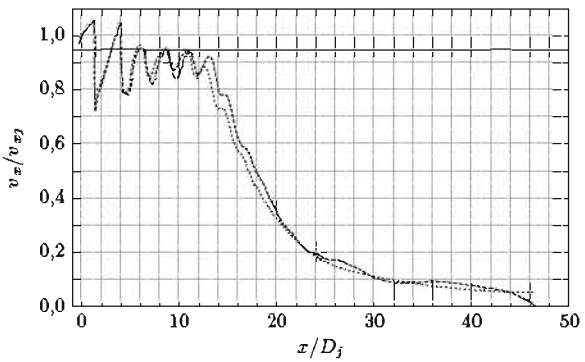
this specific plane, along with a high level of mixing. Jet opening, highlighted by the iso contour of pressure, is greater in the without ground computation. Nevertheless, the first three shock cells positions are almost identical, while number four and five set back from the ones in the with ground computation.

E.5.1.3 Jet aerodynamics

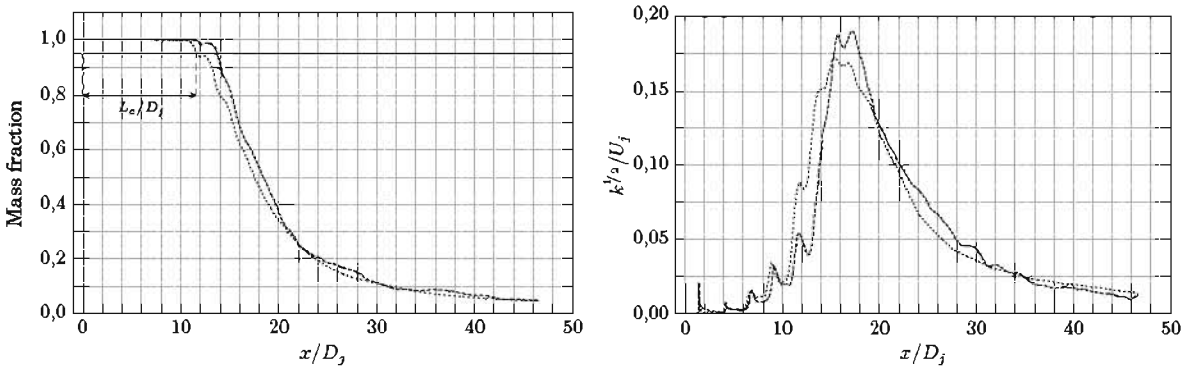
In-depth comparison between the two computations can be achieved through the study of criterion such as axial mean temperature, velocity or composition centerline evolution and axial and radial turbulent kinetic energy profiles.



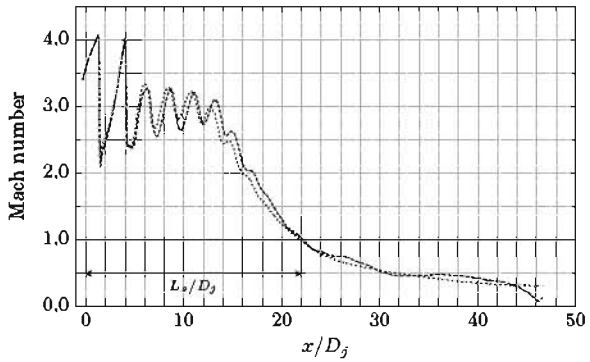
(a) Temperature



(b) Axial velocity : v_x/v_{xj}=0.95(——)



(c) Propellant mass fraction : y_{prop}=0.95 (——) (d) Turbulent kinetic energy



(e) Mach number —— : M=1

FIGURE E.11 – Axial quantities : with ground (----) and without ground (·····)

Centerline evolutions Mean temperature centerline value is plotted in Fig. E.11(a) from which first shock cell length L_{shock} is extracted. Potential core length, usually defined by the centerline position where the jet velocity is 95% of the exit plane velocity, is not easy to determine due to the numerous shocks, as can be seen in Fig. E.11(b). An alternative consists in following the mass fraction of propellant species. Since no mixing occurs in the core, potential core tip is defined when the mass fraction decays below 95% of its initial value, as represented in Fig. E.11(c). L_c is also identifiable in Fig. E.11(d) : it is located just before the maximum of TKE intensity on the centerline. Finally, centerline Mach number (presented Fig. E.11(e)) allows the L_s estimation. These three characteristic values are reported and compared to the expected values in Table E.4. Regarding aerodynamics, the ground presence has for consequence the lengthening of the jet characteristics. Specifically, potential core dimension is lengthened by 15.7%, sonic length by 1.2% and shock cell dimension by 2.6% when ground is accounted for in the computation. However, results are very similar and close to semi-empirical values, except for sonic line, that is under-estimated by computations.

	Relations	With ground	Without ground
L_{shock}/D_j	3.1	2.77	2.70
L_c/D_j	13.2→16.8	13.47	11.64
L_s/D_j	32.8	22.05	21.78

TABLE E.4 – Numerical aerodynamic values compared to empirical relations

TKE The radial variation of dimensionless TKE at various downstream positions is shown in Fig. E.12. Both computations feature a low level of turbulence at nozzle lips, only 0.65% of the exit velocity (usually, a higher value is encountered). From $x = 4.5D_j$, TKE rises quickly to reach a value in the mixing region comparable to the maximum level encountered downstream on the axis. The two computations predicts different mixing layer development as seen in Fig. E.9(b), but both display an asymmetry.

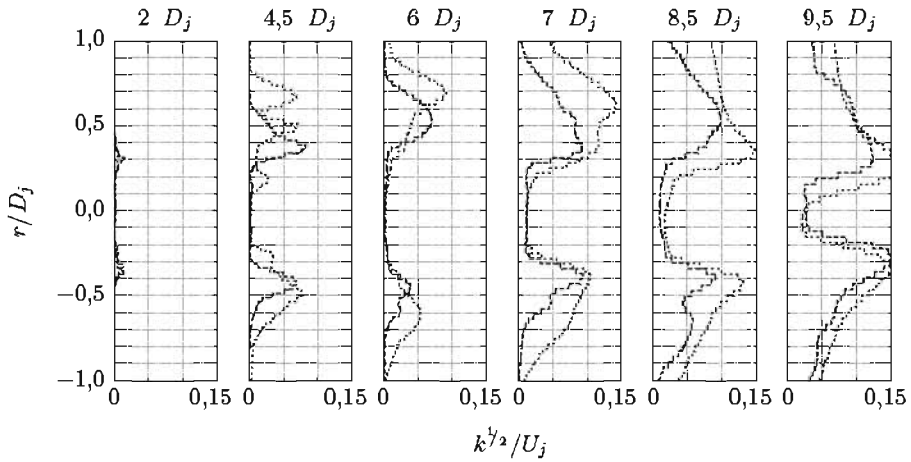


FIGURE E.12 – Turbulent kinetic energy at various downstream positions : with ground (----) and without ground (·····)

E.5.2 Acoustics

The *Direct* denomination applies to acoustics results which do not account for reflections in the post-processing. Pressure signals on the microphones derive directly from the information stored on the porous surface. Only the part of duration τ of the far-field pressure signal when every node composing the porous surface participate is used for PSD's and spectra. $N = 8602$ samplings compose these computations yielding to a spectral resolution of $\Delta St = 0.00036$, and a maximum resolved frequency of $St_{max} = 1.56$. For legibility purposes, a smoothing is applied by averaging the value on 5 harmonics, yielding a total of

860 narrow bands.

Power Spectral Density Figures E.13(a) to E.13(c) plot the downstream, sideline and upstream angle signals PSD's respectively. Both computations are compared to the experiment. For downstream microphones, the shape of the PSD's is respected up to St=0.2.

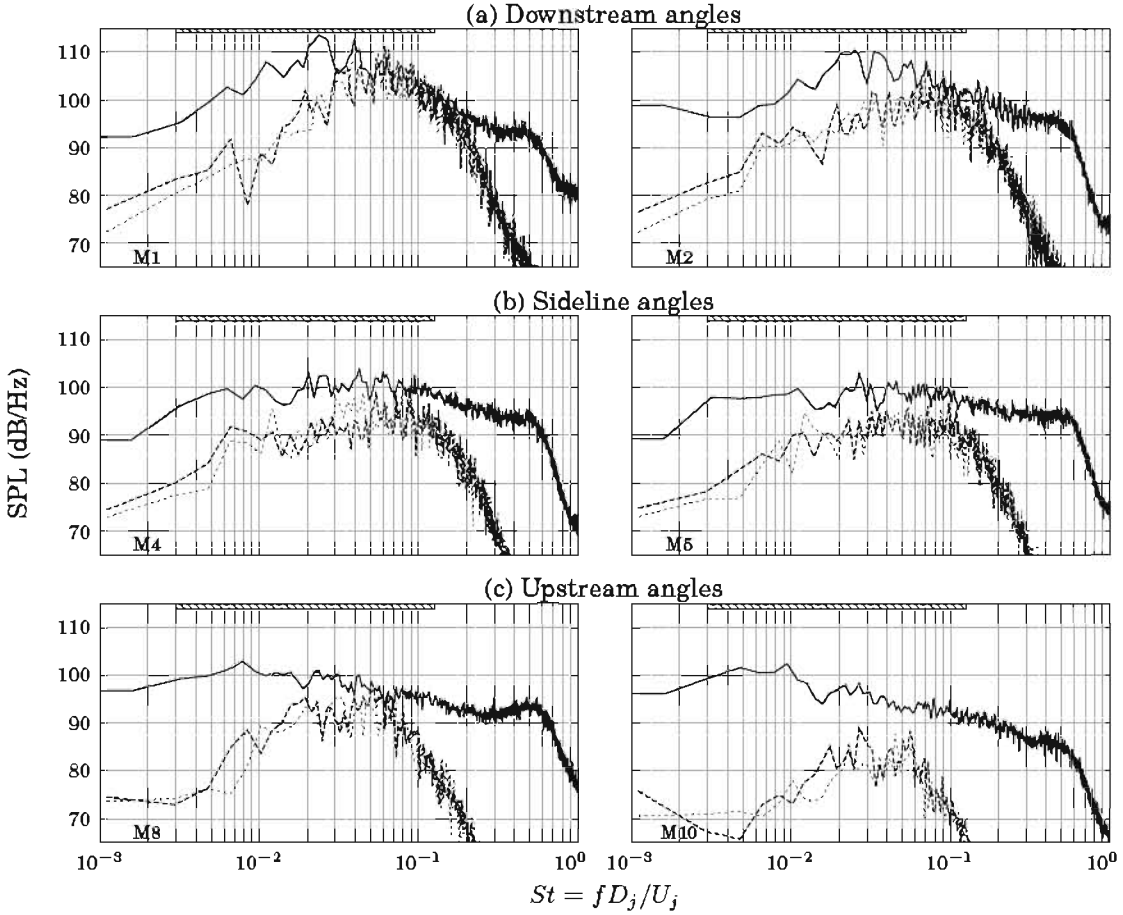


FIGURE E.13 – Power spectral densities at upstream, sideline and downstream angles : measures (——), with ground (----) and without ground (·····)

Regarding sideline microphones, an overall underestimation is observed, especially the low frequency component. Finally, the computations fail to reproduce the particularly high level of low frequencies on the upstream microphones. As no major discrepancy between the two computations is visible, one can conclude that sound generation mechanisms are not affected by the ground presence. However, the lack in the low frequency part of the spectra, and the overall underestimation of noise on the most upstream microphone leave place to wonder whether acoustic reflection on the ground contributes to a significant part in the overall sound.

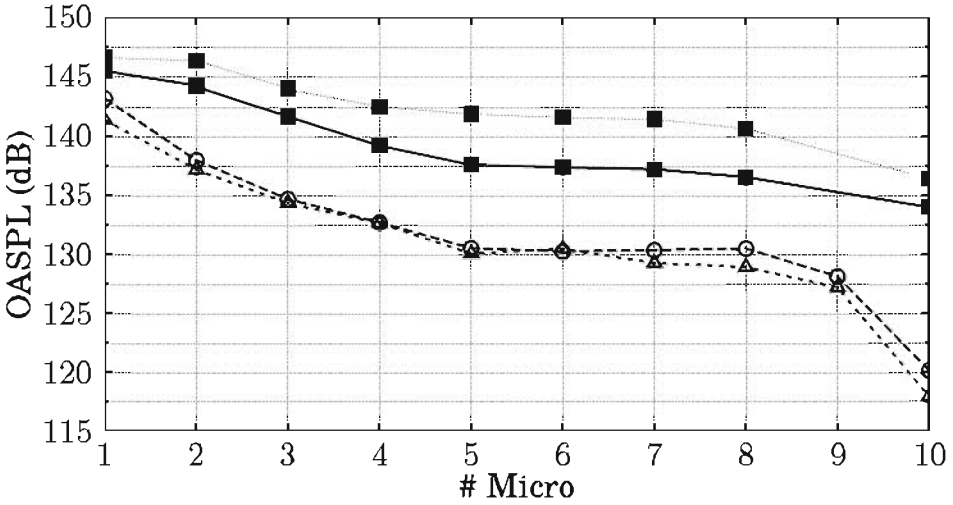


FIGURE E.14 – OASPL of the two computations and experimental data integrated from St=0.003 to St=0.126 : measures (all freq.) (···■···), measures (—■—), with ground (-⊖-) and without ground (···△···)

Over All Sound Pressure Levels PSD's are integrated from St=0.003 to St=0.126, as indicated by the stripped header in Fig. E.13, and the results are presented in Fig. E.14. Computation with or without ground have similar OASPL's, especially on sideline angles. In the downstream and upstream directions, ground effect is slightly beneficial, increasing by 2-3 dB the OASPL. More generally, computations have a good estimation of the OASPL in the downstream direction and the shape is well predicted at sideline angles. The main drawback is the large underestimation on microphone M10. This difference of OASPL in the rear direction was foreseen on the DSP, with a an overall underestimation, especially in the low frequency part of the spectrum. It is thought to be due to the absence of contribution from reflected acoustic waves. This contribution is studied in the next paragraph by including a reflective surface in the acoustic post-processing. To that effect, only the with ground computation stored results are used.

E.5.2.1 Ground reflection contribution

The reflective surface is a planar mesh which nodes are treated as microphones by the acoustic software. The post-processing is then performed in three steps :

1. propagation from the source surface towards the microphones ("Direct"), and towards each node of the reflective surface
2. propagation from the reflective surface to the microphones
3. addition of the two components ("Total")

Adding a surface has the consequence of dramatically shortening the common duration τ of analysis. To overcome this penalty, the signal is made periodic. Hence, there is no more transitional signal, and the common time for the microphones is equal to the duration of a period, *i.e.* the simulated time.

The grid density is set so that the distance between two microphones corresponds to the third of the wavelength of the reflected acoustic wave. A preliminary computation is carried out with a linear array of microphones extending outwards from the impingement point to identify the frequency content of the impinging perturbations. The maximum of intensity impinging the ground is located around $St \approx 0.03$, and the grid is created accordingly.

Ideally, the ground should be entirely accounted for in the post-processing. However, this approach is very costly, and only a portion of a disk can be considered. The aperture is set by determining the minimal angle α above which perturbations do not contribute anymore to the noise perceived on a reference microphone. To that effect, pressure signals on microphones evenly distributed over a horizontal arc corresponding to M3 position are computed. Inter-correlation level χ between $\alpha = 0°$ signal and every other microphone are depicted in Fig. E.15. For $\alpha > 20°$, χ drops below 0.4, which denotes a weak correlation

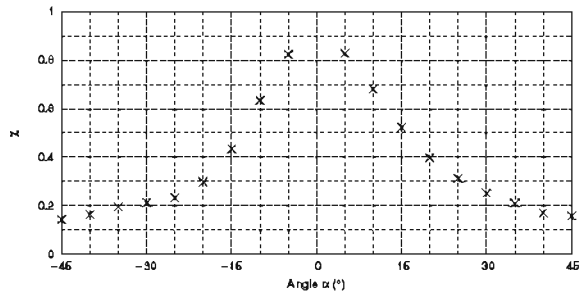


FIGURE E.15 – Angular intercorrelation's

of the signals. The reflective surface must then extend on more than 20° on both sides. Two surfaces are created : a minimalistic surface denominated "1/8", representing a total of 45°, and a more extended one representing half a circle, named "1/2". The surfaces extend radially up to $70D_j$. The portion inside the intersection between the conical porous surface and the ground is excluded. The set-up is depicted in Fig. E.16, where "1/8" surface is in dark gray and "1/2" surface is in light gray. "1/8" surface is composed of 2162 triangles for 1147 nodes and "1/2" contains 8508 triangles and 17280 nodes. Due to the artificially periodic signal, the signal is now composed of N=9600 samplings. Spectral resolution is now $\Delta St = 3.26\,10^{-4}$.

Power Spectral Density Comparison of "direct", total "1/8" and "1/2" computed PSD's with experimental data are presented in Fig. E.17(a) to Fig. E.17(c) on two downstream,

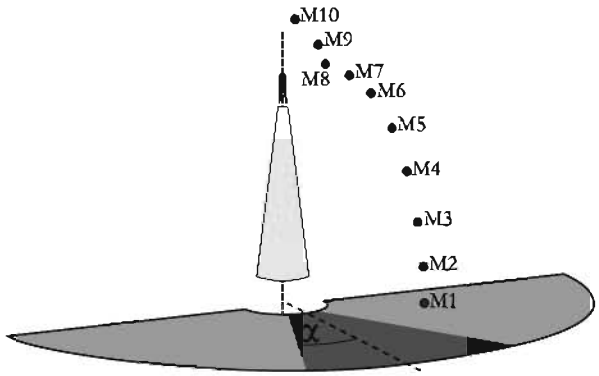


FIGURE E.16 – Microphones, integration surface, "1/8" (dark gray) and "1/2" (light gray) acoustic reflective surfaces

two sideline and two upstream angles respectively. Ground reflection accounts for a large

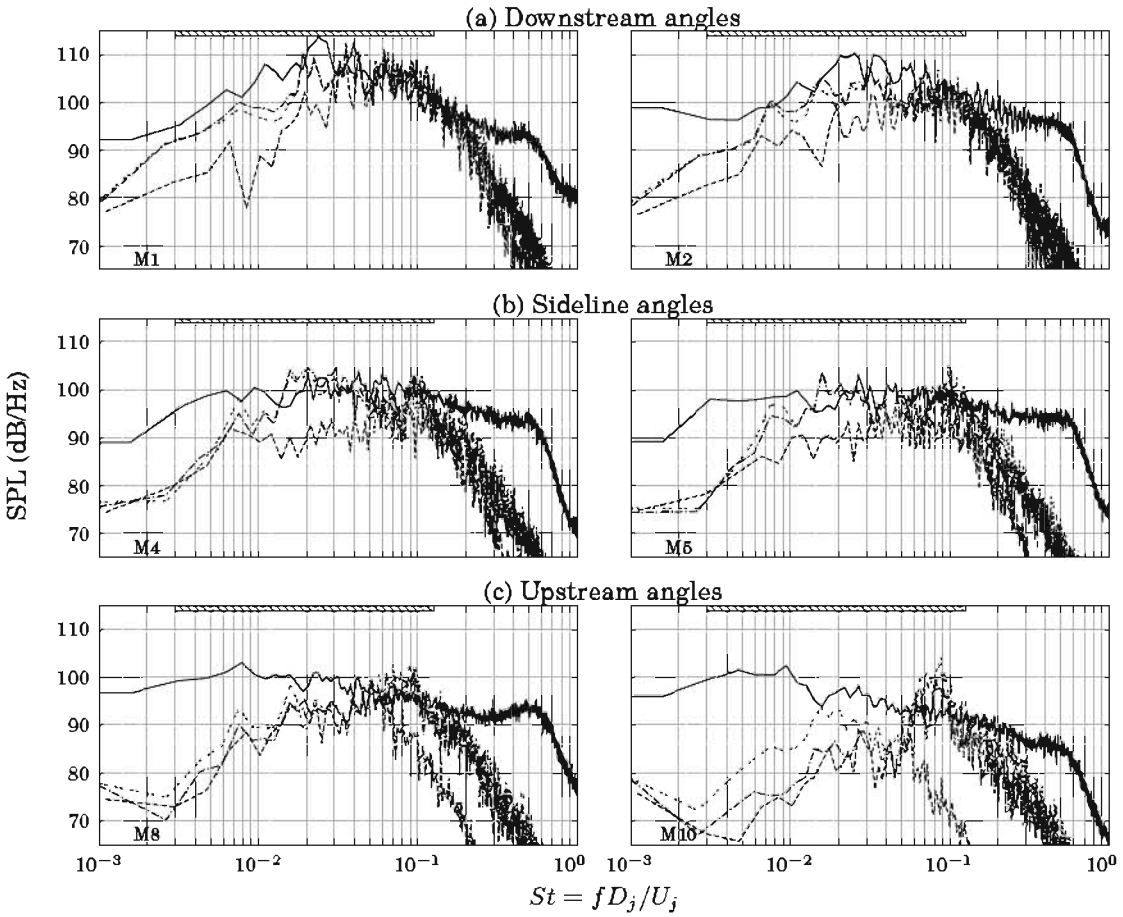


FIGURE E.17 – Acoustic spectra : measures (——), direct (----), total (1/8) (—·—·) and total (1/2) (-- --)

part of the low frequency component of the spectra in the downstream direction. Concerning sideline microphones, the effect is most visible in the mid range and high frequency.

Regarding upstream directions, effects are most sensible in the high frequency range, and also in the lowest part of the spectrum. The spanning of the reflective surface plays a significant role in the upstream directions essentially. A significant gain in the low frequency part of the spectra is visible on microphone M10. Increasing the surface spanning allowed a gain of extra few dB/Hz between St =0.001 and St = 0.01. Nevertheless, a peak around St=0.1 appears on the upstream spectra. Is is thought to be a numerical artifact caused by the post processing. Overall good agreement is found on downstream angles, whereas low frequencies are under predicted by computations at sidelines and upstream positions.

Over All Sound Pressure Levels Figure E.18 presents the OASPL's of the "Direct" and total "1/8" and "1/2" computed noise, integrated on the same range as previously (St = 0.003 to St = 0.126). When reflection is accounted for in the acoustic post-processing, OASPL's fill most of the gap with the experimental curve integrated on the same range. Only micro-

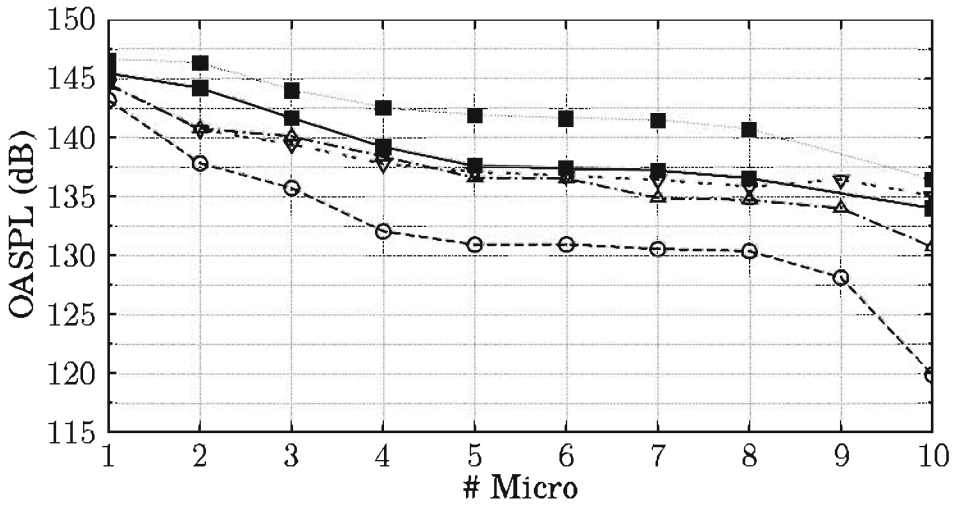


FIGURE E.18 – OASPL of the three acoustic computations and experimental data integrated from St=0.003 to St=0.126. measures (all freq.) (-■-), measures (—■—), direct (-⊖-), total (1/8) (—△-) and total (1/2) (--▽--)

phone $M2$ gains only a few dB and still falls behind the experimental data by about 5 dB. Reflection influence is well visible for sideline microphones, where OASPL gains 10 dB, closing by 1 dB the experimental values. Finally, on upstream angles, the gain is also sizable, especially for microphone M10 which gains almost 15 dB with "1/2" reflective surface, and 10 when considering the "1/8" surface. However, this promising result must be tempered with the numerical artifact observed in Fig. E.17(c).

E.6 Concluding remarks

The noise emitted by a supersonic hot jet fired towards the ground is numerically investigated in this chapter. The test case considered consists in a hot supersonic free jet from a small scale solid rocket motor vertically fired $46D_j$ above the ground. For this purpose, a CAA methodology is adopted that combines a fine LES of the jet and a Ffowcs Williams and Hawkings approach for radiating sound from a porous Kirchhoff surface to the far-field microphones. Ground action on the mean jet characteristics is found to be of little order. Specifically, TKE follow similar evolutions along the axis or in the shear layer, where both computations predict a non axisymmetric jet and comparable levels of turbulence. Regarding acoustics, only a few discrepancies are to be noted at extreme angles, where without ground computation feature an extra or two dB. However, when compared to experimental results, both computations fail to reproduce the high level of the low frequency range on the various microphones, and the high frequency of the resolved part of the upstream microphones does not match the experimental signal either. As a consequence, computed OASPL's underestimate experimental ones by 5 (downstream) to 15 dB (upstream) on the Strouhal number range of interest. Including a reflective surface during the acoustic radiation post-process affects differently the noise perceived by the microphones regarding the direction. Reflection accounts for a large part of the high frequency components of the noise perceived by the upstream microphones. On the side microphones, it is most visible in the mid frequency range, and concerns mainly the low frequency part of the downstream microphones. On the whole, a gain ranging from 2 (downstream) to 10 dB (upstream) is observed with a narrow reflective surface. Widening the surface has a very small effect on downstream and side angle microphones, but increases again the noise perceived by the microphones at the most upstream directions. Specifically, a significant gain on the lower part of the spectra is obtained. Finally, 1 to 2 dB underestimation of the OASPL is obtained when considering the frequency range of interest. Nevertheless, the computations still fail to reproduce the high level of low frequencies instabilities, mostly at high angles, and the questions of possible additional reflection effects from test bench configuration arose. It is argued that the upper frequency limit of the computations could be increased by a relatively small factor to better reproduce the medium to high frequency noise emission.

Le bruit généré par un jet supersonique chaud tiré vers le sol est étudié numériquement dans ce chapitre. Le cas test considéré consiste en un jet libre supersonique chaud issu d'un moteur à propergol solide de petite dimension tiré vers le bas $46D_j$ *au dessus du sol. Dans ce but, une méthodologie CAA est mise en place qui combine à la fois une LES précise du jet et une approche Ffowcs Williams & Hawkings pour calculer la radiation du son jusqu'aux microphones. L'influence du sol sur l'aérodynamique du jet est faible, ce dernier étant situé suffisamment loin du moteur. L'évolution du taux d'énergie cinétique à différentes sections est comparable que l'on prenne en compte le sol ou non. De même, les spectres acoustiques calculés sont similaires, sauf aux angles les plus faibles, où la présence du sol ajoute* 2 *à* 3 *dB. Cependant, comparés aux niveaux mesurés, les simulations ne parviennent pas à reproduire le niveau très élevé des basses fréquences sur les différents microphones. En conséquence, les calculs sous-estiment de* 5 *(aval) à* 15 *(amont) dB les niveaux expérimentaux intégrés sur la bande passante du calcul. L'ajout d'une surface de réflexion dans la chaîne de radiation acoustique affecte le signal acoustique différemment en fonction de l'angle d'observation. Les perturbations réfléchies remplissent la partie haute fréquences des spectres pour les microphones situés en amont du jet, alors qu'elles concernent plutôt les fréquences moyennes pour les angles transversaux à l'écoulement et le contenu basse fréquence pour les microphones situés vers l'aval. Un gain de* 2 *(aval) à* 10 *dB (amont) est obtenu en utilisant une surface d'extension minimale. En augmentant la surface disponible à la réflexion, on observe de nouveau un gain sur les basses fréquences du signal perçu en amont sans changement notable sur les autres microphones. Au final, la simulation atteint une estimation de* 1 *à* 2 *dB sous le niveau expérimental sur la plage de fréquences concernées. Cependant, les calculs n'ont pas été capables de reproduire le niveau important des composantes basses fréquences, surtout vers l'amont. De possibles réflexions supplémentaires sur la structure du pas de tir peuvent être à l'origine de ce comportement particulier. La fréquence de coupure du maillage de la simulation pourrait être augmentée légèrement pour reproduire plus fidèlement les composantes moyennes et hautes fréquences.*

Bibliographie

[Adamson 1959] T. C. Adamson et J. A. Nicholls. *On the structure of jets from highly underexpanded nozzles into still air*. Journal of Aerospace Science, vol. 26, n°. 1, pp. 16–24, 1959.

[Anderson 1955] A. R. Anderson et F. R. Johns. *Characteristics of free supersonic jet into quiescent air*. Jet Propulsion, vol. 25, n°. 1, pp. 13–15 & 25, 1955. doi : 10.2514/8.6575

[Anderson 1982] J. D. Anderson. Modern compressible flow, with historical perspective, volume 12. McGraw-Hill, New-York, 1982. ISBN : 9780071241366

[André 2009] B. André et T. Castelain. *Schlieren photography of a round supersonic jet at Mach number 1.5*, 2009. url : `http://acoustique.ec-lyon.fr/caaweb.php#npr`, accès le 19 septembre 2013.

[André 2011] B. André, T. Castelain et C. Bailly. *Experimental study of flight effects on screech in underexpanded jets*. Physics of Fluids, vol. 23, n°. 12, p. 126102, 2011. doi : 10.1063/1.3671735

[Bailly 1996] C. Bailly, S. Candel et P. Lafon. *Prediction of supersonic jet noise from a statistical acoustic model and a compressible turbulence closure*. Journal of Sound and Vibrations, vol. 194, n°. 2, pp. 219–242, 1996. doi : 10.1006/jsvi.1996.0354

[Bailly 1997] C. Bailly, P. Lafon et S. Candel. *Subsonic and supersonic jet noise predictions from statistical source models*. AIAA Journal, vol. 35, n°. 11, pp. 1688–1696, 1997. doi : 10.2514/2.33

[Baker 1973] W. E. Baker. Explosions in air. University of Texas press, Austin, TX, États-Unis, 1973.

[Bardina 1980] J. Bardina, J. H. Ferziger et W. C. Reynolds. *Improved subgrid scale models for large eddy simulation*. AIAA 13th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Snowmass, CO, États-Unis, 1980. AIAA 80-1357. doi : 10.2514/6.1980-1357

[Beckstead 1993] M. W. Beckstead. *Solid propellant combustion mechanisms and flame structure*. Journal of pure and applied chemistry, vol. 65, n°. 2, pp. 297–307, 1993.

[Bellanova 2006] A. Bellanova. *Chronique d'un booster*. Latitude5, CNES, vol. 71, pp. 18–22, 2006.

[Berland 2007] J. Berland, C. Bogey et C. Bailly. *Numerical study of screech generation in a planar supersonic jet*. Physics of Fluids, vol. 19, n°. 7, p. 75105, 2007. doi : 10.1063/1.2747225

[Bertier 2006] N. Bertier. *Simulation des grandes echelles en aérothermique sur des maillages non-structurés généraux.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, France, 2006.

[Biancherin 2002] A. Biancherin, F. Vuillot, G. Rahier et N. Lupoglazoff. *Comprehensive 3D unsteady simulations of subsonic and supersonic hot jet flow-fields. Part 2 : acoustic analysis.* 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference & Exhibit, Breckenridge, CO, États-Unis, 2002. AIAA 02-2600. doi : 10.2514/6.2002-2600

[Bodony 2005] D. J. Bodony et S. K. Lele. *On using Large-Eddy Simulation for the prediction of noise from cold and heated turbulent jets.* Physics of Fluids, vol. 17, n°. 8, p. 85103, 2005. doi : 10.1063/1.2001689

[Bodony 2008] D. J. Bodony et S. K. Lele. *Current status of jet noise predictions using Large-Eddy Simulation.* AIAA Journal, vol. 46, n°. 2, pp. 364–380, 2008. doi : 10.2514/1.24475

[Bogey 2003] C. Bogey, X. Gloerfelt et C. Bailly. *Illustration of the inclusion of sound–flow interactions in Lighthill's equation.* AIAA Journal, vol. 41, n°. 8, pp. 1604–1606, 2003. doi : 10.2514/2.2115

[Bogey 2004] C. Bogey et C. Bailly. *A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations.* Journal of Computational Physics, vol. 194, n°. 1, pp. 194–214, 2004. doi : 10.1016/j.jcp.2003.09.003

[Bogey 2006a] C. Bogey et C. Bailly. *Investigation of downstream and sideline subsonic jet noise using Large-Eddy Simulation.* Theoretical and Computational Fluid Dynamics, vol. 20, n°. 1, pp. 23–40, 2006. doi : 10.1007/s00162-005-0005-7

[Bogey 2006b] C. Bogey et C. Bailly. *Large-Eddy Simulations of round free jets using explicit filtering with/without dynamic Smagorinsky model.* International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 27, n°. 4, pp. 603–610, 2006. doi : 10.1016/j.ijheatfluidflow.2006.02.008

[Bogey 2007] C. Bogey et C. Bailly. *An analysis of the correlations between the turbulent flow and the sound pressure fields of subsonic jets.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 583, pp. 71–97, 2007. doi : 10.1017/S002211200700612X

[Bogey 2010] C. Bogey et C. Bailly. *Influence of nozzle-exit boundary-layer conditions on the flow and acoustic fields of initially laminar jets.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 663, pp. 507–538, 2010. doi : 10.1017/S0022112010003605

[Bohren 1983] C. F. Bohren et D. R. Huffman. Absorption and scattering of light by small particles. Wiley-VCH Verlag GmbH, Weinheim, Allemagne, 1983. doi : 10.1002/9783527618156

[Bollinger 1966] L. E. Bollinger, E. S. Fishburne et R. Edse. *Contribution of combustion noise to overall rocket exhaust jet noise*. Rapport technique, NASA-CR-463, NASA, 1966.

[Bourasseau 1986] B. Bourasseau. *Programme de calcul des performances des systèmes propulsifs COPPELIA*. Rapport technique, 5/3589 EY, ONERA, 1986.

[Boyer 2013] G. Boyer, G. Casalis et J. L. Estivalèzes. *Stability and sensitivity analysis in a simplified solid rocket motor flow*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 722, pp. 614–644, 2013. doi : 10.1017/jfm.2013.90

[Broadwell 1961] J. E. Broadwell et C. N. Tsu. *An analysis of transient pressure due to rocket starting in underground launchers*. Rapport technique, n°. 51, Space Technology Laboratory, 1961.

[Broadwell 1967] J. E. Broadwell et C. N. Tsu. *Transient pressures caused by rocket start and shutdown in ducted launchers*. Journal of Spacecraft and Rockets, vol. 4, n°. 10, pp. 1323–1328, 1967. doi : 10.2514/3.29079

[Buell 1984] J. C. Buell. *Three-dimensional simulation of STS ignition overpressure*. AIAA 17th Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasers Conference, Snowmass, CO, États-Unis, 1984. AIAA 84-1629. doi : 10.2514/6.1984-1629

[Bussard 1958] R. W. Bussard. *Concepts for future nuclear rocket propulsion*. Journal of Jet Propulsion, vol. 28, n°. 4, pp. 223–227, 1958. doi : 10.2514/8.7283

[de Cacqueray 2010a] N. de Cacqueray. *Méthodes numériques pour les écoulements supersoniques avec application au calcul du bruit rayonné par un jet sur-détendu*. Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon, Lyon, 2010.

[de Cacqueray 2010b] N. de Cacqueray, C. Bogey et C. Bailly. *Large-Eddy Simulation and direct noise prediction of a shocked and heated jet at a Mach number of 3.30*. AAAF, numéro 1, 2010.

[de Cacqueray 2011a] N. de Cacqueray, C. Bailly et C. Bogey. *Investigation of a high-Mach-number overexpanded jet using Large-Eddy Simulation*. AIAA Journal, vol. 49, n°. 10, pp. 2171–2182, 2011. AIAA 2171–2182. doi : 10.2514/1.J050952

[de Cacqueray 2011b] N. de Cacqueray, C. Bogey et C. Bailly. *Investigation of high supersonic jet noise : non-linear propagation effects and flow-acoustics correlations*. 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Portland, OR, États-Unis, 2011. AIAA 2011-2747 doi : 10.2514/6.2011-2747

[Cai 2008] W. Cai, P. Thakre et V. Yang. *A model of AP/HTPB composite propellant combustion in rocket-motor environments*. Combustion Science and Technology, vol. 180, n°. 12, pp. 2143–2169, 2008. doi : 10.1080/00102200802414915

[Candel 1992] S. Candel, L. C. Valdés et P. Bertrand. *Détermination expérimentale de la puissance acoustique rayonnée par le lanceur Ariane 5 au décollage*. La Recherche Aérospatiale, vol. 2, pp. 1–24, 1992.

[Casalis 1998] G. Casalis, G. Avalon et J.-P. Pineau. *Spatial instability of planar channel flow with fluid injection through porous walls*. Physics of Fluids, vol. 10, n°. 10, pp. 2558–2568, 1998. doi : 10.1063/1.869770

[Chedevergne 2012] F. Chedevergne, G. Casalis et J. Majdalani. *Direct numerical simulation and biglobal stability computations of the gaseous motion in solid rocket motors*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 706, pp. 190–218, 2012. doi : 10.1017/jfm.2012.245

[Chevalier 2005] P. Chevalier, B. Courbet, D. Dutoya, P. Klotz, E. Ruiz, J. Troyes et P. Villedieu. *CEDRE : Development and validation of a multiphysic computational software*. 1st EUCASS, Moscou, Russie, 2005.

[Cho 2000] I. H. Cho, S. W. Baek et S. T. Chang. *Numerical simulation of axisymmetric solid rocket motor ignition transient with radiation effect*. Journal of Propulsion and Power, vol. 16, n°. 4, pp. 725–728, 2000. doi : 10.2514/2.5636

[Colombier 1991] R. Colombier et M. Pollet. *Solid rocket motor Ignition OverPressure prediction*. 27th AIAA/SAE/ASME Joint Propulsion Conference, Sacramento, CA, États-Unis, 1991. AIAA Paper 91-2437. doi : 10.2514/6.1991-2437

[Cooley 1965] J. W. Cooley et J. W. Tukey. *An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series*. Mathematics of Computation, vol. 19, n°. 90, pp. 297–301, 1965. doi : 10.2307/2003354

[Couillard 2005] P. Couillard. Lanceurs et satellites. Cépaduès Editions, Toulouse, France, 2005. EAN13 : 9782854286625

[Courbet 2011] B. Courbet, C. Benoit, V. Couaillier, F. Haider, M. C. Le Pape et S. Péron. *Space Discretization Methods*. Aerospace Lab Journal, vol. 2, 2011. url : `http://www.aerospacelab-journal.org/al2`

[Curle 1955] N. Curle. *The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound*. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, vol. 231, n°. 1187, pp. 505–514, 1955. doi : 10.1098/rspa.1955.0191

[Dargaud 2010] J.-B. Dargaud, J. Troyes, F. Vuillot et C. Bailly. *Numerical simulation of model solid rocket motor Ignition OverPressure waves. Part I : horizontal free jet with reflective ground*. 17th International Conference on Sound and Vibration, Cairo, Egypt, 2010.

[Dargaud 2014] J.-B. Dargaud, J. Troyes, J.-M. Lamet, L. Tessé, F. Vuillot et C. Bailly. *A numerical study of solid rocket motor ignition overpressure waves : jet flow develop-*

ment and infrared radiation. Journal of Propulsion and Power, vol. 30, n° 1, pp. 164–174, 2014. doi : 10.2514/1.B34824

[Dash 1993] S. M. Dash. *Rocket motor plume flowfields : Phenomenology and simulation.* AGARD conference on Rocket Motor Plume Technology, Neuilly-sur-Seine, France, 1993.

[Davenas 1989] A. Davenas. Technologie des propergols solides. Masson, Paris, 1989.

[Davies 1962a] M. G. Davies et D. E. S. Oldfield. *Tones from a choked axisymmetric jet. I. Cell structure, eddy velocity and source locations.* Acustica, vol. 12, n° 4, pp. 257–266, 1962.

[Davies 1962b] M. G. Davies et D. E. S. Oldfield. *Tones from a choked axisymmetric jet. II : the self excited loop and mode of oscillation.* Acustica, vol. 12, n° 4, pp. 267–277, 1962.

[Davis 1988] S. F. Davis. *Simplified second-order Godunov-type methods.* SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, vol. 9, n°. 3, pp. 445–473, 1988. doi : 10.1137/0909030

[Dombrovskii 1982] L. A. Dombrovskii. *On possibility of determination of disperse composition of two-phase flow using light scattering under small angles.* High Temperature, vol. 20, n°. 3, pp. 472–479, 1982.

[Dotson 1997] K. W. Dotson, S. Koshigoe, et K. K. Pace. *Vortex shedding in a large solid rocket motor without inhibitors at the segmented interfaces* Journal of Propulsion and Power, vol. 13, n°. 2, pp. 197–206.

[Dougherty 1984] N. S. Dougherty et A. C. Mansfield. *6.4 percent scale model SSV SRM/SSME ignition overpressure verification testing for western test-range : test program at MSFC.* Rapport technique, NASA-CR-171986, NASA, 1984.

[Dupays 1996] J. Dupays. *Contribution à l'étude du rôle de la phase condensée dans la stabilité d'un propulseur à propergol solide pour lanceur spatial.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, Toulouse, 1996.

[Dupoirieux 2006] F. Dupoirieux, L. Tessé, S. Avila et J. Taine. *An optimized reciprocity Monte Carlo method for the calculation of radiative transfer in media of various optical thicknesses.* International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 49, n°. 7-8, pp. 1310–1319, 2006. doi : 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.10.009

[Eggers 1966] J. M. Eggers. *Velocity profiles and eddy viscosity distributions downstream of a mach 2.22 to quiescent air.* Rapport technique, NASA-TN-D-3601, NASA, 1966.

[Einfeldt 1988] B. Einfeldt. *On Godunov-type methods for gas dynamics.* SIAM Journal on Numerical Analysis, vol. 25, n°. 2, pp. 294–318, 1988. doi : 10.2307/2157317

[Eldred 1963] K. M. Eldred, R. W. White, M. A. Mann et M. G. Cottis. *Suppression of jet noise with emphasis on the near field.* Rapport technique, TDR-62-578, Flight Dynamics Laboratory, 1963.

[Eldred 1971] K. M. Eldred. *Acoustic loads generated by the propulsion system.* Rapport technique, NASA-SP-8072, NASA, 1971.

[Engblom 2001] W. A. Engblom, M. A. Weaver et E. D. Ndefo. *Numerical study of vehicle/pad configuration effects on launch ignition transients.* 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, NV, États-Unis, 2001. AIAA 01-0802. doi : 10.2514/6.2001-802

[Fabignon 2003] Y. Fabignon *et al.* *Instabilities and pressure oscillations in solid rocket motors.* Aerospace Science and Technology, vol. 7, n°. 3, pp. 191–200, 2003. doi : 10.1016/S1270-9638(02)01194-X

[Farmer 1998] J. T. Farmer et J. R. Howell. *Comparison of Monte Carlo strategies for radiative transfer in participating media.* Advances in Heat Transfer, vol. 31, pp. 333–429, 1998. doi : 10.1016/S0065-2717(08)70243-0

[Fayard 2010] B. Fayard. *Étude et contrôle du bruit de jet par simulation numérique.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2010.

[Ffowcs Williams 1965] J. E. Ffowcs Williams et G. Maidanik. *The Mach wave field radiated by supersonic turbulent shear flows.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 21, n°. 4, pp. 641–657, 1965. doi : 10.1017/S0022112065000393

[Ffowcs Williams 1969] J. E. Ffowcs Williams et D. L. Hawkings. *Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion.* Philosophical Transactions for the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, vol. 264, 1969. doi : 10.2307/73790

[Fitzpatrick 1952] H. M. Fitzpatrick et R. Lee. *Measurements of noise radiated by subsonic air jets.* Rapport technique, AD-650175, David Taylor Model Basin Washington DC, 1952.

[Fortuné 1999] V. Fortuné et Y. Gervais. *Numerical investigation of the noise radiated from hot subsonic turbulent jets.* AIAA Journal, vol. 37, n°. 9, pp. 1055–1061, 1999. doi : 10.2514/2.833

[Freund 2000a] J. B. Freund, S. K. Lele et P. Moin. *Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer. Part 1. Turbulence and growth rate.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 421, pp. 229–267, 2000. doi : 10.1017/S0022112000001622

[Freund 2000b] J. B. Freund, S. K. Lele et P. Moin. *Direct simulation of a Mach 1.92 jet and its sound field.* AIAA Journal, vol. 38, n°. 11, pp. 2023–2031, 2000.

[Freund 2001] J. B. Freund. *Noise sources in a low-Reynolds-number turbulent jet at Mach 0.9.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 438, pp. 277–305, 2001. doi : 10.1017/S0022112001004414

[Fukuda 2009] K. Fukuda, S. Tsutsumi, K. Fujii, K. Ui, T. Ishii, H. Oinuma, J. Kazawa et K. Minesugi. *Acoustic measurement and prediction of solid rockets in static firing tests.* 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Miami, FL, États-Unis, 2009. doi : 10.2514/6.2009-3368

[Haider 2009] F. Haider. *Discrétisation en maillage non structuré général et applications LES.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2009.

[Harper-Bourne 1973] M. Harper-Bourne et M. J. Fisher. *The noise from shock waves in supersonic jets.* AGARD Conference proceedings no. 131 on Noise mechanisms, Bruxelles, Belgique, 1973. doi : 10.1121/1.2033182

[Harten 1983] A. Harten, P. D. Lax et B. Van Leer. *On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws.* SIAM Review, vol. 25, n°. 1, pp. 35–61, 1983. doi : 10.1137/1025002

[Haynes 2009] J. Haynes et R. J. Kenny. *Modifications to the NASA-SP-8072 distributed source method II for Ares I lift-off environment predictions.* 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Miami, FL, États-Unis, 2009. AIAA 2009-3160. doi : 10.2514/6.2009-3160

[Hirsch 1988] C. Hirsch. Numerical computation of internal and external flows. Vol. 1 : fundamentals of numerical discretization, Wiley-Intersciences, Chichester, Royaume-Uni, 1988. ISBN : 978-0-471-92385-5

[Ikawa 1982] H. Ikawa et F. S. Laspesa. *Space shuttle SRM ignition overpressure prediction methodology.* JANNAF 13th Plume Technology Meeting, CPIA Publication vol. 357, 1982.

[Ikawa 1985] H. Ikawa et F. S. Laspesa. *Ignition / duct overpressure induced by Space Shuttle solid rocket motor ignition.* Journal of Spacecraft and Rockets, vol. 22, n°. 4, pp. 481–488, 1985. doi : 10.2514/3.25776

[Jones 1982] J. H. Jones. *Scaling of ignition startup pressure transients in rocket systems as applied to the Space Shuttle overpressure phenomenon.* JANNAF 13th Plume Technology Meeting, pp. 371–392, CPIA Publication vol. 357, 1982.

[Jordan 2008] P. Jordan et Y. Gervais. *Subsonic jet aeroacoustics : associating experiment, modelling and simulation.* Experiments in Fluids, vol. 44, n°. 1, pp. 1–21, 2008. doi : 10.1007/s00348-007-0395-y

[Kern 2001] D. L. Kern, H. Himelblau, E. M. Jerome, A. G. Piersol et R. Sheldon. *Dynamic environmental criteria*. Rapport technique, NASA-HDBK-7005, NASA, 2001.

[Koria 1984] S. C. Koria et K. W. Lange. *An experimental study on the behaviour of an underexpanded supersonic gas jet*. Archiv für das Eisenhüttenwesen, vol. 55, pp. 427–432, 1984.

[Kubota 2002] N. Kubota. Propellants and explosives : thermochemical aspects of combustion. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co., Weinheim, Allemagne, 2002. doi : 10.1002/9783527610105

[Kudryavtsev 2004] V. Kudryavtsev, J. Varnier et A. Safronov. *A simplified model of jet aerodynamics and acoustics*. 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Manchester, Royaume-Uni, 2004. AIAA 2004-2877. doi : 10.2514/6.2004-2877

[Lai 1982] S. Lai et F. S. Laspesa. *Ignition overpressure measured on STS lift-off and correlation with subscale model tests*. JANNAF 13th Plume Technology Meeting, pp. 207–216, CPIA Publication vol. 357, 1982.

[Lau 1979] J. C. Lau, P. J. Morris et M. J. Fisher. *Measurements in subsonic and supersonic free jets using a laser velocimeter*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 93, n°. 1, pp. 1–27, 1979. doi : 10.1017/S0022112079001750

[Laufer 1976] J. Laufer, R. H. Schlinker et R. E. Kaplan. *Experiments on supersonic jet noise*. AIAA Journal, vol. 14, n°. 4, pp. 489–497, 1976. doi : 10.2514/3.61388

[Lavergne 2004] G. Lavergne. *Modélisation de l'écoulement multiphasique dans le propulseur à poudre P230 d'Ariane V*. Cours donné à l'école de Combustion, Ile d'Oléron, France, 2004.

[Lele 2010] S. K. Lele, S. Mendez, J. Ryu, J. Nichols, M. Shoeybi et P. Moin. *Sources of high-speed jet noise : Analysis of LES data and modeling*. Procedia Engineering, volume 6, pp. 84–93, 2010. doi : 10.1016/j.proeng.2010.09.010

[Li 1982] C. P. Li. *Simulation of solid rocket startup transient flow using a numerical method*. JANNAF 13th Plume Technology Meeting, pp. 343–358, CPIA Publication vol. 357, 1982.

[Lighthill 1952] M. J. Lighthill. *On Sound Generated Aerodynamically. I. General Theory*. Philosophical Transactions for the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, vol. 211, n°. 1107, pp. 564–587, 1952. doi : 10.1098/rspa.1952.0060

[Lighthill 1954] M. J. Lighthill. *On sound generated aerodynamically II. Turbulence as a source of sound*. Proceedings of the Royal Society of London. Series A,

Mathematical and Physical Sciences, vol. 122, n°. 1148, pp. 1–32, 1954. doi : 10.1098/rspa.1954.0049

[Lilley 1974] G. M. Lilley. *On the noise from jets.* AGARD Conference Proceedings no. 131 on Noise Mechanisms, Bruxelles, Belgique, pp. 1–12, 1974. doi : 10.1121/1.2033182

[Liou 1993] M.-S. Liou et C. J. J. Steffen. *A new flux splitting scheme.* Journal of Computational Physics, vol. 107, pp. 23–29, 1993. doi : 10.1006/jcph.1993.1122

[Liou 1996] M.-S. Liou. *A Sequel to AUSM : AUSM+.* Journal of computational physics, vol. 129, pp. 364–382, 1996. doi : 10.1006/jcph.1996.0256

[Liou 2006] M.-S. Liou. *A sequel to AUSM, Part II : AUSM+up for all speeds.* Journal of Computational Physics, vol. 214, pp. 137–170, 2006. doi : 10.1016/j.jcp.2005.09.020

[Love 1959] E. S. Love, C. E. Grigsby, L. P. Lee et M. J. Woodling. *Experimental and theoretical studies of axisymmetric free jets.* Rapport technique, NASA-TR-6, NASA, 1959.

[Lupoglazoff 1996] N. Lupoglazoff et F. Vuillot. *Parietal vortex-shedding as a cause of instability for long solid propellant motors. Numerical simulations and comparisons with firing tests.* AIAA 34th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, NV, États-Unis, 1996. AIAA 96-0761. doi : 10.2514/6.1996-761

[Lupoglazoff 2002] N. Lupoglazoff, F. Vuillot, A. Biancherin et G. Rahier. *Comprehensive 3D Unsteady Simulations of Subsonic and Supersonic Hot Jet Flow-Fields. Part 1 : Aerodynamic Analysis.* 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference & Exhibit, Breckenridge, CO, États-Unis, 2002. AIAA 2002-2599. doi : 10.2514/6.2002-2599

[Lupoglazoff 2005] N. Lupoglazoff, G. Rahier et F. Vuillot. *Application of the* Cedre *unstructured flow solver to jet noise computations.* 1st EUCASS, Moscou, Russie, 2005.

[Lyrintzis 2003] A. S. Lyrintzis. *Surface integral methods in computational aeroacoustics : From the (CFD) near-field to the (Acoustic) far-field.* International Journal of Aeroacoustics, vol. 2, n°. 2, pp. 95–128, 2003.

[Marchesse 2002] Y. Marchesse, Y. Gervais et H. Foulon. *Water injection effects on hot supersonic jet noise.* Comptes Rendus Mécanique, vol. 330, n°. 1, pp. 1–8, 2002. doi : 10.1016/S1631-0721(02)01418-3

[Massey 1994] K. C. Massey, K. K. Ahuja, R. R. Jones III et C. K. W. Tam. *Screech tones of supersonic heated free jets* AIAA 32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, NV, États-Unis, 1994. AIAA 94-0141. doi : 10.2514/6.1994-141

[Merle 1957] M. Merle. *Nouvelles recherches sur les fréquences ultrasonores émises par les jets d'air.* Annales des Télécommunications, vol. 12, n°. 12, pp. 424–426, 1957. doi : 10.1007/BF03016002

[Modest 2003] M. F. Modest. Radiative Heat Transfer. Elsevier Science & Technology, Amsterdam, Pays-Bas, 2e édition, 2003. ISBN : 978-0-12-503163-9

[Mohseni 2002] K. Mohseni, T. Colonius et J. B. Freund. *An evaluation of linear instability waves as sources of sound in a supersonic turbulent jet.* Physics of Fluids, vol. 14, n°. 10, pp. 3593–3600, 2002. doi : 10.1063/1.1501545

[Morrisette 1978] E. L. Morrisette et T. J. Goldberg. *Turbulent-flow separation criteria for overexpanded supersonic nozzles.* Rapport technique, NASA-TP-1207, NASA, 1978.

[Morse 1968] P. M. Morse et K. U. Ingard. Theoretical acoustics. Mcgraw-Hill New-York, États-Unis, 1968. ISBN : 0-691-02401-4

[Moule 2013] Y. Moule. *Modélisation et Simulation de la Combustion dans les Écoulements Rapides. Applications aux Superstatoréacteurs.* Thèse de doctorat, ISAE-ENSMA, Poitiers, 2013.

[Nagamatsu 1969] H. T. Nagamatsu, R. E. Sheer et G. Horvay. *Supersonic jet noise theory and experiments.* Basic Aerodynamic Noise Research, pp. 17–51, 1969.

[Nagamatsu 1970] H. T. Nagamatsu et G. Horvay. *Supersonic Jet Noise.* 8th AIAA Aerospace Sciences Meeting, New-York, NY, États-Unis, 1970. AIAA 1970-237. doi : 10.2514/6.1970-237

[Oertel 1979] H. Oertel. *Mach wave radiation of hot supersonic jets.* Mechanics of sound generation in flows ; Proceedings of the Joint Symposium, Springer Verlag, pp. 275–281, 1979.

[Oertel 1980] H. Oertel. *Mach wave radiation of hot supersonic jets investigated by means of the shock tube and new optical techniques.* 12th International Symposium on Shock Tubes and Waves, Jerusalem, Israël, pp. 266–275, 1980.

[Oertel 1982] H. Oertel. *Coherent structures producing Mach waves inside and outside of the supersonic jet.* IUTAM symposium on Structure of complex turbulent shear flow, Marseille, France, pp. 334–343, 1982. doi : 10.1007/978-3-642-81991-9_33

[Orlandi 2001] O. Orlandi et Y. Fabignon. *Numerical simulation of the combustion of a single aluminum droplet in various environments.* 37th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Salt Lake City, UT, États-Unis, 2001. AIAA 2001-3582. doi : 10.2514/6.2001-3582

[Pack 1948] D. C. Pack. *On the formation of shock-waves in supersonic gas jets.* Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, vol. 1, n°. 1, pp. 1–17, 1948. doi : 10.1093/qjmam/1.1.1

[Pack 1950] D. C. Pack. *A note on Prandtl's formula for the wave-length of a supersonic gas jet.* Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, vol. 3, n°. 2, pp. 173–181, 1950. doi : 10.1093/qjmam/3.2.173

[Panda 1999] J. Panda et R. G. Seasholtz. *Measurement of shock structure and shock–vortex interaction in underexpanded jets using Rayleigh scattering.* Physics of Fluids, vol. 11, n°. 12, 1999. doi : 10.1063/1.870247

[Panda 2002] J. Panda et R. G. Seasholtz. *Experimental investigation of density fluctuations in high-speed jets and correlation with generated noise.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 450, pp. 97–130, 2002. doi : 10.1017/S002211200100622X

[Panda 2005] J. Panda, R. G. Seasholtz et K. A. Elam. *Investigation of noise sources in high-speed jets via correlation measurements.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 537, pp. 349–385, 2005. doi : 10.1017/S0022112005005148

[Pavish 2000] D. L. Pavish et J. E. Deese. *CFD analysis of unsteady Ignition OverPressure effect on Delta II and Delta III launch vehicles.* 18th Applied Aerodynamics Meeting, Denver, CO, États-Unis, 2000. AIAA 00-3922. doi : 10.2514/6.2000-3922

[Phillips 1960] O. M. Phillips. *On the generation of sound by supersonic turbulent shear layers.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 9, n°. 1, pp. 1–28, 1960. doi : 10.1017/S0022112060000888

[Piersol 2004] A. G. Piersol. *Signal processing.* Handbook of Noise and Vibration Control, Chapitre 42, pp. 493–500. Wiley-Intersciences, Chichester, Royaume-Uni, 2004. doi : 10.1002/9780470209707.ch42

[Plotkin 2009] K. J. Plotkin, L. C. Sutherland et B. T. Vu. *Lift-off acoustics predictions for the Ares I launch pad.* 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Miami, FL, États-Unis, 2009. AIAA 2009-3163. doi : 10.2514/6.2009-3163

[Ponton 1992] M. K. Ponton et J. M. Seiner. *The effects of nozzle exit lip thickness on plume resonance.* Journal of Sound and Vibrations, vol. 154, n°. 3, pp. 531–549, 1992. doi : 10.1016/0022-460X(92)90784-U

[Ponton 1997] M. K. Ponton, J. M. Seiner et M. C. Brown. *Near field pressure fluctuations in the exit plane of a choked axisymmetric nozzle.* Rapport technique, NASA-TM-113137, NASA, 1997.

[Potter 1966] R. C. Potter et M. J. Crocker. Acoustic prediction methods for rocket engines, including the effects of clustured engines and deflected flows. Rapport Technique, NASA-CR-566, NASA, 1966.

[Potter 1968] R. C. Potter. *An investigation to locate the acoustic sources in a high speed jet exhaust stream.* Rapport technique, NASA-N69-26525, NASA, 1968.

[Powell 1953a] A. Powell. *On the mechanism of choked jet noise.* Proceedings Physical Society, Section B, vol. 66, n°. 12, pp. 1039–1057, 1953. doi : 10.1088/0370-1301/66/12/306

[Powell 1953b] A. Powell. *The noise of choked jets.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 25, n°. 3, pp. 385–389, 1953. doi : 10.1121/1.1907052

[Powell 1953c] A. Powell. *The reduction of choked jet noise.* Proceedings of the Physical Society. Section B, vol. 67, n°.4, pp. 313–327, 1953. doi : 10.1088/0370-1301/67/4/306

[Powell 1992] A. Powell, Y. Umeda et R. Ishii. *Observations of the oscillation modes of choked circular jets.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 92, n°. 5, pp. 2823–2836, 1992. doi : 10.1121/1.404398

[Powell 2010] A. Powell. *On Prandtl's formulas for supersonic jet cell length.* International Journal of Aeroacoustics, vol. 9, n°. 1-2, pp. 207–236, 2010. doi : 10.1260/1475-472X.9.1-2.207

[Prandtl 1904] L. Prandtl. *Über die stationären Wellen in einem Gasstrahl.* Physikaische Zeitschrift, vol. 5, pp. 599–601, 1904.

[Prieur 1998] J. Prieur et G. Rahier. *Comparison of Ffowcs Williams-Hawkings and Kirchhoff rotor noise calculations.* 4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Toulouse, France, 1998. AIAA 98-2376. doi : 10.2514/6.1998-2376

[Prieur 2001] J. Prieur et G. Rahier. *Aeroacoustic integral methods, formulation and efficient numerical implementation.* Aerospace Science and Technology, vol. 5, n°. 7, pp. 457–468, 2001. doi : 10.1016/S1270-9638(01)01123-3

[Rahier 2004] G. Rahier. *Méthodes acoustiques intégrales : compléments de développement et d'application* Rapport technique, RT 1/08274 DSNA, Onera, 2004.

[Rahier 2010] G. Rahier. *Manuel utilisateur du logiciel acoustique KIM - Version 7.2.* Rapport technique, RT 4/14975 DSNA, Onera, 2010.

[Raman 1999] G. Raman. *Supersonic jet screech : half-century from Powell to the present.* Journal of Sound and Vibrations, vol. 225, n°. 3, pp. 543–571, 1999. doi : 10.1006/jsvi.1999.2181

[Refloch 2011] A. Refloch *et al. CEDRE software.* Aerospace Lab Journal, vol. 2, 2011. url : `http://www.aerospacelab-journal.org/al2`

[Ribner 1969] H. S. Ribner. *Quadrupole correlations governing the pattern of jet noise.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 38, n°. 1, pp. 1–24, 1969. doi : 10.1017/S0022112069000012

[Robin 2010] X. Robin. *Contribution expérimentale à l'identification des sources de bruit des jets subsoniques et supersoniques chauds*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, Poitiers, 2010.

[Ryan 1981a] R. S. Ryan, T. Bullock, W. B. Holland, D. A. Kross et L. A. Kiefling. *System analysis approach to deriving design criteria (loads) for space shuttle and its payloads. Vol. I : general statement of approach*. Rapport technique, NASA-TP-1949, NASA, 1981.

[Ryan 1981b] R. S. Ryan, J. H. Jones, S. H. Guest, H. G. Struck, M. H. Rheinfurth et V. S. Verderaime. *Propulsion system Ignition OverPressure for the space shuttle*. Rapport technique, NASA-TM-82458, NASA, 1981.

[Saddington 2004] A. J. Saddington, N. J. Lawson et K. Knowles. *An experimental and numerical investigation of under-expanded turbulent jets*. The Aeronautical Journal, vol. 108, n°. 1, pp. 145–152, 2004.

[Sagaut 2005] P. Sagaut. Large-Eddy Simulation for incompressible flows. Springer-Verlag, Berlin, Allemagne, Scientific Computation series, 3e édition, 2005.

[Salita 1989] M. Salita. *Verification of spatial and temporal pressure distributions in segmented solid rocket motors*. 27th Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, États-Unis, 1989. AIAA 89-0298. doi : 10.2514/6.1989-298

[Salita 1994] M. Salita. *Survey of recent Al_2O_3 droplet size data in solid rocket chambers, nozzles, and plumes*. JANNAF 31st Combustion Subcommittee Meeting, 1994.

[Salita 1997] M. Salita, L. Glatt et C. Norton. *Modeling of Ignition OverPpressure in Minuteman silos*. 33rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Seattle, WA, États-Unis, 1997. AIAA 97-2720. doi : 10.2514/6.1997-2720

[Salita 2001] M. Salita. *Modern SRM ignition transient modeling (part 1) : introduction and physical models*. 37th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Salt Lake City, UT, États-Unis, 2001. AIAA 2001-3443. doi : 10.2514/6.2001-3443

[Sambamurthi 1996] J. K Sambamurthi. *Al_20_3 collection and sizing from solid rocket motor plumes*. Journal of Propulsion and Power, vol. 12, n°. 3, pp. 598–604, 1996. doi : 10.2514/3.24075

[Scherrer 2011] D. Scherrer *et al.* *Recent CEDRE applications*. Aerospace Lab Journal, vol. 2, 2011. url : `http://www.aerospacelab-journal.org/al2`

[Schott 1994] M. O. Schott, B. Troclet et S. Vanpeperstraete. *Caractérisation expérimentale du bruit au décollage du lanceur Ariane 5*. Journal de Physique IV France, vol. 4, n°. C5, pp. 977–980, 1994. doi : 10.1051/jp4 : 19945214

[Seiner 1982] J. M. Seiner, D. K. Mclaughlins et C. H. Liu. *Supersonic jet noise generated by large-scale instabilities*. Rapport technique, NASA-TP-2072, NASA, 1982.

[Seiner 1984] J. M. Seiner. *Advances in high speed jet aeroacoustics* AIAA 9th Aeroacoustics Conference, Williamsburg, VI, États-Unis, 1984. AIAA 84-2275. doi : 10.2514/6.1984-2275

[Seiner 1992] J. M. Seiner, M. K. Ponton, B. J. Jansen et N. T. Lagen. *The effects of temperature on supersonic jet noise emission*. DGLR/AIAA 14th Aeroacoustics Conference, volume 1, pp. 295–307, 1992. AIAA 92-02-046.

[Seiner 1994] J. M. Seiner, T. R. S. Bhat et M. K. Ponton. *Mach wave emission from a high-temperature supersonic jet*. AIAA Journal, vol. 32, n°. 12, pp. 2345–2350, 1994. doi : 10.2514/3.12298

[Selva 1998] G. Selva. *Méthodes itératives pour l'intégration implicite des équations de l'aérothermochimie sur des maillages non-structurés*. Thèse de doctorat, Ecole centrale Paris, Sceaux, 1998.

[Shen 1998] H. Shen et C. K. W. Tam. *Numerical simulation of the generation of axisymmetric mode jet screech tones*. AIAA Journal, vol. 36, n°. 10, pp. 1801–1807, 1998. doi : 10.2514/2.295

[Shipps 1964] P. R. Shipps *et al.* *Nuclear pulse space vehicle study*. Rapport technique, NASA-X77-70250, NASA, 1964.

[Simmons 2000] F. S. Simmons. Rocket exhaust plume phenomenology. The Aerospace Press, El Segundo, CA, États-Unis, 1e édition, 2000. ISBN : 1-884989-08-X

[Simon 1982] E. D. Simon. *Ignition OverPressure correlation for Titan III 7,5% model and flight data*. JANNAF 13th Plume Technology Meeting, pp. 359–369, 1982.

[Smagorinsky 1963] J. Smagorinsky. *General circulation experiments with the primitive equations. I : The basic experiment*. Monthly Weather Review, vol. 91, n°. 3, pp. 99–165, 1963. doi : 10.1175/1520-0493(1963)091<0099:GCEWTP>2.3.CO;2

[Soufiani 1997] A. Soufiani et J. Taine. *High temperature gas radiative property parameters of statistical narrow-band model for H_2O, CO_2 and CO, and Correlated-K model for H_2O and CO_2*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 40, n°. 4, pp. 987–991, 1997. doi : 10.1016/0017-9310(96)00129-9

[Stromberg 1980] J. L. Stromberg, D. K. McLaughlin et T. R. Troutt. *Flow field and acoustic properties of a Mach number 0.9 jet at a low Reynolds number*. Journal of Sound and Vibration, vol. 72, n°. 2, pp. 159–176, 1980. doi : 10.1016/0022-460X(80)90650-1

[Sutherland 1993] L. C. Sutherland. *Progress and problems in rocket noise prediction for ground facilities*. 15th AIAA Aeroacoustics conference, Long Beach, CA, États-Unis, 1993. AIAA 1993-4383. doi : 10.2514/6.1993-4383

[Sutton 2001] G. P. Sutton et O. Biblarz. Rocket propulsion elements : an introduction to the engineering of rockets. Wiley-Interscience, Chichester, Royaume-Uni, 7e édition, 2001. ISBN : 0471326429

[Tam 1979] C. K. W. Tam et K. C. Chen. *A statistical model of turbulence in two-dimensional mixing layers*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 92, n°. 2, pp. 303–326, 1979. doi : 10.1017/S002211207900063X

[Tam 1982] C. K. W. Tam et H. K. Tanna. *Shock associated noise of supersonic jets from convergent-divergent nozzles*. Journal of Sound and Vibrations, vol. 81, n°. 3, pp. 337–358, 1982. doi : 10.1016/0022-460X(82)90244-9

[Tam 1984] C. K. W. Tam et D. E. Burton. *Sound generated by instability waves of supersonic flows. Part 2. Axisymmetric jets*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 138, pp. 273–295, 1984. doi : 10.1017/S0022112084000124

[Tam 1986a] C. K. W. Tam, J. A. Jackson et J. M. Seiner. *A multiple-scales model of the shock-cell structure of imperfectly expanded supersonic jets*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 153, pp. 123–149, 1986. doi : 10.1017/S0022112085001173

[Tam 1986b] C. K. W. Tam, J. M. Seiner et J. C. Yu. *Proposed relationship between broadband shock associated noise and screech tones*. Journal of Sound and Vibrations, vol. 110, n°. 2, pp. 309–321, 1986. doi : 10.1016/S0022-460X(86)80212-7

[Tam 1989] C. K. W. Tam et F. Q. Hu. *On the three families of instability waves of high-speed jets*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 201, pp. 447–483, 1989. doi : 10.1017/S002211208900100X

[Tam 1992] C. K. W. Tam, P. Chen et J. M. Seiner. *Relationship between instability waves and noise of high speed jets*. AIAA Journal, vol. 30, n°. 7, pp. 1747–1752, 1992. doi : 10.2514/3.11132

[Tam 1995] C. K. W. Tam. *Supersonic jet noise*. Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 27, pp. 17–43, 1995. doi : 10.1146/annurev.fl.27.010195.000313

[Tam 1998a] C. K. W. Tam. *Large-Eddy Simulation for aeroacoustics*. 29th AIAA Fluid Dynamics Conferences, Albuquerque, NM, États-Unis, 1998. AIAA 1998-2805. doi : 10.2514/6.1998-2805

[Tam 2008] C. K. W. Tam, K. Viswanathan, K. K. Ahuja et J. Panda. *The sources of jet noise : experimental evidence*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 615, pp. 253–292, 2008. doi : 10.1017/S0022112008003704

[Tanna 1977a] H. K. Tanna. *An experimental study of jet noise. Part I : Turbulent mixing noise.* Journal of Sound and Vibrations, vol. 50, n°. 3, pp. 403–428, 1977. doi : 10.1016/0022-460X(77)90493-X

[Tanna 1977b] H. K. Tanna. *An experimental study of jet noise part II : shock associated noise.* Journal of Sound and Vibrations, vol. 50, n°. 3, pp. 429–444, 1977. doi : 10.1016/0022-460X(77)90494-1

[Tessé 2002] L. Tessé, F. Dupoirieux, B. Zamuner et J. Taine. *Radiative transfer in real gases using reciprocal and forward Monte Carlo methods and a Correlated-K approach.* International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 45, n°. 13, pp. 2797–2814, 2002. doi : 10.1016/S0017-9310(02)00009-1

[Tessé 2004] L. Tessé, F. Dupoirieux et J. Taine. *Monte Carlo modeling of radiative transfer in a turbulent sooty flame.* International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 47, n°. 3, pp. 555–572, 2004. doi : 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2003.06.003

[Tessé 2006] L. Tessé, S. Avila, F. Dupoirieux et J. Taine. *Coupled modeling of aerothermochemistry, soot formation and radiation in a turbulent diffusion flame.* Begell House Inc. 13th International Heat Transfer Conference - Radiation, Sydney, Australie, 2006. doi : 10.1615/IHTC13.p4.130

[Tessé 2011] L. Tessé et J.-M. Lamet. *Radiative Transfer Modeling Developed at Onera for Numerical Simulations of Reactive Flows.* Aerospace Lab Journal, vol. 2, 2011. url : `http://www.aerospacelab-journal.org/al2`

[Toro 1999] E. F. Toro. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics. A practical introduction. Springer Verlag, Berlin, Allemagne, 2e édition, 1999. ISBN : 978-3-540-49834-6

[Troutt 1982] T. R. Troutt et D. K. Mclaughlins. *Experiments on the flow and acoustic properties of a moderate-Reynolds-number supersonic jet.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 116, pp. 123–156, 1982. doi : 10.1017/S0022112082000408

[Troyes 2006] J. Troyes, I. Dubois, V. Borie et A. Boischot. *Multi-phase reactive numerical simulations of a model solid rocket motor exhaust jet.* 42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Sacramento, CA, États-Unis, 2006. AIAA 2006-4414. doi : 10.2514/6.2006-4414

[Troyes 2008a] J. Troyes. *Dossier de vérification et de validation du code CEDRE 3.2.* Rapport technique, Onera, 2008.

[Troyes 2008b] J. Troyes et F. Vuillot. *Numerical simulations of model solid rocket motor ignition overpressure waves.* 44th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propul-

sion Conference & Exhibit, Hartford, CT, États-Unis, 2008. AIAA 08-5133. doi : 10.2514/6.2008-5133

[Troyes 2009] J. Troyes, F. Vuillot, J. Varnier et P. Malbéqui. *Numerical simulations of rocket solid motor engine Ignition and Duct OverPressure waves at reduced scale.* 45th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Denver, CO, États-Unis, 2009. AIAA 2009-4981. doi : 10.2514/6.2009-4981

[Tsiolkovski 1903] C. Tsiolkovski. L'Exploration de l'espace cosmique par des engins à réaction, 1903.

[Tsutsumi 2008a] S. Tsutsumi, T. Shimizu, R. Takaki, E. Shima, K. Fujii et M. Arita. *Numerical study of pressure waves generated by H-IIA launch vehicle at lift-off.* Asian Joint Conference on Propulsion and Power, Gyenongju, République de Corée, 2008.

[Tsutsumi 2008b] S. Tsutsumi, R. Takaki, E. Shima, K. Fujii et M. Arita. *Generation and propagation of pressure waves from H-IIA launch vehicle at lift-off.* 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, NV, États-Unis, 2008. AIAA 2008-390. doi : 10.2514/6.2008-390

[Tsutsumi 2011] S. Tsutsumi. *Numerical study on acoustic radiation from a supersonic jet impinging to an inclined plate.* 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Portland, OR, États-Unis, 2011. AIAA 2011-2922 doi : 10.2514/6.2011-2922

[Turner 2008] M. J. L. Turner. Rocket and spacecraft propulsion : principles, practice and new developments. Springer Praxis, Royaume-Uni, 3e édition, 2008. ISBN : 978-3-540-69203-4

[Umeda 2001] Y. Umeda et R. Ishii. *On the sound sources of screech tones radiated from choked circular jets.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 110, n°. 4, pp. 1845–1858, 2001. doi : 10.1121/1.1402620

[Van Leer 1982] B. Van Leer. *Flux-vector splitting for the Euler equation.* Proceedings of the Eighth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Springer Berlin Heidelberg, pp. 80–89, 1997. doi : 10.1007/3-540-11948-5_66

[Varnier 2001a] J. Varnier. *Experimental study and simulation of rocket engine freejet noise.* AIAA Journal, vol. 39, n°. 10, pp. 1851–1859, 2001. doi : 10.2514/2.1199

[Varnier 2001b] J. Varnier, P. Prévot et F. Desmerger. *Plan des mesures au Fauga-Mauzac "Acoustique et onde de souffle des propulseurs".* Rapport technique, RT 3/06169 DSNA, Onera, 2001.

[Varnier 2006a] J. Varnier, M. Barat, G. Dunet, P. Prévot et M. Bazin. *Compte-rendu des essais onde de souffle LP10 au CFM.* Rapport technique, RT 7/08574 DSNA, Onera, 2006.

[Varnier 2006b] J. Varnier, V. V. Kudryavtsev et A. V. Safronov. *Simplified approach of jet aerodynamics with a view to acoustics*. AIAA Journal, vol. 44, n°. 7, pp. 1690–1693, 2006.

[Varnier 2006c] J. Varnier, P. Prévot, G. Dunet, M. Barat et B. Mazin. *Blast wave and afterburning at ignition of rocket engines*. 13th International Congress on Sound and Vibration, Vienne, Autriche, 2006.

[Varnier 2008] J. Varnier. *Doppler effect in aeroacoustics*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 123, n°. 5, pp. 3248–3248, 2008. doi : 10.1121/1.2933517

[Vuillot 1995] F. Vuillot. *Vortex-shedding phenomena in solid rocket motors*. Journal of Propulsion and Power, vol. 11, n°. 4, pp. 626–639, 1995. doi : 10.2514/3.23888

[Vuillot 2003] F. Vuillot, D. Scherrer et M. Habiballah. *CFD code validation for space propulsion applications*. 5th International Symposium on Liquid Space Propulsion - Long Life Combustion Devices Technology, Chattanooga, TE, États-Unis, 2003.

[Yüceil 2002] K. B. Yüceil et M. V. Ötügen. *Scaling parameters for underexpanded supersonic jets*. Physics of Fluids, vol. 14, n°. 12, pp. 4206–4215, 2002. doi : 10.1063/1.1513796

[Zaman 1991] K. B. M. Q. Zaman, M. Samimy et M. F. Reeder. *Effect of tabs on the evolution of an axisymmetric jet*. Proceedings of 8th Symposium on Turbulent Shear Flows, vol. 2, pp. 2551–2556, 1991.

Simulation numérique de l'onde de souffle et du bruit de jet au décollage d'un lanceur

À l'allumage d'un lanceur spatial équipé de moteurs à propergol solide (MPS), une onde de souffle (ODS), caractérisée par un pic de grande amplitude et une large dépression, est générée pendant le transitoire de montée en pression. Puis le jet supersonique chaud rayonne un bruit de jet (BDJ) intense riche en composantes hautes fréquences. Cette thèse a été consacrée à la mise au point de méthodologies de simulation de ces phénomènes à l'aide de la plateforme de calcul CEDRE, en se comparant à des mesures expérimentales réalisées sur un petit MPS. Les phénomènes sont reproduits à l'aide de simulations aux grandes échelles. Les choix numériques (maillages, schémas) sont effectués à partir de cas-tests de validation. La méthodologie retenue pour l'ODS repose sur une approche directe simulant la génération et le transport de l'onde jusqu'aux capteurs expérimentaux. Ce calcul, qui estime aussi le transfert radiatif du jet, permet l'interprétation physique des phénomènes générateurs de l'ODS (effet piston du jet se développant). La prise en compte de la post combustion dans les premiers instants se révèle être un facteur de premier ordre concernant l'amplitude de l'ODS et son interaction avec le jet. Une approche hybride est adoptée pour le BDJ, chaînant une SGE du champ proche à la résolution des équations de Ffowcs Williams & Hawkings (FWH). Le bon accord du champ aérodynamique avec les mesures de la littérature incite à appliquer cette méthode au calcul de l'ODS. Finalement, celle-ci met en évidence le caractère fortement non-linéaire de l'ODS qui ne peut donc être rayonnée par FWH, et une interaction modérée avec le jet, plus conforme aux observations expérimentales.

Mots-clés : ACOUSTIQUE ; NON STRUCTURE ; BRUIT JET ; ECOULEMENT SUPERSONIQUE ; ONDE SOUFFLE ; SIMULATION GRANDE ECHELLE ; CEDRE ; TRANSFERT RADIATIF ; CFD ; REACTIF ; FFOWCS WILLIAMS & HAWKINGS

Ignition overpressure and jet noise at launcher start-up numerical simulation

At solid rocket motor (SRM) start-up, an ignition overpressure (IOP), characterized by a strong positive peak and a large underpressure, is generated during the pressure build-up. Afterwards, the hot supersonic jet emits a strong jet noise rich in high frequency components. The present study focuses on the devising of a simulation methodology dedicated to these phenomena. The framework is that of the computational platform CEDRE, and simulations are compared to experimental measurements from a small scale SRM. Large-eddy simulations (LES) are carried out to model both phenomena. All relevant numerical choices are based on validation test-case results. The methodology applied to the IOP computation consists in a direct approach (where both the generation and the propagation of the wave up to the experimental sensors are simulated). The phenomenon resulting in the generation of the IOP is deduced from this computation (piston-like effect from the supersonic jet initially developing) including heat transfer from the jet. After-burning in the first milliseconds of the simulation is found to be of prime order regarding IOP amplitude and its interaction with the jet. A hybrid approach is applied to jet noise computation, combining LES near-field with far-field sound radiation by solving Ffowcs Williams & Hawkings (FWH) equations. The aerodynamic field thus obtained is in good agreement with literature, and hence encourages to apply this methodology to the IOP computation. This final application underlines the IOP non-linear behaviour and lessen its interaction with the jet to a level closer to experimental observations.

Keywords : ACOUSTIC; UNSTRUCTURED; JET NOISE ; RADIATIVE HEAT TRANSFER ; SUPERSONIC JET ; IGNITION OVERPRESSURE ; LARGE-EDDY SIMULATION ; CEDRE; CFD ; OMBUSTION ; FFOWCS WILLIAMS & HAWKINGS

Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales
BP 72 - 29 avenue de la Division Leclerc
92322 CHATILLON CEDEX
Tél. : +33 1 46 73 40 40 - Fax : +33 1 46 73 41 41
http://www.onera.fr