

THÈSE

présentée devant
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir
le titre de DOCTEUR
SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Nicolas DE CACQUERAY

Méthodes numériques pour les écoulements supersoniques avec application au calcul du bruit rayonné par un jet sur-détendu

soutenue le 9 décembre 2010 devant la commission d'examen

Examineurs:	M. Christophe	BAILLY	
	M. Christophe	BOGEY	
	M. Thomas	GATSKI	
	M. Hadrien	LAMBARE	
	M. Geoffrey	LILLEY	
	M. Sergio	PIROZZOLI	Rapporteur
	M. Jean-Christophe	ROBINET	Rapporteur
	M. Luc	VERVISCH	Président du jury

Remerciements

Ce travail de thèse, qui a débuté en novembre 2007, s'est déroulé au Centre Acoustique du Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique à l'Ecole Centrale de Lyon. Il a été cofinancé par le Centre National d'Etudes Spatiales et le Centre National de Recherche Scientifique.

Je tiens en premier lieu à remercier mes directeurs de thèse, Christophe Bogey et Christophe Bailly, pour la qualité de leur encadrement (aussi bien sur le plan scientifique que rédactionnel), pour leur soutien sans faille et leur grande disponibilité.

Je remercie aussi Hadrien Lambaré du Centre National d'Etudes Spatiales pour avoir suivi mes travaux de thèse et avoir accepté d'être membre de mon jury de thèse.

Toute ma reconnaissance s'adresse à Sergio Pirozzoli et Jean-Christophe Robinet qui m'ont fait l'honneur d'être rapporteurs de cette thèse et membres du jury.

Merci aussi à Geoffrey Lilley, Thomas Gatski et Luc Vervisch pour avoir accepté d'être membre de mon jury de thèse.

Je remercie l'ensemble du personnel du Centre Acoustique avec une pensée particulière pour Evelyne. Plus personnellement, je remercie Olivier Marsden pour ces nombreux conseils, allant des options de compilation à la mousse au chocolat, ainsi que les différentes générations de (post-)doctorants et stagiaires qui se sont succédées salle Kandinsky : Doc Berson et Gaëlle pour m'avoir montré la voie, Benjamin pour m'avoir montré la voix, Thomas pour avoir installé une annexe du RU rue de la Fromagerie, Gael pour le café le matin, Damien pour avoir apporté des tourteaux fromagers et Didier pour m'avoir aidé à les finir.

Je tiens également à remercier ceux qui m'ont soutenu avant et pendant cette thèse : Dr. Leduc et Dr. Buccafurri, Vincente de Cuba, Lola, Polo, Roland et Fab.

Je n'oublie évidemment pas mes proches, en particulier mes parents et mes frères, à qui j'exprime toute ma gratitude. Je remercie enfin Camille qui m'a accompagné, soutenu et supporté pendant ces années de thèse et qui continue à le faire.

Résumé

Cette thèse est consacrée au calcul et à l'étude du champ acoustique rayonné par un jet fortement supersonique, sur-détendu et chauffé. L'approche numérique utilisée consiste à résoudre simultanément l'écoulement turbulent et le champ proche acoustique par simulation des grandes échelles.

Afin de résoudre les équations de Navier-Stokes instationnaires et compressibles, des schémas numériques de dérivation spatiale et d'intégration temporelle peu dissipatifs et peu dispersifs sont utilisés. Pour le système de coordonnées cylindriques, une procédure de déraffinement progressive au voisinage de l'axe du jet est proposée pour augmenter le pas de temps de l'intégration temporelle. Une procédure de capture de choc est finalement développée pour supprimer les oscillations de Gibbs aux voisinages des chocs. Cette procédure est explicite, adaptative et conservative.

Un jet rond, sur-détendu et présentant un nombre de Mach d'éjection de 3.30 ainsi qu'une pression et une température de réservoir de $28.6 \times 10^5 \text{Pa}$ et 1144K est résolu par simulation des grandes échelles. Ce jet est initialement laminaire et possède un nombre de Reynolds de 0.94×10^5 . Les champs aérodynamique et acoustique obtenus sont comparés aux données disponibles dans la littérature. Afin de pouvoir identifier les sources acoustiques, le champ turbulent est caractérisé le long de la couche de mélange, notamment en utilisant une analyse spectrale et une décomposition selon les modes azimutaux. Les champs acoustiques proche et lointain sont enfin étudiés et différentes composantes de bruit sont identifiées à partir de comparaisons avec des mesures et des modèles de la littérature, ainsi qu'en établissant des liens avec les propriétés de l'écoulement turbulent. L'influence des effets de la propagation non linéaire des ondes acoustiques est finalement discutée.

Abstract

This thesis deals with the computation and the investigation of the noise radiated by a rocket-like jet. A direct noise simulation based on large-eddy simulation is used in this study.

Low-dissipation and low-dispersion numerical schemes are implemented in the solver. As the cylindrical Navier-Stokes equations are considered, a procedure to increase the integration time step is derived. To remove Gibbs oscillations near shocks, an explicit, adaptative and conservative shock-capturing procedure is developed for aeroacoustics computations.

An overexpanded initially laminar jet with an exit Mach number of 3.30 and stagnation pressure and temperature of $28.6 \times 10^5 \text{Pa}$ and 1144K is then computed by large-eddy simulation. The jet Reynolds number is 0.94×10^5 . Aerodynamic and acoustic results are compared to data available in the literature. In order to identify noise sources, the turbulent flow fluctuations along the shear layer are characterized, especially by using a two dimensional Fourier transform in time and in the azimuthal direction. Acoustic near and far fields are also studied and different noise components are identified using comparisons with models and experimental data, and by establishing links with the turbulent flow field. Non-linear propagation effects of acoustic waves are finally discussed.

Table des matières

Remerciements	i
Résumé	iii
Abstract	v
Table des matières	1
Introduction générale	5
1 Présentation du solveur de résolution des équations de Navier-Stokes en cylindrique	9
1.1 Schémas numériques développés pour le calcul direct du bruit	9
1.1.1 Dérivation spatiale	10
1.1.2 Intégration temporelle	14
1.1.3 Filtrage sélectif explicite	15
1.1.4 Conditions aux limites	16
1.2 Développement de méthodes numériques pour les maillages en coordonnées cylindriques	18
1.2.1 Equations d'Euler bidimensionnelles en coordonnées polaires	19
1.2.2 Traitement de la singularité à l'origine	19
1.2.3 Augmentation du pas de temps admissible	20
1.2.4 Développement de schémas aux différences finies dans la direction azimutale	23
1.2.5 Cas test	25
1.3 Simulation des grandes échelles (LES)	34
1.3.1 Résolution des équations de Navier-Stokes compressibles	34

1.3.2	Équations de Navier-Stokes compressibles et filtrées pour la LES . . .	35
1.3.3	Modélisation des termes de sous-maille	35
1.4	Conclusion	36
2	Développement d'une procédure de capture de choc adaptative	37
2.1	Méthodes de capture de choc	37
2.1.1	Méthodes de capture de choc utilisées en CFD	38
2.1.2	Méthodes de capture de choc : de la CFD à la CAA	39
2.2	Développement d'une procédure de capture de choc	41
2.2.1	Le filtrage	41
2.2.2	Détection du choc	43
2.3	Cas test	45
2.3.1	Cas test linéaire	46
2.3.2	Cas test non linéaires	46
2.4	Conclusion	62
3	Comportements aérodynamiques et rayonnement acoustique des jets supersoniques	63
3.1	Caractéristiques aérodynamiques des jets supersoniques	63
3.1.1	Jets adaptés	63
3.1.2	Jets non adaptés	68
3.2	Les composantes de bruit des jets supersoniques	70
3.2.1	Rayonnements acoustiques produits par le mélange turbulent	70
3.2.2	Bruits d'interactions choc-turbulence	75
3.3	Conclusion	80
4	Caractérisation du champ aérodynamique d'un jet rond à Mach 3.30 obtenu par simulation des grandes échelles	81
4.1	Paramètres de simulation	81
4.1.1	Conditions d'éjection du jet	81
4.1.2	Méthodes numériques	83
4.2	Champs instantanés	85
4.3	Propriétés du champ moyen	86
4.4	Caractéristiques du champ turbulent	89
4.5	Analyse de stabilité linéaire pour le champ moyen du jet simulé	93

4.5.1	Modèle de Tam	94
4.5.2	Résultats de l'analyse de stabilité linéaire	95
4.5.3	Comparaisons avec les résultats issus du calcul LES	99
4.6	Conclusion	102
5	Description des champs acoustiques proche et lointain du jet à Mach 3.30 calculé par simulation des grandes échelles	103
5.1	Champ proche acoustique	103
5.1.1	Description du champ acoustique	103
5.1.2	Spectres acoustiques en champ proche	105
5.2	Etude du champ acoustique lointain	109
5.2.1	Méthode d'extrapolation et niveaux de bruit	109
5.2.2	Spectres acoustiques	111
5.2.3	Influence des effets non linéaires sur les spectres acoustiques en champ lointain	117
5.3	Conclusion	122
	Conclusion	123
A	Coefficients des schémas numériques	125
A.1	Schémas de différentiation	125
A.2	Intégration temporelle	127
A.3	Filtre sélectif	128
A.4	Schémas de différentiation dans la direction azimutale	129
A.5	Filtre de capture de choc	130
B	Equations d'Euler	131
B.1	Equations monodimensionnelles	131
B.2	Equations quasi-monodimensionnelles	131
B.3	Equations bidimensionnelles	132
B.3.1	Système de coordonnées cartésiennes	132
B.3.2	Système de coordonnées polaires	132
C	Equations de Navier-Stokes	133
C.1	Equations de Navier-Stokes en cartésien	133
C.2	Equations de Navier-Stokes filtrées pour la simulation des grandes échelles	134

C.3	Equations de Navier-Stokes en cylindrique	134
D	Analyse de stabilité linéaire	137
D.1	Résolution de l'équation de Rayleigh axisymétrique	137
D.2	Solution stationnaire pour un jet avec une couche de mélange infiniment mince	138
D.3	Modes d'instabilité linéaires d'un jet axisymétrique à Mach 3	139
	Bibliographie	155

Introduction générale

Problématique

Les charges acoustiques auxquelles sont soumis les lanceurs au décollage atteignent des niveaux élevés [37], et sont en partie produites par le rayonnement sonore des jets propulsifs. Elles peuvent perturber le fonctionnement du lanceur et causer des dommages sur la charge utile [49], ce qui a conduit à la mise en place de dispositifs de réduction de bruit comme les carreaux, les déflecteurs ou l'injection d'eau. Les dimensionnements du lanceur et des moyens de réduction de bruit sont généralement réalisés à l'aide de modèle utilisant des sources acoustiques fictives [37, 49, 191] ou d'études expérimentales à une échelle réduite [85, 145, 152]. A cause de la vitesse et de la température de l'écoulement, il est cependant difficile d'y réaliser des mesures aérodynamiques instationnaires afin de remonter aux sources acoustiques. Une meilleure connaissance des sources présentes dans ce type d'écoulement permettrait notamment d'optimiser efficacement les moyens de réduction de bruit.

Avec le développement du secteur aéronautique entre les années 50 et 70, de nombreux chercheurs [97, 99, 138, 196] se sont intéressés aux sources acoustiques présentes dans les jets subsoniques et supersoniques. Différents mécanismes de génération de bruit comme le mélange turbulent [97], le rayonnement d'ondes de Mach [196], et les interactions entre la turbulence et le réseau d'ondes de choc [70, 138] ont ainsi été identifiés. Une loi d'évolution du niveau acoustique en M_a^8 a été obtenue pour les jets avec un nombre de Mach acoustique M_a en deçà 2 et en M_a^3 au delà, où M_a est défini comme le rapport entre la vitesse d'éjection et la vitesse du son dans le milieu ambiant. Même si une modélisation linéaire est parfois employée [173, 177, 183], ces différents mécanismes mettent en jeu des effets non linéaires et sont particulièrement sensibles aux conditions initiales [80, 141, 154, 189, 202]. Pour les jets propulsifs de lanceurs, le rayonnement d'ondes de Mach produit par la convection supersonique des structures turbulentes est généralement mis en avant comme étant la source

principale de bruit [178, 196].

Ces dix dernières années, l'augmentation de la puissance des calculateurs ainsi que le développement de méthodes numériques peu dissipatives [20, 92, 170] ont permis de calculer le rayonnement acoustique de jets subsoniques [14, 26, 30] et supersoniques [17, 55] directement à partir des équations de Navier-Stokes. L'avantage de ce type d'approche est la possibilité d'avoir accès aussi bien au champ aérodynamique qu'au champ proche acoustique sans hypothèse sur les sources de bruit. Cela a notamment permis d'étudier les mécanismes de génération de bruit présents dans les jets subsoniques [24, 30] ainsi que le phénomène de screech pour un jet plan supersonique [17]. Le calcul direct du champ acoustique apparaît donc comme une approche particulièrement intéressante pour prédire le rayonnement des jets de lanceur ainsi que pour caractériser les sources acoustiques et tester les dispositifs de réduction de bruit, comme cela a été récemment mis en place au JAXA (Japan Aerospace Exploration Agency) [119, 121, 122].

Pour les écoulements à nombre de Reynolds élevé, la résolution complète des équations de Navier-Stokes est encore numériquement trop coûteuse. Une approche communément employée [28, 149] est la simulation des grandes échelles (LES : *Large-Eddy Simulation*) de la turbulence. Elle consiste à résoudre uniquement les grosses structures de la turbulence, porteuses de l'énergie de l'écoulement, et à modéliser l'action des échelles non résolues. Dans les écoulements supersoniques, la présence de chocs aérodynamiques nécessite en général l'implémentation d'un schéma de capture de choc afin de dissiper les oscillations de Gibbs. Pour les calculs instationnaires, et particulièrement pour le calcul direct du champ acoustique, la dissipation et la dispersion du schéma implémenté doivent cependant être contrôlées [57, 133] afin de ne pas dégrader la précision de la résolution de la turbulence. Enfin, pour les jets provenant de tuyères axisymétriques, les équations de Navier-Stokes dans le système de coordonnées cylindriques sont habituellement considérées. Ces équations présentent une singularité sur l'axe [42, 114] et le pas de temps de l'intégration temporelle avec des méthodes explicites est généralement plus faible qu'en cartésien.

Objectif de la thèse

L'objectif de cette thèse est de réaliser une simulation des grandes échelles d'un jet ayant des conditions d'éjection proches de celles observées pour les jets de lanceurs afin de calculer directement le rayonnement acoustique et de pouvoir ainsi étudier la contribution des différentes composantes de bruit. Le jet rond considéré est initialement laminaire et sur-

détendu, et présente un nombre de Mach d'éjection de 3.30, une pression et une température de réservoir de 28.6×10^5 Pa et 1144 K, et un nombre de Reynolds de 0.94×10^5 .

Comme le jet est axisymétrique, les équations de Navier-Stokes dans le système de coordonnées cylindriques seront résolues. Pour que le temps de simulation ne devienne pas prohibitif, une procédure de déraffinement progressive dans la direction azimutale sera implémentée dans le solveur au voisinage de l'axe du jet, ce qui a conduit au développement de schémas numériques spécifiques pour la dérivation des flux dans la direction azimutale [29]. Par ailleurs, la présence d'un réseau d'ondes de choc dans le jet nécessitera de développer une procédure de capture de choc compatible avec la résolution des équations de Navier-Stokes compressibles et instationnaires. Cette procédure reposera sur l'application d'un filtrage explicite, conservatif et adaptatif [28].

Les résultats aérodynamiques et acoustiques obtenus pour le jet seront comparés aux données disponibles dans la littérature pour valider l'approche retenue. Afin de pouvoir identifier les sources acoustiques, le champ turbulent sera caractérisé le long de la couche de mélange, notamment en utilisant une analyse spectrale et une décomposition azimutale. Les champs acoustiques calculés directement par la simulation des grandes échelles et propagés en champ lointain seront ensuite étudiés. Les différentes composantes de bruit seront identifiées à partir de comparaison avec des mesures et des modèles de la littérature, ainsi qu'en établissant des liens avec les propriétés de l'écoulement turbulent. L'influence des effets de propagation sur la contribution des différentes composantes de bruit en champ lointain sera finalement discutée à l'aide de méthodes d'extrapolations linéaires et non linéaires.

Organisation du manuscrit

Ce manuscrit est composé de cinq parties. Les deux premières traitent des méthodes numériques implémentées dans le code résolvant les équations de Navier-Stokes pour le calcul du jet propulsif, tandis que les trois suivantes sont consacrées à la caractérisation des propriétés aérodynamiques et acoustiques du jet.

Dans la première partie, les méthodes numériques employées dans le code de résolution sont donc présentées. En particulier, la procédure de déraffinement utilisée au voisinage de l'axe du jet pour augmenter le pas de temps de l'intégration temporelle ainsi que les schémas numériques développés pour la différentiation des flux azimutaux sont décrits.

Le second chapitre est consacré à la procédure de capture de choc développée. Différentes approches utilisées pour supprimer les oscillations de Gibbs sont d'abord présen-

tées, puis la procédure de capture de choc adaptative et conservative est détaillée. Cette procédure est ensuite validée sur différents cas test linéaires et non linéaires.

Une étude bibliographique des caractéristiques aérodynamiques et du rayonnement acoustique des jets supersoniques est réalisée dans le troisième chapitre. Les propriétés aérodynamiques des jets supersoniques adaptés et non adaptés sont tout d'abord présentées, et les différentes composantes de bruit généralement observées sont ensuite rappelées.

Le quatrième chapitre porte sur l'étude du champ aérodynamique du jet sur-détendu à Mach 3.30 calculé. Les paramètres de simulation sont d'abord décrits. Ensuite, les propriétés du champ moyen sont présentées, et le champ turbulent est caractérisé en utilisant notamment une décomposition en modes azimutaux le long de la couche de mélange du jet. Enfin, le développement de la turbulence dans le jet est comparé à une analyse de stabilité linéaire.

Finalement, le champ acoustique produit par le jet est l'objet du dernier chapitre. Le rayonnement acoustique calculé par la simulation des grandes échelles est d'abord caractérisé en champ proche. Il est ensuite propagé à 80 rayons de la tuyère en résolvant les équations d'Euler complètes, et ses propriétés sont présentées dans les directions amont et aval à l'écoulement. Enfin, les effets de propagation non linéaire sur la contribution des différentes composantes de bruit en champ lointain sont finalement discutés.

Chapitre 1

Présentation du solveur de résolution des équations de Navier-Stokes en cylindrique

Dans ce premier chapitre, les méthodes numériques développées lors des précédentes thèses [14, 15] pour résoudre les équations de Navier-Stokes instationnaires et compressibles sont tout d'abord rappelées. Des méthodes spécifiques aux géométries cylindriques ainsi qu'une procédure d'augmentation du pas de l'intégration temporelle sont ensuite présentées. Enfin, le principe de la simulation des grandes échelles pour résoudre les écoulements turbulents est exposé.

1.1 Schémas numériques développés pour le calcul direct du bruit

Pour calculer directement le rayonnement acoustique généré par un écoulement turbulent, le choix des méthodes numériques est important, car plusieurs ordres de grandeur séparent généralement les fluctuations acoustiques des fluctuations aérodynamiques.

La démarche suivie dans la construction du code de calcul est de découpler l'estimation des flux spatiaux et l'intégration temporelle afin de pouvoir analyser séparément les propriétés des schémas numériques et de minimiser leurs erreurs. La dérivation des flux est effectuée avec des schémas aux différences finies et l'intégration temporelle est réalisée avec un algorithme de Runge-Kutta.

La résolution d'une équation à l'aide des différences finies fait apparaître des oscillations parasites dans les hautes fréquences [171, 194]. Pour supprimer ces oscillations, une

approche consiste à appliquer un filtre passe-bas de manière implicite [169] ou explicite [20].

1.1.1 Dérivation spatiale

L'estimation des flux demande une grande précision que l'on peut caractériser dans le domaine spectral [41, 167]. L'approche retenue utilise des schémas explicites optimisés dans l'espace de Fourier pour minimiser les erreurs de dissipation et de dispersion. Ce type de schéma a été introduit par Tam & Webb [170] sous le nom de "*Dispersion-Relation-Preserving* (DRP) schemes". Des schémas de dérivation compacts ayant des propriétés similaires ont par ailleurs été développés par Lele [92].

Sur un maillage monodimensionnel avec une taille de maille Δx uniforme, la dérivée spatiale d'une variable f s'écrit en x_i à l'aide d'un schéma aux différences finies explicites :

$$\frac{\partial f(x_i)}{\partial x} \approx \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=M}^N a_j f(x_{i+j}) \quad (1.1)$$

Le nombre d'onde effectif du schéma k^* s'obtient en réalisant la transformée de Fourier de l'équation (1.1) :

$$k^* \Delta x = -i \sum_{j=M}^N a_j e^{ijk\Delta x} \quad (1.2)$$

Pour le traitement des points centraux, les conditions $M = -N$ et $a_{-j} = -a_j$ permettent d'obtenir un schéma non dissipatif. Le nombre d'onde effectif k^* du schéma s'écrit alors :

$$k^* \Delta x = 2 \sum_{j=1}^N a_j \sin(jk\Delta x) \quad (1.3)$$

L'erreur de phase du schéma est donnée par $|k^* \Delta x - k\Delta x|$. Tam & Webb [170], puis Tam & Shen [169] ont cherché à minimiser cette quantité. Tam & Shen [169] ont ainsi construit un schéma optimisé d'ordre 4 sur 7 points. A l'aide d'une autre procédure d'optimisation, Bogey & Bailly [20] ont développé un schéma sur 11 points d'ordre 4 possédant une erreur de phase faible dans les hauts nombres d'onde. Dans la suite, les schémas de Tam & Shen [169] et de Bogey & Bailly [20] sont appelés respectivement FDo7p et FDo11p et leurs coefficients sont disponibles dans l'annexe A.

Les variations du nombre d'onde effectif $k^* \Delta x$ en fonction du nombre d'onde réel $k\Delta x$ sont tracées sur la figure 1.1(a) pour les schémas FDo7p, FDo11p ainsi que pour le schéma classique FDs11p d'ordre 10. Les différents schémas sont proches de la résolution spectrale pour les bas nombres d'onde. Leur nombre d'onde effectif atteint ensuite un maximum avant de décroître jusqu'à zéro quand $k\Delta x = \pi$, c'est-à-dire pour 2 points par longueur

d'onde. Ce maximum est atteint pour un nombre d'onde $k\Delta x$ plus grand pour le schéma FDo11p que pour les schémas FDo7p et FDs11p.

L'erreur commise par les schémas aux différences finies est illustrée sur l'équation d'advection monodimensionnelle :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \frac{\partial f}{\partial x} = 0$$

où la vitesse d'advection c est constante et prise égale à 1. La solution analytique du problème s'écrit sous la forme d'une onde propagative [194] :

$$f(x, t) = Ae^{i\theta} = Ae^{i(kx - \omega t)}$$

où A et θ sont l'amplitude et la phase de la solution, et ω et k sont la pulsation et le nombre d'onde. Ces derniers sont liés par la relation de dispersion $\omega = kc$. La vitesse de phase v_ϕ de l'onde est donnée par :

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} = c$$

et la vitesse de groupe v_g , qui représente la vitesse de transport de l'énergie du paquet d'onde [194], est définie par :

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = c$$

Lorsque l'on résout l'équation d'advection à l'aide des différences finies, le nombre d'onde effectif est k^* , et les vitesses de phase et de groupe effectives deviennent :

$$\begin{aligned} v_{\phi}^* &= \frac{\omega}{k} = c \frac{k^*}{k} \\ v_g^* &= \frac{\partial \omega}{\partial k} = c \frac{\partial k^*}{\partial k} \end{aligned}$$

L'erreur sur la vitesse de phase est caractérisée par l'erreur de dispersion présentée sur la figure 1.1(b). L'erreur du schéma optimisé FDo11p [20] est moins importante que celle commise par le schéma de Tam & Shen FDo7p [169]. De plus, le schéma FDo11p [20] est moins dispersif pour les grands nombres d'onde que le schéma classique d'ordre 10 FDs11p. La vitesse de groupe ainsi que l'erreur commise sur la vitesse de groupe sont tracées sur la figure 1.2 pour les mêmes schémas de différentiation spatiale. Pour les différents schémas, on constate sur la figure 1.2(a) que la vitesse de groupe est d'abord constante et positive, puis qu'elle devient négative pour les grands nombres d'onde. Ce phénomène peut propager des oscillations maille-à-maille, ce qui est susceptible de déstabiliser le calcul [171]. L'erreur commise sur la vitesse de groupe est tracée sur la figure 1.2 (b). On remarque que cette erreur reste faible jusqu'à un nombre d'onde $k\Delta x$ de $\pi/2$ pour le schéma FDo11p [20]. Ce nombre d'onde est moins élevé pour les schémas FDo7p [169] et FDs11p.

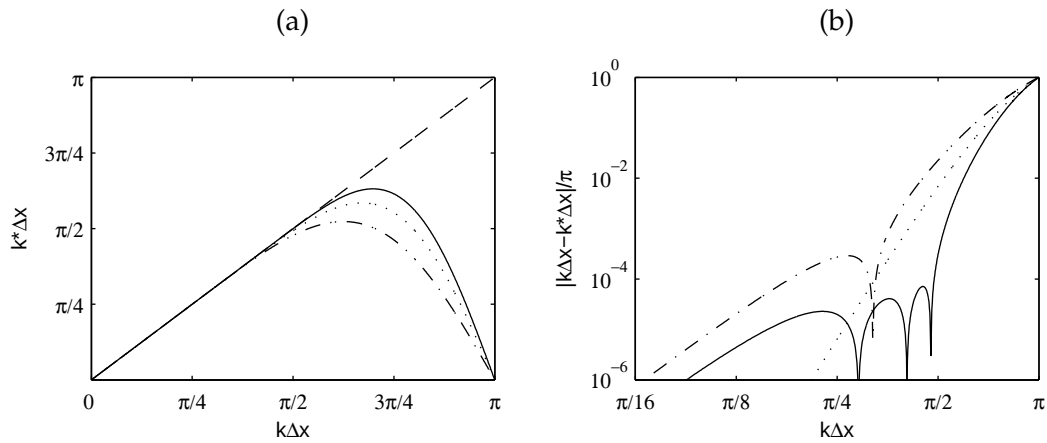


FIGURE 1.1 – Variations (a) du nombre d’onde effectif $k^*\Delta x$ et (b) de l’erreur de dispersion $|k^*\Delta x - k\Delta x|$ en fonction du nombre d’onde réel $k\Delta x$ pour les schémas : ---- optimisé sur 7 points FDo7p [169], — optimisé sur 11 points FDo11p [20] et classique sur 11 points FDs11p.

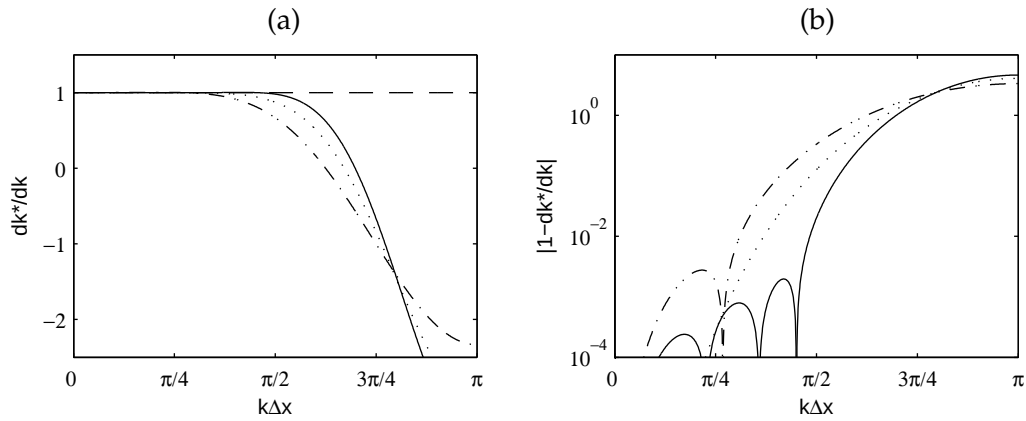


FIGURE 1.2 – Variations (a) de la vitesse de groupe v_g^*/c et (b) de l’erreur sur la vitesse de groupe $|1 - v_g^*/c|$ en fonction du nombre d’onde réel $k\Delta x$ pour les schémas : ---- optimisé sur 7 points FDo7p [169], — optimisé sur 11 points FDo11p [20] et FDs11p.

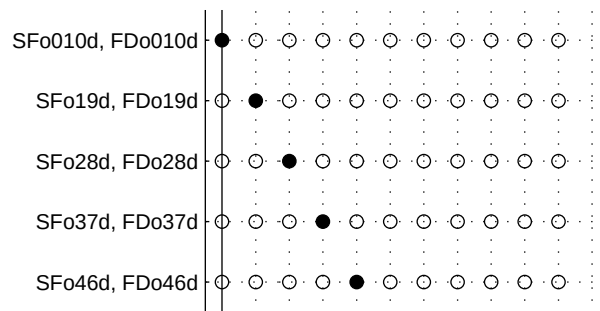


FIGURE 1.3 – Nomenclature des schémas aux différences finies décentrés $FDoPQd$ et des filtres décentrés $SFoPQd$. P est le nombre de points à gauche du point où le schéma est appliqué et Q est le nombre de points à droite.

Lorsque l'on s'approche des limites du domaine de calcul, il devient impossible d'utiliser un schéma centré sans rajouter de points fantômes [167]. Une approche consiste alors à utiliser des schémas aux différences finies décentrés [18]. Ces schémas présentent cependant l'inconvénient de posséder une erreur de dissipation non nulle car, dans l'équation (1.2), M devient différent de N . En s'appuyant sur les travaux Bogey & Bailly [20], Berland *et al.* [18] ont développé des schémas décentrés optimisés à faibles erreurs de dissipation et de dispersion. La nomenclature des schémas décentrés de Berland *et al.* [18] est présentée sur la figure 1.3 et leurs coefficients sont donnés dans l'annexe A. Les erreurs de dispersion et de dissipation sont représentées sur la figure 1.4 pour les cinq schémas optimisés FDo010d, FDo19d, FDo28d, FDo37d et FDo46d. Par comparaison avec la figure 1.1(b), on constate sur la figure 1.4(a) que l'erreur de phase des schémas décentrés est plus importante que pour le schéma centré FDo11p. De plus, sur la figure 1.4(b), on observe que les schémas décentrés peuvent être instables dans les hauts nombres d'onde.

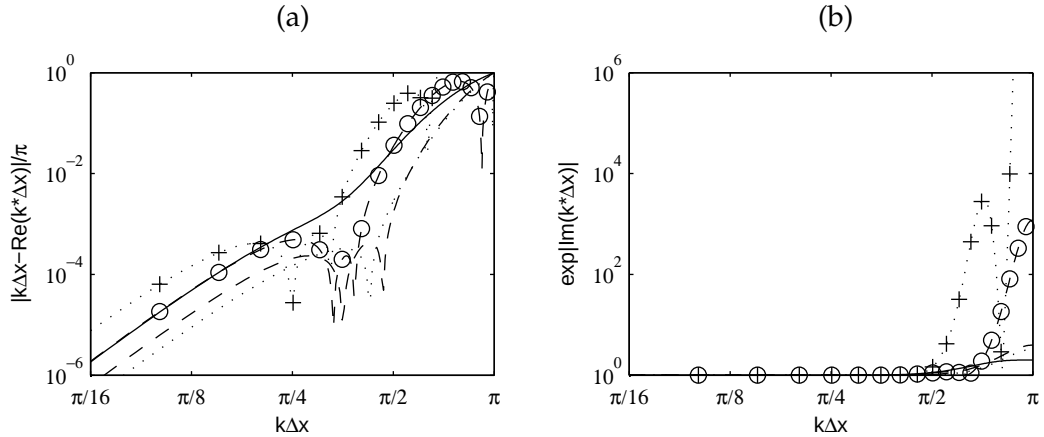


FIGURE 1.4 – Différences finies décentrées. (a) Erreur de dispersion et (b) de dissipation des schémas décentrés de Berland *et al.* [18] en fonction du nombre d'onde $k\Delta x$: --- FDo46d, FDo37d, — FDo28d, —○— FDo19d et ·+· FDo010d.

Dans le solveur, le schéma centré de Bogey & Bailly [20] est employé pour les points intérieurs du domaine de calcul et les schémas de Berland *et al.* [18] sont implémentés aux frontières du domaine.

1.1.2 Intégration temporelle

La résolution d'équations instationnaires requiert l'utilisation d'un schéma d'intégration temporelle précis. Pour intégrer un système différentiel de la forme :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = F(u(t), t) \quad (1.4)$$

où l'opérateur F dépend du temps t et de la fonction $u(t)$, des méthodes numériques classiques sont les algorithmes de Runge-Kutta explicites. L'avancement temporel de Δt entre les itérations n et $n+1$ s'effectue en p étapes :

$$\begin{aligned} u^0 &= u^n \\ u^l &= u^n + \alpha_l \Delta t F(u^{l-1}) \text{ pour } l = 1, \dots, p \\ u^{n+1} &= u^p \end{aligned}$$

où les α_l sont les coefficients de l'algorithme. Pour le calcul direct du bruit, il est nécessaire d'utiliser des algorithmes d'intégration peu dissipatifs et peu dispersifs. Tam & Webb [170] ainsi que Hu *et al.* [78] ont ainsi cherché à optimiser les schémas d'intégration dans l'espace de Fourier de manière analogue aux schémas de dérivation spatiale. Ils supposent que F est un opérateur linéaire par rapport au temps et minimisent les erreurs de dispersion et de dissipation. L'hypothèse de linéarité de F implique cependant que l'algorithme développé est au maximum d'ordre 2 en non-linéaire [34]. Si F est linéaire, l'algorithme de Runge-Kutta peut alors s'écrire sous la forme :

$$u^{n+1} = u^n + \sum_{j=1}^p \gamma_j \Delta t^j F^j(u) \quad (1.5)$$

Le facteur d'amplification G de l'algorithme est calculé en appliquant une transformée de Fourier à l'équation (1.5) :

$$G(\omega \Delta t) = \frac{\hat{u}^{n+1}(\omega \Delta t)}{\hat{u}^n(\omega \Delta t)} = 1 + \sum_{j=1}^p \gamma_j (i\omega \Delta t)^j = |G(\omega \Delta t)| e^{i\omega^* \Delta t} \quad (1.6)$$

où ω est la pulsation, $|G(\omega \Delta t)|$ est le taux d'amplification du schéma et ω^* est sa pulsation effective. Un algorithme de Runge-Kutta optimisé à 6 étapes ($p=6$) d'ordre 2 en linéaire et en non-linéaire (RK2) a été développé par Bogey et Bailly [20]. Les coefficients γ_i du schéma optimisé sont disponibles dans l'annexe A.

En utilisant la formulation à faible stockage de Williamson [197], il est possible de construire des algorithmes de Runge-Kutta d'ordre non-linéaire supérieur à 2 [162]. Berland *et*

al. [16] ont ainsi développé un schéma de Runge-Kutta à 6 étapes d'ordre 4 en linéaire et en non-linéaire (RK4). Les coefficients de l'algorithme RK4 sont aussi disponibles dans l'annexe A

Les erreurs de dissipation $1 - |G(\omega\Delta t)|$ et de dispersion $|\omega^*\Delta t - \omega\Delta t|$ pour un opérateur F linéaire sont tracées sur la figure 1.5 en fonction de la pulsation $\omega\Delta t$ pour les algorithmes RK2 et RK4. Pour les deux algorithmes, les erreurs de dissipation et de dispersion sont équivalentes pour les pulsations élevées. Pour les pulsations faibles, l'erreur de dispersion de l'algorithme RK4 est un peu plus faible que l'erreur de dispersion de l'algorithme RK2.

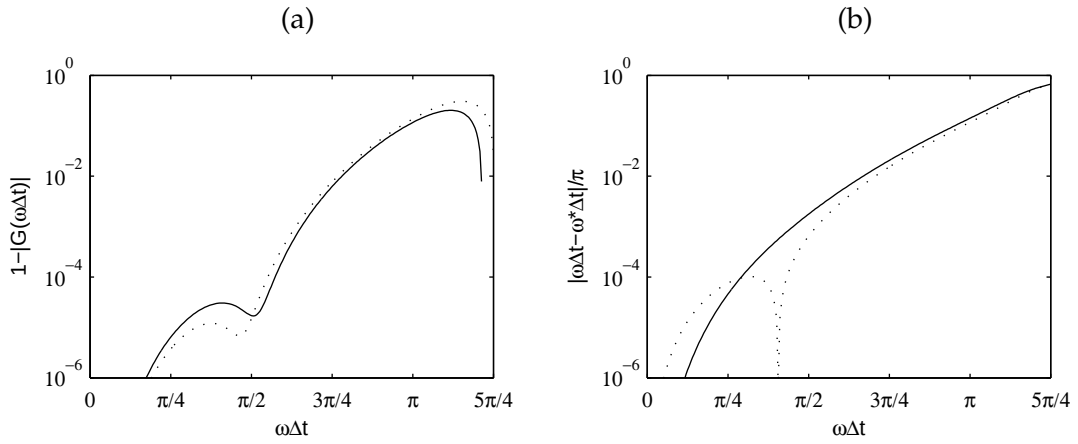


FIGURE 1.5 – Algorithmes de Runge-Kutta optimisés. Erreurs (a) de dissipation, et (b) de dispersion des schémas de $\cdots$ Bogey & Bailly [20] (RK2) et de — Berland *et al.* [16] (RK4) en fonction de la pulsation.

Dans le solveur, l'algorithme de Runge-Kutta optimisé RK2 de Bogey & Bailly [20] est implémenté, car sa précision est proche à celle de l'algorithme de Runge-Kutta optimisé RK4 de Berland *et al.* [16] pour un coût numérique moindre.

1.1.3 Filtrage sélectif explicite

Sur un maillage monodimensionnel de pas Δx constant, le plus grand nombre d'onde discrétisé k_d est $k_d\Delta x = \pi$. Le plus grand nombre d'onde correctement résolu k_{res} est fixé par les méthodes numériques utilisées, et est inférieur à k_d . Les nombres d'onde compris entre k_{res} et k_d sont donc discrétisés mais non correctement calculés. Ces nombres d'onde peuvent produire des oscillations parasites et déstabiliser le calcul [171]. L'application d'un filtre sélectif passe-bas avec une fréquence de coupure $k_s = k_{res}$ permet de supprimer ces oscillations sans dissiper les échelles correctement résolues. L'application du filtre peut se

faire de manière implicite [169] ou explicite [20]. La formulation explicite de la procédure de filtrage s'écrit pour une fonction u au noeud i :

$$u^f(x_i) = u(x_i) - \sigma^{sf} \sum_{j=-P}^Q d_j u(x_i + j\Delta x) \quad (1.7)$$

où u^f est la quantité filtrée, d_j sont les coefficients du filtre, et σ^{sf} est l'intensité du filtrage qui est comprise entre 0 et 1. En appliquant une transformée de Fourier spatiale à l'équation précédente, on obtient la fonction de transfert G du filtre :

$$G(k\Delta x) = 1 - \sum_{j=-P}^Q d_j e^{ijk\Delta x} \quad (1.8)$$

Pour les points centraux du maillage, un filtre centré est généralement utilisé pour ne pas introduire d'erreur de dispersion. Une intensité σ^{sf} constante permet aussi à la procédure de filtrage d'être numériquement conservative si u est une variable conservative. Comme pour les précédentes méthodes numériques, il est possible d'optimiser les coefficients du filtre dans l'espace de Fourier [20, 169]. Tam & Shen [169] ont développé un filtre optimisé sur 7 points d'ordre 2 SFo7p et Bogey *et al.* [28] un filtre optimisé sur 11 points d'ordre 6 SFo11p. Les coefficients des différents filtres sont disponibles dans l'annexe A. Les fonctions de dissipation $1 - |G(k\Delta x)|$ du filtre de Bogey *et al.* [28] SFo11p, de celui de Tam & Shen [169] SFo7p et du filtre classique d'ordre 10 sur 11 points SFs11p sont présentées sur la figure 1.6. La fréquence de coupure du filtre SFo11p est située autour de $\pi/2$. Au voisinage de cette fréquence, ce filtre est moins dissipatif que le filtre SFs11p. De plus, le filtre SFo11p est beaucoup moins dissipatif pour les bas nombres d'onde que le filtre SFo7p. Dans le solveur, le filtre SFo11p de Bogey *et al.* [28] est donc employé

Aux frontières du domaine, les filtres décentrés et optimisés de Berland *et al.* [18] sont utilisés. La nomenclature des filtres décentrés est donnée sur la figure 1.3 et leurs coefficients sont disponibles dans l'annexe A. Leur taux de dissipation $1 - |G(k\Delta x)|$ ainsi que l'argument de leur fonction de transfert Φ_G sont représentés sur la figure 1.7. Plus le décentrement est important, plus le filtre est dissipatif et dispersif.

1.1.4 Conditions aux limites

Pour minimiser la production d'ondes parasites lors de la sortie des ondes acoustiques et des structures turbulentes, des conditions aux limites spécifiques sont implémentées. Les conditions de non réflexion de Tam & Dong [168] en deux dimensions s'appuient sur une approximation en champ lointain du rayonnement acoustique. Bogey & Bailly [19] utilisent

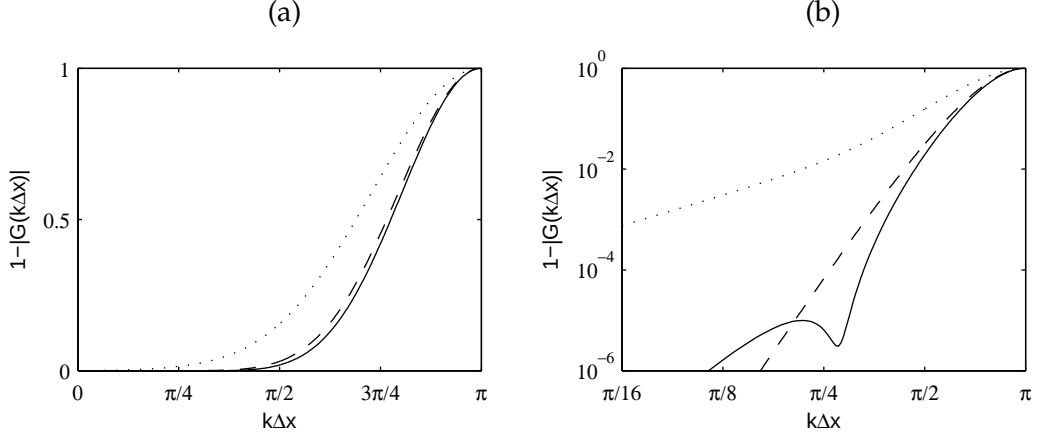


FIGURE 1.6 – Filtres centrés. Dissipation des filtres : $\cdots$ de Tam & Shen [169] SF07p, — de Bogey *et al.* [28] SF011p et --- du filtre d'ordre 10 classique SFs11p : (a) échelle linéaire et (b) échelle logarithmique.

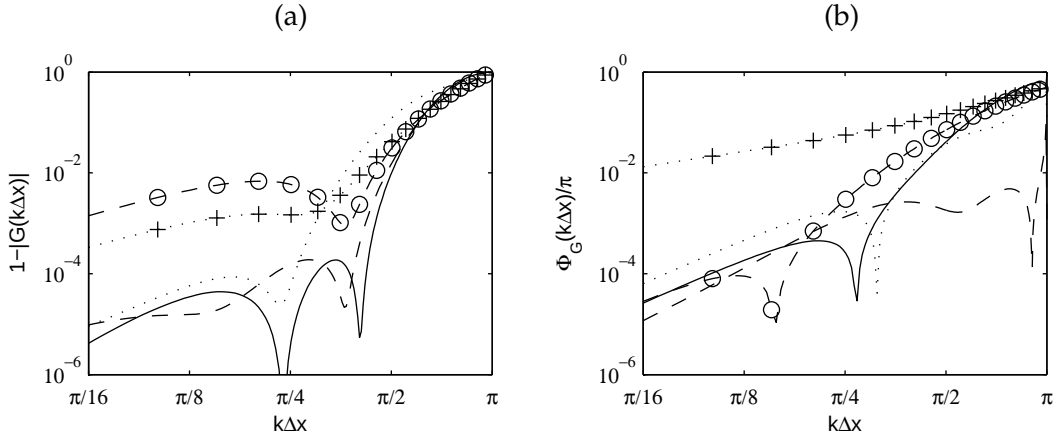


FIGURE 1.7 – Filtres décentrés de Berland *et al.* [18]. (a) Dissipation et (b) dispersion en fonction du nombre d'onde $k\Delta x$: --- SF046d, $\cdots$ SF037d, — SF028d, -⊖- SF019d et $\cdot + \cdot$ SF0010d.

la même approche que Tam & Dong [168] mais en trois dimensions pour les ondes acoustiques, de vorticité et d'entropie. De plus, ils ajoutent une zone éponge dans la direction de sortie du fluide pour empêcher la génération d'ondes parasites lors de la sortie des structures turbulentes. La zone éponge est construite à l'aide d'un étirement progressif du maillage et d'un filtre laplacien appliqué sur les variables. Une autre approche pour traiter les conditions aux limites est d'utiliser la méthode des caractéristiques. Cette méthode utilise les invariants de Riemann qui peuvent être calculés pour les équations d'Euler. Les invariants de Riemann permettent de déterminer les ondes entrantes et sortantes du domaine et ainsi d'obtenir des équations pour les variables aux frontières en fonction des grandeurs calculées dans le domaine de calcul et des valeurs à l'infini. Les invariants de Riemann ont été adaptés aux équations de Navier-Stokes avec des conditions aux limites de non réflexion par Thompson [186, 187] et Poinso t & Lele [135].

Le calcul du champ moyen aux limites du domaine demande enfin un traitement particulier. Si les grandeurs à l'infini sont imposées aux frontières du domaine, le comportement de la turbulence peut être for c . Par contre, si le champ moyen aux limites est calculé uniquement à partir des points intérieurs du domaine, une dérive de ce dernier peut être observée. Poinso t & Lele [135] introduisent alors une fonction de rappel vers les quantités à l'infini pour empêcher la dérive du champ moyen. Pour une variable f , la fonction de rappel est définie de manière explicite par :

$$f_{rap} = (1 - \alpha)f + \alpha f_e \quad (1.9)$$

où f_e est la valeur de f   l'infini et α le paramètre de rappel qui est généralement de l'ordre de 1%.

1.2 Développement de méthodes numériques pour les maillages en coordonnées cylindriques

La formulation en coordonnées cylindriques des équations de Navier-Stokes est généralement employée pour les géométries axisymétriques. Les équations de Navier-Stokes en cylindrique présentent cependant une singularité au niveau de l'axe. De plus, si des méthodes explicites sont employées, le pas de temps de l'intégration temporelle est généralement plus faible qu'en cartésien. Dans cette partie, les méthodes de traitement de la singularité sont d'abord présentées. Ensuite une procédure pour augmenter le pas de temps de l'intégration temporelle sur un maillage cylindrique est proposée. Elle s'appuie sur une

diminution du nombre de points utilisés pour calculer la dérivée azimutale. Le déraffinement est progressif au fur et à mesure qu'on se rapproche de l'axe. Finalement, il est montré que la différentiation des flux dans la direction azimutale peut produire une erreur importante de dispersion en présence d'un écoulement moyen si la discrétisation est grossière. Des schémas numériques sont donc développés spécifiquement pour la dérivation des flux azimutaux.

1.2.1 Equations d'Euler bidimensionnelles en coordonnées polaires

Pour simplifier les développements analytiques, les effets visqueux sont négligés et la résolution de la direction axiale de l'écoulement n'est pas prise en compte car elle peut être traitée comme en cartésien. Dans cette partie on se restreint donc à l'étude des équations d'Euler bidimensionnelles. On utilise le plan (x, y) pour définir le système de coordonnées cartésiennes et le plan (r, θ) pour définir le système de coordonnées cylindriques bidimensionnelles, aussi appelé système polaire. La formulation des équations d'Euler bidimensionnelles en cartésien et en cylindrique est donnée dans l'annexe B.

1.2.2 Traitement de la singularité à l'origine

Les équations d'Euler en coordonnées polaires présentent une singularité en $r = 0$. Différentes approches numériques existent pour traiter cette singularité. Huang & Sloan [79] ainsi que Matsushima & Marcus [111] utilisent une condition de pôle pour les méthodes pseudo-spectrales. Pour les schémas aux différences finies, une première approche consiste à lever la singularité en passant en coordonnées cartésiennes en $r = 0$ [56] ou en utilisant un développement en série des équations polaires sur l'axe [42]. Une autre approche consiste à s'affranchir de la résolution de l'axe. Dans la méthode de "saut de l'axe" développée par Mohseni & Colonius [114], le premier point dans la direction radiale est placé à une distance $\Delta r/2$ de l'axe, où Δr est le pas du maillage dans la direction radiale. Cette approche permet par ailleurs d'utiliser des schémas centrés proches de la singularité, ce qui réduit les erreurs de dissipation et de dispersion. La transformation suivante est utilisée au voisinage de la singularité :

$$\tilde{r}(r, \theta) = \begin{cases} r & \text{si } 0 \leq \theta < \pi \\ -r & \text{si } \pi \leq \theta < 2\pi \end{cases} \quad (1.10)$$

l'inconvénient de cette approche est de réduire la taille des mailles au voisinage de l'axe sur un maillage constant. Dans la direction azimutale, la plus petite distance entre deux

points est de $\Delta\theta\Delta r/2$ contre $\Delta\theta\Delta r$ pour les méthodes levant la singularité [42, 56]. Avec des méthodes numériques explicites, le pas de temps admissible pour l'intégration temporelle avec l'approche de Mohseni & Colonius [114] est donc en théorie deux fois plus petit. Un exemple de maillage polaire utilisé pour les méthodes levant la singularité [42, 56] et la méthode de Mohseni & Colonius [114] est présenté sur la figure 1.8

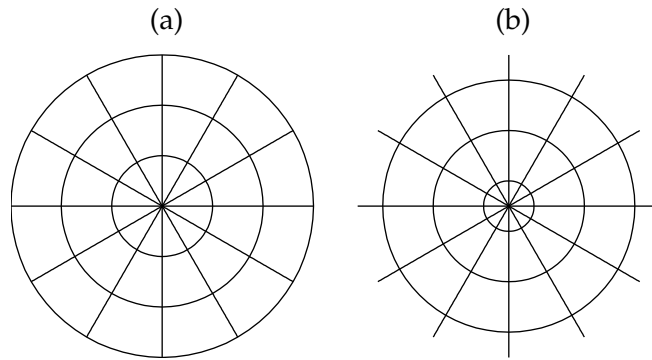


FIGURE 1.8 – Maillages en coordonnées polaires ; (a) maillage pour les méthodes levant la singularité [42, 56] et (b) maillage pour la méthode de Mohseni & Colonius [114].

Dans le solveur, l'approche de Mohseni & Colonius [114] est implémentée car elle est simple à programmer et ne nécessite de changer de système de coordonnées au voisinage de l'axe.

1.2.3 Augmentation du pas de temps admissible

En cylindrique, le maillage est généralement sur-raffiné proche de l'axe. Pour les schémas explicites, le pas de temps Δt de l'intégration temporelle est proportionnel à la plus petite maille Δr_{min} . Pour un maillage polaire avec des pas Δr et $\Delta\theta$ constants, on obtient $\Delta r_{min} = \Delta r\Delta\theta$ pour les méthodes classiques [42, 56] et $\Delta r_{min} = \Delta r\Delta\theta/2$ pour la méthode de saut de l'axe de Mohseni & Colonius [114].

Une possibilité pour s'affranchir de ce problème est d'utiliser une méthode d'intégration implicite [4]. Pour les schémas explicites, de nombreuses méthodes pour augmenter le pas de temps admissible utilisent une diminution de la résolution effective dans la direction azimutale. Il est possible d'agir directement sur le maillage afin d'augmenter la taille des mailles en réarrangeant les points dans la direction azimutale [89] ou en utilisant différents maillages [120]. Une autre approche consiste à conserver le maillage polaire et à tronquer la solution calculée dans l'azimut en enlevant les nombres d'ondes instables lors de l'intégration temporelle. Freund *et al.* [56] utilisent, par exemple, une méthode de résolution spectrale

dans la direction θ et retirent les modes de Fourier instables lors de l'intégration. Gissinger *et al.* [63], quant à eux, résolvent les flux azimuthaux dans l'espace réel, puis appliquent un filtre passe-bas proche de l'axe pour diminuer la résolution effective.

Dans cette partie, on propose une procédure de diminution de la résolution effective basée sur une augmentation artificielle de la taille des mailles. Cette procédure correspond à l'application dans l'espace réel de la méthode de Freund *et al.* [56]. La dérivée d'une fonction f dans la direction azimuthale, calculée au point θ_l à l'aide d'un schéma aux différences finies explicite et centré, s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial f(\theta_l)}{\partial \theta} \simeq \frac{1}{\Delta \theta} \sum_{j=-N}^N a_j f(\theta_l + j\Delta \theta)$$

où les a_j sont les coefficients du schéma utilisé et $\Delta \theta = 2\pi/n_\theta$ est le pas de discrétisation azimuthale, avec n_θ le nombre de point dans l'azimute. Pour permettre une augmentation du pas de temps admissible, on accroît localement et artificiellement le pas de discrétisation azimuthale en posant $\Delta \theta_m = m\Delta \theta$, où m est le déraffinement. La dérivée azimuthale estimée au point θ_l avec un déraffinement m devient alors :

$$\frac{\partial f(\theta_l)}{\partial \theta} \simeq \frac{1}{m\Delta \theta} \sum_{j=-N}^N a_j f(\theta_l + jm\Delta \theta)$$

Après l'application du déraffinement, la résolution effective est $n_\theta^m = 2\pi/(m\Delta \theta)$. Le calcul de la dérivée azimuthale au point A , sans déraffinement et avec un déraffinement de 2, est illustré sur la figure 1.9 pour un schéma centré sur 3 points.

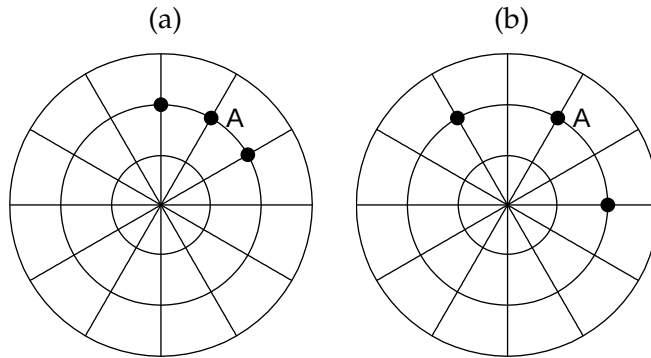


FIGURE 1.9 – Calcul de la dérivée azimuthale au point A (a) sans déraffinement et (b) avec un déraffinement $m = 2$ au moyen d'un schéma centré sur 3 points. • points utilisés pour le calcul de la dérivée

Il est important d'adapter le déraffinement m par rapport à la distance à l'axe r afin d'obtenir une distance $\Delta r_{min} = \min(r\Delta \theta_m, \Delta r)$ la plus élevée possible. A titre d'exemple, des

stratégies possibles de déraffinement dans le cas où $n_\theta = 256$, avec $m = 32$ au premier point par rapport à l'axe, sont données dans le tableau 1.1 pour les méthodes levant la singularité [42, 56] et dans le tableau 1.2 pour la méthode de Mohseni & Colonius [114]. Dans ces deux cas, il est possible de gagner un facteur 32 sur le pas de temps par rapport au cas sans déraffinement.

Distance r par rapport au centre	Déraffinement m	Résolution effective
Δr	32	8 points
$2\Delta r$ à $3\Delta r$	16	16 points
$4\Delta r$ à $7\Delta r$	8	32 points
$8\Delta r$ à $15\Delta r$	4	64 points
$16\Delta r$ à $31\Delta r$	2	128 points
$r \geq 33\Delta r$	1	256 points

TABLE 1.1 – Déraffinement proche de l'axe pour 256 points dans la direction θ avec $m = 32$ au premier point pour les méthodes levant la singularité [42, 56].

Distance r par rapport au centre	Déraffinement m	Résolution effective
$\Delta r/2$	32	8 points
$3\Delta r/2$	16	16 points
$5\Delta r/2$ à $7\Delta r/2$	8	32 points
$9\Delta r/2$ à $15\Delta r/2$	4	64 points
$17\Delta r/2$ à $31\Delta r/2$	2	128 points
$r \geq 33\Delta r/2$	1	256 points

TABLE 1.2 – Déraffinement proche de l'axe pour 256 points dans la direction θ avec $m = 32$ au premier point pour la méthode de Mohseni & Colonius [114].

Les stratégies de déraffinement données dans les tableaux 1.1 et 1.2 sont illustrées respectivement sur les figures 1.10(a) et 1.10(b). L'évolution de la taille des mailles dans la direction azimutale en fonction de la distance radiale est représentée avec et sans déraffinement pour les méthodes classiques [42, 56] sur la figure 1.10(a) et pour la méthode de Mohseni & Colo-

nus [114] sur la figure 1.10(b). Sur cette figure, $\Delta\theta_{FD} = m\Delta\theta$ représente la discrétisation spatiale effective utilisée pour calculer la dérivée des flux azimuthaux.

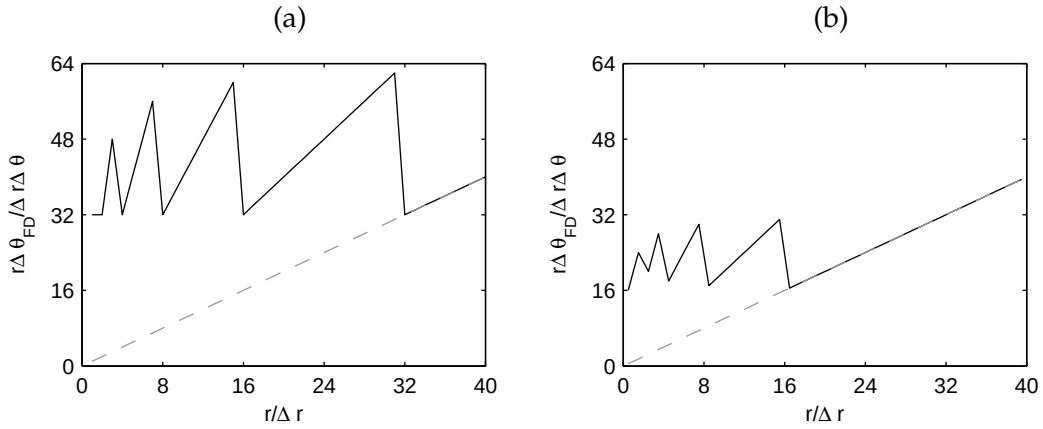


FIGURE 1.10 – Taille des mailles effective dans la direction azimuthale en fonction de la distance radiale pour $n_\theta = 256$. (a) méthodes levant la singularité [42,56] et (b) méthode de Mohseni & Colonius [114], --- sans déraffinement, — en utilisant le déraffinement $m = 32$ au premier point.

1.2.4 Développement de schémas aux différences finies dans la direction azimuthale

L'utilisation des différences finies pour calculer les flux azimuthaux peut introduire des erreurs de dispersion importantes en présence d'un écoulement moyen si la résolution azimuthale est faible. Dans cette partie, l'origine de ces erreurs est d'abord étudiée, puis des schémas aux différences finies spécifiques pour la dérivation azimuthale sont proposés en fonction de la résolution.

On considère un écoulement moyen sous la forme $\mathbf{u} = u\mathbf{e}_x + v\mathbf{e}_y$ dans le repère cartésien et $\mathbf{u} = u_r\mathbf{e}_r + u_\theta\mathbf{e}_\theta$ dans le repère polaire. Il est possible d'exprimer les composantes du vecteur vitesse en polaire en fonction de ses composantes en cartésien :

$$u_r = u \cos(\theta) + v \sin(\theta) \quad \text{et} \quad u_\theta = -u \sin(\theta) + v \cos(\theta)$$

En remplaçant u_r et u_θ dans le terme des flux azimuthaux F_1 de l'équation (B.4) disponible dans l'annexe B, on obtient :

$$F_1 = \begin{bmatrix} \rho (-u_x \sin(\theta) + u_y \cos(\theta)) \\ \rho (\sin(2\theta)(u_y^2 - u_x^2)/2 - u_x u_y \cos(2\theta)) \\ p + \rho((u_y^2 + u_x^2)/2 + \cos(2\theta)(u_y^2 - u_x^2)/2 - u_x u_y \sin(2\theta)) \\ \gamma p / (\gamma - 1) + \rho(u_y^2 + u_x^2)(-u_x \sin(\theta) + u_y \cos(\theta))/2 \end{bmatrix}$$

Si l'écoulement est uniforme et stationnaire, on peut par conséquent écrire F_1 sous la forme :

$$F_1 = \sum_{n=0}^2 (A_n \cos(n\theta) + B_n \sin(n\theta))$$

où les A_n et B_n sont des coefficients indépendants de θ . En pratique, on estime la dérivée F_1 au point θ_l à l'aide des différences finies :

$$\frac{\partial F_1(\theta_l)}{\partial \theta} \simeq \sum_{n=0}^2 \left(A_n \frac{\partial^* \cos(n\theta_l)}{\partial \theta} + B_n \frac{\partial^* \sin(n\theta_l)}{\partial \theta} \right)$$

avec

$$\frac{\partial^* f(\theta_l)}{\partial \theta} = \frac{1}{\Delta \theta} \sum_{j=-N}^N a_j f(\theta_l + j\Delta \theta)$$

où les a_j sont les coefficients du schéma utilisé et $\Delta \theta = 2\pi/n_\theta$ est le pas dans la direction azimutale. Pour ne pas introduire d'erreur de dispersion à cause de la dérivation du champ de vitesse, il faut donc calculer de manière exacte les dérivées des termes en $\sin(\theta)$, $\cos(\theta)$, $\sin(2\theta)$ et $\cos(2\theta)$.

La dérivée de $e^{(in\theta)} = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$, pour $n = 1, 2$, calculée avec un schéma aux différences finies centré s'écrit :

$$\frac{\partial e^{(in\theta)}}{\partial \theta} \simeq \frac{1}{\Delta \theta} \sum_{j=-N}^N a_j e^{(in(\theta+j\Delta\theta))}$$

$$\frac{\partial e^{(in\theta)}}{\partial \theta} \simeq in e^{(in\theta)} \left(1 - 1 + \frac{1}{in\Delta\theta} \sum_{j=-N}^N a_j e^{(inj\Delta\theta)} \right)$$

Pour ne pas produire d'erreur lors de la dérivation, il faut que :

$$\sum_{j=-N}^N a_j e^{(inj\Delta\theta)} - in\Delta\theta = ik_\theta^*(n)\Delta\theta - in\Delta\theta = 0 \quad (1.11)$$

où k_θ^* est le nombre d'onde effectif du schéma aux différences finies utilisé. L'erreur commise pour les nombres d'onde $k_\theta = n$, avec $n = 1$ ou 2 , doit donc être nulle. Par exemple, si l'on dispose de 8 points dans la direction azimutale, il est nécessaire que l'erreur soit nulle pour :

$$k_\theta(n)\Delta\theta = n \frac{2\pi}{8} = n \frac{\pi}{4}$$

avec $n = 1$ ou 2 .

Des schémas aux différences finies centrés et possédant une erreur nulle pour $k_\theta = 1$ et 2 sont développés. Pour 8 et 16 points dans la direction azimutale, on impose aux schémas l'ordre 2 sur 5 points et de vérifier l'équation (1.11). Lorsque l'on résout la direction azimutale avec 32 ou 64 points, les schémas développés sont aussi d'ordre 2, vérifient l'équation

Nom du schéma	Nombre de points n_θ dans la direction azimutale	Nombres d'onde $k_\theta \Delta\theta$ ayant une erreur de phase nulle
api24	8	$\pi/4, \pi/2$
api48	16	$\pi/8, \pi/4$
api816	32	$\pi/16, \pi/8$
api1632	64	$\pi/32, \pi/16$

TABLE 1.3 – Nom des schémas de dérivation spatiale dans la direction azimutale, résolution effective et nombres d'onde ayant une erreur non nulle.

(1.11) et ont une erreur de phase $|k_\theta^* \Delta\theta - k_\theta \Delta\theta|/\pi$ inférieure à 10^{-4} pour $k_\theta \Delta\theta < \pi/2$. Les nombres d'onde annulés par les différents schémas sont présentés dans le tableau 1.3, et leurs coefficients sont donnés dans l'annexe A.

L'erreur de phase $E_\phi = |k_\theta^* - k_\theta| \Delta\theta / \pi$ des différents schémas est tracée en fonction du nombre d'onde $k_\theta \Delta\theta$ sur la figure 1.11. Le schéma api24 est comparé sur la figure 1.11(a) aux schémas classiques FDs5p et FDs7p, respectivement d'ordre 4 et 6. L'erreur de dispersion du schéma api24 est plus faible que l'erreur des schémas classiques pour $\pi/7 \leq k_\theta \Delta\theta \leq \pi$. Les schémas api48, api816 et api1632 sont respectivement comparés aux schémas classiques d'ordre 4, FDs5p, et d'ordre 10, FDs11p, ainsi qu'au schéma optimisé sur 11 points de Bogey & Bailly [20] FDo11p sur les figures 1.11(b), 1.11(c) et 1.11(d). L'erreur des schémas développés est généralement inférieure à l'erreur du schéma classique d'ordre 4 pour les nombres d'onde considérés. Les schémas développés api816 et api1632 présentent une erreur de phase supérieure au schéma optimisé sur 11 points FDo11p [20] pour les hauts nombres d'onde, et inférieure pour les bas nombres d'onde.

1.2.5 Cas test

Deux cas test sont réalisés pour valider les schémas numériques développés et la procédure de déraffinement au voisinage de la singularité. Pour ces deux problèmes, la propagation d'une impulsion acoustique en présence d'un écoulement moyen est étudiée. Un écoulement stationnaire et uniforme est donc imposé :

$$\bar{u}_r = M \cos(\theta) \quad , \quad \bar{u}_\theta = -M \sin(\theta) \quad , \quad \bar{\rho} = 1 \quad \text{et} \quad \bar{p} = 1/\gamma$$

avec $M = 0,5$ et $\gamma = 1.4$. Une impulsion acoustique est introduite en (x_0, y_0) avec :

$$p' = \bar{p} \exp\left(-\ln(2) \frac{(x - x_0)^2 + y_0^2}{b^2}\right) \quad \text{et} \quad \rho' = \bar{\rho} \left(\frac{p'}{\bar{p}}\right)^{1/\gamma} - \bar{\rho}$$

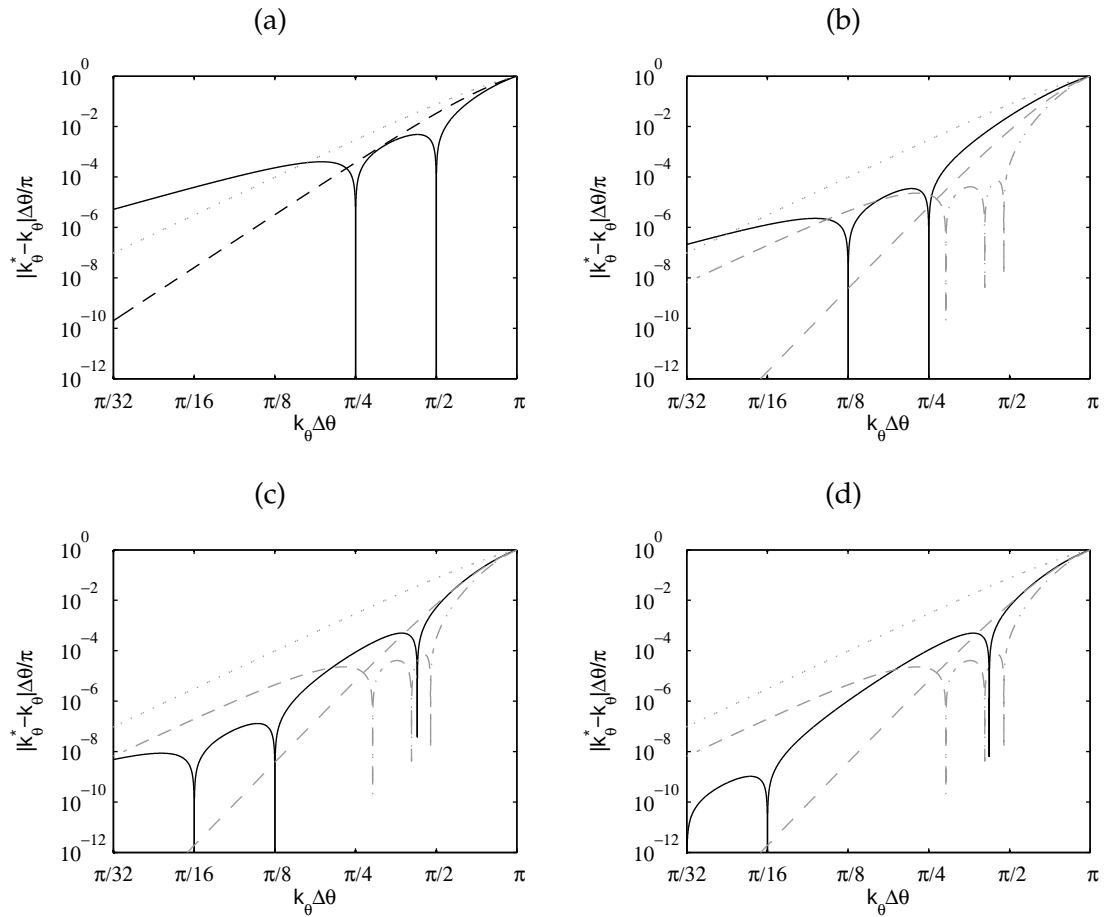


FIGURE 1.11 – Erreur de phase des schémas de discrétisation spatiale dans la direction azimutale. (a) $n_\theta = 8$ — $\text{api}24$, (b) $n_\theta = 16$ — $\text{api}48$, (c) $n_\theta = 32$ — $\text{api}816$ et (d) $n_\theta = 64$ — $\text{api}1632$; -- schéma classique d'ordre 6 $\text{FDs}7p$, schéma classique d'ordre 4 $\text{FDs}5p$, ---- schéma classique d'ordre 10 $\text{FDs}11p$, -.-.- schéma optimisé sur 11 points $\text{FDo}11p$ [20].

où b et ϵ sont respectivement la demi-largeur et l'amplitude initiale du pulse. Il existe une solution analytique pour la pression [172] :

$$p_{sol}(r, \theta, t) = \bar{p} \left(1 + \frac{\epsilon}{2\alpha} \int_0^\infty \xi \exp(-\xi^2/4\alpha) \cos(t\xi) J_0(\xi\eta) d\xi \right)$$

où $\eta = \sqrt{(r \cos \theta - Mt)^2 + (r \sin \theta)^2}$, $\alpha = \ln 2/b^2$ et J_0 est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre zéro. La précision des différentes méthodes numériques peut donc être quantifiée en calculant le résidu de pression sur le maillage entre la solution numérique et la solution analytique :

$$R_p(t) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_\theta} (p(i, j, t) - p_{sol}(i, j, t))^2 r(i) \Delta\theta \Delta r}}{p_{ref}}$$

où $p = \bar{p} + p'$ et où p_{ref} est défini par :

$$p_{ref} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_\theta} (p'(i, j, t=0))^2 r(i) \Delta\theta \Delta r}$$

1.2.5.1 Validation des schémas développés

Dans le premier cas test, le pulse est initialisé en $(x_0, y_0) = (-15, 0)$, avec $\epsilon = 10^{-4}$ et $b = 6$. Les équations d'Euler en polaire sont résolues sur un maillage contenant $n_r = 51$ points dans la direction radiale et en faisant varier le nombre de points n_θ dans la direction azimutale de 8 à 256. Les pas Δr et $\Delta\theta$ dans les directions radiale et azimutale sont constants et respectivement égaux à 1 et $2\pi/n_\theta$. Dans la direction radiale, les dérivées sont calculées avec le schéma sur 11 points optimisé de Bogey & Bailly FDo11p [20]. Dans la direction azimutale, pour $n_\theta = 8$, le schéma api24 est comparé aux schémas classiques d'ordre 4 et 6, et pour $n_\theta = 16, 32$ et 64 , les schémas api48, api816 et api1632 sont comparés au schéma classique d'ordre 10 FDs11p ainsi qu'au schéma optimisé sur 11 points de Bogey & Bailly FDo11p [20]. Finalement, pour $n_\theta = 128$ et 256 points, le cas test est uniquement résolu avec les schémas FDs11p et FDo11p dans l'azimut. Pour les différentes discrétisations azimutales, le cas test est aussi résolu en utilisant une méthode spectrale dans la direction θ afin de fournir une solution numérique de référence. La méthode spectrale utilisée est basée sur la transformée de Fourier discrète et les dérivées sont calculées jusqu'au nombre d'onde $k_\theta = n_\theta/3$ pour éviter les erreurs d'aliasing [33, 126]. Enfin, la méthode de Mohseni & Colonius [114] est utilisée pour traiter la singularité. L'intégration temporelle s'effectue avec un algorithme de Runge-Kutta explicite optimisé à 6 étapes RK2 [20] et le pas de temps vaut $\Delta t = 0.8\Delta r\Delta\theta/(c_0(1+M))$ où c_0 est la vitesse du son. A chaque itération le filtre sélectif

optimisé sur 11 points de Bogey *et al.* SFo11p [28] est appliqué sur les variables avec un niveau de filtrage σ égal à $0.99 \times 8/n_\theta$ pour supprimer les oscillations maille-à-maille.

Les cartographies de la pression fluctuante à $t = 20$ pour $n_\theta = 16$ dans l'azimut sont présentées sur la figure 1.12. Les résultats obtenus avec les schémas FDs11p et FDo11p sur les figures 1.12(a) et (b) sont peu précis car le pulse de pression est déformé. Par contre, avec le schéma api48 sur la figure 1.12(c), la solution obtenue à $t = 20$ est proche de la solution numérique de référence calculée avec une méthode spectrale dans l'azimut et présentée sur la figure 1.12(d).

La différence entre la solution numérique et la solution analytique est présentée au même instant sur la figure 1.13. Pour les schémas FDs11p et FDo11p sur les figures 1.13(a) et (b), l'erreur est importante et semble être liée à la dérivation du champ moyen mis en évidence dans la partie précédente. En utilisant le schéma api48 dans la direction azimutale sur la figure 1.13(c), l'erreur est bien plus faible et proche de celle obtenue avec la méthode spectrale et tracée sur la figure 1.13(d).

Les variations du résidu R_p en fonction du temps pour $n_\theta = 8$ et $n_\theta = 16$ sont tracées sur la figure 1.14 pour les différents schémas. L'utilisation des schémas développés conduisent à des erreurs plus faible que pour les schémas aux différences finies classiques. La précision obtenue est similaire aux calculs réalisés avec la méthode spectrale. Cela signifie que les erreurs commises avec les schémas api24 et api48 dans ce cas test ne sont pas conditionnées par le calcul de la dérivée dans la direction θ .

Finalement le résidu R_p au temps $t = 20$ est donné dans le tableau 1.4 pour les différentes discrétisations azimutales et les différentes méthodes de dérivation. Le résidu des schémas développés est proche de celui obtenu avec une méthode spectrale dans l'azimut pour $n_\theta = 8$ et 16. Pour $n_\theta = 32$, les résidus les plus faibles sont obtenus pour les schémas api816, FDs11p et la méthode spectrale. Avec 64 points dans l'azimut, l'erreur commise avec le schéma api1632 est du même ordre de grandeur que l'erreur commise avec le schéma FDs11p et la méthode spectrale. Enfin, pour 128 et 256 points dans l'azimut, l'erreur des schémas FDs11p et FDo11p semble acceptable.

1.2.5.2 Validation de la procédure de déraffinement

Dans ce second cas test, la procédure de déraffinement est validée pour la méthodes de traitement de l'axe de Mohseni & Colonius [114]. L'impulsion de pression est introduite en $(x_0, y_0) = (-50, 0)$ afin qu'elle soit en dehors de la zone de déraffinement. Son amplitude ϵ est toujours égale à 10^{-4} et sa demi-largeur b est de 5. Le calcul est réalisé sur un maillage

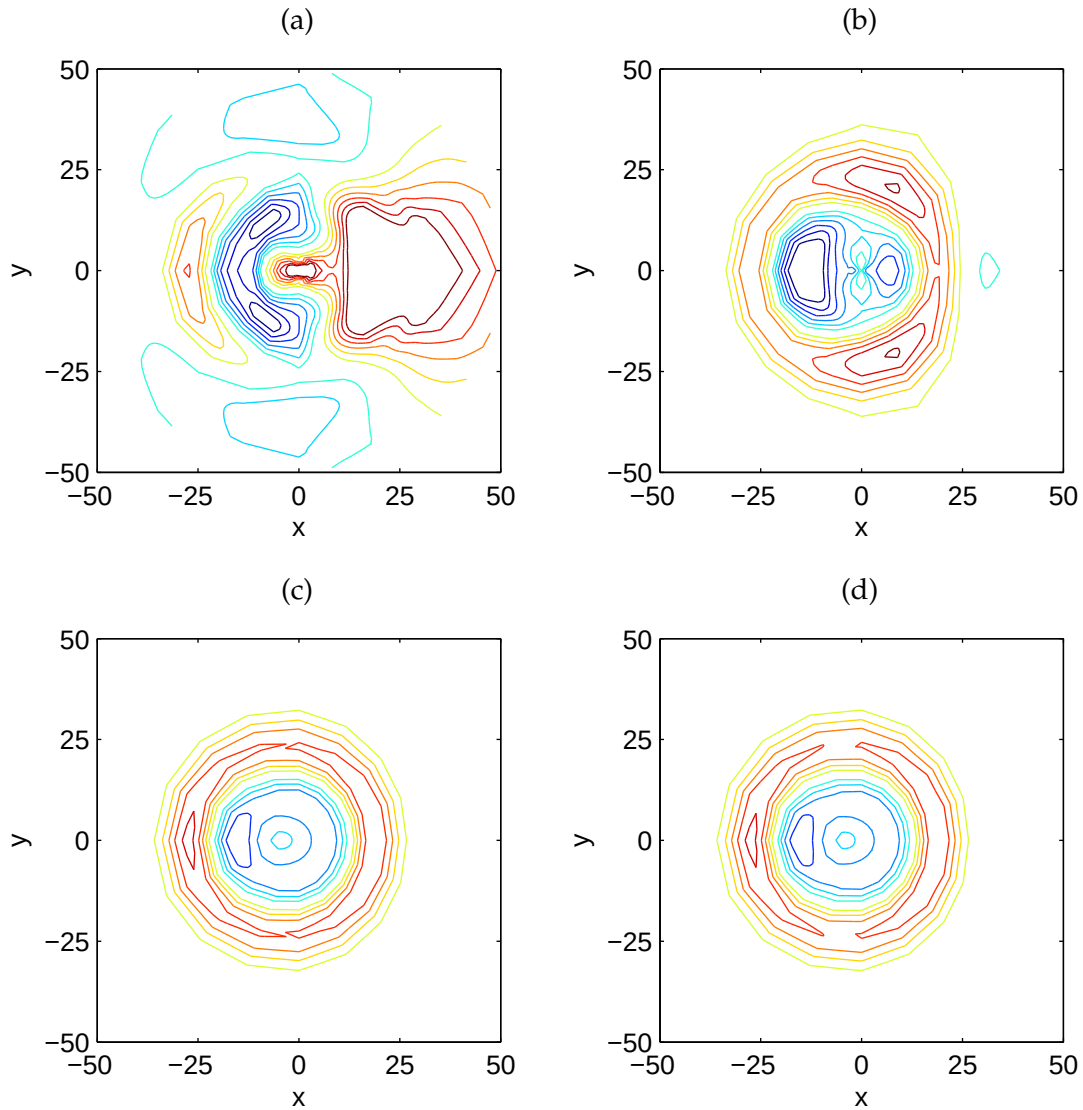


FIGURE 1.12 – Contours de la pression fluctuante à $t = 20$ pour $n_\theta = 16$. Les dérivées dans la direction azimutale sont calculées avec (a) le schéma optimisé FDo11p sur 11 points [20], (b) le schéma classique FDs11p d'ordre 10 sur 11 points, (c) le schéma api48 et (d) par une méthode spectrale. Les niveaux tracés sont $[-1.5, -1.25, -1, -0.75, -0.5, -0.25, 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5] \times 10^{-5}$.

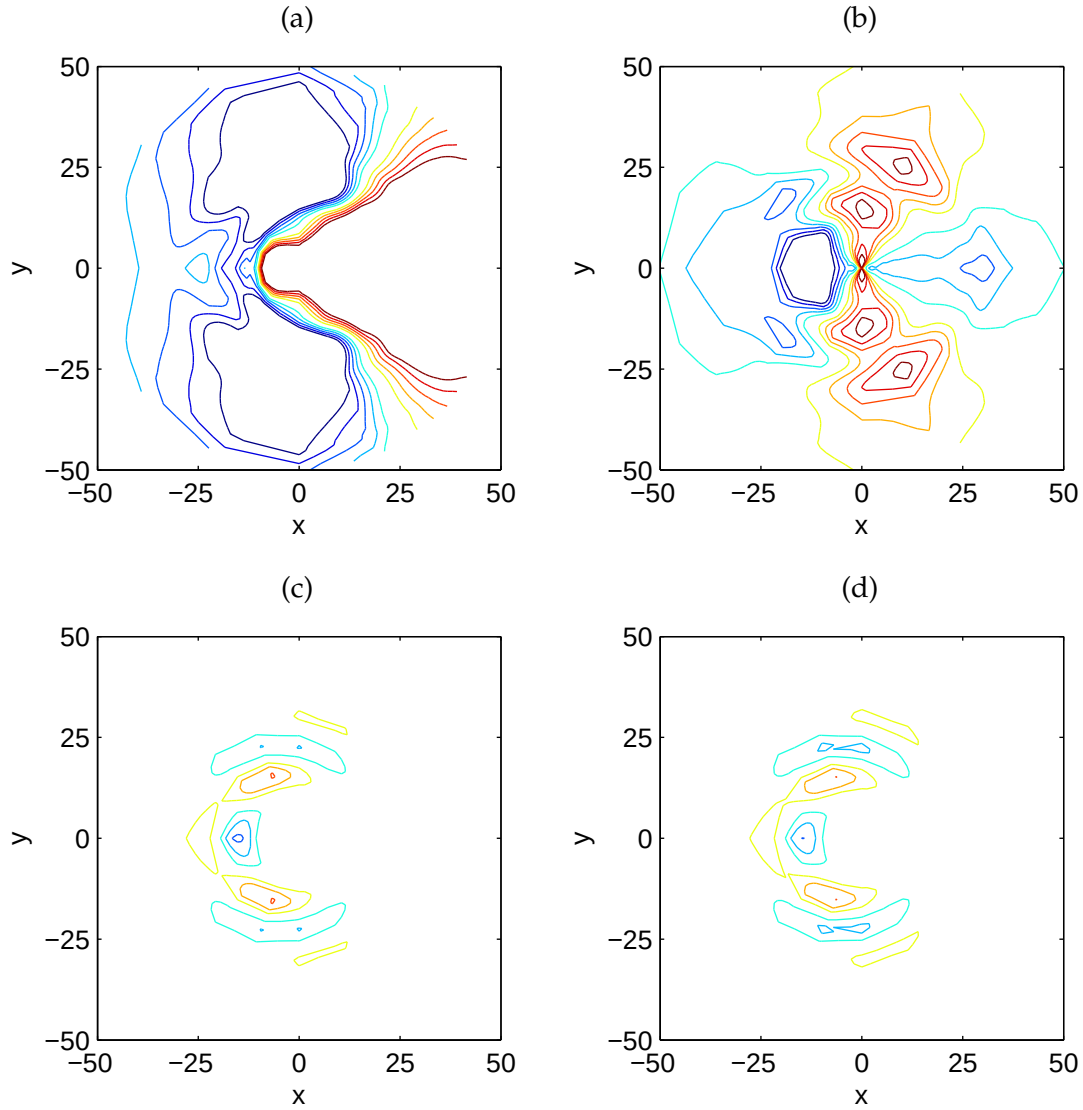


FIGURE 1.13 – Différence de pression à $t = 20$ pour $n_\theta = 16$ entre la solution calculée et la solution analytique. Les dérivées dans la direction azimutale sont calculées avec (a) le schéma optimisé FDo11p sur 11 points [20], (b) le schéma classique FDs11p d'ordre 10 sur 11 points, (c) le schéma api48 et (d) par une méthode spectrale. Les niveaux tracés sont $[-0.5, -0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5] \times 10^{-5}$.

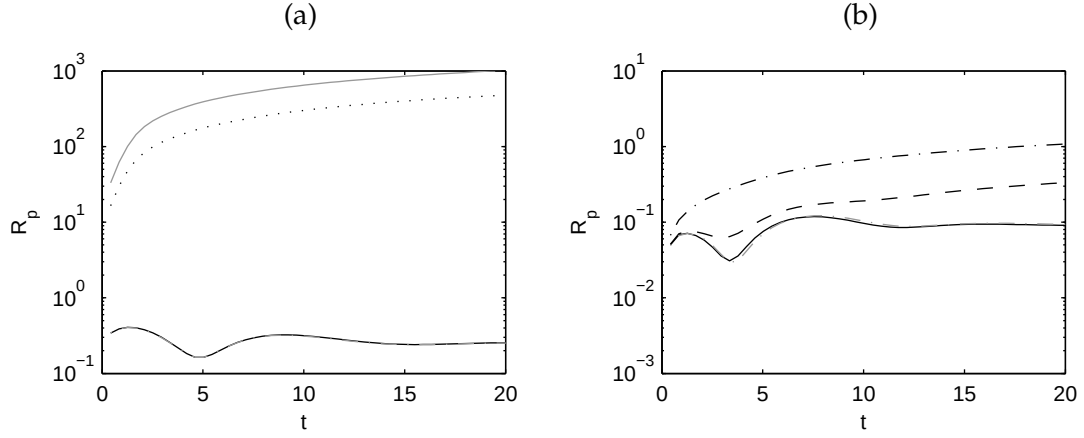


FIGURE 1.14 – Evolution temporelle des résidus pour (a) $n_\theta = 8$ et (b) $n_\theta = 16$ dans la direction azimutale avec les schémas numériques : (a) — schéma standard FDs5p d'ordre 4, $\cdots$ schéma standard FDs7p d'ordre 6, — schéma api24 et --- méthode spectrale ; (b) --- schéma standard FDs11p d'ordre 10, -.- schéma optimisé FDo11p sur 11 points [20], — schéma api48 et --- méthode spectrale.

	Schémas développés	Méthode spectrale	FDs11p	FDo11p	FDs5p	FDs7p
$n_\theta = 8$	0.25	0.25			1019	479.5
$n_\theta = 16$	0.091	0.093	0.33	1.08		
$n_\theta = 32$	0.0046	0.0048	0.0046	0.39		
$n_\theta = 64$	9.5×10^{-5}	7.4×10^{-5}	7.4×10^{-5}	0.035		
$n_\theta = 128$		7×10^{-5}	7×10^{-5}	0.0024		
$n_\theta = 256$		7×10^{-5}	7×10^{-5}	17×10^{-5}		

TABLE 1.4 – Résidu R_p en fonction de la discrétisation azimutale n_θ et du schéma de dérivation utilisé dans l'azimut ; schémas développés : api24 pour $n_\theta = 8$, api48 pour $n_\theta = 16$, api816 pour $n_\theta = 32$ et api1632 pour $n_\theta = 64$; FDs11p : schéma classique d'ordre 10, FDo11p : schéma sur 11 points optimisé de Bogey & Bailly [20] FDs5p : schéma standard d'ordre 4 et FDs7p : schéma standard d'ordre 6.

	Résolution effective					
Distance à l'axe	$m_1 = 1$	$m_1 = 2$	$m_1 = 4$	$m_1 = 8$	$m_1 = 16$	$m_1 = 32$
$\Delta r/2$	256	128	64	32	16	8
$3\Delta r/2$	256	256	128	64	32	16
$5\Delta r/2$ à $7\Delta r/2$	256	256	256	128	64	32
$9\Delta r/2$ à $15\Delta r/2$	256	256	256	256	128	64
$17\Delta r/2$ à $31\Delta r/2$	256	256	256	256	256	128
$r \geq 33\Delta r/2$	256	256	256	256	256	256

TABLE 1.5 – Résolution effective en fonction de la distance à l'axe et du déraffinement m_1 au premier point pour la méthode de Mohseni & Colonius [114] et pour $n_\theta = 256$.

contenant $n_r \times n_\theta = 151 \times 256$ points avec $\Delta r = 1$ et $\Delta\theta = 2\pi/n_\theta$. Le pas de l'intégration temporelle est $\Delta t = 2m_1 CFL \Delta r_{min} \Delta\theta / (c_0(1 + M))$, où c_0 est la vitesse du son, M est le nombre de Mach de l'écoulement, m_1 est le déraffinement utilisé au premier point par rapport à l'axe et Δr_{min} est la distance du premier point par rapport l'axe. L'intégration temporelle est réalisée grâce à l'algorithme de Runge-Kutta RK2 avec un $CFL = 2.5/\pi \simeq 0.8$. La dérivée des flux dans la direction radiale est calculée avec le schéma optimisé sur 11 points FDo11p [20]. Pour une résolution azimutale effective de 128 ou de 256 points, les flux azimutaux sont dérivés avec le schéma classique d'ordre 10. Pour les résolutions azimutales effectives inférieures ou égales à 64 points, les schémas développés api24, api48, api816 et api1632 sont employés en fonction du nombre de points effectifs dans l'azimut. Pour supprimer les oscillations maille-à-maille, le filtre sélectif sur 11 points optimisé et d'ordre 6 SFo11p [28] est utilisé. Le niveau de filtrage σ est égal à $0.99m_1/32$ afin que la dissipation numérique ne dépende pas du pas de temps. Les simulations réalisées ainsi que le déraffinement utilisé sont présentées dans le tableau 1.5.

Le résidu R_p , calculé en fonction du temps, est présenté sur la figure 1.15. La procédure de déraffinement modifie peu le résidu pour $m_1 \leq 16$. Pour un déraffinement $m_1 = 32$ le résidu augmente notablement et un double pic est observé lorsque le pulse traverse l'axe.

Pour un déraffinement de $m_1 = 32$, la pression calculée ainsi que l'erreur par rapport à la solution analytique sont présentées au temps $t = 62.5$ sur la figure 1.16. La pression calculée ne laisse pas apparaître d'oscillations parasites sur la figure 1.16(a). On observe, sur la figure 1.16(b), que le niveau de l'erreur est faible et de trois ordre de grandeur inférieur au niveau de pression de la figure 1.16(a). Une onde semble être produite au voisinage de

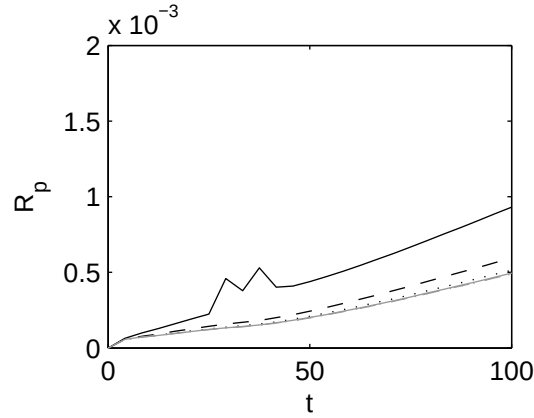


FIGURE 1.15 – Propagation d’un pulse acoustique avec écoulement moyen, $M = 0.5$. Résidu en fonction du temps : déraffinement : — $m_1 = 32$, --- $m_1 = 16$, $m_1 = 8$, — $m_1 = 4$, --- $m_1 = 2$ et $m_1 = 1$ sans déraffinement.

l’origine du maillage mais son niveau reste du même ordre de grandeur que l’erreur liée à la discrétisation de l’impulsion.

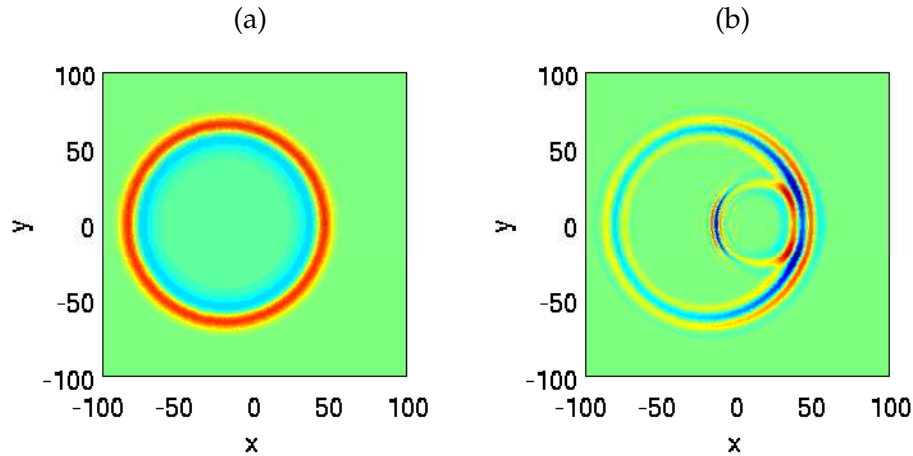


FIGURE 1.16 – Propagation d’un pulse acoustique pour $m_1 = 32$. Cartographies (a) de la pression fluctuante et de l’erreur par rapport à la solution analytique $E = p_{calcul} - p_{sol}$ obtenues à $t = 62.5$. Les échelles de couleur sont comprises entre -10^{-5} et 10^{-5} pour (a) et entre -10^{-8} et 10^{-8} pour (b).

Pour le solveur utilisé, les schémas numériques développés pour la dérivation des flux dans l’azimut en présence d’un écoulement moyen permettent d’obtenir une précision numérique similaire à celle observée avec une méthode spectrale. La procédure de déraffinement présentée dans cette partie introduit une erreur négligeable jusqu’à une résolution effective de 16 points dans l’azimut, l’erreur introduite par la procédure de déraffinement est négligeable. Pour une résolution effective de 8 points, l’erreur par rapport à la solution analytique

est plus élevée, mais reste acceptable. Cette procédure permet enfin d'avoir un pas de temps pour l'intégration temporelle proche de celui observé sur un maillage cartésien.

1.3 Simulation des grandes échelles (LES)

1.3.1 Résolution des équations de Navier-Stokes compressibles

Les équations de Navier-Stokes sont composées des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie totale du système. Leur formulation dans le repère cartésien est donnée dans l'annexe C.

Numériquement, il existe différentes approches pour résoudre les équations de Navier-Stokes :

- *La Simulation Numérique Directe (DNS)* : dans un calcul de type DNS, toutes les échelles du spectre de la turbulence sont résolues. Cette résolution idéale des équations de Navier-Stokes n'est réalisable qu'à faible nombre de Reynolds Re . La DNS devient en effet rapidement trop coûteuse à haut nombre de Reynolds car le nombre de points nécessaire varie en $Re^{9/4}$.
- *La Simulation des Grandes Echelles (LES)* : l'objectif de la LES est de diminuer le coût numérique de la résolution des équations de Navier-Stokes par rapport aux calculs DNS. L'approche LES consiste à résoudre uniquement une partie des structures turbulentes, généralement appelées grosses structures, et de modéliser l'action des échelles non résolues. La séparation entre les échelles résolues et modélisées est réalisée à l'aide d'une procédure de filtrage implicite ou explicite.
- *La Simulation Moyennée des Equations de Navier-Stokes (RANS)* : lorsque l'aspect instationnaire des équation de Navier-Stokes n'est pas primordiale, il peut être intéressant de résoudre les équations moyennées qui sont peu coûteuses numériquement. Cependant il est nécessaire d'utiliser un modèle de fermeture pour modéliser l'action de la turbulence sur le champ moyen.
- *Les formulations hybrides* : ces méthodes couplent généralement les méthodes RANS et LES, l'objectif étant d'optimiser la précision du calcul et le coût numérique. On peut citer, par exemple, la Detached Eddy Simulation [161] (DES) ou la Zonal Detached Eddy Simulation [46] (ZDES).

Dans cette thèse, l'approche LES est utilisée pour résoudre les équations de Navier-Stokes compressibles et instationnaires.

1.3.2 Équations de Navier-Stokes compressibles et filtrées pour la LES

Pour les simulations de type LES, un filtre passe-bas est appliqué de manière implicite ou explicite aux équations de Navier-Stokes afin de sélectionner les structures turbulentes qui seront résolues. Le filtrage est généralement mis sous la forme de produit de convolution dans l'espace physique [10,61,137]. Par exemple, pour une variable f , on notera $\bar{f}$ la quantité filtrée et $f' = f - \bar{f}$ la quantité de sous-maille. Il faut noter que le filtrage n'est généralement pas idempotent, i.e. $\bar{\bar{f}} \neq \bar{f}$. Le filtrage de la variable f s'écrit sous la forme :

$$\bar{f}(\mathbf{x}) = \int G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) f(\mathbf{x} - \mathbf{y}) d\mathbf{y} = G \star f$$

où G est le noyau du filtre normalisé :

$$\int G(\mathbf{y}) d\mathbf{y} = 1$$

Pour les écoulements compressibles, le filtrage de Favre [52] est souvent utilisé. Il consiste à pondérer une variable filtrée par la masse volumique filtrée. Par exemple pour une variable f , on définit la variable $\tilde{f}$ filtrée au sens de Favre par $\tilde{f} = \overline{\rho f} / \bar{\rho}$. La quantité $f'' = f - \tilde{f}$ est appelée la quantité de sous-maille de Favre.

1.3.3 Modélisation des termes de sous-maille

Les grandes structures de la turbulence sont considérées comme les échelles porteuses de l'énergie tandis que les petites structures sont généralement responsables de la dissipation de l'énergie. Entre les deux, une zone inertielle permet le transfert d'énergie entre les différentes échelles.

Dans les écoulements à haut nombre de Reynolds, les effets convectifs l'emportent sur les effets visqueux. Cela se traduit par un spectre de turbulence très large et la présence d'une zone inertielle importante entre les plus grandes structures de la turbulence et les structures dissipatives. Idéalement, la fréquence de coupure du filtre de la LES devrait être située dans la zone inertielle.

Dans la littérature, il existe de nombreux modèles pour la LES et de combinaisons de ces différents modèles [149]. On peut par exemple citer les modèles basés sur l'ajout d'une viscosité turbulente [51,94,116,159], ceux basés sur la similitude du tenseur de sous-maille [13] ou ceux utilisant une déconvolution sur les variables [163]. Mathew *et al.* [109,110] ont notamment montré que la méthode de déconvolution est en pratique équivalente à une procédure de filtrage explicite sélective. Bogey & Bailly [25] utilisent ainsi une méthode de filtrage

explicite et sélective appelée aussi filtrage de relaxation. La sélectivité du filtre permet de minimiser la dissipation des échelles correctement résolues et de dissiper l'énergie seulement lorsqu'elle est transférée vers les structures non correctement résolues par les méthodes numériques. Le filtre est appliqué sur les quantités fluctuantes. Par exemple, pour la masse volumique $\bar{\rho}$, la procédure de filtrage s'écrit :

$$\bar{\rho}^{sf} = \bar{\rho} - \sigma^{sf} D(\bar{\rho} - \langle \bar{\rho} \rangle)$$

où σ^{sf} est le niveau de filtrage compris entre 0 et 1, $\langle \cdot \rangle$ désigne la quantité moyennée et D est l'opérateur de filtrage. Il est possible d'inclure le terme de dissipation du filtre D_{sf} défini par

$$D_{sf}(\bar{\rho}) = -\frac{\sigma}{\Delta t} D(\bar{\rho} - \langle \bar{\rho} \rangle)$$

dans les équations de la LES, où Δt est le pas de temps l'intégration temporelle. Pour la formulation des équations de la LES présentée dans l'annexe C, la dissipation du filtre de relaxation s'écrit alors :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = D_{sf}(\bar{\rho}) \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \hat{\tau}_{ij}}{\partial x_j} = D_{sf}(\bar{\rho} \tilde{u}_i) \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{e}_t)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{e}_t \tilde{u}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{q}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial(\hat{p} \tilde{u}_j)}{\partial x_j} - \frac{\partial(\tilde{u}_i \hat{\tau}_{ij})}{\partial x_j} = D_{sf}(\bar{\rho} \tilde{e}_t) \quad (1.14)$$

Cette approche a été utilisée avec succès pour des jets libres subsoniques [22] ou supersonique [17], des écoulements affleurant une cavité [64] ou autour d'un profil d'aile [106].

1.4 Conclusion

Les méthodes numériques utilisées dans le solveur ont été décrites ainsi que l'approche utilisée pour résoudre les écoulements turbulents. Les méthodes de différentiation, d'intégration temporelle et de filtrage implémentées dans le solveur reposent sur des schémas optimisés dans l'espace de Fourier. Pour les maillages cylindriques, la méthode de saut de l'axe de Mohseni & Colonius [114] est utilisée et une procédure de déraffinement progressive du maillage permettant d'augmenter le pas de temps admissible pour l'intégration temporelle a été développée. Enfin, le principe de la simulation des grandes échelles de la turbulence a finalement été présenté ainsi que la modélisation des échelles de sous-maille utilisée dans le solveur.

Chapitre 2

Développement d'une procédure de capture de choc adaptative

Dans ce chapitre, les schémas de capture de choc utilisés pour le calcul numérique en mécanique des fluides (CFD) puis en aéroacoustique (CAA) sont tout d'abord présentés. Une procédure de capture de choc adaptative est ensuite développée spécifiquement pour l'aéroacoustique numérique puis validée sur des cas test linéaires et non linéaires.

2.1 Méthodes de capture de choc

La résolution des chocs est très coûteuse numériquement car l'épaisseur d'un choc est de l'ordre de grandeur du libre parcours moyen [36]. La solution est donc habituellement tronquée spectralement par le maillage et les méthodes numériques utilisées. Une conséquence est la génération d'oscillations de Gibbs au voisinage de la discontinuité qui font partie de la solution [15] mais peuvent rendre le calcul instable. Pour supprimer les oscillations de Gibbs, il existe deux approches classiques en CFD :

- le "shock fitting" [87] : Le maillage s'adapte à la position du choc et les variables de part et d'autre du choc sont calculées avec des relations de saut. Le "shock fitting" est difficilement applicable pour un calcul LES tridimensionnel car cette méthode est coûteuse numériquement.
- le "shock capturing" : le choc est "capturé sur le maillage", c'est-à-dire qu'il est réparti sur les différents points du maillage et stabilisé par des schémas numériques dissipatifs.

Dans ce chapitre, on s'intéresse uniquement aux méthodes de type "shock capturing".

2.1.1 Méthodes de capture de choc utilisées en CFD

Les schémas de capture de choc ont le plus souvent été créés pour le calcul aérodynamique stationnaire puis adaptés aux calculs instationnaires.

Une première catégorie de méthodes de capture de choc s'appuie sur l'utilisation de schémas numériques spécifiques. Une approche, appelée TVD (Total Variation Diminishing), a été développée par Harten [71] et Yee [199]. Cette méthode utilise des limiteurs de pente ou de flux qui empêchent l'apparition des oscillations de Gibbs en imposant une contrainte sur les gradients des variables ou sur les gradients des flux. Une autre approche, les schémas ENO (Essentially Non-Oscillatory) [72, 157, 158], consiste à sélectionner en chaque point du maillage le schéma numérique le plus adapté dans une gamme de schémas disponibles. La sélection des schémas est effectuée grâce à une fonction test, et la dissipation des oscillations de Gibbs est assurée par le décentrement des schémas spatiaux. Les principaux inconvénients des schémas ENO sont le temps de calcul de la fonction test et l'emploi d'un schéma non optimum dans certaines conditions. Pour remédier à cela, les méthodes de type WENO (Weigthed Essentially Non-Oscillatory) ont été développées notamment par Jiang & Shu [84]. De manière analogue aux méthodes ENO, les méthodes WENO disposent d'une gamme de schémas numériques, et pour s'affranchir des opérateurs logiques de choix du schéma optimum, un poids est donné localement à chaque schéma. Le schéma employé est alors une combinaison des différents schémas numériques affectés de leur poids. Les méthodes précédentes ont été validées pour l'aérodynamique stationnaire [71, 72, 84, 157, 158, 199] mais sont en général trop dissipatives pour les calculs instationnaires et notamment pour les interactions entre les chocs et la turbulence. Les méthodes TVD ont, par exemple, été améliorées par Arora & Roe [7]. Pour les méthodes ENO et WENO, les améliorations possibles consistent à augmenter l'ordre des schémas numériques [12] ou bien à utiliser des schémas hybrides [2, 58, 132, 200]. Les schémas ENO et WENO hybrides combinent l'utilisation d'un schéma numérique classique d'ordre élevé lorsque l'écoulement est continu et une approche ENO ou WENO proche des discontinuités. Les méthodes hybrides sont moins dissipatives pour les calculs instationnaires, mais nécessitent la construction d'un détecteur pour basculer du schéma d'ordre élevé aux méthodes ENO ou WENO au voisinage d'un choc. Une analyse spectrale de l'erreur des schémas TVD, ENO et WENO a été réalisée par Pirozzoli [133].

Une autre approche consiste à ajouter un flux de dissipation. Pour dissiper les oscillations de Gibbs, Jameson *et al.* [83] ajoutent ainsi un terme de dissipation artificielle dans les

flux. La dissipation artificielle introduite comprend un terme d'ordre 2 pour supprimer les oscillations de Gibbs et un terme d'ordre 4 pour enlever les oscillations maille-à-maille. Le niveau de la dissipation d'ordre 2 est fixé par le détecteur $\epsilon_i^{(2)}$ calculé à partir de la pression :

$$\epsilon_i^{(2)} = \frac{1}{4}(|u| + c)_i \frac{|p_{i+1} - 2p_i + p_{i-1}|}{p_{i+1} + 2p_i + p_{i-1}} \quad (2.1)$$

où u est la vitesse du fluide, c la vitesse locale du son et p la pression. Le terme de pression peut aussi s'écrire comme le quotient de la partie haute fréquence sur la partie basse fréquence de la pression :

$$\frac{|p_{i+1} - 2p_i + p_{i-1}|}{p_{i+1} + 2p_i + p_{i-1}} = \frac{|-\frac{1}{4}p_{i+1} + \frac{1}{2}p_i - \frac{1}{4}p_{i-1}|}{p_i - (-\frac{1}{4}p_{i+1} + \frac{1}{2}p_i - \frac{1}{4}p_{i-1})} = \frac{|Dp_i|}{p_i - Dp_i} \quad (2.2)$$

où Dp_i est la partie haute fréquence de la pression filtrée par un Laplacien. Le schéma de Jameson *et al.* [83] a été utilisé par Pulliam [140] et Swanson & Turkel [166] pour des simulations stationnaires non visqueuses autour d'un profil. Ce schéma s'avère par contre trop dissipatif pour être directement utilisé dans la simulation des grandes échelles de la turbulence, car les fluctuations de pression des structures turbulentes sont assimilées à des chocs et sont alors dissipées. Ducros *et al.* [48] suggèrent alors de multiplier le détecteur de Jameson par un détecteur Φ pour distinguer les structures turbulentes des chocs.

$$\Phi = \frac{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2}{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2 + (\nabla \wedge \mathbf{u})^2 + \epsilon} \quad (2.3)$$

où $\epsilon = 10^{-30}$ et, $\nabla \cdot \mathbf{u}$ et $\nabla \wedge \mathbf{u}$ sont respectivement la divergence et le rotationnel du vecteur vitesse $\mathbf{u}$. Ils comparent donc localement la divergence de la vitesse à la norme du rotationnel. Si les fluctuations de pression sont dues à la turbulence, alors le rotationnel l'emporte sur la divergence et le détecteur de Ducros Φ tend vers 0. Un inconvénient du détecteur de Ducros est cependant le coût de calcul du rotationnel en trois dimensions.

Une dernière approche consiste à appliquer une procédure de filtrage. Adams & Stolz [3] utilisent par exemple une méthode de déconvolution pour capturer le choc. Visbal et Gaitonde [193] appliquent un filtre passe-bas et utilisent un détecteur qui vaut 1 au voisinage du choc et 0 ailleurs. L'utilisation d'un filtre pour supprimer les oscillations de Gibbs a aussi été étudiée par Yee [200, 201].

2.1.2 Méthodes de capture de choc : de la CFD à la CAA

Les méthodes de capture de chocs précédentes ont été développées initialement pour la CFD stationnaire et instationnaire, mais elles peuvent aussi être directement utilisées pour

la simulation numérique en aéroacoustique (CAA) : Daru et Gloerfelt [45] utilisent par exemple des schémas TVD d'ordre élevé, Lo *et al.* [100] de méthodes WENO hybrides, ou Lockard et Morris [101] et Hixon *et al.* [74] des versions d'ordre élevé du schéma de Jameson *et al.* [83].

Par ailleurs, des méthodes propres à la CAA ont été développées, notamment par Tam et Shen [169]. Leur méthode consiste à ajouter un terme de dissipation artificielle dans l'équation de quantité de mouvement. La transformée de Fourier spatiale de ce terme de dissipation s'écrit :

$$\hat{\epsilon} = -\frac{\nu_a}{(\Delta x)^2} D(k\Delta x) \hat{u} \quad (2.4)$$

où $\hat{u}$ est la transformée de Fourier de la vitesse et Δx le pas du maillage. Les oscillations de Gibbs sont dissipées par un filtre passe-bas dont la fonction de transfert à la forme d'une demi-gaussienne. Une viscosité artificielle ν_a est estimée localement pour déterminer le niveau de dissipation :

$$\nu_a = \frac{u_{stencil} \Delta x}{Re_{stencil}} \quad (2.5)$$

où $u_{stencil} = |u_{max} - u_{min}|$, u_{min} et u_{max} sont les vitesses maximales et minimales prises sur les points participant à la discrétisation spatiale et $Re_{stencil}$ est un nombre de Reynolds artificiel servant de paramètre pour l'intensité du filtrage. Tam & Shen [169] fixent $Re_{stencil}$ à 0.1. Le calcul de $u_{stencil}$ rend la procédure de Tam & Shen coûteuse en trois dimensions. De plus, la dissipation n'est pas appliquée de manière conservative, ce qui peut conduire à une mauvaise localisation du choc [95]. La méthode proposée par Kim & Lee [86] combine le filtre de Tam & Shen [169] mis sous forme conservative et un détecteur de type Jameson *et al.* [83].

Cook & Cabot [43], [44] utilisent une viscosité secondaire ("bulk viscosity") artificielle. Le terme de viscosité secondaire naturelle est généralement négligé, et s'ajoute au tenseur des contraintes τ_{ij} sous la forme :

$$\tau_{ij}^{bulk} = \zeta \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (2.6)$$

La viscosité secondaire est liée à la compressibilité du fluide car elle dépend directement de la divergence de la vitesse. Cook & Cabot [43, 44] ont donc développé une viscosité secondaire artificielle pour ajouter de la dissipation aux voisinages des chocs. La méthode de Cook & Cabot [43, 44] a été améliorée par Fiorina & Lele [53] en introduisant une diffusivité artificielle pour les cas d'interaction choc-entropie.

2.2 Développement d'une procédure de capture de choc

L'objectif est de développer une procédure de capture de choc compatible avec le calcul direct du bruit et peu coûteuse en temps de calcul. Une formulation explicite est choisie. Comme dans les schémas de Tam & Shen [169] ou de Kim & Lee [86], la procédure possède deux composantes : la dissipation des oscillations de Gibbs est assurée par un filtre appliqué sous forme conservative [86] et un détecteur est utilisé pour distinguer les chocs des autres structures de l'écoulement et pour fixer le niveau du filtrage.

2.2.1 Le filtrage

Formulation conservative du filtre. Le filtrage discret d'une variable u au nœud i s'écrit en une dimension sous la forme :

$$u_i^f = u_i - \sigma_i^{sc} D_i^{sc} \quad (2.7)$$

où u_i^f est la grandeur filtrée au nœud i et σ_i^{sc} est l'intensité du filtrage au nœud i qui doit être comprise entre 0 et 1 pour assurer la stabilité de la procédure. Pour un filtre centré, la fonction de filtrage D_i^{sc} s'écrit :

$$D_i^{sc} = \sum_{j=-N}^N d_j u_{i+j} \quad (2.8)$$

Si l'intensité σ_i^{sc} est constante dans le domaine de calcul, la procédure de filtrage est numériquement conservative. Dans le cas où σ_i^{sc} est estimée localement, la procédure de filtrage de l'équation (2.7) doit être modifiée pour être conservative [86, 95] afin que le flux de dissipation du nœud i vers le nœud $i + 1$ doit être égal à l'opposé du flux de dissipation du nœud $i + 1$ vers le nœud i . La procédure de filtrage s'écrit alors :

$$u_i^{sc} = u_i - \left(\sigma_{i+\frac{1}{2}}^{sc} D_{i+\frac{1}{2}}^{sc} - \sigma_{i-\frac{1}{2}}^{sc} D_{i-\frac{1}{2}}^{sc} \right) \quad (2.9)$$

où,

$$D_{i+\frac{1}{2}}^{sc} = \sum_{j=1-n}^n c_j u_{i+j} \quad D_{i-\frac{1}{2}}^{sc} = \sum_{j=1-n}^n c_j u_{i+j-1} \quad (2.10)$$

Les coefficients c_j sont déterminés à partir des d_j car on impose un filtre centré pour $\sigma_{i+\frac{1}{2}}^{sc} = \sigma_{i-\frac{1}{2}}^{sc}$. On obtient donc $c_n = d_n$ et pour $j \in [1-n; n-1]$, $c_j = \sum_{l=j}^n d_l$. On dispose alors de la relation : $c_j = -c_{1-j}$. Les coefficients conservatifs c_j pour le filtre Laplacien Fo2 et le filtre classique d'ordre 4 Fo4 sont donnés dans l'annexe A.

Optimisation du filtrage. Une étude de la forme conservative du filtrage explicite est réalisée dans l'espace de Fourier pour analyser l'influence de la variation de l'intensité σ^{sc} sur la dissipation et la dispersion produites par la procédure. On peut réécrire l'amplitude du filtrage entre les points i et $i + 1$, et i et $i - 1$ sous la forme $\sigma_{i+\frac{1}{2}}^{sc} = \sigma_i^{sc} + \Delta\sigma_i^{sc}$ et $\sigma_{i-\frac{1}{2}}^{sc} = \sigma_i^{sc} - \Delta\sigma_i^{sc}$ où par construction $0 \leq \sigma_i^{sc} \leq 1$ et $-0.5 \leq \Delta\sigma_i^{sc} \leq 0.5$. On obtient alors :

$$u_i^{sc} = u_i - \sigma_i^{sc} \left(D_{i+\frac{1}{2}}^{sc} - D_{i-\frac{1}{2}}^{sc} \right) - \Delta\sigma_i^{sc} \left(D_{i+\frac{1}{2}}^{sc} + D_{i-\frac{1}{2}}^{sc} \right) \quad (2.11)$$

Puis, on explicite les fonctions de filtrage et on utilise les propriétés des coefficients :

$$\begin{aligned} u_i^{sc} = & u_i - \sigma_i^{sc} \left\{ -2c_1 u_i + \sum_{j=1}^{n-1} (c_j - c_{j+1}) (u_{i+j} + u_{i-j}) + c_n (u_{i+n} + u_{i-n}) \right\} \\ & - \Delta\sigma_i^{sc} \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} (c_j + c_{j+1}) (u_{i+j} - u_{i-j}) + c_n (u_{i+n} - u_{i-n}) \right\} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Enfin, en effectuant une transformée de Fourier spatiale sur l'équation précédente, on obtient :

$$\hat{U}_i^{sc} = \hat{U}_i (1 - \sigma_i^{sc} D_{real}(k\Delta x) + i\Delta\sigma_i^{sc} D_{imag}(k\Delta x)) \quad (2.13)$$

où $D_{real}(k\Delta x)$ est la fonction de transfert du filtre si l'amplitude du filtrage σ^{sc} est constante, et $D_{imag}(k\Delta x)$ est la fonction de transfert de l'erreur de phase produite par une intensité de filtrage non uniforme. Ces fonctions de transfert sont définies par :

$$D_{real}(k\Delta x) = -2c_1 + 2 \sum_{j=1}^{n-1} (c_j - c_{j+1}) \cos(jk\Delta x) + 2c_n \cos(nk\Delta x) \quad (2.14)$$

et

$$D_{imag}(k\Delta x) = -2 \sum_{j=1}^{n-1} (c_j + c_{j+1}) \sin(jk\Delta x) - 2c_n \sin(nk\Delta x) \quad (2.15)$$

Les fonctions de transfert $D_{real}(k\Delta x)$ et $D_{imag}(k\Delta x)$ sont tracées sur la figure 2.1 pour le filtre laplacien Fo2 et pour le filtre Fo4 d'ordre 4. On observe que le filtre Fo2 est plus dissipatif que le filtre Fo4 sur la figure 2.1(a), et que son erreur de phase est plus importante sur la figure 2.1(b).

Un filtre sur 5 points sous forme centrée, possédant une dissipation d'ordre 2 mais une erreur de dispersion plus faible que le filtre Fo2 est alors développé. La fonction minimisée pour obtenir les coefficients du filtre est la suivante :

$$\int_0^\pi \left[D_{real}(k\Delta x) - D_{real}^{Fo2}(k\Delta x) \right]^2 d(k\Delta x) + \int_0^{\frac{2\pi}{5}} \left[D_{imag}(k\Delta x) \right]^2 d(k\Delta x) \quad (2.16)$$

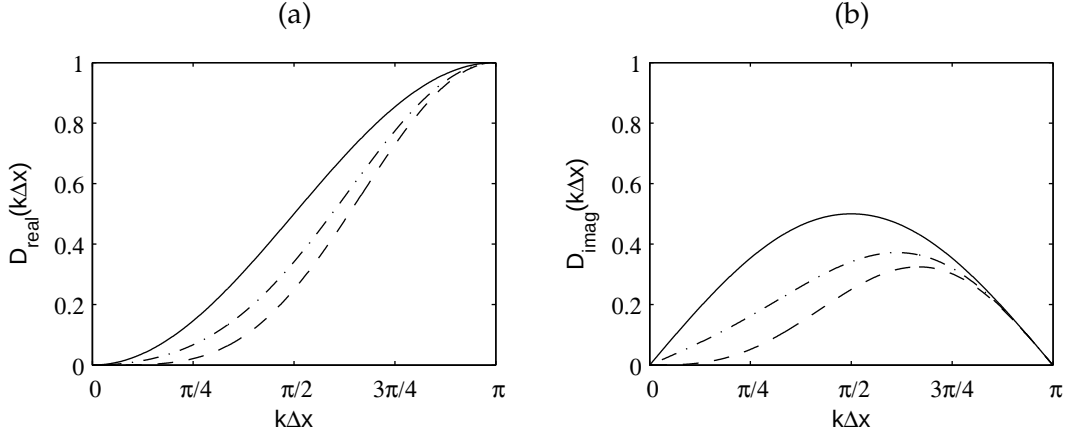


FIGURE 2.1 – Parties réelles et imaginaires des fonctions de transfert en fonction du nombre d'onde. (a) $D_{real}(k\Delta x)$ et (b) $D_{imag}(k\Delta x)$, pour : — le filtre laplacien standard d'ordre 2 (Fo2), --- le filtre ordre 4 standard (Fo4), et -.- le filtre optimisé d'ordre 2 (Fopt).

Durant l'optimisation, on impose $0 \leq D_{real}(k\Delta x) \leq 1$ pour $0 \leq k\Delta x \leq \pi$. Deux contraintes de régularisation doivent aussi être satisfaites : $D_{real}(k\Delta x = 0) = 0$, assurée par l'équation (2.14), et $D_{real}(k\Delta x = \pi) = 1$, on obtient alors :

$$c_1 = -\frac{1}{4} + \sum_{j=2}^n (-1)^j c_j \quad (2.17)$$

Comme les coefficients du filtre doivent respecter $c_j = -c_{1-j}$, on peut exprimer la fonction à optimiser à l'aide d'un seul coefficient. Les coefficients obtenus pour le filtre Fopt sont disponibles dans l'annexe A. Les fonctions de transfert $D_{real}(k\Delta x)$ et $D_{imag}(k\Delta x)$ du filtre Fopt sont aussi tracées sur la figure 2.1. On remarque que la dissipation et la dispersion du filtre Fopt sont comprises entre celles du filtre Fo2 et du filtre Fo4.

Enfin, en suivant les indications de LeVêque [95], on choisit de filtrer les variables conservatives de l'écoulement $\rho, \rho \mathbf{u}, \rho e$.

2.2.2 Détection du choc

La seconde phase de la procédure est la détection du choc. Deux détecteurs sont développés dans cette partie. Ces détecteurs permettent ensuite d'évaluer le niveau du filtrage σ^{sc} .

Le premier détecteur est basé sur la pression. Un filtre Laplacien passe-haut Fo2 est appliqué sur la pression pour sélectionner les fluctuations hautes fréquences. Au nœud i , on obtient :

$$Dp_i = (-p_{i+1} + 2p_i - p_{i-1}) / 4 \quad (2.18)$$

L'amplitude de la partie haute fréquence de la pression est ensuite calculée par :

$$Dp_i^{magn} = \frac{1}{2} \left[(Dp_i - Dp_{i+1})^2 + (Dp_i - Dp_{i-1})^2 \right] \quad (2.19)$$

Le détecteur r est alors défini comme le rapport de l'amplitude des variations hautes fréquences de la pression sur la pression locale :

$$r_i = \frac{Dp_i^{magn}}{p_i^2} + \epsilon \quad (2.20)$$

où $\epsilon = 10^{-16}$ sert à éviter une divergence numérique. L'inconvénient d'un détecteur basé sur la pression est d'être sensible aux variations de pression dues à la turbulence. Le détecteur de Ducros *et al.* [48] peut donc être ajouté pour remédier à ce problème.

Un second détecteur basé sur la dilatation a été développé de manière analogue au précédent. La dilatation $\Theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$ permet d'évaluer la compressibilité locale du fluide. Le filtre passe-haut Fo2 est d'abord appliqué :

$$D\Theta_i = (-\Theta_{i+1} + 2\Theta_i - \Theta_{i-1}) / 4 \quad (2.21)$$

Puis l'amplitude de la quantité filtrée est calculée :

$$D\Theta_i^{magn} = \frac{1}{2} \left[(D\Theta_i - D\Theta_{i+1})^2 + (D\Theta_i - D\Theta_{i-1})^2 \right] \quad (2.22)$$

Enfin, le détecteur r est défini comme précédemment à l'aide d'une dilatation de référence :

$$r_i = \frac{D\Theta_i^{magn}}{(c_i^2 / \Delta x_k^2)} + \epsilon \quad (2.23)$$

où $c_i^2 = \gamma p_i / \rho_i$ est la vitesse locale du son et Δx_k la taille de la maille dans la direction k .

Un seuil r_{th} est utilisé pour déterminer si la procédure de capture de choc doit être activée. Si le détecteur r_i est inférieur au paramètre seuil r_{th} la procédure de capture de choc ne s'applique pas, par contre si le détecteur r_i est supérieur au paramètre seuil r_{th} , alors la procédure s'applique. L'intensité du filtrage σ^{sc} est enfin estimée par :

$$\sigma_i^{sc} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r_{th}}{r_i} + \left| 1 - \frac{r_{th}}{r_i} \right| \right) \quad (2.24)$$

Les variations de σ^{sc} en fonction du rapport r_i / r_{th} sont tracées sur la figure 2.2. On obtient bien $\sigma_i^{sc} = 0$ si r_i / r_{th} est inférieur à 1, et $0 < \sigma_i^{sc} < 1$ si r_i / r_{th} est supérieur à 1. Dans les cas test effectués, le seuil r_{th} est pris entre 10^{-4} et 10^{-6} et la valeur optimale semble être $r_{th} = 10^{-5}$.

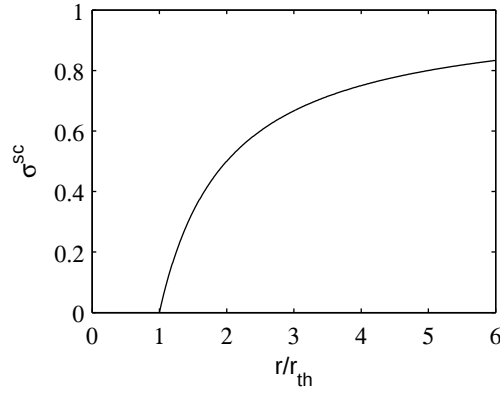


FIGURE 2.2 – Variations de l’amplitude du filtrage σ^{sc} en fonction du rapport r/r_{th} .

Le calcul de l’intensité du filtrage σ^{sc} entre les points i et $i + 1$, et i et $i - 1$ est nécessaire pour appliquer le filtre sous forme conservative. La valeur moyenne entre les deux points adjacents est alors utilisée :

$$\sigma_{i+\frac{1}{2}}^{sc} = \frac{1}{2} (\sigma_{i+1}^{sc} + \sigma_i^{sc}) \quad \text{et} \quad \sigma_{i-\frac{1}{2}}^{sc} = \frac{1}{2} (\sigma_i^{sc} + \sigma_{i-1}^{sc}) \quad (2.25)$$

2.3 Cas test

Deux types de cas test sont réalisés pour étudier les performances de la procédure de capture de choc proposée. Tout d’abord, un cas test linéaire est résolu afin de vérifier que le schéma de capture de choc ne s’applique pas lors de la propagation d’ondes acoustiques non choquées. Ensuite des cas non linéaires sont considérés afin de tester l’efficacité du schéma.

Les cas test sont résolus en utilisant le schéma de dérivation spatiale optimisé sur 11 points et le Runge-Kutta optimisé à 6 étapes de Bogey & Bailly [20]. Le filtre sélectif optimisé d’ordre 6 sur 11 points de Bogey *et al.* [28] est appliqué sur les variables conservatives ρ , $\rho \mathbf{u}$ et ρe_t avec une intensité de filtrage $\sigma^{sf} = 1$ afin de supprimer les oscillations parasites. Le schéma de capture de choc est appliqué après le filtrage sélectif toujours sur les variables conservatives. Les équations d’Euler monodimensionnelles, quasi-monodimensionnelles et bidimensionnelles utilisées pour les différents cas test sont données dans l’annexe B.

2.3.1 Cas test linéaire

Propagation d'une impulsion de pression. Le premier cas test réalisé est la propagation 1D d'une impulsion de pression définie à $t = 0$ par :

$$u = 0, \quad p = \frac{1}{\gamma} \left(1 + 0.0002 \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right] \right) \quad \text{et} \quad \rho = 1$$

où b est la demi-largeur de la Gaussienne. Les équations d'Euler 1D sont résolues avec et sans schéma de capture de choc sur une grille uniforme avec $\Delta x = 1$ et un pas de temps de $\Delta t = 0.8$. Comme l'amplitude de l'onde de pression produit par l'impulsion est 10^{-4} fois plus petite que le niveau de la pression ambiante, les effets non linéaires sont négligeables durant le temps de propagation considéré. Afin d'analyser le comportement du schéma de capture de choc, deux cas sont traités. Dans un premier cas, la demi-largeur de la Gaussienne est de $b = 3$, l'impulsion est alors bien résolue par les schémas numériques employés. Pour le second cas la demi-largeur de la gaussienne est $b = 2$, ce qui est à la limite de résolution des schémas.

Au bout d'un temps de propagation $t = 200$, les profils de pression sans schéma de capture de choc, pour les deux demi-largeurs considérées, sont tracées sur la figure 2.3(a). On remarque que de légères oscillations apparaissent avec $b = 2$ et que le niveau maximal de l'onde acoustique est plus faible que dans le cas où $b = 3$. Ces différences sont dues au filtrage sélectif.

Pour les demi-largeurs $b = 3$ et $b = 2$, la propagation du pulse est ensuite calculée avec la procédure de capture de choc d'abord en utilisant le détecteur basé sur la pression puis le détecteur sur la dilatation. Les profils de pression obtenus sont identiques au cas sans capture de choc. Les profils du détecteur r sont représentés à $t = 200$ sur la figure 2.3(b) pour le détecteur sur la pression et sur la figure 2.3(c) pour celui sur la dilatation. Le niveau de r est plus élevé avec le détecteur sur la pression mais il reste très inférieur à 10^{-6} qui est la valeur la plus basse du seuil r_{th} . La procédure de capture de choc ne s'active donc pas. Néanmoins, on observe que la valeur du détecteur est plus élevée lorsque $b = 2$ à cause notamment des oscillations hautes fréquences de la pression remarquées sur la figure 2.3(a).

2.3.2 Cas test non linéaires

L'efficacité de la procédure pour atténuer les oscillations de Gibbs sans dégrader la résolution de la turbulence et des ondes acoustiques est maintenant examinée. Quatre cas test sont considérés : la propagation monodimensionnelle d'un choc faible, un tube à choc, les

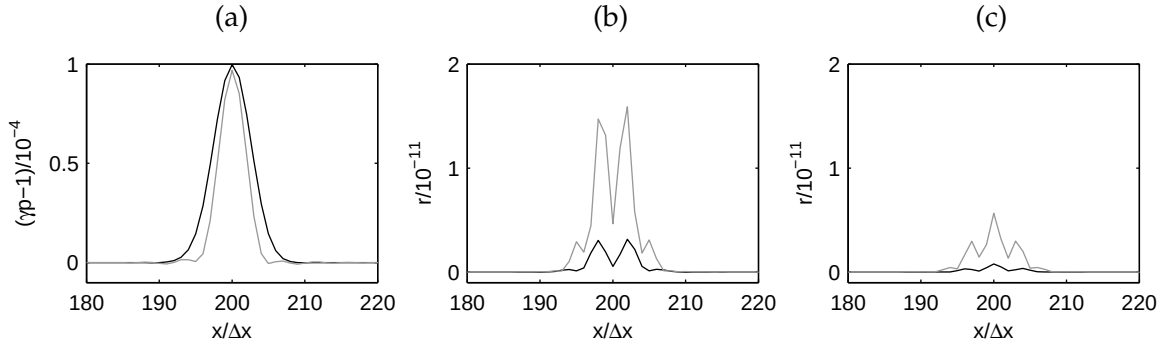


FIGURE 2.3 – Propagation linéaire. Solutions à $t = 200$: (a) pression calculée sans schéma de capture de choc et valeurs du détecteur r évaluées à partir (b) de la pression et (c) de la dilatation en utilisant la procédure de capture de choc. Demi-largeur de l'impulsion : — $b = 3$, - - $b = 2$.

interactions choc-acoustique dans une tuyère et des interactions choc-tourbillon. Le dernier cas test est aussi un cas de validation bidimensionnelle de la procédure de capture de choc.

Propagation d'un choc faible. Le premier cas test non linéaire est issu du premier workshop d'aéroacoustique [172]. Une impulsion isentropique de vitesse définie par :

$$u = 0.5 \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{x}{5} \right)^2 \right], \quad p = \frac{1}{\gamma} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} u \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \quad \text{et} \quad \rho = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} u \right)^{\frac{2}{\gamma-1}}$$

est introduite à $t = 0$. Les équations d'Euler 1D sont résolues sur un maillage uniforme avec $\Delta x = 1$ et un pas de temps $\Delta t = 0.8$. A cause des effets non linéaires, l'impulsion se raidit pour former un choc faible. Le profil de pression obtenu sans procédure de capture de choc est représenté sur la figure 2.4(a) au temps $t = 200$. Le choc est situé à $x \simeq 248\Delta x$ et des oscillations de Gibbs apparaissent au voisinage de ce dernier à cause de la troncature spectrale du filtre sélectif. L'emplacement du choc est en accord avec les résultats du workshop [172].

Une simulation est tout d'abord réalisée avec la procédure de capture de choc sous sa forme non-conservative. Un détecteur sur la pression, un niveau de seuil $r_{th} = 10^{-5}$ et le filtre Fo2 sont utilisés. Le profil de pression au temps $t = 200$ est tracé sur la figure 2.4(b), et l'on observe que le choc est alors à $x \simeq 252\Delta x$, ce qui n'est pas la position attendue. L'utilisation de la forme conservative du filtre s'avère donc nécessaire et est donc toujours utilisée par la suite.

Ce premier cas test non-linéaire permet d'étudier l'influence de différents paramètres sur la procédure de capture de choc : le détecteur, le paramètre de seuil r_{th} et le filtre. Le comportement des deux détecteurs développés, qui sont respectivement basés sur la pression et sur la dilatation, est d'abord étudié. Deux calculs sont effectués avec $r_{th} = 10^{-5}$, le

filtre laplacien Fo2 et avec le détecteur sur la pression et sur la dilatation. Les profils de pression obtenus à $t = 200$ sur la figure 2.5(a) sont similaires, la position du choc est correct et les oscillations de Gibbs ont été supprimées. L'intensité du filtrage pour les deux détecteurs est tracée sur les figures 2.5(b) et 2.5(c). On observe sur la figure 2.5(b) que la procédure de capture de choc s'applique uniquement au voisinage du choc. Néanmoins, on remarque sur la figure 2.5(c) que, lorsque le détecteur sur la pression est utilisé, la procédure de filtrage s'applique sur un nombre plus élevé de points et de manière moins homogène. Cela a pour conséquence d'augmenter la dissipation et la dispersion induites par le filtrage. Le détecteur sur la dilatation semble plus approprié que le détecteur sur la pression pour ce cas test. Ce détecteur est donc utilisé pour l'étude des autres paramètres.

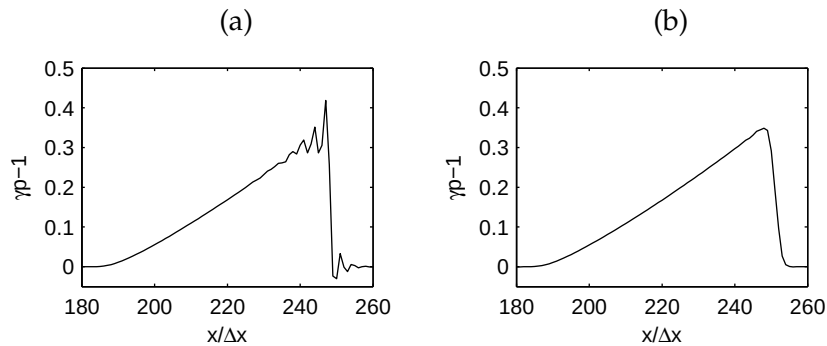


FIGURE 2.4 – Propagation d'un choc. Pression calculée à $t = 200$: (a) sans schéma de capture de choc, (b) avec schéma de capture de choc sous forme non-conservative.

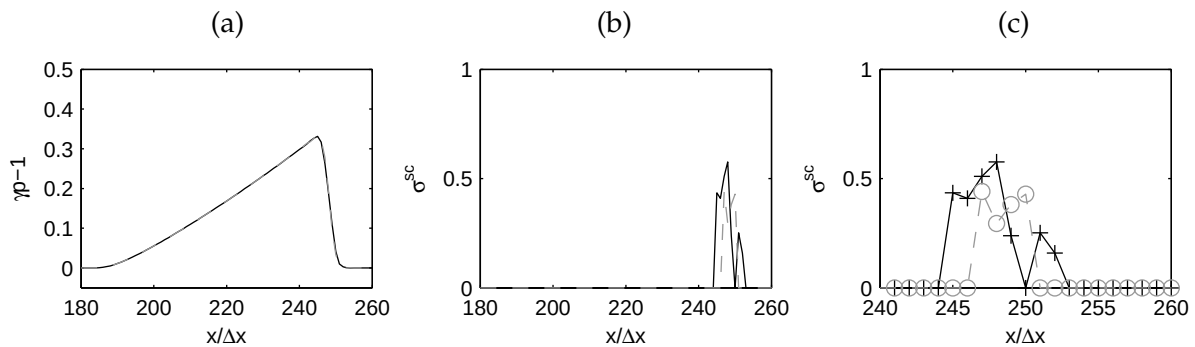


FIGURE 2.5 – Propagation d'un choc : influence du détecteur. Solutions calculées à $t = 200$ avec le filtre Fo2 et le seuil $r_{th} = 10^{-5}$: (a) profil de pression, (b) et (c) intensité du filtrage σ^{sc} . Détecteur évalué à partir de : — la pression, --- la dilatation (+, o points du maillage).

L'influence de la valeur du paramètre seuil r_{th} est maintenant analysée. Deux calculs sont réalisés avec la procédure de capture dont le détecteur est estimé à partir de la dilatation,

le filtre Fo2 et le niveau de seuil respectivement égal à $r_{th} = 10^{-4}$ et $r_{th} = 10^{-6}$. Ces deux valeurs correspondent aux bornes du seuil r_{th} . Les profils de pression obtenus à $t = 200$ sont tracés sur la figure 2.6(a). Pour $r_{th} = 10^{-4}$, on remarque qu'il reste encore des oscillations de Gibbs, tandis que pour $r_{th} = 10^{-6}$, toutes les oscillations ont disparu mais le choc semble être réparti sur davantage de points. L'intensité du filtrage correspondant aux deux niveaux de seuil est maintenant montrée sur les figures 2.6(b) et 2.6(c). Lorsque r_{th} est petit, on filtre sur un plus grand nombre de points, et l'on dissipe donc davantage au voisinage du choc. Pour $r_{th} = 10^{-4}$, on remarque que les variations de l'intensité en fonction de la position sont similaires à celles observées pour un seuil $r_{th} = 10^{-5}$ sur la figure 2.5(c). La valeur du seuil r_{th} dans la procédure de filtrage est dans la suite prise égale à 10^{-5} .

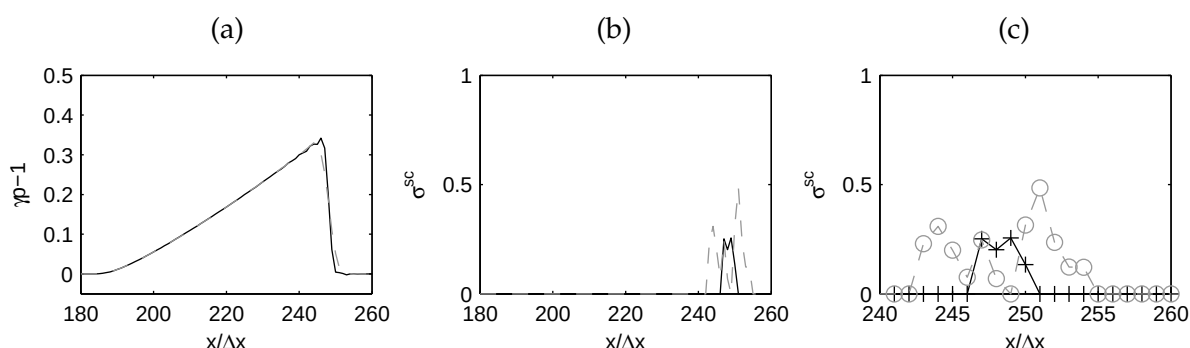


FIGURE 2.6 – Propagation d'un choc : influence du paramètre de seuil r_{th} . Solutions calculées à $t = 200$ avec le filtre Fo2 et le détecteur basé sur la dilatation : (a) profil de pression, (b) et (c) amplitude du filtrage σ^{sc} . — $r_{th} = 10^{-4}$, --- $r_{th} = 10^{-6}$ (+, o points du maillage).

Enfin, l'influence du filtre est étudié sur ce cas test. Le filtre Laplacien Fo2 est d'abord comparé au filtre optimisé Fopt. Deux simulations sont donc réalisées jusqu'à un temps $t = 200$ avec le détecteur évalué à partir de la dilatation, un seuil $r_{th} = 10^{-5}$ et les filtres Fo2 et Fopt. Les profils de pression obtenus sont montrés sur la figure 2.7(a), et semblent similaires. Les variations du niveau de filtrage sont présentées pour les deux filtres sur les figures 2.7(b) et 2.7(c). Avec les filtres Fo2 et Fopt, la procédure de capture de choc s'applique respectivement sur 4 et 5 points au temps considéré. Cependant, le niveau de filtrage est plus élevé avec le filtre Fopt. Les profils de pression calculés avec les deux filtres sont finalement tracés entre $x = 240\Delta x$ et $x = 255\Delta x$ sur la figure 2.8. On remarque que le choc est légèrement moins dispersé avec le filtre Fopt.

La même étude est maintenant réalisée entre le filtre Fopt et le filtre Fo4. Le profil de pression obtenu avec le filtre Fo4 sur la figure 2.9(a) montre que les oscillations de Gibbs n'ont pas été totalement supprimées. De plus, avec ce filtre, on observe sur les figures 2.9(b)

et 2.9(c) que la procédure s'applique sur un nombre plus élevé de points qu'avec le filtre Fopt et que la saturation de l'intensité du filtrage σ^{sc} est atteinte. Il est donc préférable d'utiliser le filtre Fopt car sa dissipation est suffisante pour supprimer toutes les oscillations de Gibbs

Ce cas test a permis de dégager des tendances du comportement de la procédure de capture de choc. L'utilisation de la forme conservative du filtrage est nécessaire. De plus, les meilleurs résultats semblent être obtenus avec un détecteur évalué à partir de la dilatation, le filtre optimisé Fopt et une valeur du paramètre de seuil r_{th} égale à 10^{-5} .

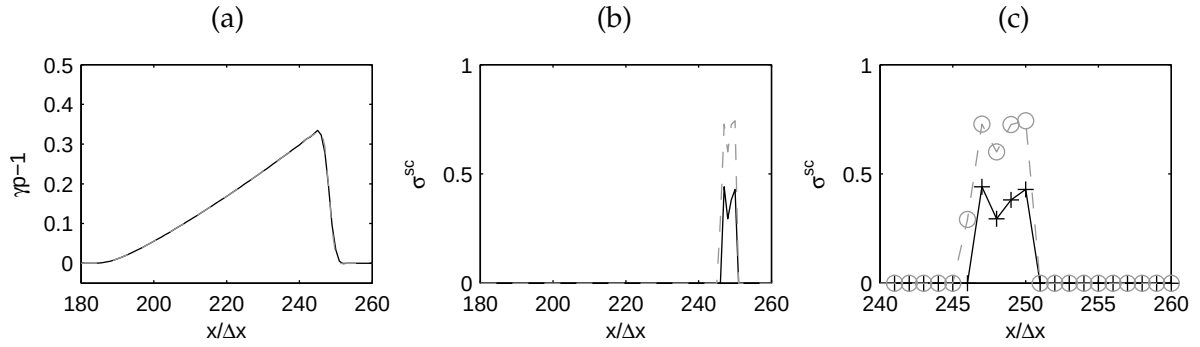


FIGURE 2.7 – Propagation d'un choc : influence du filtre. Solutions calculées à $t = 200$ avec $r_{th} = 10^{-5}$ et le détecteur basé sur la dilatation : (a) profil de pression, (b) et (c) amplitude du filtrage σ^{sc} . — filtre Fo2, --- filtre Fopt (+, o points du maillage).

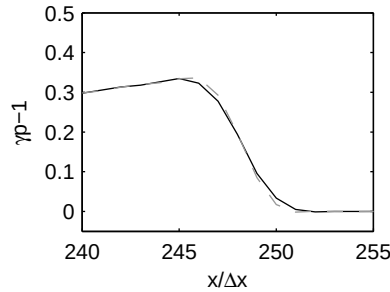


FIGURE 2.8 – Propagation d'un choc : influence du filtre. Pression calculée à $t = 200$ avec $r_{th} = 10^{-5}$ et le détecteur basé sur la dilatation. — filtre Fo2, --- filtre Fopt

Tube à choc Ce cas test monodimensionnel, appelé aussi problème de Riemann, permet de comparer les résultats numériques à une solution exacte. A $t < 0$, le tube est séparé par un diaphragme positionné en $x = 0$ et les deux états de référence L et R sont définis par :

$$\begin{aligned} u &= u_L, \quad p = p_L, \quad \rho = \rho_L \quad \text{pour} \quad x < 0 \\ u &= u_R, \quad p = p_R, \quad \rho = \rho_R \quad \text{pour} \quad x > 0 \end{aligned}$$

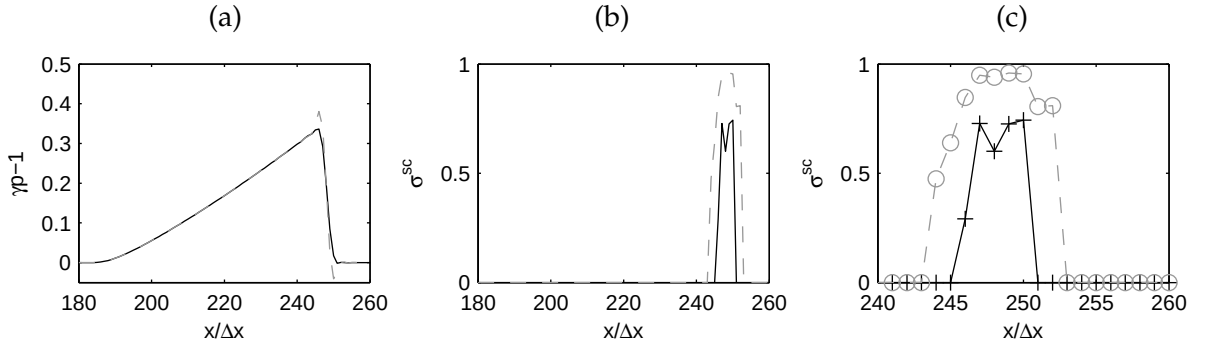


FIGURE 2.9 – Propagation d'un choc : influence du filtre. Solutions calculées à $t = 200$ avec le détecteur basé sur la dilatation et le seuil $r_{th} = 10^{-5}$: (a) profil de pression, (b) et (c) amplitude du filtrage σ^{sc} . Senseur évalué à partir de : — Fo4t, --- Fo4 (+, o points du maillage).

avec $p_L > p_R$. Le diaphragme est retiré à $t = 0$. On observe alors dans la direction des x positifs la formation d'une onde de choc se propageant à la vitesse C et d'une discontinuité de contact se déplaçant à la vitesse V . Dans la direction des x négatifs, il se forme des ondes de décompression. Un schéma résumant le fonctionnement du tube à choc est donné sur la figure 2.10. La solution exacte du problème est par ailleurs donnée dans [73, 194].

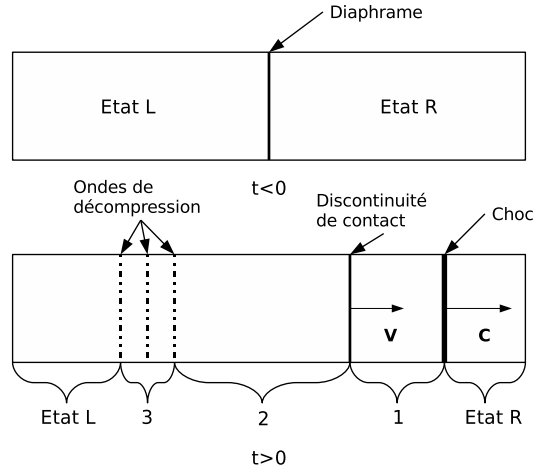


FIGURE 2.10 – Tube à choc.

Deux configurations du tube à choc sont calculées numériquement :

— le problème de Sod [35], [160] :

$$(\rho_L, u_L, p_L) = (1, 0, 1)$$

$$(\rho_R, u_R, p_R) = (0.125, 0, 0.1)$$

— le problème de Lax [35] :

$$\begin{aligned}(\rho_L, u_L, p_L) &= (0.445, 0.698, 3.528) \\ (\rho_R, u_R, p_R) &= (0.5, 0, 0.571)\end{aligned}$$

Pour les deux cas test, le calcul est réalisé sur 201 points pour x compris entre -1 et 1 . Le détecteur de la procédure de capture de choc est estimé à partir de la dilatation, le seuil r_{th} est pris égal à 10^{-5} et le filtre optimisé Fopt est appliqué. Pour le cas test de Sod, le calcul est résolu jusqu'au temps $t = 0.4$ avec un pas de temps $\Delta t = 0.25\Delta x$. Le calcul pour le cas test de Lax est, quant à lui, résolu jusqu'à $t = 0.28$ avec $\Delta t = 0.16\Delta x$. Pour les deux cas test, les résultats obtenus pour la masse volumique ρ , la vitesse u et la pression p sont comparés à la solution exacte sur la figure 2.11. Ces résultats présentent très peu d'oscillations de Gibbs, et ils sont en bon accord avec la solution théorique. En regardant la solution sur ρ dans le cas test de Sod, on distingue que le choc et la discontinuité de contact sont respectivement situés à $x \simeq 0.70$ et $x \simeq 0.37$. Dans le cas test de Lax, le choc est localisé vers $x \simeq 0.70$ et la discontinuité de contact vers $x \simeq 0.43$. Sur les tracés de la pression p et de la vitesse u , seuls le choc et la zone de décompression sont visibles, et de très légères oscillations sont observables au niveau du choc pour la vitesse.

Le détecteur employé ne détecte que le choc et non la discontinuité de contact car on a $\nabla \cdot u = 0$ au niveau de cette dernière. Cette observation est confirmée sur la figure 2.12 où est tracée l'intensité du filtrage pour le cas test de Sod à $t = 0.4$ et pour le cas test de Lax à $t = 0.28$. On remarque sur cette figure que le filtrage reste localisé au niveau du choc. La discontinuité de contact est sans doute filtrée pour les temps t voisins de zéro lorsqu'elle est proche du choc, donc dans une zone où $\sigma^{sc} \neq 0$. Une fois atténuée, la discontinuité de contact ne se raidit plus car elle suit une loi de propagation linéaire [96].

Interactions choc-acoustique. L'influence de la procédure de capture de choc sur les interactions entre une onde de choc et une onde acoustique est maintenant étudiée sur un cas test issu du troisième CAA Workshop [75]. Une onde acoustique est introduite en amont d'une tuyère transsonique choquée. Les équations d'Euler en quasi-1D sont résolues, et la géométrie de la tuyère est définie par la fonction section $A(x)$:

$$A(x) = \begin{cases} 0.536572 - 0.198086 \exp(-\ln(2)(x/0.6)^2) & \text{for } x \geq 0 \\ 1.0 - 0.661514 \exp(-\ln(2)(x/0.6)^2) & \text{for } x < 0 \end{cases}$$

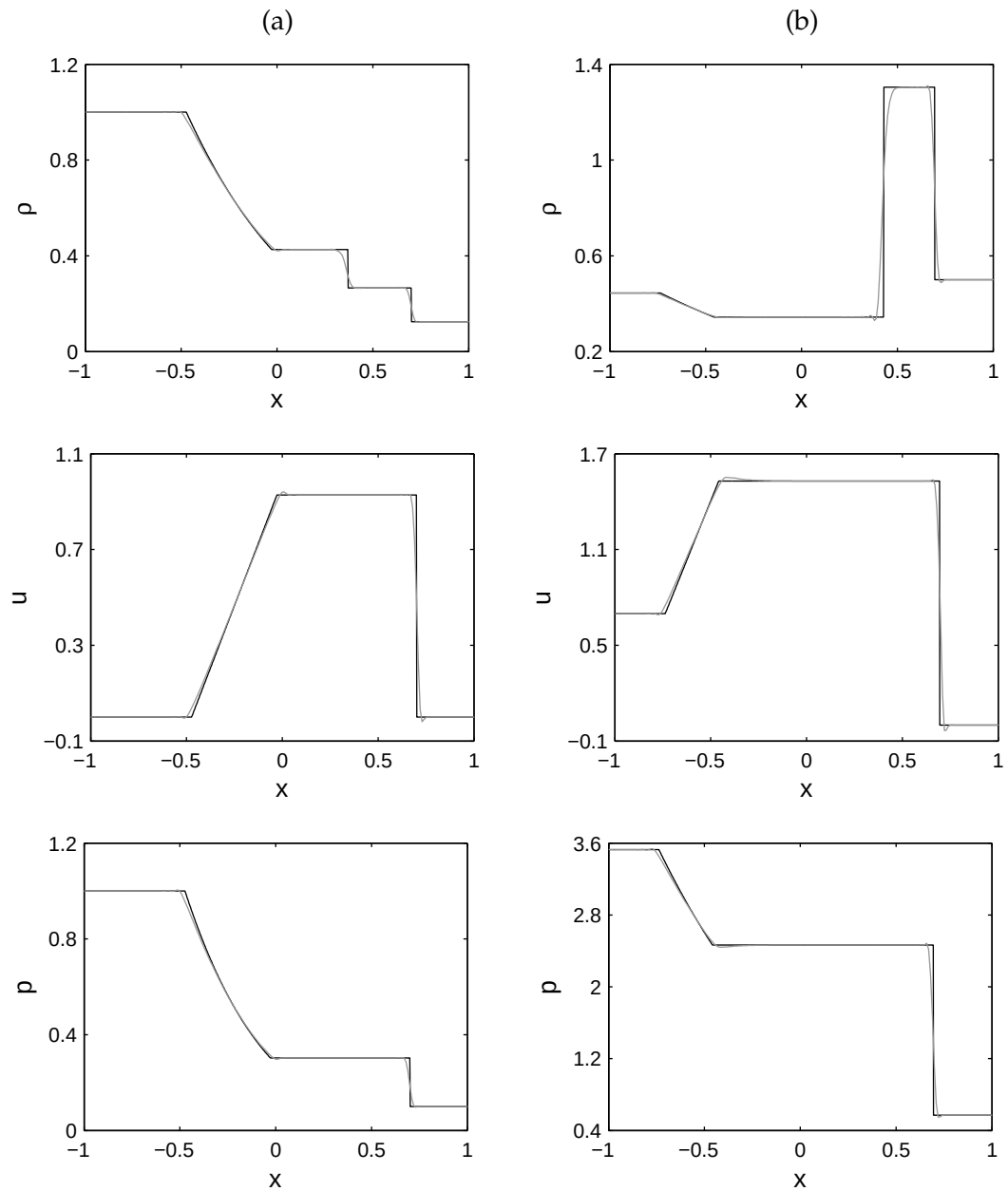


FIGURE 2.11 — Solution exacte et — solution calculée sur 200 points ; (a) cas test de Sod ($t = 0.4$), (b) cas test de Lax ($t = 0.28$).

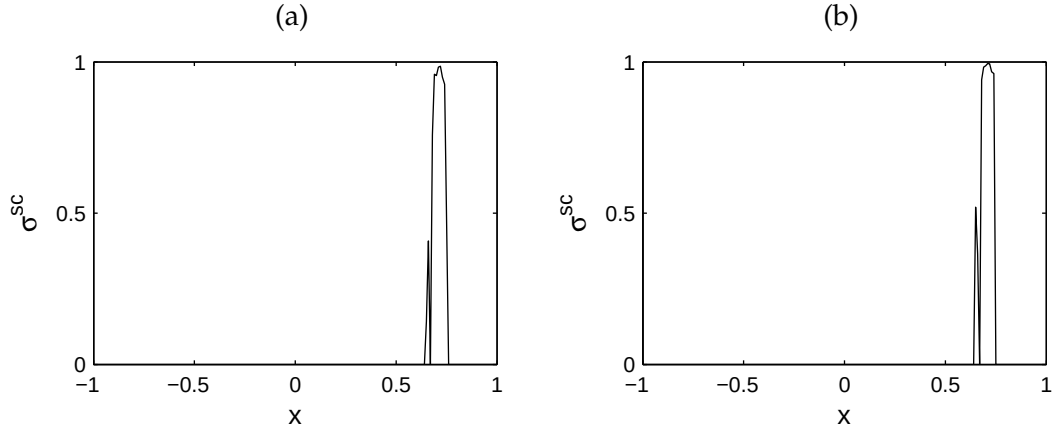


FIGURE 2.12 – Intensité du filtrage σ^{sc} ; (a) cas test de Sod ($t = 0.4$), (b) cas test de Lax ($t = 0.28$).

Les conditions d'entrée sur le champ moyen sont :

$$\begin{cases} \bar{\rho} = 1 \\ \bar{u} = 0.2006533 \\ \bar{p} = 1/\gamma \end{cases}$$

En sortie, seule la pression moyenne est fixée à $\bar{p} = 0.6071752$. La perturbation introduite en entrée est définie par :

$$\begin{bmatrix} \rho \\ u \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{u} \\ \bar{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \epsilon \sin \left[\omega \left(\frac{x}{1 + \bar{u}} - l \right) \right]$$

avec $\epsilon = 10^{-5}$ et $\omega = 0.6\pi$. Une solution analytique du problème a été donnée par Hixon dans le troisième CAA Workshop [75].

Les simulations ont été réalisées sur un maillage uniforme contenant 401 points entre $x = -10$ et $x = 10$, et avec un CFL de 0.8 donnant un pas de temps $\Delta t = 0.8\Delta x$. Des conditions aux limites utilisant la méthode des caractéristiques de Poinso & Lele [135] sont implémentées. En quasi-1D elles s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + L_1 = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \rho c \frac{\partial u}{\partial t} + L_2 + \rho u c^2 \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial t} - \rho c \frac{\partial u}{\partial t} + L_3 + \rho u c^2 \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} = 0 \end{cases} \quad \text{avec,} \quad \begin{cases} L_1 = u \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \\ L_2 = (u + c) \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho c \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ L_3 = (u - c) \left(\frac{\partial p}{\partial x} - \rho c \frac{\partial u}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (2.26)$$

Dans un premier temps, seul le champ moyen est résolu. Les valeurs de $\bar{\rho}$ et $\bar{p}$ sont imposées en entrée à l'aide d'une fonction de rappel, et $\bar{u}$ est calculée grâce à la caractéristique L_3 . En

sortie, seul $\bar{p}$ est imposée avec une fonction de rappel, $\bar{p}$ et $\bar{u}$ sont calculées avec L_1 et L_2 . Une fois le champ moyen calculé, la perturbation acoustique est introduite en entrée à l'aide de L_2 et des conditions de non réflexion sont alors imposées en sortie, c'est-à-dire que $L_3 = 0$. Une fonction de rappel vers le champ moyen est utilisée après l'intégration temporelle aux frontières du domaine de calcul.

Un premier calcul est réalisé sans la procédure de capture de choc. Les profils de pression et de densité moyennes sont tracés sur la figure 2.13(a). Le choc est situé après le col de la tuyère à $x \simeq 0.4$, et on constate la présence d'oscillations de Gibbs. La pression moyenne calculée est comparée à la pression moyenne obtenue analytiquement [75] sur la figure 2.13(b) entre $x = -0.5$ et $x = 1$. La position du choc est identique entre la solution numérique et la solution analytique, mais des oscillations de Gibbs sont visibles au voisinage du choc pour la solution numérique. La pression fluctuante calculée est enfin présentée sur la figure 2.13(c). Pour les x négatifs, on constate la présence d'une onde réfléchie au niveau du col sonique. Au voisinage du choc, de fortes fluctuations sont remarquées mais l'onde acoustique semble correctement transmise vers les x positives. La solution calculée est aussi comparée à la solution analytique au même instant [75]. On observe globalement un très bon accord entre les deux solutions, à l'exception de la région du choc.

Un second calcul est ensuite effectué avec la procédure de capture de choc. Le détecteur est évalué à partir de la dilatation, le seuil r_{th} vaut 10^{-5} et le filtre Fopt est utilisé. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 2.14. Sur les figures 2.14(a) et 2.14(b), on observe que la procédure de capture de choc supprime bien les oscillations de Gibbs sur le champ moyen, et, sur la figure 2.14(b) en particulier, le choc est discrétisé sur 3 points. Les résultats obtenus pour la pression fluctuante sur la figure 2.14(c) restent en très bon accord avec la solution analytique [75], même au voisinage du choc. Sur ce cas test, la procédure de capture de choc développée ne dégrade donc pas le champ acoustique même lors des interactions choc-acoustique.

Interaction choc-tourbillon. Les interactions choc-tourbillon constituent une modélisation très simplifiée des interactions entre un choc et de la turbulence. Les interactions entre un tourbillon et un choc ont été étudiées numériquement par Inoue *et al.* [82] et Ellzey *et al.* [50], de manière théorique par Ribner [144] et enfin, expérimentalement par Dosanjh *et al.* [47] et Nauman *et al.* [118]. Ces interactions ne semblent pas dépendre des effets visqueux car des résultats similaires ont été trouvés en résolvant les équations de Navier-Stokes à bas nombre de Reynolds [82] ou les équations d'Euler [50]. Les équations d'Euler en deux di-

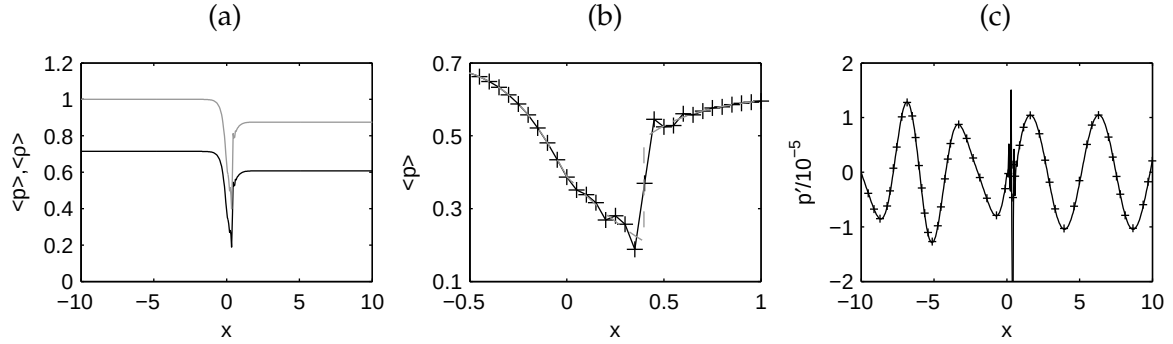


FIGURE 2.13 – Interactions choc-acoustique. Solutions sans schéma de capture de choc : (a) — pression moyenne calculée avec $\langle p \rangle = \bar{p}$ et — densité moyenne calculée avec $\langle \rho \rangle = \bar{\rho}$, (b) — pression moyenne calculée, + points du maillage et --- pression moyenne de la solution analytique [75], (c) — pression fluctuante calculée, où $p' = p - \bar{p}$, et + pression fluctuante de la solution analytique [75].

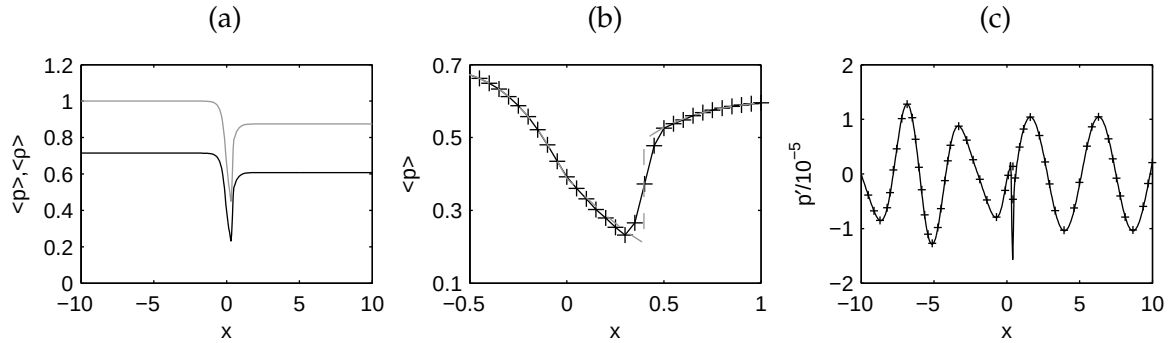


FIGURE 2.14 – Interaction choc-acoustique. Solutions calculées avec le schéma de capture de choc et $r_{th} = 10^{-5}$, le détecteur sur la dilatation et le filtre Fopt : (a) — pression moyenne calculée avec $\langle p \rangle = \bar{p}$ et — densité moyenne calculée avec $\langle \rho \rangle = \bar{\rho}$, (b) — pression moyenne calculée, + points du maillage et --- pression moyenne de la solution analytique [75], (c) — pression fluctuante calculée, où $p' = p - \bar{p}$, et + pression fluctuante de la solution analytique [75].

mensions sont donc résolues. Selon Grasso & Pirozzoli [65], il existe trois types d'interactions entre un choc et un tourbillon : l'interaction faible, la réflexion de Mach et la réflexion régulière. Le type d'interaction dépend de deux paramètres qui sont le nombre de Mach du choc $M_s = U_\infty/c_\infty$ et le nombre de Mach maximum du tourbillon M_v . Le symbole ∞ désigne les quantités amont, U la norme de la vitesse et c la célérité du son. Deux cas d'interaction sont étudiés :

- $M_s = 1.2$ et $M_v = 0.25$. Ce cas correspond à une réflexion de Mach et a été traité par Inoue [81,82] au moyen d'une DNS. Il permet une première validation de la procédure de filtrage en 2D.
- $M_s = 1.2$ et $M_v = 1$. Ce cas correspond à une réflexion régulière et a été étudié par Zhang *et al.* [203]. il sera traité pour un choc droit ainsi que pour un choc oblique.

Pour l'initialisation du champ moyen, on considère le choc fixe en $x = 0$ pour le cas du choc droit. Seul le nombre de Mach amont, qui est égal à M_s , et la pression amont p_∞ , prise égale à 100000 Pa, sont nécessaires pour l'initialisation. Les variables restantes sont calculées à l'aide des relations de passage au travers d'un choc droit pour un gaz parfait [36].

Un tourbillon de Taylor est introduit avant le choc. Il est défini par :

$$u_\theta(r) = -M_v c_\infty r \exp[(1 - r^2)/2] \quad \text{et} \quad u_r(r) = 0$$

où

$$r = \frac{\sqrt{(x - x_v)^2 + (y - y_v)^2}}{R} \quad \text{et} \quad M_v = \frac{u_{\theta\max}}{c_\infty} = 0.25$$

et par :

$$\rho(r) = \rho_\infty \left[1 - \frac{\gamma - 1}{2} M_v^2 \exp(1 - r^2) \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad \text{et} \quad p(r) = p_\infty [\rho(r)/\rho_\infty]^\gamma$$

où (x_v, y_v) sont les coordonnées du centre du tourbillon lors de l'initialisation et R est le rayon du tourbillon. Le tourbillon est positionné à $20R$ du choc. Le temps t est normalisé par le rapport R/c_∞ et vaut 0 quand le centre tourbillon arrive à la position $x = -2R$. Les calculs sont menés avec un nombre de CFL de 0.6 et pour un pas de temps de $\Delta t = 0.6\Delta x/c_\infty$. La procédure de capture de choc est utilisée avec le détecteur sur la dilatation, un seuil $r_{th} = 10^{-5}$ et le filtre optimisé Fopt.

Le premier cas, où $M_s = 1.2$ et $M_v = 0.25$, est résolu sur deux grilles uniformes avec $\Delta x = \Delta y$: une grille grossière avec $\Delta x = 0.2R$ et une grille fine avec $\Delta x = 0.05R$. Ces grilles contiennent respectivement 651×451 points et 2601×1801 points, et sont toutes les deux définies pour $-30R \leq x \leq 100R$ et $-45R \leq y \leq 45R$. Le même cas a auparavant été traité au

moyen d'une DNS par Inoue [81,82] et résolu avec les équations d'Euler par Ellzey *et al.* [50]. Dans sa DNS, Inoue a utilisé un maillage non uniforme avec $\Delta x = 0.0025R$ au niveau du choc.

Les cartographies des fluctuations de pression $\Delta p = (p - p_s)/p_s$, où p_s est la pression locale à l'initialisation, sont représentées sur la figure 2.15 pour les maillages fin et grossier aux temps $t = 0, 2$ et 6 . Le passage du tourbillon au travers du choc produit des ondes acoustiques qui ont des formes similaires à celles trouvées par Inoue [82]. Ces ondes sonores sont de nature quadripolaire, et ne dépendent pas du raffinement du maillage. La procédure de capture de choc semble avoir correctement fonctionné sur les deux maillages, et l'on note seulement l'apparition de légères oscillations au voisinage du choc pour le maillage grossier. L'épaisseur du choc pour les deux calculs est d'environ $\delta_{choc} = 6\Delta x$.

Des cartographies du Laplacien de la densité sont présentées pour le maillage fin sur la figure 2.16 aux temps $t = 2, 6, 10$. Elles permettent d'observer l'évolution des chocs dans l'écoulement. Au passage du tourbillon, le choc se déforme sur la figure 2.16(a), puis une onde de choc réfléchie s'enroule autour du tourbillon sur la figure 2.16(b) pour ensuite se détacher sur la figure 2.16(c).

Sur les figures 2.17(a) et (b), les fluctuations de pression calculées sur les différents maillages sont comparées aux résultats d'Inoue [81]. Les fluctuations de pression le long de la ligne faisant un angle de -45° par rapport à l'axe Ox et passant par le centre du tourbillon sont tracées sur la figure 2.17 (a) aux temps $t = 10, t = 20$ et $t = 30$. Les résultats obtenus sur les maillages fin et grossier sont en très bon accord avec les résultats d'Inoue [81]. À $t = 30$, on distingue le précurseur à $r = 32$, le second son à $r = 29$ et le troisième son à $r = 26$ [81]. Les directivités des fluctuations de pression à $t = 6$ et à $6R$ et $3.7R$ du centre du tourbillon sont tracées sur la figure 2.17(b) et comparées aux résultats d'Inoue [81]. Ces deux positions radiales correspondent respectivement aux positions du précurseur et du second son à $t = 6$. Pour les différents angles θ , dont la référence est prise dans la direction Ox, on constate aussi un très bon accord avec les résultats d'Inoue [81]. Les seules différences observées sont au voisinage du choc, pour les grands angles $|\theta|$, car l'épaisseur du choc dépend directement de la taille de la maille.

La deuxième configuration du cas test, où $M_s = 1,2$ et $M_v = 1$, correspond à une réflexion régulière [65]. Ce cas a été étudié par Zhang *et al.* [203] et Chatterjee & Vijayaraj [38]. Les calculs sont menés avec la même configuration de la procédure de capture de choc que précédemment. Dans ce cas test, on s'intéresse particulièrement à l'influence de l'orientation du choc par rapport au maillage. Deux simulations sont effectuées sur des grilles uniformes

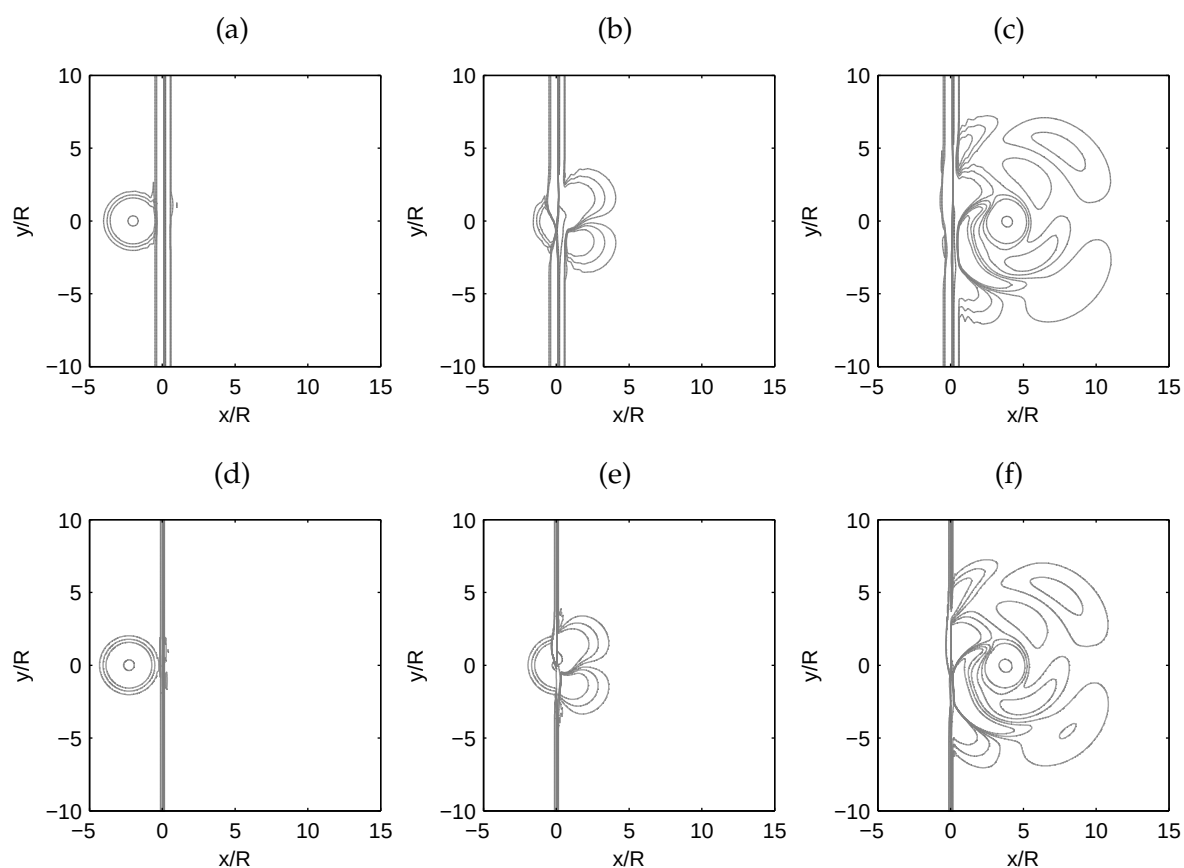


FIGURE 2.15 – Interactions choc-tourbillon. Représentation des contours du champ de pression $\Delta p = [-0.1, -0.01, -0.005, -0.002, 0.002, 0.005, 0.01]$, obtenus sur la grille grossière (haut) et sur la grille fine (bas), aux temps : (a) et (d) $t = 0$, (b) et (e) $t = 2$, (c) et (f) $t = 6$. Calculs réalisés avec le détecteur basé sur la dilatation, un seuil $r_{th} = 10^{-5}$, et le filtre Fopt.

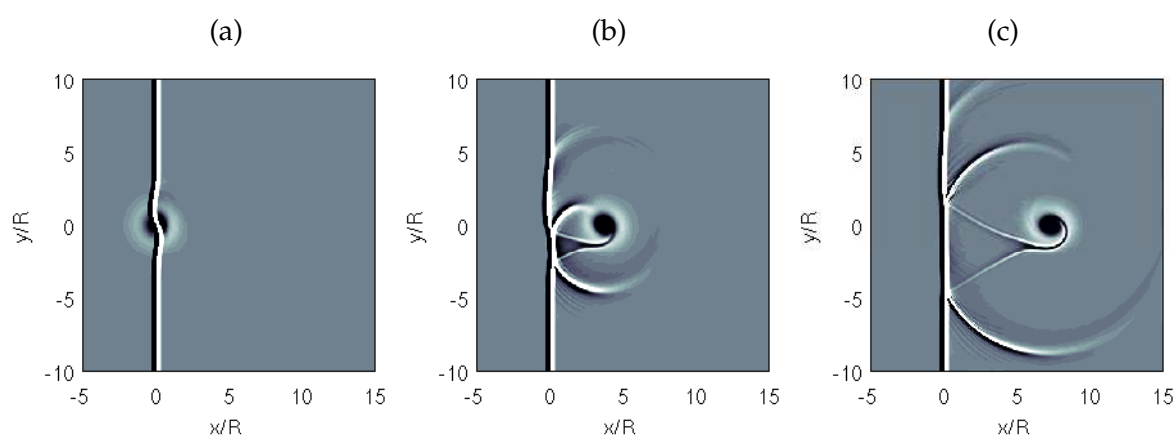


FIGURE 2.16 – Interactions choc-tourbillon. Représentation de $\nabla^2 \rho$ sur le maillage fin, aux temps : (a) $t = 2$, (b) $t = 6$, (c) $t = 10$.

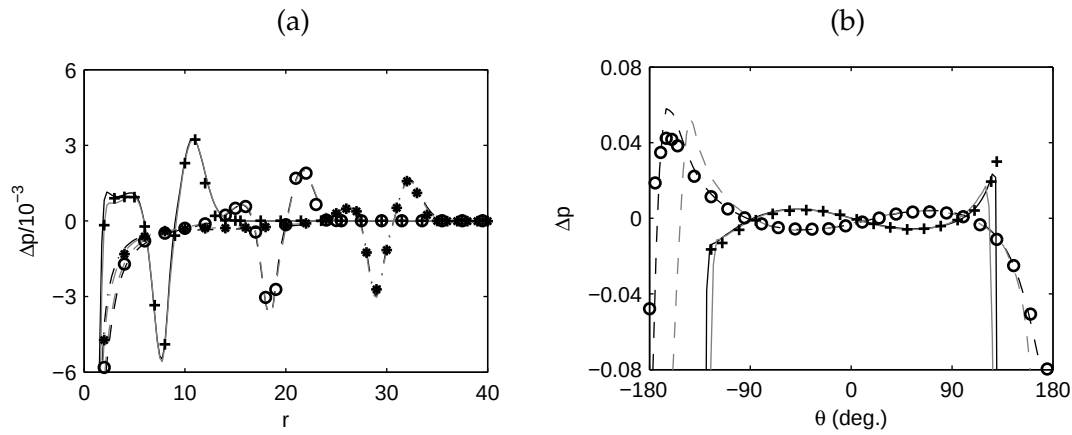


FIGURE 2.17 – Interactions choc-tourbillon. (a) profil radial de pression Δp pour $\theta = -45^\circ$ à partir du centre du tourbillon, à $t = 10$: — grille fine, — grille grossière, + Inoue [81], à $t = 20$: -- grille fine --- grille grossière, o Inoue [81], et à $t = 30$: -.- grille fine, -.- grille grossière, * Inoue [81]; (b) distribution circonférentielle de Δp à $t = 6$, à $r = 6.0$ (précurseur) : — grille fine, — grille grossière, + Inoue [82], et à $r = 3.7$ (deuxième son) : --- grille fine, --- grille grossière, o Inoue [82].

où $\Delta x = \Delta y = 0.2R$. Dans un cas le choc est aligné avec l'axe Oy et situé en $x = 0$, et dans l'autre le choc est oblique par rapport au maillage à 45° par rapport à l'axe Ox . Les cartographies des fluctuations de pression pour les deux orientations du choc sont disponibles sur la figure 2.18 aux temps $t = 2, 6$ et 10 . Ces cartographies sont assez similaires, même si l'on note quelques différences entre le cas du choc droit et celui du choc oblique. Pour quantifier cela, les fluctuations radiales de pression au temps $t = 10$ sont tracées sur les figures 2.19(a) et (b) pour les cas du choc oblique et du choc droit à des angles $\theta_1 = -45^\circ$ et $\theta_2 = 0^\circ$ par rapport à l'axe Ox et au centre du tourbillon. Les profils de pression sont visiblement en bon accord. Comme précédemment, les fluctuations de pression sont aussi tracées pour le précurseur et le second son à $t = 10$ sur la figure 2.19(c), et l'on remarque encore un bon accord pour les deux orientations du choc testé.

Les deux configurations étudiées permettent de valider la procédure de capture de choc pour une simulation en deux dimensions. De plus, la procédure développée s'avère peu sensible à la discrétisation du choc ainsi qu'à l'orientation du choc par rapport au maillage.

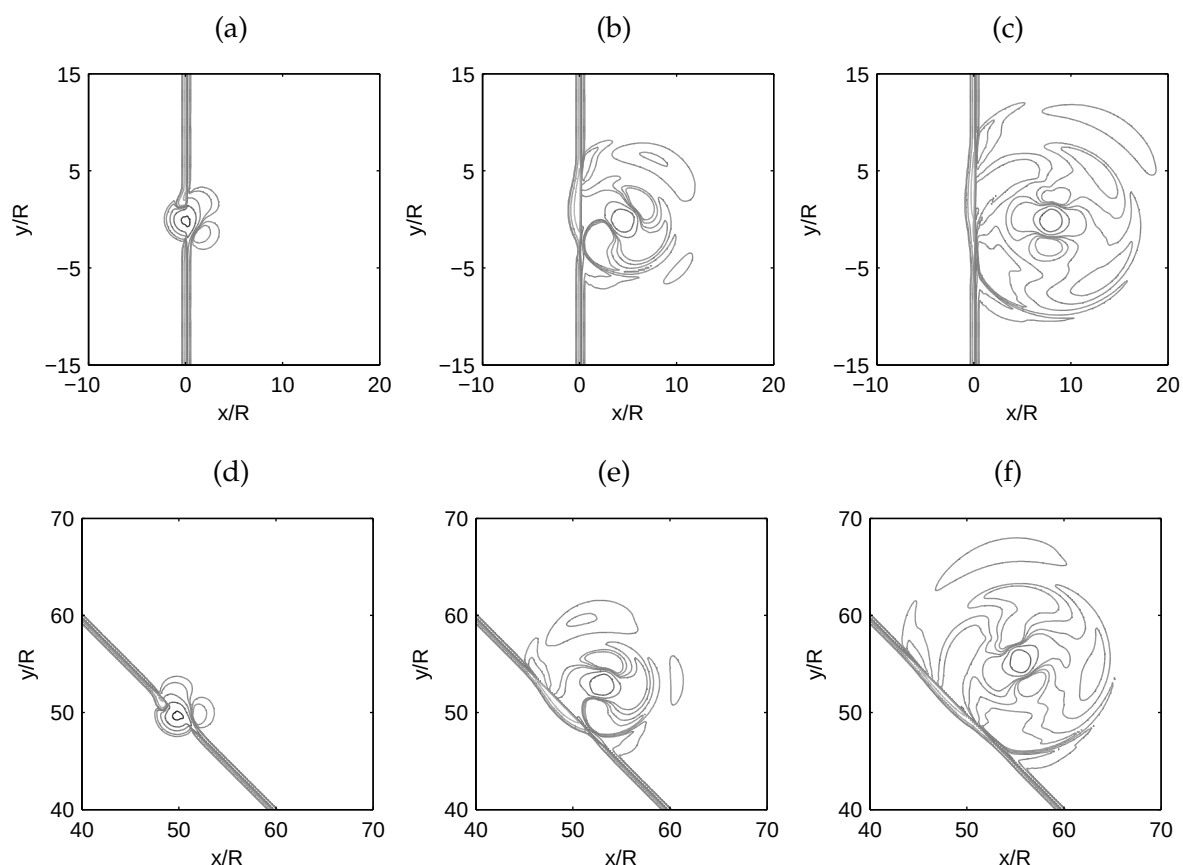


FIGURE 2.18 – Interactions choc-tourbillon. Représentation des contours du champ de pression $\Delta p = [-0.8, -0.3, -0.1, -0.025, -0.01, 0.01, 0.025, 0.1, 0.3]$, obtenus sur la grille grossière avec le choc droit (haut) et le choc oblique (bas), aux temps : (a) et (d) $t = 2$, (b) et (e) $t = 6$, (c) et (f) $t = 10$. Calculs réalisés avec le détecteur basé sur la dilatation, un seuil $r_{th} = 10^{-5}$, et le filtre F_{opt} .

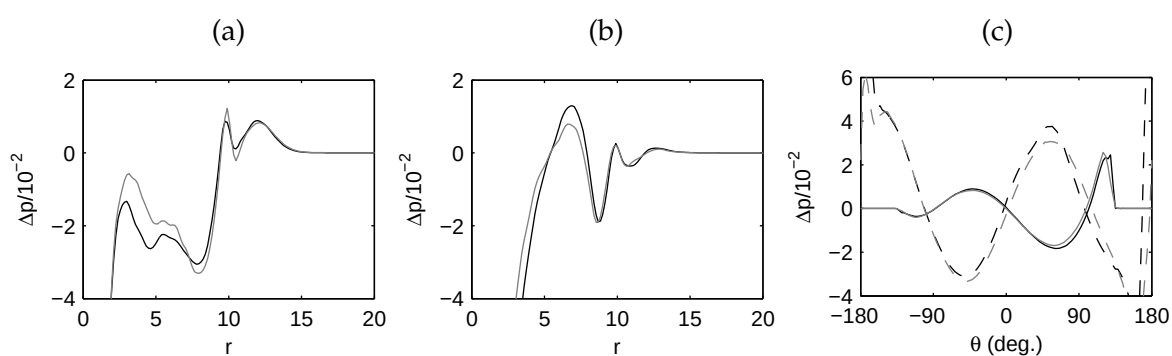


FIGURE 2.19 – Interactions choc-tourbillon. (a) profil radial de pression Δp selon l'angle θ_1 à $t = 10$: — choc oblique, — choc droit, (b) profil radial de pression Δp selon l'angle θ_2 à $t = 10$: — choc oblique, — choc droit, (c) distribution circonférentielle de Δp à $t = 10$, à $r = 12$ (précurseur) : — choc oblique, — choc droit, et à $r = 7.8$ (deuxième son) : --- choc oblique, --- choc droit.

2.4 Conclusion

Une procédure de capture de choc basée sur un filtrage explicite, adaptatif et conservatif a été développée pour le calcul direct du bruit. La formulation optimale de la procédure consiste à utiliser un détecteur sur la dilatation, un seuil r_{th} égal à 10^{-5} et le filtre optimisé F_{opt} pour dissiper les oscillations de Gibbs. Cette procédure a ensuite été validée sur différents cas test linéaires et non linéaires en une et deux dimensions [28]. Enfin, la procédure présentée dans ce chapitre a l'avantage d'être peu coûteuse numériquement. Son implémentation dans un solveur subsonique bidimensionnel entraîne en effet une augmentation du temps de calcul de l'ordre 10%. Ce second chapitre clôt les développements numériques réalisés pendant cette thèse. Les méthodes présentées dans les deux premiers chapitres ont été implémentées afin de calculer le champ acoustique rayonné par un jet sur-détendu à Mach 3.30 directement à partir des équations de Navier-Stokes.

Chapitre 3

Comportements aérodynamiques et rayonnement acoustique des jets supersoniques

Les jets issus des lanceurs spatiaux possèdent généralement des nombres de Mach d'éjection de l'ordre de 3, et présentent des températures et des pressions de réservoir supérieures à 1000 K et 25 bar. Il existe cependant peu d'études instationnaires, expérimentales [146, 192] ou numériques [119], sur les caractéristiques aérodynamiques et le rayonnement acoustique de ce type d'écoulement. On présente donc dans cette partie une étude bibliographique pour des jets supersoniques avec un nombre de Mach d'éjection ou une température de réservoir plus faible. Quelques caractéristiques aérodynamiques des jets supersoniques sont d'abord présentées, puis les différentes composantes de bruit observées pour ces jets sont ensuite décrites.

3.1 Caractéristiques aérodynamiques des jets supersoniques

3.1.1 Jets adaptés

Les jets supersoniques sont dits adaptés, s'ils présentent une pression statique en sortie de buse p_e égale à la pression du milieu ambiant p_∞ et un nombre de Mach d'éjection $M_e = u_e/c_e$ supérieur à 1, où u_e est la vitesse d'éjection et c_e est la vitesse du son en sortie de la tuyère. Une vue schématique des différentes zones de l'écoulement d'un jet supersonique rond et adapté est présentée sur la figure 3.1. Le cône potentiel est caractérisé par une vitesse

axiale moyenne $\langle u_z \rangle$ constante et égale à la vitesse d'éjection u_e . Pour les jets supersoniques, la longueur du cône potentiel augmente avec le nombre de Mach d'éjection [90, 198] mais diminue avec la température [155]. Le cône supersonique correspond à une région où le nombre de Mach local $M = \langle u \rangle / c$ est supérieur à 1, où $\langle u \rangle$ est la vitesse moyenne et c est la vitesse locale du son. Comme dans les jets subsoniques, les jets supersoniques possèdent en aval du cône potentiel une région où la turbulence est pleinement développée et où le champ moyen semble être auto-similaire [90]. Enfin, la couche de mélange sépare le cône potentiel du milieu au environnement. Son épaisseur augmente dans la direction axiale en raison du développement des structures turbulentes.

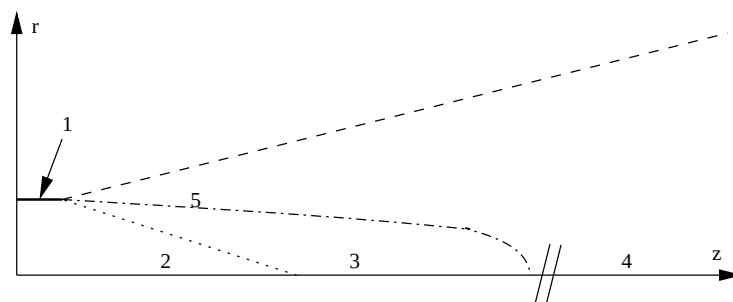


FIGURE 3.1 – Schéma des différentes zones de l'écoulement moyen d'un jet rond supersonique adapté; 1 : tuyère, 2 : cône potentiel, 3 : cône supersonique, 4 : zone turbulente pleinement développée, et 5 : couche de mélange.

3.1.1.1 Influences des conditions de sortie sur le développement de la couche de mélange

En sortie de la tuyère, la couche de mélange peut être laminaire, transitionnelle ou turbulente. Ce comportement est important car il conditionne le développement et les propriétés des structures turbulentes dans le jet [30, 80, 189, 202]. Pour les jets subsoniques, le nombre de Reynolds, mais aussi d'autres paramètres d'éjection comme l'épaisseur de la couche de mélange ou le taux de turbulence, permettent de caractériser la nature de la couche de mélange en sortie de la tuyère [30, 80, 202].

Pour trois jets supersoniques avec un nombre Mach d'éjection proche de 2, Troutt & McLaughlin [189] ont étudié l'influence du nombre de Reynolds Re sur le développement de la couche de mélange, Re étant calculé à partir du diamètre de la buse et des conditions d'éjection. Ils comparent notamment l'évolution axiale de la demi-largeur du jet $\delta_{0.5}$, définie par $\langle u_z \rangle(\delta_{0.5}) = u_e/2$, et de l'épaisseur de la couche de mélange b , estimée par $b = r_{0.1} - r_{0.9}$ où $\langle u_z \rangle(r_{0.1}) = 0.1u_e$ et $\langle u_z \rangle(r_{0.9}) = 0.9u_e$. Le premier jet possède un nombre Mach d'éjection de 2.1 et un nombre de Reynolds de 7900, le second a aussi un

nombre de Mach d'éjection de 2.1 mais un nombre de Reynolds de 70000, et le troisième jet a un nombre de Mach égal à 2.0 et un nombre de Reynolds de 5.2×10^6 . Ces trois jets sont considérés par Troutt & McLaughlin [189] comme étant respectivement laminaire, transitionnel et turbulent. Les résultats obtenus par Troutt & McLaughlin [189] ont été reproduits sur la figure 3.2. Pour les trois jets considérés, on remarque que la demi-largeur $\delta_{0.5}$ et l'épaisseur de la couche de mélange b croissent avec la position axiale. Cependant, les évolutions de la demi-largeur du jet et de l'épaisseur de la couche de mélange, ainsi que la position du cône potentiel, définie par $\delta_{0.5} = b/2$, semblent dépendre du nombre de Reynolds. Pour le jet laminaire sur la figure 3.2(a), la croissance de $\delta_{0.5}$ et de b est très lente de la sortie de buse jusqu'à $z = 20r_e$. Après cette position, $\delta_{0.5}$ et b augmentent beaucoup plus rapidement. Pour ce jet, le cône potentiel est situé très en aval de la tuyère, vers $z \simeq 28r_e$. Sur la figure 3.2(b), on constate pour le jet transitionnel que $\delta_{0.5}$ et b augmentent toujours lentement en sortie de tuyère mais que, rapidement, leur taux de croissance devient plus élevé que dans le cas laminaire. Pour le jet transitionnel, le cône potentiel est situé vers $z = 17r_e$. Finalement, pour le jet considéré comme pleinement turbulent par Troutt & McLaughlin [189], la croissance de la demi-largeur du jet et de l'épaisseur de la couche de mélange semble linéaire dès la sortie de la tuyère jusqu'à la fin du cône potentiel située à $z \simeq 21r_e$. Troutt & McLaughlin [189] concluent donc que pour les jets supersoniques, le développement de la couche de mélange, et donc des structures turbulentes, est fortement influencé par le nombre de Reynolds en sortie de la tuyère. De plus, par analogie avec les jets subsoniques, le taux de turbulence et l'épaisseur de la couche de mélange en sortie de buse doivent aussi jouer un rôle important, notamment pour les jets initialement laminaires ou transitionnels.

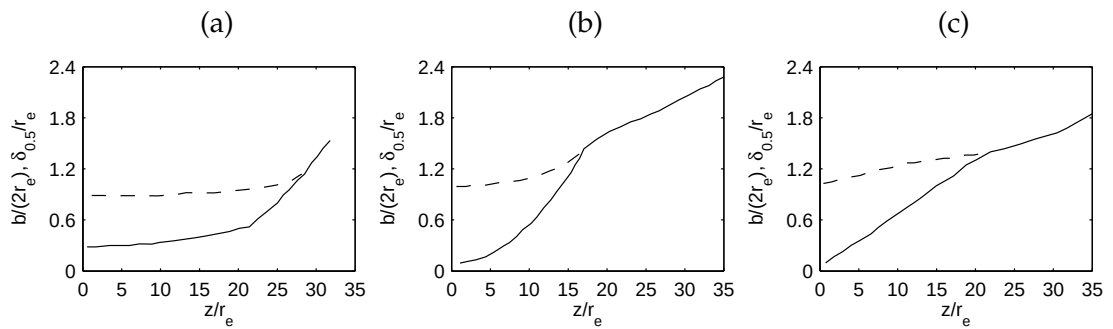


FIGURE 3.2 – Evolution axiale de l'épaisseur — de la couche de mélange $b/(2r_e)$ et --- de la demi-largeur du jet $\delta_{0.5}/r_e$ d'après Troutt & McLaughlin [189] : (a) $M_e = 2.1$, $Re = 7900$, (b) $M_e = 2.1$, $Re = 70000$, et $M_e = 2.0$, $Re = 5.2 \times 10^6$, où M_e est le nombre de Mach d'éjection et Re est le nombre de Reynolds.

3.1.1.2 Déclenchement de la turbulence pour les jets initialement laminaires ou transitionnels.

Dans un jet rond subsonique initialement laminaire ou transitionnel, le déclenchement de la turbulence est attribué au mode d'instabilité linéaire le plus instable, qui est généralement le mode de Kelvin-Helmholtz axisymétrique [76, 103, 113]. La fréquence la plus amplifiée linéairement donne donc la fréquence d'échappement du premier tourbillon [30, 68, 76].

Dans les jets supersoniques, il existe deux familles d'ondes d'instabilité linéaires : les modes de vorticité, ou modes de Kelvin-Helmholtz, et les modes acoustiques [103]. Les modes de vorticité sont, comme en subsonique, dus au fort gradient de la vitesse axiale moyenne dans la couche de mélange [103]. La fréquence la plus amplifiée linéairement par les modes de vorticité est généralement reliée à l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche de mélange [68, 113]. Les modes acoustiques désignent initialement les modes neutres liés à la propagation des ondes acoustiques dans les jets supersoniques [104]. Pour un profil de jet avec une couche de mélange infiniment mince, les modes acoustiques ne deviennent instables que lorsque leur vitesse de convection est supérieure à la vitesse du son dans le milieu au repos [62, 180]. Les modes acoustiques avec une vitesse de convection subsonique par rapport au milieu ambiant ne peuvent être instables que si l'épaisseur de la couche de mélange du jet est prise en compte [103, 180]. Luo & Sandham [103] interprètent le caractère instable des modes acoustiques par un phénomène de résonance lié à l'excitation de la couche de mélange par les ondes acoustiques se propageant dans le jet. On peut enfin faire remarquer que pour un mode azimutal donné il existe un mode de Kelvin-Helmholtz et une infinité de modes acoustiques [180].

Afin d'illustrer la propriété de guide d'onde des jets supersoniques, la méthode de tracé de rayons acoustiques, qui est une approximation haute fréquence de la propagation des ondes acoustiques, est appliquée sur un jet plan supersonique à Mach 3 pour une source située sur l'axe de symétrie du jet. Le jet est considéré comme parallèle et le profil de vitesse axiale moyenne $\langle u_x \rangle$ est défini par :

$$\frac{\langle u_x \rangle}{u_e} = 0.5(1 + \tanh(R_x/2(1 - y/h)))$$

où x et y désignent respectivement les directions parallèle et perpendiculaire à l'écoulement, h est la demi-hauteur du jet et $R_x = 10$. Le densité moyenne $\langle \rho \rangle$ est calculée par la relation de Crocco-Busemann avec une température dans le jet égale à la température du milieu

ambiant. Les équations de tracé d'un rayon acoustique pour ce jet sont données par :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = c \frac{k_x}{k} + \langle u_x \rangle \\ \frac{dy}{dt} = c \frac{k_y}{k} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dk_x}{dt} = -k \frac{\partial c}{\partial x} \\ \frac{dk_y}{dt} = -k \frac{\partial c}{\partial y} - k_x \frac{\partial \langle u_x \rangle}{\partial y} \end{cases}$$

où $c = \sqrt{\gamma p_\infty / \langle \rho \rangle}$ est la vitesse locale du son, k_x et k_y sont les nombres d'onde de l'onde acoustique dans les directions x et y , et $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$. Ces équations sont intégrées pour un point source situé sur l'axe de symétrie du jet en $(0,0)$ à l'aide de l'algorithme de Runge-Kutta à 6 étapes [20]. Le nombre de Mach local, défini ici par $\langle u_x \rangle / c$, et les rayons acoustiques calculés tous les 10° sont tracés sur la figure 3.3. En fonction de leur angle d'impact sur la couche de mélange, on observe que les rayons acoustiques peuvent être réfractés ou réfléchis. Lorsqu'ils sont réfléchis par la couche de mélange, les rayons acoustiques se propagent alors dans le jet comme dans un guide d'onde.

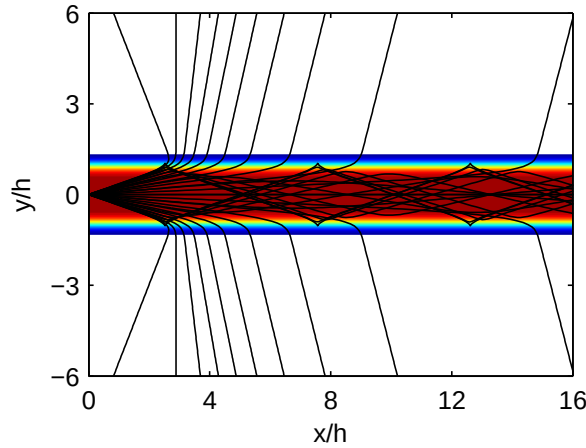


FIGURE 3.3 – Tracé des rayons acoustiques tous les 10° pour une source située en $(0,0)$ dans un jet plan parallèle à Mach 3 [103]. Le nombre de Mach local est représenté en couleur pour une échelle allant de 0 à 3.

Pour les jets ronds supersoniques initialement laminares ou transitionnels, le mode linéaire le plus instable au voisinage de la tuyère dépend du nombre de Mach d'éjection, de la différence de température entre le jet et le milieu extérieur et de l'épaisseur de la couche de mélange [103, 117, 180]. Pour les jets froids transsoniques, c'est-à-dire avec un nombre de Mach d'éjection proche de 1, le mode axisymétrique de Kelvin-Helmholtz est généralement le plus instable [103, 117]. Lorsque le nombre de Mach augmente, les modes de Kelvin-Helmholtz d'ordre supérieur ou égal à 1 deviennent plus instables que le mode axisymétrique [103, 117]. Finalement, pour des jets avec un nombre de Mach d'éjection élevé, les taux d'amplification des modes de Kelvin-Helmholtz et des modes acoustiques devien-

nent proches [103, 180].

3.1.1.3 Effets de la compressibilité sur la couche de mélange de jets à haut nombre de Mach.

Les effets compressibles sur une couche de mélange se manifestent notamment par un taux d'accroissement plus faible lorsque la différence de nombre de Mach ΔM entre les parties interne et externe de la couche de mélange augmente [131, 150]. De plus, Freund *et al.* [54] ont observé pour une couche de mélange axisymétrique que l'écart entre les vitesses *rms* dans les directions radiale et axiale augmente avec ΔM .

Dans les jets axisymétriques, la vitesse de convection moyenne u_c des structures turbulentes est environ égale à $0.5 - 0.7u_e$ [173]. En utilisant un tube à choc, Oertel [125] a mis en évidence 3 vitesses de convection distinctes pour les jets adaptés à haut nombre de Mach, tandis que, pour un jet à Mach 2 avec un nombre de Reynolds de 2.56×10^6 , Thurow *et al.* [188] ont observé uniquement deux vitesses de convection distinctes pour les structures turbulentes de la couche de mélange. Tam & Hu [180] ainsi que Luo & Sandham [102] ont essayé de relier ces vitesses aux modes d'instabilité linéaires présents dans les jets.

3.1.2 Jets non adaptés

Contrairement aux jets subsoniques, les jets supersoniques peuvent avoir une pression statique d'éjection p_e différente de la pression statique du milieu ambiant p_∞ . Dans ce cas on parle de jets non-adaptés. Si $p_e > p_\infty$, le jet est sous-détendu et une onde de décompression est attachée à la lèvre de la tuyère et, si $p_e < p_\infty$, le jet est sur-détendu et une onde choc est alors attachée à la lèvre de la tuyère.

Lorsque le jet n'est pas adapté, les ondes de choc et de décompression se réfléchissent sur la couche de mélange et l'axe du jet pour former une structure de cellules de choc quasi-périodique. Le réseau d'ondes de choc observé par André *et al.* [6] pour un jet sous-détendu, avec un nombre Mach d'éjection de 1 et un rapport entre la pression de réservoir et la pression du milieu ambiant de 4.2, est par exemple reproduit sur la figure 3.4. Cette image a été obtenue en superposant des photographies Schlieren moyennées permettant de visualiser le gradient de la densité dans la direction axiale. Pour un jet axisymétrique, lorsque le choc est stationnaire, la réflexion au voisinage de l'axe est une réflexion de Mach qui fait apparaître une ligne de glissement à cause de l'interaction choc-choc [77].

Il existe principalement deux approches pour estimer la forme stationnaire du réseau

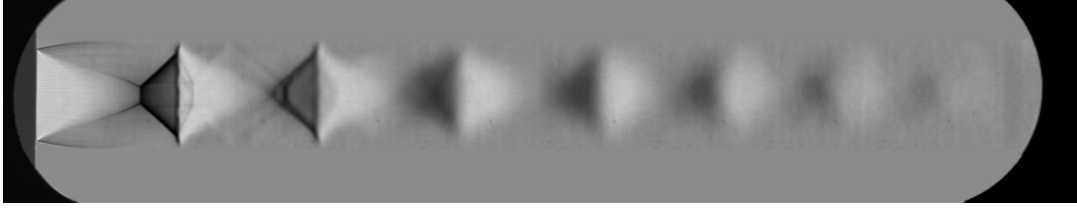


FIGURE 3.4 – Cartographie obtenue à partir de photographies Schlierens moyennées d'un jet sous-détendu à $M_e = 1$ et avec un rapport de pression de 4.2 [6].

d'onde de choc. Une première approche, initialement proposée par Pack [127], est basée sur la méthode des caractéristiques, où les chocs et les ondes de décompression se réfléchissent sur l'axe du jet [39] et sur la ligne définie par $\langle p \rangle = p_\infty$, où $\langle p \rangle$ est la pression statique moyenne. Dans la seconde approche, le jet est considéré comme un guide d'onde et les équations de perturbation stationnaires autour du profil moyen du jet adapté équivalent sont résolues [134, 143, 181]. Le profil moyen du jet adapté est calculé avec les mêmes conditions de réservoir que celles du jet non adapté mais avec une pression statique en sortie de buse égale à la pression du milieu ambiant [174]. Afin de simplifier la résolution du réseau d'onde de choc, l'écoulement est souvent considéré comme localement parallèle et les équations de Rayleigh [134] ou d'Orr-Sommerfield [143] stationnaires sont résolues.

A titre d'exemple, la seconde approche est détaillée pour un jet rond avec une couche de mélange infiniment mince située en $r = r_j$, où r_j est le rayon du jet adapté équivalent, afin d'estimer la longueur moyenne des cellules de choc. Tam & Tanna [183] cherchent les perturbations de pression du jet adapté sous la forme :

$$\frac{\langle p \rangle - p_\infty}{p_\infty} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \Psi_m(r) \cos(k_s^m z) \quad (3.1)$$

où A_m est l'amplitude du mode m , $\Psi_m(r)$ est la fonction propre du mode m dans la direction radiale, et k_s^m est le nombre d'onde du mode m dans la direction axiale. Ils obtiennent alors :

$$k_s^m = \frac{\mu_m}{\sqrt{M_j^2 - 1} r_j}$$

où μ_m est le m -ième zéro de la fonction de Bessel d'ordre 0 et M_j est le nombre de Mach du jet adapté équivalent. Dans le modèle de Tam & Tanna [183], la longueur moyenne des cellules de choc L_{shock} est estimée à partir du mode $m = 1$:

$$L_{shock}/d_j = \pi \sqrt{M_j^2 - 1} / \mu_1 \quad (3.2)$$

où $d_j = 2r_j$ est le diamètre du jet adapté. Ce modèle, simple à mettre en œuvre, ne prend pas en compte l'épaississement de la couche de mélange du jet dans la direction axiale [134].

Le comportement instationnaire des ondes de choc et de décompression dans le jet a surtout été étudié pour des jets soumis au screech [142]. Dans ce cas, le jet est forcé à la fréquence du fondamental du screech [5, 17, 128] et on constate un déplacement des chocs vers l'aval [17, 164].

Finalement, l'influence du réseau d'ondes de choc sur le développement de la turbulence dans le jet est peu documentée dans la littérature. Cependant, proche de la tuyère, il semblerait que la réceptivité de la couche de mélange aux différentes perturbations diminue lorsque la différence de pression statique entre la sortie de buse et le milieu extérieur est importante [141].

3.2 Les composantes de bruit des jets supersoniques

Les différentes composantes de bruit observées pour des jets supersoniques sont maintenant exposées. Les composantes de bruit liées uniquement au mélange turbulent sont tout d'abord décrites, puis les composantes de bruit provenant des interactions entre le réseau de cellules de choc et la turbulence sont présentées.

3.2.1 Rayonnements acoustiques produits par le mélange turbulent

3.2.1.1 Composantes de bruit présentes dans les jets subsoniques et supersoniques

Tam *et al.* [184] ont observé des similarités entre les spectres acoustiques obtenus pour des jets subsoniques et des jets supersoniques adaptés, ce qui suggère que les sources de bruit présentes dans les jets subsoniques le sont aussi dans les jets supersoniques. Pour les jets subsoniques à haut nombre de Reynolds, deux composantes de bruit distinctes ont été mises en évidence aussi bien expérimentalement [129, 179, 184] que numériquement [21, 24].

La première composante est dominante à 30° par rapport à la direction de l'écoulement, et est observée sur les spectres acoustiques des jets subsoniques pour un nombre de Strouhal $St_e = 2fr_e/u_e$ d'environ 0.3, où f est la fréquence. Le mécanisme de génération de bruit de cette composante semble être situé vers la fin du cône potentiel du jet [24, 129], mais reste pour l'instant encore une question ouverte. Tam [175] explique l'origine de cette composante de bruit par la décroissance des ondes d'instabilité linéaires au voisinage du cône potentiel. Sandham & Salgado [151] utilisent quant à eux une modélisation mettant en jeu des interactions non-linéaires entre les modes d'instabilité linéaires à la fin du cône potentiel. Enfin, Bogey & Bailly [24] associent cette composante de bruit à la pénétration de structures tur-

bulentes dans le cône potentiel vers la fin de ce dernier. La seconde composante de bruit est observée principalement à 90° [184] par rapport à l'axe du jet, et est généralement définie par un spectre plus large que la composante précédente [27, 184]. Cette composante semble être reliée au mélange turbulent dans la couche de mélange [24, 176], et est donc fortement influencée par le comportement laminaire, transitionnel ou turbulent de celle-ci [30, 80, 202].

3.2.1.2 Rayonnement d'ondes de Mach

Lorsque la vitesse de convection des structures turbulentes devient supersonique, une nouvelle composante de bruit, appelée rayonnement d'ondes de Mach, est observée sur les spectres acoustiques dans la direction aval [88, 173, 196]. Cette composante de bruit est directive, et l'angle de radiation par rapport à la direction de l'écoulement est généralement estimé par

$$\phi = \arccos(1/M_c)$$

où M_c est le nombre de Mach de convection des structures turbulentes. L'angle de rayonnement des ondes de Mach augmente donc avec le nombre de Mach de convection des structures turbulentes. La source reliée à cette composante de bruit est non-compacte [11, 196] et est très efficace acoustiquement [9].

Pour illustrer cette composante, une photographie Schlieren, réalisée par Clemens & Paul [40] pour un jet d'hélium à Mach 2, est reproduite sur la figure 3.5. Sur cette figure, le rayonnement d'ondes de Mach prend la forme d'ondes quasi-planes à l'extérieur du jet.

Pour les jets supersoniques à haut nombre de Reynolds, il est généralement difficile de distinguer en champ lointain la contribution du rayonnement d'ondes de Mach de celles des autres composantes du bruit de mélange car les spectres acoustiques sont large bande et la propagation des ondes acoustiques peut être non linéaire [60]. De plus, pour les jets froids autour de Mach 2, la directivité des ondes de Mach et de la composante de bruit de mélange rayonnant à 30° est similaire. Cependant, à l'aide d'un micro directionnel, Laufer *et al.* [91] distinguent deux composantes de bruit distinctes dans la direction de propagation des ondes de Mach pour un jet froid à Mach 2.47. La première est rayonnée avant la fin du cône potentiel, tandis que la seconde est plus basse fréquence et est localisée après le cône potentiel. Panda & Seasholtz [129] retrouvent aussi deux composantes de bruit dans la direction aval pour un jet froid à Mach 1.8. En utilisant des corrélations, ils attribuent la composante avant la fin du cône potentiel au rayonnement d'ondes de Mach, et celle après la fin du cône potentiel à la composante de bruit de mélange aussi observée dans les jets

subsoniques.

Pour prédire la fréquence et la directivité des ondes de Mach, Tam & Burton [177] et Tam & Hu [180] considèrent un jet rond localement parallèle et modélisent les structures turbulentes de la couche de mélange par des ondes d'instabilité $\hat{p}$ se propageant dans la direction axiale :

$$\hat{p} = A_p \Phi(r) e^{(\omega t - kz + n\theta)} \quad (3.3)$$

où A_p est l'amplitude de l'onde, $\Phi(r)$ sa fonction propre, ω sa pulsation, $k = k_r + ik_i$ son nombre d'onde axial et n son mode azimutal. Pour un jet rond supersonique avec une couche de mélange infiniment mince, ils montrent que les ondes d'instabilité linéaires peuvent rayonner sous forme d'ondes de Mach si leur vitesse de phase $v_\phi = \omega/k_r$ est supersonique par rapport à la vitesse du son dans le milieu ambiant c_∞ . La directivité ϕ du rayonnement d'onde de Mach par rapport à la direction de l'écoulement est alors estimée par [178] :

$$\phi = \arccos(c_\infty/v_\phi)$$

Cette modélisation linéaire du rayonnement d'ondes de Mach a été comparée à des résultats expérimentaux [112, 153, 154, 178, 189] et des simulations numériques résolvant les équations de Navier-Stokes [115, 148] pour des jets avec des nombres de Mach d'éjection voisins de 2. Pour ces différents jets, la théorie linéaire estime correctement le pic de fréquence et la directivité du rayonnement associé aux ondes de Mach qui semblent être associées au mode de Kelvin-Helmholtz $n = 1$. De plus, Tam *et al.* [178] et Seiner *et al.* [153] ont montré que la contribution du rayonnement d'ondes de Mach liée aux modes d'instabilité linéaires acoustiques est faible. Cependant, la modélisation des structures turbulentes par les modes d'instabilité linéaires n'a été vérifiée que pour des jets initialement laminaires avec un faible nombre de Reynolds [112, 115, 148], pour lesquels un bon accord n'a été obtenu que pour la fréquence prédominante du mode $n = 1$. Pour un jet à haut nombre de Reynolds et à Mach 2, Seiner *et al.* [154] remarquent enfin que l'origine d'émission des ondes de Mach prédite par le modèle linéaire diffère de l'origine des sources acoustiques observées expérimentalement.

3.2.1.3 Influence des propriétés de la couche de mélange sur le bruit de mélange turbulent

Pour les jets subsoniques, le rayonnement acoustique du bruit de mélange est fortement modifié par la nature laminaire, transitionnel ou turbulent de la couche de mélange du jet en

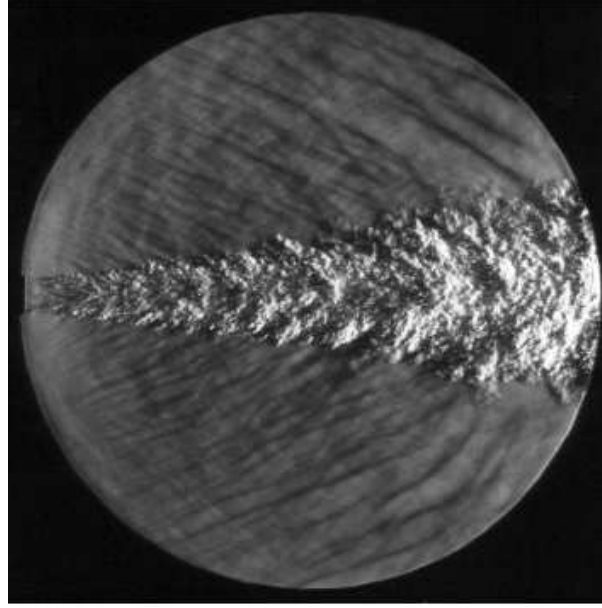


FIGURE 3.5 – Photographie Schlieren d’un jet d’hélium adapté avec un nombre de Mach d’éjection égal à 2 [40].

sortie de buse [30]. Puisque les composantes de bruit des jets subsoniques sont retrouvées dans les jets supersoniques, la nature de la couche de mélange initiale doit aussi influencer le bruit associé au mélange turbulent pour les jets supersoniques.

Les niveaux acoustiques à 40 diamètres de la buse [154] des trois jets à Mach 2, dont les caractéristiques aérodynamiques ont été présentées précédemment sur la figure 3.2, sont tracés sur la figure 3.6 en fonction de l’angle d’observation ϕ mesuré par rapport à la direction aval. Pour ces trois jets, on observe d’abord que le maximum est atteint pour $\phi \simeq 25^\circ$. A cet angle d’observation, le niveau acoustique des jets laminaire et transitionnel, respectivement à $Re = 7900$ et $Re = 70000$, est supérieur d’environ 4 dB au niveau acoustique du jet turbulent à $Re = 5.2 \times 10^6$.

Les spectres acoustiques de ces trois jets, mesurés par Seiner *et al.* [154], sont présentés dans la direction principale d’émission sur la figure 3.7 en valeur relative et en échelles linéaires. Pour les trois jets considérés, le nombre de Strouhal du maximum des spectres est situé autour de $St_e = 0.2$, mais la forme des spectres est assez différente. Le spectre du jet laminaire, observé sur la figure 3.7(a), est tonal, et la première harmonique est visible à $St_e \simeq 0.4$. Les spectres des jets transitionnel et turbulent, à $Re = 70000$ et $Re = 5.2 \times 10^6$, sont tracés respectivement sur les figures 3.7(b) et 3.7(c). A cause des effets non linéaires, ils sont plus large bande que le spectre du jet laminaire, et on ne distingue plus clairement

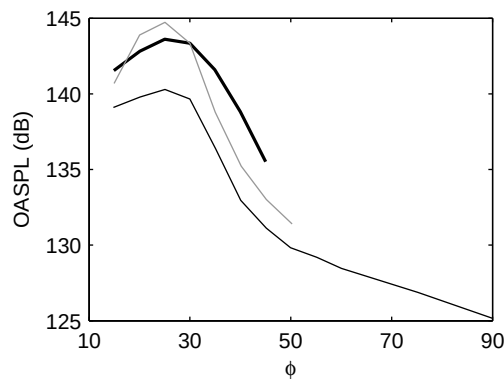


FIGURE 3.6 – Niveaux acoustiques en fonction de l’angle d’observation ϕ à 40 diamètres de la tuyère [154] : — $M_e = 2.1$, $Re = 7900$, — $M_e = 2.1$, $Re = 70000$ et — $M_e = 2.0$, $Re = 5.2 \times 10^6$, où M_e est le nombre de Mach d’éjection et Re est le nombre de Reynolds.

la contribution de la première harmonique à $St_e = 0.4$. Enfin, la contribution des hautes fréquences semble plus importante sur le spectre du jet turbulent.

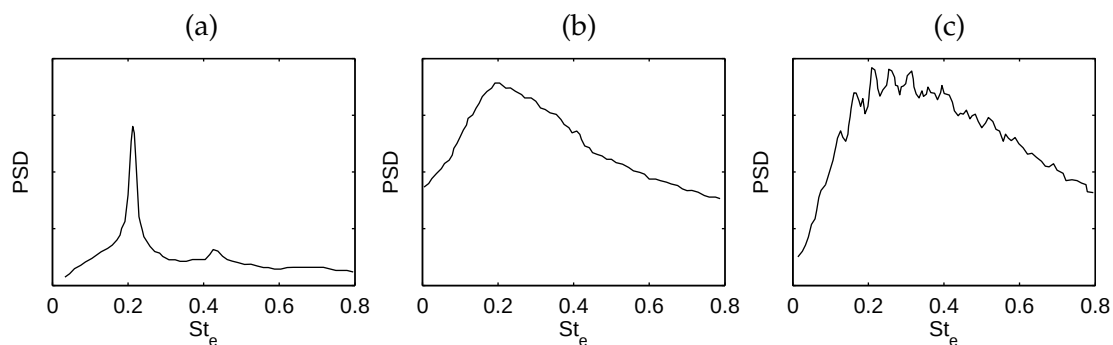


FIGURE 3.7 – Spectres acoustiques représentés en fonction du nombre de Strouhal St_e dans la direction principale d’émission d’après Seiner *et al.* [154] : (a) $M_e = 2.1$, $Re = 7900$, (b) $M_e = 2.1$, $Re = 70000$, et $M_e = 2.0$, $Re = 5.2 \times 10^6$, où M_e est le nombre de Mach d’éjection et Re est le nombre de Reynolds. Les spectres sont tracés en valeur relative et en échelles linéaires.

3.2.1.4 Influence de la température sur le bruit de mélange turbulent

Seiner *et al.* [155] ont étudié l’influence de la température sur le bruit produit par des jets supersoniques adaptés avec un nombre de Mach d’éjection égal à 2 et avec une température de réservoir variant de 313 à 1534 K. Le maximum du niveau de bruit en champ lointain augmente de 5 dB et son angle de radiation ϕ passe de 35° à 55° lorsque la température de réservoir augmente de 313 à 1114 K. Les variations de ϕ sont attribuées par Tam *et al.* [178] à une augmentation du nombre de Mach de convection des structures turbulentes, et donc de

l'angle de rayonnement des ondes de Mach. Cependant, pour des températures de réservoir plus élevées, le maximum du niveau de bruit diminue légèrement et sa directivité reste voisine de 55° . A 90° par rapport à la direction de l'écoulement, le niveau de bruit augmente d'environ 10 dB lorsque la température de réservoir varie de 313 K à 1534 K.

3.2.2 Bruits d'interactions choc-turbulence

Pour les jets supersoniques non adaptés, deux composantes de bruit produites lors des interactions entre le réseau de cellules de choc et la turbulence présente dans la couche de mélange ont été identifiées : une composante large-bande et une composante tonale appelée screech [173].

3.2.2.1 Bruit d'interactions choc-turbulence large bande

En champ proche, la fréquence centrale de la composante large-bande augmente avec la position axiale [156]. Cette tendance peut, par exemple, être observée sur la figure 3.8 où ont été reproduites les mesures acoustiques réalisées par Seiner & Yu [156] pour un jet rond sur-détendu à $5.4r_e$ de l'axe et aux positions axiales $z = 0, 6, 10$ et $14r_e$. En champ lointain, cette composante de bruit est observée expérimentalement principalement dans les directions amont et transverse à l'écoulement [185]. Sa fréquence centrale diminue lorsque l'angle d'observation augmente [124], et son niveau semble être proportionnel à $|M_e^2 - M_j^2|^2$ pour $0.4 < \sqrt{|M_e^2 - M_j^2|} < 1$ [185].

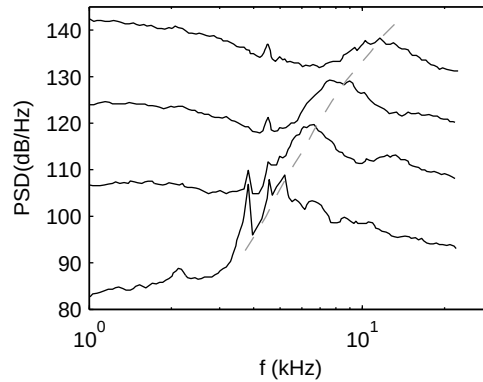


FIGURE 3.8 – Mesures acoustique en champ proche d'après Seiner & Yu [156] à 5.4 rayons de l'axe pour un jet avec un nombre de Mach et une pression d'éjection de $M_e = 1.45$ et de $p_e = 0.79p_\infty$; — de bas en haut : $z = 0, z = 6r_e, z = 10r_e$ et $z = 14r_e$; --- composante du bruit d'interactions choc-turbulence large bande identifiée par Seiner & Yu [156].

Harper-Bourne & Fisher [70] modélisent cette composante de bruit à l'aide d'une succession de sources ponctuelles cohérentes entre elles et situées au niveau de la pénétration des cellules de choc dans la couche de mélange. Dans ce modèle, le poids donné aux sources ponctuelles diffère en fonction de la cellule de choc. En champ lointain, ces auteurs estiment la fréquence centrale f_{shock} du bruit d'interactions choc-turbulence par :

$$f_{shock} = \frac{Nu_c}{L_{shock}(1 - M_c \cos \phi)}$$

où $N = 1, 2, \dots$ correspond au mode observé, L_{shock} est l'espacement moyen entre les chocs, u_c et M_c sont respectivement la vitesse de convection et le nombre de Mach de convection des structures turbulentes et ϕ est l'angle de rayonnement par rapport à la direction de l'écoulement. Le mode dominant sur les spectres acoustiques est généralement le mode $N = 1$, mais le mode $N = 2$ peut aussi être observé.

Une autre modélisation du mécanisme de génération de bruit entre la turbulence et les cellules de choc repose sur la théorie des instabilités linéaires [143, 183]. Par exemple, pour un jet circulaire, Tam & Tanna [183] modélisent le réseau d'onde de choc par une onde stationnaire, dont la forme est donnée par l'équation (3.1), et ils décrivent les structures cohérentes de la turbulence par des ondes d'instabilité linéaires se propageant dans la direction axiale, comme cela a été présenté précédemment pour le rayonnement d'ondes de Mach. Les interactions non linéaires entre le mode $m = 1$ des cellules de choc et l'onde d'instabilité produisent deux ondes se propageant à la pulsation ω avec les nombres d'ondes $k - k_s^1$ et $k + k_s^1$ [183]. Ces ondes rayonnent si leurs vitesses de phase $\omega / (k_r - k_s^1)$ et $\omega / (k_r + k_s^1)$ sont supersoniques par rapport au milieu ambiant. Tam & Tanna [183] considèrent que le rayonnement de l'onde se propageant à $\omega / (k_r - k_s^1)$ est plus important, et ils prédisent ainsi la fréquence centrale du bruit d'interactions choc-turbulence par :

$$f_{shock} = \frac{u_c}{L_{shock}(1 - M_c \cos \phi)}$$

où L_{shock} est ici estimée à partir du premier mode de guide d'onde donné par l'équation (3.2), et $u_c = \omega / k_r$ est la vitesse de phase de l'onde d'instabilité linéaire. Le modèle de Tam & Tanna [183] et celui d'Harper-Bourne & Fisher [70], pour le mode $N = 1$, prédisent donc la même la fréquence centrale du bruit d'interaction choc-turbulence en fonction de la directivité ϕ . Tam & Tanna [183] retrouvent aussi avec leur modèle la loi d'évolution du niveau du bruit d'interaction choc-turbulence en $|M_e^2 - M_j^2|^2$ si $|M_e^2 - M_j^2| < 1$.

3.2.2.2 Le bruit de screech

Lorsque la couche de mélange en sortie de buse est suffisamment réceptive à l'excitation acoustique de la composante du bruit d'interaction choc-turbulence se propageant dans la direction amont, une boucle de rétroaction peut se produire entre les structures turbulentes de la couche de mélange, le réseau d'ondes de choc et le rayonnement acoustique résultant de l'interaction choc-turbulence. La composante de bruit résultante, nommée bruit de screech, est tonale, et est observée principalement dans la direction amont par rapport à l'écoulement [123, 138]. De plus, à 90° par rapport à la direction de l'écoulement, la première harmonique du screech domine généralement le spectre acoustique [17, 123]. Dans le jet, le développement de la turbulence le long de la couche de mélange est forcée à la fréquence du fondamental du screech, et tout le jet oscille alors à cette fréquence [5, 17, 128]. Lors de l'interaction turbulence-ondes de choc, on constate une fuite des ondes de choc au travers de la couche de mélange par un phénomène appelé "shock leakage" [17, 165]. Une photographie Schlieren d'un jet rectangulaire soumis au screech [141] est reproduite sur la figure 3.9. Les différents éléments de la boucle de rétroaction y sont détaillés. On distingue en 1 le mode d'instabilité du jet, en 2 l'onde acoustique issue de l'interaction choc-turbulence, en 3 l'onde acoustique se propageant vers l'amont et en 4 la réceptivité de la couche de mélange au niveau de la lèvre de la tuyère.

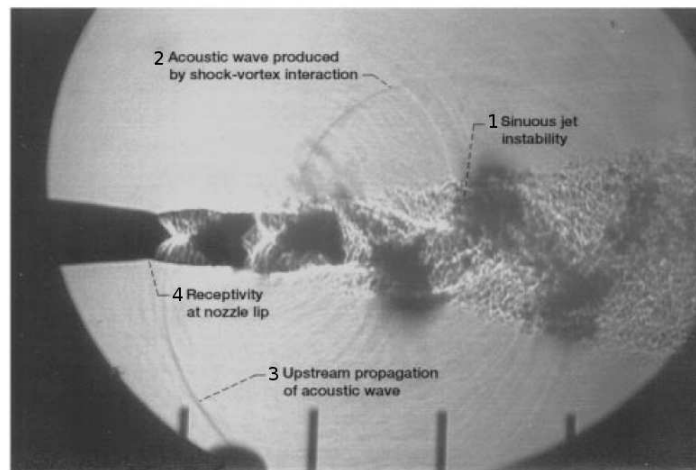


FIGURE 3.9 – Photographie Schlieren d'un jet rectangulaire soumis au screech d'après [141]. 1 : mode d'instabilité antisymétrique, 2 : onde acoustique produite par l'interaction choc-turbulence, 3 : onde acoustique se propageant vers l'amont et 4 : réceptivité acoustique de la couche de mélange au niveau de la lèvre de la tuyère

La fréquence du fondamental du screech diminue avec le nombre de Mach adapté équivalent M_j [138, 182]. Tam *et al.* [182] montrent de plus que cette fréquence coïncide avec la fréquence centrale du bruit d'interaction choc-turbulence large bande se propageant dans la direction amont, ce qui leur permet d'estimer la fréquence du screech pour les jets circulaires par [182] :

$$f_{up} = \frac{u_c}{L_{shock}(1 + M_c)}$$

Cependant, des sauts de la fréquence du screech sont observés expérimentalement lorsque le nombre de Mach M_j augmente [136, 138, 139]. L'évolution de la fréquence du screech en fonction du nombre de Mach adapté M_j pour des jets ronds est reproduite sur la figure 3.10 à partir des mesures de Powell *et al.* [139]. Ces auteurs ont regroupé les différentes fréquences selon plusieurs modes et ont utilisé la répartition azimutale du rayonnement acoustique dans la direction amont pour les différencier. Pour un nombre de Mach M_j faible, le rayonnement acoustique du screech dans la direction amont est principalement axisymétrique. Ces modes de screech sont appelés modes $A1$ et $A2$. Lorsque le nombre de Mach augmente, un saut de fréquence est observé autour de $M_j = 1.2$. Le mode correspondant est appelé mode B , et semble être lié à un mode de battement du jet. Ensuite, au voisinage de $M_j = 1.4$, un nouveau saut de fréquence est constaté. Après ce nombre de Mach, le rayonnement du screech est hélicoïdal, et Powell *et al.* [139] désignent ce mode par la lettre C . Enfin un dernier saut de fréquence est visible entre $M_j = 1.6$ et $M_j = 1.65$. Ce mode, dénommé mode D , semblent aussi être un mode de battement du jet. Pour le passage du mode C et au mode D , Umeda & Ishii [190] ont remarqué la présence d'un cycle d'hystérésis. Sur les spectres acoustiques mesurés dans la direction amont de jets soumis au screech, différents auteurs [136, 139] ont noté des pics à des fréquences différentes du fondamental et des harmoniques du screech. Ces composantes, appelées modes secondaires par Powell *et al.* [139], sont reproduites en gris sur la figure 3.10. Les modes secondaires $a1$, b , c et d sont a priori associés aux modes principaux $A1$, B , C et D , et ont une répartition azimutale similaire à ces derniers [190]. Par contre, le mode secondaire u est hélicoïdal, mais ne semble pas être relié à un mode principal du screech [190].

3.2.2.3 Paramètres influençant le bruit de screech

Le bruit de screech est sensible à de nombreux paramètres. Ponton & Seiner [136] ont par exemple remarqué que l'épaisseur de la lèvre de la tuyère modifie le niveau du screech ainsi que la position des sauts de mode. De plus, ils ont constaté une disparition du screech pour

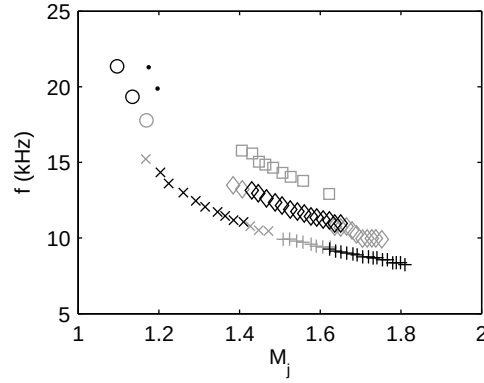


FIGURE 3.10 – Evolution de la fréquence du screech en fonction du nombre de Mach adapté équivalent M_j d'après Powell *et al.* [139]. Modes principaux : o A1, · A2, × B, ◇ C, + D, et modes secondaires o a1, × b, ◇ c, + d et □ u.

des jets provenant d'une tuyère convergente, c'est-à-dire avec un nombre Mach d'éjection M_e égal à 1, et possédant un nombre de Mach adapté équivalent M_j élevé [136]. Le nombre de Mach adapté M_j de disparition du screech trouvé expérimentalement par Ponton & Seiner [136] semble être inférieur à 2 pour un jet rond. Raman [141] explique ce phénomène par une absence de la boucle de rétroaction qu'il attribue à une diminution de la réceptivité de la couche de mélange lorsque la différence de pression statique entre la sortie de la tuyère et le milieu ambiant est trop élevée. Cependant, même si la boucle de rétroaction semble être supprimée, le maximum des spectres acoustiques au niveau de la buse restent toujours à une fréquence proche de celle du screech. Enfin, en utilisant des tuyères convergente-divergente, c'est-à-dire permettant d'avoir un nombre de Mach d'éjection M_e supérieur à 1, Abdel-Fattah [1] retrouve la fréquence du fondamental du screech sur les spectres acoustiques de jets sur et sous-détendus ayant une pression de réservoir pouvant aller jusqu'à 60 bar.

La fréquence du fondamental ainsi que le niveau du screech semblent enfin significativement diminuer lorsque la température de réservoir du jet augmente [108, 147]. Massey *et al.* [107] ont par ailleurs observé expérimentalement une disparition du mode de battement B pour des jets axisymétriques ayant une température de réservoir élevée.

3.2.2.4 Exemple de spectres acoustiques mesurés en champ lointain pour un jet supersonique non adapté

Afin d'illustrer la contribution des différentes composantes de bruit, les spectres acoustiques mesurés en champ lointain par Norum & Seiner [124] pour un jet rond à $M_e = 1.5$ et

$M_j = 1.67$ sont reproduits sur la figure 3.11. Dans la direction aval, à $\phi = 60^\circ$, on distingue une composante de bruit basse fréquence indiqué par la lettre A, que Tam [173] relie au bruit de mélange turbulent. Au même angle, une autre composante de bruit est observée dans les plus hautes fréquences. Lorsque l'angle ϕ augmente, cette composante se décale dans les basses fréquences. Tam [173] identifie cette composante, notée B à $\phi = 75^\circ$, comme la contribution du bruit d'interaction choc-turbulence large bande. Finalement la composante tonale, observée à $\phi = 105, 135$ et 150° et notée C, est attribuée au bruit de screech par Tam [173].

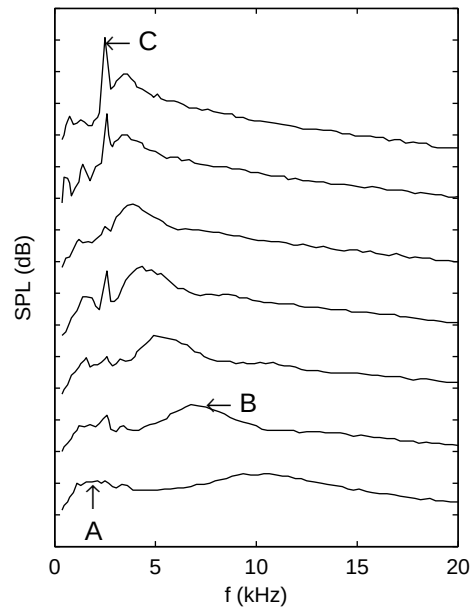


FIGURE 3.11 – Spectres acoustiques en champ lointain en fonction de l'angle d'observation ϕ mesurés par Norum & Seiner [124] pour un jet à $M_e = 1.5$ et $M_j = 1.67$; de bas en haut : $\phi = 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 120^\circ, 135^\circ$ et 150° . D'après Tam [173] : A : bruit de mélange turbulent, B : bruit d'interactions choc-turbulence large bande et C : bruit de screech.

3.3 Conclusion

Dans cette partie, la structure de l'écoulement des jets supersoniques a d'abord été présentée, puis les différentes composantes de bruit habituellement observées dans ce type de jets ont été décrites. Concernant les jets propulsifs qui sont caractérisés par un nombre de Mach d'éjection et une température réservoir élevés, on s'attend à une forte contribution du rayonnement d'ondes de Mach [178, 196], et, dans la direction amont, à une composante de bruit à la fréquence du bruit screech [1].

Chapitre 4

Caractérisation du champ aérodynamique d'un jet rond à Mach 3.30 obtenu par simulation des grandes échelles

Une simulation des grandes échelles est réalisée pour un jet sur-détendu, initialement laminaire, et possédant un nombre de Mach d'éjection de 3.30, et une pression et une température de réservoir de 28.6×10^5 Pa et 1144 K. Les paramètres de simulation ainsi que les méthodes numériques employées sont d'abord présentés, puis des visualisations des champs instantanés de pression, du gradient de la densité et de la vorticité sont montrées. Ensuite, le champ moyen est décrit, et comparé aux données disponibles dans la littérature [124,189,192]. Dans une quatrième partie, la turbulence le long de la couche de mélange est caractérisée en utilisant notamment une analyse de Fourier bidimensionnelle. Enfin, le développement de la turbulence pour le jet simulé est comparé au modèle linéaire de Tam *et al.* [178].

4.1 Paramètres de simulation

4.1.1 Conditions d'éjection du jet

Un jet sur-détendu avec un nombre de Mach d'éjection M_e de 3.30, une température d'éjection T_e de 360 K et une pression statique d'éjection p_e de 0.5×10^5 Pa est considéré. La

pression et la température de réservoir du jet sont respectivement égales à $p_0 = 28.6 \times 10^5$ Pa et $T_0 = 1144$ K. L'écoulement est introduit dans le domaine de calcul à l'aide d'une tuyère cylindrique de rayon $r_e = 1.6\text{ mm}$, de longueur $l = 0.5r_e$ et d'épaisseur $e = 0.05r_e$. Un profil laminaire de Blasius est imposé pour la vitesse axiale moyenne dans la buse :

$$\frac{\langle u_z \rangle}{u_e} = \begin{cases} \eta(2 - 2\eta^2 + \eta^3) & \text{si } \eta < 1 \\ 1 & \text{si } \eta \geq 1 \end{cases}$$

où $\langle u_z \rangle$ est la vitesse moyenne axiale, $u_e = 1255 \text{ m.s}^{-1}$ est la vitesse d'éjection du jet, et η est la distance à la paroi normalisée par l'épaisseur de couche limite δ , avec $\delta = 0.05r_e$. La pression statique moyenne $\langle p \rangle$ est rappelée vers p_e dans la buse et la densité moyenne $\langle \rho \rangle$ est estimée à l'aide de la relation de Crocco-Busemann :

$$\langle \rho \rangle = \left[\frac{1}{\rho_w} - \left(\frac{1}{\rho_w} - \frac{1}{\rho_e} \right) \frac{\langle u_z \rangle}{u_j} - \frac{\gamma - 1}{2} M_e^2 \left(\frac{\langle u_z \rangle}{u_j} - 1 \right) \frac{\langle u_z \rangle}{u_j} \right]^{-1}$$

où ρ_w est la densité à la paroi de la buse et $\rho_e = p_e / (rT_e)$ est la densité d'éjection. A la paroi, des conditions de non glissement et d'adiabaticité sont utilisées. La densité ρ_w peut donc être exprimée à l'aide de la température d'arrêt isentropique T_0 :

$$\rho_w = \frac{p_e}{rT_0}$$

Le nombre de Reynolds Re calculé à partir des conditions d'éjection du jet vaut 0.94×10^5 . Dans la tuyère, des fluctuations aléatoires de pression sont introduites, conduisant à des fluctuations de vitesse de l'ordre de 0.3% de la vitesse d'éjection en sortie de buse. A cause du faible niveau des fluctuations, le jet simulé est considéré comme initialement laminaire.

Le milieu extérieur est initialement au repos avec une température T_∞ de 293 K et une pression statique p_∞ de 10^5 Pa. Dans tout le domaine de calcul, le gaz considéré est de l'air dont le rapport des chaleurs spécifiques γ et le nombre de Prandtl sont constants et respectivement égaux à 1.4 et 0.7.

Dans la littérature, les jets sur-détendus ou sous-détendus sont généralement décrits à partir des conditions de sortie du jet adapté équivalent [174]. Le jet adapté équivalent est défini par les mêmes température et pression d'arrêt que le jet non adapté mais avec une pression statique p_j en sortie de buse égale à la pression du milieu ambiant. Pour le jet considéré, les grandeurs d'éjection du jet adapté équivalent sont un nombre de Mach M_j de 2.83, une vitesse d'éjection u_j de 1190 m.s^{-1} , une température d'éjection T_j de 439 K et un rayon $r_j = 0.81r_e$.

Des mesures aérodynamiques et acoustiques ont été réalisées par Varnier & Gély [192] pour un jet avec des conditions de sortie similaires sur le banc Martel du LEA Poitiers. Le

	M_e	p_e	T_e	Re
Jet simulé	3.30	0.50×10^5 Pa	360 K	0.94×10^5
Varnier & Gély [192]	3.27	0.51×10^5 Pa	359 K	17.5×10^5

TABLE 4.1 – Conditions d’éjection des jets dans le calcul LES et dans l’expérience de Varnier & Gély : nombre Mach M_e , pression statique p_e , température T_e et nombre de Reynolds Re .

nombre de Reynolds du jet de Varnier & Gély [192] est de 17.5×10^5 , ce qui est vingt fois plus élevé que le nombre de Reynolds de la simulation. Les paramètres d’éjection du jet simulé et du jet étudié à Poitiers sont donnés dans le tableau 4.1.

4.1.2 Méthodes numériques

Les équations de Navier-Stokes instationnaires et compressibles sont résolues dans le système de coordonnées cylindriques à l’aide de la simulation des grandes échelles (LES). L’expression des équations de Navier-Stokes dans ce repère est détaillée dans l’annexe C.

Les dérivées spatiales dans les directions axiale et radiale sont calculées avec le schéma optimisé centré sur 11 points FDo11p de Bogey & Bailly [20] pour les points intérieurs et avec les schémas décentrés de Berland *et al.* [18] aux frontières du domaine de calcul. La méthode de saut de l’axe de Mohseni & Colonius [114] est utilisée pour s’affranchir de la résolution de la singularité à l’origine et, dans la direction azimutale, la méthode de déraffinement artificielle et progressive présentée dans le chapitre 1 est appliquée. Le schéma de dérivation utilisé pour les flux azimutaux est présenté en fonction de la distance à l’axe dans le tableau 4.2. L’intégration temporelle des flux Eulériens est réalisée avec l’algorithme de Runge-Kutta optimisé RK2 [20]. Les flux de chaleur et les flux visqueux sont intégrés uniquement à la dernière étape du Runge-Kutta. Le filtre sélectif et optimisé SFo11p [28] est appliqué sur les points intérieurs du domaine de calcul comme filtre de Relaxation de la méthode LES [25] et pour supprimer les oscillations maille-à-maille. Aux frontières du domaine, les filtres décentrés développés par Berland *et al.* [18] sont implémentés. Pour une résolution azimutale effective inférieure ou égale à 64 points, un filtre classique d’ordre 6 est de plus employé en tenant compte de la résolution azimutale effective. Pour les différents filtres, le niveau de filtrage σ est constant et égal à 0.99.

Aux frontières du domaine de calcul, des conditions de non réflexion acoustique [19] sont implémentées pour les variables fluctuantes, et une zone éponge est construite en sortie d’écoulement entre $n_z - 60$ et n_z , où n_z est le nombre de point dans la direction axiale, grâce à

un étirement du maillage dans la direction axiale et à l'application d'un filtre Laplacien dans les trois directions. Pour éviter une dérive du champ moyen, les variables sont rappelées vers les quantités d'éjection dans la buse et vers une solution auto-similaire dans la zone éponge. Enfin, au niveau des frontières acoustiques, la densité et la pression sont rappelées vers la solution de Bernoulli.

Ces différentes méthodes numériques ont été implémentées avec succès dans des calculs LES de jets ronds subsoniques [23, 24] et d'un jet plan supersonique [17].

Distance r par rapport au centre	Résolution effective	Schéma utilisé
$\Delta r/2$	8 points	api24
$3\Delta r/2$	16 points	api48
$5\Delta r/2$ à $7\Delta r/2$	32 points	api816
$9\Delta r/2$ à $15\Delta r/2$	64 points	api1632
$r \geq 17\Delta r/2$	128 points	FDo11p

TABLE 4.2 – Résolution effective proche de l'axe et schémas de dérivation utilisés dans la direction θ .

Afin de supprimer les oscillations de Gibbs au voisinage des chocs, la procédure de capture de choc présentée précédemment dans le chapitre 2, est utilisée avec le filtre optimisé Fopt, un seuil $r_{th} = 10^{-5}$ et le détecteur calculé à partir de la dilatation. En cylindrique, la dilatation Θ s'écrit :

$$\Theta = \frac{r\partial u_r}{r\partial r} + \frac{\partial u_\theta}{r\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

Le détecteur r est ici estimé par :

$$r = \frac{D\Theta_i^{mag}}{(c/(r\Delta r\Delta\theta\Delta z)^{1/3})^2}$$

où Δr , $\Delta\theta$ et Δz sont respectivement les tailles des mailles dans les directions radiale, azimutale et axiale.

Le maillage contient $n_r \times n_\theta \times n_z = 256 \times 128 \times 840 = 28$ millions de points, où n_r , n_θ et n_z sont les nombres de points dans les directions radiale, azimutale et axiale. Il est uniforme dans la direction azimutale avec un pas $\Delta\theta$ de $2\pi/n_\theta$. Les évolutions de la taille des mailles dans les directions radiale et axiale sont données sur la figure 4.1. Dans la direction radiale sur la figure 4.1(a), le maillage est le plus fin au niveau de la lèvre de la tuyère

avec $\Delta r = 0.0072r_e$ puis étiré jusqu'à $\Delta r = 0.1r_e$ à $r = 3.5r_e$. Au voisinage de la frontière radiale du domaine de calcul, le maillage est étiré de nouveau jusqu'à $r = 16.5r_e$ où des conditions de non réflexion sont implémentées [19]. Dans la direction axiale, la taille des mailles est constante dans la tuyère avec $\Delta z = 0.029r_e$. Le maillage est ensuite étiré jusqu'à $\Delta z = 0.074r_e$ en $z = 7.5r_e$. Enfin, la taille des mailles est une dernière fois étirée à partir de $z = 52r_e$ afin de construire la zone éponge en sortie.

Le calcul a été effectué sur un processeur de NEC SX-8, et a nécessité 10 Go de mémoire et 120000 itérations. La durée du calcul est d'environ 500 heures CPU.

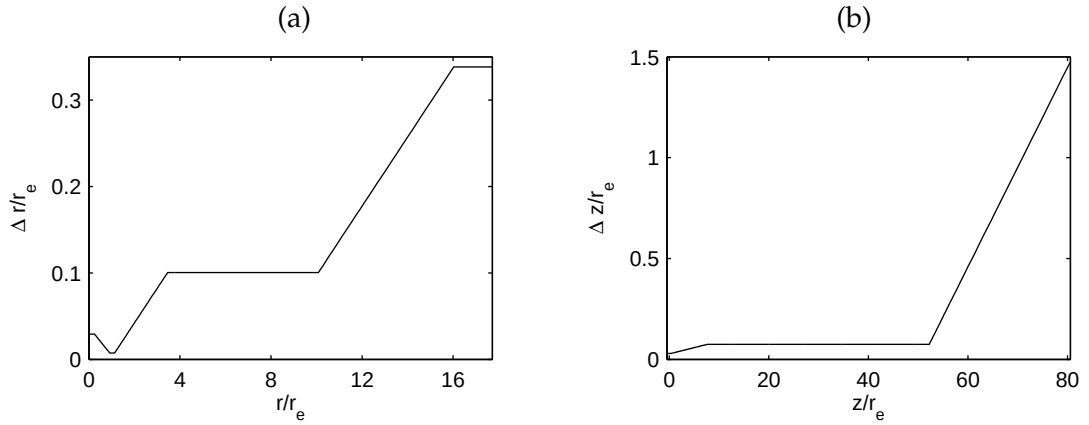


FIGURE 4.1 – Tailles des mailles pour le calcul LES : (a) dans la direction radiale et (b) dans la direction axiale.

4.2 Champs instantanés

Les champs instantanés de la vorticité azimutale, de la norme du gradient de la densité et de la pression fluctuante p' sont présentés sur la figure 4.2(a) pour $z/r_e \leq 15$ et $-3 \leq r/r_e \leq 3$ et sur la figure 4.2(b) pour l'ensemble du domaine de calcul de l'écoulement.

Au voisinage de la tuyère, la structure des cellules de choc peut être observée sur la figure 4.2(a) grâce à la norme du gradient de la densité. Les lignes de glissement provenant de l'interaction choc-choc [77] sont visibles sur l'axe du jet à $z \simeq 7r_e$. Le développement de la turbulence et l'épaississement de la couche de mélange peuvent aussi être remarquées sur la figure 4.2(a). Enfin, plus en aval, l'écoulement est pleinement turbulent sur la figure 4.2(b).

Concernant la pression fluctuante, des ondes acoustiques de forte amplitude sont attachées à la couche de mélange sur la figure 4.2(a). Sur la figure 4.2(b), ces ondes se propagent vers l'aval, et ressemblent à des ondes de Mach. Enfin, des ondes acoustiques de plus faible amplitude et se propageant dans la direction amont sont aussi visibles sur la fig-

ure 4.2(b).

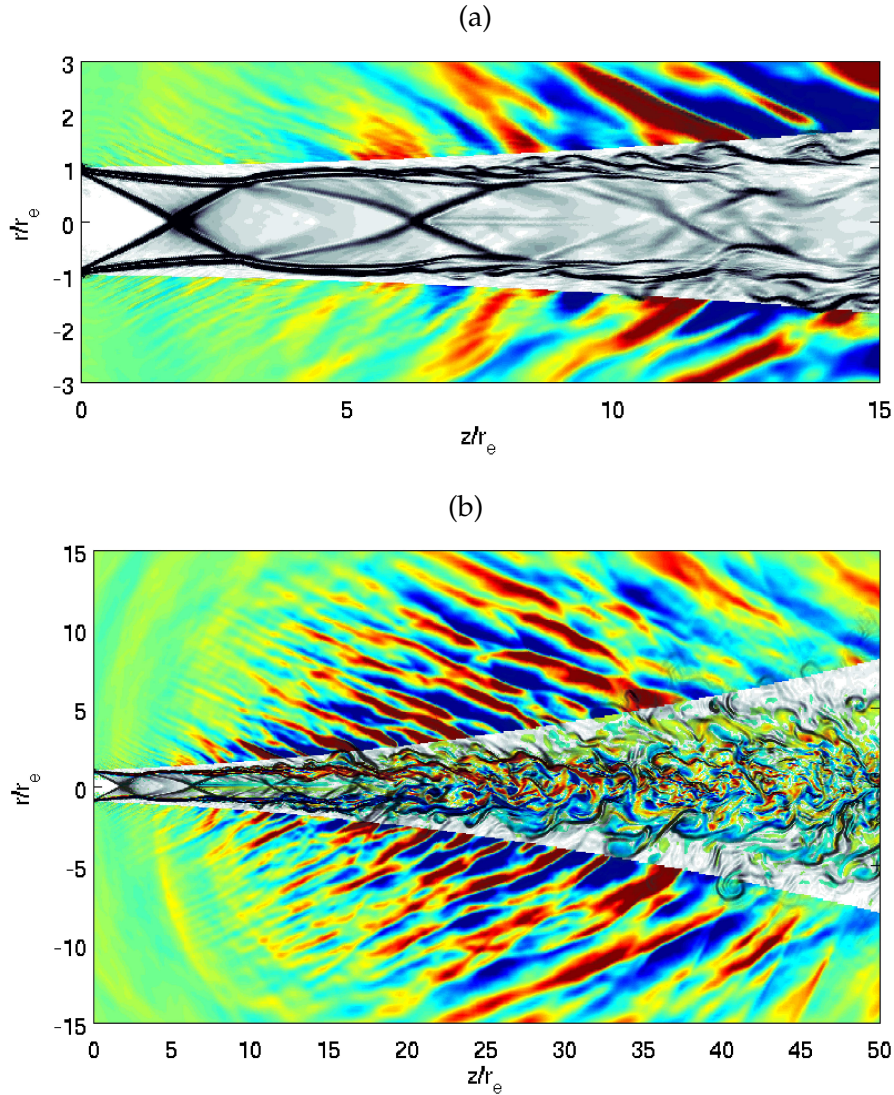


FIGURE 4.2 – Cartographies dans le plan (z, r) : (a) norme du gradient de la densité en échelle de gris et pression fluctuante p' en échelle de couleur et (b) norme du gradient de la densité en échelle de gris, vorticité azimutale en échelle de couleur dans le jet et pression fluctuante p' en échelle de couleur en dehors du jet. Pour la pression fluctuante, les niveaux de couleur varient entre -5000 et 5000 Pa.

4.3 Propriétés du champ moyen

Les variations axiales de l'inverse de la vitesse moyenne sur l'axe u_{axis} et de la demi-largeur du jet $\delta_{0.5}$ sont tracées sur la figure 4.3. La demi-largeur du jet est définie par $\langle u_z \rangle(\delta_{0.5}) = 0.5u_{axis}$, où $\langle u_z \rangle$ est la vitesse axiale moyenne. Les fins du cône potentiel et du

cône supersonique sont définies ici par $u_{axis} = 0.9u_e$ et $u_{axis} = c$, où c est la vitesse locale du son. Elles sont respectivement situées à $z = 20r_e$ et $z = 36r_e$. Par comparaison, pour le jet expérimental réalisé sur le banc MARTEL avec des conditions de sortie similaires [192], les fins du cône potentiel et du cône supersonique ont été trouvées à 24 et 50 rayons de la tuyère, ce qui est comparable aux résultats numériques. Entre $z = 0$ et $z = 25r_e$, la vitesse moyenne sur l'axe ainsi que la demi-largeur du jet sont modulées par les cellules de choc. En aval de cette dernière position, le développement du jet est rapide, et les variations axiales de u_e/u_{axis} et de $\delta_{0.5}/r_e$ sont presque linéaires.

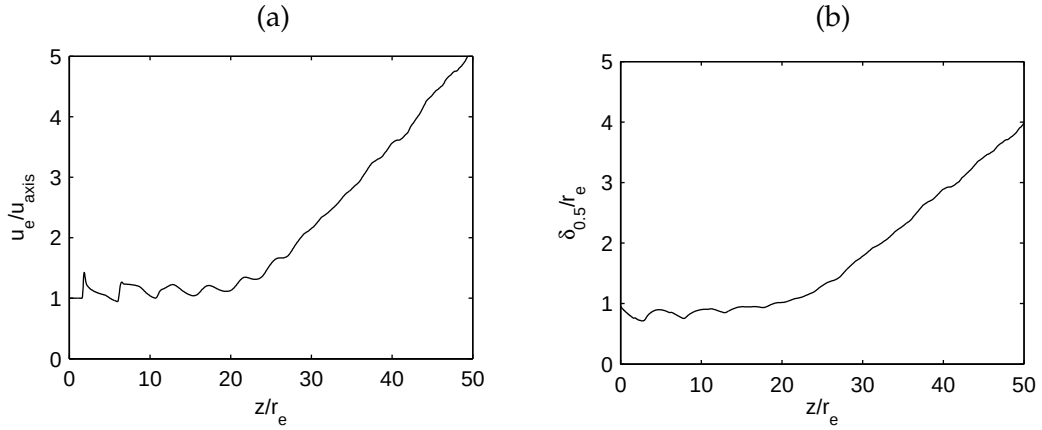


FIGURE 4.3 – Variations de (a) l'inverse de la vitesse moyenne longitudinale u_{axis} le long de l'axe du jet et de (b) la demi-largeur du jet $\delta_{0.5}$.

Les variations de la pression statique moyenne $\langle p \rangle$ sur l'axe du jet sont représentées sur la figure 4.4(a). Six cellules de choc résultant de l'adaptation des conditions de sortie du jet aux conditions du milieu ambiant sont visibles. L'évolution de la pression statique sur l'axe est maintenant comparée aux mesures de Norum & Seiner [124] sur la figure 4.4(b). Le jet étudié par ces auteurs est aussi sur-détendu avec un nombre de Mach d'éjection M_e de 2. Pour la comparaison, les variations de pression normalisée $(\langle p \rangle - p_j)/|p_e - p_j|$ sont représentées en fonction de $(z - z_1)/L_1$, où z_1 est la position du premier choc et L_1 est la longueur de la première cellule de choc. Les grandeurs utilisées pour la normalisation sont données dans le tableau 4.3. La forme du profil de pression du jet simulé correspond assez bien aux mesures de Norum & Seiner [124]. De plus, on remarque que la longueur des quatre premières cellules de choc est environ égale à L_1 .

Les variations de la demi-largeur du jet $\delta_{0.5}$ et de l'épaisseur de la couche de mélange b dans la direction axiale sont présentées sur la figure 4.5. L'épaisseur de la couche de mélange est définie ici par $b = r_{0.05} - r_{0.95}$, où $\langle u_z \rangle(r_{0.05}) = 0.05u_{axis}$ et $\langle u_z \rangle(r_{0.95}) = 0.95u_{axis}$. L'épaisseur de la couche de mélange est pratiquement constante de la sortie de la tuyère à

	M_e	M_j	$ p_e - p_j $	L_1
Simulation	3.30	2.83	0.5×10^5 Pa	$4.6r_e$
Expérience [124]	2	1.82	0.2×10^5 Pa	$3r_e$

TABLE 4.3 – Données utilisées pour la normalisation du jet calculé et du jet de Norum & Seiner [124] : nombre de Mach d'éjection M_e , nombre de Mach adapté équivalent M_j , différence entre la pression statique en sortie de buse et la pression du milieu ambiant $|p_e - p_j|$, et longueur de la première cellule de choc L_1 .

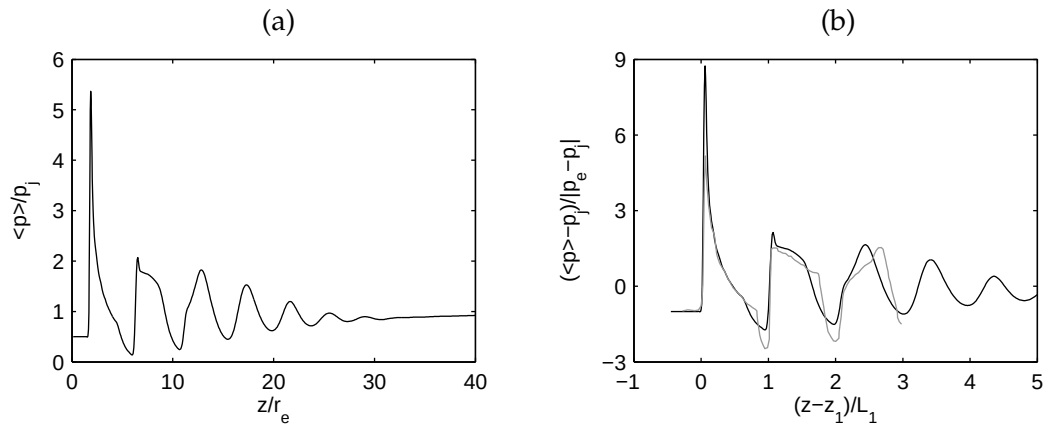


FIGURE 4.4 – Variations de la pression statique moyenne $\langle p \rangle$ le long de l'axe du jet (a) en fonction de la position axiale z/r_e et (b) en fonction de $(z - z_1)/L_1$, où z_1 et L_1 sont respectivement la position du premier choc et la taille de la première cellule de choc : — jet calculé et — mesures de Norum & Seiner [124].

$z = 5r_e$ où elle vaut $b \simeq 0.15r_e$. A $z = 6r_e$, on observe un pic de l'épaisseur de la couche de mélange. Cette position correspond à la position du second choc sur l'axe d'après la figure 4.4(a), où la vitesse moyenne sur l'axe évolue fortement. Après cette position, l'épaisseur de la couche de mélange augmente, et on obtient $\delta_{0.5} = b/2$, indiquant de la fin du cône potentiel, à $z = 21r_e$. Cette valeur est en accord avec la longueur du cône potentiel estimée à $z \simeq 20r_e$ à partir des variations de la vitesse moyenne sur l'axe. L'évolution de la demi-largeur du jet et de l'épaisseur de la couche de mélange peuvent être comparées aux mesures de Troutt & McLaughlin [189], réalisées pour des jets à Mach 2 initialement laminaire, transitionnel et turbulent, et reproduites dans le chapitre précédent sur la figure 3.2. Dans la région du cône potentiel, les évolutions de $\delta_{0.5}$ et de b pour le jet calculé sont assez similaires à celles observées expérimentalement par ces auteurs pour un jet transitionnel à Reynolds 70000.

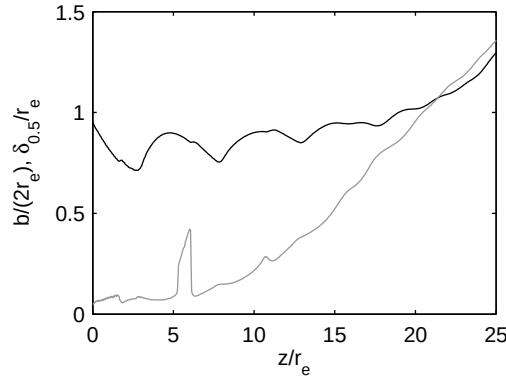


FIGURE 4.5 – Variations dans la direction axiale de — la demi-largeur du jet $\delta_{0.5}$ et — de l'épaisseur de la couche de mélange b .

4.4 Caractéristiques du champ turbulent

Le champ turbulent du jet est maintenant examiné. Les variations axiales des vitesses *rms* axiale, radiale et azimutale sont d'abord montrées sur la figure 4.6 en $r = 0$ et en $r = r_j$. Le long de l'axe du jet, sur la figure 4.6(a), l'amplitude des fluctuations de vitesse augmente par paliers dans le cône potentiel. Les maxima des vitesses *rms* axiale et radiale sont atteints autour de $z = 25r_e$ et ils sont respectivement égaux à 18% et 11% de la vitesse d'éjection. Le long de la couche de mélange sur la figure 4.6(b), les niveaux des vitesses *rms* sont d'abord faibles au voisinage de la tuyère, car le jet est initialement laminaire. Les niveaux des fluctuations de vitesse augmentent ensuite autour de $z = 6.5r_e$. Cette augmentation est plus forte

pour la vitesse axiale que pour les autres composantes. Après cette position, l'amplitude de la composante axiale de la vitesse rms est donc plus élevée que celle des composantes radiale et azimuthale. Pour le jet simulé, cette différence de niveau peut être en partie liée aux effets compressibles [54]. Les positions des pics diffèrent aussi selon les composantes de la vitesse le long de la couche de mélange. Le maximum de la composante rms axiale est situé vers $z = 12r_e$, tandis que les maxima des composantes radiale et azimuthale sont atteints après le cône potentiel, vers $z = 25r_e$. Finalement, des similarités pour l'évolution des vitesses rms le long de l'axe et de la couche de mélange du jet peuvent être observées avec les mesures réalisées par Alkislár *et al.* [5] sur un jet rectangulaire soumis au screech.

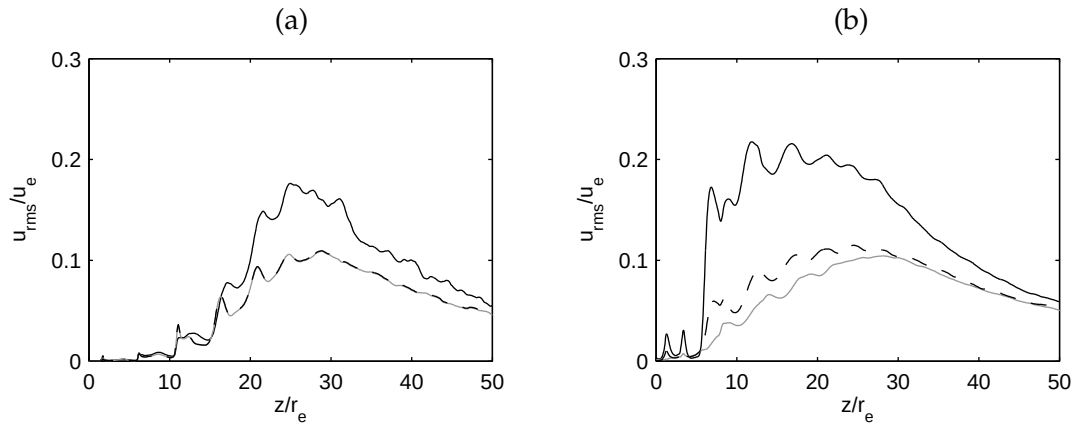
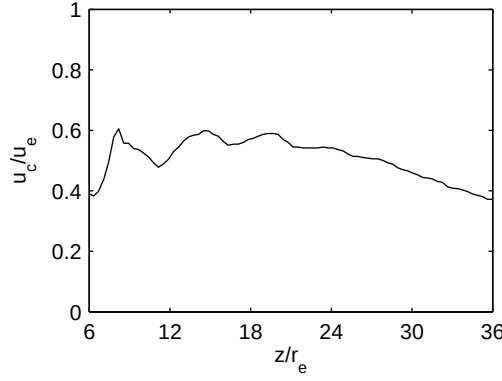


FIGURE 4.6 – Variations des quantités rms — de la vitesse axiale, --- de la vitesse azimuthale et — de la vitesse radiale, le long (a) de l'axe du jet et (b) de la ligne $r = r_j$.

L'évolution de la vitesse de convection u_c des structures turbulentes le long de la ligne $r = r_j$ entre $z = 6r_e$ et $z = 36r_e$ est présentée sur la figure 4.7. La vitesse de convection a été calculée à l'aide des corrélations entre les fluctuations de la vitesse axiale. Entre $z = 6r_e$ et la fin du cône potentiel, la vitesse de convection est comprise entre $0.4u_e$ et $0.6u_e$ et elle est fortement modulée par la présence des cellules de choc. La vitesse de convection moyenne estimée entre $z = 6r_e$ et $z = 20r_e$ est égale à $0.53u_e$, ce qui correspond aux valeurs usuelles pour les jets axisymétriques [167]. Vers la fin du cône potentiel, la vitesse de convection vaut $0.6u_e$ avant de décroître.

Une transformée de Fourier bidimensionnelle en temps et dans la direction azimuthale est maintenant appliquée à la vitesse axiale fluctuante $u'_z = u_z - \langle u_z \rangle$. La densité spectrale de puissance bidimensionnelle obtenue $|\hat{u}_z|^2(St_e, n)$ dépend du nombre de Strouhal $St_e = 2fr_e/u_e$, où f est la fréquence, et du mode azimuthal n , où n est un entier. Ce genre de décomposition a été auparavant réalisée sur des jets supersoniques [115, 148] afin de comparer les résultats numériques à une analyse de stabilité linéaire. La contribution des

FIGURE 4.7 – Vitesse de convection le long de la ligne $r = r_j$.

modes azimutaux n à la moyenne des fluctuations de la vitesse axial au carré $\langle u_z'^2 \rangle$ est appelée $\langle u_z'^2 \rangle_n$, et s'obtient en intégrant la quantité $|\hat{u}_z|^2(St_e, n)$ en fonction du nombre de Strouhal :

$$\langle u_z'^2 \rangle_n = \int |\hat{u}_z|^2(St_e, n) dSt_e$$

Les contributions des composantes $n = 0$, $n = 1$ et $n = 2$ ainsi que des composantes d'ordre supérieur à 2 sont représentées sur la figure 4.8 en $r = r_j$. La contribution des modes $n > 2$ est dominante jusqu'à $z = 22r_e$, alors que celle du mode $n = 1$ est la plus importante après cette position. Plus précisément, la contribution des modes $n > 2$ augmente très rapidement au début du développement de la couche de mélange, puis elle décroît à partir de $z = 12r_e$. La contribution des modes $n = 0$, $n = 1$ et $n = 2$ est au début très faible mais elle augmente avec le développement de la couche de mélange dans la région du cône potentiel. Le maximum des fluctuations de vitesse associées à ces trois modes est atteint à $z \simeq 20r_e$ pour le mode $n = 2$, à $z \simeq 24r_e$ pour le mode $n = 1$ et à $z \simeq 28r_e$ pour le mode $n = 0$. Cependant, le niveau du maximum du mode axisymétrique $n = 0$ est bien plus faible que les niveaux des modes $n = 1$ et $n = 2$.

Les densités spectrales de puissance des fluctuations de la vitesse axiale sont montrées sur la figure 4.9 en $r = r_j$, aux positions axiales $z = 6.5, 12, 18, 24$ et $30r_e$. Ces quantités sont tracées en échelles logarithmiques et, pour plus de clarté, leur niveau est incrémenté d'un ordre de grandeur lorsque la position axiale augmente. A $z = 6.5r_e$, un pic est remarqué au nombre de Strouhal $St_e = 0.30$, alors qu'après les spectres sont plus large bande.

Les variations le long de la couche de mélange du nombre de Strouhal correspondant aux maxima des spectres de vitesse axiale sont reportées sur la figure 4.10(a). Dans la direction axiale, ce nombre de Strouhal décroît par paliers, ce qui est différent de la décroissance continue observée expérimentalement par Papamoschou *et al.* [130] pour un jet supersoni-

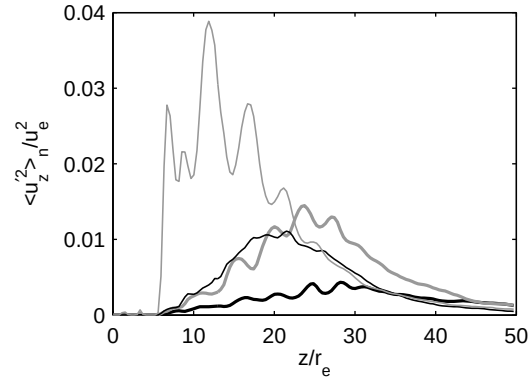


FIGURE 4.8 – Evolution en $r = r_j$ des composantes azimutales de la moyenne du carré des fluctuations de la vitesse axiale : contributions **—** de la composante $n = 0$, **—** de la composante $n = 1$, **—** de la composante $n = 2$ et **—** des modes azimutaux d'ordre supérieur à 2.

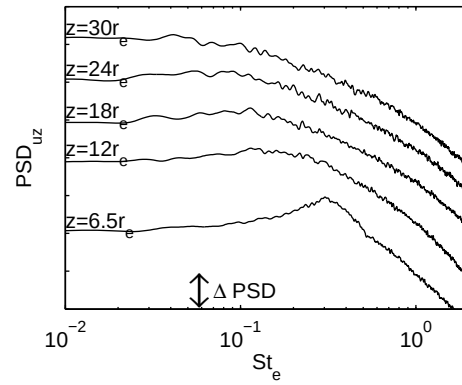


FIGURE 4.9 – Densités spectrales de puissance (PSD) en échelle logarithmique des fluctuations de la vitesse axiale le long de la ligne $r = r_j$ et à $z = 6.5r_e$, $z = 12r_e$, $z = 18r_e$, $z = 24r_e$ et $z = 30r_e$. Pour plus de clarté, les niveaux ont été incrémentés de ΔPSD avec la distance, où ΔPSD représente un ordre de grandeur.

que adapté. En particulier, les nombres de Strouhal 0.30, 0.11 et 0.055 sont persistants. La première fréquence est trouvée pour $6r_e < z < 9r_e$, où, d'après la figure 4.8, les composantes azimutales d'ordre supérieur à 2 sont fortement dominantes. Un second plateau à $St_e = 0.11$ est ensuite observé entre $z = 12.5r_e$ et $z = 20.5r_e$. Après cette dernière position, le nombre de Strouhal maximum passe à $St_e = 0.055$, ce qui correspond au sous-harmonique de la fréquence du précédent plateau. Pour un jet plan sous-détendu soumis au screech, Berland *et al.* [17] ont aussi mis en évidence un changement de la fréquence dominante vers la fin du cône potentiel. Dans la région du cône potentiel, ils constatent que la fréquence du screech est prédominante, alors qu'après le cône potentiel, ils observent principalement la fréquence du mélange turbulent sur les spectres de vitesse. Cependant, dans leur simulation ces deux fréquences ne sont pas reliées par une relation de type fondamentale/sous-harmonique. On peut enfin remarquer que la décroissance du nombre de Strouhal à $z \simeq 9r_e$ correspond à la position de l'interaction entre le choc réfléchi et la couche de mélange sur la figure 4.2(a).

Comme la contribution du mode $n = 1$ est particulièrement importante le long de la couche de mélange sur la figure 4.8, les nombres de Strouhal correspondant au maximum du spectre azimutal $|\hat{u}_z|^2(St_e, 1)$ sont représentés sur la figure 4.10(b) le long de la ligne $r = r_j$. Pour ce mode, des fluctuations à $St_e = 0.08$ apparaissent clairement.

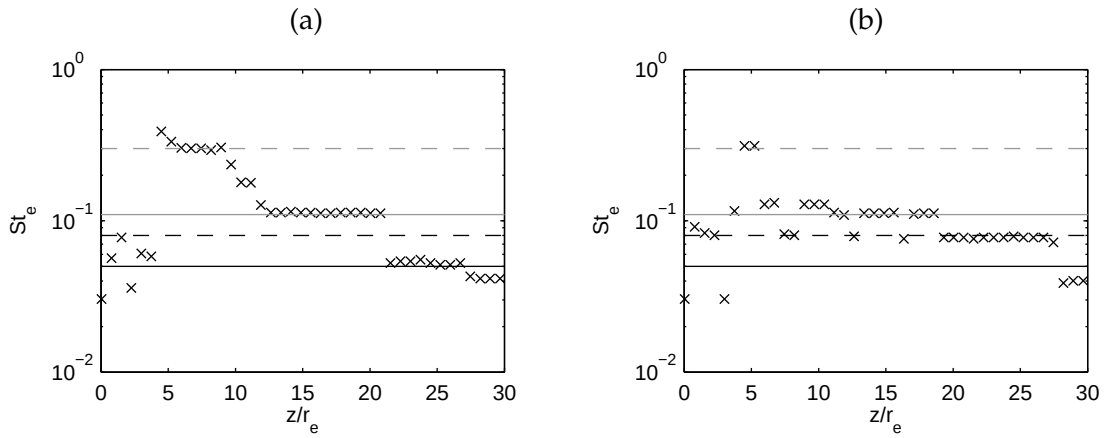


FIGURE 4.10 – Nombres de Strouhal correspondant au maximum du spectre de la vitesse axiale en $r = r_j$: (a) $\times$ spectre global et (b) $\times$ spectre de la composante azimutale $n = 1$. — $St_e = 0.05$, --- $St_e = 0.08$, — $St_e = 0.11$ et --- $St_e = 0.30$.

4.5 Analyse de stabilité linéaire pour le champ moyen du jet simulé

Le développement de la turbulence dans le jet est maintenant comparé à des résultats obtenus à partir d'une analyse de stabilité linéaire. Dans cette analyse, le modèle de Tam *et*

al. [178] est utilisé pour calculer les modes linéaires les plus instables dans le jet.

4.5.1 Modèle de Tam

Pour un jet adapté, Tam *et al.* [178] supposent une croissance linéaire de l'épaisseur de la couche de mélange et ils utilisent une expression analytique pour définir la vitesse moyenne axiale $\langle u_z(r, z) \rangle$ et la densité moyenne $\langle \rho(r, z) \rangle$. A différentes positions axiales, ils considèrent l'écoulement comme localement parallèle et cherchent des perturbations de pression sous la forme :

$$p' = \hat{p}(r)e^{i(kz+n\theta-\omega t)}$$

où $k = k_r + ik_i$ est le nombre d'onde axial, $\omega = 2\pi f$ est la pulsation et n est le mode azimutal. Ils résolvent ensuite l'équation de Rayleigh axisymétrique

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \hat{p}}{dr^2} + \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{\langle \rho \rangle} \frac{d \langle \rho \rangle}{dr} - \frac{2k}{k \langle u_z \rangle - \omega} \frac{d \langle u_z \rangle}{dr} \right] \frac{d \hat{p}}{dr} \\ - \left[k^2 + \frac{n^2}{r^2} - \frac{(k \langle u_z \rangle - \omega)^2}{\langle c \rangle^2} \right] \hat{p} = 0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

uniquement pour les modes de Kelvin-Helmholtz et pour les modes acoustiques avec une vitesse de phase supersonique afin de prédire la directivité et la fréquence des ondes de Mach rayonnées de manière linéaire. Dans l'équation (4.1), la vitesse moyenne du son $\langle c \rangle$ est définie par $\sqrt{\gamma p_\infty / \langle \rho \rangle}$ car l'équation de Rayleigh suppose que le jet est adapté. L'amplification d'un mode d'instabilité linéaire dans le jet est alors donnée par [178] :

$$G(z, \omega, n) = \int_0^z -k_i(z, \omega, n) dz$$

et l'amplification maximale G_{max} est obtenue lorsque $z = z_c$, où z_c est la position du point défini par $k_i(\omega, z_c) = 0$.

Le modèle de Tam *et al.* [178] a initialement été développé pour des jets adaptés et turbulents. Comme le jet calculé est sur-détendu et initialement laminaire, il est nécessaire d'adapter ce modèle. Les variations axiales de la demi-largeur du jet $\delta_{0.5}$ et de l'épaisseur de la couche de mélange b obtenues par simulation des grandes échelles sont présentées de nouveau sur la figure 4.11. Pour l'analyse de stabilité linéaire, $\delta_{0.5}$ et b sont approchées par un profil constant entre $z = 0$ et $z = 2.5r_e$, et par un polynôme d'ordre 2 entre $z = 2.5r_e$ et la fin du cône potentiel. Les profils ainsi obtenus sont également tracés sur la figure 4.11.

Les profils de la vitesse axiale moyenne et de la densité moyenne sont ensuite construits

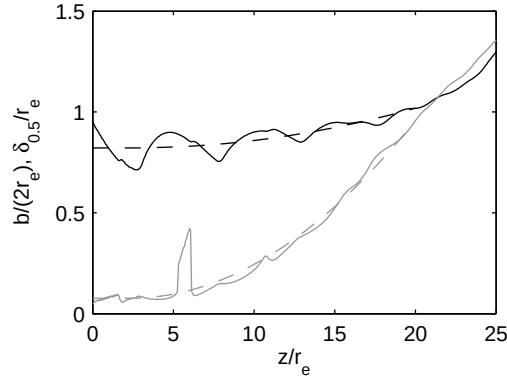


FIGURE 4.11 – Variations axiales de — la demi-largeur $\delta_{0.5}/r_e$ et de — l'épaisseur de la couche de mélange $b/(2r_e)$ du jet dans le calcul LES, et fonctions approchées utilisées pour l'analyse de stabilité linéaire : --- $\delta_{0.5}$ et --- b .

à partir des quantités du jet adapté équivalent. La vitesse axiale moyenne est donnée par :

$$\frac{\langle u_z \rangle}{u_j}(r, z) = \begin{cases} 1 & \text{si } r < h(z) \\ \exp \left[-\ln 2 \frac{(r - h(z))^2}{(b(z)/2)^2} \right] & \text{si } r \geq h(z) \end{cases}$$

et la densité moyenne par :

$$\langle \rho \rangle(r, z) = \left[\frac{1}{\rho_\infty} - \left(\frac{1}{\rho_\infty} - \frac{1}{\rho_j} \right) \frac{\langle u_z \rangle}{u_j} - \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2 \left(\frac{\langle u_z \rangle}{u_j} - 1 \right) \frac{\langle u_z \rangle}{u_j} \right]^{-1}$$

où $\rho_j = p_j/(rT_j)$ est la densité d'éjection du jet adapté équivalent et $h = \delta_{0.5} - b/2$.

La vitesse moyenne axiale et la densité moyenne ainsi estimées sont comparées aux résultats du calcul LES sur les figures 4.12 et 4.13. Même si la présence des cellules de choc n'est pas prise en compte pour les profils analytiques, on constate que les évolutions axiales de la vitesse moyenne et de la densité moyenne sont relativement similaires à celles du calcul LES à l'extérieur du cône potentiel. Cependant, on remarque sur la figure 4.12 que l'épaisseur de la couche de mélange au voisinage de la tuyère semble plus fine pour le champ LES.

4.5.2 Résultats de l'analyse de stabilité linéaire

Les profils analytiques de la vitesse et de la densité sont discrétisés sur 20001 points dans la direction radiale et sur 50 points dans la direction axiale. Le code de stabilité présenté dans l'annexe D est utilisé pour rechercher les nombres d'onde k pour des fréquences $St_j = 2fr_j/u_j$ variant de 4×10^{-4} à 0.3 et discrétisées uniformément sur 500 points. L'amplification G est calculée entre la sortie de la tuyère et la fin du cône potentiel située en $z = 20r_e$.

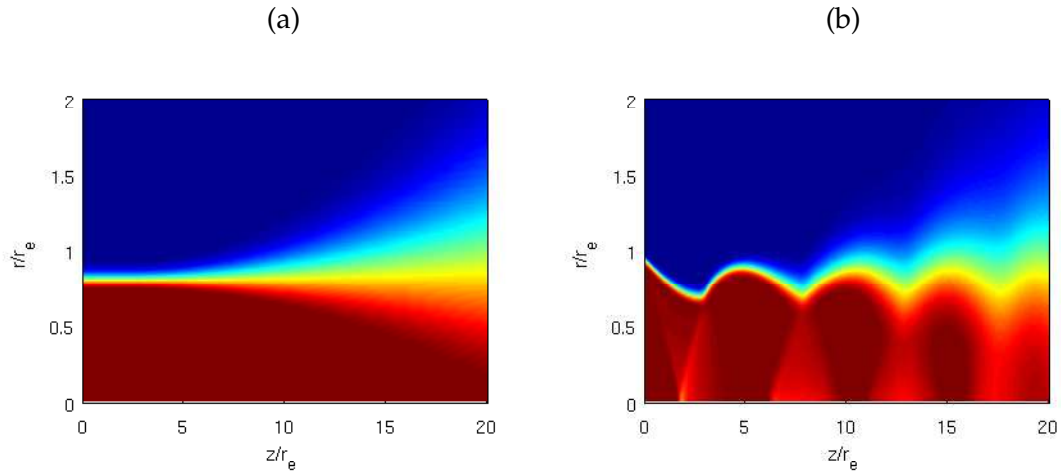


FIGURE 4.12 – Cartographies de la vitesse axiale moyenne $\langle u_z \rangle / u_j$: (a) champ analytique et (b) champ issu simulation des grandes échelles. Les niveaux de couleur sont compris entre 0 et 1

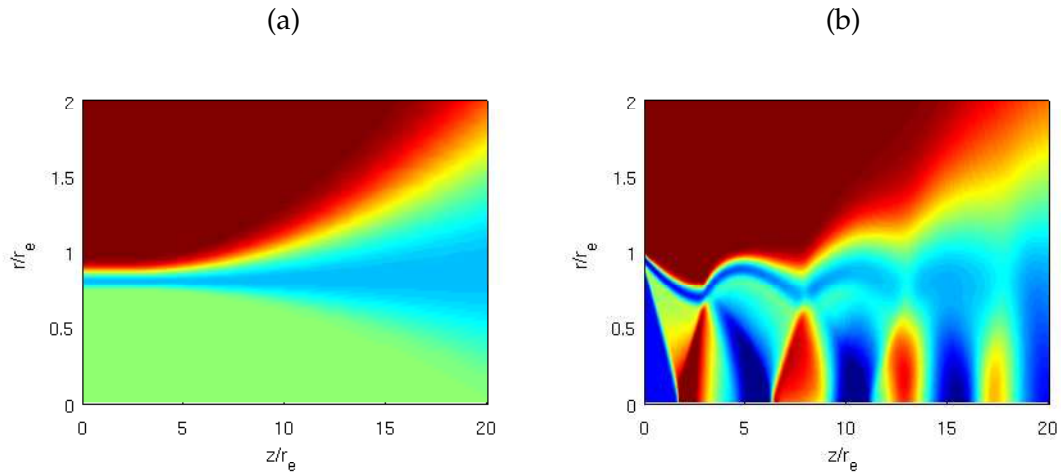


FIGURE 4.13 – Cartographies de la densité moyenne $\langle \rho \rangle / \rho_j$: (a) champ analytique et (b) champ issu simulation des grandes échelles. Les niveaux de couleur sont compris entre 0.5 et 1.5

L'amplification maximale G_{max} est égale à l'amplification G au niveau du point défini par $k_i = 0$ dans le modèle de Tam *et al.* [178]. Cependant, si ce point n'est pas atteint entre $z = 0$ et $20r_e$, on considère ici que l'amplification est maximale pour $z = 20r_e$.

Les amplifications maximales G_{max} obtenues pour les composantes azimutales $n = 0, 1, 2$ du mode de Kelvin-Helmholtz et du premier mode acoustique sont représentées sur la figure 4.14 en fonction du nombre de Strouhal $St_e = St_j r_e u_j / r_j / u_e$. Sur la figure 4.14(a), on observe que les modes de Kelvin-Helmholtz $n = 1$ et $n = 2$ sont beaucoup plus amplifiés que le mode axisymétrique $n = 0$. Le maximum du mode $n = 1$ est atteint pour $St_e = 0.12$, et celui du mode $n = 2$ est plus élevé et est atteint pour $St_e = 0.15$. Ces résultats sont cohérents avec les analyses de stabilité réalisées par Tam *et al.* [178] et Seiner *et al.* [153] sur des jets chauffés à Mach 2. Pour le premier mode acoustique sur la figure 4.14(b), la composante $n = 0$ est la plus amplifiée. Son maximum est aussi atteint pour $St_e = 0.15$, pour une amplitude similaire à celle du mode de Kelvin-Helmholtz $n = 1$. Les premiers modes acoustiques $n = 1$ et $n = 2$ sont moins amplifiés que le mode axisymétrique, et leurs maxima sont observés pour des fréquences plus élevées.

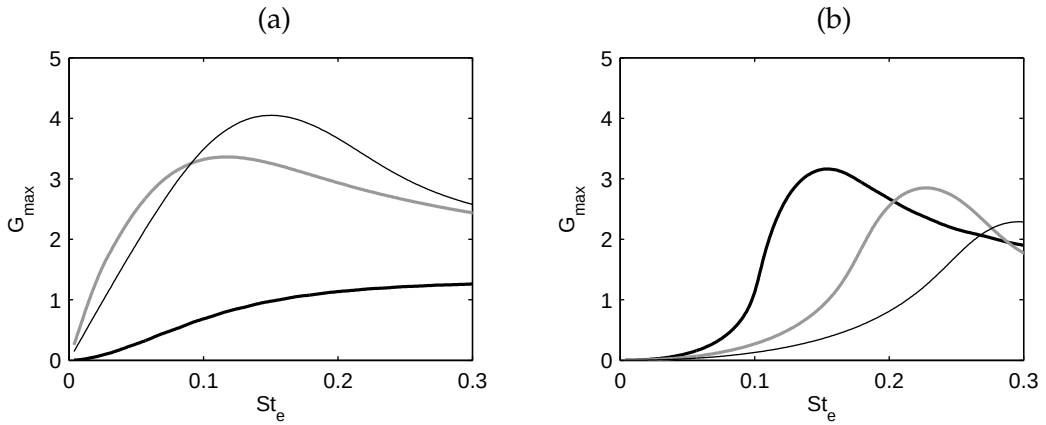


FIGURE 4.14 – Taux d'amplification G_{max} pour (a) les modes de Kelvin-Helmholtz et pour (b) les premiers modes acoustiques : — mode $n = 0$, — $n = 1$ et — $n = 2$.

Les variations axiales de la fréquence correspondant à l'amplification $-k_i$ la plus élevée sont représentées dans la direction axiale sur la figure 4.15 pour le premier mode acoustique axisymétrique et pour les modes de Kelvin-Helmholtz $n = 1$ et $n = 2$. Pour les 3 modes, cette fréquence est constante pour $0 \leq z \leq 2.5r_e$, car la demi-largeur et l'épaisseur de la couche de mélange du jet ne varient pas. Après cette position, la fréquence localement la plus amplifiée décroît. Pour le mode de Kelvin-Helmholtz $n = 2$, cette fréquence diminue très rapidement. Ses variations n'ont pas été montrées après $z \simeq 12r_e$ car les conditions sur le résidu ne sont alors plus vérifiées. Pour le mode de Kelvin-Helmholtz $n = 1$, la fréquence la plus amplifiée

localement décroît moins rapidement. Elle varie de $St_e = 0.144$ à $z = 0$ à $St_e = 0.016$ à la fin du cône potentiel en $z = 20r_e$. Enfin pour le premier mode acoustique axisymétrique, la décroissance de la fréquence localement la plus amplifiée est encore moins rapide puisqu'en sortie de la tuyère, cette fréquence est de $St_e = 0.180$ et qu'elle devient égale à 0.102 en $z = 20r_e$. Pour un jet à Mach 1.5, Morris [117] observe aussi une décroissance de la fréquence la plus amplifiée pour le mode de Kelvin-Helmholtz $n = 1$ lorsque de l'épaisseur de la couche de mélange augmente. De plus, il fait remarquer que, pour les modes de Kelvin-Helmholtz, la seule composante instable à la fin du cône potentiel est celle associée au mode $n = 1$, ce qui est cohérent avec les résultats observés sur la figure 4.15 pour les modes de Kelvin-Helmholtz $n = 1$ et $n = 2$.

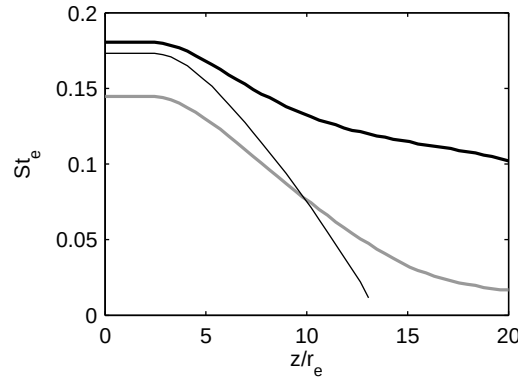


FIGURE 4.15 – Variations de la fréquence possédant l'amplification $-k_i$ la plus élevée : — premier mode acoustique axisymétrique, — mode de Kelvin-Helmholtz $n = 1$ et — mode de Kelvin-Helmholtz $n = 2$.

Les fréquences localement les plus amplifiées pour les modes de Kelvin-Helmholtz $n = 1$ et $n = 2$ sont exprimées en fonction du nombre de Strouhal $St_\theta = f\delta_\theta/u_j$ et présentées sur la figure 4.16(a), où δ_θ est l'épaisseur de la quantité de mouvement du jet. Pour le mode de Kelvin-Helmholtz $n = 2$, la fréquence la plus amplifiée passe par un maximum en $z \simeq 9r_e$ lorsqu'elle est normalisée par l'épaisseur de quantité de mouvement. Sur la même figure, le nombre de Strouhal St_θ augmente d'abord pour le mode de Kelvin-Helmholtz $n = 1$, et atteint son maximum $St_\theta = 3.0 \times 10^{-3}$ à $z \simeq 12r_e$. Après cette position, il diminue lentement, et vaut $St_\theta \simeq 2.4 \times 10^{-3}$ à la fin du cône potentiel.

La fréquence localement la plus amplifiée pour le premier mode acoustique axisymétrique est maintenant exprimée en fonction de $St_{M1} = fr_{M1}/u_j$ et est représentée sur la figure 4.16(b) en fonction de la position axiale. r_{M1} est la demi-largeur du cône supersonique qui est définie par $\langle u_z \rangle(r_{M1}) = \langle c \rangle$. Ce nombre de Strouhal décroît légèrement jusqu'à $z \simeq 10r_e$, et

il est ensuite presque constant jusqu'à la fin du cône potentiel, ce qui est cohérent avec les travaux de Mack [104] et de Luo & Sandham [103] qui associent cette famille de mode à des modes de conduit du jet.

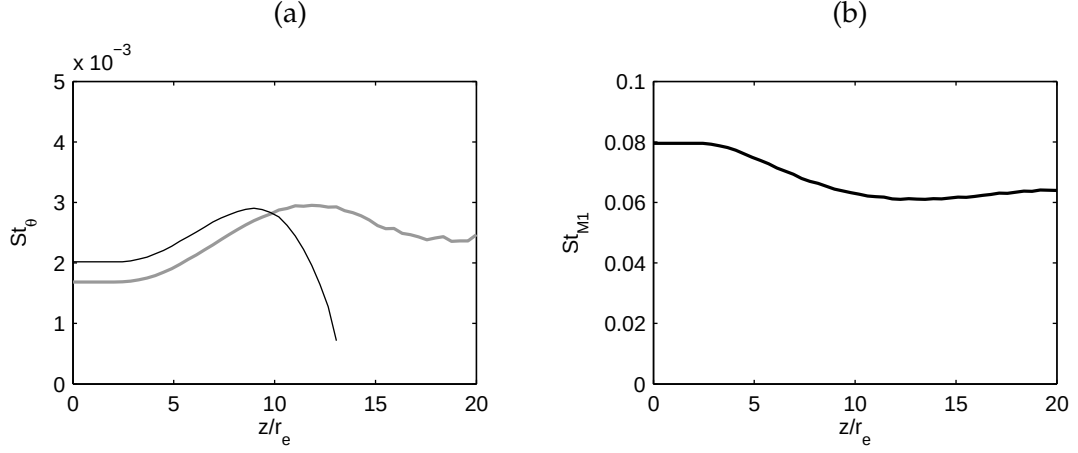


FIGURE 4.16 – Variations de la fréquence, possédant l'amplification $-k_i$ la plus élevée, normalisée (a) par l'épaisseur de la quantité de mouvement du jet pour les modes de Kelvin-Helmholtz $n = 1$ et $n = 2$, et (b) par la demi-largeur du cône supersonique pour le premier mode acoustique axisymétrique.

4.5.3 Comparaisons avec les résultats issus du calcul LES

On peut remarquer sur la figure 4.8 que, dans le jet calculé par LES, la contribution du mode axisymétrique pour les fluctuations de vitesse axiale le long de la couche de mélange est faible alors que l'analyse de stabilité linéaire montre sur la figure 4.14(b) une importante contribution du mode $n = 0$ liée au premier mode acoustique axisymétrique. Les contributions des modes $n = 0$, $n = 1$, $n = 2$ et $n > 2$ pour la pression fluctuante calculée par simulation des grandes échelles sont alors représentées le long de la couche de mélange sur la figure 4.17. Comme pour les fluctuations de vitesse axiale, la contribution des modes $n > 2$ apparaît tout d'abord dominante. On observe de plus une augmentation des contributions des modes $n = 0$, $n = 1$ et $n = 2$ dans la région du cône potentiel. Cependant, pour les fluctuations de pression, la contribution du mode axisymétrique est importante, et équivalente à celle du mode $n = 2$ à la fin du cône potentiel située à $z = 20r_e$.

Pour un mode d'instabilité donné, l'évolution axial de l'amplitude au carré de la perturbation de pression $|\hat{p}|^2(z, St_e, n)$ est donnée par :

$$|\hat{p}|^2(z, St_e, n) = |\hat{p}|^2(z = 0, St_e, n) e^{2G(z, St_e, n)}$$

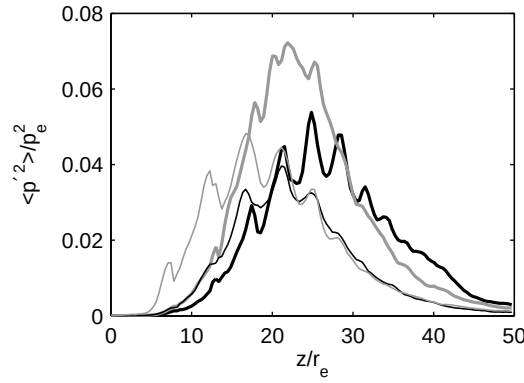


FIGURE 4.17 – Evolution en $r = r_j$ des composantes azimutales de la moyenne du carré des fluctuations de pression : contributions des composantes $\blacksquare$ $n = 0$, $\blacksquare$ $n = 1$, — $n = 2$ et — $n > 2$.

L'évolution axiale de $|\hat{p}|^2$ à la fréquence linéairement la plus instable d'après le modèle de Tam *et al.* [178] est présentée sur la figure 4.18 pour le premier mode acoustique axisymétrique et pour les modes de Kelvin-Helmholtz $n = 1$ et $n = 2$. Le niveau de $|\hat{p}|^2$ a ici été normalisé par sa valeur en $z = 1.5r_e$. Pour le premier mode acoustique axisymétrique ainsi que pour le mode de Kelvin-Helmholtz $n = 2$, la fréquence la plus instable est égale à $St_e = 0.15$ et, pour le mode de Kelvin-Helmholtz $n = 1$, elle est égale à $St_e = 0.12$. Sur la figure 4.18(a), on observe que $|\hat{p}|^2$ croît rapidement jusqu'à $z \simeq 10r_e$ pour le premier mode acoustique axisymétrique puis plus lentement jusqu'à la fin du cône potentiel. Pour les modes de Kelvin-Helmholtz $n = 1$ et $n = 2$, l'amplification de $|\hat{p}|^2$ est respectivement montrée sur les figures 4.18(b) et 4.18(c). Elle est importante jusqu'aux points définis par la condition $k_i = 0$ qui sont situés à $z \simeq 15r_e$ pour le mode $n = 1$ et à $z \simeq 10r_e$ pour le mode $n = 2$.

Dans le calcul LES, $|\hat{p}|^2(z, St_e, n)$ est estimée le long de la ligne $r = r_j$ en utilisant une transformée de Fourier de la pression fluctuante en temps et selon l'azimut. Cette quantité est aussi tracée sur la figure 4.18. Pour les trois composantes azimutales, les résultats issus de l'analyse de stabilité linéaire sont en très bon accord avec les résultats du calcul LES entre $z = 1.5r_e$ et $z \simeq 6r_e$. Après cette position, les résultats obtenus par le modèle linéaire minorent la valeur de $|\hat{p}|^2$ calculée par simulation des grandes échelles. Il est intéressant de remarquer que $z \simeq 6r_e$ correspond à la position axiale de la rapide augmentation de la vitesse *rms* axiale observée sur la figure 4.6(b).

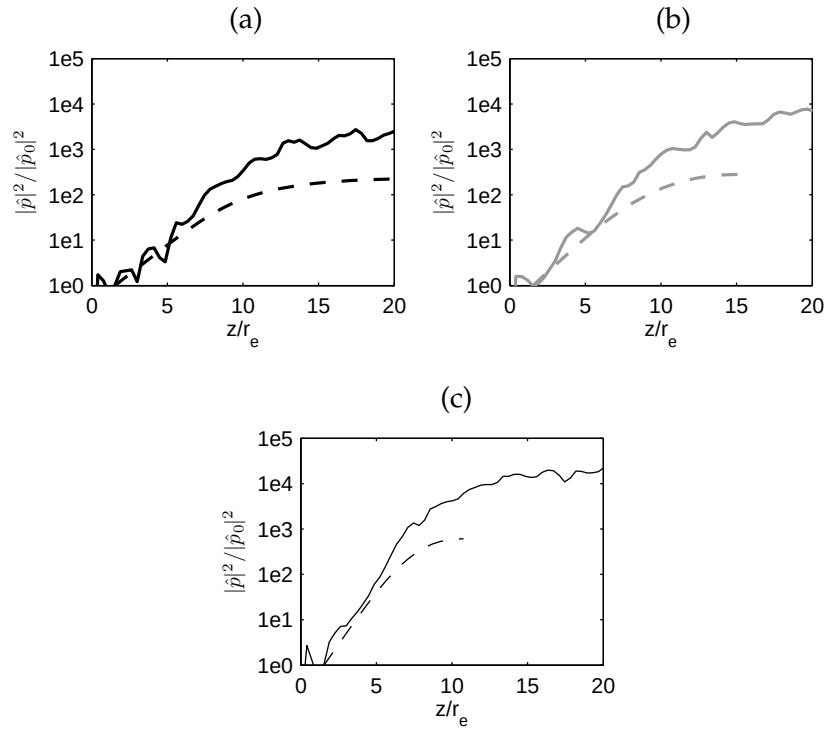


FIGURE 4.18 – Variations axiales des fluctuations de pression le long de la couche de mélange à (a) $St_e = 0.15$ pour le mode $n = 0$, (b) $St_e = 0.12$ pour le mode $n = 1$, et (c) $St_e = 0.15$ pour le mode $n = 2$. — calcul LES et - - - premier mode acoustique axisymétrique, - · - mode de Kelvin-Helmholtz $n = 1$ et . . . mode de Kelvin-Helmholtz $n = 2$.

4.6 Conclusion

Une simulation des grandes échelles d'un jet propulsif sur-détendu est réalisée. Le champ moyen du jet est en bon accord avec les études expérimentales de la littérature [124,189,192]. Le comportement de la turbulence pour le jet calculé présente des similarités avec celui observé pour des jets soumis au screech [5,17]. De plus, des fréquences persistantes à $St_e = 0.3$, $St_e = 0.11$, $St_e = 0.08$ et $St_e = 0.055$ sont remarquées le long de la couche de mélange pour les fluctuations de vitesse axiale. La fréquence $St_e = 0.08$ est particulièrement notée pour le mode $n = 1$. Le développement de la turbulence est comparé au modèle linéaire de Tam *et al.* [178]. Même si ce modèle a été développé pour des jets adaptés, des similitudes sont observées avec les résultats du calcul LES, notamment proche de la tuyère. Le rayonnement acoustique produit par ce jet est décrit dans le prochain chapitre.

Chapitre 5

Description des champs acoustiques proche et lointain du jet à Mach 3.30 calculé par simulation des grandes échelles

Le rayonnement acoustique produit par le jet calculé dans le chapitre précédent est maintenant étudié. Dans un premier temps, le champ proche directement obtenu par la simulation des grandes échelles est décrit, et les différentes composantes de bruit sont caractérisées. Des liens avec les propriétés de l'écoulement turbulent de la couche de mélange sont ensuite établis. Une extrapolation en champ lointain est ensuite réalisée et les caractéristiques du champ sonore ainsi obtenu sont comparées à des données expérimentales ainsi qu'à des modèles analytiques. En champ lointain, les effets liés à la propagation non-linéaire des ondes acoustiques sont aussi discutés.

5.1 Champ proche acoustique

5.1.1 Description du champ acoustique

Les niveaux globaux de bruit (OASPL) obtenus à $r = 9.5$ et $16r_e$ de l'axe du jet sont montrés sur la figure 5.1. A $r = 9.5r_e$ sur la figure 5.1(a), les niveaux acoustiques augmentent rapidement de $z = 0$ à $z = 20r_e$, et le maximum est atteint à la position axiale $z = 30r_e$. On observe un bon accord avec les mesures réalisées par Greska *et al.* [66] à $r = 8r_e$ et $10r_e$ pour

un jet adapté à Mach 2 caractérisé par une pression et une température de réservoir égales à 7.7×10^5 Pa et 1366 K. Les nombres de Mach acoustique $M_a = u_j/c_\infty$ du jet simulé et du jet de Greska *et al.* [66] sont respectivement $M_a = 3.5$ et $M_a = 3$. L'écart de niveau de bruit entre ces deux jets, estimé en utilisant une loi en M_a^8 et en M_a^3 , est respectivement de 5 dB et 3 dB, ce qui est cohérent avec les résultats de la figure 5.1(a). Les niveaux acoustiques calculés à $r = 16r_e$ sont montrés sur la figure 5.1(b). Ils sont comparables aux données expérimentales de Greska *et al.* [66], collectées à la même distance radiale entre $z = 0$ et $z = 40r_e$. Les niveaux mesurés à $r = 16r_e$ par Varnier & Gély [192], pour un jet avec des conditions de sortie similaires au jet simulé, sont aussi tracés sur cette même figure. De $z = 0$ à $z = 15r_e$, les niveaux sont proches de ceux du calcul LES. Après cette position, on observe un écart qui atteint environ 5 dB au voisinage du maximum situé à $z \simeq 35r_e$. Cette différence vers l'aval peut être liée à la différence de nature de la couche de mélange en sortie de la tuyère [154, 189] : elle est en effet laminaire pour le jet calculé et turbulente pour le jet provenant du banc MARTEL [146].

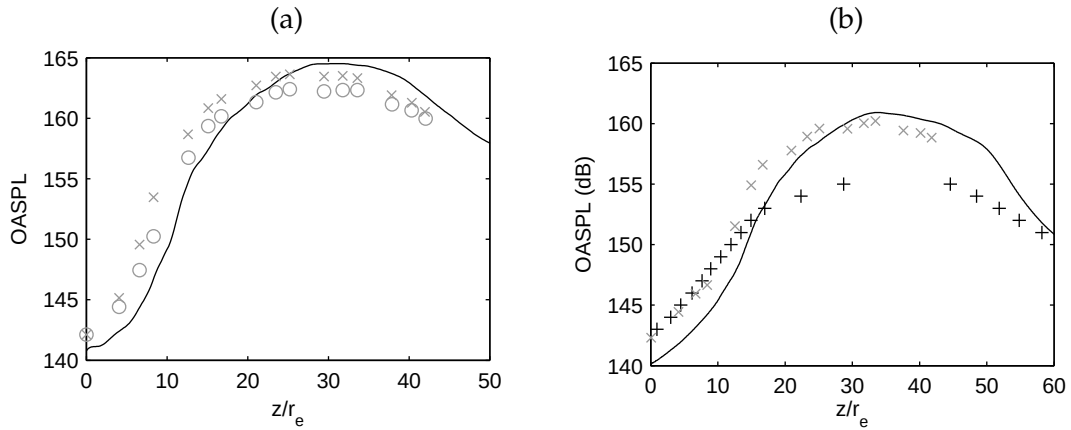


FIGURE 5.1 – Variations des niveaux acoustiques globaux (OASPL) : (a) — résultats numériques à $r = 9.5r_e$, et mesures de Greska *et al.* [66] à $\times r = 8r_e$ et à $\circ r = 10r_e$; (b) — résultats numériques à $r = 16r_e$ et mesures de $\times$ Greska *et al.* [66] et de $+$ Varnier & Gély [192] à $r = 16r_e$.

Les propriétés du champ proche acoustique sont étudiées à 9.5 rayons de l'axe du jet. Une décomposition azimutale est d'abord réalisée sur la pression fluctuante $p' = p - \langle p \rangle$. La fonction de corrélation croisée R^θ de p' au point (r, θ, z) est définie par :

$$R^\theta(\delta\theta) = \frac{\langle p'(\theta)p'(\theta + \delta\theta) \rangle}{\langle p'^2(\theta) \rangle^{1/2} \langle p'^2(\theta + \delta\theta) \rangle^{1/2}} \quad (5.1)$$

où $\delta\theta$ est la séparation azimutale. La fonction de corrélation croisée obtenue le long de la

ligne $r = r_j$ est ensuite décomposée à l'aide d'une somme de Fourier [30] :

$$R^\theta(\delta\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^\theta \cos(n\delta\theta) \quad (5.2)$$

où a_n^θ est l'amplitude relative du mode de Fourier n .

Les coefficients des modes $n = 0$, $n = 1$, $n = 2$ et $n > 2$ sont ainsi calculés à $r = 9.5$, et sont montrés sur la figure 5.2 en fonction de la position axiale. De $z = 0$ à $30r_e$, le mode $n = 1$ domine clairement le champ proche acoustique, à l'exception de la région comprise entre $z = 8$ et $z = 18r_e$ où la contribution des modes $n > 2$ est importante. L'amplitude relative du mode $n = 0$ devient égale à celle du mode $n = 1$ autour de $z = 30r_e$ qui correspond à la position du pic d'OASPL observée sur la figure 5.1(a). En aval de cette position, la composante axisymétrique est prédominante. La contribution du mode $n = 2$ au champ acoustique rayonné est maximale autour de $z = 15r_e$, et assez faible partout ailleurs. En champ proche, la prédominance du mode $n = 1$ puis du mode $n = 0$ est cohérent avec les résultats obtenus par Bodony *et al.* [31] à $r = 10r_e$ pour un jet sous-détendu avec un nombre de Mach d'éjection M_e de 1.95.

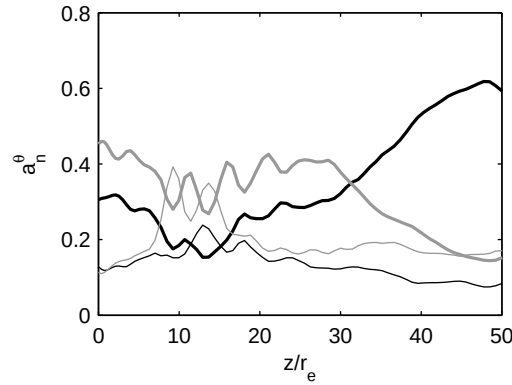


FIGURE 5.2 – Variations dans la direction axiale des coefficients a_n^θ obtenus à $r = 9.5r_e$ par une décomposition azimutale de la corrélation croisée R^θ de la pression fluctuante : **—** mode $n = 0$, **—** $n = 1$, **—** $n = 2$ et **—** modes azimutaux d'ordre supérieur à 2.

5.1.2 Spectres acoustiques en champ proche

Les spectres acoustiques obtenus à $r = 9.5r_e$, aux positions axiales $z = 0$, $z = 10r_e$, $z = 15r_e$ et $z = 20r_e$ sont présentés sur la figure 5.3(a). Le spectre à $z = 0$ est dominé par deux composantes à $St_e = 0.08$ et $St_e = 0.10$. La première composante est aussi remarquée sur les spectres à $z = 10$, 15 et $20r_e$ à la même fréquence, alors que la seconde se déplace vers les hautes fréquences lorsque la position axiale augmente. À $z = 0$, une composante

basse fréquence peut aussi être observée à $St_e = 0.05$. Aux positions $z = 10r_e$ et $z = 15r_e$, une composante large bande centrée autour de $St_e = 0.30$ est trouvée. Enfin, à $z = 20r_e$, le spectre acoustique est large bande et centré autour de $St_e \simeq 0.13$.

Afin d'identifier les composantes de bruit, la fréquence centrale du bruit d'interaction choc-turbulence se propageant dans la direction amont prédite par le modèle de Tam *et al.* [182] est représentée sur la figure 5.3(a). Cette fréquence est définie par :

$$f_{up} = \frac{u_c}{L_{shock}(1 + M_c)} \quad (5.3)$$

où la vitesse de convection moyenne u_c est estimée à $0.53u_e$ d'après le chapitre précédent, $M_c = u_c/c_\infty$ est le nombre de Mach de convection et L_{shock} , ici prise égale à L_1 , est la longueur moyenne des cellules de choc. La fréquence prédite par la formule (5.3), $St_{up} = 2r_e f_{up}/u_e = 0.08$, coïncide avec celle de la composante de bruit persistante observée à $St_e = 0.08$ sur la figure 5.3(a). Cette composante de bruit semble donc être associée au bruit d'interaction choc-turbulence se propageant vers l'amont. Les spectres obtenus en champ proche peuvent également être comparés qualitativement aux mesures réalisées par Seiner & Yu [156] pour un jet rond sur-détendu à $M_e = 1.45$. Ces spectres obtenus à $z = 0, 6, 10$ et $14r_e$ et à $z = 5.4r_e$ ont été reproduits sur la figure 5.3(b). Pour les deux jets, on distingue une composante de bruit, représentée par des tirets gris, qui se déplace vers les hautes fréquences avec la position axiale. Pour leur jet, Seiner & Yu [156] l'ont identifiée comme du bruit d'interaction choc-turbulence large bande. Enfin, on peut remarquer que les spectres mesurés par ces auteurs comportent aussi une composante de bruit dont la fréquence n'évolue pas avec la position axiale, et coïncide avec le bruit d'interaction choc-turbulence large-bande en $z = 0$.

Les spectres acoustiques calculés comme précédemment à $r = 9.5r_e$ mais aux positions axiales $z = 30r_e$ et $40r_e$ sont présentés sur la figure 5.4. A $z = 30r_e$, soit la position du maximum du niveau de bruit d'après la figure 5.1(a), un pic est observé à $St_e = 0.13$. Plus en aval, à $z = 40r_e$, un pic est observé à $St_e = 0.10$, et une composante de bruit plus large bande apparaît vers $St_e \simeq 0.05$. D'après l'analyse de stabilité linéaire réalisée dans le chapitre précédent, le mode de Kelvin-Helmholtz $n = 1$ rayonne sous forme d'ondes de Mach autour d'une fréquence située à $St_e = 0.12$. Cette fréquence est en bon accord avec la fréquence $St_e \simeq 0.13$ des maxima des spectres acoustiques à $z = 20$ et $30r_e$ présentés respectivement sur les figures 5.3(a) et 5.4.

Les spectres acoustiques des modes azimutaux $n = 0$, $n = 1$, $n = 2$ et $n > 2$ sont maintenant présentés sur la figure 5.5 à $r = 9.5r_e$, à $z = 0$ et $z = 10r_e$. A $z = 0$ sur la

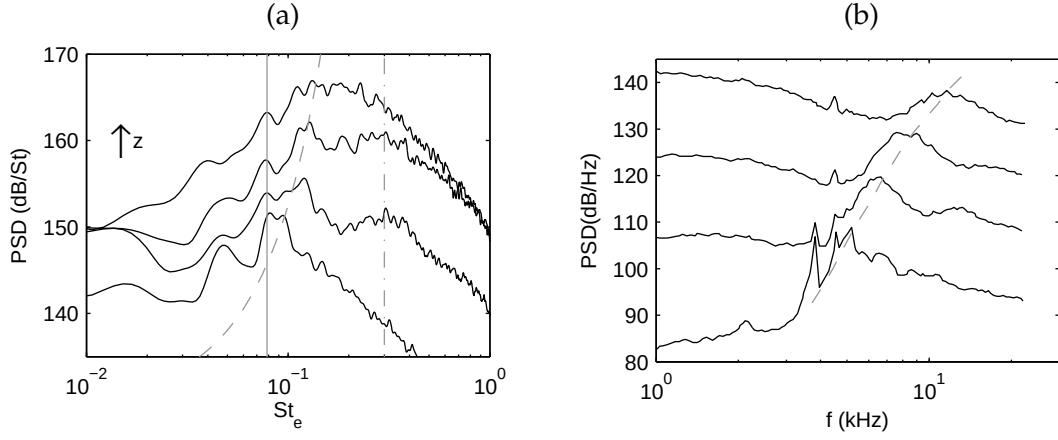


FIGURE 5.3 – Spectres acoustiques en champ proche. (a) Pour le jet calculé à $r = 9.5r_e$: de bas en haut : à $z = 0, 10r_e, 15r_e$ et $20r_e$; — Estimation de la fréquence centrale du bruit d'interaction choc-turbulence se propageant vers l'amont en utilisant l'équation (5.3), ---- $St_e = 0.3$ et -.- composante de bruit dont la fréquence augmente avec la position axiale. (b) Mesures de Seiner & Yu [156] pour un jet sur-détendu à Mach 1.45 à $r = 5.4r_e$ et aux positions $z = 0, 6, 10$ et $14r_e$; --- bruit d'interaction choc-turbulence large bande.

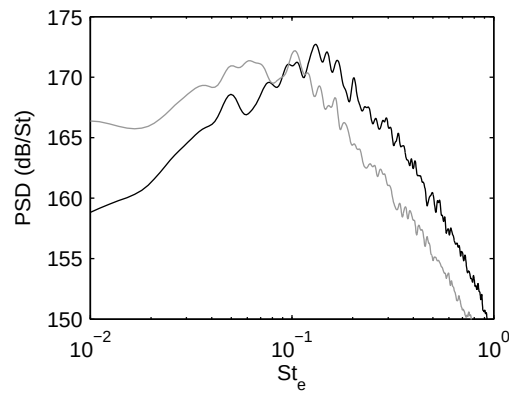


FIGURE 5.4 – Spectres acoustiques en champ proche à $r = 9.5r_e$: — $z = 30r_e$ et --- $z = 40r_e$.

figure 5.5(a), le maximum du spectre du mode $n = 0$ est atteint pour $St_e = 0.05$. Pour ce mode, un pic de plus basse amplitude est observé à $St_e = 0.10$, ce qui correspond à la première harmonique du pic précédent. Le maximum du spectre du mode $n = 1$ est plus élevé, et il est atteint pour $St_e = 0.08$. Un second pic est de plus remarqué à $St_e = 0.10$. Par conséquent, le pic à $St_e = 0.05$ et les pics à $St_e = 0.08$ et $St_e = 0.10$, observés à $z = 0$ sur la figure 5.3(a), sont respectivement associés aux modes $n = 0$ et $n = 1$. Sur la figure 5.5(a), le maximum du spectre du mode $n = 2$ est inférieur à ceux des deux modes précédents, et il est situé à $St_e = 0.15$. Finalement à $z = 0$, les modes $n > 2$ contribuent peu au rayonnement acoustique pour $St_e < 0.2$, mais ils sont prédominants pour les plus hautes fréquences.

A $z = 10r_e$ sur la figure 5.5(b), les pics observés à $St_e = 0.05$ et $St_e = 0.10$ pour le mode $n = 0$ sur la figure 5.5(a) semblent s'être déplacés à $St_e = 0.07$ et $St_e = 0.12$, et le maximum est maintenant atteint pour la plus haute fréquence. Pour le mode $n = 1$, deux pics distincts sont observés. Le premier, comme sur le spectre à $z = 0$, est à $St_e = 0.08$, et le second est à $St_e = 0.12$, ce qui correspond à la fréquence du maximum du mode $n = 0$. Ces résultats suggèrent qu'à $z = 10r_e$ sur la figure 5.3(a), le pic à $St_e = 0.08$ est toujours connecté au mode $n = 1$, et que la composante de bruit se déplaçant vers les hautes fréquences est liée aux modes $n = 0$ et $n = 1$. Sur la figure 5.5(b), la contribution des modes $n > 2$ est, comme précédemment, dominante pour les nombres de Strouhal supérieurs à 0.2. Cette contribution est large bande, et le maximum, atteint pour $St_e = 0.30$, est désormais du même niveau que les maxima des autres modes. La composante haute fréquence du spectre à $z = 10r_e$ sur la figure 5.3(a) est donc clairement reliée aux modes $n > 2$.

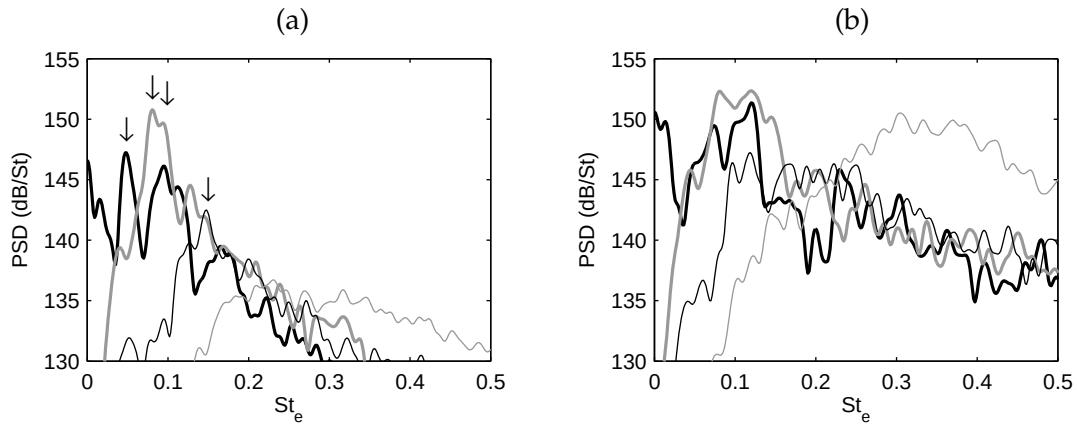


FIGURE 5.5 – Spectres acoustiques des modes azimutaux à (a) $(r, z) = (9.5r_e, 0)$ et (b) $(r, z) = (9.5r_e, 10r_e)$: — $n = 0$, — $n = 1$, — $n = 2$ et — contribution des modes azimutaux d'ordre supérieur à 2. Les flèches désignent $St_e = 0.05$, $St_e = 0.08$, $St_e = 0.10$ et $St_e = 0.15$.

Des liens entre les composantes de bruit observées à $St_e = 0.05$, $St_e = 0.08$ et $St_e = 0.30$

sur la figure 5.3(a) et les fluctuations de la vitesse axiales notées aux mêmes fréquences sur la figure 4.10 du chapitre précédent sont maintenant mis en évidence afin de discuter des différentes sources de bruit.

A $St_e = 0.08$, un pic associé au mode $n = 1$ est retrouvé dans le champ proche acoustique à différentes positions axiales. Cette fréquence est aussi présente dans les spectres de vitesse du mode $n = 1$, calculés le long de la couche de mélange, sur la figure 4.10(b). Un comportement similaire a été observé à la fréquence du screech par Berland *et al.* [17] sur un jet plan. Ceci permet d'identifier la composante de bruit à $St_e = 0.08$ comme du bruit d'interaction choc-turbulence se propageant vers l'amont.

La composante de bruit axisymétrique à $St_e = 0.05$ est trouvée sur le spectre acoustique à $z = 0$ de la figure 5.3(a). Sur certaines mesures expérimentales [136, 141], un pic à une fréquence inférieure à celle du screech est présent sur les spectres acoustiques vers l'amont, et est attribué au bruit de mélange turbulent par Tam [173]. Pour le jet simulé, l'identification de cette composante comme du bruit de mélange est confirmée par le fait que la fréquence $St_e = 0.05$ est retrouvée après la fin du cône potentiel pour les fluctuations de la vitesse axiale sur la figure 4.10(a).

Enfin, une composante de bruit large bande, centrée autour de $St_e = 0.30$ et associée aux modes $n > 2$, est présente à $z = 10$ et $z = 15r_e$ sur la figure 5.3. Il est intéressant de remarquer que des fluctuations de vitesse axiale à la même fréquence sont dominantes le long de la couche de mélange entre $z = 6$ et $z = 9r_e$ sur la figure 4.10(b). Ces fluctuations de vitesse sont aussi principalement connectées aux modes $n > 2$, ce qui permet de supposer un lien avec la composante de bruit large bande. Comme cette composante n'est pas retrouvée sur le spectre acoustique à $z = 0$, elle peut être naturellement attribuée à un rayon d'onde de Mach par la couche de mélange.

5.2 Etude du champ acoustique lointain

5.2.1 Méthode d'extrapolation et niveaux de bruit

Les champs fluctuants calculés par la simulation des grandes échelles ont été enregistrés sur deux surfaces de contrôle. La première est située à $r = 9.5r_e$, de $z = 0$ à $z = 52r_e$, et la seconde est à $z = 0$, de $r = 1.1r_e$ à $z = 9.5r_e$. Les données ainsi obtenues sont propagées à 80 rayons de la buse en résolvant les équations d'Euler pour prendre en compte les effets de propagation non linéaires [60]. Le solveur utilisé pour la propagation est identique à celui employé pour le calcul LES, et contient donc la procédure de capture de choc adap-

tative [28]. Le réglage de la procédure de capture de choc est inchangé ; elle utilise toujours le détecteur sur la dilatation, le filtre Fopt et un seuil r_{th} de 10^{-5} . Le maillage employé pour l'extrapolation du champ lointain contient $n_r \times n_\theta \times n_z = 800 \times 128 \times 2042 = 209 \times 10^6$ points. Le pas de discrétisation est constant dans les trois directions avec $\Delta r = 0.1r_e$, $\Delta\theta = 2\pi/128$ et $\Delta z = 0.074r_e$. Le nombre de Strouhal de coupure du maillage est de l'ordre de $St_c = 2f_c r_e / u_e = 1.37$, où $f_c = c_\infty / (4\Delta r)$. Une cartographie de la pression acoustique ainsi déterminée est montrée sur la figure 5.6. Les ondes acoustiques se propagent principalement vers l'aval, mais on peut aussi observer un rayonnement acoustique plus faible vers l'amont.

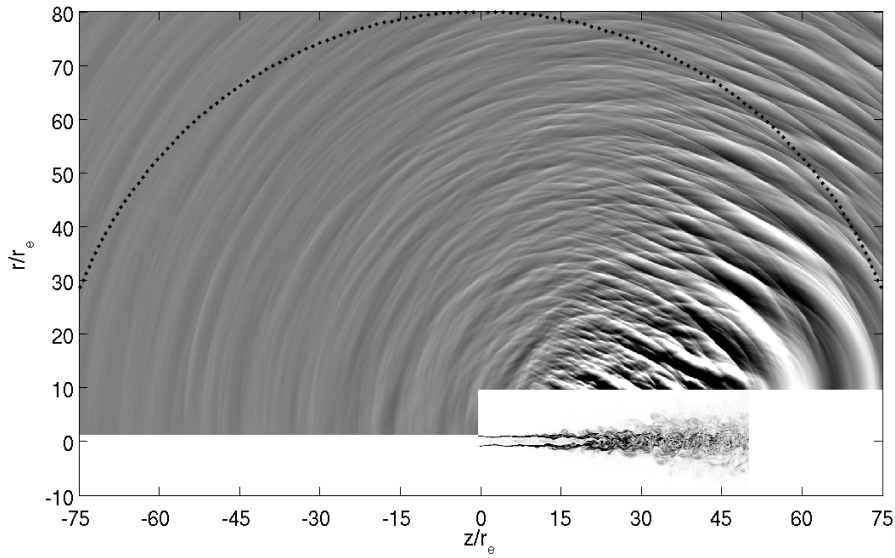


FIGURE 5.6 – Cartographies dans le plan (z, r) de la pression fluctuante obtenue en champ lointain. L'échelle de gris varie entre -2000 et 2000 Pa pour la pression fluctuante, et les symboles $\cdot$ désignent les positions où les signaux sont enregistrés.

Les niveaux acoustiques à $80r_e$ de la tuyère sont présentés sur la figure 5.7 en fonction de l'angle ϕ dont la référence est prise dans la direction de l'écoulement. Le maximum est atteint vers aval pour $\phi \simeq 40^\circ$. Les niveaux acoustiques sont similaires à ceux obtenus expérimentalement par Robin *et al.* [146] pour un jet sur-détendu avec un nombre de Mach d'éjection de 3.13, et une pression et une température de réservoir respectivement égales à 30×10^5 Pa et 1900 K. Un très bon accord est même observé de $\phi = 50^\circ$ à $\phi = 90^\circ$. Les niveaux acoustiques sont aussi comparés aux mesures effectuées par Greska [67] pour un jet adapté à Mach 2 et avec une pression et une température de réservoir de 7.7×10^5 Pa et 1313 K. Les données de Greska [67] ont été recalculées pour 80 rayons en utilisant une loi de propagation en $1/r$. Bien que les conditions d'éjection des jets diffèrent, la comparaison est satisfaisante entre $\phi = 50^\circ$ à $\phi = 100^\circ$.

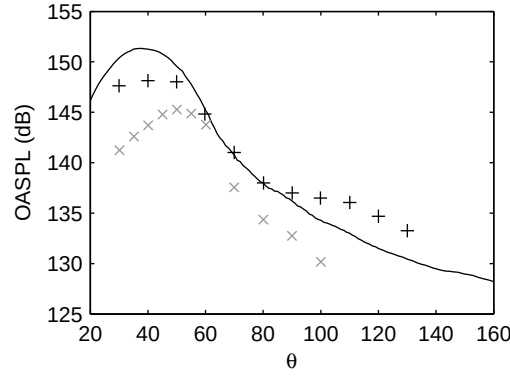


FIGURE 5.7 – Variations des niveaux de pression acoustique en champ lointain en fonction de l'angle ϕ : — calcul, et mesures + de Robin *et al.* [146] et $\times$ de Greska [67].

Les signaux de pression obtenus à $\phi = 40^\circ$ sont présentés sur la figure 5.8. Le temps de simulation t a été normalisé par la période T_0 correspondant à la fréquence $St_e = 0.1$. Sur la figure 5.8(a), d'intenses pics de pression sont observés. En réalisant un zoom entre $t = 20T_0$ et $t = 34T_0$ sur la figure 5.8(b), on remarque que le signal contient des chocs.

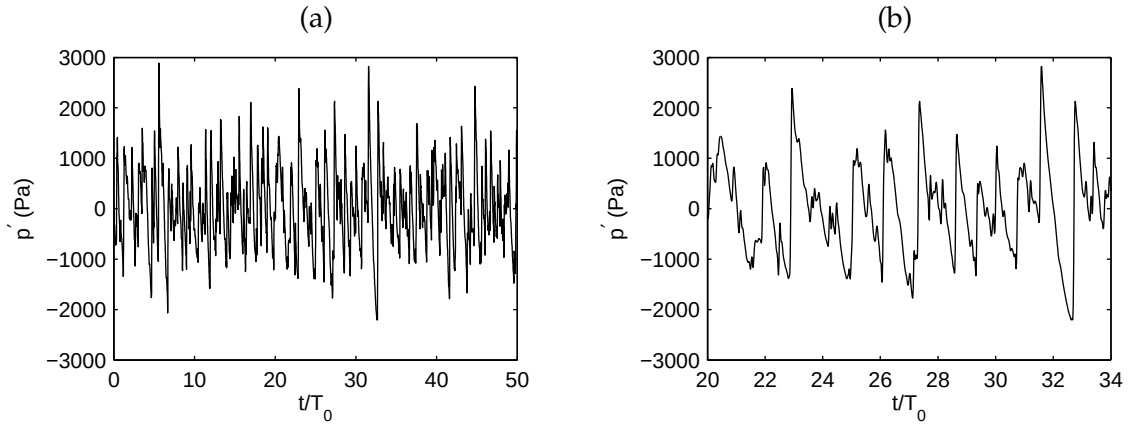


FIGURE 5.8 – Signaux de pression acoustique p' à $\phi = 40^\circ$: (a) signaux entre $t = 0$ et $t = 50T_0$ et (b) zoom entre $t = 20T_0$ et $t = 34T_0$.

5.2.2 Spectres acoustiques

Les spectres acoustiques obtenus à $80r_e$ de la sortie de la tuyère sont maintenant présentés sur la figure 5.9 en fonction du nombre de Strouhal St_e et de l'angle d'observation ϕ . Dans la direction aval sur la figure 5.9(a), on observe principalement deux pics autour de $St_e = 0.05$ et $St_e = 0.10$ pour $\phi < 80^\circ$. Le premier est significatif pour $\phi \simeq 30^\circ$, tandis que le second est particulièrement marqué pour $\phi \simeq 40^\circ$. Ces fréquences correspondent à celle des deux composantes de bruit observées en champ proche à $z = 40r_e$ sur la figure 5.4.

Un troisième pic de plus faible amplitude est aussi remarqué à $\phi \simeq 47^\circ$ et $St_e \simeq 0.13$ sur la figure 5.9(a). Ce nombre de Strouhal est similaire à celui du pic relevé à $z = 30r_e$ sur la figure 5.4. Dans les directions transverse et amont sur la figure 5.9(b), le nombre de Strouhal correspondant au maximum du spectre décroît lorsque l'angle ϕ augmente. Cette décroissance est en bon accord avec la fréquence centrale du bruit de choc estimée par le modèle de Tam & Tanna [183]

$$f_{shock} = \frac{u_c}{L_{shock}(1 - M_c \cos \phi)} \quad (5.4)$$

qui est aussi représentée sur la figure 5.9(b).

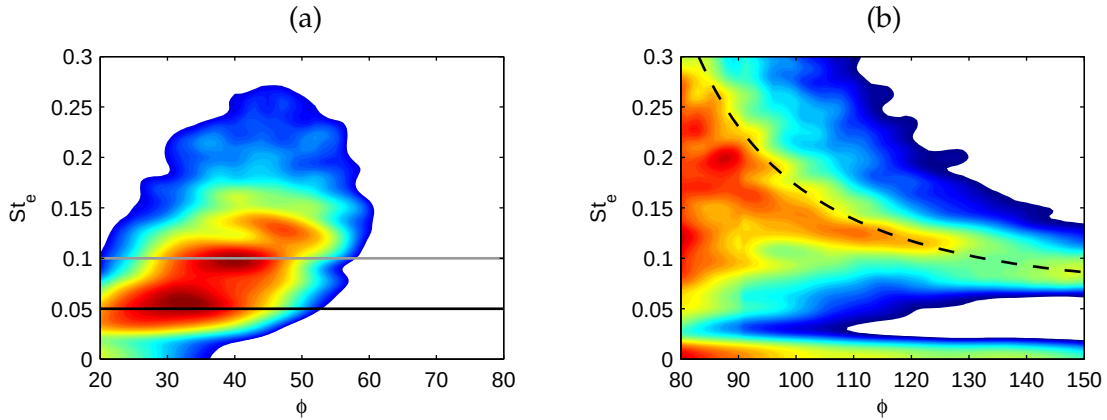


FIGURE 5.9 – Densités spectrales de puissance de la pression acoustique en fonction de l'angle ϕ et du nombre de Strouhal St_e : (a) de $\phi = 20^\circ$ à 80° et (b) de $\phi = 80^\circ$ à 150° . Les niveaux de couleur sont compris (a) entre 151 dB/St et 161 dB/St et (b) entre 134 dB/St et 144 dB/St. — $St_e = 0.05$, — $St_e = 0.10$ et --- estimation de la fréquence centrale du bruit d'interaction choc-turbulence large bande [183].

Les spectres acoustiques en champ lointain sont maintenant tracés à $\phi = 30^\circ, 40^\circ, 90^\circ$ et 120° sur la figure 5.10. A $\phi = 30^\circ$ et 40° sur la figure 5.10(a), les spectres sont étroits et particulièrement marqués pour les basses fréquences. Les maxima sont respectivement atteints à $St_e = 0.05$ pour $\phi = 30^\circ$ et $St_e = 0.10$ pour $\phi = 40^\circ$. Ces résultats sont cohérents avec les mesures acoustiques de Seiner *et al.* [153] pour des jets chauffés à Mach 2. A $\phi = 90^\circ$ sur la figure 5.10(b), on observe deux pics à $St_e = 0.16$ et $St_e = 0.20$. Ces nombres de Strouhal correspondent aux premières harmoniques des fréquences $St_e = 0.08$ et $St_e = 0.10$ associées aux deux pics remarquables à $z = 0$ sur la figure 5.3(a). En champ proche, cette composante de bruit a été identifiée comme du bruit d'interaction choc-turbulence se propageant dans la direction amont. Le fait que l'on retrouve la première harmonique de cette composante à $\phi = 90^\circ$ correspond au comportement des jets soumis au screech où la première harmonique du screech est généralement observée dans la direction transverse [123]. Enfin, à $\phi = 120^\circ$,

le maximum du spectre est atteint pour $St_e = 0.11$, ce qui est en très bon accord avec la prédiction de la fréquence centrale du bruit d'interaction choc-turbulence large-bande donnée par la formule (5.4). Les remarques réalisés sur les spectres de la figure 5.10(b) soutiennent donc l'hypothèse que pour le jet calculé, le bruit d'interaction choc-turbulence est dominant dans la direction amont.

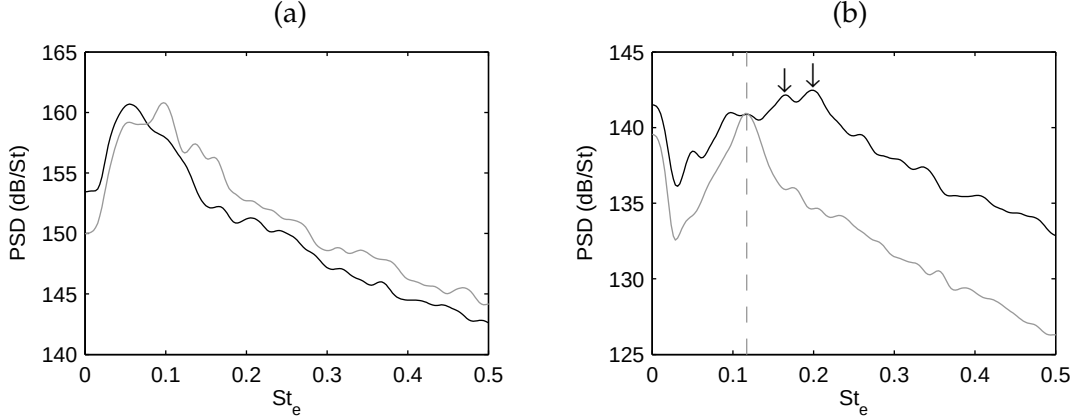


FIGURE 5.10 – Spectres de pression acoustique en champ lointain à (a) — $\phi = 30^\circ$ et — $\phi = 40^\circ$, et à (b) — $\phi = 90^\circ$, — $\phi = 120^\circ$; --- estimation de la fréquence centrale du bruit d'interaction choc-turbulence en utilisant la formule (5.4). Les flèches représentent $St_e = 0.16$ et $St_e = 0.20$.

Les spectres calculés à $\phi = 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$ et 60° sont maintenant comparés aux mesures de Robin [145] sur la figure 5.11. Le jet de Robin [145] est aussi sur-détendu, avec un nombre de Mach d'éjection de 3.13 et possède une pression et une température de réservoir respectivement égales à 30×10^5 Pa et 1900 K. Ses niveaux de bruit ont déjà été comparés à ceux du jet calculé sur la figure 5.1. Les spectres acoustiques sont présentés en fonction du nombre de Strouhal $St_e = 2fr_e/u_e$, où pour le jet de Robin [145] la vitesse d'éjection est de 1800 m/s et le rayon de la tuyère est de 3 cm. Bien que les grandeurs d'éjection sont différentes pour les deux jets, on observe un bon accord pour la forme des spectres, notamment pour $0.2 \leq St_e \leq 0.5$. Sur la figure 5.11(a), une composante basse fréquence est en particulier présente sur les spectres des deux jets. La fréquence du pic pour le jet de Robin [145] est cependant inférieure à celle observée pour le jet simulé. Cette différence peut être liée à la différence de température entre les deux jets [155]. A $\phi = 40^\circ$ sur la figure 5.11(b), le spectre du jet simulé présente un pic à $St_e = 0.10$ qui n'est pas retrouvé sur le spectre du jet expérimental. A $\phi = 50^\circ$ et $\phi = 60^\circ$ sur les figures 5.11(c) et 5.11(d), on remarque un très bon accord pour la forme et les niveaux des spectres acoustiques, même si un pic à $St_e = 0.12$ est observé uniquement sur le spectre du jet simulé à $\phi = 50^\circ$. La présence marquée de

pics sur les spectres du jet simulé est probablement due au fait que ce jet est initialement laminaire [154] alors que le jet de Robin [145] est turbulent. La nature initiale de la couche de mélange peut aussi expliquer la différence de niveau entre les deux jets à $\phi = 30^\circ$ et $\phi = 40^\circ$ [154].

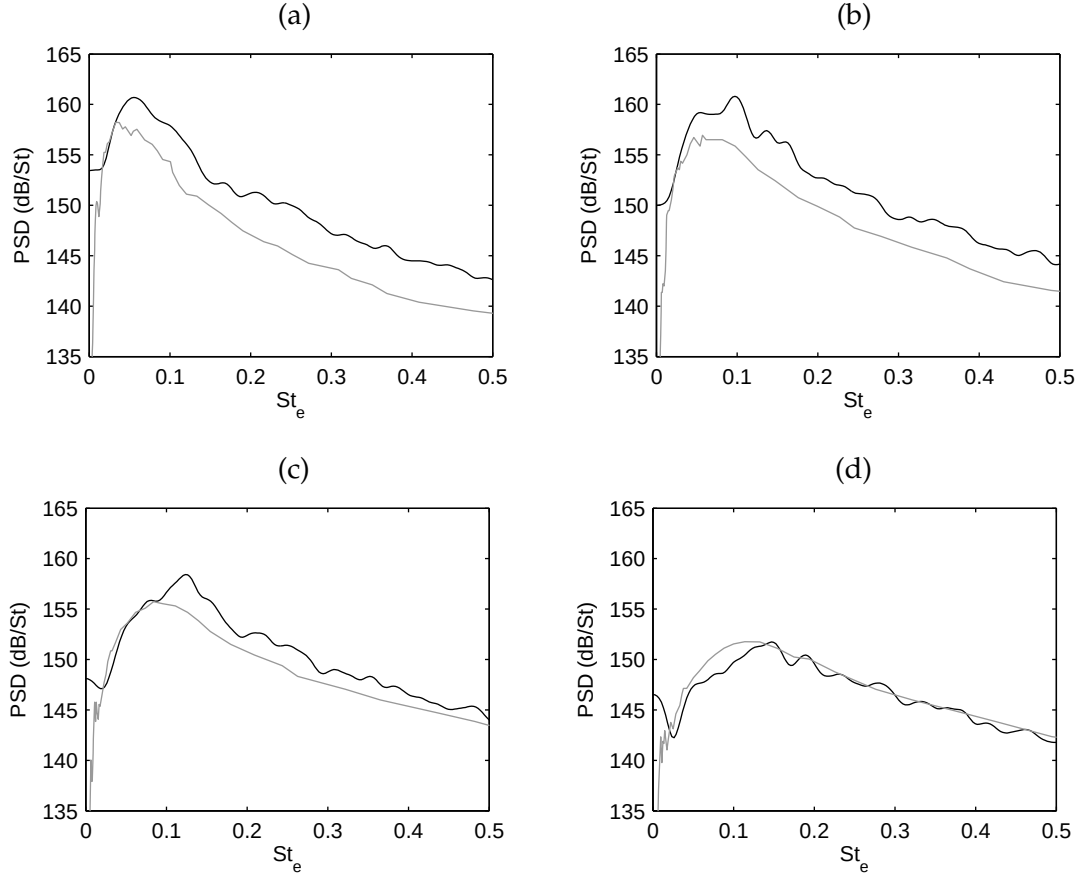


FIGURE 5.11 – Spectres acoustiques en champs lointain à (a) $\phi = 30^\circ$, (b) $\phi = 40^\circ$, (c) $\phi = 50^\circ$ et (d) $\phi = 60^\circ$: — calcul, — mesures de Robin [145]

Les niveaux de pression acoustique à $St_e = 0.05$ et $St_e = 0.10$ sont présentés sur la figure 5.12 en fonction de l'angle ϕ . De manière analogue à Seiner *et al.* [153], les données sont normalisées par le maximum à $St_e = 0.10$. Les directivités acoustiques pour les deux fréquences sont proches. Les résultats sont aussi comparés aux mesures de Seiner *et al.* [153] aux mêmes nombres de Strouhal pour un jet adapté à Mach 2 avec une température de réservoir de 1370 K. Pour les deux fréquences, les directivités sont en bon accord, et spécialement à $St_e = 0.05$.

Afin de caractériser la nature des composantes de bruit dans la direction aval, les spectres acoustiques correspondant aux modes azimutaux $n = 0$ et $n = 1$ sont présentés sur la figure 5.13 pour $\phi \leq 80^\circ$. Pour le mode $n = 0$ sur la figure 5.13(a), deux pics sont clairement

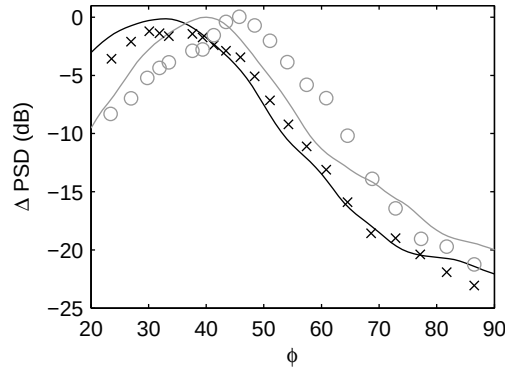


FIGURE 5.12 – Directivités en champs lointain à $St_e = 0.05$ et $St_e = 0.10$, et mesures de Seiner *et al.* [153] pour un jet chaud à $Mach\ 2 \times St = 0.05$ et $St = 0.10$. Pour la comparaison, Les amplitudes sont normalisées par le maximum à $St_e = 0.10$.

observés à $St_e = 0.05$ et $St_e = 0.10$, tandis qu'un seul pic n'est visible à $St_e = 0.08$ pour le mode $n = 1$ sur la figure 5.13(b). On peut aussi remarquer que la composante à $St_e = 0.13$ est reliée aux modes $n = 0$ et $n = 1$.

Les composantes de bruit à $St_e = 0.05$ et $St_e = 0.10$ de la figure 5.9(a) sont donc clairement associées au mode $n = 0$. On peut de plus remarquer que des fréquences similaires ont été observées sur la figure 4.10(a) pour les fluctuations de vitesse axiale le long de la couche de mélange. Des fluctuations de vitesse à $St_e = 0.11$ sont en effet dominantes de $z = 12.5r_e$ à la fin du cône potentiel, et des fluctuations à $St_e = 0.055$ prédominent après la fin du cône potentiel. La composante à $St_e = 0.05$ peut donc être attribuée à du bruit de mélange turbulent produit après le cône potentiel. La composante de bruit à $St_e = 0.10$ est sans doute liée aux fluctuations de vitesse à $St_e = 0.11$ car ces fréquences sont respectivement des harmoniques de celles de la composante de bruit à 30° et des fluctuations de vitesse après le cône potentiel. Cependant, le mécanisme de génération n'est pour l'instant pas clairement identifié.

Comme il a été mentionné précédemment, les spectres acoustiques du mode $n = 1$ présentent un maximum à $St_e = 0.08$ entre $\phi = 30^\circ$ et 40° sur la figure 5.13(b). Le long de la couche de mélange des fluctuations de la vitesse axiale à la même fréquence et associées aussi au mode $n = 1$ ont été observées sur la figure 4.10(b). La composante de bruit à $St_e = 0.08$ pour le mode $n = 1$ peut donc être un rayonnement d'ondes de Mach.

Enfin, les spectres dans la direction amont des modes $n = 0$ et $n = 1$ sont respectivement présentés sur les figures 5.14(a) et 5.14(b). Les niveaux sont plus élevés sur la figure 5.14(b), ce qui suggère que le bruit d'interaction choc-turbulence est principalement relié au mode $n = 1$. Sur la figure 5.14(a), pour le mode axisymétrique, on observe deux pics à $St_e = 0.05$

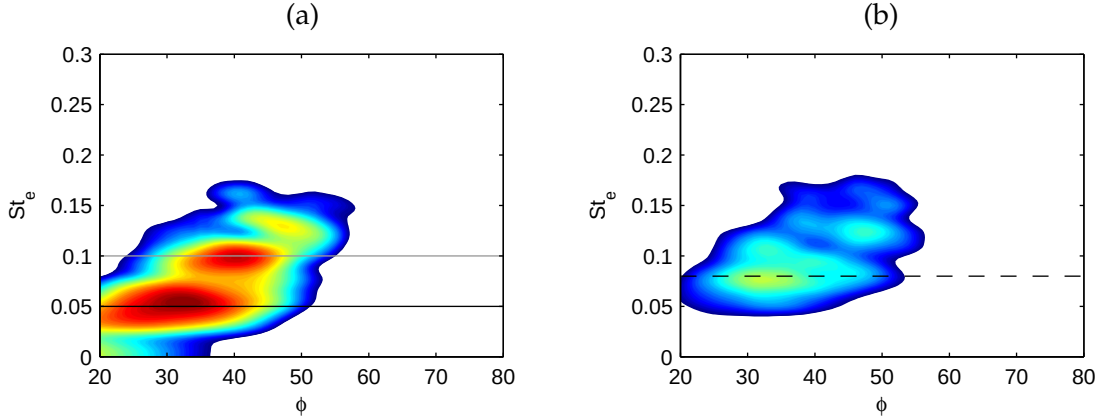


FIGURE 5.13 – Spectres acoustiques en champ lointain pour les modes (a) $n = 0$ et (b) $n = 1$ en fonction de l'angle ϕ et du nombre de Strouhal St_e pour $\phi \leq 80^\circ$. Les niveaux de couleur sont compris entre 150 dB/St et 160 dB/St. — $St_e = 0.05$, — 0.1 et --- 0.08 .

et $St_e = 0.10$ pour $\phi = 150^\circ$. A $\phi = 90^\circ$, on remarque un pic à $St_e = 0.20$ qui correspond à la première harmonique du pic à $St_e = 0.10$. Sur la figure 5.14(b), pour le mode $n = 1$, la composante du bruit d'interaction choc-turbulence est visible à $St_e = 0.08$ pour $\phi = 150^\circ$ et sa première harmonique peut être distinguée à $\phi = 90^\circ$. Il est intéressant de remarquer que la fréquence centrale du bruit d'interaction choc-turbulence semble varier en fonction du mode azimutale. Dans la direction amont, on distingue donc deux contributions : une première à $St_e = 0.08$, associée uniquement au mode $n = 1$, et une seconde à $St_e = 0.1$, associée au mode $n = 0$. A la fréquence de la seconde, la contribution du mode $n = 1$ n'est cependant pas négligeable d'après la figure 5.14(b).

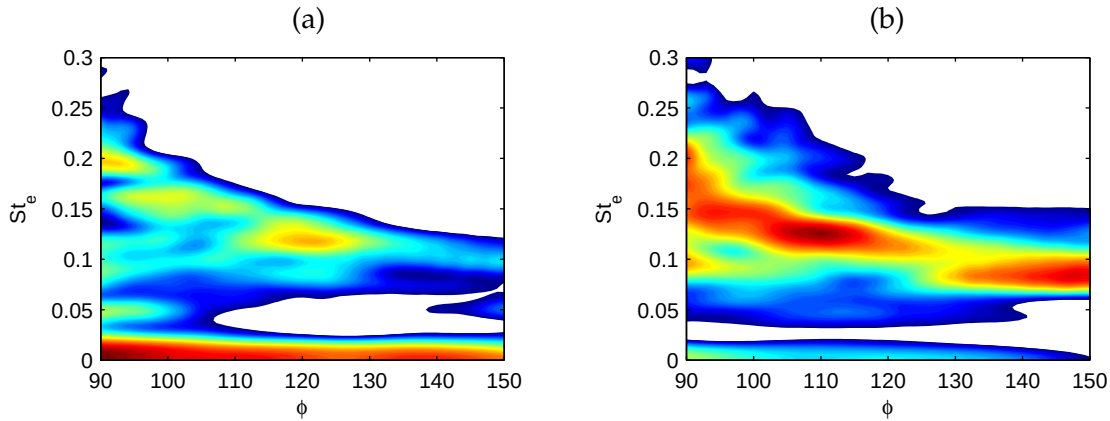


FIGURE 5.14 – Spectres acoustiques en champ lointain pour les modes (a) $n = 0$ et (b) $n = 1$ en fonction de l'angle ϕ et du nombre de Strouhal St_e pour $90^\circ \leq \phi \leq 150^\circ$. Les niveaux de couleur sont compris entre 130 dB/St et 140 dB/St.

5.2.3 Influence des effets non linéaires sur les spectres acoustiques en champ lointain

Pour les jets fortement supersoniques, les effets liés à la propagation non-linéaire des ondes acoustiques sont particulièrement importants [59, 98, 195]. Afin d'étudier l'influence de ces effets pour le jet calculé, trois calculs de propagation sont réalisés sur un maillage identique à partir des surfaces de contrôle situées en $z = 0$ et en $r = 9.5r_e$. Le premier calcul de propagation considéré est celui présenté dans la partie précédente. Les équations d'Euler complètes sont donc résolues avec la procédure de capture de choc développée, employant le filtre optimisé Fopt d'ordre 2. Pour le second calcul de propagation, les équations d'Euler complètes sont aussi résolues avec les mêmes méthodes numériques, à l'exception du fait que le filtre Fo4 d'ordre 4 est implémenté à la place du filtre d'ordre 2 pour la capture de choc. D'après le chapitre 2, ce filtre est moins dissipatif que le filtre Fopt, et ne supprime pas totalement les oscillations de Gibbs. Ce calcul va donc permettre d'observer l'influence de la dissipation numérique de la procédure de capture de choc sur la propagation des ondes acoustiques. Pour le dernier calcul, les équations de propagation de l'acoustique linéaire sont résolues [15]. Les mêmes méthodes numériques que précédemment sont utilisées mais sans la procédure de capture de choc car ces équations sont linéaires. La comparaison des résultats de ce calcul à ceux des deux premiers va permettre de mettre en évidence l'influence des effets de propagation non linéaire.

Les niveaux acoustiques à $80r_e$ de la tuyère sont présentés sur la figure 5.15 en fonction de l'angle d'observation ϕ pour les trois calculs d'extrapolation. On observe que les niveaux obtenus entre $\phi = 100^\circ$ et 160° sont identiques. Dans la direction aval, les niveaux des deux calculs de propagation non linéaire sont très proches. Pour le calcul de propagation linéaire, les niveaux acoustiques sont plus élevés et le maximum est atteint pour $\phi = 45^\circ$ contre $\phi = 40^\circ$ pour la propagation non-linéaire.

Les spectres acoustiques calculés à $80r_e$ de la sortie de la tuyère avec les trois méthodes d'extrapolation présentées précédemment sont montrés pour $20^\circ \leq \phi \leq 80^\circ$ sur la figure 5.16. Les spectres obtenus en résolvant les équations d'Euler avec les filtres Fopt et Fo4 sont respectivement présentés sur les figures 5.16(a) et 5.16(b). On observe que l'ordre du filtre utilisé pour capturer les chocs influe peu sur les niveaux des spectres pour les basses fréquences. Avec les équations de l'acoustique linéaire, on retrouve les deux composantes à $St_e = 0.05$ et $St_e = 0.10$ sur la figure 5.16(c). Cependant, les niveaux semblent être plus élevés que ceux calculés avec les équations d'Euler. Sur la figure 5.16(c), on remarque aussi

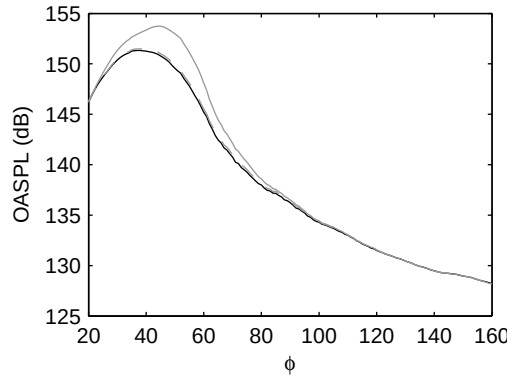


FIGURE 5.15 – Niveaux acoustiques à 80 rayons de la buse en fonction l'angle ϕ : — équations d'Euler avec le filtre Fopt, --- équations d'Euler avec le filtre Fo4 et — équations de l'acoustique linéaire.

que le maximum de la composante à $St_e = 0.13$, situé à $\phi \simeq 47^\circ$, est maintenant comparable celui de la composante à $St_e = 0.10$. Enfin, les spectres entre $St_e = 0.15$ et $St_e = 0.30$ présentent des niveaux plus élevés et le rayonnement acoustique semble être plus directif sur la figure 5.16(c) que sur les figures 5.16(a) et 5.16(b).

En champ proche, la contribution de la composante de bruit à $St_e = 0.13$ est très élevée, comme par exemple à $z = 30r_e$ sur la figure 5.4. D'après la figure 5.16, la diminution de la contribution de cette composante en champ lointain est liée aux effets de propagation non linéaire et non à la dissipation de la procédure de capture de choc.

Les spectres acoustiques obtenus à $\phi = 45^\circ$ pour les différentes extrapolations sont maintenant montrés sur la figure 5.17. A $St_e = 0.10$, la différence de niveau de bruit entre les propagations linéaires et non linéaires est de 2 dB, tandis qu'entre $St_e = 0.13$ et 0.50 cette différence est plus élevée et de l'ordre de 4 dB. Il en résulte que le maximum du spectre est atteint pour $St_e = 0.13$ avec l'extrapolation linéaire, et pour $St_e = 0.10$ avec les extrapolations non linéaires. Au même angle et sur un jet provenant d'un réacteur d'avion militaire, Gee *et al.* [59] constatent aussi un décalage vers les basse fréquences entre le spectre mesuré en champ lointain et ceux calculés à l'aide d'extrapolations linéaires de mesures réalisées plus proches de la tuyère.

Les spectres acoustiques calculés à $\phi = 60^\circ$ et $\phi = 140^\circ$ sont maintenant représentés sur la figure 5.18 pour les différents calculs de propagation. A $\phi = 60^\circ$ sur la figure 5.18(a), les spectres obtenus pour les extrapolations non linéaires sont similaires. On observe néanmoins que les niveaux des hautes fréquences sont plus élevées pour le calcul réalisé avec le filtre Fo4, car ce filtre est moins dissipatif que le filtre Fopt [28]. Les spectres calculés pour les extrapolations linéaires et non linéaires sont maintenant comparés. Les niveaux des basses

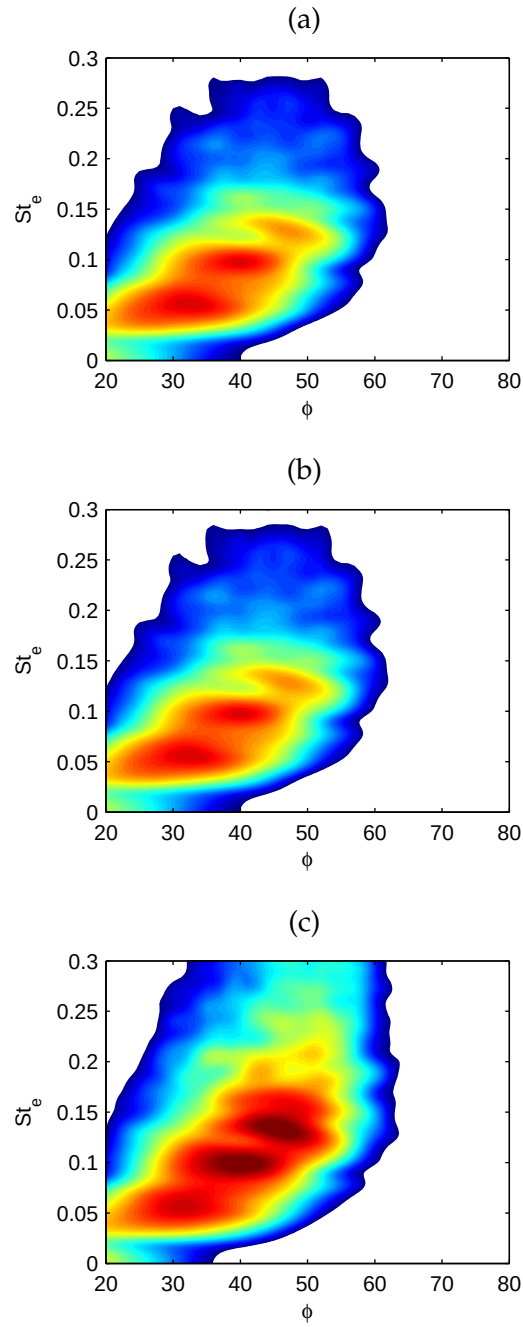


FIGURE 5.16 – Spectres acoustiques en champ lointain en fonction de l'angle ϕ et du nombre de Strouhal St_e : (a) équations d'Euler avec le filtre Fopt, (b) équations d'Euler avec le filtre Fo4 et (c) équations de l'acoustique linéaire. Les niveaux de couleur sont compris entre 150 dB/St et 162 dB/St.

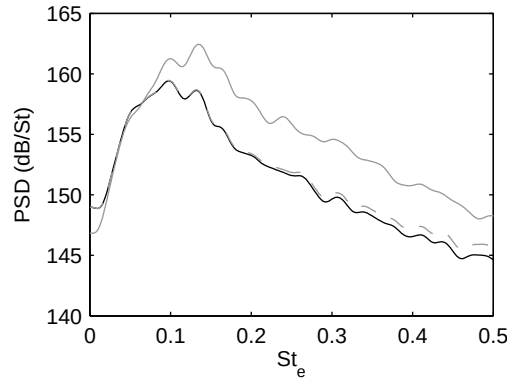


FIGURE 5.17 – Spectres en champ lointain à $\phi = 45^\circ$: — équations d'Euler avec le filtre Fopt, -- équations d'Euler avec le filtre Fo4, et ——— équation de l'acoustique linéaire.

fréquences situées entre $St_e = 0.03$ et $St_e = 0.10$ sont semblables pour les différents calculs. L'allure des spectres est cependant sensiblement différente entre $St_e = 0.20$ et $St_e = 1.00$. La forme du spectre est concave pour l'extrapolation linéaire alors qu'elle est convexe avec les extrapolations non linéaires, et les niveaux calculés entre $St_e = 0.20$ et $St_e = 0.80$ sont notablement plus élevés en résolvant les équations de l'acoustique linéaire. Finalement, entre $St_e = 0.80$ et $St_e = 1.00$, la décroissance du spectre est très importante pour la propagation linéaire alors que les niveaux des spectres de pression semblent remonter pour les calculs non linéaires. Des tendances identiques ont notamment été observées par Gee *et al.* [59, 60] qui ont étudié l'influence des effets de propagation sur le rayonnement acoustique produit par des jets d'avions militaires.

A $\phi = 140^\circ$ sur la figure 5.18(a), les effets non linéaires sont négligeables. La différence de niveau la plus importante est observée pour $St_e = 1.00$ et est de l'ordre du décibel.

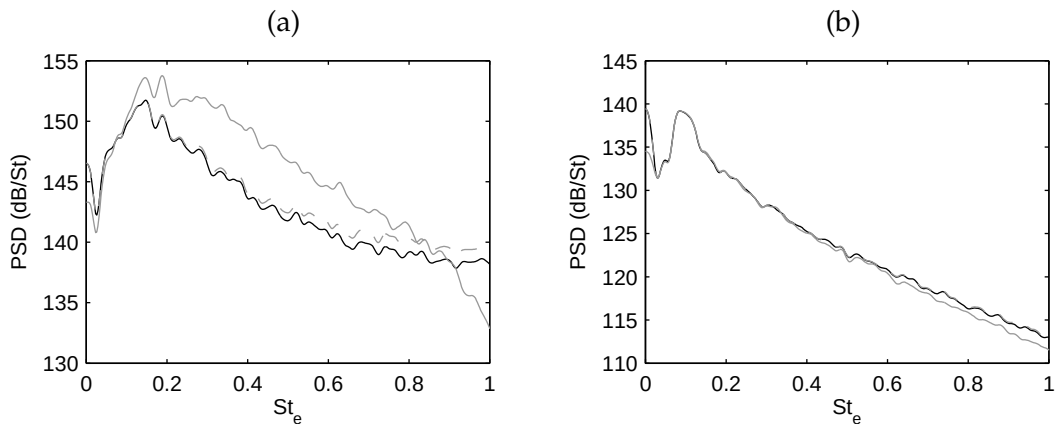


FIGURE 5.18 – Spectres en champ lointain à (a) $\phi = 60^\circ$ et (b) $\phi = 140^\circ$: — équations d'Euler avec le filtre Fopt, --- équations d'Euler avec le filtre Fo4 et ——— équations de l'acoustique linéaire.

Les spectres acoustiques obtenus par la propagation linéaire sont enfin comparés sur la figure 5.19 aux résultats du modèle de Tam *et al.* [178] utilisé pour prédire la fréquence centrale du rayonnement d’ondes de Mach en fonction de la directivité. Cette fréquence est estimée à partir de l’analyse de stabilité linéaire effectuée dans le chapitre précédent sur le champ moyen du jet. Pour une onde d’instabilité linéaire se propageant dans le jet, l’angle de rayonnement des ondes de Mach est donné [178] par :

$$\phi_{mach} = \arccos(c_\infty k_r / \omega) \quad (5.5)$$

où k_r est la partie réelle du nombre d’onde et ω est la pulsation de l’onde d’instabilité. Dans ce modèle, la position axiale définie par $k_i = 0$ donne l’origine d’émission des ondes de Mach, où k_i est la partie imaginaire de l’onde d’instabilité. D’après la figure 4.17, la composante azimutale $n = 1$ est la plus amplifiée le long de la couche de mélange pour le calcul LES. Les variations de la fréquence centrale du rayonnement d’ondes de Mach du mode de Kelvin-Helmholtz $n = 1$ sont donc représentées en fonction de l’angle ϕ sur la figure 5.19 à $80r_e$ de la tuyère. La fréquence donnée par le modèle de Tam *et al.* [178] augmente avec l’angle ϕ , et comparant cette fréquence avec les spectres calculés pour la propagation linéaire, on observe que ce modèle reproduit assez bien l’évolution de la fréquence en fonction de la directivité. On peut enfin noter sur la figure 4.14(a) que le maximum du mode de Kelvin-Helmholtz $n = 1$ est atteint pour $St_e = 0.12$. L’angle de rayonnement de l’onde de Mach correspondante est $\phi_{mach} = 52^\circ$. Sur la figure 5.19, on remarque que cette fréquence et cet angle sont proches de la composante de bruit à $St_e = 0.13$ et dominante à $\phi = 47^\circ$.

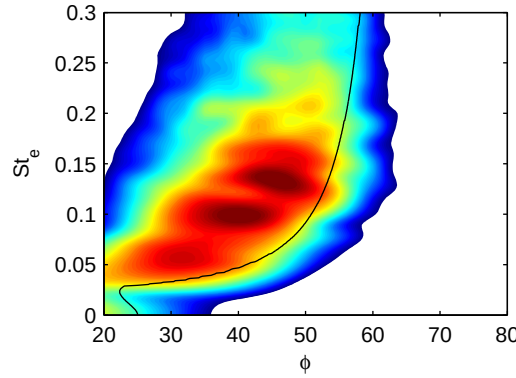


FIGURE 5.19 – Spectres acoustiques en champ lointain en fonction de l’angle ϕ et du nombre de Strouhal St_e obtenus avec les équations de l’acoustique linéaire ; — estimation de la fréquence du rayonnement d’ondes de Mach en fonction de l’angle ϕ d’après le modèle de Tam *et al.* [178]. Les niveaux de couleur sont compris entre 150 dB/St et 162 dB/St.

5.3 Conclusion

Le rayonnement acoustique d'un jet sur-détendu, possédant un nombre de Mach d'éjection de 3.30, a été directement calculé par simulation des grandes échelles en champ proche, et propagé ensuite en champ lointain en utilisant des équations linéaires et non linéaires. En champ proche et en champ lointain, les niveaux de bruit et les spectres acoustiques sont en bon accord qualitatif et quantitatif avec les données expérimentales disponibles dans la littérature [66, 67, 145, 155, 192]. La contribution des différentes sources de bruit ainsi que les effets à la propagation non linéaire des ondes acoustiques ont ensuite été discutés. Des composantes du bruit d'interactions choc-turbulence ont été identifiées principalement dans les directions amont ou transverse, et du bruit de mélange a été observé dans la direction aval. En champ lointain, les effets de propagation sont importants. Ils diminuent la contribution des composantes de bruit hautes fréquences, sans doute liées au rayonnement d'ondes de Mach.

Conclusion

Dans cette thèse, le rayonnement acoustique produit par un jet sur-détendu, possédant un nombre de Mach d'éjection de 3.30, a été calculé directement à partir des équations de Navier-Stokes compressibles au moyen de schémas numériques peu dissipatifs et d'une procédure de capture de choc adaptative.

Afin que la durée de la simulation soit acceptable, une procédure de déraffinement progressive de la résolution dans la direction azimutale a d'abord été proposée. A cause de l'apparition d'une erreur de dispersion importante pour les discrétisations grossières dans la direction azimutale, des schémas de différentiation spécifiques ont été développés. Une procédure de capture de choc compatible avec la simulation des grandes échelles a finalement été présentée pour traiter le réseau d'ondes de choc dans le jet. Cette procédure est explicite, adaptative et conservative, et son efficacité a été testée sur différents cas test linéaires et non linéaires, monodimensionnels et bidimensionnels.

Un jet sur-détendu, avec un nombre de Mach d'éjection de 3.30, une pression et une température de réservoir de 28.6×10^5 Pa et 1144 K, et un nombre de Reynolds de 0.94×10^5 a été calculé par simulation des grandes échelles. Le champ moyen aérodynamique ainsi obtenu est en bon accord avec les mesures de littérature, et les fluctuations de vitesse axiale le long de la couche de mélange ont été caractérisées en utilisant notamment une analyse de Fourier bidimensionnelle en temps et selon la direction azimutale. Le développement de la turbulence le long de la couche de mélange au voisinage de la tuyère semble aussi correspondre à des résultats obtenus à partir d'une analyse de stabilité linéaire. Le rayonnement acoustique a été étudié en champ proche, calculé directement par simulation des grandes échelles, et en champ lointain, propagé par des méthodes linéaires et non linéaires. Le rayonnement du jet est plus marqué dans la direction aval, et un assez bon accord a été observé avec les mesures de la littérature pour les niveaux de bruit. Les contributions du bruit de mélange turbulent, du rayonnement d'onde de Mach et des interactions choc-turbulence ont aussi été identifiées sur les spectres acoustiques. La propagation non linéaire des ondes

acoustiques joue enfin un rôle particulièrement important en champ lointain, et diminue la contribution des composantes de bruit hautes fréquences, sans doute liées au rayonnement d'ondes de Mach.

Perspectives

Durant cette thèse, des méthodes numériques ont été implémentées dans un code de résolution des équations de Navier-Stokes pour calculer, par simulation des grandes échelles, le rayonnement acoustique d'un jet sur-détendu, avec un nombre de Mach d'éjection de 3.30.

Une première perspective est naturellement de continuer l'étude du rayonnement acoustique des jets de lanceur. Il serait intéressant d'étudier l'influence des paramètres d'éjection comme la température, la pression statique, le nombre de Mach ou le taux de turbulence en sortie de la tuyère. Avec quelques développements numériques supplémentaires, les effets du sol ou d'un carneau pourraient ensuite être pris en compte. En restant dans les applications de type lanceur, ce code de calcul peut permettre d'étudier aussi des écoulements de culot transsonique et turbulent, ou des interactions choc-couche limite. En implémentant des méthodes curvilignes [105], il serait enfin possible de réaliser des calculs instationnaires de tuyère.

Ce code de résolution des équation de Navier-Stokes peut aussi être utilisé pour calculer le rayonnement acoustique de jets ronds supersoniques avec un nombre de Mach d'éjection plus faible. Bien que ce type de jet soit généralement bien documenté expérimentalement, le calcul direct aiderait sans doute à comprendre certains phénomènes tel que les sauts de mode du screech [139] ou les différentes contributions du rayonnement d'ondes de Mach [91, 125]. Dans le secteur de l'aéronautique, une application particulièrement intéressante est l'étude du champ acoustique rayonné par des jets doubles flux choqués.

Enfin, la procédure de capture de choc développée durant cette thèse peut être employée dans des problèmes de propagation acoustique non linéaire, comme par exemple la propagation d'infrason dans l'atmosphère [69].

Annexe A

Coefficients des schémas numériques

Dans cette annexe, les coefficients des schémas numériques utilisés dans la thèse sont données.

A.1 Schémas de différentiation

Les coefficients des schémas aux différences finies centrés et décentrés sont tout d'abord présentés dans les tableaux A.1 et A.2.

	FDs5p	FDs11p	FDo7p	FDo11p
a_1	2/3	5/6	0.770882380518	0.872756993962667
a_2	-1/12	-5/21	-0.166705904415	-0.286511173973333
a_3	0	5/84	0.020843142770	0.090320001280000
a_4	0	-5/504	0	-0.020779405824000
a_5	0	1/1260	0	0.002484594688000

TABLE A.1 – Coefficients a_j des schémas centrés de dérivation spatiale ($a_0 = 0$, $a_{-j} = -a_j$) : schéma standard d'ordre 4 (FDs5p), schéma standard d'ordre 10 (FDs11p), schéma optimisé de Tam & Webb [170] avec les coefficients de Tam & Shen [169] (FDo7p), schéma optimisé de Bogey & Bailly [20] (FDo11p).

	FDo010d	FDo19d	FDo28d	FDo37d	FDo46d
a_{-4}					0.016756572303
a_{-3}				-0.013277273810	-0.117478455239
a_{-2}			0.057982271137	0.115976072920	0.411034935097
a_{-1}		-0.180022054228	-0.536135360383	-0.617479187931	-1.130286765151
a_0	-2.391602219538	-1.237550583044	-0.264089548967	-0.274113948206	0.341435872100
a_1	5.832490322294	2.484731692990	0.917445877606	1.086208764655	0.556396830543
a_2	-7.650218001182	-1.810320814061	-0.169688364841	-0.402951626982	-0.082525734207
a_3	7.907810563576	1.112990048440	-0.029716326170	0.131066986242	0.003565834658
a_4	-5.922599052629	-0.481086916514	0.029681617641	-0.028154858354	0.001173034777
a_5	3.071037015445	0.126598690230	-0.005222483773	0.002596328316	-0.000071772671
a_6	-1.014956769726	-0.015510730165	-0.000118806260	0.000128743150	-0.000000352273
a_7	0.170022256519	0.000021609059	-0.000118806260	0.0	
a_8	0.002819958377	0.000156447571	-0.000020069730		
a_9	-0.004791009708	-0.000007390277			
a_{10}	-0.000013063429				

TABLE A.2 – Coefficients a_j des schémas décentrés de dérivation spatiale [18]. La nomenclature des différents schémas est donnée sur la figure 1.3 du premier chapitre.

A.2 Intégration temporelle

Les coefficients des algorithmes de Runge-Kutta de Bogey et Bailly [20] et de Berland *et al.* [18] sont donnés dans le tableau A.3. L'algorithme de Berland *et al.* [18] utilise la formulation à faible stokage de Williamson [197] :

$$\begin{aligned}\omega_i &= \theta_i \omega_{i-1} + \Delta t F(u_{i-1}, t_i) \\ u_i &= u_{i-1} + \beta_i \omega_i\end{aligned}$$

avec $u_0 = u^n$, $u_p = u^{n+1}$, $\omega_0 = 0$ et, pour i allant de 1 à p , $t_i = (n + c_i)\Delta t$. θ_i et β_i sont les coefficients de l'algorithme.

i	γ_i	θ_i	β_i	c_i
1	1	0.0	0.032918605146	0
2	1/2	-0.737101392796	0.823256998200	0.032918605146
3	0.165919771368	-1.634740794341	0.381530948900	0.249351723343
4	0.040919732041	-0.744739003780	0.200092213184	0.466911705055
5	0.007555704391	-1.469897351522	1.718581042715	0.582030414044
6	0.000891421261	-2.813971388035	0.27	0.847252983783

TABLE A.3 – Coefficients des schémas d'intégration temporelle : γ_i de Bogey et Bailly RK2 [20] et θ_i , β_i et c_i de Berland *et al.* RK4 [18].

A.3 Filtre sélectif

Les coefficients des filtres sélectifs centrés et décentrés utilisés sont maintenant donnés dans les tableaux A.4 et A.5.

	SFs5p	SFs11p	SFo7p	SFo11p
d_0	3/8	63/256	0.327698660846	0.234810479761700
d_1	-1/4	-105/512	-0.235718815308	-0.199250131285813
d_2	1/16	15/128	0.086150669577	0.120198310245186
d_3	0	-45/1024	-0.014281184692	-0.049303775636020
d_4	0	5/512	0	0.012396449873964
d_5	0	-1/1024	0	-0.001446093078167

TABLE A.4 – Coefficients d_j des filtres centrés ($d_0 = 0, d_{-j} = d_j$) : filtre standard d'ordre 4 (SFs5p), filtre standard d'ordre 10 (SFs11p), filtre de Tam et Shen [170] (SFo7p), filtre optimisé d'ordre 6 de Bogey *et al.* [28] (SFo11p).

	SFo010d	SFo19d	SFo28d	SFo37d	SFo46d
d_{-4}					0.008391235145
d_{-3}				-0.000054596010	-0.047402506444
d_{-2}			0.0307159855992469	0.042124772446	0.121438547725
d_{-1}		-0.085777408970	-0.148395705486028	-0.173103107841	-0.200063042812
d_0	0.320882352941	0.277628171524	0.312055385963757	0.299615871352	0.240069047836
d_1	-0.465	-0.356848072173	-0.363202245195514	-0.276543612935	-0.207269200140
d_2	0.179117647059	0.223119093072	0.230145457063431	0.131223506571	0.122263107844
d_3	-0.035	-0.057347064865	-0.0412316564605079	-0.023424966418	-0.047121062819
d_4	0	-0.000747264596	-0.0531024700805787	0.013937561779	0.009014891495
d_5	0	-0.000027453993	0.0494343261171287	-0.024565095706	0.001855812216
d_6	0	0	-0.0198143585458560	0.013098287852	-0.001176830044
d_7	0	0	0.00339528102492129	-0.002308621090	
d_8	0	0	0		
d_9	0	0			
d_{10}	0				

TABLE A.5 – Coefficients d_j des filtres décentrés [18]. La nomenclature des différents filtres est donnée sur la figure 1.3 du premier chapitre.

A.4 Schémas de différentiation dans la direction azimutale

Les coefficients des schémas développés pour calculer la dérivée des flux dans la direction azimutale sont donnés dans le tableau A.6.

	api24	api48	api816	api1632
a_1	0.819475776996	0.764510305787	0.827728256913	0.825858420492
a_2	-0.210854308895	-0.161835782187	-0.228094785916	-0.225946472928
a_3	0.034077613598	0.019720419529	0.050400938205	0.049278244240
a_4	0	0	-0.005685374924	-0.005450051839

TABLE A.6 – Coefficients des schémas aux différences finies centrées dans la direction azimutale, avec $a_0 = 0$ et $a_{-j} = a_j$. La nomenclature des schémas est donné dans le tableau 1.3 du premier chapitre

A.5 Filtre de capture de choc

Enfin les coefficients des filtres de capture de choc mis sous forme conservative sont donnés dans le tableau A.7.

	Fo2	Fo4	Fopt
c_1	-1/4	-3/16	-0.210383
c_2	0	1/16	0.039617

TABLE A.7 – Coefficients c_j de la forme conservative des filtres de la procédure de capture de choc, avec $c_{1-j} = -c_j$: filtre d'ordre 2 standard (Fo2), filtre d'ordre 4 standard (Fo4), et filtre optimisé d'ordre 2 (Fopt).

Annexe B

Equations d'Euler

B.1 Equations monodimensionnelles

Les équations d'Euler 1D s'écrivent sous la forme :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.1})$$

Le vecteur des variables conservatives U et le vecteur des flux E sont définis par $U = [\rho, \rho u, \rho e_t]^T$ et $E = [\rho u, \rho u^2 + p, u(\rho e_t + p)]^T$. La pression est donnée par $p = (\gamma - 1)(\rho e_t - \rho u^2)$ avec $\gamma = 1.4$.

B.2 Equations quasi-monodimensionnelles

En quasi-1D, les équations d'Euler prennent la forme suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + Q = 0 \quad (\text{B.2})$$

Le vecteur des variables U , le vecteur des flux E et le terme source Q sont définis par $U = [\rho, \rho u, \rho e_t]^T$, $E = [\rho u, \rho u^2 + p, u(\rho e_t + p)]^T$ et $Q = (1/A) (dA/dx) [\rho u, \rho u^2, u(\rho e_t + p)]^T$, où $A = A(x)$ est la section transverse. Les équations d'Euler en quasi-1D ne peuvent pas s'écrire sous forme conservative à cause du terme Q .

B.3 Equations bidimensionnelles

B.3.1 Système de coordonnées cartésiennes

Les équations d'Euler bidimensionnelles dans le système de coordonnées cartésiennes s'écrivent sous la forme :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.3})$$

où le vecteur des variables conservatives U et les vecteurs des flux E et F sont définis par :

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_t \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(\rho e_t + p) \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(\rho e_t + p) \end{bmatrix}$$

où u et v sont les deux composantes du vecteur vitesse. La pression p est donnée par $p = (\gamma - 1)(\rho e_t - \rho(u^2 + v^2)/2)$.

B.3.2 Système de coordonnées polaires

Pour passer en coordonnées polaires, le changement de variable suivant est effectué :

$$x = r \cos \theta \quad \text{et} \quad y = r \sin \theta$$

En appliquant ce changement de variable aux équations (B.3) et en combinant les équations, on obtient :

$$\frac{\partial U_1}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_1}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_1}{\partial \theta} + \frac{1}{r} B_1 = 0 \quad (\text{B.4})$$

Avec :

$$U_1 = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_r \\ \rho u_\theta \\ \rho e_t \end{bmatrix}$$

et,

$$E_1 = \begin{bmatrix} r \rho u_r \\ r(\rho u_r^2 + p) \\ r \rho u_r u_\theta \\ r(\rho e_t + p) u_r \end{bmatrix} \quad F_1 = \begin{bmatrix} \rho u_\theta \\ \rho u_r u_\theta \\ (\rho u_\theta^2 + p) \\ (\rho e_t + p) u_\theta \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -(\rho u_\theta^2 + p) \\ \rho u_r u_\theta \\ 0 \end{bmatrix}$$

Annexe C

Equations de Navier-Stokes

C.1 Equations de Navier-Stokes en cartésien

Dans le repère cartésien et en utilisant la notation d'Einstein de sommation des indices répétés, les équations de Navier-Stokes s'écrivent :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{C.1})$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{C.2})$$

$$\frac{\partial(\rho e_t)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e_t u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p u_j}{\partial x_j} - \frac{\partial u_i \tau_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{C.3})$$

où la masse volumique du fluide ρ , la quantité de mouvement $\rho \mathbf{u}$ (avec $\mathbf{u} = (u)_i$), et l'énergie spécifique totale volumique ρe_t sont les variables conservatives. En utilisant l'hypothèse de gaz parfait, on peut exprimer la pression en fonction des variables conservatives et de la chaleur spécifique γ :

$$p = (\gamma - 1)(\rho e_t - \frac{1}{2}\rho u_k^2)$$

L'hypothèse de fluide newtonien est appliquée au tenseur des contraintes τ_{ij} et la viscosité secondaire ("bulk viscosity") est négligée :

$$\tau_{ij} = 2\mu(T)S_{ij} \text{ avec } S_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right]$$

où la viscosité dynamique $\mu(T)$ est donnée par la loi empirique de Sutherland. Enfin, le flux de chaleur q_j est modélisé par la loi de Fourier :

$$q_j = -\frac{\mu(T)c_p}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j}$$

où c_p est la capacité calorifique massique à pression constante et Pr est le nombre de Prandtl.

C.2 Equations de Navier-Stokes filtrées pour la simulation des grandes échelles

Le filtre de la LES est appliqué sur les variables conservatives, c'est-à-dire la masse volumique $\bar{\rho}$, la quantité de mouvement $\bar{\rho}\mathbf{\tilde{u}}$ et l'énergie totale $\bar{\rho}\tilde{e}_t$. L'équation de conservation de la masse filtrée est :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (C.4)$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement devient :

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \hat{\tau}_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\tau}_{ij} - \hat{\tau}_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\hat{p} - \bar{p}) \quad (C.5)$$

où,

$$\hat{p} \equiv (\gamma - 1)(\bar{\rho}\tilde{e}_t - \frac{1}{2}\bar{\rho}\tilde{u}_k\tilde{u}_k) = \bar{p} + \frac{\gamma - 1}{2}\bar{\rho}(\widetilde{u_k u_k} - \tilde{u}_k\tilde{u}_k)$$

$$\hat{T} = \tilde{T} + \frac{1}{2c_v}(\widetilde{u_k u_k} - \tilde{u}_k\tilde{u}_k)$$

$$\hat{\tau}_{ij} \equiv 2\mu(\hat{T})\hat{S}_{ij} \text{ avec, } \hat{S}_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right)$$

$\hat{p}$ et $\hat{T}$ sont appelés macro-pression et macro-température [93]. L'équation sur l'énergie totale volumique résolue est donnée par [10] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{e}_t)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{e}_t\tilde{u}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{q}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial(\hat{p}\tilde{u}_j)}{\partial x_j} - \frac{\partial(\tilde{u}_i\hat{\tau}_{ij})}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_j\tau_{ij}} - \tilde{u}_j\hat{\tau}_{ij}) \\ &- \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{q}_j - \hat{q}_j) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{e}_t\tilde{u}_j - \overline{\rho e_t u_j} + \hat{p}\tilde{u}_j - \overline{p u_j}) \end{aligned} \quad (C.6)$$

C.3 Equations de Navier-Stokes en cylindrique

Les équations de Navier-Stokes cylindriques s'écrivent sous la forme suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r E_e}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_e}{\partial \theta} + \frac{\partial G_e}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial r E_v}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial F_v}{\partial \theta} - \frac{\partial G_v}{\partial z} + \frac{B_e}{r} - \frac{B_v}{r} = 0$$

où r est la direction radiale, θ la direction azimutale et z la direction axiale. Le vecteur des variables U s'écrit :

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_r \\ \rho u_\theta \\ \rho u_z \\ \rho e_t \end{bmatrix}$$

où ρ est la masse volumique, e_t l'énergie interne et u_r , u_θ et u_z les vitesses radiale, azimutale et axiale. La pression est donnée par l'expression :

$$p = (\gamma - 1) \left(\rho e_t - \frac{1}{2} \rho (u_r^2 + \rho u_\theta^2 + \rho u_z^2) \right)$$

Les flux se mettent sous la forme :

$$\begin{aligned} E_e &= \begin{bmatrix} \rho u_r \\ \rho u_r^2 + p \\ \rho u_r u_\theta \\ \rho u_r u_z \\ (\rho e_t + p) u_r + q_r \end{bmatrix} & E_v &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{rr} \\ \tau_{r\theta} \\ \tau_{rz} \\ u_r \tau_{rr} + u_\theta \tau_{r\theta} + u_z \tau_{rz} \end{bmatrix} \\ F_e &= \begin{bmatrix} \rho u_\theta \\ \rho u_r u_\theta \\ \rho u_\theta^2 + p \\ \rho u_\theta u_z \\ (\rho e_t + p) u_\theta + q_\theta \end{bmatrix} & F_v &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{r\theta} \\ \tau_{\theta\theta} \\ \tau_{z\theta} \\ u_r \tau_{r\theta} + u_\theta \tau_{\theta\theta} + u_z \tau_{z\theta} \end{bmatrix} \\ G_e &= \begin{bmatrix} \rho u_z \\ \rho u_r u_z \\ \rho u_\theta u_z \\ \rho u_z^2 + p \\ (\rho e_t + p) u_z + q_z \end{bmatrix} & G_v &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{rz} \\ \tau_{z\theta} \\ \tau_{zz} \\ u_r \tau_{rz} + u_\theta \tau_{z\theta} + u_z \tau_{zz} \end{bmatrix} \\ B_e &= \begin{bmatrix} 0 \\ -(\rho u_\theta^2 + p) \\ \rho u_r u_\theta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & B_v &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\tau_{\theta\theta} \\ \tau_{r\theta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

où q_r , q_θ et q_z sont les termes de transfert thermique :

$$q_r = -\lambda_{th} \frac{\partial T}{\partial r} \quad q_\theta = -\lambda_{th} \frac{\partial T}{\partial \theta} \quad q_z = -\lambda_{th} \frac{\partial T}{\partial z}$$

où λ_{th} le coefficient de transfert thermique et T est la température définie par la loi des gaz parfaits. Les différentes composantes du tenseur des contraintes visqueuses τ sont :

$$\tau_{rr} = 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u_r}{r \partial r} + \frac{\partial u_\theta}{r \partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{\theta\theta} = 2\mu \left(\frac{\partial u_\theta}{r\partial\theta} + \frac{u_r}{r} \right) - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial r u_r}{r\partial r} + \frac{\partial u_\theta}{r\partial\theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial r u_r}{r\partial r} + \frac{\partial u_\theta}{r\partial\theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{r\theta} = \mu \left(\frac{\partial u_r}{r\partial\theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_r}{r} \right)$$

$$\tau_{rz} = \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)$$

$$\tau_{z\theta} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{r\partial\theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right)$$

Annexe D

Analyse de stabilité linéaire

D.1 Résolution de l'équation de Rayleigh axisymétrique

L'équation de Rayleigh axisymétrique, utilisée dans le chapitre 4, est donnée par :

$$\frac{d^2 \hat{p}}{dr^2} + \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{\langle \rho \rangle} \frac{d \langle \rho \rangle}{dr} - \frac{2k}{k \langle u_z \rangle - \omega} \frac{d \langle u_z \rangle}{dr} \right] \frac{d \hat{p}}{dr} - \left[k^2 + \frac{n^2}{r^2} - \frac{(k \langle u_z \rangle - \omega)^2}{\langle c \rangle^2} \right] \hat{p} = 0 \quad (\text{D.1})$$

A une position axiale z fixée et pour un couple (ω, k) donné, il est possible d'approcher la solution près de l'axe par la condition aux limites [8, 180] :

$$\hat{p} \sim I_n(\lambda r) \quad \text{lorsque } r \rightarrow 0$$

où I_n est la fonction de Bessel modifiée de première espèce et λ est défini par :

$$\lambda = \sqrt{k^2 - (k \langle u_z \rangle - \omega)^2 / \langle c \rangle^2}$$

L'équation (D.1) est ensuite intégrée dans la direction radiale à l'aide d'un algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4. Pour s'affranchir de la singularité en $\omega/k = \langle u_z \rangle$, l'intégration est réalisée dans le plan complexe [32] avec un contournement Gaussien du point critique. En dehors du jet, lorsque r est grand, on estime l'erreur E entre la solution calculée et la condition de rayonnement par [8, 180] :

$$E = |\lambda \hat{p}(r \rightarrow \infty) + \frac{d \hat{p}}{dr}(r \rightarrow \infty)|$$

A ω fixée, une procédure d'optimisation utilisant une interpolation de Lagrange est implémentée afin de contrôler l'erreur E pour le couple (ω, k) . Lorsque que l'erreur est jugée

satisfaisante, l'initialisation du nombre d'onde k à la position $\omega + \delta\omega$ est réalisée par continuation de pente. A la position axiale suivante $z + \delta z$, le couple $(\omega(z + \delta z), k(z + \delta z))$ est initialisé à partir de $(\omega(z), k(z))$.

Enfin, en $z = 0$ le nombre d'onde k est initialisé avec à la solution obtenue pour un jet avec une couche de mélange infiniment mince lorsque $\omega \rightarrow 0$ [8]. Pour les modes de Kelvin-Helmholtz, on obtient donc :

$$\begin{cases} k_r \simeq \omega/u_j & \text{et} & k_i \simeq b\omega^2/(2r_j u_j^2) \log(\omega b/(2r_j u_j)) & \text{si} & n = 0 \\ k_r \simeq \omega/u_j & \text{et} & k_i \simeq \omega/u_j \sqrt{T_j/T_\infty} & \text{si} & n > 0 \end{cases}$$

Pour les modes acoustiques, k est estimé à partir de la solution stationnaire des équations de Rayleigh pour un jet infiniment mince, dont le détail du calcul est donné dans la partie suivante :

$$k = k_r = \frac{\mu_n^i}{(M_j^2 - 1)^{1/2} r_j} \quad \text{et} \quad k_i = 0$$

où μ_n^i est le i -ème zéro de la fonction de Bessel d'ordre n . Cependant afin de pouvoir initialiser le calcul pour $\omega > 0$, il est nécessaire de prendre un k_i négatif. Pour les calculs réalisés, $k_i r_j = -10^{-7}$ semble convenir.

D.2 Solution stationnaire pour un jet avec une couche de mélange infiniment mince

Pour un jet axisymétrique avec une couche de mélange infiniment mince en $r = r_j$, le champ moyen est donné par :

$$\begin{cases} \langle u_z \rangle = u_j & \text{et} & \langle \rho \rangle = \rho_j & \text{si} & r < r_j \\ \langle u_z \rangle = 0 & \text{et} & \langle \rho \rangle = \rho_0 & \text{si} & r > r_j \end{cases}$$

Les équations de perturbation exprimées pour la pression à l'intérieur p_i et à l'extérieur p_0 du jet s'écrivent [180] :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_j \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 p_i - c_j^2 \nabla^2 p_i = 0 & \text{pour} & r \leq r_j \\ \frac{\partial^2 p_0}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 p_0 = 0 & \text{pour} & r \geq r_j \end{cases} \quad (\text{D.2})$$

où c_j et c_0 sont les vitesses du son à l'intérieur et à l'extérieur du jet. Le déplacement de la couche de mélange est donné par $\xi(\theta, z, t)$. Les conditions de raccordement en $r = r_j$ sont donc [180] :

$$p_i = p_0 \quad , \quad -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_0}{\partial r} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad \text{et} \quad -\frac{1}{\rho_j} \frac{\partial p_i}{\partial r} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_j \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 \xi \quad (\text{D.3})$$

On obtient alors comme solution à l'intérieur et à l'extérieur du jet [180] :

$$\begin{cases} p_i = H_n^{(1)}(i\eta_0 r_j) J_n(\eta_i r) / J_n(\eta_i r_j) e^{i(kz+n\theta-\omega t)} & \text{pour } r \leq r_j \\ p_0 = H_n^{(1)}(i\eta_0 r) e^{i(kz+n\theta-\omega t)} & \text{pour } r \geq r_j \end{cases} \quad (\text{D.4})$$

où k est le nombre d'onde dans la direction axiale, ω est la pulsation, n est le mode azimutal, $\eta_0 = (k^2 - \omega^2/c_0^2)^{1/2}$ et $\eta_i = ((\omega - u_j k)^2/c_j^2 - k^2)^{1/2}$.

En régime stationnaire, les équations (D.2) et (D.3) s'écrivent :

$$\begin{cases} u_j^2 \frac{\partial^2 p_i}{\partial z^2} - c_j^2 \nabla^2 p_i = 0 & \text{pour } r \leq r_j \\ \nabla^2 p_0 = 0 & \text{pour } r \geq r_j \end{cases}$$

et

$$p_i = p_0 \quad , \quad -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_0}{\partial r} = 0 \quad \text{et} \quad -\frac{1}{\rho_j} \frac{\partial p_i}{\partial r} = u_j^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}$$

A l'extérieur du jet, on obtient :

$$(k^2 + \frac{n^2}{r_j^2}) p_0(r_j) = 0$$

On s'intéresse uniquement à la solution $p_0(r_j) = 0$. A cause de la condition de raccordement, on a aussi $p_i(r_j) = 0$. La solution dans le jet est alors donnée par [117] :

$$\hat{p}(r) = A J_n(\eta_i r)$$

et la condition de raccordement en $r = r_j$ impose donc :

$$k_n^i = \frac{\mu_n^i}{(M_j^2 - 1)^{1/2} r_j}$$

où μ_n^i est le i -ème zéro de la fonction de Bessel d'ordre n

On remarque finalement que pour une perturbation axisymétrique, on retrouve les mêmes nombres d'onde que pour la modélisation du réseau d'ondes de choc de Tam & Tanna [183]

D.3 Modes d'instabilité linéaires d'un jet axisymétrique à Mach 3

Afin de valider la procédure présentée dans la première partie de cette annexe, les modes instables linéairement sont recherchés pour un jet axisymétrique et isotherme à Mach 3. Le profil de la vitesse moyenne est donné par :

$$\frac{\langle u_z \rangle}{u_e} = 0.5(1 + \tanh(R_\theta/2(1 - r/r_j)))$$

avec $R_\theta=10$. La densité moyenne est quant à elle calculée à l'aide d'un profil de Crocco-Busemann. L'équation de Rayleigh axisymétrique est résolue pour les composantes azimutales $n = 0$ et $n = 1$ des modes de Kelvin-Helmholtz et du premier et du second mode acoustique. L'évolution du taux d'amplification $-k_i$ en fonction de la partie réelle du nombre d'onde k_r est représentée sur la figure D.1(a) pour le mode $n = 0$ et sur la figure D.1(b) pour $n = 1$. Ces résultats sont comparés à l'analyse de stabilité linéaire calculée pour le même profil de jet par Luo & Sandham [103]. Pour les modes $n = 0$ et $n = 1$, on constate que les résultats obtenus sont identiques à ceux de ces auteurs. Cette accord fournit une première validation de la méthode de calcul des modes d'instabilité linéaires.

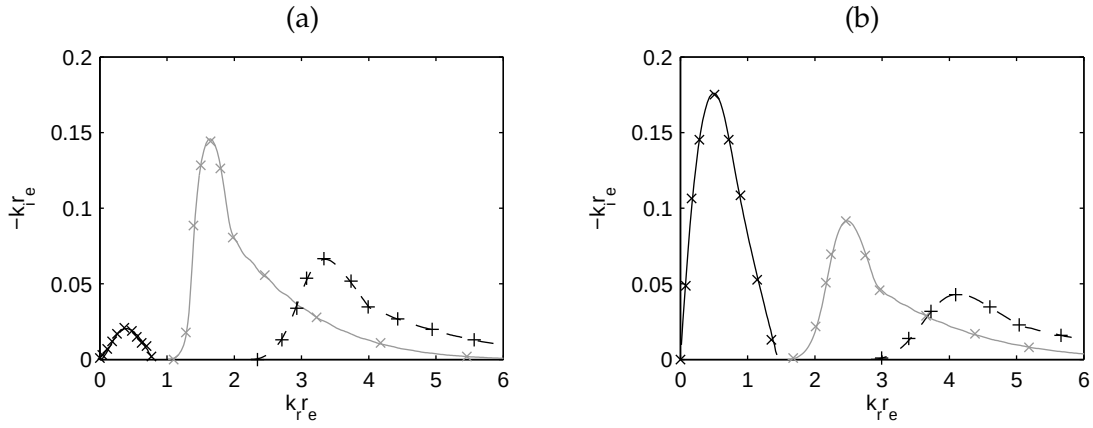


FIGURE D.1 – Evolution du taux d'amplification en fonction de la partie réelle du nombre d'onde pour (a) les modes axisymétriques et (b) les modes $n = 1$. — mode de Kelvin-Helmholtz, premier mode acoustique, --- second mode acoustique, et calcul de Luo & Sandham [103]: × mode de Kelvin-Helmholtz, + premier mode acoustique et × second mode acoustique.

Bibliographie

- [1] A.M. Abdel-Fattah. Discrete tone emission from high-pressure ratio supersonic jets from convergent-divergent nozzles. *AIAA Journal*, 26(3) :283–291, 1988.
- [2] N. A. Adams and K. Shariff. A high-resolution hybrid compact-eno scheme for shock-turbulence interaction problems,. *Journal of Computational Physics*, 1996.
- [3] N. A. Adams and S. Stolz. A sub-grid deconvolution approach for shock capturing,. *Journal of Computational Physics*, 178 :391–426, 2002.
- [4] K. Akselvoll and P. Moin. An efficient method for temporal integration of the navier-stokes equations in confined axisymmetric geometries. *Journal of Computational Physics*, 125 :454–463, 1996.
- [5] M.B. Alkisar, A. Krothapalli, and L.M. Laurenco. Structure of screeching jet : stereoscopic particule image velocimetry study. *Journal of Fluid Mechanics*, 489 :121–154, 2003.
- [6] B. André, T. Castelain, and C. Bailly. Experimental investigation of aerodynamical and acoustical properties of an underexpanded supersonic jet with forward flight effect. In *45ème Colloque d’Aérodynamique Appliquée : contrôle des écoulements*, 2010.
- [7] M. Arora and P. L. Roe. A well-behaved tvd limiter for high-resolution calculations of unsteady flows,. *Journal of Computational Physics*, 1997.
- [8] C. Bailly. Note de cours : théorie des instabilités linéaires. Technical report, Ecole Centrale de Lyon, 2004.
- [9] C. Bailly, S. Candel, and P. Lafon. Prediction of supersonic jet noise from a statistical acoustic model and a compressible turbulence closure. *Journal of Sound and Vibration*, 194(2) :219–242, 1996.
- [10] C. Bailly and G. Comte-bellot. *Turbulence*. CNRS editions, 2003.
- [11] C. Bailly, P. Lafon, and S. Candel. Subsonic and supersonic jet noise predictions from statistical source models. *AIAA Journal*, 35(11) :1688–1696, 1997.

- [12] D. S. Balsara and C-W Shu. Monotonicity preserving weighted essentially non-oscillatory schemes with increasingly high order of accuracy,. *Journal of Computational Physics*, 2000.
- [13] J. Bardina, J. Ferziger, and W. Reynolds. Improved sub-grid models for large-eddy simulation. In *13th AIAA Fluid and Plasma Dynamics Conference*. AIAA paper, July 14-16 1980.
- [14] S. Barre. *Etude numérique et expérimentale du bruit aérodynamique avec application aux jets ronds subsoniques*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2006.
- [15] J. Berland. *Modélisation des erreurs numériques dans une simulation des grandes échelles et étude du screech dans un jet rectangulaire supersonique*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2006.
- [16] J. Berland, C. Bogey, and C. Bailly. Low-dissipation and low-dispersion fourth-order runge-kutta algorithm. *Journal of Computational Physics*, 2006.
- [17] J. Berland, C. Bogey, and C. Bailly. Numerical study of screech generation in a planar supersonic jet. *Physics of Fluids*, 19, 2007.
- [18] J. Berland, C. Bogey, O. Marsden, and C. Bailly. High-order, low dispersive and low dissipative explicit schemes for multiple-scale and boundary problems. *Journal of Computational Physics*, 2007.
- [19] C. Bogey and C. Bailly. Three-dimensional non-reflective boundary conditions for acoustic simulations : far field formulation and validation test cases. *Acta Acustica United With Acustica*, 2002.
- [20] C. Bogey and C. Bailly. A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations. *Journal of Computational Physics*, 2004.
- [21] C. Bogey and C. Bailly. Investigation of downstream and sideline subsonic jet noise using large eddy simulation. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 20(1) :23–40, 2006.
- [22] C. Bogey and C. Bailly. Large eddy simulations of round free jets using explicit filtering with/without dynamic smagorinski model. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27 :603–610, 2006.
- [23] C. Bogey and C. Bailly. Large eddy simulations of transitional round jets : influence of the reynolds number on flow development and energy dissipation. *Physics of Fluids*, 18 :1–14, 2006.

-
- [24] C. Bogey and C. Bailly. An analysis of the correlations between the turbulent flow and the sound pressure field of subsonic jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 583 :71–97, 2007.
- [25] C. Bogey and C. Bailly. Turbulence and energy budget in a self-preserving round jet : direct evaluation using large eddy simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 627 :129–160, 2009.
- [26] C. Bogey, C. Bailly, and D. Juvé. Noise investigation of a high subsonic, moderate reynolds number jet using a compressible les. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 16(4) :273–297, 2003.
- [27] C. Bogey, S. Barré, V. Fleury, C. Bailly, and D. Juvé. Experimental study of the spectral properties of near-field and far-field jet noise. *International Journal of Aeroacoustics*, 6 :73–92, 2007.
- [28] C. Bogey, N. de Cacqueray, and C. Bailly. A shock-capturing methodology based on adaptive spatial filtering for high-order non-linear computations. *Journal of Computational Physics*, 228(5) :1447–1465, 2009.
- [29] C. Bogey, N. de Cacqueray, and C. Bailly. Finite differences for coarse azimuthal discretization and for reduction of effective resolution near origin of cylindrical flow equations. *submitted to Journal of Computational Physics*, 2010.
- [30] C. Bogey, O. Marsden, and C. Bailly. Flow and acoustic field of reynolds number 10^5 , subsonic jets with tripped exit boundary layer. In *AIAA 2010-3727*.
- [31] D.J. Bondony, J. Ryu, and S.K. Lele. Investigating broadband shock-associated noise of axisymmetric jets using large-eddy simulation. *AIAA Paper*, (2006-2495), 2006.
- [32] J.P. Boyd. Complex coordinate methods for hydrodynamic instabilities and sturm-liouville eigen problems with interior singularity. *Journal of Computational Physics*, 57 :454–471, 1985.
- [33] J.P. Boyd. *Chebyshev and fourier spectral methods (second edition)*. Dover publications, 2001.
- [34] J.C. Butcher. Order and effective order. *Applied Numerical Mathematics*, 28 :179–191, 1998.
- [35] W. Cai and C.W. Shu. Uniform high-order spectral methods for one- and two-dimensional euler equations. *Journal of Computational Physics*, 104 :427–443, 1993.
- [36] S. Candel. *Mécaniques des fluides*. Dunod Université, 1990.

- [37] S.M. Candel, L.-C. Valdès, and P. Bertrand. Détermination expérimentale de la puissance acoustique rayonnée par le lanceur ariane-5 au décollage. *La Recherche Aéronautique*, 2 :1–19, 1992.
- [38] A. Chatterjee and S. Vijayaraj. Multiple sound generation in interaction of shock wave with strong vortex. *AIAA Journal*, 46(10) :2558–2567, 2008.
- [39] N. Chauvet. *Simulation numérique et analyse physique d'un jet propulsif contrôlé par des injections radiales*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2007.
- [40] N.T. Clemens and P.H. Paul. Mach waves radiating from a supersonic jet. *Physic of Fluids A*, 5(9), 1993.
- [41] T. Colonius and S. K. Lele. Computational aeroacoustics : progress on nonlinear problem of sound generation. *Progress in Aerospace Science*, 2004.
- [42] G.S. Constantinescu and S.K. Lele. A highly accurate technique for the treatment of flow equations at the polar axis in cylindrical coordinates using series expansions. *Journal of Computational Physics*, 183 :165–186, 2002.
- [43] A. W. Cook and W. H. Cabot. A high-wavenumber viscosity for high-resolution numerical methods. *Journal of Computational Physics*, 195 :594–601, 2004.
- [44] A. W. Cook and W. H. Cabot. Hyperviscosity for shock-turbulence interactions. *Journal of Computational Physics*, 203 :379–385, 2005.
- [45] V. Daru and X. Gloerfelt. Aeroacoustic computations using a high-order shock-capturing scheme,. *AIAA journal*, 2007.
- [46] S. Deck. Zonal-detached eddy simulation of the flow around a high lift configuration. *AIAA Journal*, 43(11) :2372–2384, 2005.
- [47] D.S. Dosanjh and T.M. Weeks. Interaction of a starting vortex as well as a vortex street with a traveling shock wave. *AIAA Journal*, 3(2) :216–223, 1964.
- [48] F. Ducros, V. Ferrand, F. Nicoud, C. Weber, D. Darracq, C. Gacherieu, and T. Poinsot. Large-eddy simulation of the shock/turbulence interaction,. *Journal of Computational Physics*, 1999.
- [49] K.M. Eldred. Acoustic loads generated by the propulsion system. Technical Report SP-8072, NASA, 1971.
- [50] J.L. Ellzey, M.R. Henneke, J.M. Picone, and E.S. Oran. The interaction of a shock with a vortex : shock distortion and the production of acoustic waves. *Physics of Fluids*, 7(1) :172–184, 1995.

- [51] G. Erlebacher, M. Y. Hussaini, C. G. Speziale, and T. A. Zang. Toward the large-eddy simulation of compressible turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 238 :115–185, 1992.
- [52] A. Favre. Equations des gaz turbulents compressibles. *Journal de Mécanique*, 1965.
- [53] B. Fiorina and S.K. Lele. An artificial nonlinear diffusivity method for supersonic reacting flows with shocks. *Journal of Computational Physics*, 222 :246–264, 2007.
- [54] J.B Freund, S.K. Lele, and P. Moin. Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer. part 1. turbulence and growth rate. *Journal of Fluid Mechanics*, 421 :229–267, 2000.
- [55] J.B Freund, S.K. Lele, and P. Moin. Numerical simulation of a mach 1.92 turbulente jet and its sound field. *AIAA Journal*, 38(11), 2000.
- [56] J.B. Freund, P. Moin, and S.K. Lele. Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer. Technical Report TF-72, Stanford University, Sept. 1997.
- [57] E. Garnier, M. Mossi, P. Sagaut, P. Comte, and M. Deville. On the use of shock-capturing schemes for large-eddy simulations,. *Journal of Computational Physics*, 1999.
- [58] E. Garnier, P. Sagaut, and M. Deville. A class of explicit eno filters with application to unsteady flows,. *Journal of Computational Physics*, 2001.
- [59] K.L. Gee, T.B. Gabrielson, A.A. Atchley, and V.M. Sparrow. Preliminary analysis of nonlinearity in f/a-18e/f noise propagation. In *10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, number 2004-3009, 2004.
- [60] K.L. Gee, T.B. Gabrielson, A.A. Atchley, and V.M. Sparrow. Preliminary analysis of nonlinearity in military jet aircraft noise propagation. *AIAA Journal*, 42(6), 2005.
- [61] B. J. Geurts. *Elements of direct and large-eddy simulation*. Edwards, 2003.
- [62] A.E. Gill. Instabilities of "top-hat" jets and wakes in compressible fluids. *Physics of Fluids*, 8(8) :1428–1430, 1965.
- [63] C. Gissinger, A. Iskakov, S. Fauve, and E. Dormy. Effect of magnetic boundary conditions on the dynamo threshold of von kármán swirling flows. *Physics.flu-dyn*, 2008.
- [64] X. Gloerfelt, C. Bogey, and C. Bailly. Numerical evidence of mode switching in the flow-induced oscillations by a cavity. *International Journal of Aeroacoustics*, 2(2) :99–124, 2003.

- [65] F. Grasso and S. Pirozzoli. Shock-wave-vortex interaction : shock and vortex deformation, and sound production. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 13 :421–456, 2000.
- [66] B. Greska, A. Krothapalli, W. Horne, and N. Burnside. A near-field study of high temperature supersonic jets. *aiaa*, (2008-3026), 2008.
- [67] B.J. Greska. *Supersonic jet noise and its reduction using microjet injection*. PhD thesis, The FLorida State University, 2005.
- [68] E. Gutmark and C.M. Ho. Preferred modes and spreading rates of jets. *Physics of Fluids*, 26(10) :2932–2938, 1983.
- [69] G. Hanique-Cockenpot, C. Bailly, C. Bogey, and O. Marsden. Intégration de la relaxation moléculaire dans les équations de navier-stokes pour la propagation sonore. *10ème Congrès Français d’Acoustique*, 2010.
- [70] M. Harper-Bourne and M.J. Fisher. The noise from shock waves in supersonic jets. *AGARD Conf. Proc.*, 131, 1973.
- [71] A. Harten. Hight resolution schemes for hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 1983.
- [72] A. Harten, B. Engquist, S. Osher, and S. R. Chakravarthy. Uniformaly high accurate essentially non-oscillatory schemes, iii,. *Journal of Computational Physics*, 1987.
- [73] C. Hirsh. *Numerical computation of internal and external flows*. Wiley-Interscience, 1990.
- [74] R. Hixon, D. Bhate, M. Nallasamy, and S. Sawyer. Shock-capturing dissipation schemes for high-accuracy computational aeroacoustics (caa) codes,. *AIAA*, 2006.
- [75] R. Hixon and J. Wright. Solution of category 1 problem 2, third icase/larc workshop on benchmark problems in computational aeroacoustics. *NASA CP 2000-209790*, pages 33–40, 2000.
- [76] C.M. Ho and P. Huerre. Perturbated free shear layer. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 16 :365–424, 1984.
- [77] H.G. Hornung and D.W. Schwendeman. Oblique shock reflection from an axis of symmetry : shock dynamics and relation to the guderley singularity. *Journal of Fluid Mechanics*, 438 :231–245, 2001.
- [78] F. Q. Hu, M. Y. Hussaini, and J. L. Manthey. low-dissipation and low-dispersion runge-kutta schemes for computational acoustics. *Journal of Computational Physics*, 1996.

- [79] W. Huang and D.M. Sloan. Pole conditions for singular problems : the pseudospectral approximation. *Journal of Computational Physics*, 107 :254–261, 1993.
- [80] Z.D. Husain and A.K.M.F Hussain. Axisymmetric mixing layer : influence of the initial and boundary conditions. *AIAA Journal*, 17(1) :48–55, 1979.
- [81] O. Inoue. Propagation of sound generated by weak shock-vortex interaction. *Physics of Fluid*, 12(5) :1258–1261, 2000.
- [82] O. Inoue and Y. Hattori. Sound generation by shock-vortex interactions. *Journal of Fluid Mechanics*, 380 :81–116, 1999.
- [83] A. Jameson, W. Schmidt, and E. Turkel. Numerical simulation of the euler equations by finite volume methods using runge-kutta time steeping schemes. *AIAA*, 1981.
- [84] G.-S. Jiang and C.-W Shu. Efficient implementation of weighted eno schemes . *Journal of Computational Physics*, 1996.
- [85] F. Kerhervé. *Caractérisation statistique des sources aéroacoustiques en jet supersonique par vélocimétrie laser à effet Doppler : application à la prédiction du bruit de jet*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2004.
- [86] J. W. Kim and D. J. Lee. Adaptive nonlinear artificial dissipation model for computational aeroacoustics. *AIAA*, 2001.
- [87] D.A. Kopriva. Shock-fitted multidomain solution of supersonic flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 175 :383–394, 1999.
- [88] A. Krothapalli, V. Arakeri, and B. Greska. Mach wave radiation : a review and an extension. In *AIAA 2003-1200*, 2003.
- [89] Y. Kurihara. Numerical integration of the primitive equations on spherical grid. *Mon. Weather Rev.*, 93(7) :399–415, 1965.
- [90] J.C Lau, P.J. Morris, and M.J. Fisher. Measurements in subsonic and supersonic free jets unsing a laser velocimeter. *Journal of Fluid Mechanics*, 93 :1–27, 1979.
- [91] J. Laufer, R. Schlinker, and R.E. Kaplan. Experiments on supersonic jet noise. *AIAA Journal*, 14(4) :489–497, 1976.
- [92] S. K. Lele. Compact finite difference scheme with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics*, 1991.
- [93] M. Lesieur and P. Comte. Large-eddy simulations of compressible turbulent flows. Technical report, AGARD, 1997.

- [94] M. Lesieur and O. Metais. New trends in large-eddy simulations on turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 28 :45–82, 1996.
- [95] R.J. LeVêque. *Numerical Methods for Conservation Laws*. Birkäuser, 1992.
- [96] R.J. LeVêque. *Finite volume methods for hyperbolic problems*. Cambridge University Press, 2002.
- [97] J. Lighthill. On sound generated aerodynamically. i. general theory,. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 211(1107) :564–587, 1952.
- [98] J. Lighthill. The inaugural theodorsen lecture : somme aspects of the aeroacoustics of high speed jets. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 1994.
- [99] G.M. Lilley. The generation and radiation of supersonic jet noise, vol. 4 theory of turbulence generated jet noise, noise radiation from upstream sources, and combustion noise. pt2 generation of sound in a mixing region. *U.S. Air Force Aero Propulsion Lab., AFAPL-TR-72-53*, 1972.
- [100] S.-C. Lo, G. A. Blaisdell, and A. S. Lyrantzis. High-order shock capturing schemes for turbulence calculations,. *AIAA*, 2007.
- [101] D. P. Lockard and P. J. Morris. Radiated noise from airfoils in realistic mean flows,. *AIAA journal*, 1998.
- [102] K.H Luo and N.D. Sandham. Direct numerical simulation of supersonic jet flow. *Journal of Engineering Mathematics*, 32 :121–142, 1997.
- [103] K.H Luo and N.D. Sandham. Instability of vortical and acoustic modes in supersonic round jets. *Physic of Fluids*, 9(4) :1003–1013, 1997.
- [104] L.M. Mack. On the inviscid acoustic-mode instability of supersonic shear layer. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 2 :97–123, 1990.
- [105] O. Marsden. *Calcul direct du rayonnement acoustique de profils par une approche curviligne d'ordre élevé*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2005.
- [106] O. Marsden, C. Bogey, and C. Bailly. Direct noise computation of the turbulent flow around a zero-incidence airfoil. *AIAA Journal*, 46(4) :874–883, 2008.
- [107] K. C. Massey and K. K. Ahuja. Screech frequency prediction in light of mode detection and convection speed measurements for heated jets. In *AIAA-97-1625*, 1997.
- [108] K. C. Massey, K. K. Ahuja, R. R. Jones III, and C.K.W. Tam. Screech tones of supersonic heated free jets. In *AIAA-94-0141*, 1994.

-
- [109] J. Mathew, H. Foysi, and R. Friedrich. A new approach to les based on explicit filtering. *Heat and Fluid Flow*, 27 :594–602, 2006.
- [110] J. Mathew, R. Lechner, J. Sesterhenn, and R. Friedrich. An explicit filtering method for large eddy simulation of compressible flows. *Physics of Fluids*, 15(8) :2279–2289, 2003.
- [111] T. Matsushima and P.S. Marcus. A spectral method for polar coordonates. *Journal of Computational Physics*, 120(2) :365–374, 1995.
- [112] D.K. McLaughlin, G.L. Morrison, and T.R. Truett. Experiments of instability waves in a supersonic jet and their acoustic radiation. *Journal of Fluid Mechanics*, 69(1) :73–95, 1975.
- [113] A. Michalke. Survey on jet instability theory. *Prog. Aerospace Sci.*, 21 :159–199, 1984.
- [114] K. Mohseni and T. Colonius. Numerical treatment of polar coordinate singularities. *Journal of Computational Physics*, 157 :787–795, 2000.
- [115] K. Mohseni, T. Colonius, and J.B. Freund. An evaluation of linear instability waves as sources in a supersonic turbulent jet. *Physics of Fluids*, 14(12) :3593–3600, 2002.
- [116] P. Moin, K. Squires, W. Cabot, and S. Lee. A dynamic subgrid-scale model for compressible turbulence and scalar transport. *Physic of Fluids*, 3(11) :2746–2757, 1991.
- [117] P.J. Morris. The instability of high speed jets. *International Journal of Aeroacoustics*, 9(1-2) :1–50, 2010.
- [118] A. Naumann and R. Hermanns. On the interaction between a shock wave and a vortex field. Technical report, Aerodynamisches Institut der Techn. Hochschule Aachen.
- [119] T. Nonomura. *Characteristic of acoustic waves generated by flow instability of supersonic jets*. PhD thesis, University of Tokyo, 2008.
- [120] T. Nonomura and K. Fujii. Mach number and temperature effects on mach wave emission from supersonic jets. In *26th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, August 2008.
- [121] T. Nonomura, Y. Goto, and K. Fujii. Acoustic waves from a supersonic jet impinging on an inclined flat plate. In *48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 2010.
- [122] T. Nonomura, Y. Goto, and K. Fujii. Pod of aeroacoustic fields of a jet impinging on an inclied plate. In *16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2010.
- [123] T.D. Norum. Screech suppression in supersonic jets. *AIAA Journal*, 21(2) :235–240, 1983.

- [124] T.D. Norum and J.M. Seiner. Measurements of mean static pressure and far-field acoustics of shock-containing supersonic jets. Technical Report TM-84521, NASA, 1982.
- [125] H. Oertel. Mach wave radiation of hot supersonic jets investigated by means of the shock tube and new optical techniques. In *Proceedings of the Twelfth International Symposium on Shock Tubes and Waves*, pages 266–275, Jerusalem, 1990.
- [126] S.A. Orszag. On the elimination of aliasing in finite-difference schemes by filtering high-wavenumber components. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 28 :1074, 1971.
- [127] D.C. Pack. On the formation of shock-waves in supersonic gas jets. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 1(1) :1–17, 1948.
- [128] J. Panda. An experimental investigation of screech noise generation. *Journal of Fluid Mechanic*, 378 :71–96, 199.
- [129] J. Panda and R.G. Seasholtz. Experimental investigation of density fluctuations in high-speed jets and correlation with generated noise. *Journal of Fluid Mechanic*, 450 :97–130, 2002.
- [130] D. Papamoschou, P.J. Morris, and D.K. Mclauhhlin. Beamformed flow-acoustic correlation in high-speeds jets. *Journal of Fluid Mechanic*, 197 :453–477, 1988.
- [131] D. Papamoschou and A. Roshko. The compressible turbulent shear layer : an experimental study. *Journal of Fluid Mechanic*, 197 :453–477, 1988.
- [132] S. Pirozzoli. Conservative hybrid compact-differencing-based methods,. *Journal of Computational Physics*, 2002.
- [133] S. Pirozzoli. On spectral properties of shock-capturing schemes,. *Journal of Computational Physics*, 2006.
- [134] T.R.S. Bhat P.J. Morris and C. Chen. A linear shock cell model for jets of arbitrary exit geometry. *Journal of Sound of Vibration*, 132(2) :199–211, 1989.
- [135] T. J. Poinso and S. K. Lele. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *Journal of Computational Physics*, 1992.
- [136] M.K. Ponton and J.M. Seiner. The effects of nozzle lip thickness on plume resonance. *Journal of Sound and Vibration*, 154(3) :531–549, 1992.
- [137] S. B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [138] A. Powell. On the mechanism of shocked jet noise. *Proc. Royal Society London*, 66 :1039–1056, 1953.

- [139] A. Powell, Y. Umeda, and R. Ishii. Observation of the oscillation modes of choked circular jets. *J. Acoust. Soc. Am.*, 92(5) :2823–2836, 1992.
- [140] T.H. Pulliam. Artificial dissipation models for euler equations,. *AIAA journal*, 1986.
- [141] G. Raman. Cessation of screech in underexpanded jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 336 :69–90, 1997.
- [142] G. Raman. Supersonic jet screech : half-century from powell to the present. *Journal of Sound and Vibration*, 225(3) :543–571, 1999.
- [143] P.K. Ray and S.K. Lele. Sound generated by instability wave/shock-cell interaction in supersonic jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 587 :173–215, 2007.
- [144] H.S. Ribner. Cylindrical sound wave generated by shock-vortex interaction. *AIAA Journal*, 23(11) :1708–1715, 1985.
- [145] X. Robin. *Contribution expérimentale à l'identification des sources de bruit de jets sub-soniques et supersoniques chauds*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2010.
- [146] X. Robin, V. Morinière, and Y. Gervais. Etude expérimentale des champs sonore et aérodynamique de jets chauds supersoniques adapté et non-adapté de mêmes conditions génératrices. Technical report, ONERA/LEA, 2010.
- [147] J. Rosfjord and H.L. Toms. Recent observations including temperature dependence of axisymmetric jet screech. *AIAA Journal*, 13(10) :1384–1386, 1975.
- [148] J. Ryu, S.K. Lele, and K. Viswanathan. Investigation of instability waves in high-speed turbulent jets. *AIAA Paper*, (2007-3624), 2007.
- [149] P. Sagaut. *Large-Eddy simulation for incompressible flows, third edition*. Springer, 2006.
- [150] N.D. Sandham and W.C. Reynolds. Compressible mixing layer : linear theory and direct simulation. *AIAA Journal*, 28 :618–624, 1989.
- [151] N.D Sandham and A.M. Salgado. Nonlinear interaction model of subsonic jet noise. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 366(1876) :2745–2760, 2008.
- [152] M.O. Schott, B. Troclet, and S. Vanperperstraete. Caractérisation expérimentale du bruit au décollage du lanceur ariane 5. *Journal de Physique IV*, 1994.
- [153] J.M. Seiner, T.R.S. Bhat, and M.K. Ponton. Mach wave emission from a high-temperature supersonic jet. *AIAA Journal*, 32(12) :2345–2350, 1994.
- [154] J.M. Seiner, D.M. McLaughlin, and C.H. Liu. Supersonic jet noise generated by large-scale instabilities. Technical Report TM-2072, NASA, 1982.

- [155] J.M. Seiner, M. Ponton, B. Jensen, and N. Lagen. The effects of temperature on supersonic jet noise emission. *AIAA/DLR Paper*, (92-02-046), 1992.
- [156] J.M. Seiner and J.C. Yu. Acoustic near-field properties associated with broadband shocknoise. *AIAA Journal*, 22(9) :1207–1215, 1984.
- [157] C. Shu and S. Osher. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes,. *Journal of Computational Physics*, 1988.
- [158] C. Shu and S. Osher. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes, ii,. *Journal of Computational Physics*, 1989.
- [159] J.S. Smagorinski. General circulation experiments with the primitives equation : I. the basic experiment. *Mon. Weath. Rev.*, 91 :99–163, 1963.
- [160] G.A. Sod. A survey of several finite difference methods for systems of nonlinear hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 27(1) :1–31, 1978.
- [161] P.R. Spalart. Detached-eddy simulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41 :181–199, 2009.
- [162] D. Stanescu and W. G. Habashi. 2n-storage runge-kutta schemes for acoustics. *Journal of Computational Physics*, 1998.
- [163] S. Stolz and N.A. Adams. An approximation deconvolution procedure for large-eddy simulation. *Physics of FLuids*, 11(7) :1699–1701, 1999.
- [164] M. Suda, T.A. Manning, and S. Kaji. Transition of oscillations modes of rectangular supersonic jet in screech. In *AIAA-93-4323*, 1993.
- [165] T. Suzuki and S.K. Lele. Shock leakage through an unsteady vortex-laden mixing layer : application to jet screech. *Journal of Fluid Mechanics*, 490 :139–167, 2003.
- [166] R. C. Swanson and E. Turkel. On central-difference and upwind schemes,. *Journal of Computational Physics*, 1992.
- [167] C. K. W. Tam. Computational aeroacoustics : issues and methods. *AIAA Journal*, 1995.
- [168] C. K. W. Tam and Z. Dong. Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a nonuniform mean flow. *Journal of Computational Acoustics*, 1996.
- [169] C. K. W. Tam and H. Shen. Direct computation of nonlinear acoustic pulses using high order finite difference schemes. *AIAA*, 1993.
- [170] C. K. W. Tam and J. C. Webb. Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics. *Journal of Computational Physics*, 1993.

-
- [171] C. K. W. Tam, J. C. Webb, and Z. Dong. A study of short wave components in computational aeroacoustics. *Journal of Computational Acoustics*, 1993.
- [172] C.K.W. Tam. Benchmark problems and solutions, icae/larc workshop on benchmark problems in computational aeroacoustics. *NASA CP 3300*, pages 1–13, 1995.
- [173] C.K.W. Tam. Supersonic jet noise. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 27 :17–43, 1995.
- [174] C.K.W. Tam. Dimensional analysis of jet noise data. In *AIAA Paper 2005-2938*, 2005.
- [175] C.K.W. Tam. Mach wave radiation from high-speed jets. *AIAA Journal*, 47(10), 2009.
- [176] C.K.W. Tam and L. Auriault. Jet mixing noise from fine-scale turbulence. *AIAA Journal*, 37(2), 1999.
- [177] C.K.W. Tam and D.E. Burton. Sound generated by instability waves of supersonic flows. part 2 : axisymmetric jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 138 :273–295, 1984.
- [178] C.K.W. Tam, P. Chen, and J.M. Seiner. Relationship between instability waves and noise of high-speed jets. *AIAA Journal*, 30(7) :1747–1752, 1992.
- [179] C.K.W. Tam, M. Golebiowski, and J.M. Seiner. On the two components of turbulent mixing noise from supersonic jets. In *2nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, May 1996.
- [180] C.K.W. Tam and F.Q. Hu. On the three families of instability waves of high-speed jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 201 :447–483, 1989.
- [181] C.K.W. Tam, J.A. Jackson, and J.M. Seiner. A multiple-scales model of the shock-cell structure of imperfectly expanded supersonic jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 153 :123–149, 1985.
- [182] C.K.W. Tam, J.M. Seiner, and J.C. Yu. Proposed relationship between broadband shock associated noise and screech tones. *Journal of Sound and Vibration*, 110 :309–321, 1986.
- [183] C.K.W. Tam and H.K. Tanna. Shock associated noise of supersonic jets from convergent-divergent nozzles. *Journal of Sound and Vibration*, 81 :337–358, 1982.
- [184] C.K.W. Tam, K. Viswanathan, K.K. Ahuja, and J. Panda. The source of jet noise : experimental evidence. *Journal of Fluid Mechanics*, 615 :253–292, 1998.
- [185] H.K. Tanna. An experimental study of jet noise, part ii : Shock associated noise. *Journal of Sound and Vibration*, 50(3) :429–444, 1977.
- [186] K. W. Thompson. Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems, i. *Journal of Computational physics*, 1987.

- [187] K. W. Thompson. Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems, ii. *Journal of Computational Physics*, 1990.
- [188] B. Thurow, M. Samimy, and W. Lempert. Compressibility effects on turbulence structures of axisymmetric mixing layers. *Physics of fluids*, 15(6) :1755–1765, 2003.
- [189] T.R. Troutt and D.K. McLaughlin. Experiments on the flow and acoustic properties of a moderate-reynolds-number jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 116 :123–156, 1982.
- [190] Y. Umeda and R. Ishii. On the sound sources of screech tone radiated from choked circular jets. *J. Acoust. Soc. Am.*, 110(4) :1845–1858, 2001.
- [191] J. Varnier. Experimental study and simulation of rocket engine freejet noise. *AIAA Journal*, 39(10) :1851–1859, 2001.
- [192] J. Varnier and D. Gély. Caractérisation aérodynamique et acoustique d’un jet fort-ement supersonique en présence d’un obstacle plan. Technical report, ONERA, 1998.
- [193] M. R. Visbal and D. V. Gaitonde. Shock capturing using compact-differencing-based methods,. *AIAA*, 2005.
- [194] G. B. Whitham. *Linear and non linear waves*. New-York, 1974.
- [195] J. E. Ffowcs Williams, J. Simson, and V.J. Virchis. Crackle : an annoying component of jet noise. *J. Fluid Mech.*, 71, 1971.
- [196] J.E. Ffowcs Williams and G. Maidanik. The mach wave field radiated by supersonic turbulent shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 21 :641–657, 1965.
- [197] J.H. Williamson. Low-storage runge-kutta schemes. *Journal of Computational Physics*, 35 :48–56, 1980.
- [198] P.O. Witze. Centerline velocity decay of compressible free jets. *AIAA Journal*, 12(4) :417–418, 1974.
- [199] H.C. Yee. Construction of explicit and implicit symmetric tvd schemes and their applications. *Journal of Computational Physics*, 1987.
- [200] H.C. Yee, N.D. Sandham, and M.J. Djomehri. Low-dissipative high-order shock-capturing methods using characteristic-based filters,. *Journal of Computational Physics*, 1999.
- [201] H.C. Yee and B. Sjögreen. Adaptative filtering and limiting in compact high order methods for multiscale gas dynamics and mhd systems. *Computer & Fluids*, 2007.
- [202] K.B.M.Q Zaman. Effect of initial condition on subsonic jet noise. *AIAA Journal*, 23 :1370–1373, 1985.

- [203] S. Zhang, Y.T. Zhang, and C.W. Shu. Multistage interaction of a shock wave and a strong vortex. *Physics of Fluids*, 17, 2005.

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 7 août 2006,

Vu la demande des Directeurs de Thèse

Monsieur C. BAILLY et Monsieur C. BOGEY

et les rapports de

Monsieur S. PIROZZOLI

Professor - Dipartimento di Meccanica e Aeronautica - Università di Roma "La Sapienza" - Via Eudossiana 18 - 00184 Roma - Italy

Et de

Monsieur J-C. ROBINET

Maître de Conférences HDR - DYNFLUID laboratory - Arts et Métiers ParisTech - 151 bd de l'Hôpital - 75013 Paris

Monsieur DE CACQUERAY Nicolas

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE (MEGA)

Fait à Ecully, le 29 novembre 2010

P/Le Directeur de l'E.C.L.
La Directrice des Etudes



