

FRCEA.TH--682



FR9900049

N° d'ordre : 98-04

*Resumé*

ANNEE 1998

97002214

**THESE**

présentée devant

**L'ECOLE CENTRALE DE LYON**

pour obtenir

le titre de **DOCTEUR**

**SPECIALITE ACOUSTIQUE**

par

**David FIORINA**

**APPLICATION DE LA METHODE DE SOMMATION DE FAISCEAUX  
GAUSSIENS A L'ETUDE DE LA PROPAGATION ULTRASONORE EN  
MILIEU TURBULENT**

Soutenu le 29 Janvier 1998 devant la commission d'examen

**JURY**

<b>G. COMTE-BELLOT</b>	<b>Président</b>
<b>Ph. GATIGNOL</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>C. DEPOLLIER</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>D. JUVE</b>	
<b>Ph. BLANC-BENON</b>	
<b>Ch. LHULLIER</b>	
<b>B. NOUAILHAS</b>	

<b>Gestion INIS</b>
Doc. enreg. le : 22/1/98
N° TRN : FR9900049
Destination : I,+D,D

# **THESE**

**présentée devant**

**L'ECOLE CENTRALE DE LYON**

**pour obtenir**

**le titre de DOCTEUR**

**SPECIALITE ACOUSTIQUE**

**par**

**David FIORINA**

**APPLICATION DE LA METHODE DE SOMMATION DE FAISCEAUX  
GAUSSIENS A L'ETUDE DE LA PROPAGATION ULTRASONORE EN  
MILIEU TURBULENT**

**Soutenu le 29 Janvier 1998 devant la commission d'examen**

## **JURY**

<b>G. COMTE-BELLOT</b>	<b>Président</b>
<b>Ph. GATIGNOL</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>C. DEPOLLIER</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>D. JUVE</b>	
<b>Ph. BLANC-BENON</b>	
<b>Ch. LHUILLIER</b>	
<b>B. NOUAILHAS</b>	

**ECOLE CENTRALE DE LYON**  
**LISTE DES PERSONNES HABILITEES A ENCADRER DES THESES**  
**MISE à JOUR 10/12/97**  
A. du 30.03.92 (Art. 21) et A. du 23.11.88 (Art. 21)

- 1 -

Directeur : Etienne PASCAUD  
Directeur Adjoint - Directeur des Etudes: Léo VINCENT  
Directeur Administration de la Recherche : Francis LEBOEUF

LABORATOIRE	NOM-PRENOM	FONCTION
<b>LABORATOIRE DE  MECANIQUE DES FLUIDES  ET ACOUSTIQUE :</b>  <b>LMFA</b>  <b>UMR 5509</b>	MATHIEU Jean	PROFESSEUR EMERITE ECL
	ALCARAZ Emilio	PROFESSEUR ECL
	ARQUES Philippe	---
	BRUN Maurice	---
	CHAMPOUSSIN Jean-Claude	---
	COMTE-BELLOT Geneviève	---
	JEANDEL Denis	---
	JUVE Daniel	---
	LEBOEUF Francis	---
	ROGER Michel	---
	SCOTT Jean	---
	GALLAND Marie-Annick	MAITRE DE CONFERENCES ECL
	BATAILLE Jean	PROFESSEUR LYON I
	BUFFAT Marc	---
	GAY Bernard	---
	GENCE Jean-Noël	---
	LANCE Michel	---
	SUNYACH Michel	
	BEN HADID Hamda	MAITRE DE CONFERENCES LYON I
	HAMADICHE Mahmoud	---
	MOREL Robert	PROFESSEUR INSA
	BERTOGLIO Jean-Pierre	DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS
	BLANC-BENON Philippe	---
	CAMBON Claude	---
	ESCUDIE Dany	CHARGE DE RECHERCHE CNRS
	FERRAND Pascal	---
	HENRY Daniel	---
LE PENVEN Lionel	---	
PERKINS Richard	EXTÉRIEUR	
	---	

**ECOLE CENTRALE DE LYON**  
**LISTE DES PERSONNES HABILITEES A ENCADRER DES THESES**

- 2 -

LABORATOIRE	NOM-PRENOM	FONCTION
<b>LABORATOIRE ELECTRONIQUE, AUTOMATIQUE ET MESURES ELECTRIQUES :</b>  <b>LEAME</b>  <b>UMR 5512</b>	BLANCHET Robert	PROFESSEUR ECL
	JOSEPH Jacques	---
	LE HELLEY Michel	---
	PORTE Louis	---
	GAGNAIRE Alain	MAITRE DE CONFERENCES ECL
	HELLOUIN Yves	---
	ROBACH Yves	---
	GARRIGUES Michel	DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS
	HOLLINGER Guy	---
	KRAWCZYK Stanislas	---
	VIKTOROVITCH Pierre	---
	GRENET Geneviève	CHARGE DE RECHERCHE CNRS
GENDRY Michel	---	
TARDY Jacques	---	
<b>CENTRE DE GENIE ELECTRIQUE DE LYON :</b>  <b>CEGELY</b>  <b>UPRESA 5005</b>	AURIOL Philippe	PROFESSEUR ECL
	NICOLAS Alain	---
	BEROUAL Abderrahmane	MAITRE DE CONFERENCES ECL
	ROJAT Gérard	---
	KRAHENBUHL Laurent	DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS
NICOLAS Laurent	CHARGE DE RECHERCHE CNRS	
<b>LABORATOIRE DE PHOTACATALYSE, CATALYSE ET ENVIRONNEMENT :</b> <b>LPCE</b>	PICHAT Pierre	DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS
	HERRMANN Jean-Marie	---
	HOANG-VAN Can	---
<b>MATHEMATIQUES INFORMATIQUE SYSTEMES</b>  <b>MIS</b>  <b>UMR 5585</b>	DAVID Bertrand	PROFESSEUR ECL
	MARION Martine	---
	MAITRE Jean-François	---
	MOUSSAOUI Mohand Arezki	---
	THOMAS Gérard	---
	MUSY François	MAITRE DE CONFERENCES ECL

**ECOLE CENTRALE DE LYON  
LISTE DES PERSONNES HABILITEES A ENCADRER DES THESES**

- 3 -

LABORATOIRE	NOM-PRENOM	FONCTION
<p align="center"><b>INGENIERIE ET FONCTIONNALISATION DES SURFACES :</b></p> <p align="center"><b>IFOS</b></p> <p align="center"><b>UMR 5621</b></p>	<p>CHAUVET Jean- Paul            GUIRALDENQ Pierre            MARTELET Claude            MARTIN Jean-René            TREHEUX Daniel            VANNES Bernard            VINCENT Léo</p> <p>BLANC-BENON Jean            BRUGIRARD Jean</p> <p>NGUYEN Du            SALVIA Michelle            STREMSDOERFER Guy</p> <p>JAFFREZIC Nicole            FAYEULLE Serge</p> <p>SOUTEYRAND Elyane</p>	<p>PROFESSEUR ECL            ---            ---            ---            ---            ---            ---</p> <p>PROFESSEUR LYON I            ---</p> <p>MAITRE DE CONFERENCES ECL            ---            ---</p> <p>DIRECTEUR RECHERCHE CNRS            ---</p> <p>CHARGE DE RECHERCHE CNRS</p>
<p align="center"><b>LABORATOIRE DE TRIBOLOGIE ET DYNAMIQUE DES SYSTEMES :</b></p> <p align="center"><b>LTDS</b></p> <p align="center"><b>UMR 5513</b></p>	<p>CAMBOU Bernard            GEORGES Jean-Marie            JEZEQUEL Louis            SABOT Jean            MARTIN Jean-Michel            SIDOROFF François</p> <p>DONNET Christophe</p> <p>MATHIA Thomas            KAPSA Philippe</p> <p>LOUBET Jean-Luc            MAZUYER Denis</p> <p>LOPEZ Jacques            MIDOL Alain</p> <p>ROUSSEAU Jacques</p>	<p>PROFESSEUR ECL            ---            ---            ---            ---            ---</p> <p>MAITRE DE CONFERENCES ECL</p> <p>DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS            ---</p> <p>CHARGE DE RECHERCHE CNRS            ---</p> <p>MAITRE DE CONFERENCES UCB            ---</p> <p>PROFESSEUR ENISE</p>
<p align="center"><b>FORMATION INDUSTRIELLE GSI</b></p>	<p>HAIT EL HADJ Smaïl</p>	<p>PROFESSEUR ECL</p>

# REMERCIEMENTS

Je tiens en premier lieu à remercier le Département d'Etudes des Réacteurs du Commissariat à l'Energie Atomique de m'avoir permis de mener à bien ce travail de recherche en mettant à ma disposition tout le matériel, informatique et expérimental, dont j'ai pu avoir besoin.

Toute ma gratitude va vers Geneviève Compte-Bellot, Professeur émérite de l'Ecole Centrale de Lyon pour avoir accepté de présider mon jury. Que soient également remerciés Philippe Gatignol, Professeur à l'Université de Technologie de Compiègne, et Claude Depollier, Professeur à l'Université du Maine d'avoir accepté d'être rapporteurs.

Je tiens à remercier Philippe Blanc-Benon, Directeur de recherche CNRS à l'Ecole Centrale de Lyon, et Bernard Nouailhas, Ingénieur d'Electricité de France d'avoir participé à mon jury.

Je tiens également à remercier le personnel du Laboratoire de Systèmes de Mesures pour les Réacteurs où cette thèse s'est déroulée : Gilles Bignan, le Chef de ce laboratoire qui a, dans les faits, su trouver les budgets nécessaires pour acheter le matériel, les ingénieurs du laboratoire pour leurs précieux conseils en traitement du signal et en instrumentation, les techniciens pour leur participation au montage du dispositif expérimental et mes anciens collègues et thésards pour leur soutien scientifique et informatique.

Je ne saurais être assez reconnaissant envers Daniel Juvé, Professeur à l'Ecole Centrale de Lyon, pour avoir dirigé cette thèse et m'avoir prodigué ses précieux conseils tout au long de ses trois ans.

Je tiens à remercier tout particulièrement Christian Lhuillier, ingénieur au LSMR, d'avoir initié ce projet, de l'avoir défendu et de m'avoir supporté durant ces trois ans. Qu'il soit remercié également pour toutes les discussions de couloir que nous avons eues et qui ont souvent fait avancer les choses, d'avoir relu les différentes versions consécutives de ce mémoire. Merci aussi pour les cigarettes, les cafés et les briquets.

Merci encore à Nicole Paliès pour sa gentillesse. La bibliographie de ce mémoire lui doit beaucoup.

Que soient remerciés également tous ceux qui m'ont encouragé durant ces trois ans, tous ceux qui ont relu ce mémoire avec un œil critique et ceux qui sont venus me supporter lors de la soutenance.

Merci à tous les miens de m'avoir permis d'arriver jusqu'ici.

Enfin, je ne saurais oublier Laure qui n'a cessé de m'épauler durant ces trois ans et qui, bien que portant notre petite Madeleine, a tout fait pour que je puisse terminer ce mémoire dans les temps impartis.

## RESUME

Ce mémoire présente les résultats d'une étude expérimentale et numérique sur la propagation d'ultrasons au sein d'une turbulence thermique homogène et isotrope.

Un modèle numérique basé sur la représentation de la turbulence par superposition d'un nombre fini de modes de Fourier et le calcul du champ acoustique par la méthode de sommation de faisceaux gaussiens nous a permis d'étudier la propagation d'une onde émise par un point source dans un milieu turbulent bidimensionnel. C'est, à notre connaissance, la première tentative d'application de la méthode de sommation de faisceaux gaussiens, qui peut être considérée comme une extension de la technique classique des rayons, à l'étude de la propagation d'ondes acoustiques en milieu aléatoire. Ce modèle est basé sur le principe suivant : le milieu est représenté par un grand nombre de réalisations indépendantes de champs turbulents pour lesquelles nous calculons le champ acoustique de façon déterministe. En effectuant des statistiques sur l'ensemble des réalisations, nous obtenons des grandeurs caractéristiques du champ acoustique perturbé: variance des fluctuations des temps de parcours, variance normalisée des fluctuations d'intensité, densité de probabilité de l'intensité. Dans le cas des faibles fluctuations, les résultats obtenus pour les fluctuations d'amplitude et de temps de parcours sont en très bon accord avec les solutions analytiques de référence. Lorsque le niveau des fluctuations augmente, le modèle prédit les évolutions attendues. Cependant, une grande sensibilité à la présence de caustiques à proximité des récepteurs a été mise en évidence. Des calculs dans le domaine temporel ont également été menés pour étudier les effets de la turbulence sur propagation d'un signal de type impulsionnel. Ils fournissent une illustration des variations que peut engendrer la nature fluctuante du milieu de propagation.

Un dispositif expérimental instrumenté de thermocouples et de traducteurs acoustiques a été mis en place pour étudier la propagation ultrasonore en eau. Les mesures réalisées nous ont permis de caractériser certains paramètres de la turbulence présente au sein de notre dispositif et de nous rendre compte des effets de la turbulence sur la propagation d'un signal impulsionnel. Les mesures acoustiques pour le temps de parcours et les fluctuations d'amplitude sont en accord avec les théories de Chernov et de Rytov. Ces mesures ont également montré l'importance de connaître le spectre réel des fluctuations thermiques pour prédire correctement le champ acoustique perturbé et les limitations du spectre associé à une fonction de corrélation gaussienne.

Enfin, une étude de la défocalisation d'une antenne par la turbulence a été effectuée numériquement. Afin de corriger les aberrations la technique de retournement temporel a été utilisée avec succès dans le cas de faibles perturbations pour une turbulence figée. Un modèle simple d'évolution temporelle du milieu entre les phases de réception et de réémission des signaux par l'antenne a montré l'importance du "dégèlement" de la turbulence sur les performances de la technique de retournement temporel et la nécessité de sa prise en compte pour des applications industrielles.

## ABSTRACT

We present here the results of a numerical and experimental study of ultrasonic propagation in a thermal turbulent medium.

A numerical model, based on the technique of superposition of discrete Fourier modes for representing isotropic and homogeneous turbulence and on the gaussian beam summation method for calculating the acoustic field, has been implemented in order to study the propagation of a point source wave in a bidimensional turbulent medium. To our opinion, it is the first attempt of using the gaussian beam summation method, which can be regarded as an extension of the classical ray method, to simulate the acoustic propagation in a random medium. Our model is based on the following principle : the medium is represented by a great number of independent realizations of a turbulent field and for each of them we calculate the acoustic field in a deterministic way. Statistics over a great number of realizations enable us to access to the different quantities of the distorted acoustic field : variance of the time of flight fluctuations, scintillation index and intensity probability density function. In the case of small fluctuations, the results for these three quantities are in a good agreement with analytical solutions. When the level of the fluctuations grows, the model predicts correct evolutions. However, a great sensitivity to the location of a receiver in the vicinity of a caustic has been proved. Calculations in the temporal domain have also been performed. They give an illustration of the possible effects of the turbulence on an impulsive signal.

An experimental device, fitted with thermocouples and acoustic transducers, has been used to study the ultrasonic propagation in turbulent water. The different measures permitted to characterize the turbulent field and to get aware of the effect of the turbulence on the acoustic propagation. The acoustical measures agree well with the analytical solution of Chernov and Rytov. They also show the importance of the knowledge of the real spectrum of the fluctuations and the limitations of the gaussian correlation function.

At last, we have studied the defocalization of an antenna by a turbulent field. In order to correct these effects, the time-reversal technique has been used with success in the case of small fluctuations for a frozen turbulence. A model of temporal evolution of the medium between the reception and the reemission of the signals by the antenna has shown that this phenomenon has to be accounted in industrial applications.

## LISTE DES SYMBOLES

$\mathbf{x}$  désigne le vecteur position.

$x, y, z$ , désignent les coordonnées du vecteur  $\mathbf{x}$  dans le repère cartésien.

$\langle u \rangle$  désigne la moyenne statistique de la variable  $u$ .

$\langle u^2 \rangle = \langle (u - \langle u \rangle)^2 \rangle$  désigne la variance de la variable  $u$ .

$\text{Re}(u)$  désigne la partie réelle du complexe  $u$ .

$\text{Im}(u)$  désigne la partie imaginaire du complexe  $u$ .

$c_0$  désigne la célérité dans le milieu au repos.

$c$  désigne la célérité dans le milieu perturbé par la turbulence.

$p_0$  désigne la pression dans le milieu au repos.

$p$  représente la pression dans le milieu perturbé par la turbulence.

$I$  désigne l'intensité acoustique.

$A_0$  désigne l'amplitude de la pression en milieu homogène.

$A$  désigne l'amplitude de la pression dans le milieu perturbé.

$G_0$  désigne la fonction de Green dans le milieu au repos.

$T_0$  désigne la température du milieu au repos.

$T$  désigne la température du milieu turbulent.

$T'$  désigne la fluctuation de température.

$n_1 = c_0/c = 1 + \mu$  désigne l'indice acoustique.

$\mu$  désigne la partie fluctuante de l'indice acoustique.

$\langle \mu^2 \rangle$  désigne la variance des fluctuations d'indice acoustique.

$f$  désigne la fréquence acoustique.

$\omega$  désigne la pulsation acoustique.

$k_0$  désigne le nombre d'onde acoustique.

$s$  désigne l'abscisse curviligne.

$n$  désigne la distance suivant la normale au rayon.

$t$  désigne le temps de parcours.

$S$  désigne le vecteur lenteur.

$\mathbf{t}$  désigne le vecteur tangent au rayon (de coordonnées  $t_x, t_y, t_z$ ).

$\mathbf{n}$  désigne le vecteur normal au rayon (de coordonnées  $n_x, n_y, n_z$ ).

$p_i$  et  $q_i$  désignent les variables du système de tracé de rayons dynamique.

$\varepsilon$  désigne le paramètre de Gauss.

$L_{fg}$  désigne la largeur d'un faisceau gaussien.

$K$  désigne la courbure du front d'onde d'un faisceau gaussien.

$R$  est la fonction de corrélation des fluctuations de température.

$C_R$  est le coefficient de corrélation des fluctuations de température.

$G$  désigne le spectre des fluctuations thermiques.

$L_t$  est l'échelle intégrale des fluctuations de température.

$L_0 = 1,339 L_t$  est l'échelle externe des fluctuations de température.

$l_0$  est l'échelle interne des fluctuations de température.

$L$  est le paramètre de la fonction de corrélation gaussienne.

$\mathbf{k}$  est l'image par transformée de Fourier du vecteur  $\mathbf{x}$ .

$k$  désigne la norme du vecteur  $\mathbf{k}$ .

$\mathbf{k}_i$  désigne un mode de Fourier discret.

$\tilde{T}'(\mathbf{k})$  désigne la transformée de Fourier de  $T'(\mathbf{x})$ .

$\tilde{T}'(\mathbf{k}_i)$  désigne l'amplitude associée au mode  $\mathbf{k}_i$ .

$\sigma_I^2 = \frac{\langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle}{\langle I \rangle^2}$  désigne la variance normalisée des fluctuations d'intensité appelée également indice de scintillation.

$\sigma_x^2$  désigne la variance des fluctuations du logarithme de l'amplitude.

$x_p$  désigne l'abscisse du pic de la densité de probabilité d'apparition de la première caustique.

$\gamma$  est un paramètre dont l'expression vaut :  $k_0^3 \langle \mu^2 \rangle L^3 \sqrt{\pi}$ .

$\lambda$  désigne le coefficient de mélange entre deux réalisations.

# SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>1</b>
<b>1. SIMULATION DE LA TURBULENCE HOMOGENE ET ISOTROPE.....</b>	<b>3</b>
1. 1. LA TURBULENCE HOMOGENE ET ISOTROPE .....	4
1. 1. 1. Définitions.....	4
1. 1. 2. Cas d'une turbulence thermique .....	5
1. 2. LA METHODE DES MODES DE FOURIER.....	6
1. 2. 1. Aspects théoriques.....	6
1. 2. 1. 1. Cas 2D .....	6
1. 2. 1. 2. Cas 3D .....	8
1. 2. 2 Répartition des modes .....	9
1. 2. 2. 1. Répartition linéaire .....	9
1. 2. 2. 2. Répartition logarithmique.....	10
1. 2. 2. 3. Répartition aléatoire .....	10
1. 2. 2. 4. Remarque.....	10
1. 3. SPECTRES DU CHAMP THERMIQUE.....	10
1. 3. 1. Spectre associé à une fonction de corrélation gaussienne .....	10
1. 3. 2. Spectre de von Karman .....	12
1. 4. RESULTATS .....	15
1. 5. SPECTRES REELS DES FLUCTUATIONS THERMIQUES.....	16
1. 6. CONCLUSION .....	18
<b>2. LA METHODE DE SOMMATIONS DE FAISCEAUX GAUSSIENS.....</b>	<b>19</b>
2. 1. LA THEORIE DES RAYONS .....	20
2. 1. 1. Le tracé de rayons.....	20
2. 1. 2. Temps d'arrivée. Rayons propres .....	22
2. 1. 3. Amplitude le long d'un rayon .....	22
2. 3. CALCUL DE L'AMPLITUDE SUIVANT LA METHODE DE SOMMATION DE FAISCEAUX GAUSSIENS - CAS 2D .....	23
2. 3. 1. L'équation parabolique locale.....	23
2. 3. 1. 1. Définition du repère local.....	23
2. 3. 1. 2. Etablissement de l'équation parabolique locale.....	24
2. 3. 1. 3. Résolution de l'équation parabolique locale.....	25
2. 3. 2. Résolution du système de tracés de rayons dynamique .....	26

2. 3. 3. Calcul de l'amplitude au niveau du récepteur.....	28
2. 3. 3. 1. Cas d'une ligne source .....	28
2. 3. 3. 2. Cas d'un point source en 3 dimensions.....	30
2. 3. 3. 3. Evaluation pratique de l'intégrale .....	31
2. 3. 3. 4. Calcul du temps de parcours associé à un faisceau gaussien. ....	33
2. 3. 4. Détermination des temps propres.....	33
2. 3. 5. Traitement des caustiques .....	36
2. 3. 6. Traitement des interfaces.....	36
2. 3. 7. Choix du paramètre de Gauss.....	37
2. 4. TRANSFORMATION TEMPORELLE.....	40
2. 4. 1. Synthèse par transformée de Fourier.....	41
2. 4. 2. Synthèse par convolution .....	41
2. 5. CONCLUSION .....	43
<b>3. ETUDE NUMERIQUE.....</b>	<b>44</b>
3. 1. ETUDE DU TEMPS DE PARCOURS.....	45
3. 1. 1. Définition du cas test.....	45
3. 1. 2. Effet de la turbulence sur les rayons. ....	46
3. 1. 3. Cas des faibles fluctuations .....	47
3. 1. 4. Cas des fluctuations plus importantes .....	48
3. 2. ETUDE DE L'AMPLITUDE .....	52
3. 2. 1. Etude de l'indice de scintillation.....	52
3. 2. 1. 1. Cas des faibles fluctuations .....	54
3. 2. 1. 2. Cas des fluctuations plus importantes .....	56
3. 2. 1. 3. Evolution en fonction du paramètre $\gamma$ .....	62
3. 2. 2. Densité de probabilité de l'intensité .....	64
3. 3. PROPAGATION D'UN SIGNAL DE TYPE IMPULSIONNEL.....	66
3. 4. CONCLUSION .....	71
<b>4. ETUDE EXPERIMENTALE.....</b>	<b>72</b>
4. 1. DISPOSITIF.....	73
4. 1. 1. Mesures acoustiques.....	74
4. 1. 1. 1. Capteurs et acquisition .....	74
4. 1. 1. 2. Exploitation des résultats.....	75
4. 1. 2. Mesures thermiques.....	75
4. 1. 2. 1. Capteurs et acquisitions.....	75
4. 1. 2. 2. Exploitation des résultats.....	76
4. 2. RESULTATS .....	76
4. 2. 1. Résultats thermiques .....	76
4. 2. 2. Résultats acoustiques.....	80

4. 3. CONCLUSION .....	82
<b>5. APPLICATION A L'IMAGERIE ACOUSTIQUE .....</b>	<b>3</b>
5. 1. FOCALISATION A L'EMISSION .....	84
5. 1. 1. Cas du milieu homogène .....	84
5. 1. 2. Cas du milieu turbulent .....	87
5. 2. LE RETOURNEMENT TEMPOREL .....	90
5. 2. 1. Principe.....	90
5. 2. 2. Applications des miroirs à retournement temporel. ....	91
5. 3. REFOCALISATION EN MILIEU TURBULENT.....	92
5. 3. 1. Cas du milieu homogène .....	93
5. 3. 1. Cas du milieu turbulent non évolutif.....	93
5. 3. 1. Cas du milieu turbulent évolutif.....	97
5. 4. CONCLUSION .....	101
<b>CONCLUSION.....</b>	<b>102</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>104</b>
<b>ANNEXES.....</b>	<b>110</b>
A. 1. LA CELERITE DU SON DANS L'EAU.....	110
A. 2. DEVELOPPEMENTS ANALYTIQUES DANS L'APPROXIMATION DE RYTOV POUR UNE SOURCE PONCTUELLE 2D ET 3D DANS LE CAS D'UN SPECTRE ASSOCIE A UNE FONCTION DE CORRELATION GAUSSIENNE DES FLUCTUATIONS D'INDICE.....	112

## INTRODUCTION

Pour la filière des réacteurs à neutrons rapides, le Commissariat à l'Energie Atomique a développé des systèmes ultrasonores de surveillance et d'inspection en service afin d'aider les opérateurs dans la conduite du réacteur. Le système VISUS [LHULLIER 84], en service dans les réacteurs Phénix et Super-Phénix est un dispositif de télémétrie qui permet de détecter la présence de mécanisme de barres de contrôle entre le coeur du réacteur et le bouchon couvercle coeur. Le système IMARSOD [IMBERT 97], actuellement en développement au Commissariat à l'Energie Atomique est un système d'imagerie ultrasonore capable de fournir en temps réel des images des différents composants de la cuve du réacteur. On peut citer également le contrôle de position des assemblages [BERTON 95] et les possibilités de mesure de température par ultrasons en sortie d'assemblage [MONDAY 88].

Les deux premiers systèmes, qui sont utilisés lorsque le réacteur est à l'arrêt, font l'hypothèse que la température au sein du milieu de propagation est homogène, ce qui est normalement réalisé. Cependant, il est intéressant de pouvoir prédire le comportement de ces systèmes lorsque la température n'est pas parfaitement homogène et en particulier en présence de turbulence thermique au sein du fluide. Le but de notre travail est de fournir un outil de prédiction de l'influence de la turbulence sur la propagation ultrasonore dans les domaines fréquentiel et temporel.

L'étude de la propagation d'ondes en milieu aléatoire intéresse de nombreux domaines: radio, optique, astronomie, acoustique. En acoustique, la présence de turbulence dans l'atmosphère ou d'ondes internes dans l'océan ont amené les chercheurs à étudier la propagation dans de tels milieux afin de prévoir les fluctuations d'amplitude et de phase des signaux.

Dans le cas des faibles fluctuations de phase et d'amplitude, on peut évaluer leurs niveaux en utilisant les méthodes analytiques de Born et de Rytov. Cependant ces méthodes tombent en défaut lorsque le niveau des fluctuations devient important.

On peut également, en partant de la méthode de l'équation parabolique, et en supposant que les fluctuations du milieu sont décrites par un processus gaussien et delta-corrélé suivant la direction de propagation, obtenir des équations régissant l'évolution des moments d'ordre 2 et 4 de la pression. Ainsi Spivack et Uscinski [SPIVACK 88] ont résolu l'équation du moment d'ordre 4 pour une onde plane, un milieu bidimensionnel et une fonction de corrélation gaussienne des fluctuations thermiques du milieu.

Notre démarche suit celle adoptée par Blanc-Benon et al [BLANC-BENON 90] qui repose sur une modélisation de la turbulence homogène et isotrope initiée par Kraichnan [KRAICHNAN 70]. Le milieu est représenté par un grand nombre de réalisations de champs turbulents pour lesquelles on calcule le champ acoustique s'y propageant de façon déterministe. En effectuant

## CHAPITRE 1

# SIMULATION DE LA TURBULENCE THERMIQUE HOMOGENE ET ISOTROPE

La méthode de superposition d'un nombre fini de modes de Fourier permet de simuler très simplement des champs turbulents homogènes et isotropes scalaires ou vectoriels. Couplée à une méthode de calcul de propagation acoustique, elle permet d'étudier la propagation en milieu turbulent sans imposer aucune condition a priori sur les interactions entre les champs turbulents et acoustiques, comme il est nécessaire dans le cas des théories statistiques. Une des applications importante de cette technique à ce jour est la modélisation de la turbulence atmosphérique considérée comme homogène et isotrope. Après de brefs rappels sur la turbulence homogène et isotrope, nous expliquerons comment générer des champs thermiques bidimensionnels et tridimensionnels en utilisant cette méthode. Nous présenterons également des résultats montrant la capacité de cette méthode à générer de tels champs. Enfin, nous présenterons les résultats d'une étude bibliographique concernant les spectres réels des fluctuations de température.

## 1. 1. LA TURBULENCE HOMOGENE ET ISOTROPE

### 1. 1. 1. Définitions

Soit un champ de vitesse turbulent  $\mathbf{u}(x,t)$  de composantes  $u_{\alpha_i}(x,t)$  ( $\alpha_i=1$  à 3). Supposons que l'on fasse  $N$  expériences et que l'on mesure une composante de la vitesse en  $n$  points  $x_1, x_2, \dots, x_n$  à des temps  $t_1, t_2, \dots, t_m$ . On peut alors définir une moyenne d'ensemble [FAVRE 76] :

$$\left\langle u_{\alpha_1}(x_1, t_1) u_{\alpha_2}(x_2, t_2) \dots u_{\alpha_k}(x_n, t_m) \right\rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} u_{\alpha_1}^{(i)}(x_1, t_1) u_{\alpha_2}^{(i)}(x_2, t_2) \dots u_{\alpha_k}^{(i)}(x_n, t_m)$$

où  $u_{\alpha_k}^{(i)}(x, t)$  est la composante  $\alpha_k$  mesurée durant l'expérience n°  $i$ .

Une turbulence est dite homogène si n'importe quelle quantité moyenne en des points  $x_n$  et à des temps  $t_m$  est indépendante de toute translation de l'ensemble des points soit :

$$\left\langle u_{\alpha_1}(x_1, t_1) u_{\alpha_2}(x_2, t_2) \dots u_{\alpha_k}(x_n, t_m) \right\rangle = \left\langle u_{\alpha_1}(x_1 + y, t_1) u_{\alpha_2}(x_2 + y, t_2) \dots u_{\alpha_k}(x_n + y, t_m) \right\rangle \quad \forall y$$

Une turbulence est dite stationnaire si n'importe quelle quantité moyenne en des points  $x_n$  et à des temps  $t_m$  est indépendante de toute translation de l'ensemble des temps soit :

$$\left\langle u_{\alpha_1}(x_1, t_1) u_{\alpha_2}(x_2, t_2) \dots u_{\alpha_k}(x_n, t_m) \right\rangle = \left\langle u_{\alpha_1}(x_1, t_1 + \tau) u_{\alpha_2}(x_2, t_2 + \tau) \dots u_{\alpha_k}(x_n, t_m + \tau) \right\rangle \quad \forall \tau$$

Une turbulence est dite isotrope si n'importe quelle quantité moyenne en des points  $x_n$  et à des temps  $t_m$  est invariante dans toute rotation simultanée du groupe de points et des axes de coordonnées.

### 1. 1. 2. Cas d'une turbulence thermique

Nous nous proposons de rappeler certaines définitions et notations utilisées en turbulence et plus particulièrement en turbulence homogène et isotrope [COMTE-BELLOT].

Nous notons  $T'(x)$  la fluctuation de température au point  $x$  et  $T_0$  la température moyenne du milieu. Nous supposons la turbulence stationnaire tout au long de cette étude et nous l'étudions à un instant  $t$  en tous les points. On définit la fonction de corrélation spatiale des fluctuations de température entre les points  $x_1$  et  $x_2$  par :

$$R(x_1, x_2) = \langle T'(x_1)T'(x_2) \rangle \quad (1.1)$$

et le coefficient de corrélation par :

$$C_R(x_1, x_2) = \frac{\langle T'(x_1)T'(x_2) \rangle}{\sqrt{\langle T'^2(x_1) \rangle} \sqrt{\langle T'^2(x_2) \rangle}} \quad (1.2)$$

Dans le cas homogène,  $R$  et  $C_r$  ne sont fonctions que du vecteur  $\mathbf{r}$  séparant les deux points, soit :

$$R(\mathbf{r}) = \langle T'(\mathbf{x})T'(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle \quad \text{et} \quad C_R(\mathbf{r}) = \frac{\langle T'(\mathbf{x})T'(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle}{\langle T'^2 \rangle} \quad (1.3)$$

où  $\langle T'^2 \rangle$  est la variance des fluctuations de température au sein du milieu.

On définit la densité spectrale d'énergie tridimensionnelle comme étant la transformée de Fourier de  $R$  :

$$\Phi(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{\mathbb{R}^3} R(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{v}(\mathbf{r}) \quad (1.4)$$

où  $\mathbf{k}$  est le vecteur d'onde de module  $k = \|\mathbf{k}\|$

Dans le cas où la turbulence est également isotrope les fonctions  $R$  et  $\Phi$  ne dépendent respectivement que de la distance  $r$  entre deux points et de  $k$ .

La fonction  $\Phi$  peut donc être intégrée, dans le cas 3D sur des coquilles sphériques à  $k=\text{cte}$  pour obtenir un nouveau spectre tridimensionnel  $G(k)$  tel que :

$$G(k) = 4\pi k^2 \Phi(k) \quad (1.5)$$

En deux dimensions, une relation identique est obtenue entre  $G$  et  $\Phi$  :

$$G(k) = 2\pi k \Phi(k) \quad (1.6)$$

On peut également définir un spectre  $\Phi_1$  appelé spectre unidimensionnel représentant les contributions de tous les nombres d'onde ayant une projection  $k_1$  sur l'axe 1 par :

$$\Phi_1(k_1) = \int_{k_1}^{\infty} \frac{G(k)}{k} dk \quad (1.7)$$

soit encore :

$$G(k) = - \left[ k_1 \frac{\partial \Phi_1(k_1)}{\partial k_1} \right]_{k_1=k} \quad (1.8)$$

Ce spectre est très utile car c'est la quantité que l'on obtient en calculant la transformée de Fourier de la fonction de corrélation mesurée le long de l'axe 1.

## 1. 2. LA METHODE DES MODES DE FOURIER

### 1. 2. 1. Aspects théoriques

#### 1. 2. 1. 1. Cas 2D

Cette modélisation de la turbulence a été proposée par Kraichnan [KRAICHNAN 70] pour un champ cinématique puis appliquée par Juvé et al [JUVE 91] à la propagation des ondes acoustiques dans une turbulence thermique ou cinématique.

On part du fait que l'on peut représenter la fluctuation de température  $T'(\mathbf{x})$  sous forme de transformée de Fourier dans le cas d'une turbulence homogène et isotrope 2D :

$$T'(\mathbf{x}) = \int_{\mathfrak{R}^2} \tilde{T}'(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} d\mathbf{k} \quad (1.9)$$

où  $\tilde{T}'(\mathbf{k})$  est la transformée de Fourier de  $T'(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{k}$  étant le vecteur d'onde.

Pour simuler un champ homogène et isotrope, on discrétise l'intégrale de Fourier de la façon suivante :

$$T'(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N \tilde{T}'(\mathbf{k}_n) \cos(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} + \varphi_n) \quad (1.10)$$

$N$  étant le nombre de modes de Fourier. Cette dernière expression met en évidence les différents paramètres à régler afin d'obtenir une bonne représentation numérique du type de turbulence désiré. Ces paramètres sont :

- ↪ l'orientation des modes  $\mathbf{k}_n$  dans l'espace de Fourier. Dans le cas particulier d'un champ 2D, un seul angle suffit, défini par  $\theta_n = (\mathbf{Ox}, \mathbf{k}_n)$
- ↪ la phase à l'origine de chaque mode  $\varphi_n$ .
- ↪ l'amplitude des quantités  $\tilde{T}'(\mathbf{k}_n)$
- ↪ le nombre de modes  $N$  et la répartition du module de ceux-ci dans un intervalle judicieusement choisi  $[k_{\min}, k_{\max}]$

L'isotropie statistique, c'est-à-dire l'invariance par rotation du champ généré est assurée si l'on tire les valeurs de  $\theta_n$  dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$  de façon équiprobable. La phase à l'origine  $\varphi_n$  est choisie dans les mêmes conditions pour assurer l'homogénéité statistique, c'est-à-dire l'invariance par translation. La figure 1.1 montre la disposition de ces angles.

Numériquement, nous avons utilisé un générateur de nombres aléatoires de la bibliothèque mathématique du logiciel PV-WAVE. En initialisant ce générateur avec la même racine, on accède toujours à la même séquence de nombres aléatoires, ce qui permet de retrouver des réalisations de champs turbulents identiques.

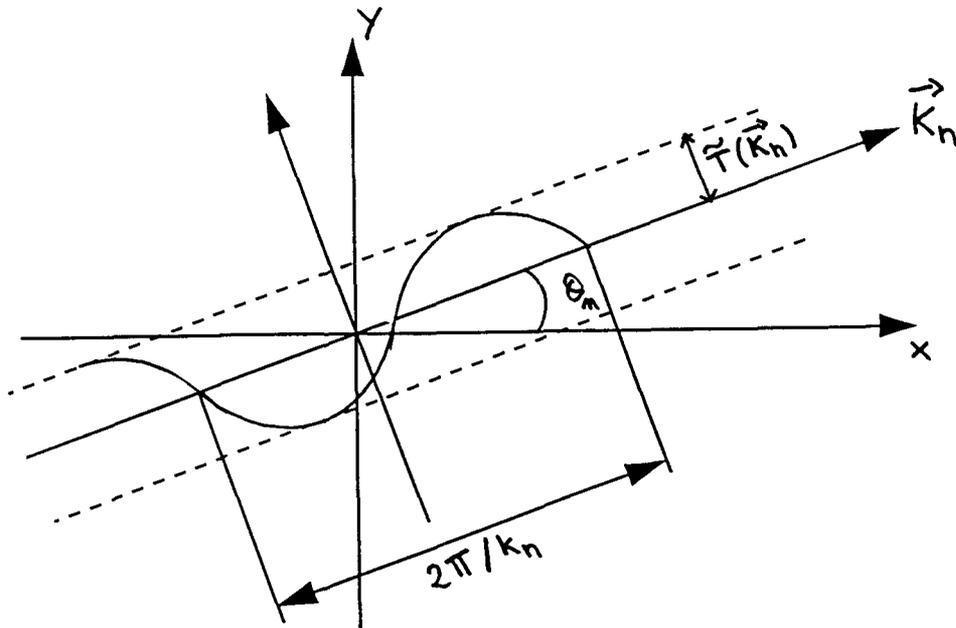


Figure 1.1  
Paramètres caractéristiques d'un champ turbulent 2D

Pour le calcul du produit scalaire, on superpose les repères de l'espace spectral et de l'espace physique. Les autres paramètres obéissent à un choix déterministe :

- ↳ le nombre de modes  $N$  est constant;
- ↳ les amplitudes  $\tilde{T}(\mathbf{k}_n)$  sont liées au choix d'une fonction de corrélation particulière par le biais du spectre correspondant;
- ↳ les modes peuvent être répartis selon un espacement constant, selon une progression logarithmique de telle sorte qu'ils soient adaptés au spectre choisi, soit de façon aléatoire.

Le spectre  $G(k)$  du champ thermique est relié à la fonction de corrélation  $R$  par :

$$G(k) = k \int_0^{\infty} r R(r) J_0(kr) dr \quad (1.11)$$

$J_0$  étant la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0, et réciproquement :

$$R(r) = \int_0^{\infty} G(k) J_0(kr) dk \quad (1.12)$$

L'échelle intégrale associée est l'intégrale du coefficient de corrélation normalisé :

$$L_t = \int_0^{\infty} C_R(r) dr \quad (1.13)$$

La quantité d'énergie contenue dans la totalité des structures turbulentes s'écrit :

$$\int_0^{\infty} G(k) dk = \sum_{n=1}^N |\tilde{T}'(\mathbf{k}_n)|^2 = \langle T'^2 \rangle \quad (1.14)$$

La discrétisation de l'intégrale dans (1.9) pour  $N$  modes donne :

$$\sum_{n=1}^N |\tilde{T}'(\mathbf{k}_n)|^2 = \sum_{n=1}^N G(k_n) \Delta k_n \quad (1.15)$$

Pour un seul mode, on obtient l'amplitude :

$$\tilde{T}'(\mathbf{k}_n) = \sqrt{G(k_n) \Delta k_n} \quad (1.16)$$

### 1. 2. 1. 2. Cas 3D

Dans le cas d'une turbulence 3D, on utilise les mêmes hypothèses qu'en 2D en discrétisant l'intégrale :

$$T'(\mathbf{x}) = \int_{\mathfrak{R}_3} \tilde{T}'(\mathbf{k}) e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} d\mathbf{k} \quad (1.17)$$

suivant la formule :

$$T'(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N \tilde{T}'(\mathbf{k}_n) \cos(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} + \varphi_n) \quad (1.18)$$

Comme on peut le voir sur la figure 1.2, il faut en 3D deux angles  $\alpha$  et  $\theta$  pour définir complètement le vecteur  $\mathbf{k}$ . On montre [COMTE-BELLOT] que, pour respecter l'isotropie du champ thermique fluctuant, les angles  $\alpha$  et  $\theta$  doivent être choisis de la façon suivante :

- ↪  $\theta$  doit être tiré aléatoirement dans  $[0, 2\pi]$  avec la densité de probabilité  $p(\theta) = \frac{1}{2\pi}$ ;
- ↪  $\alpha$  doit être pris dans l'intervalle  $[0, \pi]$  avec la densité de probabilité  $p(\alpha) = \frac{\sin\alpha}{2}$ ;
- ↪ Les déphasages  $\varphi_n$  sont choisis exactement comme en 2D.

De plus, on a la relation (1.5) entre les spectres  $G$  et  $\Phi$ .

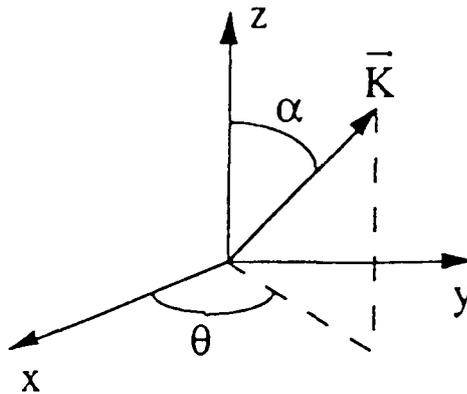


Figure 1.2  
Définition des angles en 3D

## 1. 2. 2 Répartition des modes

Comme nous l'avons vu précédemment, trois types de répartition des modes peuvent être utilisés : la répartition linéaire, la répartition logarithmique et la répartition aléatoire.

### 1. 2. 2. 1. Répartition linéaire

L'espace  $\Delta k_n$  entre les modes est pris constant et égal à  $\Delta k$ . Si  $N$  est le nombre de modes,  $\Delta k$  est égal à :

$$\Delta k = \frac{k_{\max} - k_{\min}}{N - 1} \quad (1.19)$$

d'où, pour chaque indice  $n$  :

$$k_n = k_{\min} + (n - 1)\Delta k \quad (1.20)$$

### 1. 2. 2. Répartition logarithmique

C'est l'espacement entre les logarithmes des modes qui est pris constant ici :

$$\Delta k = \frac{\ln(k_{\max}) - \ln(k_{\min})}{N - 1} \quad (1.21)$$

d'où

$$k_n = k_{\min} \times \exp[(n - 1)\Delta k] \quad (1.22)$$

### 1. 2. 2. 3. Répartition aléatoire

Les modes sont choisis aléatoirement dans le segment  $[k_{\min}, k_{\max}]$ .

### 1. 2. 2. 4. Remarque

La définition du spectre est intimement liée à un choix judicieux des valeurs minimale et maximale du module du vecteur d'onde ainsi qu'à la répartition des modes au sein de cet intervalle. Il faut noter que des petites valeurs du nombre d'onde correspondent à de grosses structures turbulentes et que inversement, à de grands nombres d'onde correspondent des petites structures turbulentes. Hugon-Jeanin a étudié l'influence de la discrétisation et, pour un spectre associé à une fonction de corrélation gaussienne des fluctuations de température, il suggère d'utiliser 100 modes répartis linéairement dans l'intervalle  $[0, 1/L, 50/L]$ . Pour un spectre possédant une zone inertielle important, un espacement logarithmique des modes est au contraire plus judicieux [KARWEIT 91].

## 1. 3. SPECTRES DU CHAMP THERMIQUE

### 1. 3. 1. Spectre associé à une fonction de corrélation gaussienne

Le modèle de turbulence homogène et isotrope avec fonction de corrélation gaussienne est très fréquemment utilisé car il permet, par sa simplicité, de mener à terme des calculs analytiques fondamentaux. Ainsi, à partir de la fonction de corrélation spatiale :

$$R(r) = \langle T'^2 \rangle e^{-\frac{r^2}{L^2}} \quad (1.23)$$

il est possible, grâce à (1.10), de calculer explicitement le spectre  $G(k)$  dans le cas bidimensionnel :

$$G(k) = \langle T'^2 \rangle \frac{kL^2}{2} e^{-\frac{k^2 L^2}{4}} \quad (1.24)$$

En intégrant le coefficient de corrélation normalisé, on a l'expression de l'échelle intégrale:

$$L_t = \int_0^{\infty} e^{-r^2/L^2} dr = \frac{L \cdot \sqrt{\pi}}{2} \quad (1.25)$$

On voit sur cette dernière relation que  $L$  est un paramètre proportionnel à l'échelle intégrale  $L_t$ . Un modèle tridimensionnel conduirait à la relation suivante pour le spectre  $G(k)$ :

$$G(k) = \langle T'^2 \rangle \frac{k^2 L^3}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{k^2 L^2}{4}} \quad (1.26)$$

La figure 1.3 représente un spectre gaussien 2D échantillonné selon 100 modes répartis linéairement entre  $0,1/L$  et  $50/L$ , pour une valeur de  $\sqrt{\langle T'^2 \rangle}$  de  $5^\circ$ , une valeur de  $L=0,03m$ .

On peut remarquer la décroissance très importante du spectre avec les grands nombres d'onde. Hugon-Jeanin a cependant remarqué qu'il est nécessaire, pour obtenir des résultats acoustiques corrects de prendre en compte les grands nombres d'onde bien qu'ils portent peu d'énergie.

La figure 1.4 montre une réalisation de champ turbulent obtenue avec le spectre précédent et les caractéristiques. On peut noter la présence de structures turbulentes dont la taille est de l'ordre du paramètre  $L$ . La transition entre les zones chaudes et les zones froides se fait doucement.

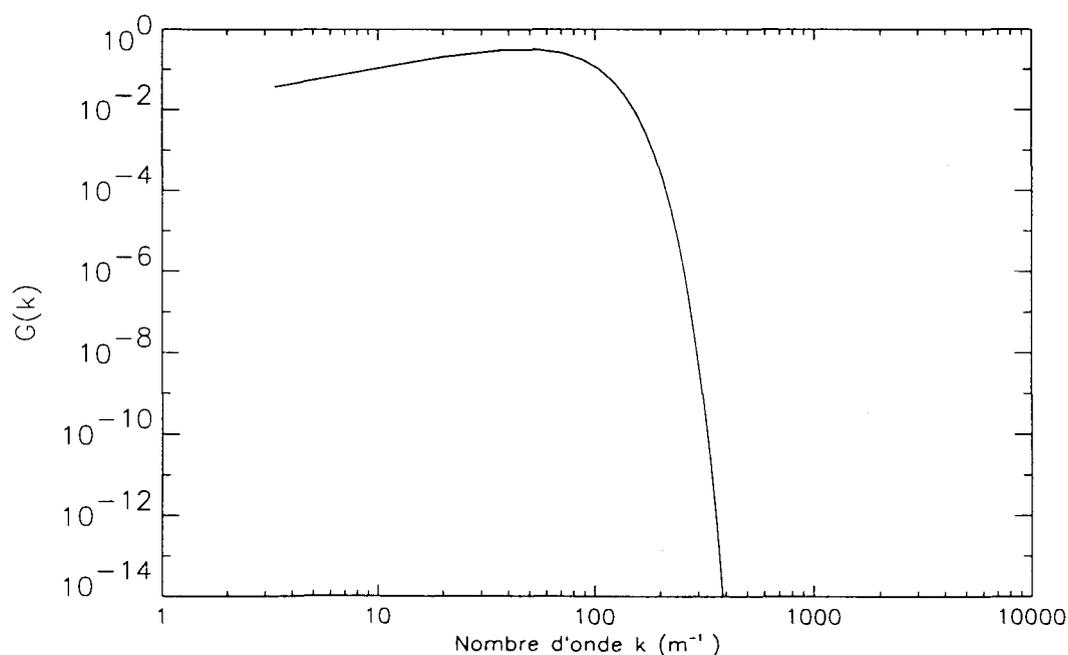


Figure 1.3

Spectre associé à une fonction de corrélation gaussienne ( $\sqrt{\langle T'^2 \rangle} = 5^\circ, L=0,03m$ )

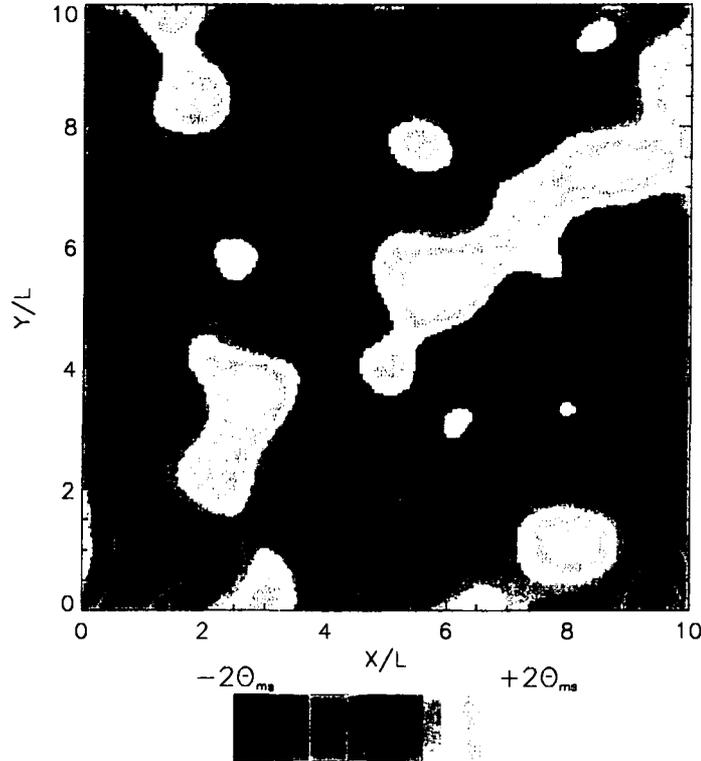


Figure 1.4

Réalisation de champ turbulent pour un spectre gaussien ( $\sqrt{\langle T'^2 \rangle} = 5^\circ$ ,  $L=0,03m$ ).

### 1. 3. 2. Spectre de von Karman

Si le spectre gaussien est choisi pour des raisons de simplicité de calcul, il n'est pas tout à fait représentatif d'une turbulence homogène et isotrope. Pour cette raison, il lui est en général préféré un modèle dont le spectre tridimensionnel des fluctuations est défini par une loi en puissance : le spectre de von Karman. Pour une turbulence bidimensionnelle, nous supposons que la dépendance de la densité spectrale vis à vis des nombres d'onde est la même qu'en 3D. Le spectre bidimensionnel est donc défini par :

$$\Phi_n(k) = \frac{\langle T'^2 \rangle L_0^{-\frac{5}{3}}}{\pi \Psi\left(1, \frac{1}{6}, \frac{1}{K_m^2 L_0^2}\right)} \left(k^2 + \frac{1}{L_0^2}\right)^{-\frac{11}{6}} e^{-\frac{k^2}{K_m^2}} \quad (1.27)$$

où  $L_0$  est l'échelle externe de turbulence, égale à  $1,339L_t$ ,  $\Psi$  est la fonction hypergéométrique confluyente [MORSE 53]. La quantité  $K_m$  est inversement proportionnelle à l'échelle interne de la turbulence  $l_0$ .

Comme  $G(k)=2\pi k\Phi_n(k)$  dans le cas bidimensionnel, on a :

$$G(k) = \frac{2 \langle T'^2 \rangle L_0^{-\frac{5}{3}}}{\Psi\left(1, \frac{1}{6}, \frac{1}{K_m^2 L_0^2}\right)} k \left(k^2 + \frac{1}{L_0^2}\right)^{-\frac{11}{6}} e^{-\frac{k^2}{K_m^2}} \quad (1.28)$$

Moyennant une approximation de  $\psi(a,b,z)$  lorsque  $z$  tend vers 0, le spectre peut alors s'écrire :

$$G(k) = 2\pi k \alpha \left(k^2 + \frac{1}{L_0^2}\right)^{-\frac{11}{6}} e^{-\frac{k^2}{K_m^2}} \quad (1.29)$$

avec :

$$\alpha = \frac{5 \langle T'^2 \rangle L_0^{-\frac{5}{3}}}{6\pi} \quad (1.30)$$

d'où :

$$G(k) = \frac{5}{3} \langle T'^2 \rangle L_0^{-\frac{5}{3}} k \left(k^2 + \frac{1}{L_0^2}\right)^{-\frac{11}{6}} e^{-\frac{k^2}{K_m^2}} \quad (1.31)$$

La relation (1.11) permet de calculer la fonction de corrélation :

$$R(r) = \frac{5}{3} \frac{1}{2^{\frac{5}{6}} \Gamma\left(\frac{11}{6}\right)} \left(\frac{r}{L_0}\right)^{\frac{5}{6}} K_{\frac{5}{6}}\left(\frac{r}{L_0}\right) \quad (1.32)$$

où  $K_\nu$  est la fonction de Bessel modifiée et  $\Gamma$  est la fonction Gamma. L'intégralité des calculs peut-être trouvée dans la thèse de Chevret [CHEVRET 94].

Pour un spectre en puissance, il convient de choisir une progression logarithmique des modes.

La figure 1.5 représente le spectre de von Karman obtenu pour une valeur de  $\sqrt{\langle T'^2 \rangle}$  de  $5^\circ$ ,  $L_0=0,03m$ , une valeur de l'échelle interne égale à  $L_0/100$ , et une progression logarithmique de 100 modes pris entre  $0,1L_0$  et  $100L_0$ . On remarque que le spectre décroît beaucoup moins vite que dans le cas du spectre gaussien. Ceci est dû au fait que le spectre de von Karman prend en compte deux échelles de la turbulence : une se rapportant aux petites structures, l'échelle interne, et une se rapportant aux grosses structures, l'échelle externe. Une réalisation de champ fluctuant utilisant ce type de spectre est présenté en figure 1.6

On peut noter la différence entre la forme des structures entre les champs obtenus pour un spectre gaussien et un spectre de von Karman. On voit que la transition entre les zones

chaudes et froides est beaucoup plus abrupte que dans le cas du spectre gaussien. Le champ associé à un spectre en puissance présente un aspect plus fractal.

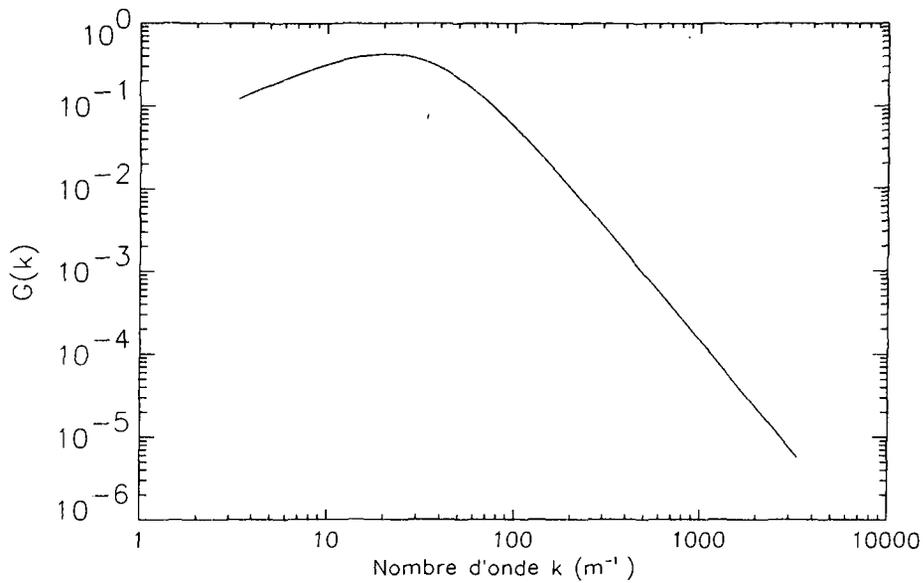


Figure 1.5

Spectre de von Karman ( $\sqrt{\langle T'^2 \rangle} = 5^\circ$ ,  $L_0 = 0,03m$ ,  $l_0 = L_0/100$ )

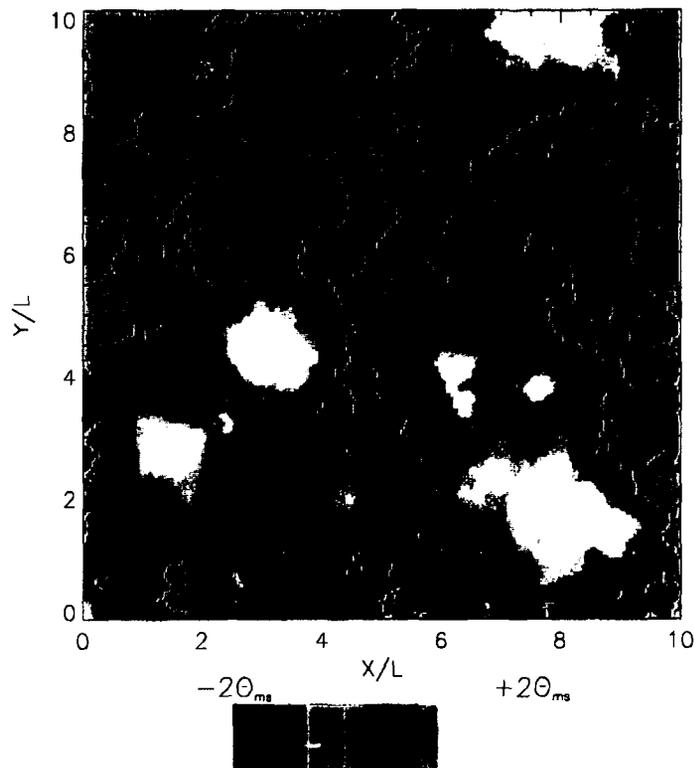


Figure 1.6

Réalisation de champ turbulent obtenu pour un spectre de von Karman

( $\sqrt{\langle T'^2 \rangle} = 5^\circ$ ,  $L_0 = 0,03m$ ,  $l_0 = L_0/100$ )

## 1. 4. RESULTATS

Hugon-Janin [HUGON-JEANIN 92] a démontré la robustesse de la technique des modes de Fourier pour simuler correctement une turbulence thermique homogène et isotrope. Nous avons reproduit deux de ces tests dont nous présentons les résultats dans ce paragraphe.

En moyennant sur un grand nombre de réalisations de champs turbulents, on obtient une fonction de corrélation spatiale que l'on compare à la fonction de corrélation introduite au départ dans le modèle. Nous présentons dans la figure 1.7 la comparaison entre le coefficient de corrélation obtenu après moyennage sur 5000 réalisations et le coefficient de corrélation gaussien introduit au départ. L'accord est très bon puisque les deux courbes sont quasiment confondues.

En intégrant ce coefficient de corrélation, nous obtenons l'échelle intégrale que l'on peut également comparer à la valeur théorique. La figure 1.8 montre l'évolution de l'échelle intégrale en fonction du nombre de réalisations. On peut constater que très rapidement, l'échelle intégrale calculée est très proche de la valeur théorique.

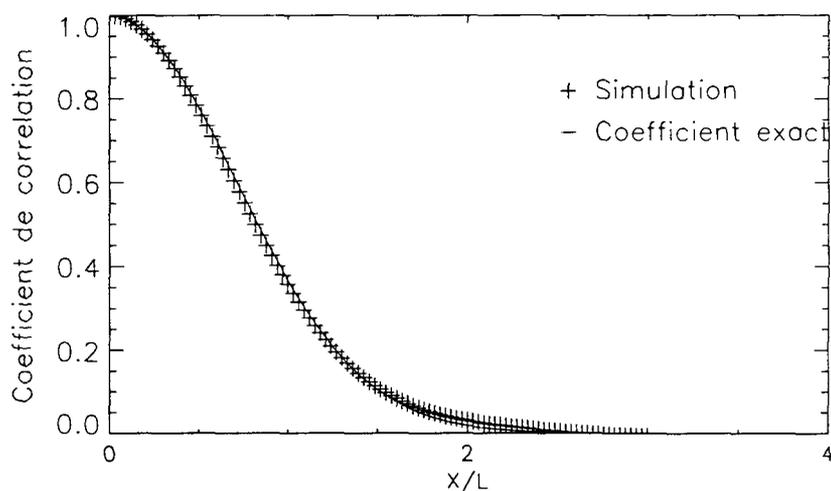


Figure 1.7

*Comparaison entre le coefficient de corrélation exact et simulé après 5000 réalisations*

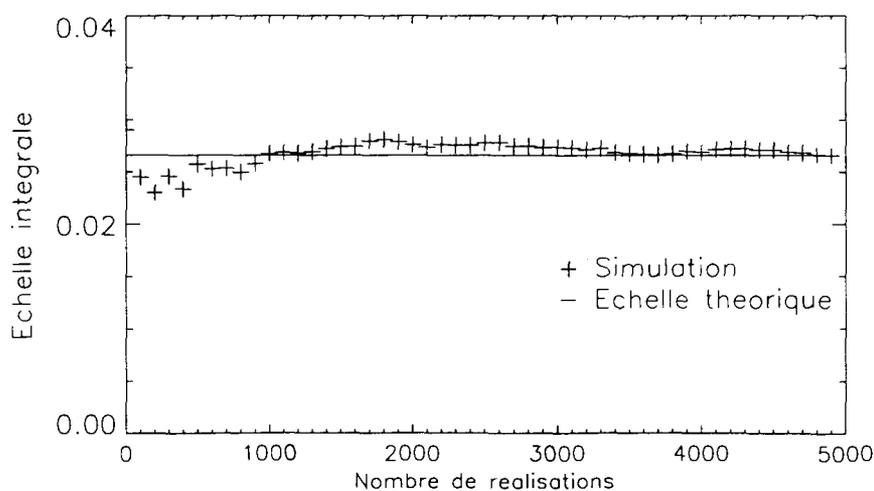


Figure 1.8

*Evolution de l'échelle intégrale en fonction du nombre de réalisations*

## 1. 5. SPECTRES REELS DES FLUCTUATIONS THERMIQUES.

Le spectre gaussien est utilisé pour sa simplicité et parcequ'il permet de mener à leurs termes certains calculs analytiques. Cependant, il n'est pas exactement représentatif des phénomènes physiques mis en jeu. De plus, il ne tient compte que d'une seule échelle du champ turbulent, ce qui est une de ses limitations.

Dans le cas d'une turbulence thermique, la forme du spectre des fluctuations dépend essentiellement d'un nombre adimensionnel, égal au rapport entre la viscosité cinématique  $\nu$  et la diffusivité thermique  $\alpha$ , appelé nombre de Prandtl et noté  $Pr$ . En effet, ce sont ces deux quantités qui vont influencer sur la dissipation des fluctuations de température. Ce nombre peut varier énormément suivant le type de fluide considéré. En effet, il est de l'ordre de 1 pour l'air, de l'ordre de 10 pour l'eau et de l'ordre de  $10^{-3}$  pour les métaux liquides, qui possèdent une très grande diffusivité thermique. C'est une des raisons pour laquelle ils sont utilisés comme fluide caloporteur dans les réacteurs à neutrons rapides.

Dans le cas de l'air, le spectre des fluctuations est relativement bien connu puisqu'il s'agit du spectre de von Karman que nous avons décrit précédemment.

Pour des fluides, dont le nombre de Prandtl est petit ou grand devant 1, Lesieur [LESIEUR 87] donne la forme du spectre tridimensionnel des fluctuations de température dans le cas d'une turbulence homogène et isotrope. Nous représentons sur les figures 1.9 et 1.10 les spectres associés à des fluides dont le nombre de Prandtl est respectivement grand et petit devant 1.

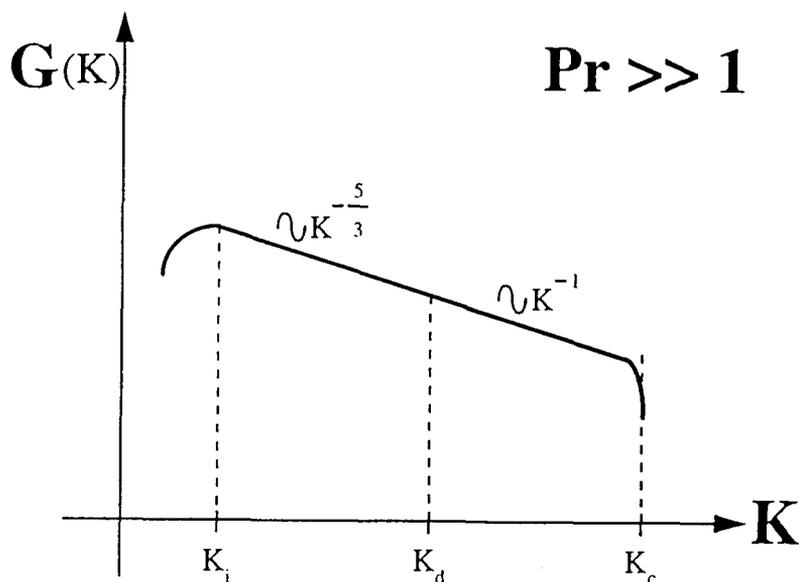


Figure 1.9  
Spectre obtenu pour un nombre de Prandtl grand devant 1 (cas de l'eau)

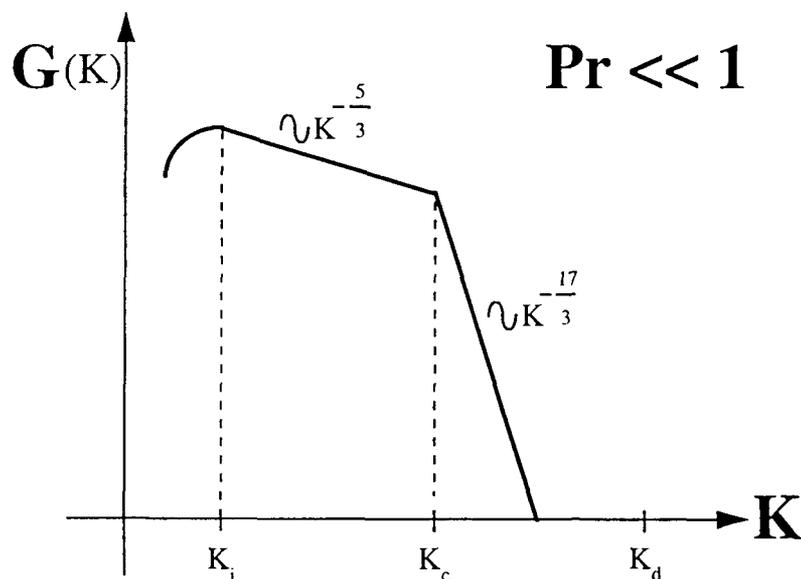


Figure 1.10

Spectre obtenu pour un nombre de Prandtl petit devant 1 (cas des métaux liquides)

Les 3 nombres  $k_i$ ,  $k_d$ ,  $k_c$ , sont définis par :

- $k_i$  est l'inverse de l'échelle intégrale des fluctuations de température.
- $k_d$  est le nombre d'onde de Kolmogorov ; il est égal à  $\left(\frac{\varepsilon}{\nu^3}\right)^{1/4}$ , où  $\varepsilon$  est le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente. Au delà de ce nombre d'onde, la dissipation des fluctuations devient très rapide.
- $k_c$  est le nombre d'onde de Corrsin; il est égal à  $\left(\frac{\varepsilon}{\alpha^3}\right)^{1/4} = k_d \cdot \text{Pr}^{3/4}$ . Il traduit la limite à

partir de laquelle les effets de diffusion moléculaire sont de même ordre de grandeur que ceux de convection [LESIEUR 87].

Nous remarquons évidemment que, suivant que le nombre de Prandtl est plus grand ou plus petit que 1, l'échelle de Kolmogorov est plus grande ou plus petite que l'échelle de Corrsin.

Nous voyons donc que, suivant le type de fluide considéré, le spectre a une forme complètement différente notamment pour les grands nombres d'onde.

Le cas des métaux liquides a été étudié avec intérêt dans le domaine nucléaire. En effet, le fluide caloporteur des réacteurs à neutrons rapides est le sodium liquide. Clay [CLAY 73] a proposé des expressions complètes pour le spectre unidimensionnel des fluctuations de température. Cette théorie a été confirmée expérimentalement par Buffet [BUFFET 84] qui a mesuré des spectres monodimensionnels dans une couche de mélange en sodium. Ces différents travaux ont montré l'apparition d'une zone intermédiaire entre le nombre d'onde de Corrsin et celui de Kolmogorov où la pente du spectre monodimensionnel varie en  $k^{-3}$ .

Ils introduisent alors le nombre d'onde de Batchelor  $k_B$  défini par  $\left(\frac{\varepsilon}{\alpha^2 \nu}\right)^{1/4}$ . L'allure du spectre unidimensionnel est donnée sur la figure 1.11. Une expression complète des différentes parties du spectre peut-être trouvée dans [BUFFET 84].

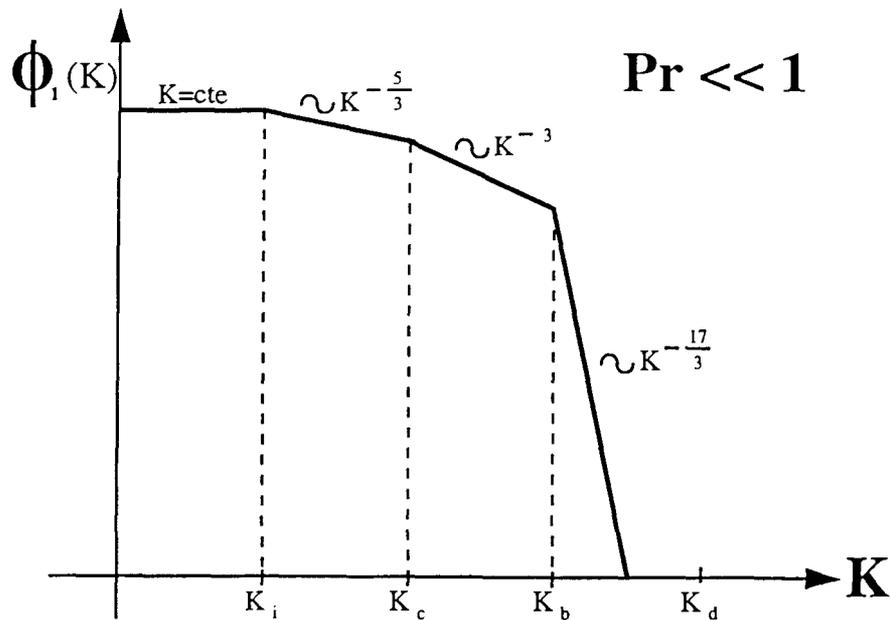


Figure 1.11  
Forme du spectre unidimensionnel en sodium d'après Clay

## 1. 6. CONCLUSION

Après de brefs rappels sur la turbulence homogène et isotrope, nous avons vu comment générer des champs thermiques turbulents homogènes et isotropes bidimensionnels ou tridimensionnels en utilisant la méthode de superposition d'un nombre fini de modes de Fourier. Cette méthode est également très efficace pour générer des champs vectoriels [BLANC-BENON 91]. Cette technique permet d'obtenir des champs turbulents gelés dans lequel nous allons calculer des champs acoustiques de façon déterministe. Dans la suite de cette étude, nous allons utiliser des champs thermiques bidimensionnels associés à des fonctions de corrélation gaussiennes car, pour ce type de spectre, on possède des résultats analytiques pour les grandeurs du champ acoustique perturbé. Cependant, comme ce type de spectre n'est pas représentatif des phénomènes réels, nous avons tenu à présenter les différents types de spectres rencontrés dans la réalité. La forme de ceux-ci dépend essentiellement d'un nombre adimensionnel, le nombre de Prandtl, qui traduit l'importance relative de la diffusivité thermique et de la viscosité moléculaire du fluide considéré. Nous avons vu que c'est essentiellement la pente du spectre pour les grands nombres d'onde qui varie suivant la valeur du nombre de Prandtl. La méthode des modes de Fourier et les calculs acoustiques s'adaptent sans difficulté particulière à chaque type de spectre décrit ci-dessus.

## CHAPITRE 2

# LA METHODE DE SOMMATION DE FAISCEAUX GAUSSIENS

Parmi les méthodes de simulation de la propagation acoustique en milieu inhomogène, celle dite de l'acoustique géométrique, appelée plus couramment méthode des rayons, tient une place particulière. Elle permet une visualisation facile des trajectoires acoustiques et est relativement simple à mettre en oeuvre. Elle présente cependant des faiblesses :

- ↪ elle ne prend pas en compte la diffraction par les inhomogénéités du milieu;
- ↪ le calcul de la pression à proximité des caustiques nécessite une attention particulière;
- ↪ un calcul exact de la pression à la limite et à l'intérieur des zones d'ombre n'est pas possible.

Afin de remédier à une partie de ces difficultés, la communauté sismologique, et en particulier l'école tchèque, a proposé au début des années 1980 une méthode dérivée de celle des rayons : la sommation de faisceaux gaussiens [CERVENY 82]. Cette méthode utilise le calcul des trajectoires de la théorie des rayons mais propose une manière différente de calculer l'amplitude.

De plus, par rapport à d'autres types de modélisation, telle la méthode de l'équation parabolique, les méthodes haute fréquence telles que la méthode de sommation de faisceaux gaussiens permettent de traiter simplement des réflexions sur les surfaces planes ou courbes et d'individualiser les trajets sonores.

Nous allons exposer dans cette partie la théorie de la méthode de sommation de faisceaux gaussiens. Le premier paragraphe est consacré à un rappel de la méthode des rayons, le second à l'explication du calcul de l'amplitude suivant la méthode des faisceaux gaussiens et le dernier à son extension au domaine temporel.

## 2. 1. LA THEORIE DES RAYONS

La théorie des rayons est une méthode permettant de simuler la propagation des ondes acoustiques en milieu inhomogène. C'est une méthode qui permet une visualisation facile des trajectoires et un calcul relativement simple de l'amplitude dans les zones régulières.

### 2. 1. 1. Le tracé de rayons

Nous rappelons brièvement dans ce paragraphe l'établissement des équations des rayons [PIERCE 81].

Soit  $t=\tau(x)$  l'équation du front d'onde émis par une source S à l'instant  $t=t_0$ .

Un point P sur le front d'onde à un temps  $t_1$  sera encore sur ce front à  $t_1 + dt$  s'il se déplace à la même vitesse  $v_{ray}$  que celui-ci, soit :

$$\frac{dx_p(t)}{dt} = v_{ray}(x_p, t) = v(x_p, t) + c(x_p, t)\mathbf{n}(x_p, t) \quad (2.1)$$

où  $\mathbf{n}$  est la normale au front d'onde,  $v(x_p, t)$  la vitesse du milieu ambiant et  $c(x_p, t)$  la célérité acoustique au point P. Ceci est illustré sur la figure 2.1.

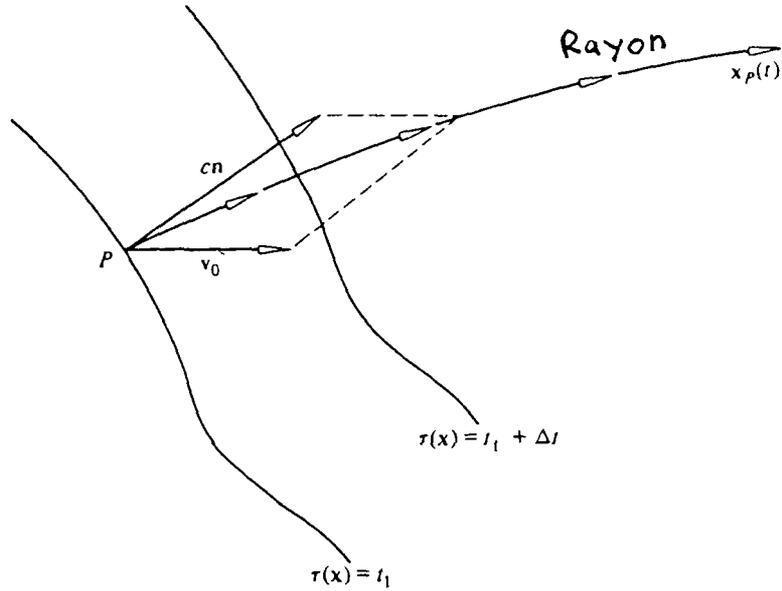


Figure 2.1  
Concept de rayon d'après [PIERCE 81]

L'équation (2.1) seule ne permet pas de déterminer simplement les rayons car à ce stade il faudrait déterminer à chaque instant le front d'onde en entier. Pour remédier à cela, on introduit une variable auxiliaire, le vecteur lenteur  $\mathbf{S}$ , de coordonnées  $S_i$ , défini par  $\mathbf{S}(\mathbf{x}) = \nabla\tau(\mathbf{x})$ . On voit que  $\mathbf{S}$  est parallèle à  $\mathbf{n}$  (puisque celui-ci est perpendiculaire au front d'onde et donc parallèle à  $\nabla\tau$ ) et que :

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{n}}{c + \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}} \quad \text{et} \quad \mathbf{n} = \frac{c\mathbf{S}}{\Delta} \quad (2.2)$$

$$\text{avec } \Delta = 1 - \mathbf{v} \cdot \mathbf{S} = 1 - \mathbf{v} \cdot \nabla\tau = \frac{c}{c + \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}} \quad (2.3)$$

Après quelques calculs [PIERCE 81], on arrive au système d'équations différentielles suivant :

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{c^2 S_i}{\Delta} + v_i \quad (2.4)$$

$$\frac{dS_i}{dt} = -\frac{\Delta}{c} \frac{\partial c}{\partial x_i} - \sum_{j=1}^{j=N} S_j \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \quad (2.5)$$

avec  $i = 1, N$  et  $N=2$  ou  $3$  suivant que l'on s'intéresse au cas 2D ou 3D.

Dans notre étude, nous travaillons dans un milieu au repos; en choisissant comme paramètre l'abscisse curviligne  $s$  le long du rayon et non le temps, le système précédent devient :

$$\frac{dx_i}{ds} = cS_i \quad (2.4\text{bis})$$

$$\frac{dS_i}{ds} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial c}{\partial x_i} \quad (2.5\text{bis})$$

Si on se donne le point de départ du rayon et la direction initiale d'émission du rayon, on peut résoudre ce système de proche en proche en utilisant une méthode numérique de type Runge-Kutta. Si la célérité s'exprime simplement en fonction des coordonnées d'espace, on peut obtenir une expression analytique de l'équation du rayon [PIERCE 81].

### 2. 1. 2. Temps d'arrivée. Rayons propres

Soit une source S et un récepteur M. Pour calculer le temps de parcours de S à M, on doit chercher les rayons propres, c'est-à-dire les rayons qui passent exactement par la source et ce récepteur. Ces rayons, selon le principe de Fermat, sont également ceux dont le temps de parcours associé est stationnaire par rapport aux rayons voisins reliant la source et le récepteur [PIERCE 81]. Nous appelons les temps d'arrivée calculés sur ces rayons propres les temps propres. Il peut arriver qu'il existe plusieurs rayons propres pour un couple source-récepteur donné, notamment en présence de surfaces réfléchissantes ou de caustiques.

### 2. 1. 3. Amplitude le long d'un rayon

Le calcul de l'amplitude en un point est basé sur la notion de tube de rayons.

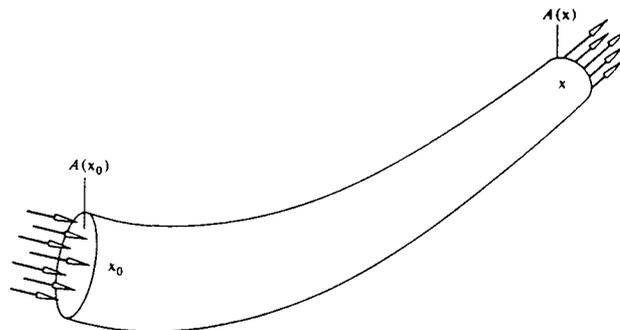


Figure 2.2  
Schéma du tube de rayons d'après [PIERCE 81]

Soient M et M<sub>0</sub> deux points d'un même rayon situés respectivement sur les sections droites A(x) et A(x<sub>0</sub>); si le milieu est au repos, la pression acoustique en M est liée à celle en M<sub>0</sub> par la relation [PIERCE 81] :

$$P(\mathbf{x}) = P(\mathbf{x}_0) \left[ \frac{A(\mathbf{x}_0)}{A(\mathbf{x})} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.6)$$

Si le milieu est en mouvement, on a l'équivalent de cette formule avec l'invariant de Blokhintzev [PIERCE 81] :

$$\frac{P^2 |v_{\text{ray}}| A}{(1 - v \cdot \nabla \tau) \rho c^2} = \text{constante} \quad (2.7)$$

On voit sur ces deux expressions que la pression en un point est proportionnelle à la racine carrée de la section droite du tube de rayon. Or, au niveau des caustiques, celle-ci se retrouve réduite à un point, cas le plus fréquent en 2D ou en 3D, ou à un segment de droite, cas rencontré uniquement en 3D. En ces points la pression devient infinie d'après les formules (2.6) et (2.7), ce qui est physiquement impossible. Ceci est dû à la non prise en compte des effets de diffraction. C'est une des faiblesses de la méthode des rayons. Pour remédier à ce problème, Pierce [PIERCE 81] montre que l'on peut calculer la pression en ces points en utilisant des fonctions d'Airy, principe mis en oeuvre par Boone et al [BOONE 90].

De plus, dans les zones d'ombre, c'est-à-dire les zones où aucun rayon ne passe, on ne peut avec cette méthode calculer le champ de pression, qui physiquement est peut-être faible mais évidemment non nul.

La méthode de sommation de faisceaux gaussiens permet quant à elle, en 2D, de résoudre ces problèmes.

## 2. 3. CALCUL DE L'AMPLITUDE SUIVANT LA METHODE DE SOMMATION DE FAISCEAUX GAUSSIENS - CAS 2D

Comme nous l'avons dit dans l'introduction, la méthode des faisceaux gaussiens utilise le calcul des trajectoires de la théorie des rayons. Nous supposons donc dans la suite ce calcul effectué.

### 2. 3. 1. L'équation parabolique locale

#### 2. 3. 1. 1. Définition du repère local

Choisissons un rayon et un point  $x_0$  de celui-ci. On se place dans un repère local lié au rayon et centré en  $x_0$ . Ce repère est défini par 2 deux vecteurs :

- $\mathbf{t}$  unitaire tangent au rayon;
- $\mathbf{n}$  unitaire perpendiculaire à  $\mathbf{t}$ .

La quantité  $s$  représente l'abscisse curviligne le long du rayon.

Le vecteur  $\mathbf{n}$  doit pointer partout du même coté du rayon. Nous prenons le repère  $(\mathbf{t}, \mathbf{n})$  direct comme le repère cartésien global  $(\mathbf{Ox}, \mathbf{Oz})$ . Les coordonnées d'un point dans le repère  $(\mathbf{t}, \mathbf{n})$  seront notées  $(s, n)$ . La figure 2.3 présente la disposition de ces vecteurs.

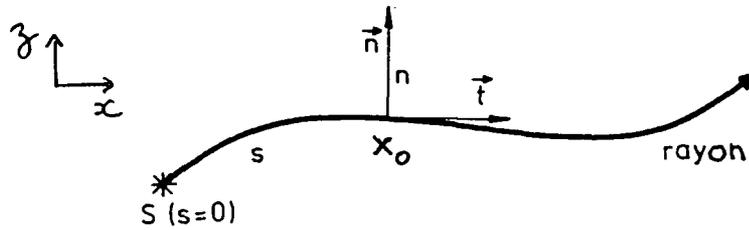


Figure 2.3  
Définition du repère local

### 2. 3. 1. 2. Etablissement de l'équation parabolique locale

Nous allons résoudre l'équation des ondes dans ce repère local [CERVENY 82].  
Considérons l'équation des ondes pour un milieu bidimensionnel :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.8)$$

où  $C(x,z)$  représente la vitesse de propagation et  $u$  un paramètre physique (pression, déplacement) associé au problème de propagation étudié.

On utilise les notations suivantes :

$c=C(s,n=0)$  qui représente la célérité le long du rayon

$$\text{et } c_{,n} = \left[ \frac{\partial C(s,n)}{\partial n} \right]_{n=0}$$

$$a_{,s} = \frac{\partial a}{\partial s} ; a_{,n} = \frac{\partial a}{\partial n} ; a_{,ss} = \frac{\partial^2 a}{\partial s^2} ; a_{,nn} = \frac{\partial^2 a}{\partial n^2} ; a_{,tt} = \frac{\partial^2 a}{\partial t^2}$$

Soit  $dr$  un déplacement infinitésimal. On a :

$dr^2 = h^2 ds^2 + dn^2$  où  $h = 1 + c^{-1}c_{,n}$  est appelé "facteur d'échelle".

En réécrivant l'équation (2.8) dans le repère  $(s,n)$ , on obtient :

$$\frac{1}{h} u_{,ss} + h u_{,nn} - \frac{h}{C^2} u_{,tt} + u_{,s} \left( \frac{1}{h} \right)_{,s} + u_{,n} h_{,n} = 0 \quad (2.9)$$

On pose ensuite :

$$u(s, n, t) = \exp\left\{i\omega\left[t - \int_{s_0}^s \frac{ds}{c(s)}\right]\right\} U(s, n, \omega) \quad (2.10)$$

où  $\omega$  est la pulsation du signal.

En remplaçant  $u(s, n, t)$  dans l'équation (2.9), on obtient :

$$\frac{1}{h} \left\{ \left[ -\frac{\omega^2}{c^2} - i\omega \left( \frac{1}{c} \right)_{,s} \right] U - \frac{2i\omega}{c} U_{,s} + U_{,ss} \right\} + hU_{,nn} + \frac{h}{C^2} \omega^2 U + \left( -\frac{i\omega}{c} U + U_{,s} \right) \left( \frac{1}{h} \right)_{,s} + U_{,n} h_{,n} = 0 \quad (2.11)$$

On remplace dans cette équation  $n$  par une nouvelle variable  $v$  telle que  $v = \omega^{1/2} n$ . En faisant tendre  $\omega$  vers l'infini et en ne retenant que les termes  $\omega^\alpha$  avec  $\alpha \geq 1$ , on trouve :

$$-\frac{2i}{c} U_{,s} + U_{,vv} - \left( \frac{1}{c^3} v^2 c_{,nn} - \frac{i}{c^2} c_{,s} \right) U = 0 \quad (2.12)$$

En posant  $U(s, v) = \sqrt{c(s)} W(s, v)$ , on aboutit à la forme finale de l'équation parabolique locale dans le repère  $(s, n)$  :

$$-\frac{2i}{c} W_{,s} + W_{,vv} - \frac{1}{c^3} v^2 c_{,nn} W = 0 \quad (2.13)$$

### 2. 3. 1. 3. Résolution de l'équation parabolique locale

On cherche une solution de la forme :  $W(s, v) = A(s) \exp\left(-\frac{i}{2} v^2 \Gamma\right)$

où  $\Gamma = \Gamma(s)$  est une fonction à valeurs complexes.

En reportant cette expression de  $W$  dans l'équation (2.13) et en séparant parties réelles et imaginaires, on obtient les deux équations suivantes :

$$\Gamma_{,s} + c\Gamma^2 + c^{-2}c_{,nn} = 0 \quad (2.14)$$

$$A_{,s} + \frac{1}{2}cA\Gamma = 0 \quad (2.15)$$

On introduit à nouveau une nouvelle variable  $q$  telle que :

$$\Gamma(s) = \frac{1}{cq} \text{ où } q = q(s)$$

On arrive à :

$$c q_{,ss} - c_{,s} q_{,s} + v_{,nn} q = 0 \quad (2.16)$$

que l'on peut transformer en un système de deux équations du premier ordre :

$$q_{,s} = c p \quad (2.17)$$

$$p_{,s} = -c^{-2} c_{,nn} q \quad (2.18)$$

Ce système est appelé système de tracé de rayons dynamique , "dynamic ray tracing system" en anglais. On voit que, comme pour le système ((2.4bis)+(2.5bis)), si on se donne les conditions initiales  $p(0)$  et  $q(0)$ , on est à même de résoudre pas à pas ce système. Dans la pratique, ces deux systèmes sont résolus simultanément.

On a donc  $\Gamma = pq^{-1}$  et  $A(s) = \psi q^{-1/2}(s)$  avec  $\Psi$  constante indépendante de  $s$ .

En "remontant" les différents changements de variable on arrive à l'expression finale de la pression le long du rayon :

$$u(s, n, t) = \psi \left[ \frac{c(s)}{q(s)} \right]^{1/2} \exp \left[ i\omega \left( t - \int_{s_0}^s \frac{ds}{c(s)} \right) - \frac{i\omega p}{2 q} n^2 \right] \quad (2.19)$$

Weber et Gabillet utilisent une expression légèrement différente que Cerveny :

$$u(s, n, t) = \frac{\Psi}{[q(s)c(s)]^{1/2}} \exp \left[ i\omega \left( t - \int_{s_0}^s \frac{ds}{c(s)} \right) - \frac{i\omega p}{2 q} n^2 \right] \quad (2.20)$$

Les deux expressions peuvent être utilisées car on doit, dans les deux cas, normaliser la valeur de  $u$  pour une distance de propagation en fixant par exemple la pression égale à 1 bar pour une distance de propagation de 1 mètre.

### 2. 3. 2. Résolution du système de tracés de rayons dynamique

Soit  $X(s) = \begin{pmatrix} p(s) \\ q(s) \end{pmatrix}$  la solution générale complexe du système ((2.17)+(2.18)).

Cerveny [CERVENY 82] montre qu'elle peut s'écrire comme combinaison linéaire de deux solutions réelles indépendantes  $X_1(s)$  et  $X_2(s)$  correspondant à des conditions initiales particulières :

$$\begin{pmatrix} p(s) \\ q(s) \end{pmatrix} = \varepsilon \begin{pmatrix} p_1(s) \\ q_1(s) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p_2(s) \\ q_2(s) \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

où  $\varepsilon$  est un paramètre complexe appelé paramètre de Gauss et que l'on écrit :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2 \text{ avec } \varepsilon_1 \text{ et } \varepsilon_2 \text{ réels} \quad (2.22)$$

Les conditions initiales correspondant aux solutions  $X_1(s)$  et  $X_2(s)$  les plus fréquemment retenues sont :

$$X_{10} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } X_{20} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ ou bien } X_{10} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } X_{20} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/c(s_0) \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

La solution obtenue pour la condition initiale  $X_{10}$  correspond à une onde possédant un front d'onde plan à la source tandis que celle obtenue pour la condition initiale  $X_{20}$  correspond à une onde possédant un front d'onde concentrique à la source [GEORGE 87].

Cependant Madariaga [MADARIAGA 84] a utilisé un autre jeu de conditions initiales pour des milieux à gradients de célérité non nuls à la source :

$$X_{10} = \begin{pmatrix} -\frac{\cos^2(\phi) c_{0,s}}{\sin(\phi) c_0^2} \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } X_{20} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/c(s_0) \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

où  $\phi$  est l'angle entre le rayon à la source et le gradient de célérité au niveau de la source. Nous avons utilisé le premier jeu de conditions initiales proposé.

Réécrivons alors l'amplitude élémentaire  $u(s,n,t)$  le long du rayon :

$$u(s, n, t) = \psi \left[ \frac{c(s)}{q(s)} \right]^{1/2} \exp \left[ i\omega \left[ t - \tau(s) \right] + \frac{i\omega}{2c(s)} K(s)n^2 - \frac{n^2}{L_{fg}^2(s)} \right] \quad (2.25)$$

avec :

$$K(s) = -c(s) \operatorname{Re} \left( \frac{p(s)}{q(s)} \right), \quad L_{fg}^2(s) = \left[ -\frac{\omega}{2} \operatorname{Im} \left( \frac{p(s)}{q(s)} \right) \right]^{-1}, \quad \tau(s) = \int_{s_0}^s \frac{ds}{c(s)}$$

$K$  représente la courbure du front d'onde du faisceau,  $L_{fg}$  la largeur de celui-ci, c'est-à-dire la distance à l'axe du faisceau pour laquelle l'amplitude est égale à l'amplitude maximale divisée par  $e = 2,718$ , et  $\tau$  le temps de parcours du faisceau. On remarque sur la formule (2.25) que perpendiculairement au rayon, l'amplitude décroît en fonction de la distance  $n$  comme une gaussienne d'où le nom de faisceau gaussien. Pour assurer cette décroissance, deux conditions sont nécessaires et suffisantes :  $q(s) \neq 0$  et  $\operatorname{Im}(p/q) < 0$ .

La première condition traduit la régularité, au sens mathématique, du faisceau tout au long du rayon.

La seconde assure que l'amplitude décroît effectivement lorsque l'on s'éloigne perpendiculairement au rayon.

Cerveny et al [CERVENY 82] montrent que ces deux conditions sont remplies si  $\epsilon_2$  est strictement positif quel que soit  $\epsilon_1$ .

### 2. 3. 3. Calcul de l'amplitude au niveau du récepteur

#### 2. 3. 3. 1. Cas d'une ligne source

Dans ce paragraphe, nous considérons initialement une ligne source infinie placée sur l'axe y perpendiculaire au plan d'étude de la propagation. Les développements effectués ci-dessous sont également valables pour un point source en deux dimensions puisque l'expression asymptotique de la fonction de Green associée à ces deux types sources présente la même dépendance par rapport à la distance de propagation.

Afin de calculer l'amplitude totale au niveau d'un récepteur ponctuel situé en M, on doit sommer les contributions de tous les faisceaux, soit :

$$U(M, \omega) = \int_0^{2\pi} \Phi(\phi, \omega) u_\phi(s, n) d\phi \quad (2.26)$$

où  $\phi$  représente l'angle initial du faisceau et  $\Phi$  une fonction de pondération à valeurs complexes inconnue.

A priori, on doit sommer sur  $[0, 2\pi]$ , mais on peut fréquemment se restreindre à un intervalle  $[\phi_1, \phi_2]$  inclus dans  $[0, 2\pi]$ .

On détermine  $\Phi$  en évaluant l'intégrale par une méthode asymptotique en milieu homogène ( $C(x, z) = c_0$ ) et en comparant le résultat obtenu avec la solution analytique exacte.

On réécrit  $U(M, \omega)$  sous la forme :

$$U(M, \omega) = \int_0^{2\pi} H(\phi) \exp[-\omega h(\phi)] d\phi \quad (2.27)$$

où :

$$H(\phi) = \Phi(\phi, \omega) \left[ \frac{c_0}{q(s)} \right]^{1/2}, \quad h(\phi) = i\tau(s) + \frac{i}{2} \frac{p(s)}{q(s)} n^2$$

Pour résoudre les intégrales de ce type, on utilise la méthode de la plus grande pente [FILIPPI 94]. Soit  $\phi_0$  l'angle pour lequel le rayon passe exactement par M. Dans le cas homogène, on a une expression analytique des quantités p et q :

$$p(s) = 1 \text{ et } q(s) = \epsilon + c_0 s, \text{ avec les conditions initiales } X_{10} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } X_{20} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Par des considérations géométriques, on peut alors exprimer la fonction h en fonction de  $\phi$  et de la distance SM de la source au récepteur, en supposant que  $\epsilon$  ne dépend pas de  $\phi$ . La figure 2.4 montre la géométrie du problème.

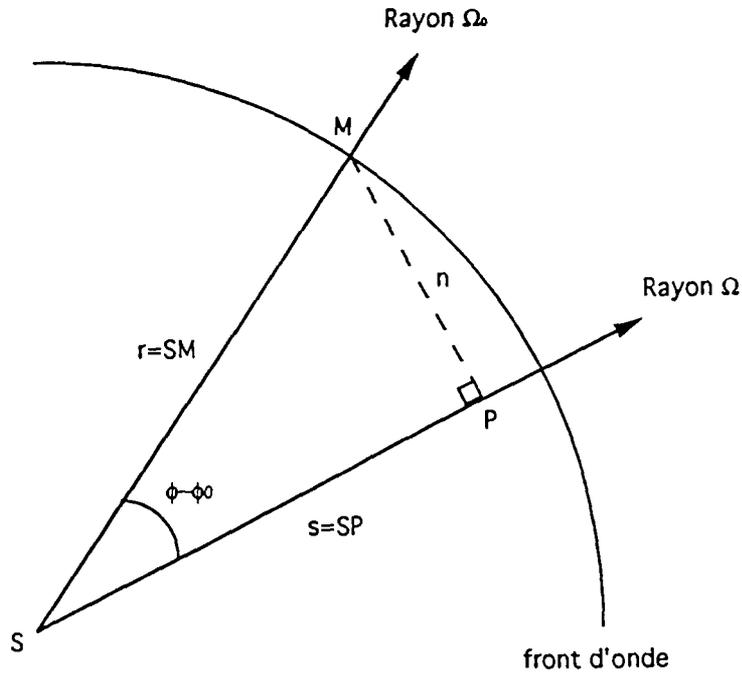


Figure 2.4  
Géométrie du problème

On a  $s=r \cos(\phi-\phi_0)$  et  $n=r \sin(\phi-\phi_0)$ .

En remplaçant  $p$ ,  $q$  et  $\tau$  par leur expression dans  $h$ , on obtient :

$$h(\phi) = i \left[ \frac{r \cos(\phi - \phi_0)}{c_0} + \frac{1}{2} \frac{r^2 \sin^2(\phi - \phi_0)}{\varepsilon + c_0 r \cos(\phi - \phi_0)} \right] \quad (2.28)$$

On montre que  $\phi_0$  est un point selle c'est-à-dire une solution de  $\frac{dh}{d\phi} = 0$ . On obtient par la méthode de la plus grande pente :

$$U(M, \omega) = \frac{e^{-\omega h(\phi_0)}}{\sqrt{\omega}} \left( -\frac{2}{h''(\phi_0)} \right)^{1/2} H(\phi_0) \quad (2.29)$$

avec :

$$h''(\phi_0) = -\frac{i\varepsilon r}{c_0(\varepsilon + r)} \quad \text{et} \quad H(\phi_0) = -\frac{\Phi(\phi_0) c_0^{1/2}}{(\varepsilon + r)^{1/2}} \quad (2.30)$$

L'expression asymptotique du champ de pression créé par une ligne source à une distance  $r$  est donnée par [CERVENY 82] :

$$u_{\text{ligne}} \approx -\frac{1}{4} \left( -\frac{2c_0}{\pi\omega r} \right)^{1/2} \exp\left(-i \frac{\omega r}{c_0} + i \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.31)$$

On obtient, par identification de (2.29), (2.30) et (2.31), pour la fonction  $\Phi$  :

$$\Phi(\phi) = -\frac{i}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon}{c_0} \right)^{1/2} \quad (2.32)$$

soit pour le champ total :

$$U(M, \omega) = -\frac{i}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon}{c_0} \right)^{1/2} \int_0^{2\pi} u_\phi(s, n) d\phi \quad (2.33)$$

Müller [MÜLLER 84] propose le calcul de la fonction pour une ligne source en supposant que le paramètre  $\varepsilon$  puisse dépendre de l'angle de tir. Il obtient pour la fonction  $\Phi$  :

$$\Phi(\phi) = \left( \frac{\omega}{2\pi i c_0} \right)^{1/2} G(\phi) \quad (2.34)$$

avec  $G=1$  si la source est isotrope.

Cette approche est la plus largement retenue, en particulier par Weber [WEBER 88], Gabillet et al. [GABILLET 93]. C'est également celle que nous avons utilisée. Ils obtiennent alors comme expression pour le champ total au niveau du récepteur :

$$U(M, \omega) = \int_0^{2\pi} \left( \frac{\omega}{2\pi i c_0} \right)^{1/2} \left( \frac{c(s_0)q(s_0)}{c(s)q(s)} \right)^{1/2} \exp \left[ -i\omega\tau(s) - i\omega \frac{p(s)}{2q(s)} n^2 \right] d\phi \quad (2.35)$$

### 2. 3. 3. 2. Cas d'un point source en 3 dimensions.

Supposons que la source soit maintenant un point source en trois dimensions et que le milieu présente une symétrie de révolution autour de l'axe Oz. On peut alors se contenter d'étudier le problème dans une géométrie 2D. C'est notamment le cas en acoustique sous-marine et atmosphérique où l'on suppose souvent que la célérité ne dépend que de la profondeur ou de l'altitude.

Deux approches sont possibles pour traiter ce type de problème : l'une proposée par Porter et Bucker [PORTER 87] et l'autre par Cerveny et Psencik [CERVENY 84].

Porter propose d'intégrer la symétrie du 3D directement dans la formule de la pression le long du rayon en reprenant l'expression de Cerveny et en la multipliant par  $1/\sqrt{x}$  soit :

$$u_\phi(s, n) = A(\phi) \sqrt{\frac{c(s)}{xq(s)}} \exp \left( -i\omega \left\{ \tau(s) + \frac{1}{2} \frac{p(s)}{q(s)} n^2 \right\} \right) \quad (2.36)$$

La fonction A est déterminée en suivant la même procédure que précédemment mais en comparant (2.36) à l'expression de la pression créée par un point source en 3D :

$$u(R) = \frac{\exp\left(-\frac{i\omega R}{c_0}\right)}{R} \quad (2.37)$$

avec  $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

On obtient pour A :

$$A(\phi) = \frac{1}{c_0} \exp\left(\frac{i\pi}{4}\right) \sqrt{\frac{q(0)\omega \cos\phi}{2\pi}} \quad (2.38)$$

et au niveau du récepteur :

$$U(M, \omega) = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{1}{c_0} \exp\left(\frac{i\pi}{4}\right) \sqrt{\frac{q(0)\omega \cos\phi}{2\pi}} \left(\frac{c(s)}{xq(s)}\right)^{1/2} \exp\left[-i\omega\tau(s) - i\omega \frac{p(s)}{2q(s)} n^2\right] d\phi \quad (2.39)$$

La deuxième approche [CERVENY 84] consiste à considérer l'expression pour la ligne source établie plus haut mais en multipliant chaque contribution élémentaire avant sommation par la quantité  $A_{\perp}$  calculée le long du rayon :

$$A_{\perp}(M) = \left[ \int_s^M c(\zeta) d\zeta \right]^{-1/2} \quad (2.40)$$

Cette possibilité est retenue par Weber et Gabillet. Ces deux approches sont équivalentes, sauf lorsque l'émetteur et le récepteur sont confondus, cas du travail en monostatique, la première formulation n'étant alors plus utilisable.

### 2. 3. 3. 3. Evaluation pratique de l'intégrale

La première étape est de déterminer les coordonnées s et n du récepteur pour chacun des rayons. Numériquement, comme les rayons sont constitués de segments, on cherche sur chacun des rayons le segment sur lequel le récepteur se projette orthogonalement. On obtient ainsi la coordonnée n du récepteur sur ce rayon. L'abscisse curviligne de M est déterminée par interpolation linéaire de celles des extrémités du segment. Cette technique est illustrée sur la figure 2.5.

Ensuite, on calcule l'intégrale en la discrétisant. Comme l'amplitude décroît de façon gaussienne le long de chaque rayon, si la distance n du récepteur au rayon est supérieure à quelques largeurs de faisceaux, la contribution de ce rayon à l'amplitude au niveau du récepteur sera négligeable. De ce fait, on peut ne prendre en compte que les rayons pour lesquels la coordonnée n du récepteur est inférieure ou égale à quelques largeurs du faisceau.

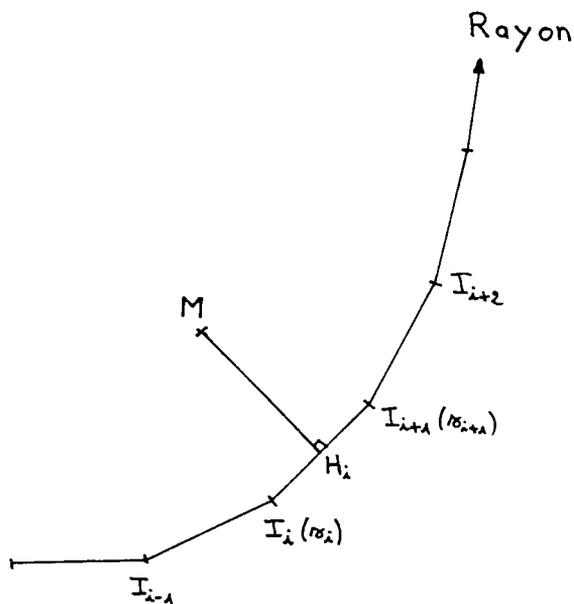


Figure 2.5  
Principe de l'interception selon Cerveny

Porter [PORTER 87] a proposé une technique d'interception légèrement différente de celle-ci . Dans son article, Porter a traité le cas où les récepteurs se trouvent sur une ligne globalement parallèle à la direction de propagation. Nous reprenons cette configuration présentée sur la figure 2.6.

Pour chaque point du rayon  $I_i$ , on calcule l'intersection de la normale en ce point avec la ligne des récepteurs (point  $N_i$ ). Un récepteur est intercepté par le rayon si il est encadré par deux points  $N_i$  consécutifs.

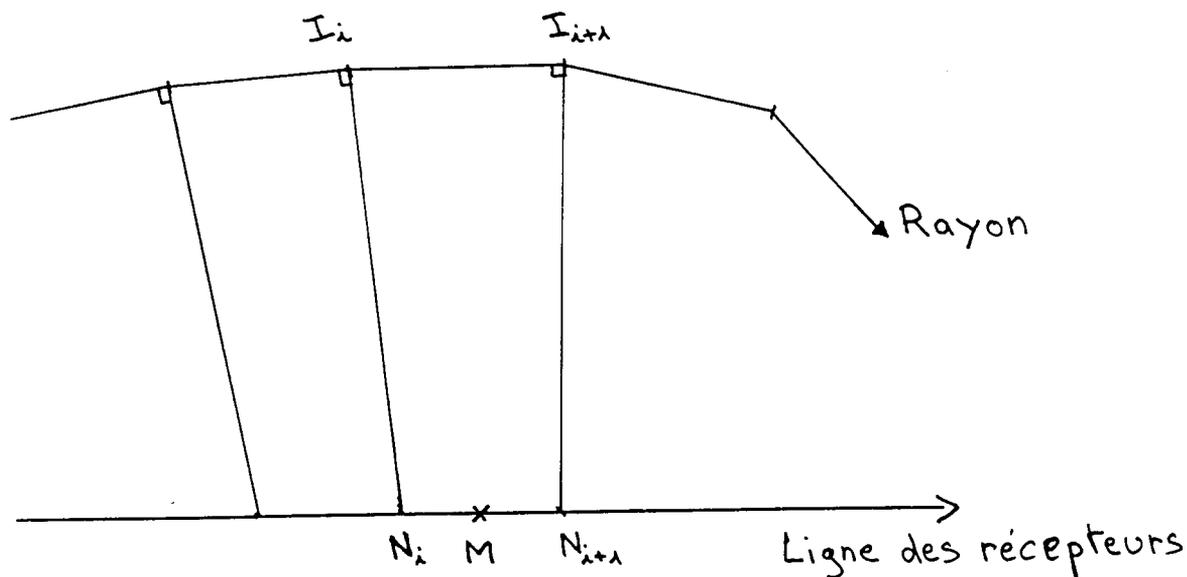


Figure 2.6  
Technique d'interception de Porter et al

On définit alors un coefficient de proportionnalité :

$$\beta = \frac{x_M - x_{N_i}}{x_{N_{i+1}} - x_{N_i}}$$

et une quantité  $a$  (représentant  $n$ ,  $p$ ,  $q$ ,  $\tau$ ) au point  $M$  est calculée par interpolation linéaire :

$$a(M) = (1 - \beta)a(I_i) + \beta a(I_{i+1})$$

### 2. 3. 3. 4. Calcul du temps de parcours associé à un faisceau gaussien.

Considérons un récepteur situé en  $M$  et un rayon ne passant pas exactement par ce récepteur. Une fois les quantités  $s$  et  $n$  et  $t$   $p$ ,  $q$  de ce récepteur déterminés sur le rayon, il suffit, pour obtenir le temps d'arrivée réel du rayon au point  $M$  par la méthode de sommation de faisceaux gaussiens, d'ajouter le temps de parcours  $\tau$  et le terme correctif égal à  $\frac{n^2}{2} \operatorname{Re} \left[ \frac{p(s)}{q(s)} \right]$ , soit:

$$t_{\text{arrivée}} = \tau + \frac{n^2}{2} \operatorname{Re} \left[ \frac{p(s)}{q(s)} \right]$$

On remarque que si le rayon passe exactement par  $M$ , le terme correctif est nul et on retrouve le temps calculé par la méthode classique des rayons.

### 2. 3. 4. Détermination des temps propres

Nous montrons dans ce paragraphe comment utiliser les techniques d'interception de la méthode de sommation de faisceaux gaussiens afin de déterminer la présence de rayons propres et de calculer par cette méthode les temps propres associés. Cette procédure est inspirée de la technique de dichotomie utilisée habituellement en 2 dimensions [KARWEIT 91].

Soit un ensemble de rayons adjacents ( $\Omega_i$ ) passant à proximité d'un récepteur placé en  $M$  selon la disposition représentée sur la figure (2.7).

En supposant une certaine continuité du champ acoustique, on peut trouver un rayon  $\Omega_0$  lancé à l'intérieur des rayons  $\Omega_{i-1}$  et  $\Omega_i$  passant exactement par  $M$ .

Soit  $H_i$  la projection orthogonale du point  $M$  sur le rayon  $\Omega_i$ .

Nous remarquons que l'orientation du vecteur  $MH_i$  s'inverse suivant que le rayon  $\Omega_i$  se trouve au-dessus ou au-dessous de  $\Omega_0$ .

A partir de ces différentes remarques, et étant donné que la méthode de sommation de faisceaux gaussiens implique la détermination des points  $H_i$ , nous pouvons, grâce à cette méthode, non pas déterminer exactement les rayons propres mais la présence de tels rayons au sein d'un éventail de rayons.

Pour un récepteur donné, nous traçons la courbe représentant les distances  $H_iM$  en fonction de l'angle de lancement. Nous détectons les minima de cette courbe et, pour chaque rayon correspondant à un de ces minima, nous examinons le signe du produit :

$$(MH_i \cdot MH_{i-1})(MH_i \cdot MH_{i+1})$$

Si celui-ci est négatif, c'est que la direction des vecteurs  $\mathbf{MH}_{i-1}$  et  $\mathbf{MH}_{i+1}$  est opposée. Les rayons  $\Omega_{i-1}$  et  $\Omega_{i+1}$  se trouvent alors de part et d'autre d'un rayon propre. Le temps d'arrivée calculé sur le rayon  $\Omega_i$  peut alors être considéré comme approchant le temps propre associé au rayon propre  $\Omega_0$ .

Si celui est positif, nous n'avons pas de rayon propre mais un rayon limite de rebroussement comme sur la figure (2.8). Dans ce cas, le rayon limite  $\Omega_0$  ne doit pas être considéré comme un rayon propre bien que sa contribution au champ en M puisse être importante.

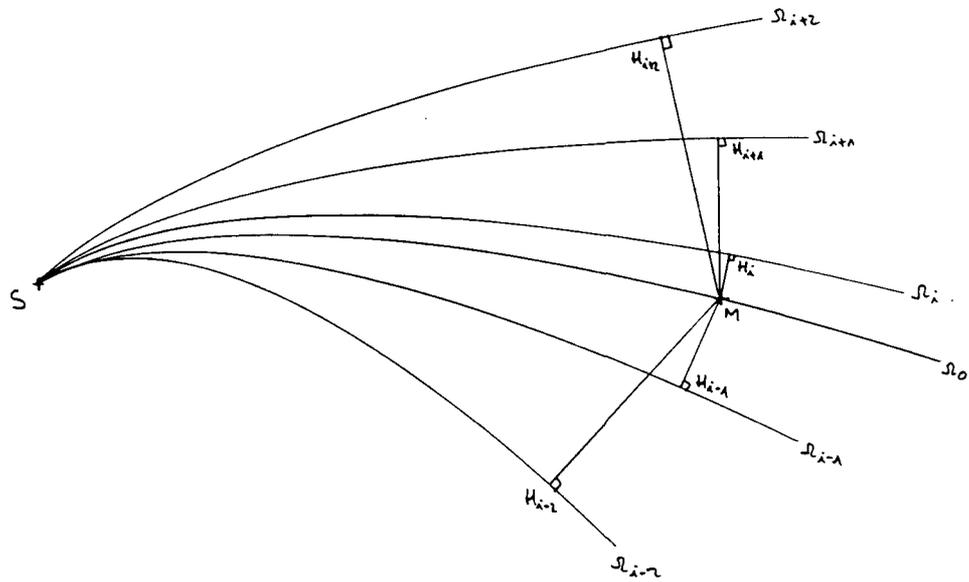


Figure 2.7  
Cas de présence d'un rayon propre

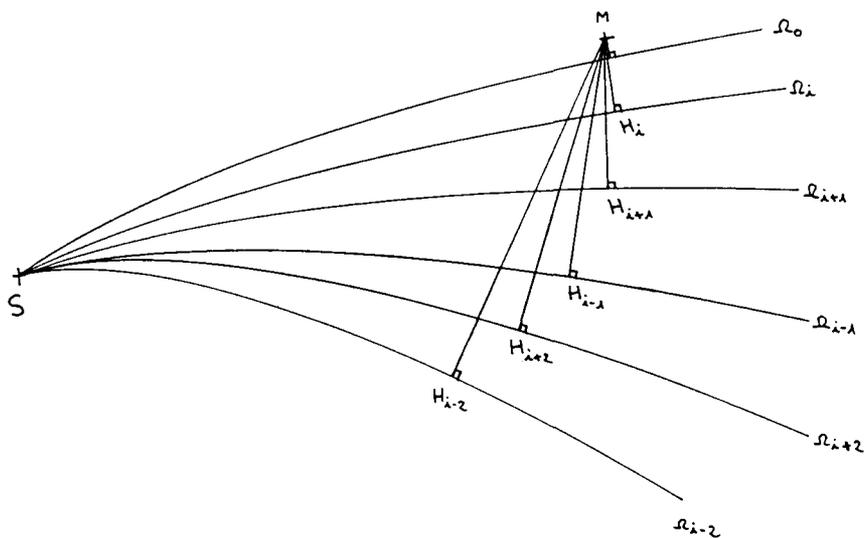
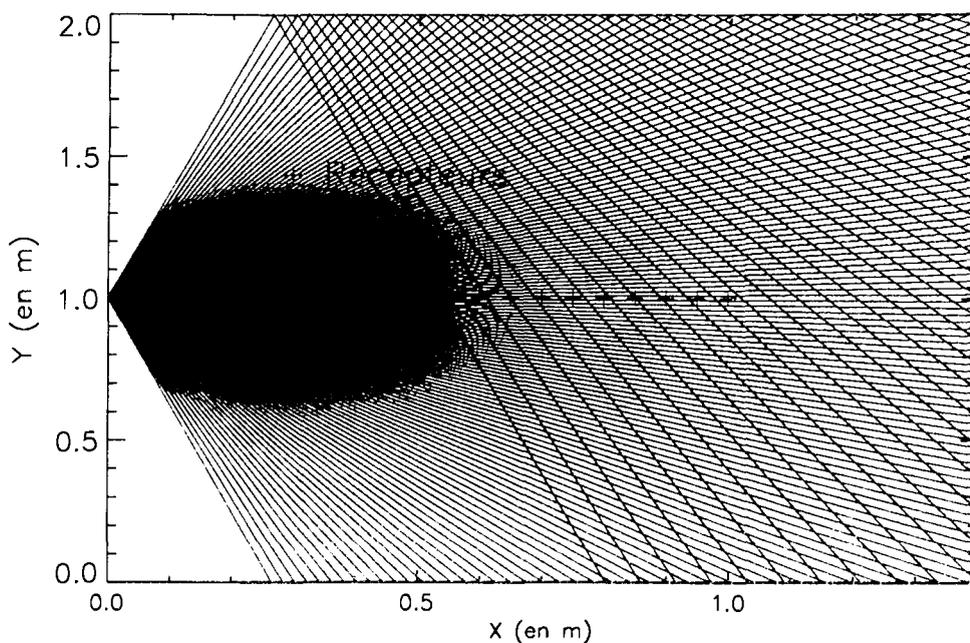
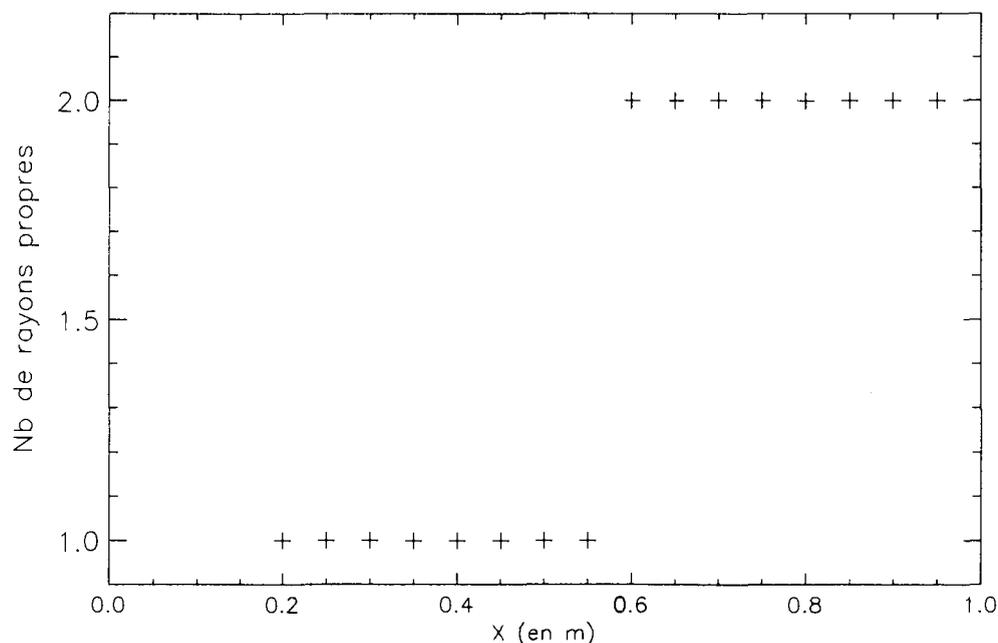


Figure 2.8  
Cas d'un rayon limite

Nous avons testé avec succès cette procédure sur le cas du miroir parfait en espace homogène. Les figures (2.9) et (2.10) présentent respectivement le tracé de rayons associé et le nombre de rayons propres détectés par le programme pour chaque récepteur. La surface réfléchissante est située en  $Y = 2$  m. Nous pouvons constater sur la figure 2.9 que seuls les récepteurs situés à une distance supérieure à 0,5 m de la source sont atteints par deux rayons propres, ce qui est bien prédit par l'algorithme proposé.



*Figure 2.9*  
Cas du miroir parfait : tracé de rayons et disposition des récepteurs



*Figure 2.10*  
Nombre de rayons propres pour chaque récepteur

### 2. 3. 5. Traitement des caustiques

Dans la théorie classique des rayons et pour une source ponctuelle, le terme  $q$  est réel et égal au terme  $q_2$  utilisé dans la méthode de sommation de faisceaux gaussiens. Il représente la section droite d'un tube de rayons [JENSEN 94]. Or, au niveau d'une caustique cette section se réduit à un point donc  $q_2$  est nul si bien que l'amplitude devient infinie en ce point. La méthode de sommation de faisceaux gaussiens permet d'éviter ce problème du fait que le terme  $q$  est complexe et ne peut s'annuler si on respecte la condition  $\varepsilon_2$  positif [GEORGE 87].

La difficulté tient en l'évaluation de la phase du complexe  $\left(\frac{q(0)}{q(s)}\right)^{1/2}$  présent dans la formule (2.35) en tenant compte du saut de phase de  $\pi/2$  du signal de pression lors du passage du rayon sur une caustique.

Müller [MÜLLER 84] et George [GEORGE 87] ont montré que la phase de ce complexe pouvait être calculé de la façon suivante:

$$\text{Arg} \left[ \left( \frac{q(0)}{q(s)} \right)^{1/2} \right] = \eta \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \text{Arg} \left[ \frac{q(0)}{q(s)} \right] \quad (2.41)$$

avec  $-\pi \leq \text{Arg} \left[ \frac{q(0)}{q(s)} \right] \leq \pi$  et  $\eta$  est lié au nombre de caustiques  $\sigma$  traversées par le rayon par

$\eta = \sigma$  si  $\sigma$  est pair et  $\eta = \sigma + 1$  si  $\sigma$  est impair,  $\sigma$  étant égal au nombre de fois où le nombre  $q_2$  s'annule.

On peut donc, sans modification supplémentaire, calculer la pression au voisinage des caustiques, ce qui est une amélioration conséquente par rapport à la méthode des rayons où ces calculs nécessitent un traitement particulier [PIERCE 81].

### 2. 3. 6. Traitement des interfaces

Considérons une interface du premier ordre  $\Sigma$  c'est-à-dire que la célérité est discontinue à travers celle-ci et supposons qu'un rayon impacte au point  $Q$  cette surface et donne naissance à un rayon transmis et à un rayon réfléchi.

Nous notons  $\mathbf{h}$  la normale à  $\Sigma$  au point  $Q$ ,  $\mathbf{g}$  le vecteur tangent à  $S$ . La figure 2.11 illustre la disposition de ces vecteurs. Nous notons, pour le vecteur tangent au rayon  $\mathbf{t}$ ,  $t_h$  et  $t_g$  ses projections respectivement sur les axes  $\mathbf{Qh}$  et  $\mathbf{Qg}$ .

Dans un premier temps, on calcule les directions des rayons transmis et réfléchis en utilisant les lois de Snell-Descartes.

### 2. 3. 5. Traitement des caustiques

Dans la théorie classique des rayons et pour une source ponctuelle, le terme  $q$  est réel et égal au terme  $q_2$  utilisé dans la méthode de sommation de faisceaux gaussiens. Il représente la section droite d'un tube de rayons [JENSEN 94]. Or, au niveau d'une caustique cette section se réduit à un point donc  $q_2$  est nul si bien que l'amplitude devient infinie en ce point. La méthode de sommation de faisceaux gaussiens permet d'éviter ce problème du fait que le terme  $q$  est complexe et ne peut s'annuler si on respecte la condition  $\varepsilon_2$  positif [GEORGE 87].

La difficulté tient en l'évaluation de la phase du complexe  $\left(\frac{q(0)}{q(s)}\right)^{1/2}$  présent dans la formule (2.35) en tenant compte du saut de phase de  $\pi/2$  du signal de pression lors du passage du rayon sur une caustique.

Müller [MÜLLER 84] et George [GEORGE 87] ont montré que la phase de ce complexe pouvait être calculé de la façon suivante:

$$\text{Arg} \left[ \left( \frac{q(0)}{q(s)} \right)^{1/2} \right] = \eta \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \text{Arg} \left[ \frac{q(0)}{q(s)} \right] \quad (2.41)$$

avec  $-\pi \leq \text{Arg} \left[ \frac{q(0)}{q(s)} \right] \leq \pi$  et  $\eta$  est lié au nombre de caustiques  $\sigma$  traversées par le rayon par

$\eta = \sigma$  si  $\sigma$  est pair et  $\eta = \sigma + 1$  si  $\sigma$  est impair,  $\sigma$  étant égal au nombre de fois où le nombre  $q_2$  s'annule.

On peut donc, sans modification supplémentaire, calculer la pression au voisinage des caustiques, ce qui est une amélioration conséquente par rapport à la méthode des rayons où ces calculs nécessitent un traitement particulier [PIERCE 81].

### 2. 3. 6. Traitement des interfaces

Considérons une interface du premier ordre  $\Sigma$  c'est-à-dire que la célérité est discontinue à travers celle-ci et supposons qu'un rayon impacte au point  $Q$  cette surface et donne naissance à un rayon transmis et à un rayon réfléchi.

Nous notons  $\mathbf{h}$  la normale à  $\Sigma$  au point  $Q$ ,  $\mathbf{g}$  le vecteur tangent à  $S$ . La figure 2.11 illustre la disposition de ces vecteurs. Nous notons, pour le vecteur tangent au rayon  $\mathbf{t}$ ,  $t_h$  et  $t_g$  ses projections respectivement sur les axes  $\mathbf{Qh}$  et  $\mathbf{Qg}$ .

Dans un premier temps, on calcule les directions des rayons transmis et réfléchis en utilisant les lois de Snell-Descartes.

**THIS PAGE IS MISSING IN THE  
ORIGINAL DOCUMENT**

Nous appelons un groupe de rayons, un ensemble de rayons ayant suivi des trajectoires voisines.

Théoriquement, pour un récepteur donné, on doit calculer  $\varepsilon$  pour chaque groupe de rayons s'il en existe plusieurs. C'est le cas s'il existe des trajets multiples entre la source et le récepteur, ces trajets multiples étant dûs soit à la présence de réflexions sur des surfaces ou bien à la présence de caustiques. On doit alors, pour chaque groupe de rayons, déterminer une et une seule valeur de  $\varepsilon$  qui servira à calculer la contribution de chaque rayon du groupe. Cette valeur peut-être calculée soit sur le rayon qui passe le plus près du récepteur soit comme étant une moyenne sur les rayons qui passent dans un petit voisinage, à quelques longueurs d'onde par exemple, de celui-ci. D'un point de vue algorithmique, ceci peut-être très compliqué dans le cas de trajets multiples dûs à une caustique car il faut identifier les classes de rayons et surtout les rayons qui appartiennent à cette classe. Nous avons donc choisi une autre approche proposée récemment par George [GEORGE 96] et qui donne des résultats satisfaisants sur des cas tests d'acoustique sous-marine : nous calculons la contribution de chaque rayon avec son paramètre  $\varepsilon$  propre.

Nous donnons ci-dessous les différentes formules utilisées dans la littérature. On note  $s_1$  l'abscisse curviligne de la projection orthogonale  $M_1$  du récepteur  $M$  sur le rayon.

Option 1 :

C'est l'option proposée initialement par Cerveny et al [CERVENY 82]. Cerveny montre que cette option rend minimale la largeur du faisceau au point  $M_1$ .

$$\varepsilon_1 = 0, \quad \varepsilon_2 = \left| \frac{q_2(s_1)}{q_1(s_1)} \right| \quad (2.47)$$

Option 2 :

Avec cette option, on fixe la largeur du faisceau au point  $M_1$  à la valeur  $L_{fg_0}$  pour la fréquence  $f_0$ . Pour une pulsation  $\omega$  proche de  $\omega_0$  (travail en temporel) la largeur du faisceau  $L_{fg}$  au point  $M_1$  est donnée par :

$$L_{fg}(S, \omega) = L_{fg_0} \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^{1/2} \quad (2.49)$$

$$\varepsilon_1 = -\frac{q_2(s_1)}{q_1(s_1)}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\omega_0 L_{fg_0}^2}{\left[ 2q_1^2(s_1) \right]} \quad (2.48)$$

où  $\omega_0 = 2\pi f_0$  est la pulsation principale du signal (si on travaille dans le domaine fréquentiel  $f_0$  est la fréquence de travail).

Option 3 :

Cette option est telle que l'intégrale  $\int_0^{s_1} L_{fg}^2(s, \omega) ds$  soit minimale.

Afin de réaliser ceci, Weber [WEBER 88] montre que l'on doit prendre :

$$\varepsilon_1 = -\frac{B_{12}}{B_{11}}, \quad \varepsilon_2 = \frac{(B_{22}B_{11} - B_{12}^2)^{1/2}}{B_{11}} \quad (2.50)$$

avec  $B_{ij} = \int_0^{s_1} q_i(s)q_j(s)ds$

Avec cette option, le milieu de propagation est pris en compte pour le calcul de  $\varepsilon$ . Numériquement, les coefficients B sont calculés en utilisant la méthode des trapèzes.

Option 4 :

Cette option introduit un front d'onde plan au voisinage du point  $M_1$ . On a ainsi :

$$\varepsilon_1 = \frac{(Y - Y_2)(Y_1 - Y) - (Y - Y_2)^2}{(Y_1 - Y)^2 + (Y - Y_2)^2} \left\{ \frac{q_2(s_1)}{q_1(s_1)} \right\} \quad (2.51)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{|Y - Y_2|}{(Y_1 - Y)^2 + (Y - Y_2)^2} \left\{ \frac{1}{q_1^2(s_1)} \right\} \quad (2.52)$$

avec  $Y_1 = \frac{p_1(s_1)}{q_1(s_1)}$  ;  $Y_2 = \frac{p_2(s_1)}{q_2(s_1)}$  ; et  $Y = -\frac{\Delta x^2 C_{11} + 2\Delta x \Delta z C_{12} + \Delta z^2 C_{22}}{(\Delta x t_z - \Delta z t_x)^2}$  où

$$\Delta x = (x(M) - x(M_1)), \quad \Delta z = (z(M) - z(M_1)), \quad C_{11} = -c^{-2}(2t_x t_z c_{,n} + t_x^2 c_{,s})$$

$$C_{12} = -c^{-2}[(t_z^2 - t_x^2)c_{,n} + t_x t_z c_{,s}], \quad C_{22} = -c^{-2}(t_z^2 c_{,s} - 2t_x t_z c_{,n})$$

où  $t_x$  et  $t_z$  sont les coordonnées du vecteur unitaire  $\mathbf{t}$  dans le repère  $(\mathbf{Ox}, \mathbf{Oz})$ , les quantités  $C_{ij}$  étant évaluées au point  $M_1$ .

### Option 5 :

Cette option est une dérivée de la précédente. On a :

$$\varepsilon_1 = \frac{(Y - Y_2)(Y_1 - Y) - \left(\frac{2}{L_{fg}^2 \omega_0}\right)^2}{(Y_1 - Y)^2 + \left(\frac{2}{L_{fg}^2 \omega_0}\right)^2} \begin{Bmatrix} q_2(s_1) \\ q_1(s_1) \end{Bmatrix} \quad (2.53)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{(Y_1 - Y)^2 + \left(\frac{2}{L_{fg}^2 \omega_0}\right)^2} \begin{Bmatrix} 1 \\ q_1^2(s_1) L_{fg}^2 \omega_0 \end{Bmatrix} \quad (2.54)$$

Weber [WEBER 88] utilise cette option dans le cas d'un milieu discrétisé en triangles à l'intérieur desquels le gradient de célérité est constant, et il calcule la largeur  $L_{fg}$  au point  $M_1$  en fonction des triangles traversés par le rayon. Gabillet et al [GABILLET 93] proposent d'utiliser cette option mais en fixant la largeur  $L_{fg}$  à une valeur donnée  $L_{fg_0}$  au point  $M_1$  pour une fréquence  $f_0$ . Dans le domaine temporel, et comme pour l'option 2, on a l'expression de la largeur du faisceau pour une fréquence proche de  $f_0$  donnée par l'équation (2.49).

Nous avons examiné quelques unes des possibilités de choix du paramètre de Gauss. Nous pouvons dire, au vu des résultats obtenus par la communauté sismologique, qu'aucune option n'est optimale pour tous les cas de figure.

## 2. 4. TRANSFORMATION TEMPORELLE

Les applications potentielles de notre travail nous ont conduit à choisir une méthode de calcul du champ acoustique permettant de travailler avec des signaux de type impulsionnel. Pour cela, nous avons choisi la méthode de sommation de faisceaux gaussiens car la partie la plus coûteuse en temps, le calcul des trajectoires acoustiques et des quantités  $s$ ,  $n$ ,  $\tau$ ,  $p_1$ ,  $q_1$ ,  $p_2$ ,  $q_2$  au niveau des récepteurs, est indépendant de la fréquence. Celle-ci n'intervient qu'en dernier lieu pour le calcul du champ. On peut donc utiliser un seul calcul des quantités géométriques pour obtenir le champ acoustique pour différentes fréquences sans augmenter considérablement les temps de calcul, contrairement à d'autres méthodes comme celle de l'équation parabolique, pour laquelle un calcul complet par fréquence est indispensable. Nous présentons dans ce paragraphe deux techniques de synthèse des signaux temporels : par transformée de Fourier et par convolution.

### 2. 4. 1. Synthèse par transformée de Fourier

Nous prenons pour définition de la transformée de Fourier directe :

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2.55)$$

et pour son inverse :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)e^{i\omega t} dt \quad (2.56)$$

On calcule par transformée de Fourier directe le spectre complexe de la source  $F(\omega)$ , ce qui nous donne les fréquences pour lesquelles on doit calculer la pression complexe  $U(M,\omega)$  au niveau du récepteur dans le domaine fréquentiel. Pour les raisons décrites dans l'introduction de ce paragraphe, l'intérêt d'utiliser la méthode de sommation de faisceaux gaussiens pour calculer l'amplitude du cha

On synthétise ensuite le signal au niveau du récepteur  $U(M,t)$  par transformée de Fourier inverse :

$$U(M,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} U(M,\omega)F(\omega)e^{i\omega t} dt \quad (2.57)$$

A cause des arguments cités dans l'introduction de ce paragraphe, c'est ce type de transformation temporelle que nous avons utilisé pratiquement en utilisant un algorithme de transformée de Fourier rapide pour effectuer numériquement les transformées de Fourier. Cependant, d'autres techniques de transformation temporelle plus spécifique à la méthode de sommation de faisceaux gaussiens ont été proposées telle la synthèse par convolution mise en oeuvre par George [GEORGE 87]. Le paragraphe suivant décrit les aspects théoriques de cette technique.

### 2. 4. 2. Synthèse par convolution

Dans les deux paragraphes suivants, nous reprenons les notations de Cerveny [CERVENY 83b].

On suppose que le signal source  $f(t)$  est réel d'où la relation :

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} F(\omega)e^{i\omega t} dt$$

On a vu que l'approche spectrale consistait à effectuer la sommation dans le domaine fréquentiel puis à faire une transformée de Fourier pour retrouver le signal temporel. Dans ce

paragraphe, nous allons d'abord calculer la contribution de chaque faisceau dans le domaine temporel puis sommer toutes les contributions afin d'obtenir le champ au niveau du récepteur. Posons :

$$\theta(s, n) = \tau(s) + \frac{1}{2} n^2 \operatorname{Re} \left[ \frac{p(s)}{q(s)} \right] \quad (2.58)$$

$$G(s, n) = \frac{1}{2} n^2 \operatorname{Im} \left[ \frac{p(s)}{q(s)} \right] \quad (2.59)$$

En intervertissant la sommation sur les angles et la transformation temporelle, on a :

$$U(M, t) = \int_0^{2\pi} \Phi(\phi) A w(M, t, \phi) d\phi \quad (2.60)$$

avec A définie par (2.38) et :

$$w(M, t, \phi) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} (-i\omega)^{k/2} F(\omega) \exp(\omega G) \exp[i\omega(t - \theta)] d\omega \quad (2.61)$$

Nous introduisons deux nouvelles fonctions :

$$x(t) = \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} (-i\omega)^{k/2} F(\omega) \exp[i\omega t] d\omega \right]$$

$$h(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi - t)^{-1} x(\xi) d\xi = \operatorname{Im} \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} (-i\omega)^{k/2} F(\omega) \exp[i\omega t] d\omega \right]$$

Si  $k=2$ ,  $x$  est la dérivée temporelle de  $f$ .

Si  $k=1$ , on a la relation suivante entre  $x$  et  $f$  :

$$x(t) = \pi^{-1/2} \frac{d}{dt} \left[ H_{ea}(t) t^{-1/2} * f(t) \right] = \pi^{-1/2} H_{ea}(t) t^{-1/2} * \frac{df(t)}{dt} \quad (2.62)$$

avec  $H_{ea}$  fonction de Heavyside.  $w$  s'exprime en fonction de  $x$  :

$$w(M, t, \phi) = x(t) * \frac{1}{\pi} \frac{1}{G + i(t - \theta)} = \hat{x}(t) * \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \left( \frac{1}{G + i(t - \theta)} \right) \quad (2.63)$$

où  $\hat{x}(t) = x(t) + ih(t)$ .

On a pour finir :

$$U(M, t) = x(t) * \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \text{Im} \left( \frac{\Phi A}{t - \theta - iG} \right) d\phi \quad (2.64)$$

## 2. 5. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté les fondements théoriques et la mise en oeuvre pratique de la méthode de sommation de faisceaux gaussiens. Cette méthode, dérivée de la méthode des rayons dont nous avons brièvement rappelé les principes, utilise le calcul des trajectoires de la méthode des rayons mais une façon différente de calculer l'amplitude. Grâce à ceci, elle pallie théoriquement aux insuffisances de la méthode des rayons qui sont : le calcul du champ simplifié au niveau des caustiques et un calcul possible de celui-ci à l'intérieur des zones d'ombre de l'acoustique géométrique. Les premières applications de la méthode de sommation de faisceaux gaussiens en acoustique sous-marine [PORTER 87] et atmosphérique [GABILLET 93] ont prouvé les capacités de cette méthode sur ces deux points. Nous avons vu également que cette méthode évite la détermination des rayons propres pour calculer l'amplitude. Cependant, nous avons montré qu'il était possible, en utilisant la méthode de sommation de faisceaux gaussiens, de déterminer la présence de rayons propres et de calculer les temps d'arrivée associés à ceux-ci.

L'ensemble de ces capacités nous ont poussé à utiliser la méthode de sommation de faisceaux gaussiens pour calculer le champ acoustique se propageant au sein d'un milieu turbulent.

## CHAPITRE 3

### ETUDE NUMERIQUE

Ce chapitre est consacré à l'étude numérique de la propagation ultrasonore au sein d'une turbulence thermique en eau. Le principe de l'étude est le suivant : nous générons, grâce à la méthode de superposition de modes de Fourier, un grand nombre de réalisations de champs turbulents. Pour chaque réalisation, nous calculons le champ acoustique de façon déterministe en utilisant la méthode de sommations de faisceaux gaussiens. Ensuite, en effectuant des statistiques sur l'ensemble des réalisations, nous accédons aux grandeurs caractéristiques du champ acoustique perturbé. Nous avons pour cela développé un code de calcul intégrant les modèles acoustiques et turbulents. Nous allons présenter les résultats fournis par ce code et les confronter à des résultats de référence, lorsqu'il en existe, afin de tester les capacités de la méthode de sommation de faisceaux gaussiens à prédire le champ dans de tels milieux, ce qui, à notre connaissance, n'a pas encore été fait à ce jour.

Nous avons axé nos tests de validation sur deux grandeurs caractéristiques du champ acoustique : le temps de parcours, qui fera l'objet de la première partie, et l'intensité, par l'intermédiaire de la variance normalisée de ses fluctuations et de sa densité de probabilité, qui fera l'objet de la seconde. Pour les deux premières grandeurs, nous examinerons successivement les cas des faibles fluctuations, pour lequel nous avons des solutions analytiques, et des fortes fluctuations. La troisième partie de ce chapitre sera consacrée à l'étude de la propagation d'un signal de type impulsionnel dans un milieu turbulent.

### **3. 1. ETUDE DU TEMPS DE PARCOURS**

#### **3. 1. 1. Définition du cas test**

Nous étudions la propagation en eau des ondes acoustiques. Dans ce fluide, la célérité est donnée par Del Grosso [DEL GROSSO 72] sous la forme d'un polynôme de degré 5 de la température. Les coefficients sont donnés en Annexe 1 ainsi que la formule de calcul de la variance des fluctuations d'indice acoustique à partir de la variance des fluctuations de température. La courbe de la célérité en fonction de la température est tracée sur la figure 3.1. Nous voyons que cette courbe présente un maximum autour de 70°C.

Nous générons des champs fluctuants de température qui sont convertis ensuite en champs fluctuants de célérité.

Afin d'effectuer ces validations numériques, nous avons défini un cas test dont les paramètres sont les suivants :

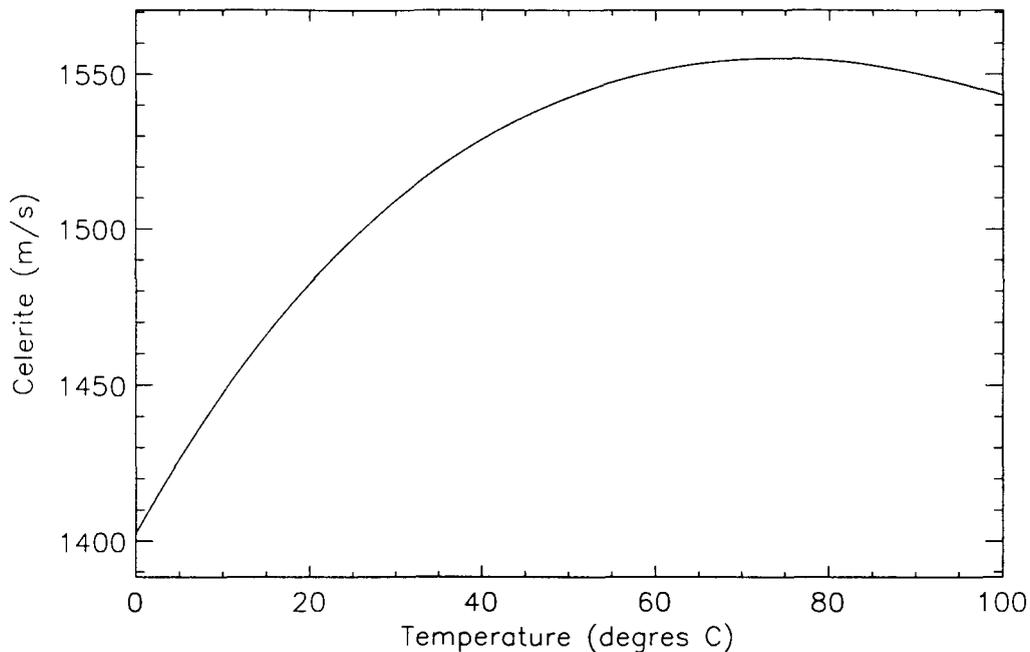
- ⇒ Température moyenne de l'eau : 30°C;
- ⇒ Célérité du milieu au repos à 30°C : 1509 m/s;
- ⇒ Ecart-type des fluctuations de température : 3,6°C, soit un écart-type d'indice acoustique égal à  $5,5 \cdot 10^{-3}$ ;
- ⇒ Paramètre L de la fonction de corrélation gaussienne : 3 cm;
- ⇒ Fréquence acoustique : 600 kHz, soit une longueur d'onde de 2,5 mm.

Le spectre des fluctuations est discrétisé suivant 100 modes répartis linéairement entre  $0,1/L$  et  $50/L$ .

Lorsque rien n'est mentionné, ce sont ces paramètres que nous utilisons. Nous rappelons également que nous étudions la propagation d'une onde émise par un point source 2D.

Le pas d'avancement  $ds$  pour la résolution des systèmes de calcul des trajectoires et de tracé de rayons dynamique est fixé d'après Karweit et al [KARWEIT 91] à :

$$ds = \frac{1}{k_{\max}} = \frac{L}{50}$$



*Figure 3.1*  
*Célérité du son dans l'eau en fonction de la température*

### 3. 1. 2. Effet de la turbulence sur les rayons.

La figure 3.2 représente un tracé de rayons émis par une source ponctuelle placée sur l'axe Oy pour une réalisation particulière de champ turbulent. L'ouverture de la source est de  $20^\circ$ . La turbulence dévie les rayons créant ainsi des zones de concentration et des zones d'ombre acoustique. Une des principales conséquences est la déformation des fronts d'onde au fur et à mesure que la distance de propagation augmente.

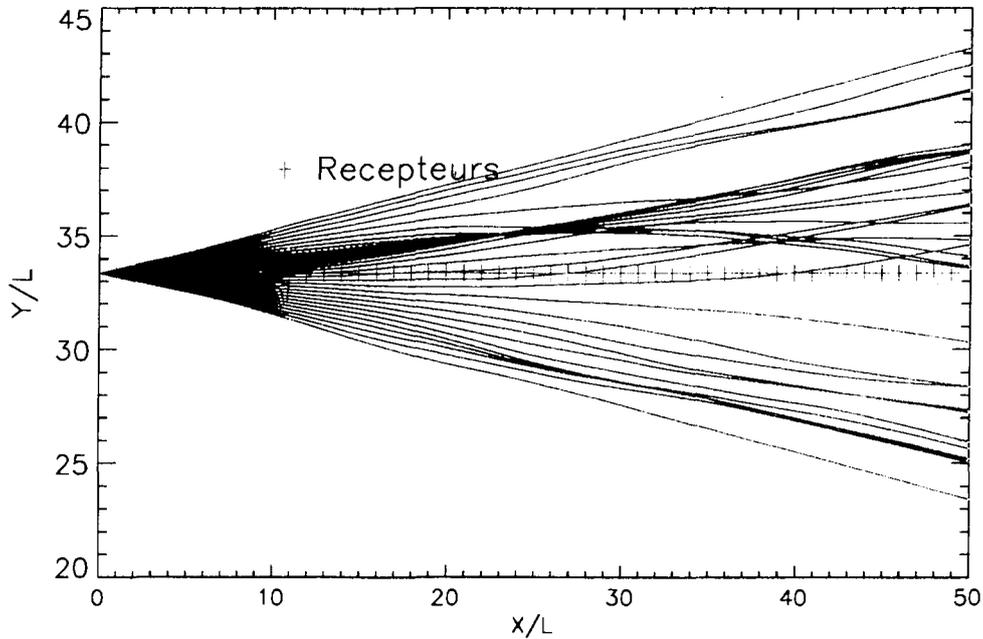


Figure 3.2

*Tracé de rayons pour une réalisation particulière de champ turbulent.*

### 3. 1. 3. Cas des faibles fluctuations

Chernov [CHERNOV 60] a montré que, lorsque la propagation se fait de manière paraxiale, on peut accéder à une expression analytique des temps de parcours le long des rayons. Il se place pour cela dans un milieu où la célérité varie faiblement autour d'une valeur  $c_0$ . Se donnant deux points situés sur l'axe Ox séparés d'une distance  $x_1$ , il calcule le temps de parcours de la source à un récepteur en calculant l'intégrale suivant le rayon non perturbé :

$$t = \frac{1}{c_0} \int_0^{x_1} n_1(x, 0, 0) dx \quad (3.1)$$

où  $n_1(x, y, z)$  est l'indice acoustique.

Chernov montre que la variance des fluctuations du temps de parcours s'écrit, pour une turbulence homogène et isotrope :

$$\langle \Delta t^2 \rangle = \frac{2 \langle \mu^2 \rangle x_1}{c_0^2} \int_0^\infty R(r) dr \quad (3.2)$$

où R est la fonction de corrélation spatiale des fluctuations d'indice.

La valeur de l'intégrale dans la formule ci-dessus est, par définition, l'échelle intégrale et nous avons vu que, pour une fonction de corrélation gaussienne, celle-ci vaut :

$$L_t = L \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad (3.3)$$

Nous obtenons finalement pour la variance des temps de parcours :

$$\langle \Delta t^2 \rangle = \frac{\langle \mu^2 \rangle \sqrt{\pi} L}{c_0^2} x_1 \quad (3.4)$$

On peut voir sur la figure 3.3 que la comparaison entre la solution de Chernov et la simulation par sommation de faisceaux gaussiens est bonne puisque l'écart entre les deux courbes n'excède pas 15%.

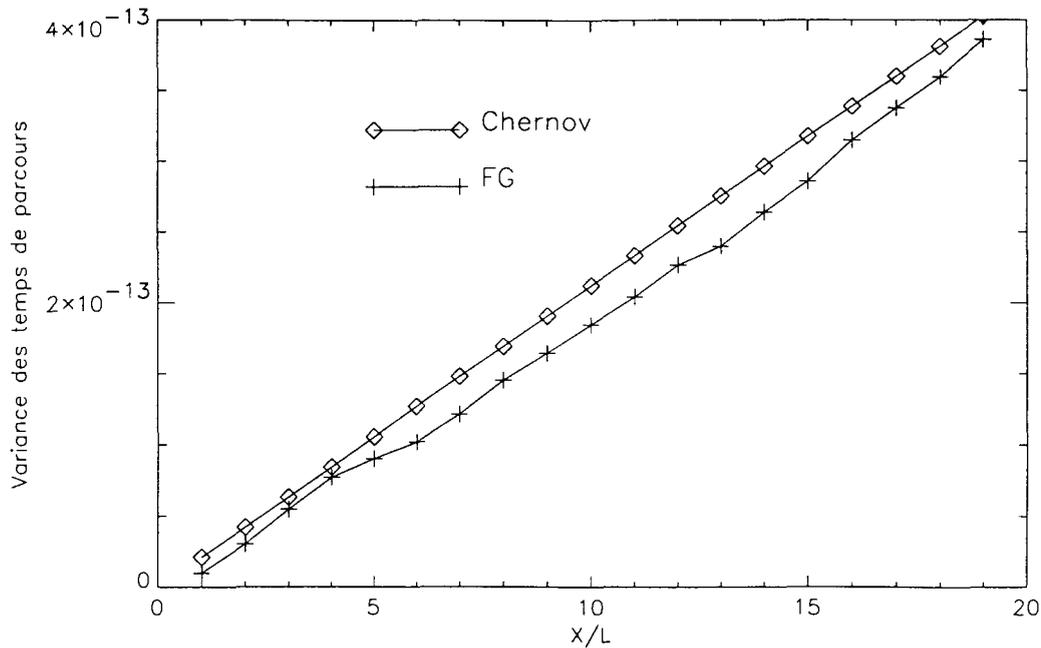


Figure 3.3

Variance des temps de parcours en fonction de la distance de propagation  
 Comparaison entre la solution de Chernov et un calcul par faisceaux gaussiens

### 3. 1. 4. Cas des fluctuations plus importantes

Blanc-Benon [BLANC-BENON 90] a constaté que, lorsque la distance de propagation ou l'intensité de la turbulence augmente, la solution de Chernov n'est plus valable. La variance des fluctuations du temps de parcours n'évolue plus linéairement avec la distance. Pour illustrer ceci, Karweit et al [KARWEIT 91] ont utilisé des rayons à direction initiale fixe, "Preassigned Initial Direction rays" en anglais, : pour chaque réalisation de champ turbulent, on ne lance qu'un seul rayon ayant toujours la même direction initiale et on regarde au bout de quel temps celui-ci franchit des cercles concentriques dont les rayons sont multiples de la longueur de corrélation. On obtient alors la courbe 3.4.

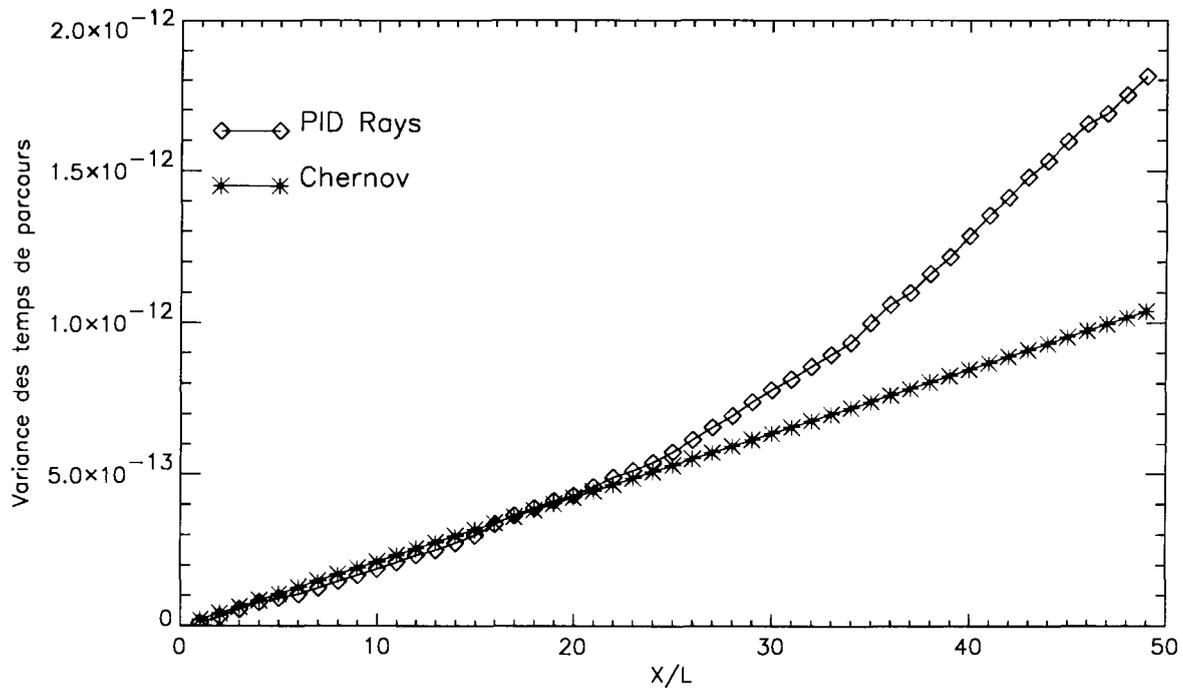


Figure 3.4

*Variance des fluctuations des temps de parcours obtenus par la techniques des PID rays en fonction de la distance de propagation. Comparaison avec la solution de Chernov.*

Nous voyons que cette technique permet de mettre en évidence la non linéarité de la variance des fluctuations du temps de parcours. On peut également déterminer la distance pour laquelle cette non linéarité débute, ici 30 L environ.

Or Hugon-Jeannin [HUGON-JEANIN 92], en se basant sur les travaux de Kulkarny et White [KULKARNY 82], a montré que cette distance était reliée à la distance d'apparition des caustiques. Kulkarny et White ont étudié, pour un milieu turbulent 2D, la densité de probabilité d'apparition de la première caustique pour une onde plane et une onde sphérique. Pour un point source 2D, le maximum de cette densité de probabilité est atteint au point  $x_p$  tel que :

$$x_p \approx \frac{2,571}{12^{1/3} \langle \mu^2 \rangle^{1/3} \pi^{1/6}} L \quad (3.6)$$

Hugon-Jeannin a montré en utilisant les PID rays que c'est sensiblement à partir de cette distance que l'évolution de la variance commence à devenir non linéaire. Avec nos paramètres, la distance  $x_p$  vaut 29 L et on peut constater sur la figure 3.4 que la séparation des deux courbes s'effectue bien autour de cette distance.

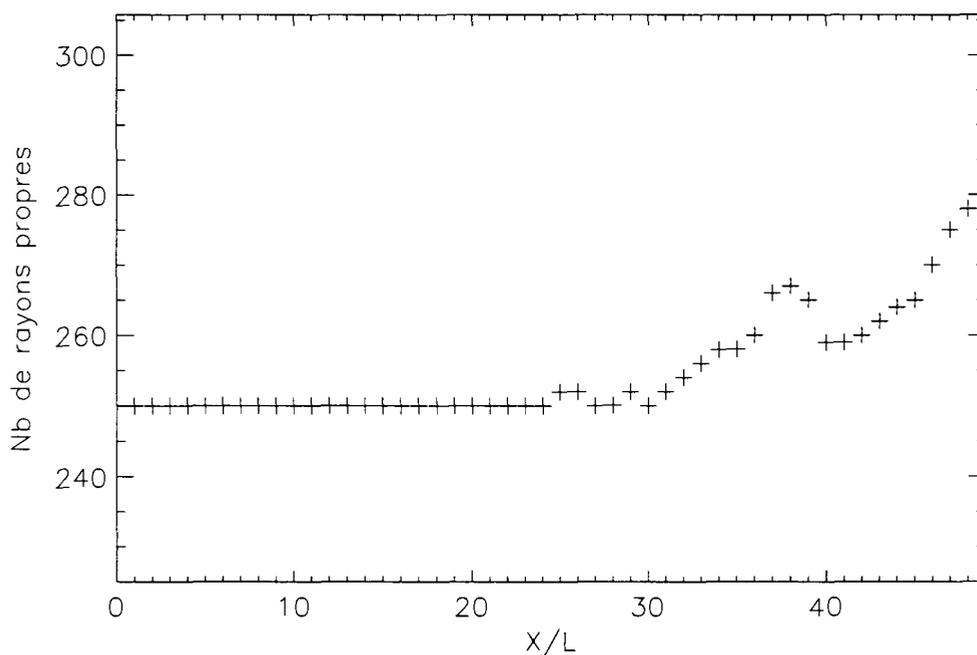
De plus, Karweit et al [KARWEIT 91] ont effectué un calcul de rayons propres pour calculer la variance du temps de parcours mais en tenant compte des trajets multiples quand il en existe. En effet, pour un récepteur situé au delà de la première caustique, il peut exister plusieurs trajets qui relient la source à ce récepteur. Leurs résultats obtenus par cette simulation sont similaires à ceux obtenus par la méthode des PID rays même s'ils prévoient une séparation plus tardive des deux courbes.

Nous avons effectué le même calcul de variance de temps de parcours en utilisant la technique de détection de rayons propres décrite au chapitre 2.

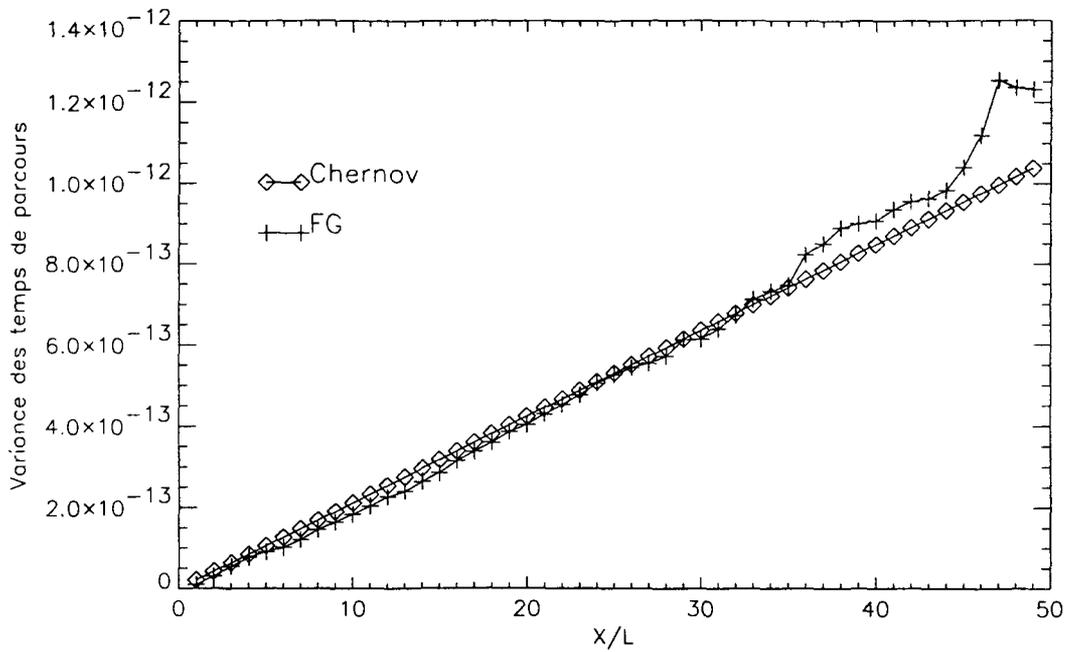
La figure 3.5 montre l'augmentation du nombre de rayons propres en fonction de la distance de propagation pour l'ensemble des réalisations. La figure 3.6 présente elle la variance des fluctuations de temps de parcours calculée par la méthode de sommation de faisceaux

gaussiens et comparée à la solution de Chernov. Sur cette dernière, nous voyons que les deux courbes se séparent pour une distance égale à 34 L ce qui est légèrement supérieur aux 29 L prévus par la formule 3.6 qui peut être considérée comme la référence analytique. De plus, il est intéressant de noter que la méthode de sommation de faisceaux gaussiens prédit bien une augmentation du nombre de rayons propres comme on peut le constater sur la figure 3.5 et une évolution non-linéaire du temps de parcours à partir d'une certaine distance bien qu'elle n'utilise pas un calcul explicite des rayons propres. La courbe de la figure 3.5 ne présente pas une évolution monotone. Ceci est peut-être dû au fait que, pour certaines réalisations, on rate des rayons propres à cause d'une ouverture trop petite de la source mais également d'une densité de rayons trop faible.

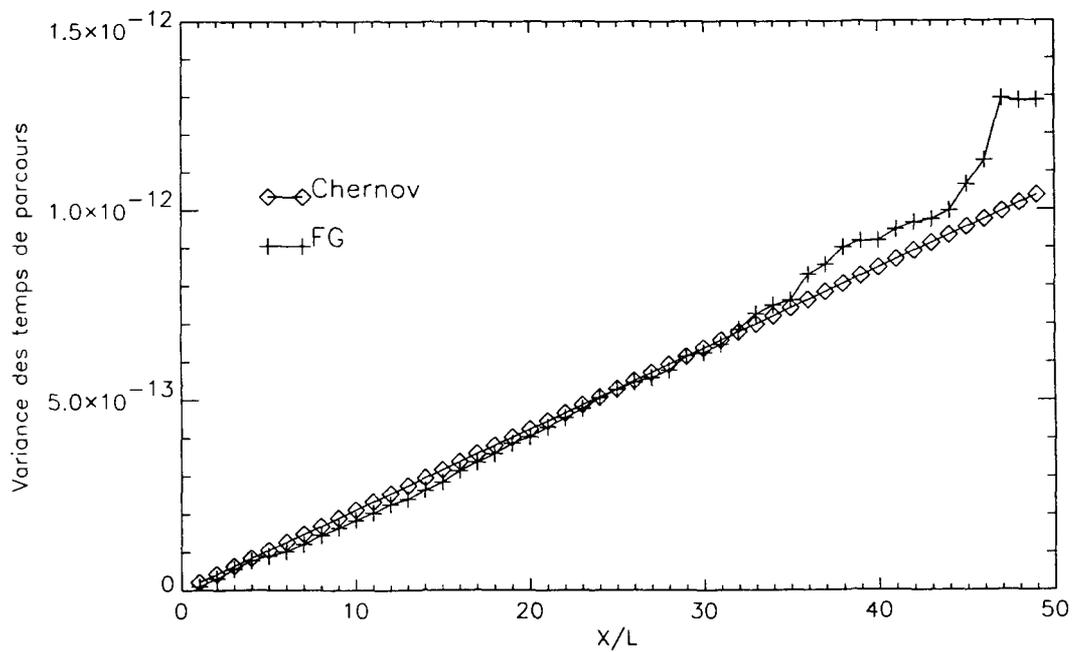
L'ensemble de ces résultats est obtenu quelque soit l'option du paramètre  $\varepsilon$  utilisée. Ceci nous laisse penser que le terme correctif introduit sur chaque faisceau pour compenser le fait que le rayon ne passe pas par le récepteur a une influence négligeable, ce qui est confirmé par la figure 3.7 qui présente la variance des temps de parcours calculée sans tenir compte du terme correctif. On voit que cette courbe est quasiment la même que celle de la figure 3.6.



*Figure 3.5*  
*Nombre de rayons propres en fonction de la distance de propagation.*  
*250 Réalisations.*



*Figure 3.6*  
*Variance des fluctuations des temps de parcours calculée par sommation de faisceaux gaussiens en fonction de la distance de propagation. Comparaison avec la solution de Chernov.*



*Figure 3.7*  
*Variance des fluctuations des temps de parcours calculée par sommation de faisceaux sans tenir compte du terme correctif. Comparaison avec la solution de Chernov.*

## 3. 2. ETUDE DE L'AMPLITUDE

### 3. 2. 1. Etude de l'indice de scintillation

La variance normalisée des fluctuations d'intensité encore appelée indice de scintillation a pour définition mathématique :

$$\sigma_1^2 = \frac{\langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle}{\langle I \rangle^2} \quad (3.7)$$

où  $I$  désigne l'intensité acoustique.

Cette grandeur, également utilisée en optique, permet de caractériser les fluctuations d'intensité. Même s'il n'existe pas de formule analytique permettant de décrire partout l'évolution de cet indice, on connaît la forme générale des courbes le représentant. Elles présentent au départ à une montée rapide. Ensuite, comme l'ont montré Spivack et Uscinski [SPIVACK 88] et plus récemment Hugon-Jeanin [HUGON-JEANIN 92], la forme de la courbe de  $\sigma_1^2$  ne dépend, pour une onde plane, que du paramètre  $\gamma$  défini pour un spectre gaussien 2D par :

$$\gamma = k_0^3 \langle \mu^2 \rangle L^3 \sqrt{\pi} \quad (3.8)$$

Pour les faibles valeurs de  $\gamma$  typiquement inférieures à 20, la courbe de l'indice de scintillation croît jusqu'à atteindre une valeur asymptote.

Pour les valeurs de  $\gamma$  supérieures à 20, la courbe présente un pic puis redescend pour atteindre sa valeur asymptote.

Bien que nous traitons le cas d'onde émise par un point source 2D nous pouvons nous attendre à un comportement similaire.

Ces différentes zones de la courbe de l'indice de scintillation correspondent en fait à différents régimes de propagation que l'on peut résumer sur un diagramme  $\Lambda$ - $\Phi$  [FLATTE].

$\Lambda$  est un paramètre caractéristique de la diffraction par la turbulence :

$$\Lambda = \frac{r}{k_0 L^2} \quad (3.9)$$

Tant que ce paramètre est inférieur à 1, la diffraction peut être négligée.

$\Phi$  est un paramètre caractérisant les fluctuations de phase :

$$\Phi = \sqrt{2k_0^2 \langle \mu^2 \rangle rL} \quad (3.10)$$

Ce diagramme définit trois zones :

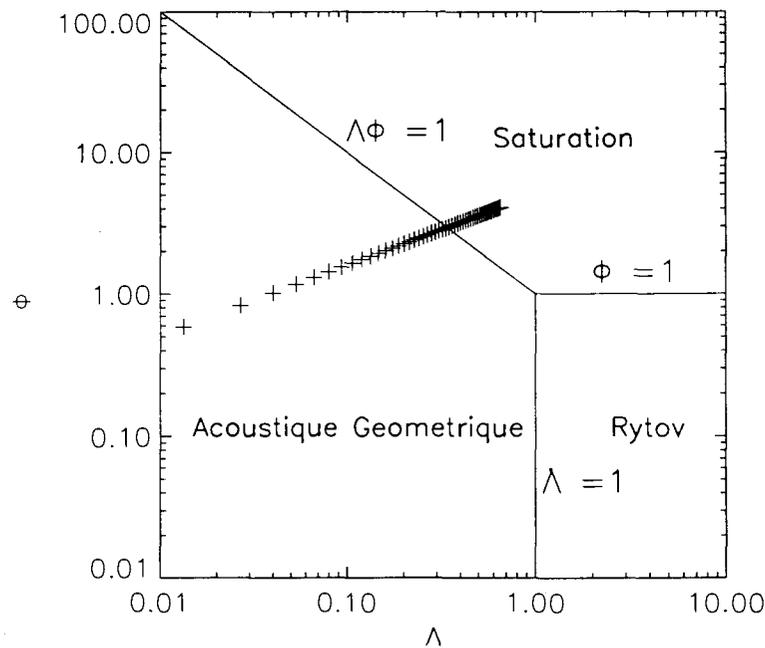
- ⇒ une première délimitée par les droites  $\Lambda = 1$  et  $\Lambda \Phi = 1$ . Dans cette zone, les trajectoires acoustiques sont très peu perturbées par la turbulence et le niveau des fluctuations est faible. C'est la zone de validité de l'acoustique géométrique;

- ⇒ une seconde délimitée par les droites  $\Lambda = 1$  et  $\Phi = 1$ . Dans cette zone, les effets de la diffraction par les structures turbulentes commencent à intervenir. C'est la zone de validité de la solution de Rytov. Le niveau des fluctuations reste peu élevé;
- ⇒ une troisième délimitée par les droites  $\Phi = 1$  et  $\Lambda \Phi = 1$ . Les différentes trajectoires ont été fortement affectées par la diffraction et n'ont plus du tout traversé les mêmes structures turbulentes. Le champ devient complètement incohérent. C'est la zone de saturation. L'indice de saturation tend vers une asymptote.

Remarque :

Le calcul des frontières des différentes zones dépend du spectre des fluctuations du milieu utilisé. Pour un spectre de Von Karman [BLANC-BENON 90], la disposition de celle-ci est différente de celle du spectre gaussien que nous utilisons. Dashen [DASHEN 79] explicite les formules de calcul des frontières en fonction des différents spectres.

Sur la figure 3.8, nous avons placé les points correspondants à notre cas test pour des récepteurs éloignés de  $1L$  à  $50L$  de la source. Nous voyons qu'une partie des points se situe dans la zone de l'acoustique géométrique et l'autre partie dans la zone de saturation, le début de la saturation intervenant pour une distance égale à  $25 L$ .



*Figure 3.8*  
*Diagramme  $\Lambda$ - $\Phi$  pour le cas de référence*  
*Distances de propagation allant de  $1L$  à  $50L$*

### 3. 2. 1. 1. Cas des faibles fluctuations

Rytov a montré, en supposant que les fluctuations d'amplitude de la pression restent petites sur une longueur d'onde, que l'on peut exprimer le logarithme de l'amplitude de la pression de la façon suivante :

$$\ln \left( \frac{A}{A_0} \right) = \operatorname{Re} \left[ - \frac{2k_0^2}{p_0(\mathbf{x})} \int_V \mu(\mathbf{x}') G_0(\mathbf{x} - \mathbf{x}') p_0(\mathbf{x}') dV' \right] \quad (3.11)$$

où  $G_0$ ,  $p_0$ ,  $A_0$ , sont respectivement la fonction de Green en espace libre, la pression et l'amplitude dans le milieu non perturbé,  $A$  représentant l'amplitude en milieu turbulent.

Chevret [CHEVRET 94] a explicité la variance  $\sigma_x^2$  de cette expression pour un spectre gaussien 2D et un point source 2D; il obtient l'expression suivante :

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{2} (I_1 - I_2) \quad (3.12)$$

avec:

$$I_1 = \langle \mu^2 \rangle k_0^2 L r \quad (3.13)$$

$$I_2 = \langle \mu^2 \rangle k_0^2 L \int_0^r \frac{\cos \left[ \frac{1}{2} \operatorname{Arctg} \left( \frac{\eta(r-\eta)}{\zeta} \right) \right]}{\left[ 1 + \frac{\eta^2 (r-\eta)^2}{\zeta^2} \right]^{1/4}} d\eta \quad (3.14)$$

$$\zeta = \frac{k_0 r L^2}{4} \quad (3.15)$$

Dans le cadre de l'approximation de Rytov, l'indice de scintillation s'exprime en fonction de la variance des fluctuations du logarithme comme :

$$\sigma_I^2 = \exp(4\sigma_x^2) - 1 \quad (3.16)$$

Nous avons effectué des calculs pour les différentes choix possibles du paramètre  $\varepsilon$  afin de déterminer quelles options permettaient une prédiction correcte du champ acoustique. La figure 3.9 présente les résultats obtenus :

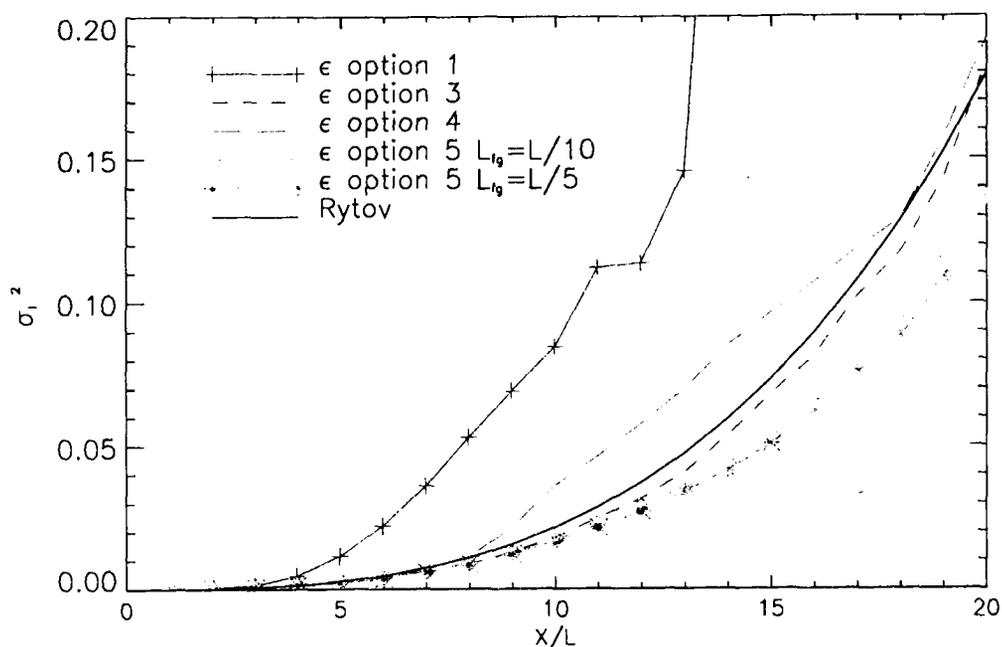


Figure 3.9

Indice de scintillation en fonction de la distance de propagation.  
 Comparaison avec la solution de Rytov pour différentes options du paramètre  $\epsilon$ .

Nous voyons que l'option 1 mène à une surestimation des fluctuations d'amplitude. Par contre, les options 3, 4 et 5 avec  $L_{fg}$  de l'ordre de  $L/10$  donnent des résultats satisfaisants, le meilleur résultat étant obtenu avec l'option 3.

Les résultats obtenus avec l'option 3 sont également en accord avec la solution de Rytov pour des fréquences et des longueurs  $L$  différentes comme le prouvent les figures 3.10 et 3.11.

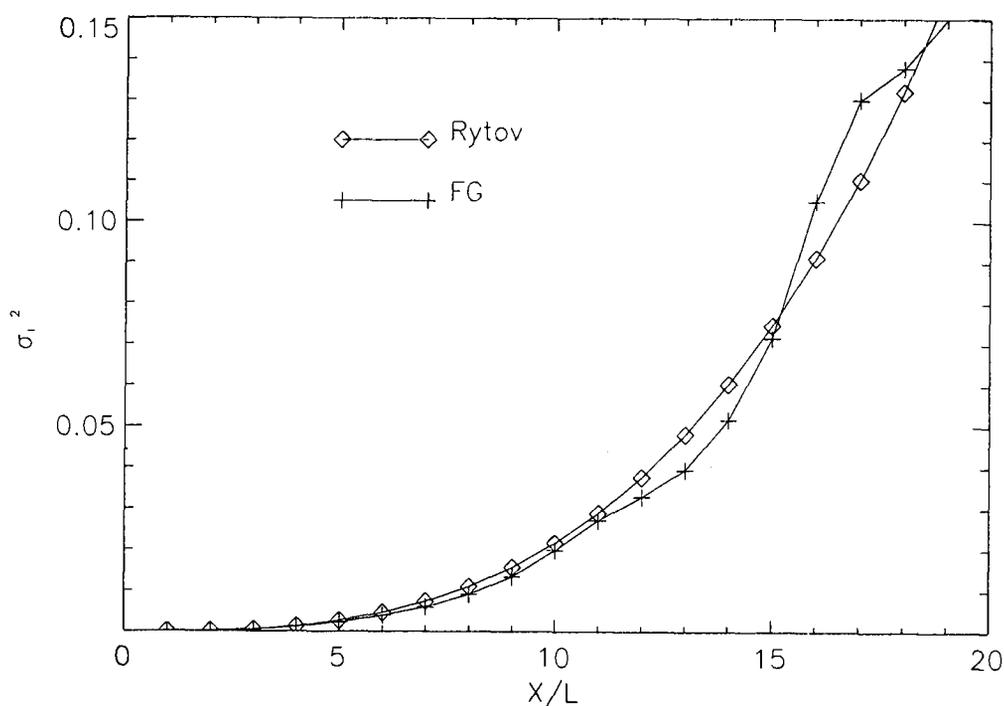


Figure 3.10

Indice de scintillation en fonction de la distance de propagation.  
 Comparaison avec Rytov pour l'option 3 du paramètre  $\epsilon$  ( $L = 0,06$  m,  $f = 600$  kHz)

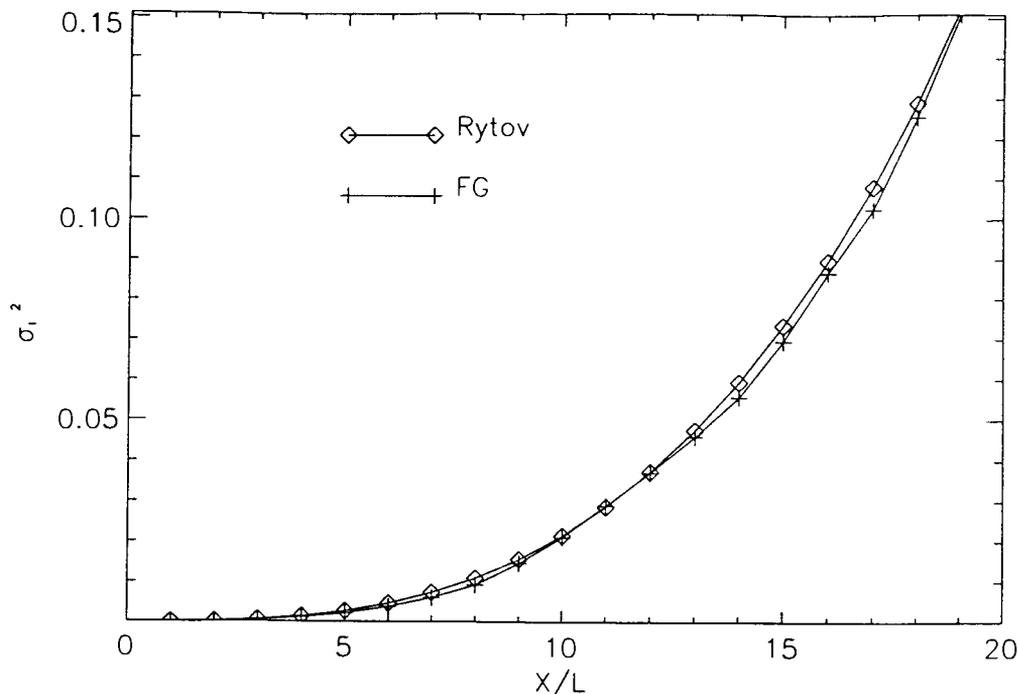


Figure 3.11

Indice de scintillation en fonction de la distance de propagation.

Comparaison avec Rytov pour l'option 3 du paramètre  $\varepsilon$  ( $L = 0,015$  m,  $f = 1,2$  MHz)

### 3. 2. 1. 2. Cas des fluctuations plus importantes

La solution de Rytov n'est valable que lorsque le niveau de fluctuations est relativement bas. Le critère généralement adopté est celui proposé par Ishimaru [ISHIMARU 78] :

$$\sigma_1^2 \leq 0,2$$

Nous montrons sur la figure 3.12 la courbe de l'indice de scintillation obtenue pour des distances de propagation allant de  $1L$  à  $50L$  en moyennant sur 250 réalisations. Les caractéristiques thermiques et acoustiques sont celles de notre cas test. Les calculs correspondants ont été menés avec l'option 3 du paramètre  $\varepsilon$ . Nous constatons que la courbe ne "suit" pas la solution de Rytov mais présente une asymptote. La méthode de sommation de faisceaux gaussiens prédit bien une saturation des fluctuations d'intensité pour les grandes distances de propagation. Ce résultat est très encourageant car la méthode de sommation de faisceaux gaussiens est une méthode dérivée de la méthode de l'acoustique géométrique qui ne permet pas de calculer de façon exacte le champ acoustique perturbé dans ce régime de propagation.

Ce résultat est obtenu en lançant pour chaque réalisation 201 rayons pour une ouverture de source égale à  $20^\circ$ . Le temps de calcul est d'environ une trentaine d'heures avec de tels paramètres sur une station de travail Sun Ultrasparc 1. La figure 3.13 montre les résultats obtenus en lançant 51, 101, 201 rayons. On constate que l'on peut se contenter de 51 rayons pour obtenir des résultats significatifs, ceci ayant pour avantage de diminuer le temps de calcul. Cependant, les résultats obtenus pour la variance des fluctuations de temps de parcours avec cette densité de rayons se sont avérés moins bons qu'avec 201 rayons, ce qui explique notre choix. Des tests similaires sur l'ouverture angulaire de la source ont montré que le choix de  $20^\circ$  était suffisant pour ce régime de propagation.

On peut noter sur la figure 3.12 que le pic de la courbe a pour abscisse environ 34 L. Or Hugon-Jeanin [HUGON-JEANIN 92] a relié ces pics aux points de focalisations, les caustiques, du champ acoustique et a montré que l'abscisse du pic, si celui-ci existait, était égal à la distance  $x_p$  définie par la formule 3.6. Nous avons vu que dans notre cas test, cette distance vaut 29 L. Nous retrouvons donc le léger décalage entre la valeur analytique et la valeur calculée par la méthode de sommation de faisceaux gaussiens obtenu sur la variance des fluctuations de temps de parcours.

Dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressés à la « structure » du pic. Pour cela, nous avons tracé pour le récepteur situé à 34 L de la source la valeur de l'intensité en fonction du numéro de la réalisation. C'est ce qui est présenté sur la figure 3.16. Nous remarquons que pour une réalisation particulière, la réalisation numéro 31 en l'occurrence, l'intensité atteint une valeur très importante. Sur la figure 3.17, nous présentons le tracé de rayons correspondant à cette réalisation. Nous remarquons que le récepteur se situe à proximité d'un point de focalisation ce qui explique le niveau important d'intensité relevé en ce point. Ce niveau est égal à 12 fois la valeur moyenne de l'intensité, ce qui est élevé. Afin de mesurer le poids de cette réalisation dans les statistiques, nous avons recalculé l'indice de scintillation sans tenir compte de cette réalisation particulière. La courbe que nous obtenons est présentée sur la figure 3.18. On remarque que le pic a presque complètement disparu et que la courbe présente une asymptote quasiment parfaite avec cependant un niveau inférieur à la valeur théorique égale à 1 attendue. Cette réalisation a donc un poids très important dans le calcul des statistiques. Quel crédit lui apporter ? Faut-il la prendre en compte dans les statistiques ? Un point important est que pour les récepteurs situés à cette distance, il est normal que pour certaines réalisations, ils soient situés à proximité de caustiques. Deuxièmement, les niveaux d'intensités atteints dans le cas d'une onde émise par un point source sont beaucoup plus élevés que dans le cas d'une onde plane. Cependant, les niveaux obtenus ici sont très importants et on peut s'interroger sur la sensibilité de la méthode de sommation de faisceaux gaussiens, avec cette option du paramètre de Gauss, à la présence de caustiques à proximité d'un récepteur. Nous avons effectué des calculs sur un nombre plus importants de réalisations afin de lisser les résultats. Cependant, dans certains cas, on lisse effectivement la courbe et dans d'autres, on introduit des réalisations similaires à la réalisation évoquée ici. On peut également envisager de moyenniser sur un nombre conséquent de récepteurs situés à la même distance de la source puisqu'ici, les résultats sont présentés pour un récepteur unique pour chaque distance de propagation. Cependant, le moyen qui nous semble le plus efficace pour répondre à cette question serait de confronter les résultats obtenus, sur les mêmes réalisations de champ turbulent, par la méthode de sommation de faisceaux gaussiens et par une méthode exacte, la méthode de l'équation parabolique par exemple.

La figure 3.14 présente l'évolution de l'indice de scintillation calculé avec les options 4 et 5 du paramètre  $\epsilon$ , options qui donnent des résultats satisfaisants dans le cas des faibles fluctuations. Nous remarquons que ces courbes sont similaires à celles obtenues pour l'option 3 avec toutefois une différence de hauteur du pic pour l'option 5 et un décalage de celui-ci pour l'option 4.

La figure 3.15 présente les résultats de calculs menés avec les options 3, 4 et 5 du paramètre  $\epsilon$  dans le cas d'une forte turbulence. Nous notons le bon comportement de notre méthode qui prédit bien une saturation des fluctuations d'intensité et un pic situé à une distance de 20 L de la source, la valeur analytique dans ce cas étant de 18 L.

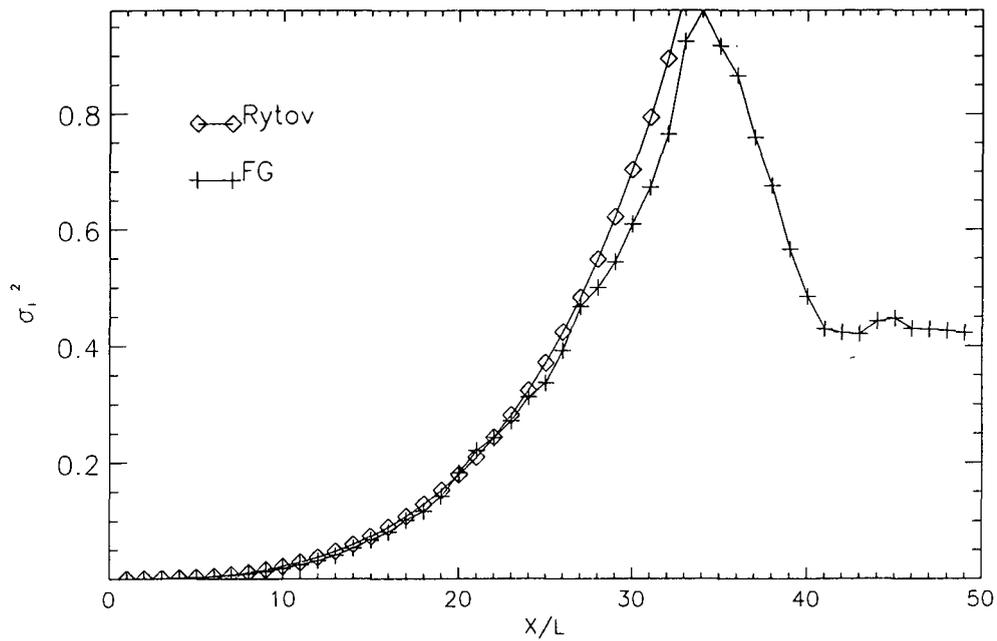


Figure 3.12  
 Indice de scintillation en fonction de la distance de propagation.  
 Moyenne sur 250 réalisations

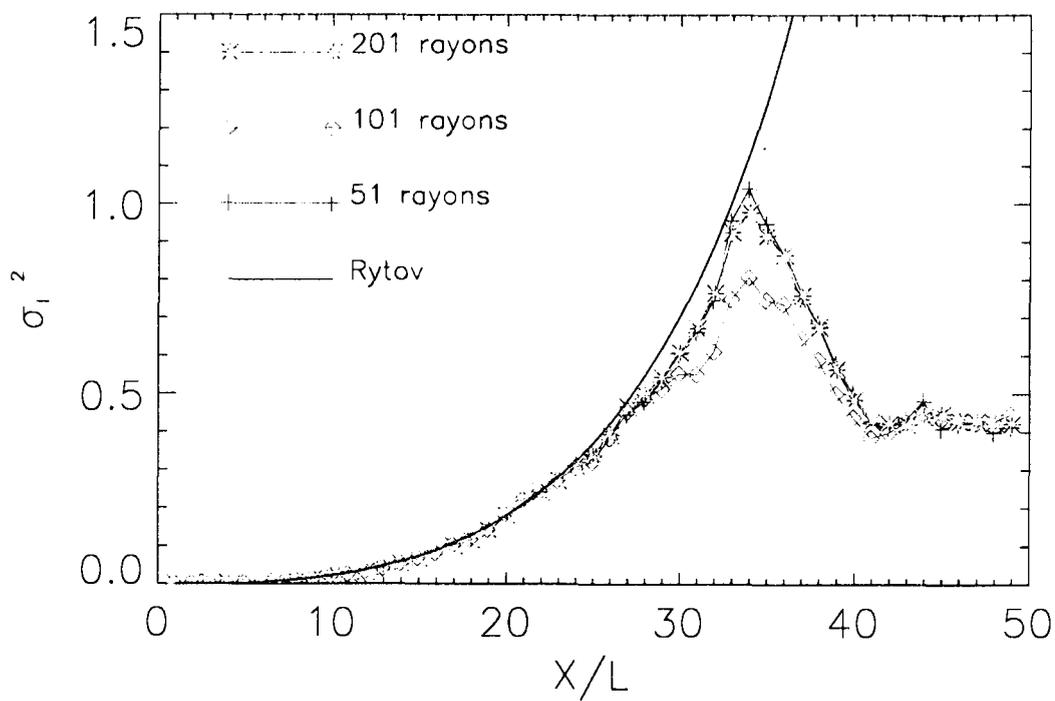


Figure 3.13  
 Influence de la densité de rayons  
 Moyenne sur 250 réalisations

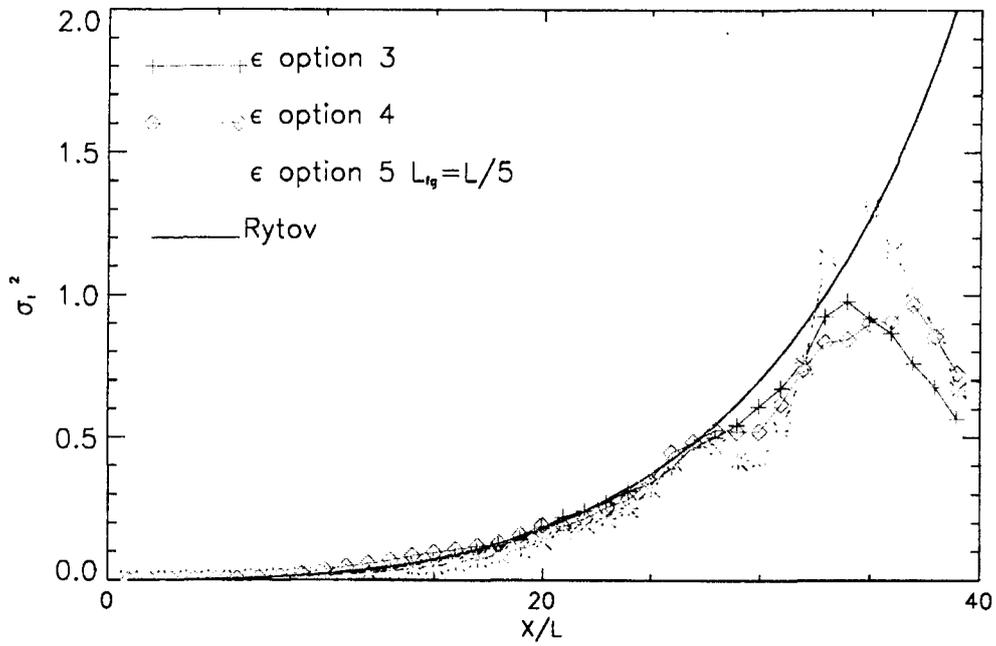


Figure 3.14

Indice de scintillation en fonction de la distance de propagation.  
Options 3, 4 5 ( $L_{fg} = L/5$ ) de  $\epsilon$ . Moyenne sur 250 réalisations

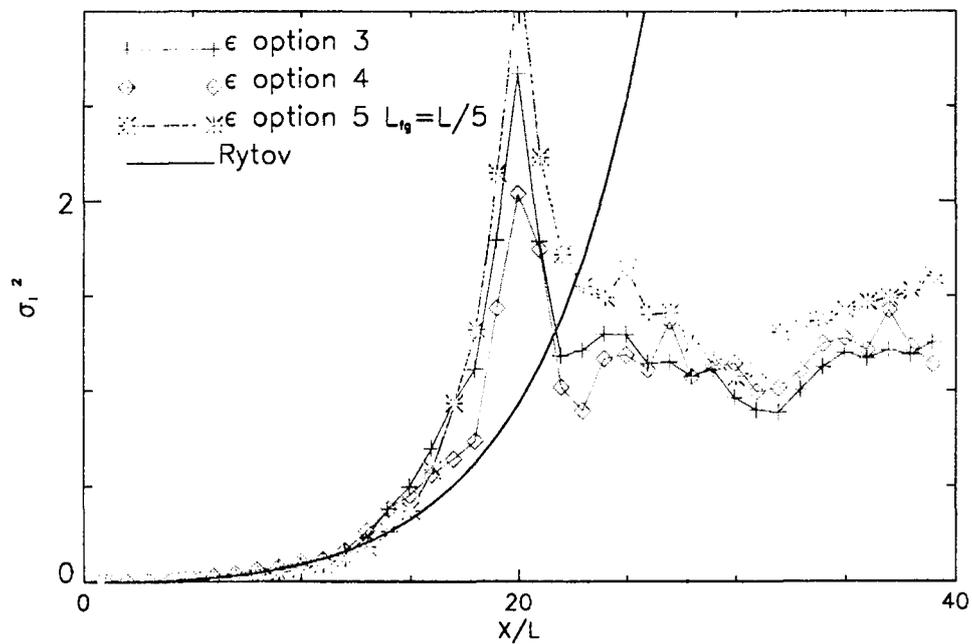
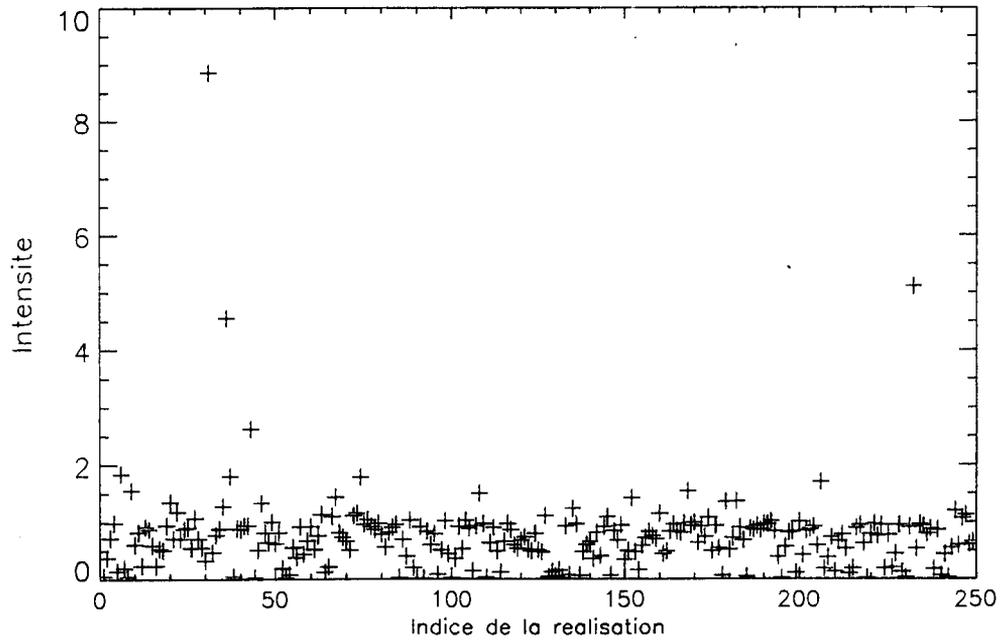


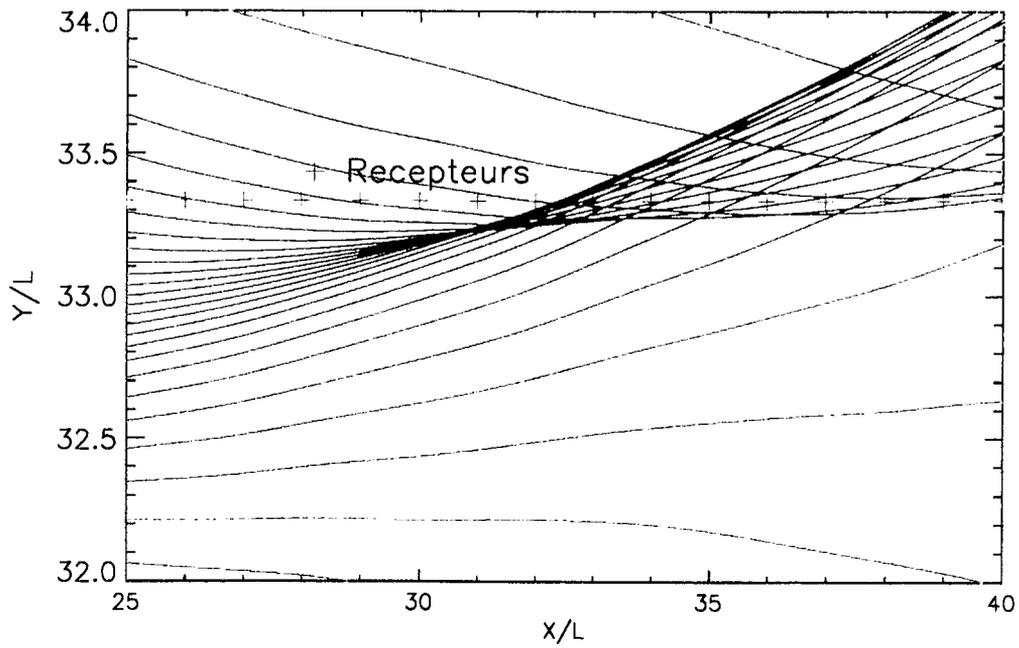
Figure 3.15

Indice de scintillation en fonction de la distance de propagation.  
Options 3, 4 5 ( $L_{fg} = L/5$ ) de  $\epsilon$ . Moyenne sur 250 réalisations.

$$\sqrt{\langle \mu^2 \rangle} = 1,1 \cdot 10^{-2}$$



*Figure 3.16*  
*Intensité au niveau du récepteur situé en  $X/L = 34$*   
*en fonction du numero de la réalisation*



*Figure 3.17*  
*Zoom sur un tracé de rayons pour la réalisation n°31.*

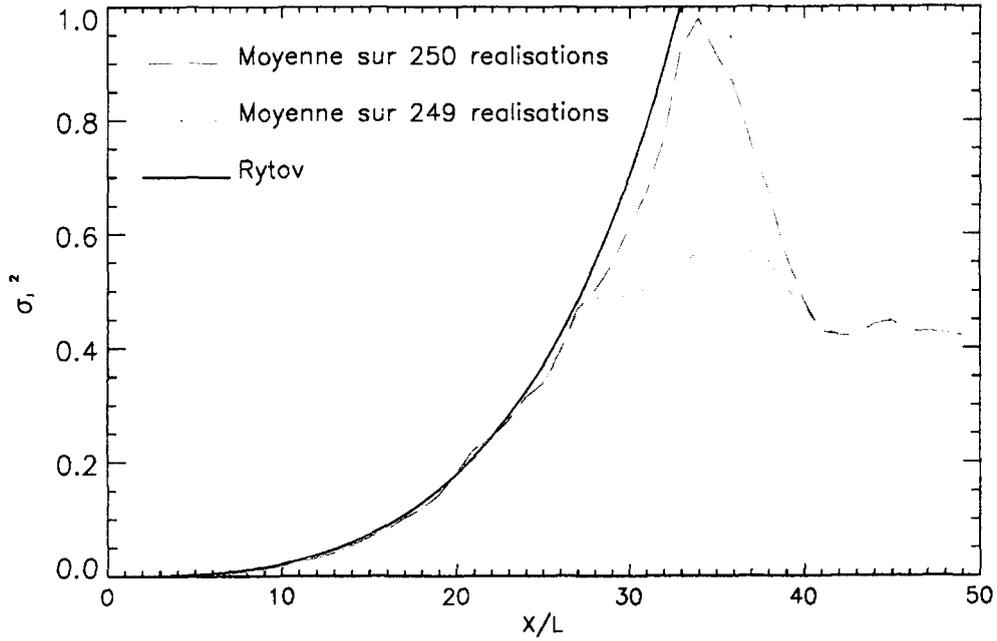


Figure 3.18  
*Indice de scintillation en fonction de la distance de propagation.  
 Comparaison entre des moyennes sur 249 et 250 réalisations.*

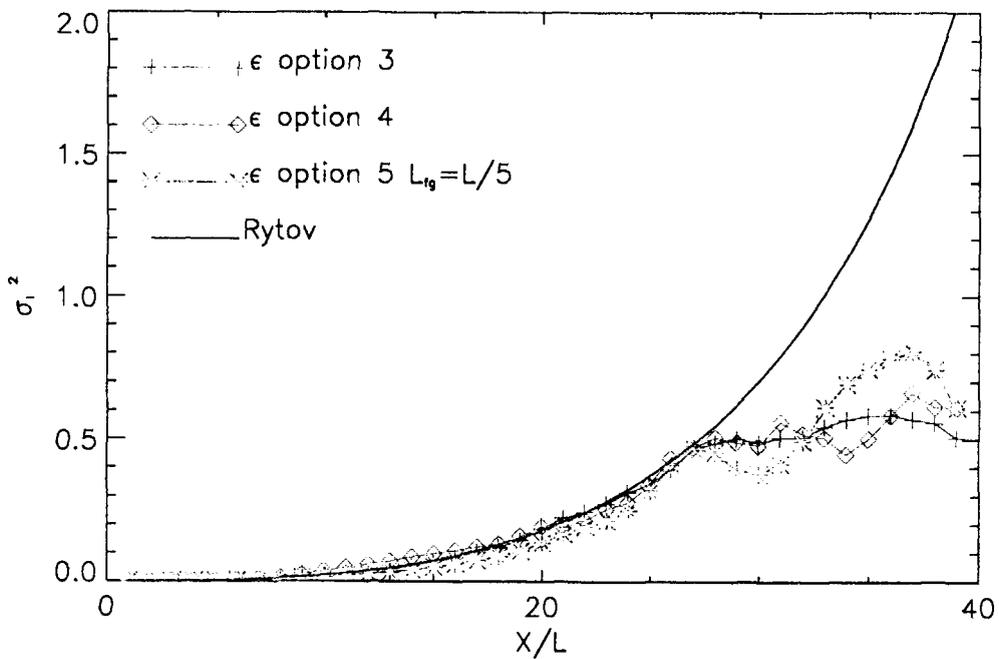


Figure 3.19  
*Indice de scintillation en fonction de la distance de propagation.  
 Options 3, 4 5 ( $L_{fg} = L/5$ ) de  $\epsilon$ . Moyenne sur 249 réalisations*

### 3. 2. 1. 3. Evolution en fonction du paramètre $\gamma$

Hugon-Jeanin [HUGON-JEANIN 92], en accord avec Spivack et Uscinski [SPIVACK 88] et Tur [TUR 82], a montré que, dans le cas d'une onde plane, la forme de la courbe de l'indice de scintillation ne dépend que du paramètre  $\gamma$ . Nous pouvons nous attendre à un résultat similaire dans le cas d'une onde émise par un point source 2D. Nous avons donc fait varier ce paramètre dans un intervalle très large afin de voir son influence sur la forme de l'indice de scintillation. Nous avons choisi quatre couples de valeurs de la variance des fluctuations d'indice et du paramètre  $L$  de la fonction de corrélation. Pour chacun de ces couples nous avons effectué des calculs pour quatre fréquences : 300 kHz, 600 kHz, 1,2 MHz et 2,4 MHz. Ceci nous a permis de faire varier le coefficient  $\gamma$  dans l'intervalle [0,5, 6538]. Les résultats sont présentés sur les figures 3.20 à 3.23. Un résultat important que l'on peut voir sur l'ensemble des figures est que la hauteur des pics correspondant à des zones de focalisation augmentent avec la fréquence. Ceci est en accord avec les résultats obtenus par Hugon Jeanin [HUGON-JEANIN 92] dans le cas d'une onde plane. Cela traduit le fait qu'autour des caustiques, les effets de diffraction deviennent moins importants lorsque la fréquence augmente et donc la longueur d'onde diminue. On peut également voir sur ces figures que pour les faibles valeurs de  $\gamma$ , la courbe ne présente pas de pic, celui-ci apparaissant uniquement pour les fréquences les plus hautes. Ce résultat avait également été mis en évidence par Hugon Jeanin. sur les figures 3.21 à 3.23 on peut noter une augmentation du niveau asymptotique avec la distance de propagation. Ceci est dû à la présence de nombreuses caustiques auxquelles la méthode de sommation de faisceaux gaussiens semble très sensible.

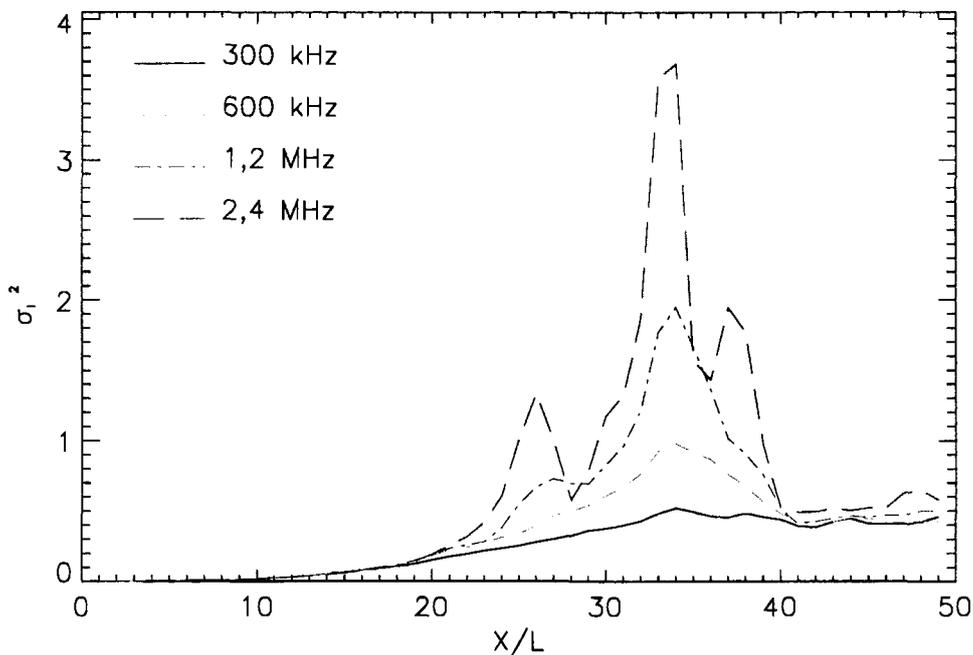


Figure 3.20

Indice de scintillation en fonction de la distance de propagation pour 4 fréquences différentes

$$L = 0.03 \text{ m}, \sqrt{\langle \mu^2 \rangle} = 5,5 \cdot 10^{-3}, \gamma \in [3, 22, 180, 1444]$$

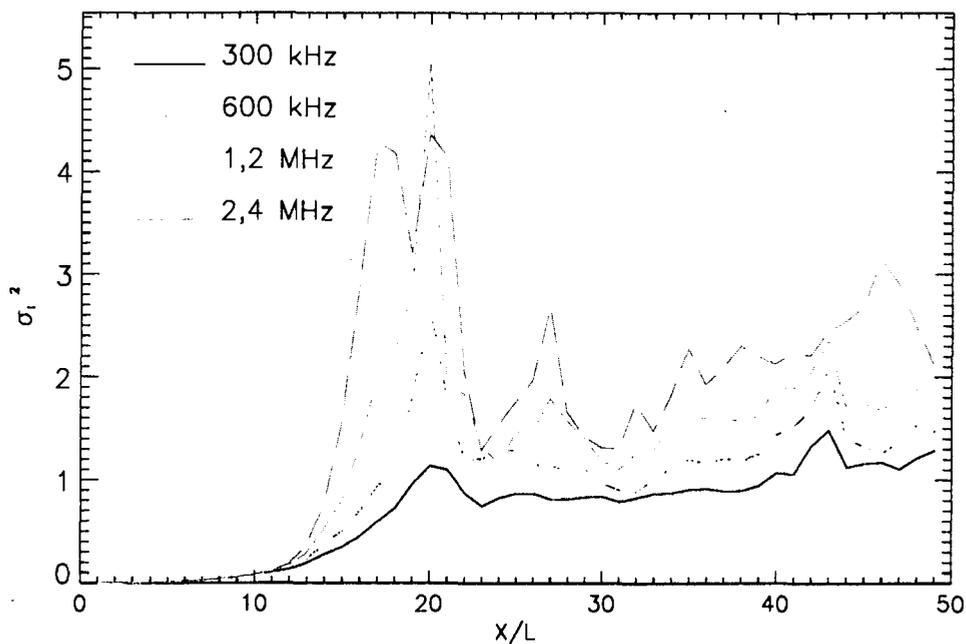


Figure 3.21

Indice de scintillation en fonction de la distance de propagation pour 4 fréquences différentes

$$L = 0.03 \text{ m}, \sqrt{\langle \mu^2 \rangle} = 1,1 \cdot 10^{-2}, \gamma \in [11, 90, 722, 5778]$$

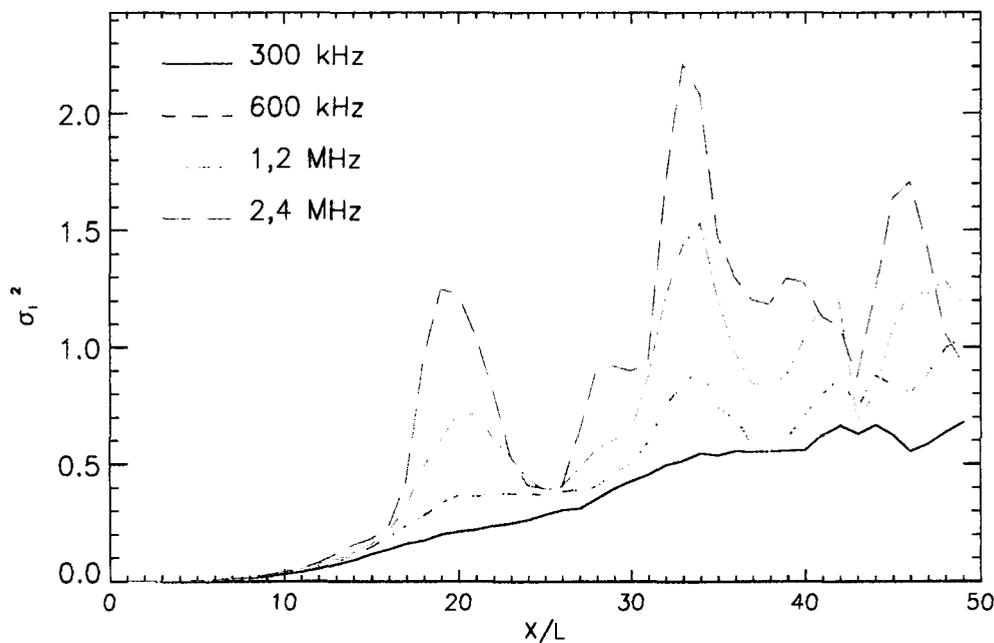
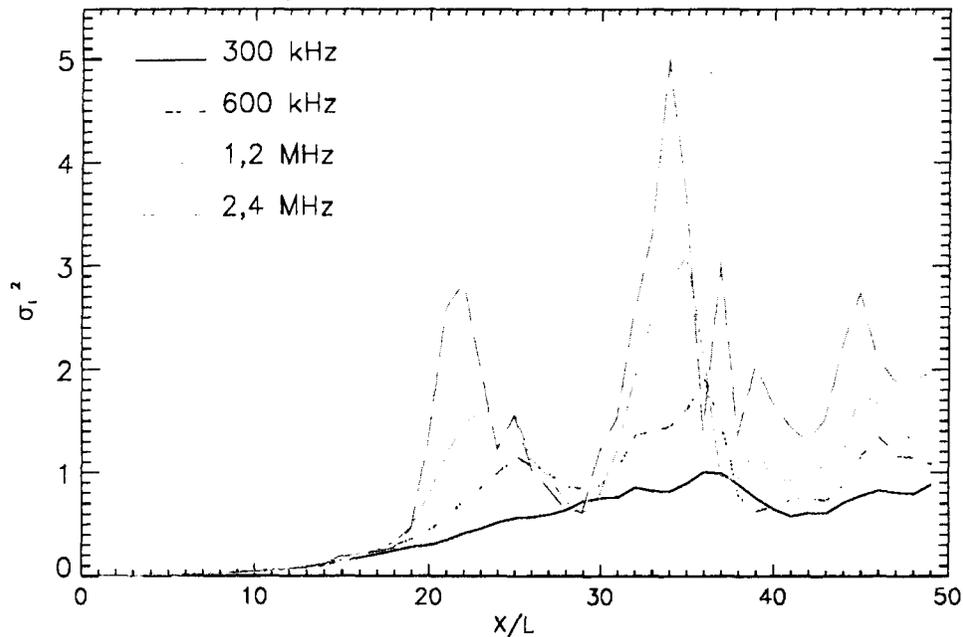


Figure 3.22

Indice de scintillation en fonction de la distance de propagation pour 4 fréquences différentes

$$L = 0.015 \text{ m}, \sqrt{\langle \mu^2 \rangle} = 6,8 \cdot 10^{-3}, \gamma \in [0.5, 4, 34, 276]$$



*Figure 3.23*

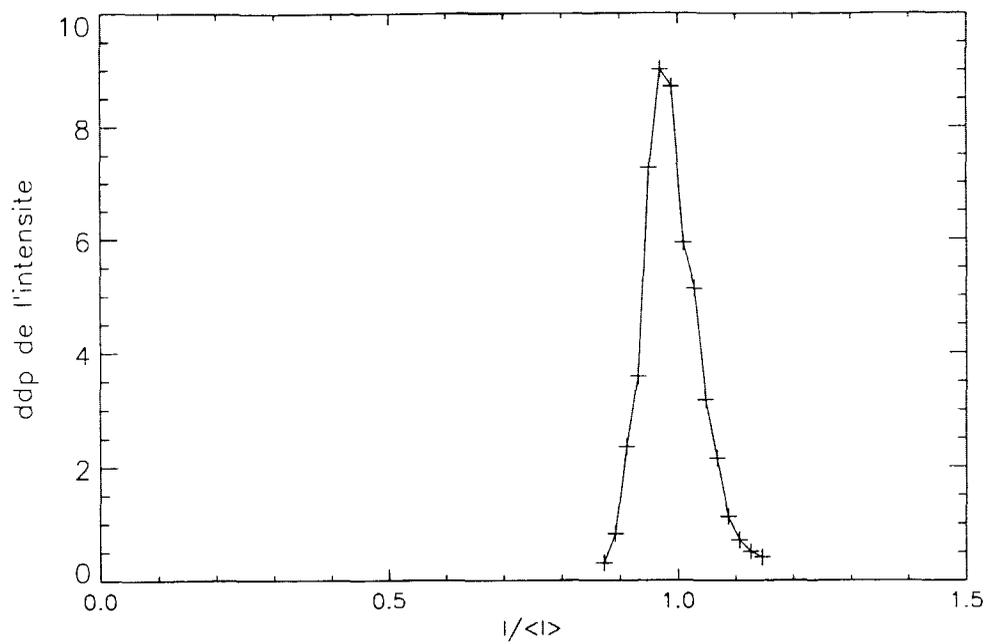
*Indice de scintillation en fonction de la distance de propagation pour 4 fréquences différentes*

$$L = 0.04 \text{ m}, \sqrt{\langle \mu^2 \rangle} = 7,6 \cdot 10^{-3}, \gamma \in [12, 102, 817, 6538]$$

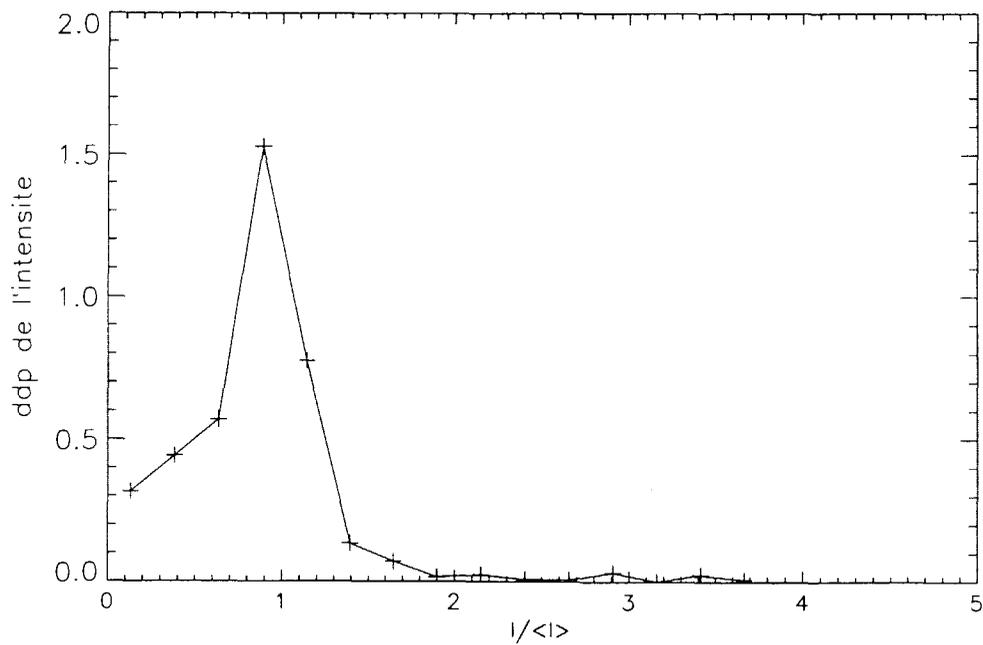
### 3. 2. 2. Densité de probabilité de l'intensité

Une grandeur également intéressante à examiner car elle est elle aussi caractéristique du régime de propagation (zone de validité de l'acoustique géométrique, zone de saturation) est la densité de probabilité de l'intensité. En effet, Blanc-Benon et Juvé [BLANC-BENON 90b] ont montré expérimentalement que la courbe représentant cette grandeur évoluait au fur et à mesure que la distance de propagation augmentait. Pour les faibles distances, elle possède une forme quasi-gaussienne, puis se déforme lentement pour arriver à une forme exponentielle pour les grandes distances de propagation.

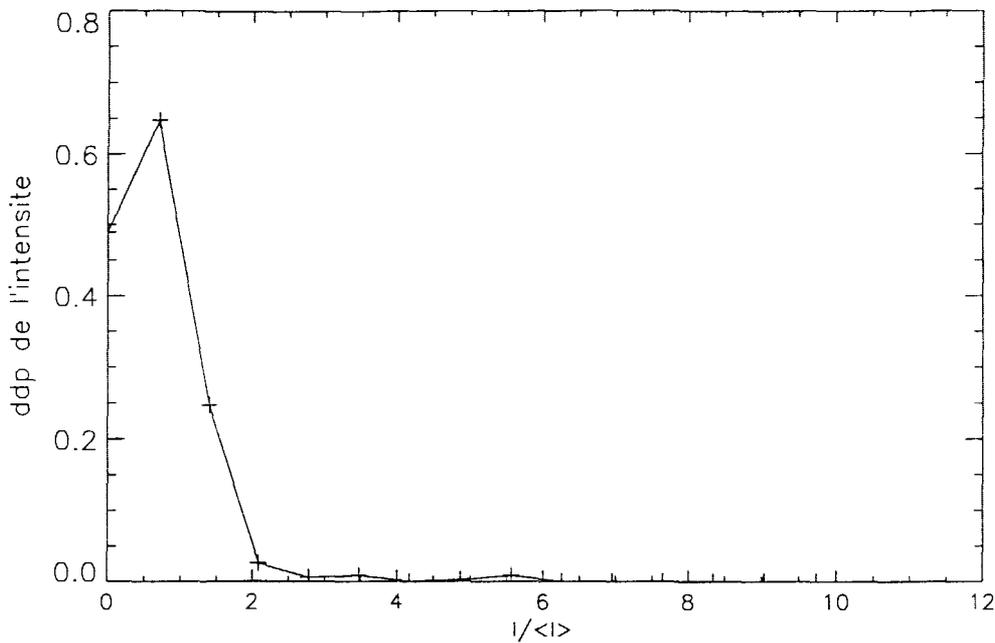
Nous voyons sur la figure 3.24 que pour un récepteur situé près de la source, à une distance de 5 L de celle-ci, la densité obtenue possède une forme quasiment gaussienne. Sur la figure 3.25, représentant la densité obtenue pour une distance de 20 L de propagation, nous voyons que la courbe a tendance à se déformer. Pour un récepteur situé à une distance de 35L de la source, on voit sur la figure 3.26 que la densité de probabilité de l'intensité continue de se déformer. Le nombre de réalisations utilisées, 500 ici, ainsi que le nombre de classes, 15, sont un peu faibles pour permettre une description fine de la densité de probabilité; cependant, les tendances relevées par les autres auteurs sont correctement retrouvées.



*Figure 3.24*  
*Densité de probabilité de l'intensité pour une distance de propagation de 5L*  
*Calcul sur 500 réalisations*



*Figure 3.25*  
*Densité de probabilité de l'intensité pour une distance de propagation de 20L.*  
*Calcul sur 500 réalisations*



*Figure 3.26*  
*Densité de probabilité de l'intensité pour une distance de propagation de 35L*  
*Calcul sur 500 réalisations*

### 3. 3. PROPAGATION D'UN SIGNAL DE TYPE IMPULSIONNEL

L'utilisation d'une méthode acoustique fondé sur un tracé de rayon permet d'obtenir des résultats pour différentes fréquences sans avoir à recommencer un calcul complet. C'est un gros avantage sur les autres méthodes comme celle de l'équation parabolique par exemple. Ceci permet d'effectuer des calculs dans le domaine temporel et d'étudier en particulier la propagation d'un signal de type impulsionnel. Ces calculs ont été effectués avec l'option 3 du paramètre e. Comme la fréquence n'intervient pas dans le calcul de ce paramètre pour ce choix, seul le calcul final de la phase et de l'amplitude suivant chaque faisceau est à effectuer pour chaque fréquence. Nous avons utilisé 63 fréquences pour synthétiser les signaux. Par rapport au cas monochromatique, le temps de calcul est multiplié par 1,2. Ce qui est peu. Si nous avons utilisé la méthode de l'équation parabolique, ce temps aurait été multiplié quasiment par 63.

Nous avons utilisé deux signaux sources différents dont les enveloppes sont les suivantes :

$$e_1(t) = \frac{t}{t_0} \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right)$$

$$e_2(t) = \exp\left(-\left(2\pi f(t - t_0)/\xi\right)^2\right)$$

Le premier signal modélise celui délivré par des transducteurs ultrasonores que nous avons utilisés sur notre dispositif expérimental. Le temps  $t_0$  représente le temps de montée du signal.

Il traduit donc en quelque sorte l'amortissement du capteur. Nous l'avons fixé à  $10^{-5}$  s. Le second signal permet de modéliser des sources plus impulsives utilisées notamment en sismologie [CERVENY 83]. Il s'apparente à une ondelette de Gabor. Le coefficient  $\xi$  permet de régler la largeur de la gaussienne et donc le caractère impulsif de la source. Nous l'avons fixé à 17.

La figure 3.27 montre les deux enveloppes utilisées. Nous voyons bien que les deux signaux possèdent le même temps de montée mais la largeur du second signal est nettement moindre que celle du premier.

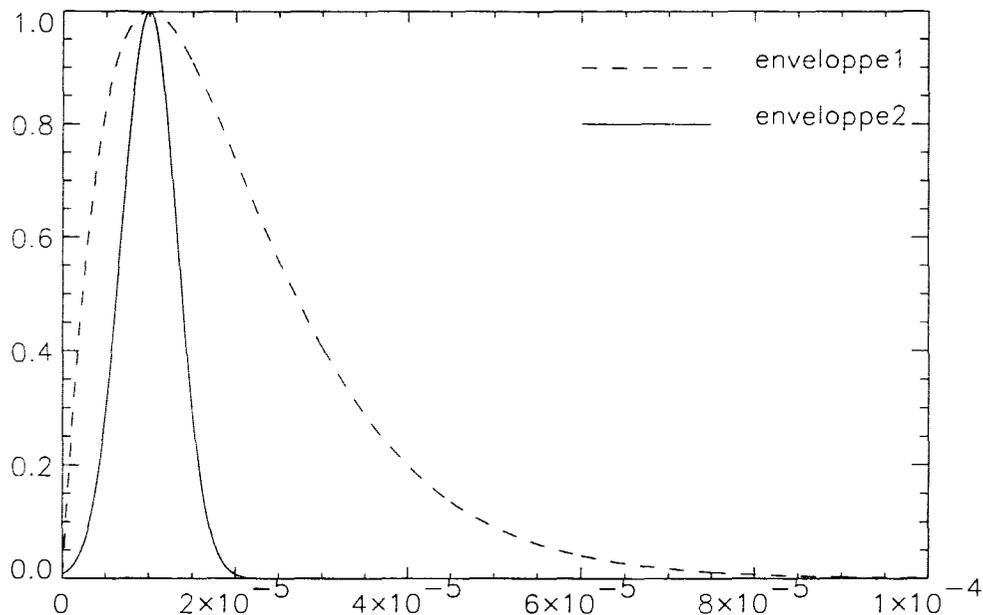


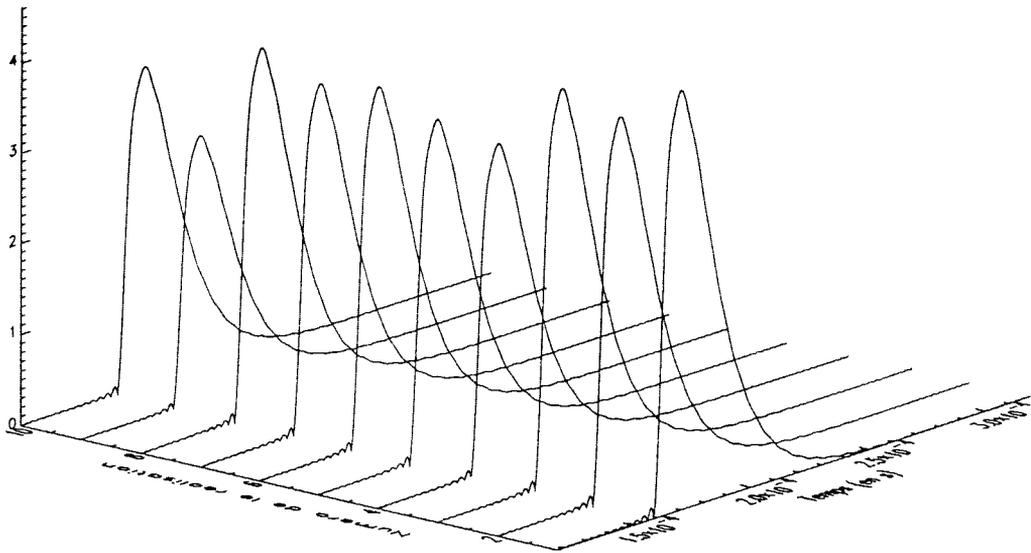
Figure 3.27  
Enveloppes des signaux utilisés

Pour nos calculs, nous avons utilisé les caractéristiques du cas test, voir paragraphe 3. 1. 1., excepté l'écart-type des fluctuations de température que nous avons doublé. Les figures 3.28 à 3.31 montrent des calculs d'enveloppe pour les deux signaux en des points situés respectivement à 8L et 32L de la source. Les figures 3.32 et 3.33 représentent le temps du maximum de l'enveloppe en fonction du numéro de la réalisation pour le signal n°1 pour ces deux récepteurs. Ces deux distances sont choisies de façon à observer la forme des signaux dans la zone des faibles perturbations et dans celle de saturation. Les résultats présentés sont obtenus pour les mêmes réalisations de champs turbulents. Nous voyons que les résultats sont identiques pour les deux types d'enveloppes considérées :

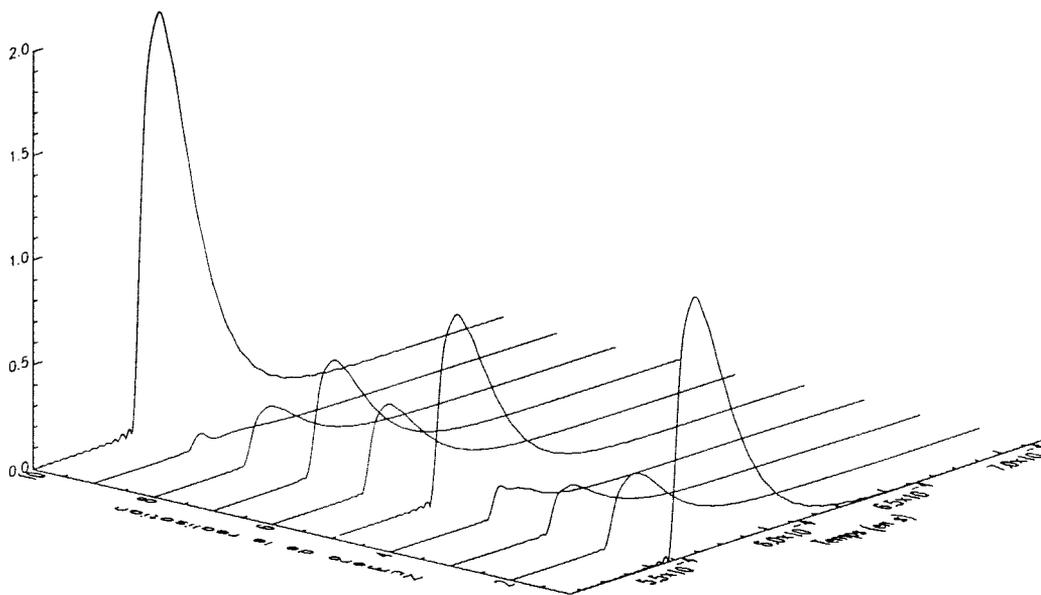
⇒ dans la zone des faibles perturbations, la forme du signal n'est pas modifiée, on ne peut voir que des fluctuations d'amplitude, figures 3.28 et 3.30, ou de temps de parcours, comme sur la figure 3.32;

⇒ dans la zone de saturation, on observe toujours ces deux effets de la turbulence mais on remarque aussi que la forme des signaux peut-être sensiblement modifiée comme le montre les figures 3.29 et 3.31 : pour les réalisations 3 et 8, on observe une quasi extinction du signal et pour les réalisations 4 et 9, un dédoublement de celui-ci, du à la présence de trajets

multiples. Ce dernier effet est plus visible sur pour le second signal d'émission dont la durée est plus faible.



*Figure 3.28*  
*Calculs d'envelopes pour différentes réalisations de champs turbulents (signal 1)*  
*Récepteur situé à  $8L$  de la source.*



*Figure 3.29*  
*Calculs d'envelopes pour différentes réalisations de champs turbulents (signal 1)*  
*Récepteur situé à  $32L$  de la source.*

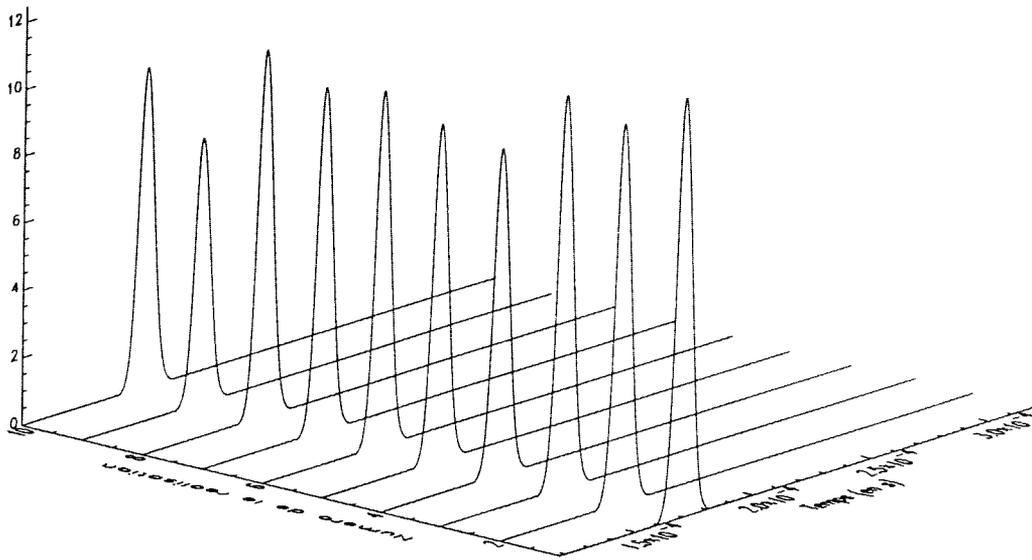


Figure 3.30  
*Calculs d'enveloppes pour différentes réalisations de champs turbulents (signal 2)  
 Récepteur situé à 8L de la source.*

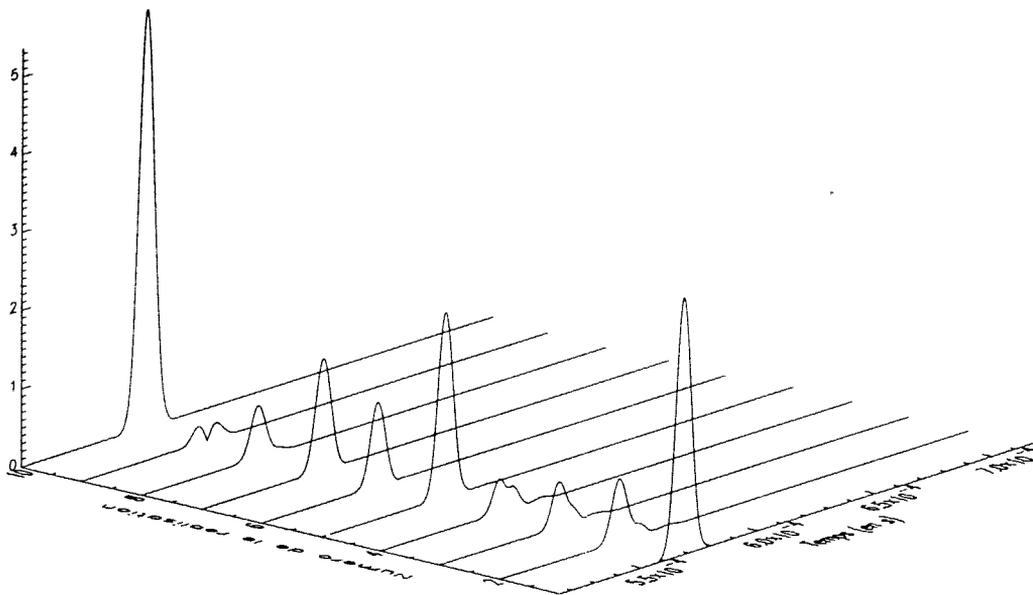
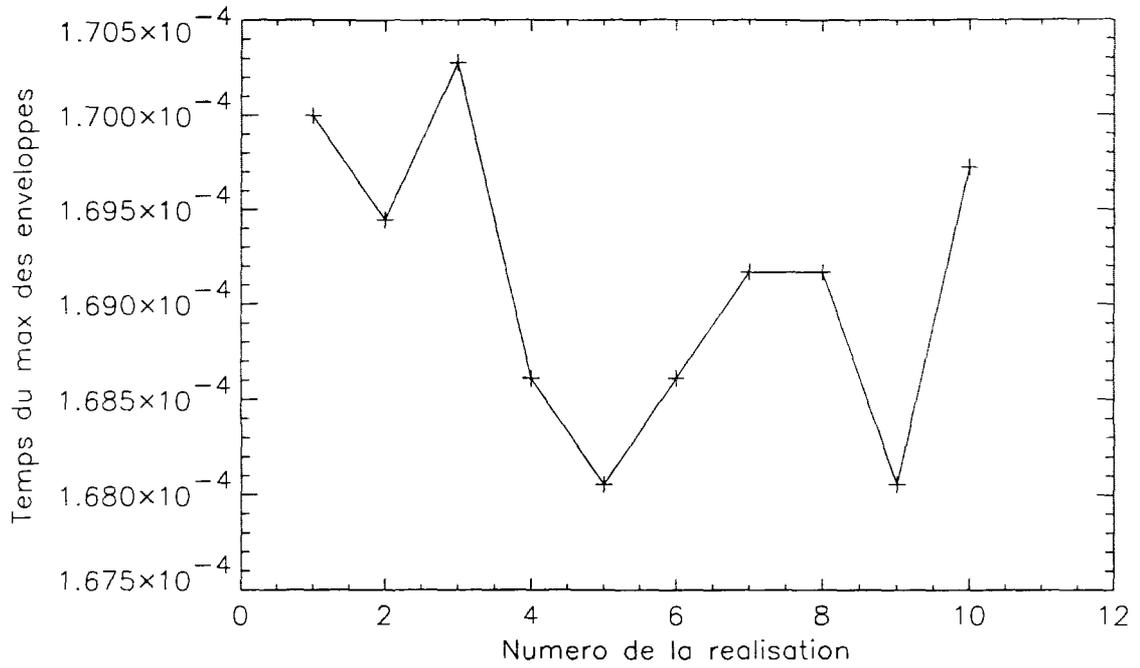
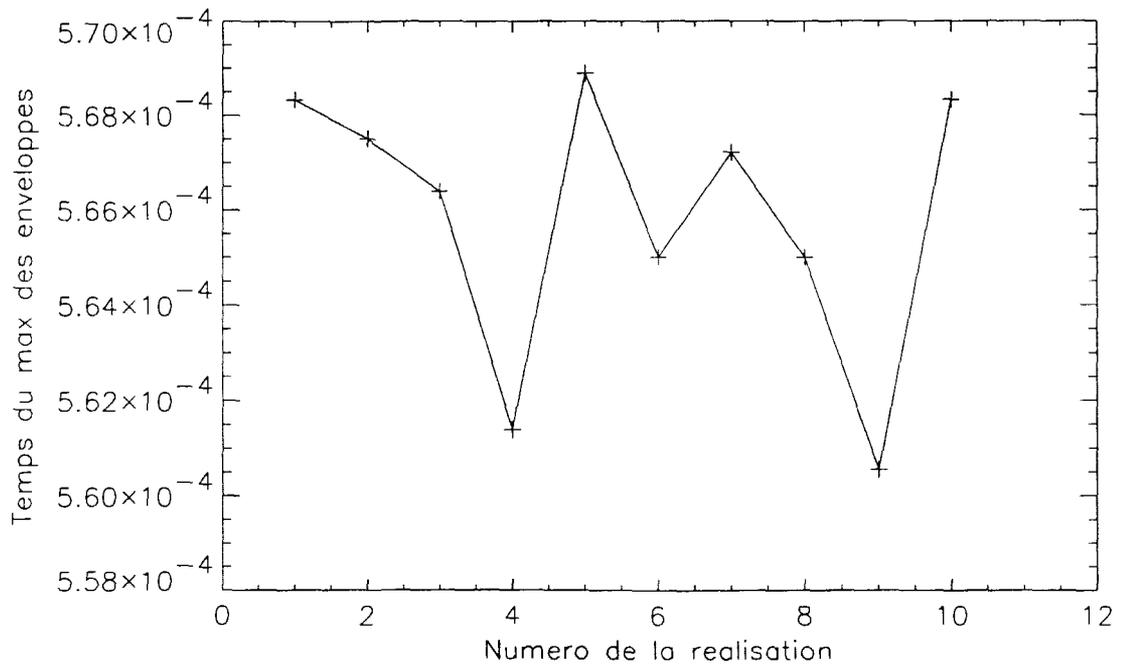


Figure 3.31  
*Calculs d'enveloppes pour différentes réalisations de champs turbulents (signal 2)  
 Récepteur situé à 32L de la source.*



*Figure 3.32*  
*Temps du maximum de l'enveloppe en fonction de la réalisation (signal 1)*  
*Récepteur situé à 8L de la source.*



*Figure 3.33*  
*Temps du maximum de l'enveloppe en fonction de la réalisation (signal 1)*  
*Récepteur situé à 32L de la source.*

### 3. 4. CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce chapitre les résultats d'une étude numérique visant à tester les capacités de la méthode de sommation de faisceaux gaussiens associée à la technique de superposition d'un nombre fini de modes de Fourier pour calculer le champ acoustique perturbé par une turbulence thermique.

Nous nous sommes dans un premier temps intéressés à la variance des fluctuations des temps de parcours. Dans le domaine des faibles fluctuations, les résultats obtenus sont en très bon accord avec la solution analytique de Chernov. Lorsque les fluctuations deviennent plus importantes, la méthode prédit bien une augmentation du nombre de rayons propres due à l'apparition de caustiques. De même, conformément à la technique des rayons à direction initiale fixe, considérée comme référence, la méthode prédit une évolution non-linéaire de la variance des fluctuations de temps de parcours à partir d'une certaine distance de propagation. La distance pour laquelle apparaît cette évolution est légèrement supérieure à celle prédite par la solution de référence.

Dans un deuxième temps, nous avons présenté les résultats concernant la variance normalisée des fluctuations d'amplitude. Dans le cas des faibles fluctuations, les résultats obtenus par la méthode de sommation de faisceaux gaussiens sont en très bon accord avec la solution analytique de Rytov. Nous avons vu que trois options du paramètre de Gauss permettent d'aboutir à cette conclusion. Pour effectuer les calculs dans le domaine des fortes fluctuations, nous avons utilisé l'option donnant les résultats les plus probants dans le domaine des faibles fluctuations. Nous avons également vérifié la capacité de ce choix du paramètre de Gauss à prédire correctement le champ acoustique si on fait varier l'échelle intégrale des fluctuations de température ou la fréquence acoustique. Dans le domaine des fortes fluctuations, la méthode de sommation de faisceaux gaussiens s'écarte de la solution de Rytov et prédit une saturation des fluctuations d'intensité. Nous avons vu que cette méthode prédit également la présence de pics sur la courbe de l'indice de scintillation dus à la présence de points de focalisation à proximité de récepteurs pour des réalisations particulières de champs turbulents. Les distances pour lesquelles apparaissent ces pics sont légèrement supérieures à celles prédites par la solution analytique. Une étude de la forme de la courbe de l'indice de scintillation en fonction du paramètre  $\gamma$  a montré qu'en ces points, la hauteur du pic augmente avec la fréquence et que le pic n'apparaît pas pour les faibles valeurs de ce paramètre. Ces deux résultats sont en accord avec ceux obtenus par Hugon Jeanin [HUGON JEANIN 92] dans le cas d'une onde plane. Au vu des hauts niveaux d'intensité obtenus à proximité de ces points de focalisation, on peut se demander si la méthode de sommations de faisceaux gaussiens n'est pas trop sensible à ce type de situation.

Pour compléter notre étude sur les fluctuations d'amplitude, nous nous sommes intéressés à la densité de probabilité de l'intensité qui est également une grandeur caractéristique du régime de propagation. L'évolution de la forme de celle-ci est conforme à celle constatée dans des études numériques et expérimentales antérieures. Nous n'avons toutefois pas obtenu précisément la forme exponentielle attendue pour les grandes distances de propagation.

Dans une dernière partie, nous avons présenté les résultats de calculs menés dans le domaine temporel. Nous avons visualisé les effets possibles de la turbulence sur un signal de type impulsionnel : amplification ou extinction de celui-ci et dédoublement dû à des trajets multiples, particulièrement visible dans le cas de signaux de courte durée.

## CHAPITRE 4

### ETUDE EXPERIMENTALE

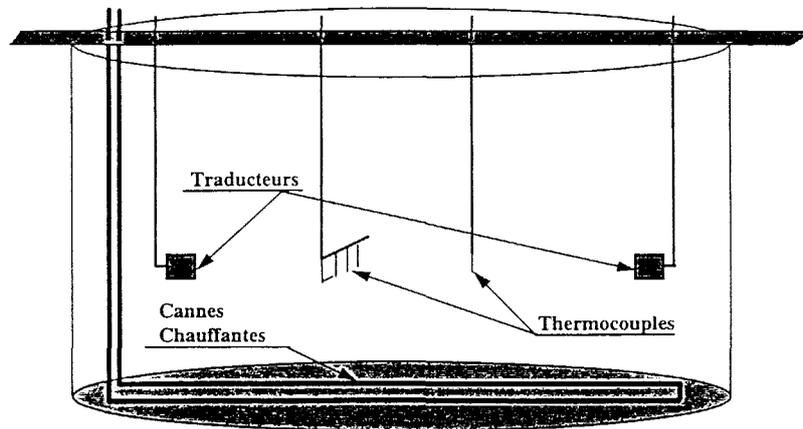
Ce chapitre présente les résultats d'une étude expérimentale de la propagation ultrasonore au sein d'une turbulence thermique en eau. Celle-ci est destinée à mettre en évidence les phénomènes prédits par la théorie et à caractériser de façon qualitative la turbulence et la propagation acoustique au sein du milieu. Des expériences similaires ont été menées dans les années 60 par Stone et Mintzer et plus récemment par Blanc-Benon en air . Les résultats obtenus par ces derniers ont montré que le type de turbulence ainsi créé est relativement proche de la turbulence homogène et isotrope. Nous nous sommes donc inspirés de leurs études pour concevoir notre dispositif. Celui-ci permet d'effectuer quasi simultanément des mesures acoustiques et thermiques. Nous pouvons accéder aux grandeurs caractéristiques du champ thermique : coefficient de corrélation, variance, échelle intégrale et spectre des fluctuations. Pour le champ acoustique, nous nous sommes intéressés à la variance des fluctuations des temps d'arrivée et à l'indice de scintillation. Nous confrontons les résultats obtenus pour ces deux grandeurs à ceux prédits respectivement par les théories de Chernov et de Rytov.

#### 4. 1. DISPOSITIF

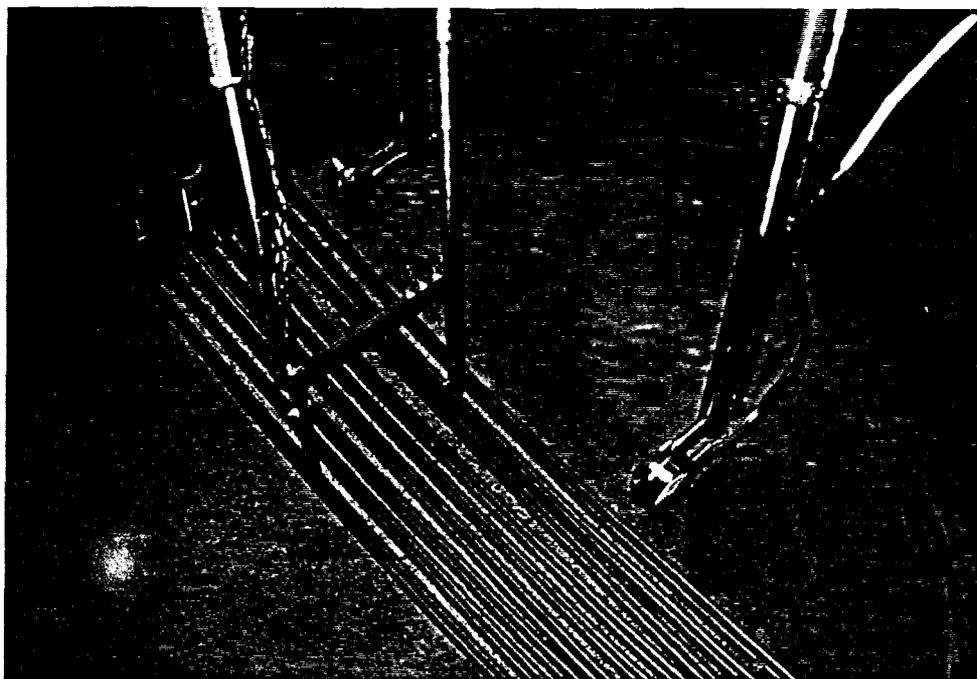
Nous disposons d'une cuve cylindrique de 1,8 m de diamètre et de 1,8 m de hauteur. Au fond de cette cuve nous avons disposé trois thermoplongeurs de 15 cm de large chacun et long de 1,7 m. La puissance totale des 3 éléments réunis est de 27 kW. Cette cuve est remplie d'eau qui, au début de chaque expérience, est à 10°C environ. Les panaches thermiques provenant des éléments chauffants se mélangent créant ainsi des fluctuations de température. Blanc-Benon [BLANC-BENON 87] a montré que le type de turbulence ainsi créé est proche de la turbulence homogène.

Au dessus de ces éléments chauffants, nous avons placé dans un plan horizontal deux capteurs acoustiques, un émetteur et un récepteur, de telle sorte que la direction de propagation soit parallèle aux cannes chauffantes. Dans le plan horizontal contenant les capteurs, nous avons un ensemble de thermocouples permettant de caractériser la turbulence au sein de la cuve.

L'ensemble des mesures est géré par un PC d'acquisition grâce à un programme réalisé sous Labview. Les données sont ensuite transférées sur station de travail pour le post-traitement.



*Figure 4.1*  
*Schéma du dispositif*



*Figure 4.2*  
*Photo du dispositif*

#### **4. 1. 1. Mesures acoustiques**

##### **4. 1. 1. 1. Capteurs et acquisition**

Les capteurs sont des transducteurs ultrasonores haute température (TUSHT) développés par le CEA, qui peuvent être assimilés à des pistons plans de diamètre  $a$  égal à 40 mm environ. Ils possèdent plusieurs fréquences de résonance : 665 kHz, 1470 kHz, 2,2 MHz, 4,5 MHz. La distance entre les deux capteurs peut varier de 0 à 150 cm. Cependant, afin d'éviter la zone de Fresnel des capteurs et de pouvoir se placer en champ lointain, nous devons respecter des distances minimales. Ces distances sont données par la formule suivante pour les hautes fréquences considérées dans l'étude :

$$d \approx \frac{a^2}{4\lambda} \quad (4.1)$$

Ces distances sont calculées pour chaque fréquence de résonance des TUSHT pour une température de l'eau égale à 10°C, soit une célérité de 1479 m/s et valent respectivement pour chacune des trois premières fréquences de résonance des capteurs : 18 cm, 40 cm, 60 cm.

Ces transducteurs présentent le défaut de ne pas être amortis, ce qui entraîne des temps de réponse relativement longs.

L'émetteur est excité par un générateur d'impulsion Hewlett-Packard 3314 suivi d'un amplificateur qui permet de délivrer une amplitude suffisante aux bornes de l'émetteur.

Les acquisitions acoustiques se font par le biais d'un oscilloscope numérique Lecroy 9314L qui effectue des copies d'écran et les transmet au PC d'acquisition par le biais d'une carte GPIB. La cadence maximale d'acquisition est de 3 Hz. Nous enregistrons les signaux

acoustiques par blocs de 180 signaux soit une durée d'enregistrement d'environ une minute. Un cycle de mesures est constitué de 2 blocs de 180 acquisitions.

#### ***4. 1. 1. 2. Exploitation des résultats***

Les mesures acoustiques nous permettent d'accéder à différentes grandeurs caractéristiques du champ acoustique : l'indice de scintillation, la variance du temps d'arrivée. Nous avons calculé l'indice de scintillation sur le maximum d'amplitude du signal ainsi que sur le maximum de son enveloppe que nous calculons par transformée de Hilbert. Nous n'avons pas noté de différence significative entre les deux méthodes. Le temps d'arrivée du signal est l'instant où l'amplitude du signal décolle de zéro. Or, en raison de la numérisation, cet instant est très difficile à repérer, nous avons choisi de calculer ce temps à l'instant où l'amplitude du signal vaut 10% de son maximum.

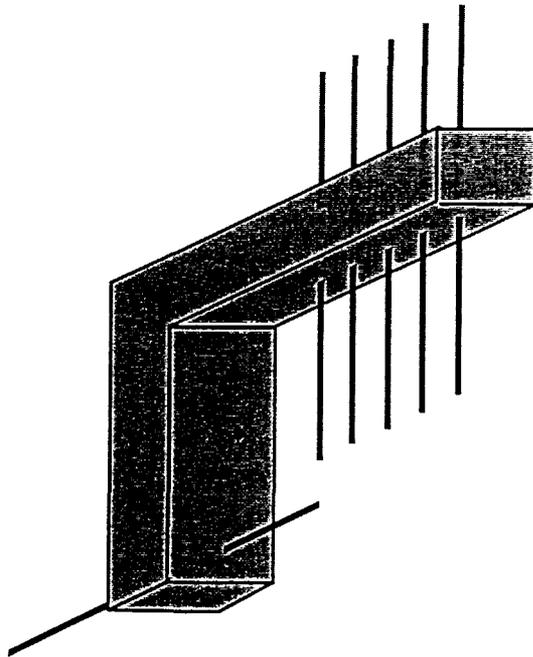
#### **4. 1. 2. Mesures thermiques**

##### ***4. 1. 2. 1. Capteurs et acquisitions***

Les températures sont mesurées par des thermocouples chromel/alumel de diamètre 1 mm avec un rétreint à 0,25 mm, fabriqués par Thermocoax. Ils possèdent des temps de réponse courts, de l'ordre de 7 à 10 ms ce qui est particulièrement adapté pour mesurer des fluctuations de température. Nous disposons de huit thermocouples que nous avons disposés de la façon suivante (figure 4.3) :

Sept sont fixés sur une équerre et le huitième est placé sur une perche mobile parallèlement aux cannes chauffantes en face d'un thermocouple de l'équerre. Cette paire de thermocouples sert à mesurer la corrélation longitudinale de température. Sur l'équerre, six thermocouples sont placés verticalement. Un autre est placé horizontalement de telle sorte qu'il se trouve sous un des thermocouples verticaux à une distance d'un centimètre. Cette paire de thermocouples va servir à mesurer la vitesse de convection du front chaud.

Les acquisitions thermiques se font par le biais d'un châssis SCXI de National Instruments qui effectue la compensation de soudure froide et la conversion en degrés des signaux recueillis sur les thermocouples. Nous disposons sur ce châssis de filtres numériques elliptiques permettant de filtrer passe-bas de 10 Hz à 20 kHz avec une pente de 80 dB par octave. Comme nous avons constaté que l'information spectrale était quasi inexistante au delà de quelques Hertz, nous avons fixé la fréquence de coupure de ces filtres à 20 Hz, ce qui permet de nous affranchir du parasite de réseau à 50 Hz, très polluant. Le programme Labview pilote le déplacement du thermocouple mobile. Pour chaque position de celui-ci nous effectuons des mesures sur chacun des thermocouples pendant environ une minute à une cadence de 120 acquisitions par secondes. Le pas de déplacement du thermocouple mobile a été fixé à 1 cm. Un cycle de mesures est constitué de huit positions successives du thermocouple mobile.



*Figure 4.3*  
*Disposition des thermocouples sur l'équerre*

### **1. 2. 2. Exploitation des résultats**

Comme nous l'avons dit précédemment la paire de thermocouples constituée de celui qui est mobile et de son vis-à-vis situé sur l'équerre sert à mesurer la corrélation longitudinale. En traçant la courbe obtenue pour différentes positions du thermocouple mobile, nous obtenons le coefficient de corrélation. En intégrant ce coefficient, nous obtenons l'échelle intégrale. Pour l'ensemble des positions, nous relevons l'écart-type des fluctuations de température sur chacun des thermocouples.

Les thermocouples de l'équerre positionnés l'un au dessus de l'autre et écartés d'un centimètre, permettent de mesurer la vitesse de convection en calculant le temps pour lequel l'intercorrélation entre les signaux est maximale.

## **4. 2. RESULTATS**

### **4. 2. 1. Résultats thermiques**

Nous n'avons pas obtenu des résultats aussi propres que nous l'aurions souhaité au sens que d'un cycle de mesures à l'autre, nous n'obtenons pas des coefficients de corrélation similaires. En effet, si pour quelques cycles, nous avons obtenu des coefficients de corrélation qui nous paraissent très cohérents comme celui présenté sur la figure 4.4, une grande majorité ont une allure comme celle présentée sur la figure 4.5. On y voit bien la décroissance globale de la corrélation avec la distance mais on note la présence de points que l'on peut qualifier d'aberrants comme les points correspondant aux positions 3 et 8 de la figure 4.5 Nous avons également obtenu des résultats tout-à-fait surprenants comme celui de la figure 4.6.

La figure 4.8 présente un spectre monodimensionnel calculé à partir du coefficient de corrélation de la figure 4.4. La courbe obtenue est difficilement exploitable. Ceci est dû en particulier à deux raisons : l'absence d'information pour les petits nombres d'onde due à la non détermination de la courbe du coefficient de corrélation au voisinage de 0 et le manque de points sur cette même courbe.

Sur les résultats que l'on peut qualifier de cohérents, nous avons calculé l'échelle intégrale et obtenu une valeur de 4 centimètres. Cette valeur est également celle que l'on obtient en la calculant sur des mesures comme celle présentée sur la figure 4.5

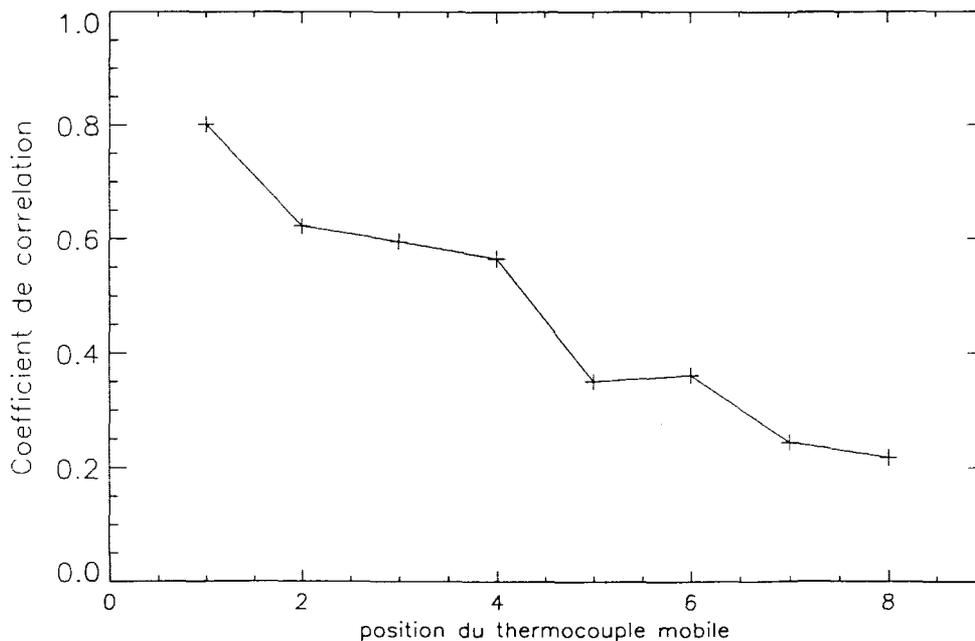
En ce qui concerne les valeurs de l'écart-type des fluctuations de température et de la vitesse de convection, nous obtenons des valeurs constantes dans quasiment tous les cas de figures égales respectivement à  $0,35^{\circ}\text{C}$  et  $4\text{ cm/s}$ .

Ces résultats moyens nous amènent à dire que la turbulence créée au sein de la cuve par notre système de chauffage n'est pas absolument homogène et isotrope. Nous y voyons plusieurs explications possibles :

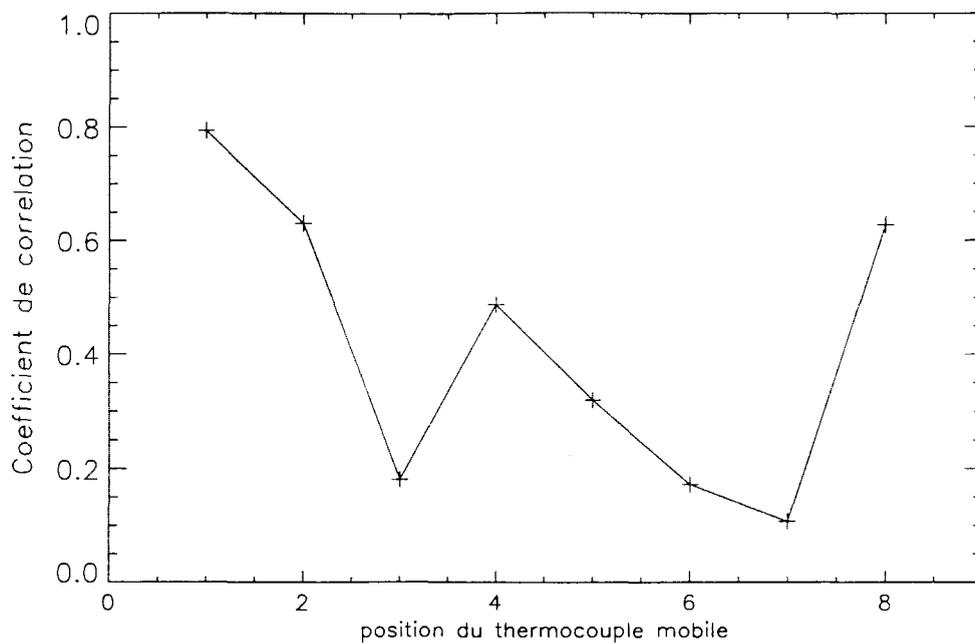
- La cuve ne peut-être considérée comme infinie et des phénomènes de recirculation peuvent apparaître au sein de celle-ci, phénomène dont s'était affranchit certainement Blanc-Benon [BLANC-BENON 87] en plaçant ses éléments chauffants au sein d'une grande pièce.

- la forme de nos cannes chauffantes est différente de la grille utilisée par Blanc-Benon. Les panaches thermiques sont différents et leur mélange aussi. On peut donc penser qu'à certains moments, des thermocouples ne se trouvent pas dans une zone de mélange et qu'ils mesurent alors peu de fluctuations. Ceci est à rapprocher des phénomènes d'intermittence connus en turbulence atmosphérique. Cette idée est renforcée par l'allure de certains signaux relevés par exemple sur le thermocouple mobile au cours d'une mesure, comme le montre la figure 4.7.

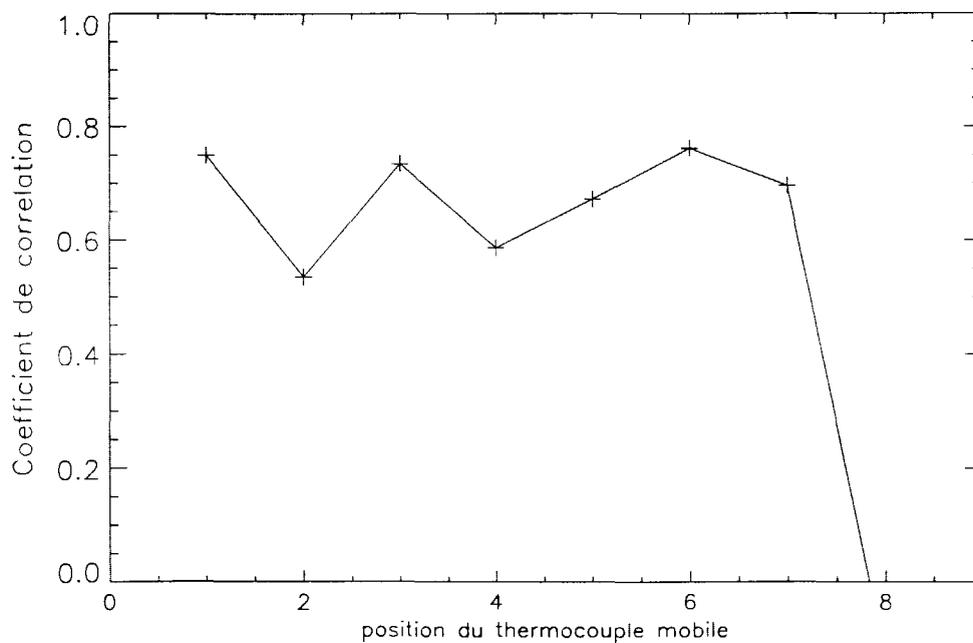
Afin de tenter de remédier à ce problème et de forcer le mélange des panaches, nous avons placé une grille de maille carrée égale à  $5\text{ cm}$  au dessus des cannes chauffantes, à une hauteur de  $20\text{ centimètres}$  environ. Malheureusement, ceci n'a apporté aucune amélioration des résultats.



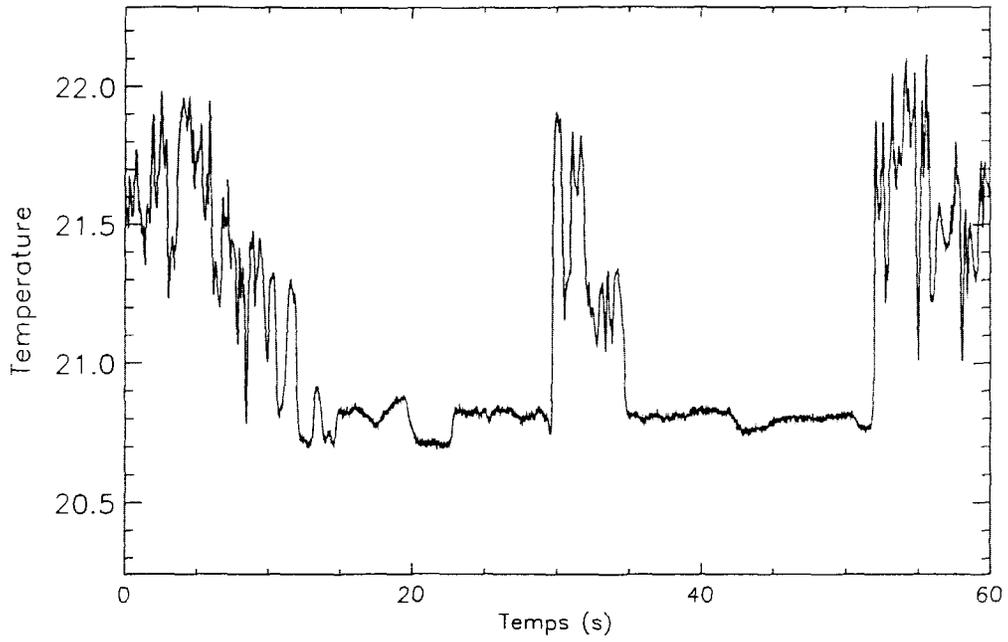
*Figure 4.4*  
*Exemple de coefficient de corrélation obtenu.*



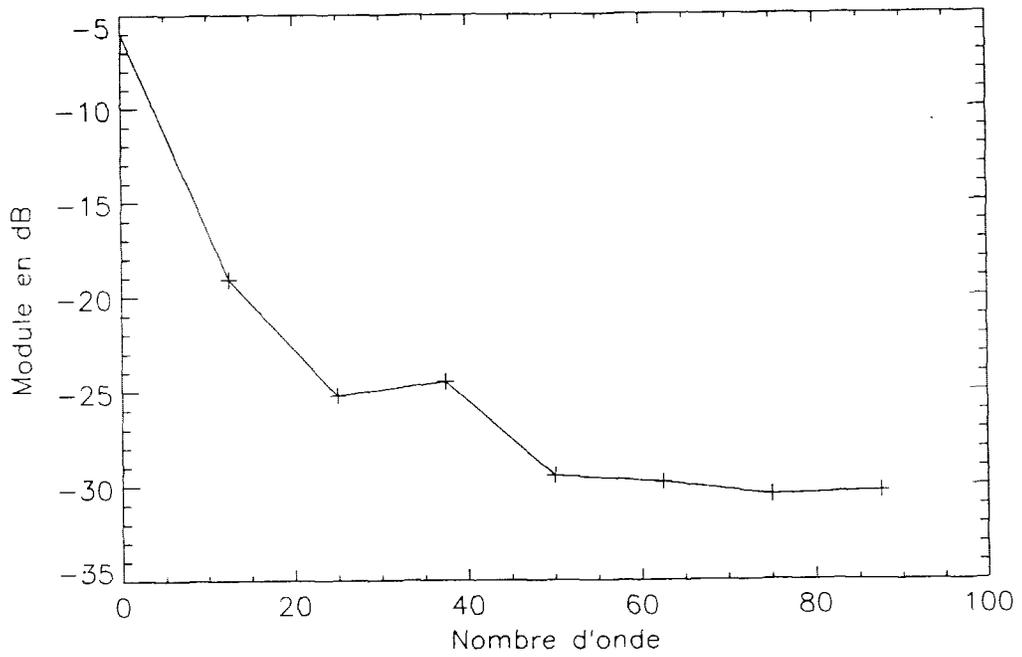
*Figure 4.5*  
*Exemple de coefficient de corrélation obtenu.*



*Figure 4.6*  
*Exemple de coefficient de corrélation obtenu.*



*Figure 4.7*  
*Exemple de signal obtenu sur le thermocouple mobile.*



*Figure 4.8*  
*Exemple de spectre obtenu.*

## 4. 2. 2. Résultats acoustiques

Nous avons effectué des mesures acoustiques pour une distance entre capteurs égale à 70 cm et pour 3 fréquences de résonance des capteurs : 665 kHz, 1,47 MHz, 2,2 MHz.

Un résultat très intéressant et malheureusement difficile à rendre dans ce rapport est celui de l'observation des signaux sur l'oscilloscope : en effet, on voit le signal fluctuer, voire "pomper". Les figures 4.9 et 4.10 illustrent ce résultat :

⇒ la figure 4.9 présente, pour un cycle de mesures, l'enveloppe des signaux dont les amplitudes sont respectivement maximales et minimales sur ce cycle;

⇒ la figure 4.10 présente la distribution d'amplitude pour le même cycle. On voit sur cette figure la fluctuation de l'amplitude des signaux au cours du cycle de mesures.

Pour chacune de ces fréquences, nous avons calculé l'indice de scintillation et la variance du temps d'arrivée du signal de la façon précisée au paragraphe 4. 1. 1. 2. Les résultats que nous obtenons sont résumés dans le tableau suivant :

Fréquence	$\sigma_1^2$	$\langle t^2 \rangle$
665 kHz	0,006	$8 \cdot 10^{-14}$
1470 kHz	0,02	$2 \cdot 10^{-13}$
2,2 MHz	0,04	$4 \cdot 10^{-13}$

Ces valeurs sont obtenues en moyennant sur 15 cycles de mesures mais les résultats obtenus fluctuent peu autour de ces valeurs. Nous notons qu'en ce qui concerne la variance du temps de parcours nous n'obtenons pas la même valeur pour les trois fréquences. Nous avons calculé cette variance en utilisant la formule de Chernov en prenant comme valeur de l'écart-type des fluctuations de température 0,35 °C, de l'échelle intégrale 4 cm, et une valeur de 20°C pour la température moyenne, soit une célérité égale à 1482 m/s et une variance des fluctuations d'indice égale à  $5,2 \cdot 10^{-7}$ . Nous obtenons une variance égale à  $7,5 \cdot 10^{-14}$ . Nous voyons que nous sommes dans l'ordre de grandeur. Nous pouvons également dire que la variance dépend du seuil pour lequel on calcule le temps d'arrivée. Ceci montre que la forme du signal influe sur ce calcul ce qui peut expliquer la différence de résultats entre les différentes fréquences puisque la pente des signaux diffère suivant la fréquence.

Nous avons également effectué un calcul de l'indice de scintillation par la formule de Rytov pour un spectre gaussien 3D et un point source 3D (Annexe 1) et les paramètres donnés ci-dessus. Pour les 3 fréquences, nous avons trouvé une valeur identique égale à  $4 \cdot 10^{-3}$ . Expérimentalement, nous avons trouvé une différence entre les résultats des 3 fréquences. Outre le fait que la turbulence n'est pas parfaitement homogène et isotrope, une autre explication possible est que le spectre réel des fluctuations n'est sûrement pas gaussien ce qui pourrait introduire une différence entre les différentes fréquences. Si on calcule l'indice de scintillation avec les mêmes paramètres que précédemment, mais en supposant que le spectre des fluctuations est un spectre de Kolmogorov [ISHIMARU 78], on trouve les résultats suivants :

- ⇒ pour  $f = 665$  kHz :  $\sigma_1^2 = 0,019$ ;
- ⇒ pour  $f = 1470$  kHz :  $\sigma_1^2 = 0,049$ ;
- ⇒ pour  $f = 2,2$  MHz :  $\sigma_1^2 = 0,079$ .

On voit donc qu'il est possible que, même pour des bas niveaux de fluctuations, les résultats pour les 3 fréquences étudiées diffèrent et que l'indice de scintillation croît avec la fréquence, ce qui correspond bien à l'observation expérimentale.

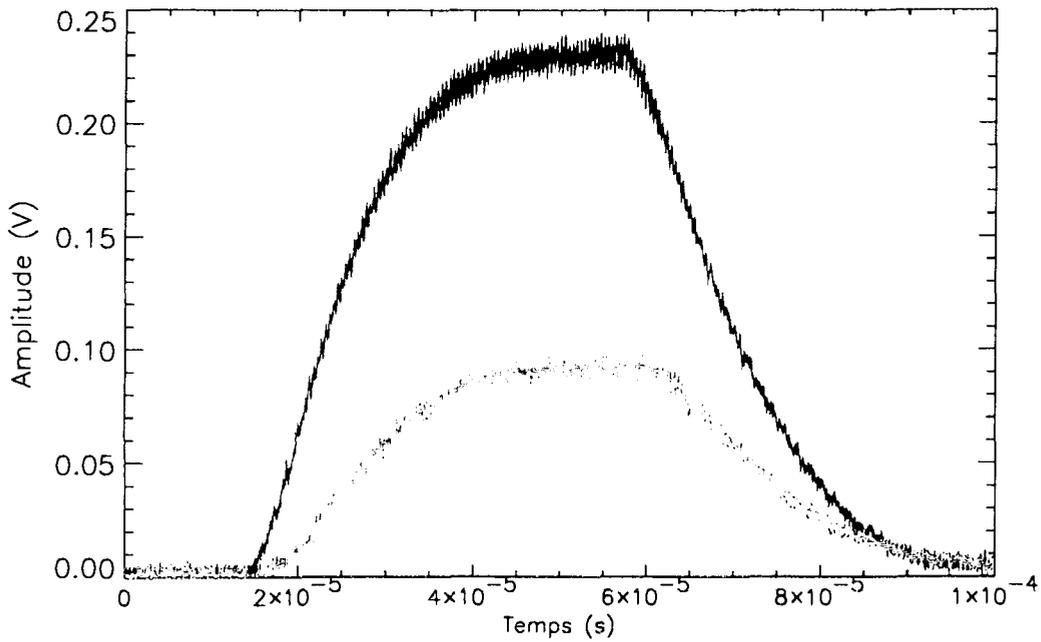


Figure 4.9  
Enveloppes des signaux "extrémaux" recueillis sur un cycle

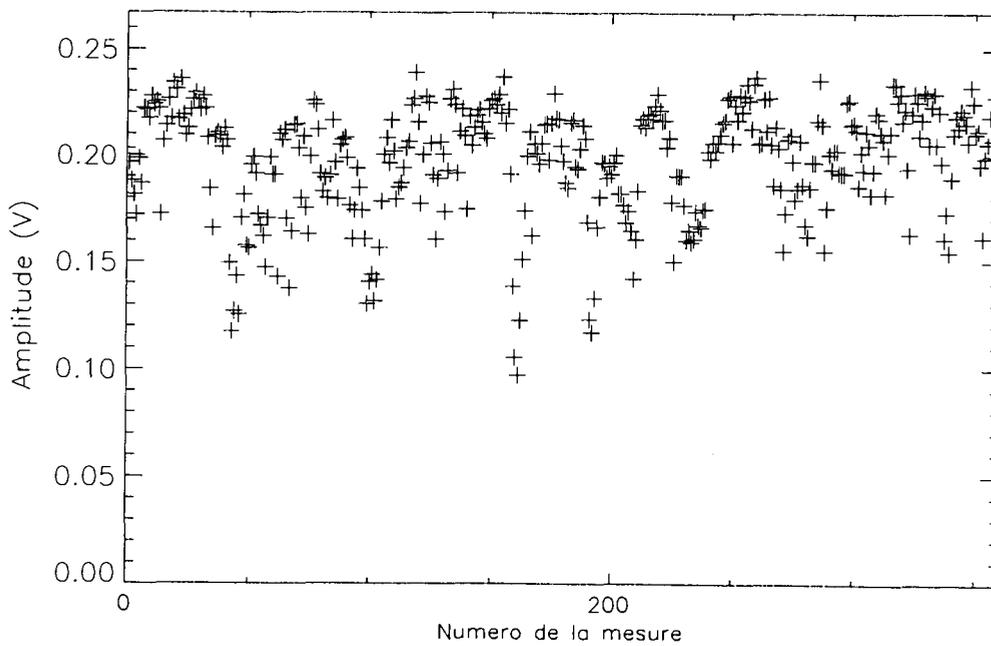


Figure 4.10  
Distribution de l'amplitude sur un cycle

### 4. 3. CONCLUSION

Dans le but d'étudier expérimentalement la propagation ultrasonore au sein d'une turbulence thermique, nous avons mis en place un dispositif inspiré de travaux antérieurs. Cette expérience nous a permis de nous rendre compte des effets de la turbulence sur la propagation de trains d'onde sinusoïdaux. Grâce à un système d'acquisition permettant d'enregistrer quasi simultanément les signaux thermiques et acoustiques, nous avons pu accéder aux grandeurs caractéristiques de ces deux champs. Ainsi, pour le champ thermique, nous avons pu évaluer la variance et l'échelle intégrale des fluctuations de température. Nous avons également présenté des résultats concernant le coefficient de corrélation normalisé et le spectre des fluctuations. Nous avons pu également mettre en évidence un effet d'intermittence de la turbulence qui a perturbé nos mesures thermiques. En ce qui concerne le champ acoustique, cette expérience a permis de visualiser l'effet de la turbulence sur les signaux. Cette impression visuelle renforce l'intérêt qu'il peut y avoir à étudier le comportement de systèmes de surveillance travaillant avec des seuils en présence de turbulence. De plus les résultats concernant la variance des fluctuations de temps de parcours et d'intensité sont en accord avec les théories de Chernov et de Rytov. L'évolution de l'indice de scintillation avec la fréquence est également en accord avec la théorie de Rytov si on utilise un spectre de von Karman pour effectuer les calculs théoriques, le spectre associé à une fonction de corrélation gaussienne ne prévoyant pas cette évolution. Ceci montre l'importance capitale pour des études futures de la connaissance du spectre réel des fluctuations afin de prédire correctement les fluctuations d'amplitude.

## CHAPITRE 5

### APPLICATION A L'IMAGERIE ACOUSTIQUE

La présence d'une turbulence thermique au sein d'un milieu entraîne des fluctuations de phase et de l'amplitude des signaux se propageant au sein de celui-ci. Dans le chapitre 3 nous avons montré la capacité de notre méthode à prédire ces fluctuations lorsque la turbulence est homogène et isotrope. Nous allons dans ce dernier chapitre examiner les conséquences qu'entraîne la présence de turbulence sur les performances de systèmes d'imagerie acoustique dans de tels cas de figure. Nous nous donnons pour cela une antenne que l'on peut considérer comme simple mais qui suffit à mettre en évidence les phénomènes en jeu. Nous examinerons plus particulièrement les problèmes de focalisation à l'émission. La première partie de ce chapitre traitera des problèmes de défocalisation induits par la turbulence. Dans la seconde partie, nous présenterons le principe du retournement temporel ainsi que diverses applications de celui-ci. Enfin, dans la troisième partie, nous mettrons en oeuvre numériquement le retournement temporel pour tenter de refocaliser l'antenne en son point initial. Nous traiterons en premier lieu le cas d'une turbulence figée, puis nous ferons évoluer celle-ci en cours de retournement.

## **5. 1. FOCALISATION A L'EMISSION**

### **5. 1. 1. Cas du milieu homogène**

La technique de focalisation à l'émission a pour but d'essayer d'insonifier au maximum le point ou la zone que l'on veut imager. Cette focalisation peut s'effectuer soit par la géométrie de l'antenne, on parle alors de focalisation géométrique, soit par l'application d'un jeu de retards sur les éléments de l'antenne, on parle alors de focalisation dynamique. Afin de faciliter les simulations numériques, nous avons choisi la première solution. Notre antenne est composée de six éléments situés sur un arc de cercle d'ouverture  $4^\circ$  et de rayon de courbure égal à un mètre, soit un pas inter-éléments de 1,3 cm. Le nombre d'éléments est volontairement limité de façon à travailler avec des temps de calculs acceptables. En effet, un tracé de rayons complet est nécessaire pour chaque source et c'est la partie la plus coûteuse en temps de calculs. Nous avons choisi de travailler à une fréquence de 600 kHz. Chaque élément de l'antenne est considéré comme une source ponctuelle. La figure 5.1 présente cette disposition.

Nous avons tracé sur la figure 5.2 la répartition de la pression suivant l'axe de l'antenne. Celle-ci est placée dans le plan  $x = 0,5$  m; l'abscisse du centre de courbure vaut donc 1,5 m. Nous constatons que la répartition de la pression n'atteint pas son maximum en ce point mais en  $x = 1$  m soit à 50 cm de l'antenne. Ce n'est pas un biais de notre simulation mais provient du fait connu que, pour une antenne focalisée géométriquement, la focale acoustique et la focale géométrique ne sont pas confondues. Le grand écart sur la position de ces deux focales vient de la géométrie de notre antenne : peu d'éléments, ouverture angulaire de l'antenne. Nous appelons désormais plan focal le plan d'équation  $x = 1$  m.

Nous représentons sur les figures 5.3 et 5.4 la répartition de pression dans le plan focal et dans le plan passant par le centre de courbure et perpendiculaire à l'axe de l'antenne. Nous pouvons voir sur ces deux courbes la présence de lobes de réseaux.

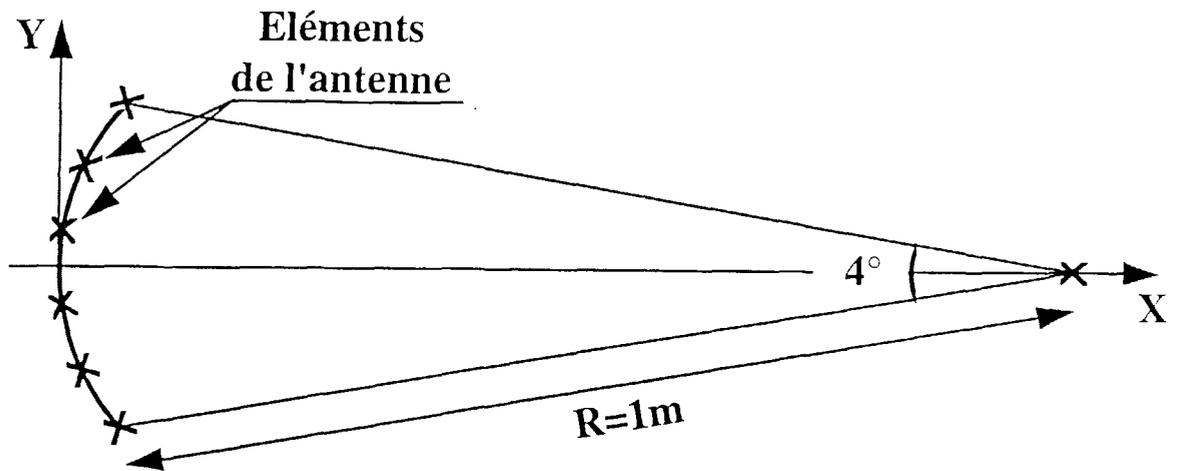


Figure 5.1  
Schéma de l'antenne.

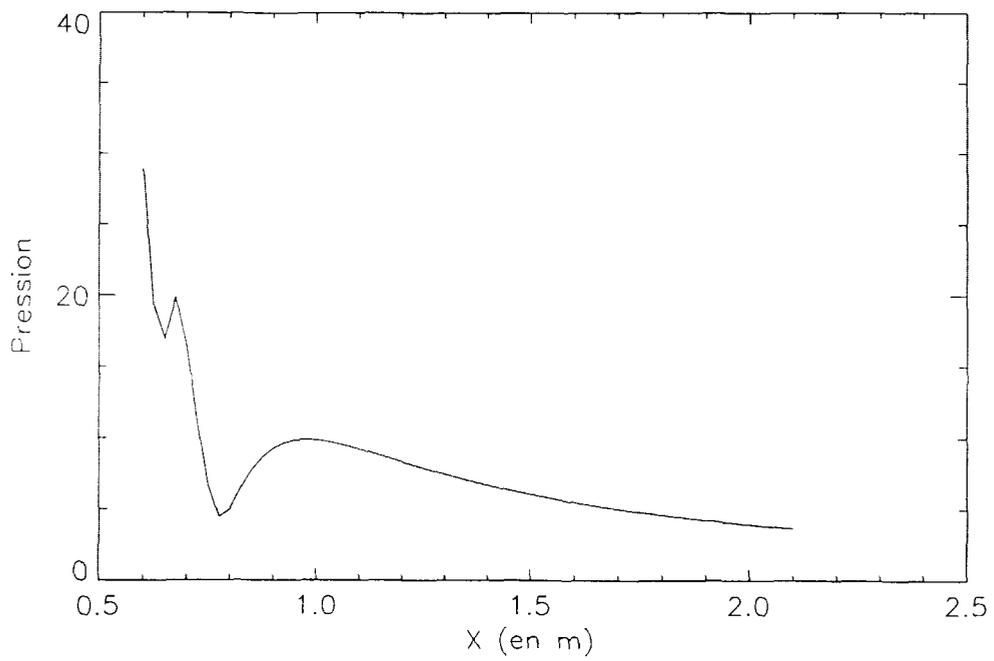
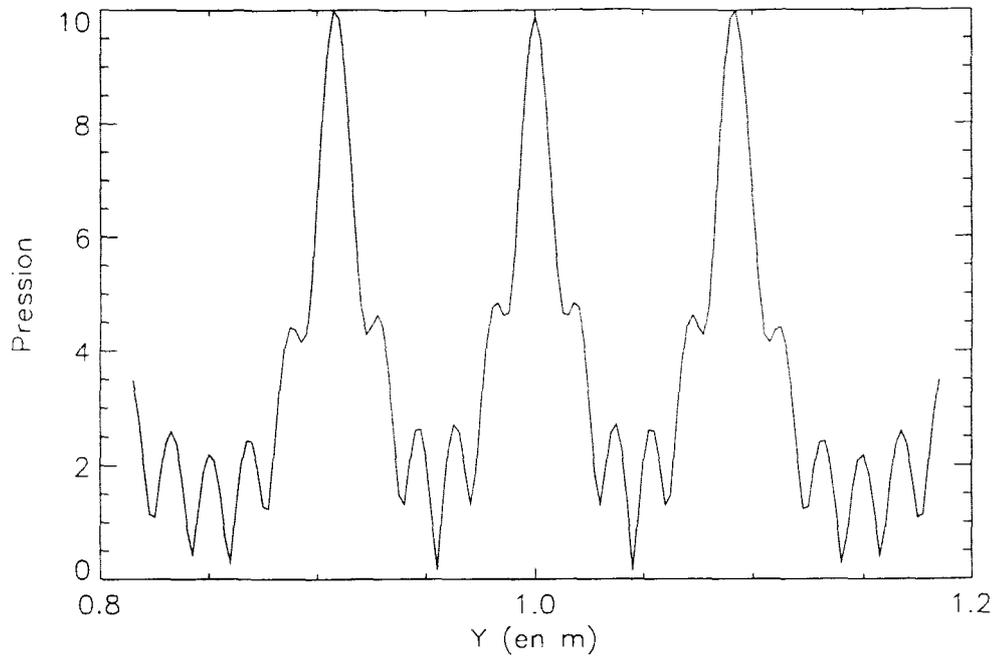
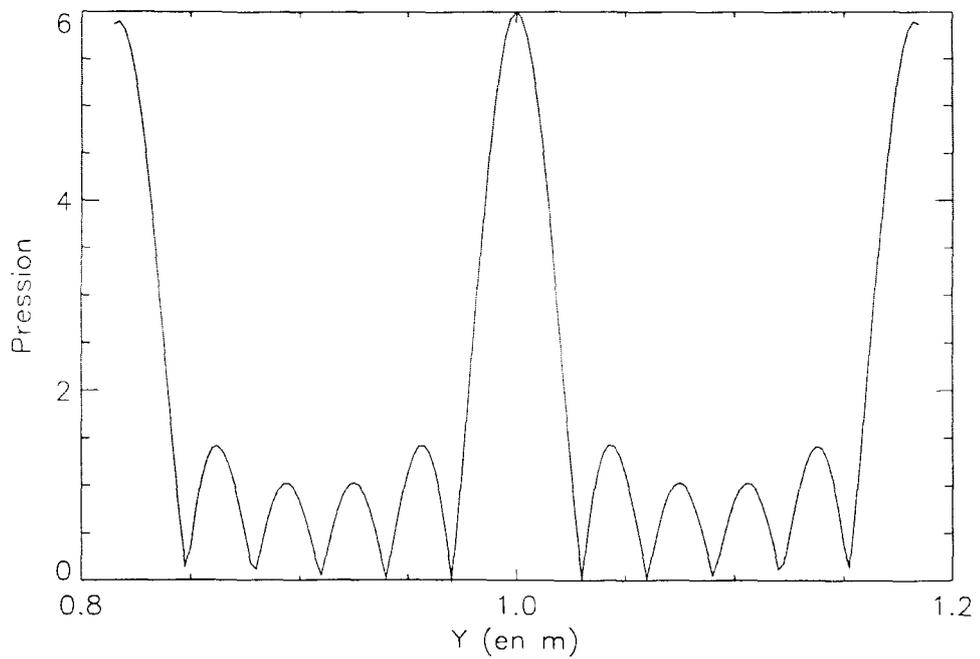


Figure 5.2  
Répartition longitudinale de la pression en milieu homogène.



*Figure 5.3*  
Répartition de la pression dans le plan focal en milieu homogène.

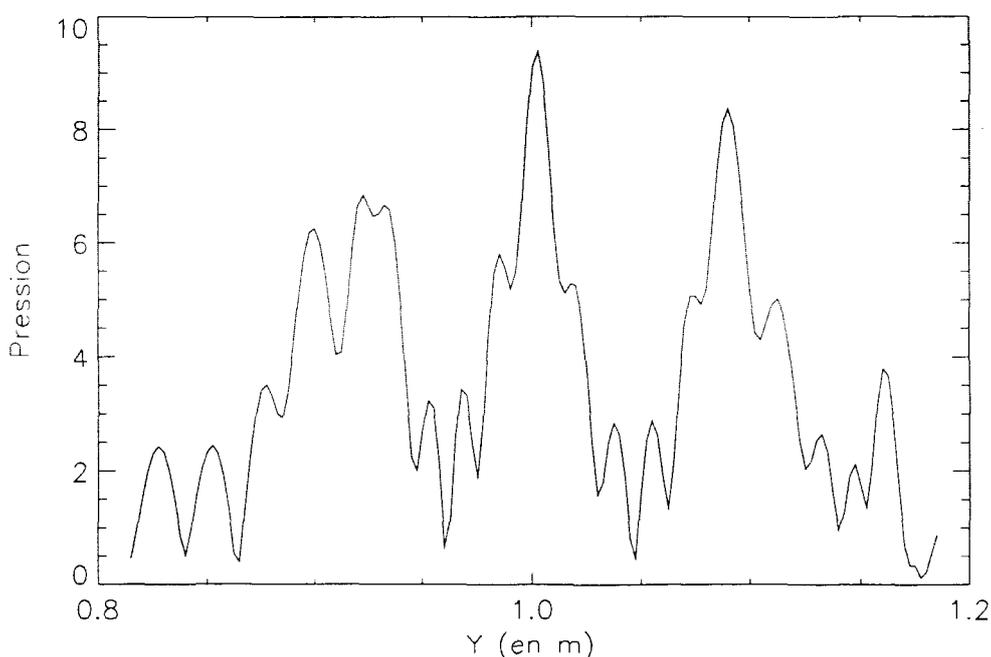


*Figure 5.4*  
Répartition de la pression dans le plan passant par le centre de courbure en milieu homogène.

### 5. 1. 2. Cas du milieu turbulent

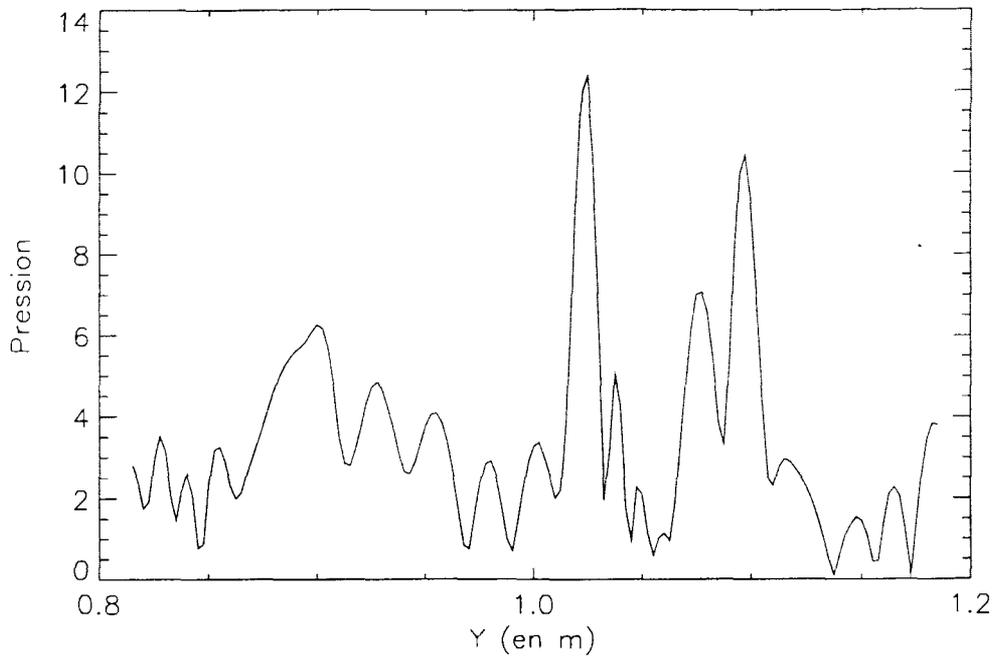
Dans toute la suite de notre étude, nous utiliserons des champs turbulents associés à des fonctions de corrélation gaussiennes avec une longueur  $L$  égale à 3 centimètres. Nous ferons varier la variance des fluctuations de température afin de pouvoir examiner les différents régimes de propagation. Notre étude s'est portée sur la répartition de la pression dans le plan focal. Celui-ci se trouve à une distance d'environ  $18 L$  de l'antenne. Nous avons constaté comme attendu que l'importance de la déformation de la répartition de la pression était généralement fonction de l'intensité de la turbulence : faible pour les petites intensités et plus importantes pour les grandes. Nous avons utilisé trois valeurs de l'écart-type de température :  $2^{\circ}\text{C}$ ,  $4^{\circ}\text{C}$  et  $9^{\circ}\text{C}$ . Pour chacune nous avons calculé la répartition d'amplitude pour 20 réalisations de champs turbulents et nous avons remarqué 4 types de déformation possible :

- ⇒ une déformation minimale de la répartition de la pression comme on peut le voir sur la figure 5.5 où l'on peut reconnaître encore un lobe principal qui peut-être légèrement décalé;
- ⇒ une déformation plus importante mais où l'on peut encore reconnaître un pic de la pression légèrement décalé comme nous le montre la figure 5.6;
- ⇒ une déformation aussi importante avec cette fois une augmentation des niveaux autour de l'axe de l'antenne comme le montre la figure 5.7;
- ⇒ enfin une déformation totale de la répartition de la pression comme le montre la figure 5.8. Ce résultat étant obtenu pour la plus grande valeur des fluctuations de température



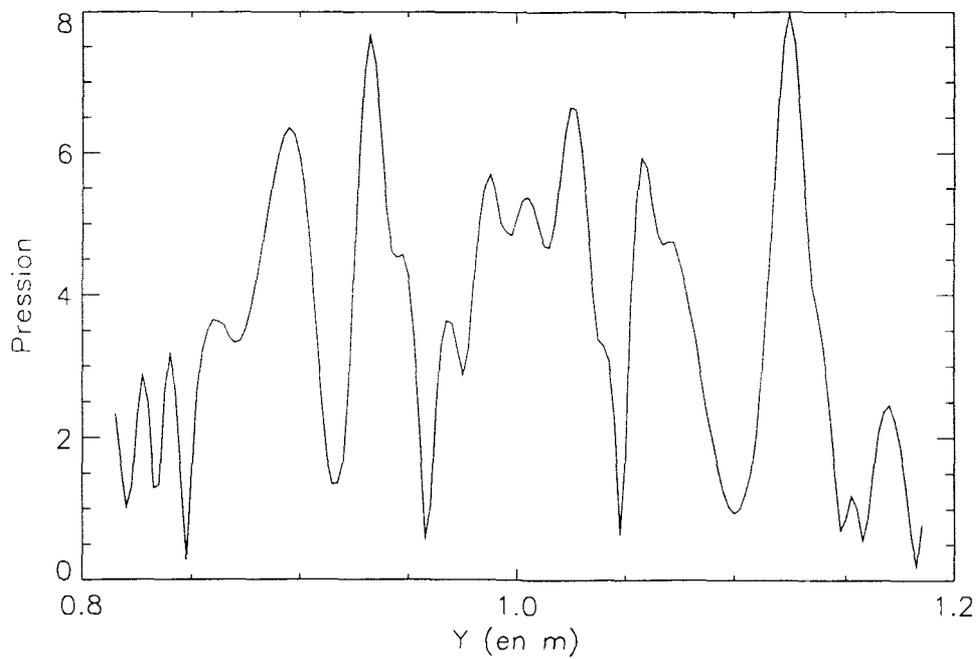
*Figure 5.5*  
*Répartition de la pression dans le plan focal*  
*pour une réalisation particulière de champ turbulent*

$$\sqrt{\langle T^2 \rangle} = 2^{\circ}\text{C}$$



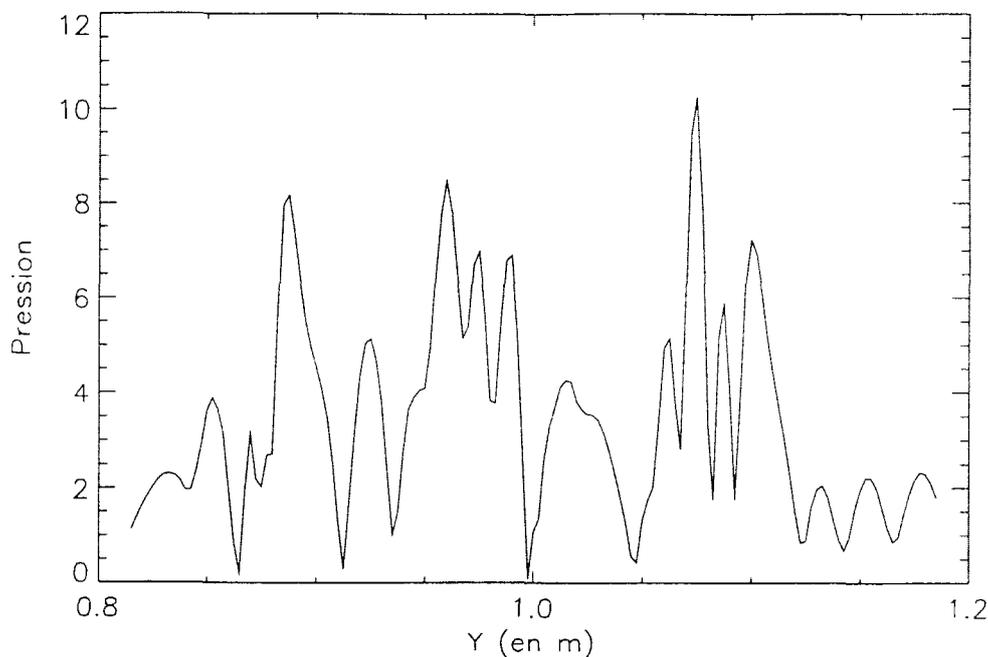
*Figure 5.6*  
*Répartition de la pression dans le plan focal*  
*pour une réalisation particulière de champ turbulent*

$$\sqrt{\langle T'^2 \rangle} = 4^\circ\text{C}$$



*Figure 5.7*  
*Répartition de la pression dans le plan focal*  
*pour une réalisation particulière de champ turbulent*

$$\sqrt{\langle T'^2 \rangle} = 4^\circ\text{C}$$



*Figure 5.8*  
*Répartition de la pression dans le plan focal*  
*pour une réalisation particulière de champ turbulent*

$$\sqrt{\langle T'^2 \rangle} = 9^\circ\text{C}$$

Nous remarquons sur les figures 5.6, et 5.8 que le système soit ne focalise plus à l'endroit où il est censé le faire, soit focalise sur une zone plus large comme sur la figure 5.7. Ceci peut entraîner une erreur au moment de la reconstruction de l'image puisque l'on risque soit d'attribuer de l'information à une zone géométrique alors que celle-ci provient d'une autre zone, soit de dégrader la qualité de l'image car on n'aura pas reçu suffisamment d'informations de certaines zones.

De tels problèmes ont déjà été rencontrés en optique mais également en imagerie médicale où les caractéristiques des tissus traversés varient d'un individu à un autre. Les chercheurs dans ce domaine ont essayé de mettre au point des techniques de correction de ces effets. Un procédé envisagé est la détermination d'un jeu de retards adapté par calcul de l'intercorrélation entre éléments voisins de l'antenne. Dorme [DORME 95] a mis en oeuvre cette technique pour essayer de réduire les effets d'un aberrateur placé entre l'antenne et une cible ponctuelle. Il a trouvé qu'elle ne donnait pas de résultats très satisfaisants pour son problème notamment lorsque l'aberrateur est placé loin de l'antenne. L'explication en est relativement simple : l'aberrateur peut être considéré comme un écran de phase très fin. Il n'introduit en principe que des différences de phase. Ceci se vérifie d'ailleurs lorsqu'il est collé à l'antenne. Dorme remarque que les signaux reçus sur chacun des éléments et provenant de l'hydrophone et ayant traversé l'aberrateur sont de formes identiques et ne sont en fait que retardés. Par contre, lorsque l'on éloigne l'aberrateur, les formes de ces signaux ne sont plus semblables et subissent une modulation d'amplitude qui est due au trajet entre l'aberrateur et l'antenne. Il a ensuite mis en oeuvre les techniques de retournement temporel qui se sont avérées très

puissantes. Etant donné que la turbulence induit des aberrations similaires à celles de l'aberrateur placé loin de l'antenne, nous avons choisi d'utiliser cette technique.

## 5. 2. LE RETOURNEMENT TEMPOREL

### 5. 2. 1. Principe

Les techniques de retournement temporel sont basées sur le principe d'invariance de l'équation des ondes en milieu non dissipatif :

$$\nabla \left( \frac{\nabla p(r,t)}{\rho(r)} \right) - \frac{1}{\rho(r)c^2} \frac{\partial^2 p(r,t)}{\partial t^2} = 0$$

En effet si l'on observe celle-ci, on s'aperçoit qu'elle ne contient pas de dérivée temporelle d'ordre impair de la pression. Si  $p(r,t)$  est une solution alors  $p(r,-t)$  l'est également. On peut alors créer une onde  $p(r,-t)$  se rétropropageant. L'application de ce résultat est que l'on peut focaliser en n'importe quel point du milieu comme le montrent les études sur la cavité à retournement temporel [CASSEREAU 92].

On considère une surface fermée entourant une source et un milieu inhomogène au sein du volume délimité par cette surface. Dans un premier temps, on insonifie avec la source et on mesure le champ de pression et sa dérivée normale en chaque point de la surface. Dans un second temps, on crée sur cette surface des sources secondaires correspondant au retourné temporel des signaux mesurés précédemment. Ces sources génèrent un champ de pression qui se propage à son tour au sein du volume mais qui subit de façon contraire les effets des inhomogénéités. On peut alors démontrer que le retournement temporel du champ de pression est focalisé à l'emplacement initial de la source. Ceci est illustré sur la figure 5.9

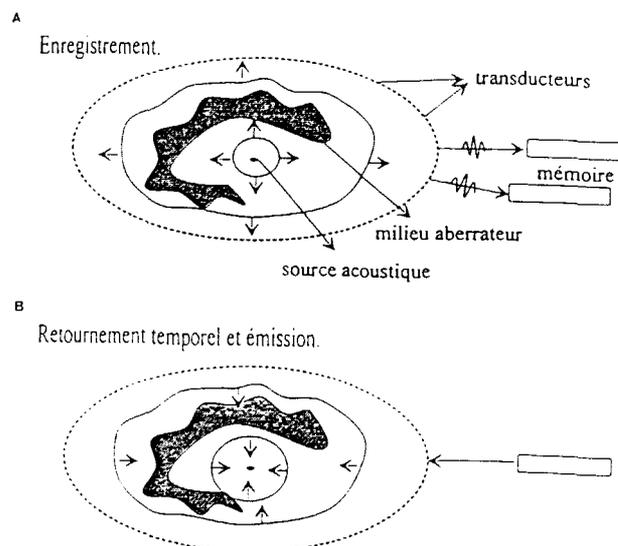


Figure 5.9  
Concept de cavité à retournement temporel d'après [DORME 95]

Dans la réalité, réaliser une cavité à retournement temporel est quasiment impossible. De plus, dans de nombreux domaines, on travaille plutôt en mode échographique en essayant de focaliser sur un point ou une tache réfléchissante. On va alors travailler avec une petite partie de la cavité que l'on appelle un miroir à retournement temporel. C'est un ensemble de traducteurs associé à une électronique qui permet d'enregistrer les signaux reçus par les éléments du miroir et de les réémettre dans la chronologie inverse.

Les miroirs à retournement temporels ont été développés par l'équipe du Professeur Fink [FINK 95] et donnent désormais lieu à des applications industrielles. Nous nous proposons d'expliquer très brièvement les résultats obtenus dans le paragraphe suivant.

### 5. 2. 2. Applications des miroirs à retournement temporel.

Aujourd'hui, les miroirs à retournement temporel donnent lieu à des applications industrielles dans le domaine du contrôle non destructif où ils permettent de détecter des défauts dans des billettes de titane [MIETTE 97]. Cependant d'autres nombreux résultats ont été acquis. Ceux qui nous intéressent principalement concernent la focalisation en un point. Le premier résultat important est qu'avec un miroir à retournement temporel, on peut focaliser en milieu homogène en n'importe quel point du milieu. Wu et al l'ont démontré expérimentalement [WU 92] :

On considère une antenne focalisée en un point de son axe et un hydrophone. Dans un premier temps, on place l'hydrophone hors de l'axe de l'antenne et émet vers celle-ci. La figure 5.10 présente la géométrie. Les signaux reçus sur les éléments de l'antenne sont retournés temporellement puis réémis vers l'hydrophone. On scanne ensuite le plan de l'hydrophone avec celui-ci et on remarque que la répartition d'amplitude atteint son maximum pour la position initiale de l'hydrophone.

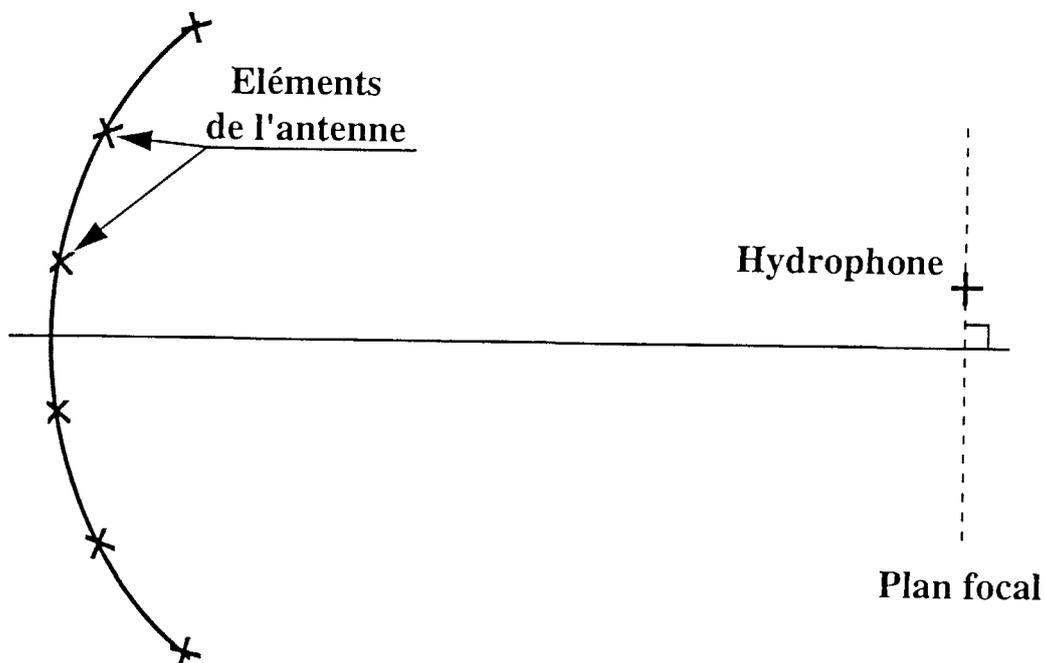


Figure 5.10  
*Dispositif de focalisation par retournement temporel en un point hors de l'axe.*

L'expérience peut également être conduite en remplaçant l'émission directe par l'hydrophone par la réflexion sur une aiguille du champ émis par un ou plusieurs éléments de l'antenne. Mais le résultat le plus intéressant pour nous est celui obtenu par Dorme [DORME 95] qui a effectué la même expérience en insérant un aberrateur entre l'antenne et le réflecteur ponctuel situé cette fois sur l'axe de l'antenne (figure 5.11) et a obtenu le même résultat. Nous allons donc réaliser numériquement la même "expérience" en remplaçant l'aberrateur par un champ turbulent thermique. Comme un champ turbulent thermique n'est pas un milieu dispersif et qu'il ne viole pas le principe de réciprocité contrairement à un champ cinématique [ROUX 95], nous pouvons penser que la technique de retournement temporel va pouvoir nous permettre de refocaliser notre antenne. Nous avons choisi la première configuration expérimentale pour effectuer nos simulations. Nous émettons d'abord de l'hydrophone vers l'antenne puis réémettons les signaux retournés temporellement vers l'hydrophone. Dans un premier temps, nous effectuons ces deux calculs en utilisant la même réalisation de champ turbulent.

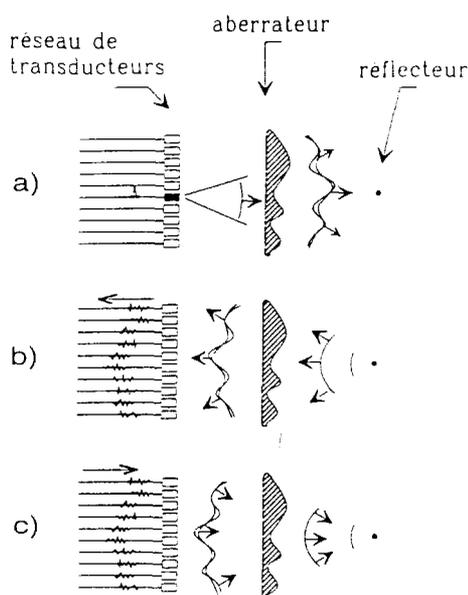


Figure 5.11

*Focalisation par retournement temporel à travers un aberrateur d'après [DORME 95]*

### 5. 3. REFOCALISATION EN MILIEU TURBULENT

Nous avons vu au paragraphe précédent que la présence d'une turbulence thermique au sein du milieu de propagation introduisait une défocalisation de l'antenne dans un plan perpendiculaire à l'axe de l'antenne. Nous avons également vu que les techniques de retournement temporel semblaient pouvoir corriger ces effets. Afin de tester ces techniques, nous allons les mettre en oeuvre dans la configuration de l'expérience de Dorme décrite précédemment en remplaçant l'aberrateur par un champ turbulent thermique. Nous allons dans un premier temps valider notre code en travaillant en milieu homogène. Ensuite, nous ferons de même en présence d'une turbulence thermique non évolutive, c'est à dire que nous supposons qu'elle n'a pas le temps de changer entre l'instant de réception par le miroir à

retournement temporel et la réémission par celui-ci des signaux retournés temporellement. Enfin, nous examinerons le cas où la turbulence a évolué entre ces deux instants.

### 5. 3. 1. Cas du milieu homogène

Nous avons vu que dans le plan focal, en milieu homogène, la pression atteignait son maximum au point situé sur l'axe de l'antenne (figure 5.4). Nous plaçons l'hydrophone dans ce plan mais déporté au dessus de l'axe d'une distance de 2 cm. Notre code calcule le champ émis par l'hydrophone et reçu par chaque élément de l'antenne, effectue le retournement temporel puis calcule le champ reçu dans le plan de l'hydrophone pour des récepteurs espacés de 2,5 mm soit à peu près une longueur d'onde. On voit sur la figure 5.12 que la pression atteint son maximum au point où était situé initialement l'hydrophone. Nous remarquons également que la forme de cette répartition n'est plus semblable à la répartition initiale dans le plan focal mais plutôt à celle obtenue dans le plan du centre de courbure présentée sur la figure 5.4. Ceci est dû au fait que, par retournement temporel, on effectue une focalisation dynamique dans le plan focal.

Ce calcul nous permet de valider notre algorithme de retournement temporel avant de l'appliquer au cas turbulent.

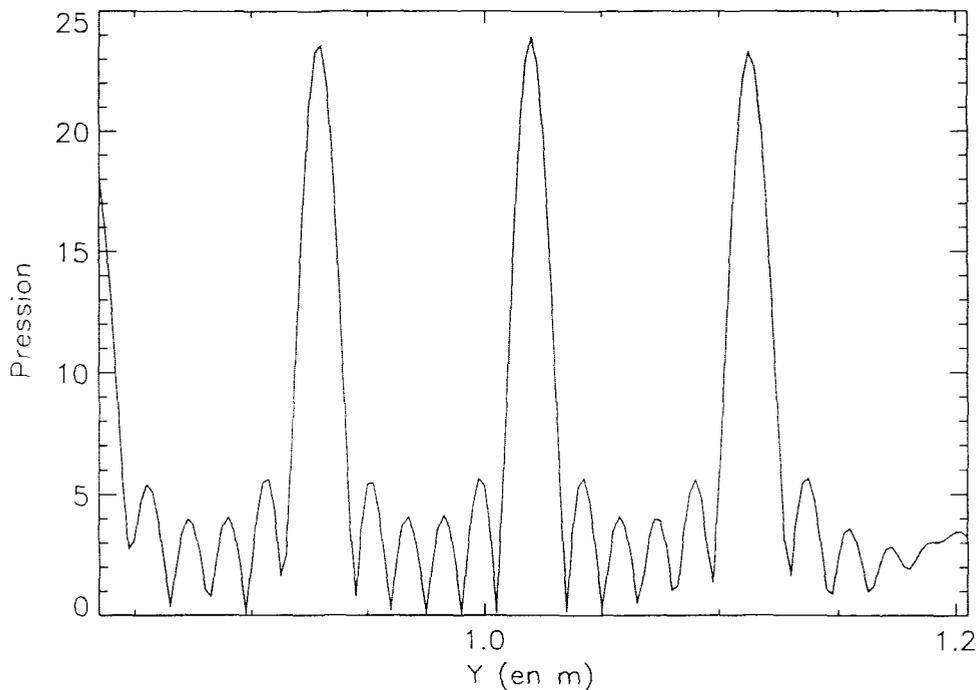
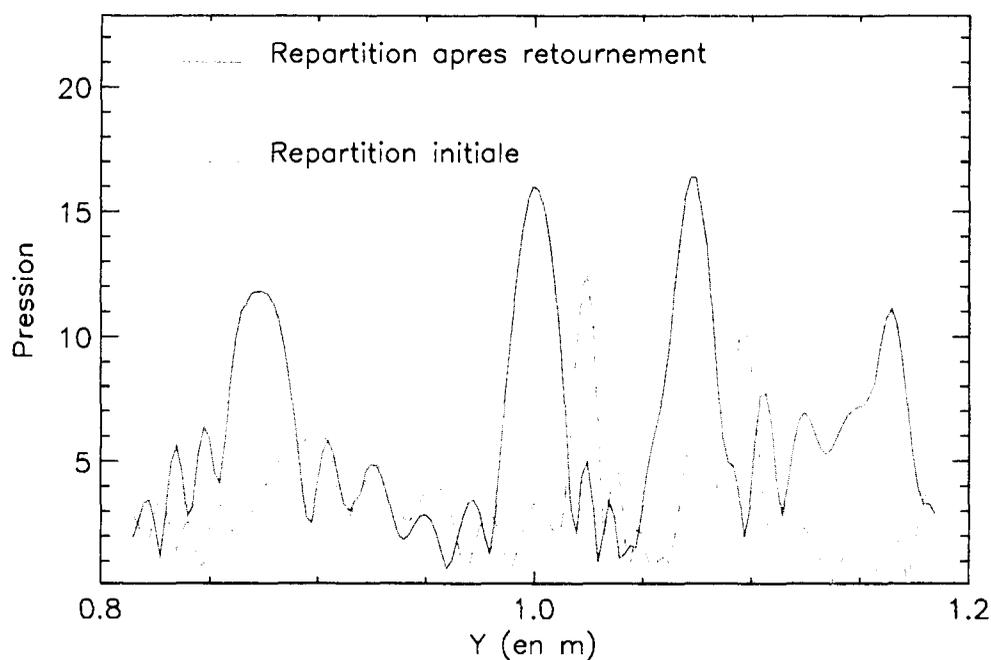


Figure 5.12  
Résultat numérique de la focalisation en dehors de l'axe de l'antenne.

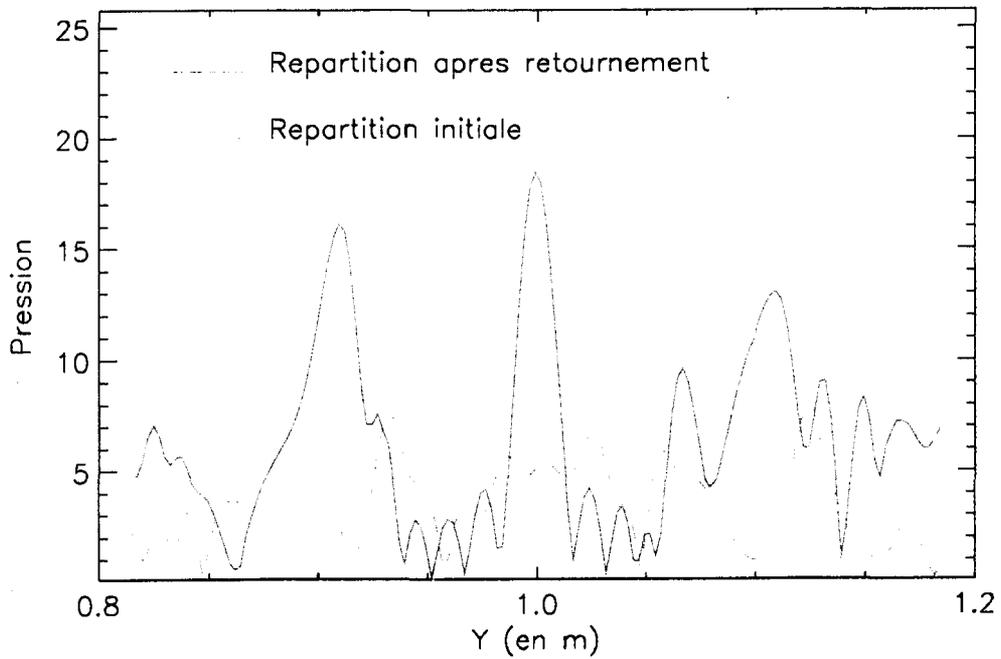
### 5. 3. 1. Cas du milieu turbulent non évolutif

Nous effectuons le même calcul que précédemment mais en remplaçant le milieu homogène par une réalisation de champ turbulent thermique. Puisque nous voulons étudier la refocalisation de l'antenne, nous plaçons dans un premier temps l'hydrophone à l'intersection du plan focal et de l'axe de l'antenne. Nous supposons de plus que la turbulence n'évolue pas

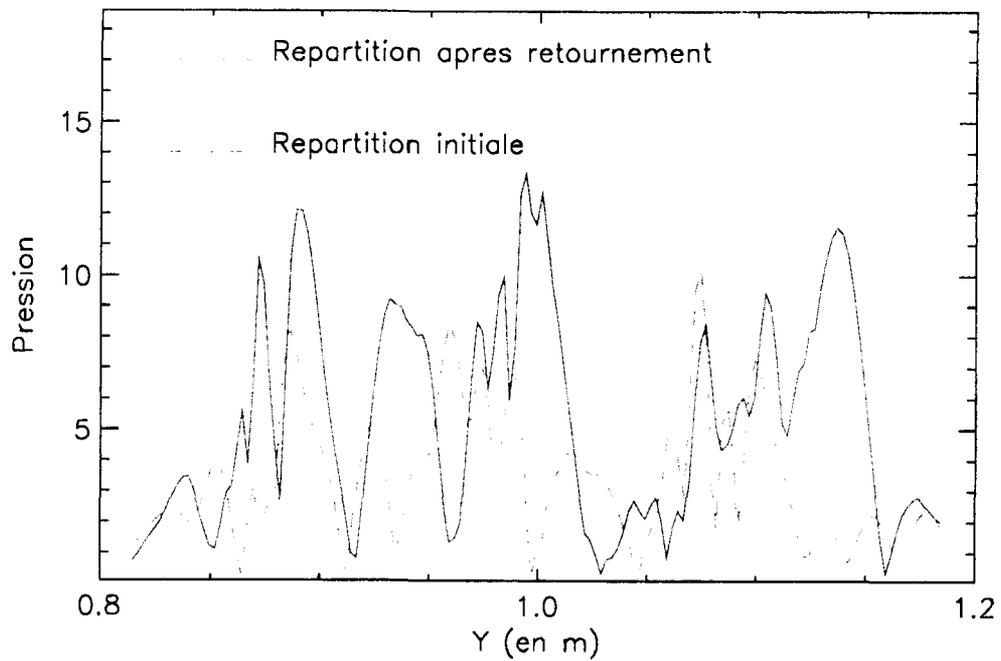
et par conséquent, nous calculons le champ émis par l'hydrophone et reçu par l'antenne et celui réémis par l'antenne avec la même réalisation de champ turbulent. Nous avons travaillé avec les réalisations pour lesquelles nous avons présenté les répartitions de la pression sur les figures 5.6 à 5.8. Les figures 5.13 à 5.15 présentent les résultats obtenus après retournement temporel. Nous avons superposé sur ces figures la répartition de pression obtenue par émission par l'antenne afin de pouvoir évaluer la refocalisation par retournement temporel. Nous pouvons voir que dans les deux premiers cas de figure, le retournement temporel permet de refocaliser sur l'axe de l'antenne. Dans le cas où la répartition est très perturbée (figure 5.8), nous voyons que nous n'arrivons pas à refocaliser sur le point de l'axe. Le retournement temporel apporte dans ce cas peu d'améliorations. Il est nécessaire de dire que pour cette réalisation, les récepteurs dans le plan de l'hydrophone se situent dans la zone de saturation des fluctuations acoustiques et que nous ne pouvons affirmer que notre code soit capable de prédire très précisément le champ acoustique dans cette zone. Nous avons également effectué ces tests dans le plan du centre de courbure et nous sommes arrivés à des conclusions identiques. Nous obtenons sensiblement les mêmes résultats comme le prouvent les figures 5.16 et 5.17. En effet, lorsque la répartition initiale est perturbée mais présente un pic décalé, le retournement temporel permet de refocaliser au bon endroit (figure 5.16) et lorsque la répartition initiale était trop perturbée, nous ne retrouvons pas de pic de focalisation au point de l'axe (figure 5.17). Il semble donc que lorsque le champ acoustique est trop perturbé, le retournement temporel ne peut plus refocaliser correctement.



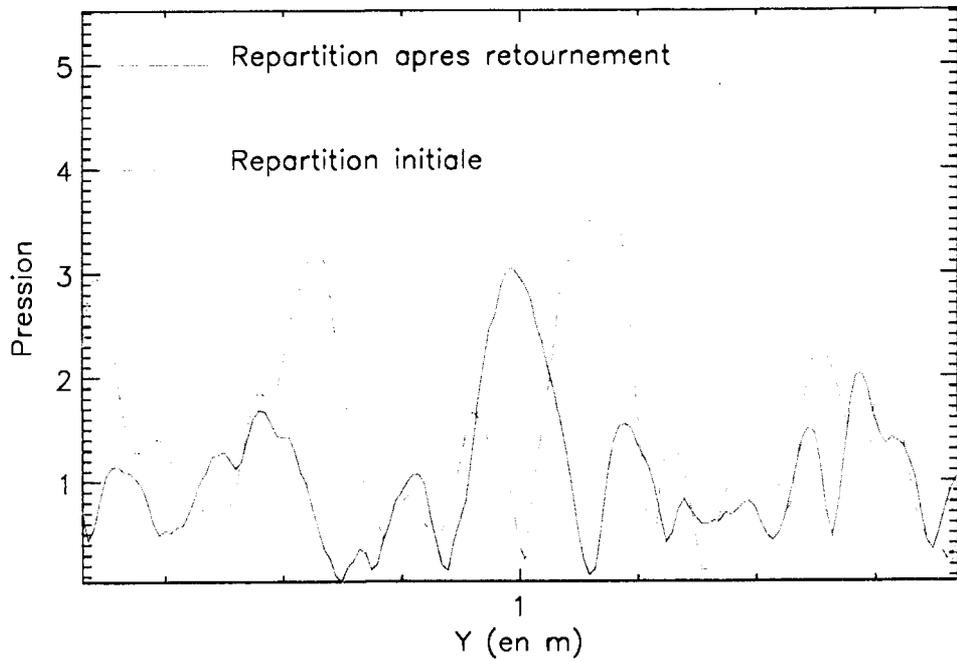
*Figure 5.13*  
*Pression dans le plan focal après retournement temporel.*  
*Comparaison avec la répartition initiale*



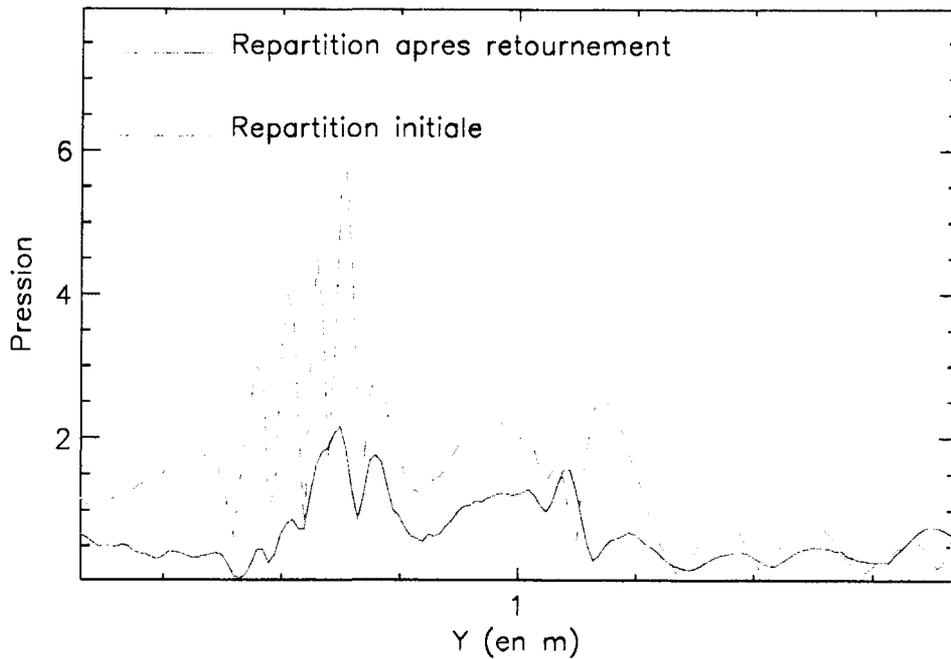
**Figure 5.14**  
*Pression dans le plan focal après retournement temporel.  
 Comparaison avec la répartition initiale*



**Figure 5.15**  
*Pression dans le plan focal après retournement temporel.  
 Comparaison avec la répartition initiale*



**Figure 5.16**  
*Pression dans le plan du centre de courbure après retournement temporel.  
 Comparaison avec la répartition initiale*



**Figure 5.17**  
*Pression dans le plan du centre de courbure après retournement temporel.  
 Comparaison avec la répartition initiale*

### 5. 3. 1. Cas du milieu turbulent évolutif

Nous supposons maintenant que la turbulence évolue entre la réception par l'antenne et la réémission par celle-ci des signaux retournés temporellement. En l'absence de données sur la corrélation temporelle de la turbulence, nous avons appliqué un modèle simple d'évolution temporelle de la turbulence. Nous générons deux réalisations de champ de température R1 et R2. Nous utilisons la réalisation R1 pour calculer le champ reçu par l'antenne et nous réémettons dans une réalisation R3 qui est construite comme un mélange de R1 et de R2 de la façon suivante :

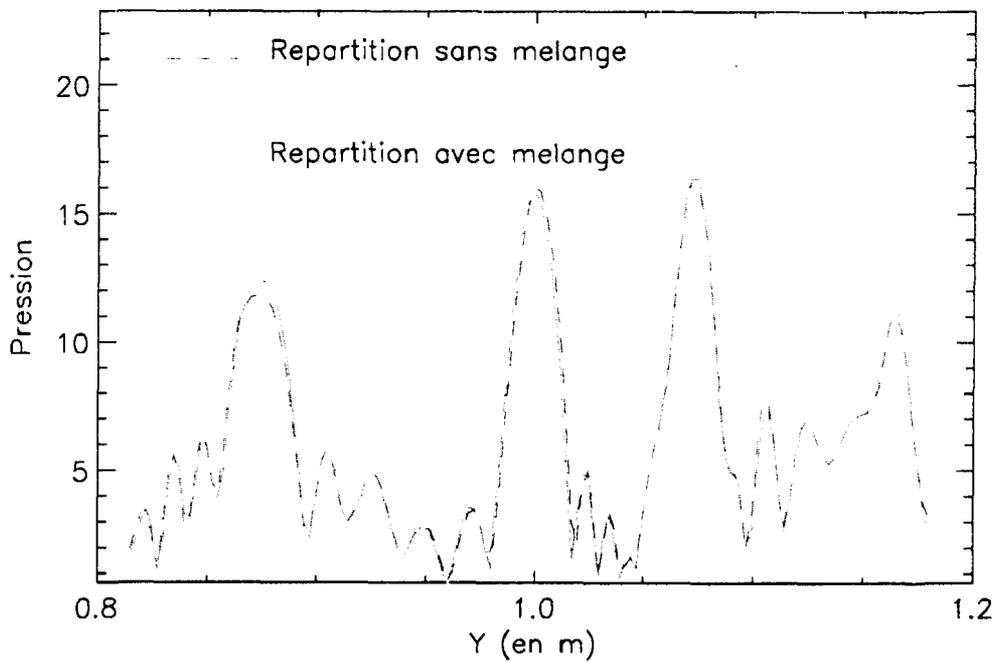
Si  $T_1$ , respectivement  $T_2$ , est la température en un point M calculé dans la réalisation R1, respectivement R2, alors la température  $T_3$  pour la réalisation R3 est calculée selon la formule suivante :

$$T_3 = (1 - \lambda)T_1 + \lambda T_2$$

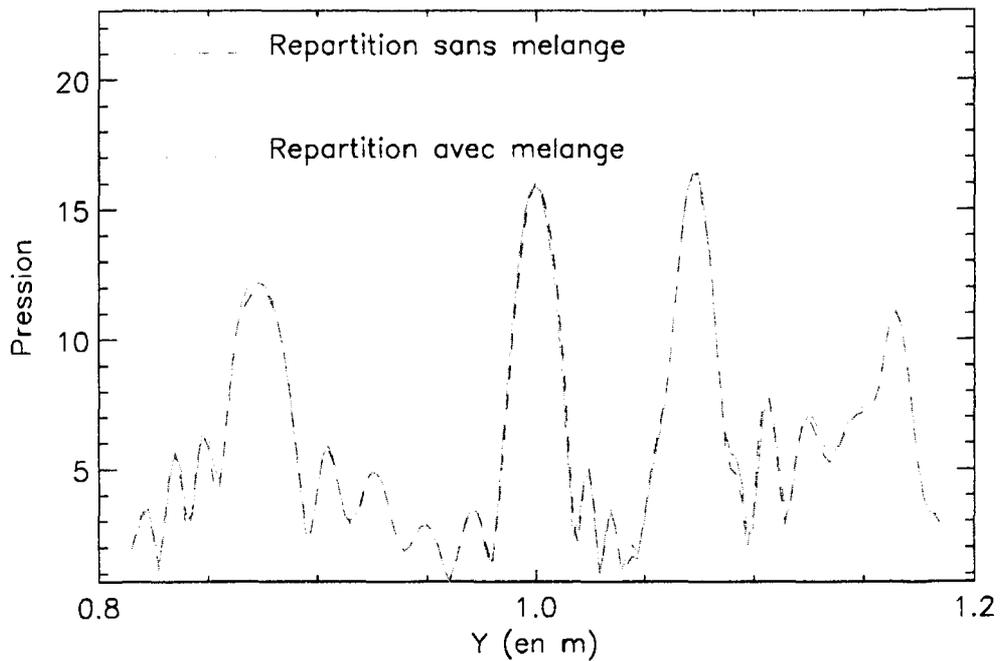
où  $\lambda$  est un coefficient compris entre 0 et 1 qui représente le taux d'évolution de la turbulence. Notre étude a porté sur une réalisation pour laquelle le retournement temporel permet de retrouver le point de focalisation initial, et qui joue le rôle de réalisation R1. Nous avons choisi celle utilisée sur la figure 5.13. Nous avons ensuite pris deux réalisations au hasard pour jouer le rôle de réalisations perturbatrices. Pour chacune de ces deux réalisations, nous avons effectué un mélange avec la réalisation R1 pour quatre valeurs du coefficient  $\lambda$  : 0,05, 0,1, 0,15, 0,2.

Le principal effet du mélange est un décalage du lobe principal. Nous remarquons, sur les figures 5.18 et 5.19, que pour  $\lambda$  égal à 0,05, il n'y a quasiment pas d'effet de mélange pour les deux cas d'étude. A partir de  $\lambda$  égal à 0,1, on peut constater, sur les figures 5.20 et 5.21, pour les deux réalisations perturbatrices, un début de décalage qui devient non négligeable pour  $\lambda$  égal à 0,2, comme présenté sur les figures 5.22 et 5.23. Pour la seconde réalisation perturbatrice, nous présentons sur la figure 5.24 un calcul pour  $\lambda$  égal à 0,5. On peut alors noter le fort décalage du lobe principal mais également une variation du maximum d'amplitude. Sans risquer de tirer des conclusions hâtives, car nous n'avons effectué des tests que pour deux mélanges avec des réalisations perturbatrices, nous pouvons dire que cette étude montre que la refocalisation par retournement temporel est sensible à une modification de la turbulence entre la réception des signaux par l'antenne et la réémission des signaux retournés temporellement. ce qui semble logique puisqu'en faisant évoluer le milieu entre la réception par l'antenne et la réémission par celle-ci des signaux retournés temporellement, le principe de réciprocité n'est plus vérifié.

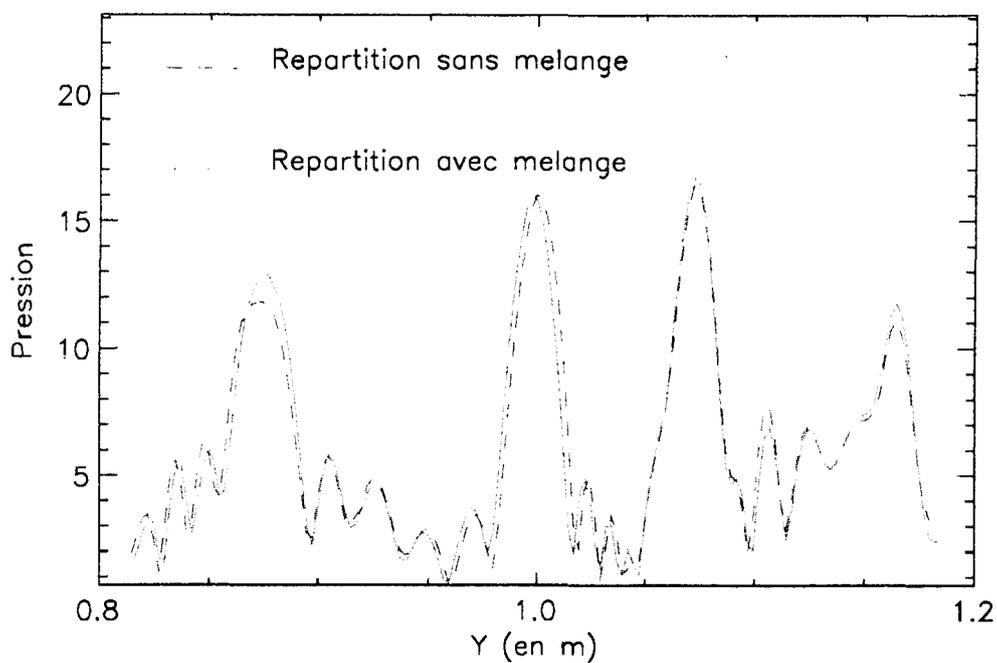
Les résultats présentés dans ce paragraphe montrent que, dans le cas d'application de la technique du retournement temporel à des systèmes d'imagerie réels, l'évolution temporelle de la turbulence est à prendre en compte ou du moins à quantifier. De façon à être plus qualitatif, une approche possible est d'utiliser une génération de turbulence à base de modes de Fourier évolutifs dans le temps [BAILLY 96], [BAILLY 95]. Cependant, il est nécessaire d'avoir une idée de l'échelle de corrélation temporelle des fluctuations de température, qui pourrait être déterminée expérimentalement.



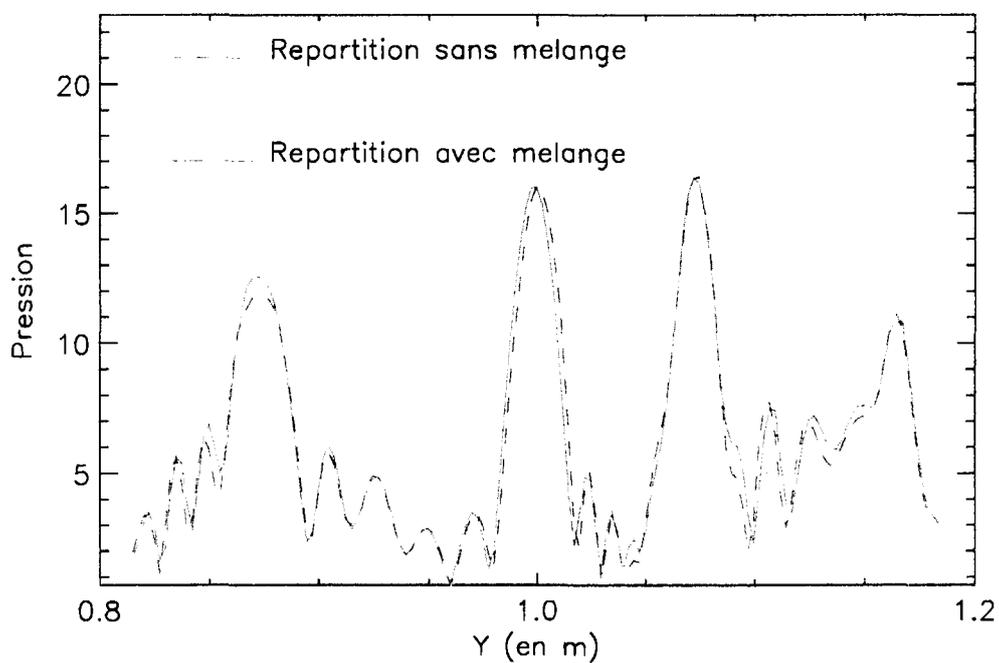
*Figure 5.18*  
*Répartition de pression pour  $\lambda$  égal à 0,05 pour la première réalisation perturbatrice.*  
*Comparaison avec la répartition obtenue sans mélange par retournement temporel*



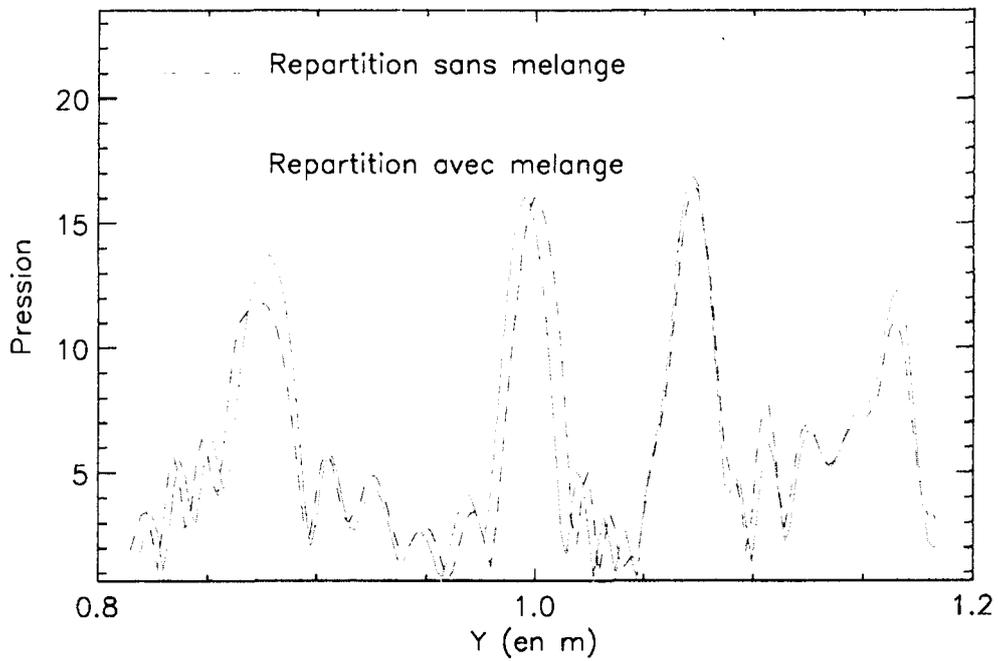
*Figure 5.19*  
*Répartition de pression pour  $\lambda$  égal à 0,05 pour la seconde réalisation perturbatrice.*  
*Comparaison avec la répartition obtenue sans mélange par retournement temporel*



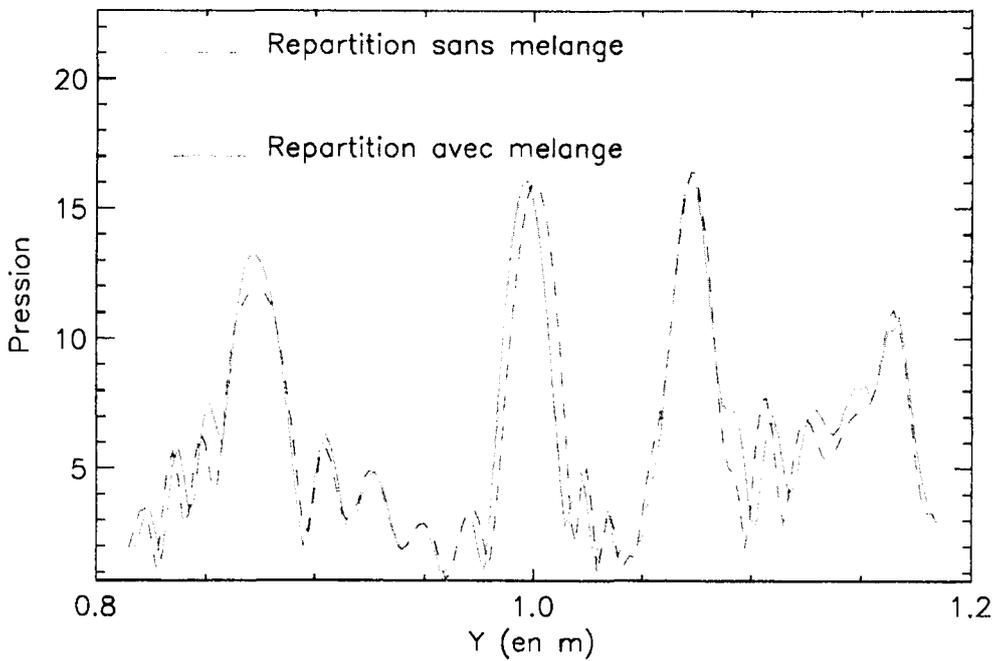
**Figure 5.20**  
*Répartition de pression pour  $\lambda$  égal à 0,1 pour la première réalisation perturbatrice. Comparaison avec la répartition obtenue sans mélange par retournement temporel*



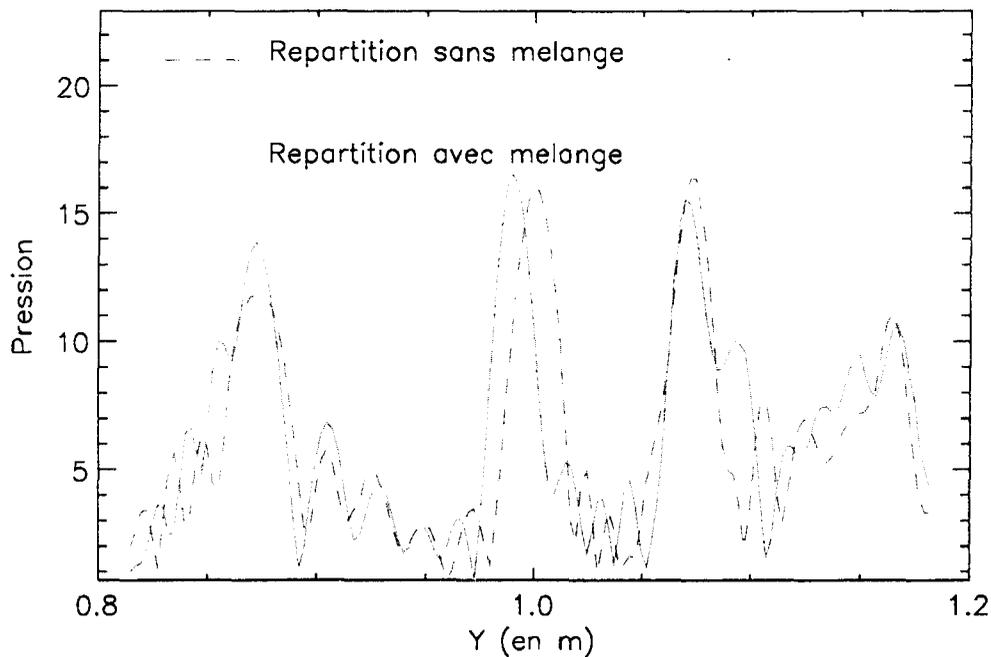
**Figure 5.21**  
*Répartition de pression pour  $\lambda$  égal à 0,1 pour la seconde réalisation perturbatrice. Comparaison avec la répartition obtenue sans mélange par retournement temporel*



*Figure 5.22*  
*Répartition de pression pour  $\lambda$  égal à 0,2 pour la première réalisation perturbatrice.*  
*Comparaison avec la répartition obtenue sans mélange par retournement temporel*



*Figure 5.23*  
*Répartition de pression pour  $\lambda$  égal à 0,2 pour la seconde réalisation perturbatrice.*  
*Comparaison avec la répartition obtenue sans mélange par retournement temporel*



*Figure 5.24*

*Répartition de pression pour  $\lambda$  égal à 0,5 pour la seconde réalisation perturbatrice. Comparaison avec la répartition obtenue sans mélange par retournement temporel*

## 5. 4. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons pu voir les effets de la turbulence sur la focalisation d'une antenne simple. Nous avons vu que, à géométrie constante, ces effets de défocalisation sont plus ou moins importants suivant l'intensité de la turbulence et donc la zone de fluctuations acoustiques où l'on se place. Afin de corriger ces aberrations introduites par la turbulence, nous avons mis en oeuvre la technique de retournement temporel. Dans un premier temps, nous avons utilisé ce principe en supposant que la turbulence n'évolue pas entre la réception des signaux sur l'antenne et la réémission des signaux retournés temporellement. Lorsque les fluctuations acoustiques sont faibles, les résultats sont probants. Cependant, lorsque le niveau des fluctuations acoustiques est plus élevé, nous ne sommes pas parvenu à refocaliser l'antenne en son point initial. Enfin dans une dernière partie, nous avons examiné, pour les cas où la refocalisation est obtenue, l'influence d'une évolution temporelle de la turbulence. Nous avons pour cela utilisé un procédé simple permettant de construire une réalisation de champ turbulent comme combinaison linéaire de deux réalisations. Les résultats que nous obtenons montrent que la refocalisation par retournement temporel est sensible à une évolution temporelle de la turbulence qu'il faudra prendre en compte pour des applications industrielles.

## CONCLUSION

Pour répondre à des demandes de l'exploitant, le Commissariat à l'Energie Atomique a développé des systèmes ultrasonores de surveillance et d'inspection pour les réacteurs à neutrons rapides. Ces systèmes ont été conçus et fonctionnent avec l'hypothèse raisonnable que la température du milieu de propagation est homogène. Cependant, il est intéressant d'étudier le comportement de tels systèmes en présence de gradients et surtout de fluctuations de température. Notre travail s'inscrit dans ce cadre et a pour but de fournir un outil de prédiction des effets de la turbulence sur la propagation des ultrasons. Nous avons pour cela mené une étude numérique et expérimentale de la propagation d'ondes ultrasonores au sein d'une turbulence thermique.

Notre modèle numérique s'appuie sur la démarche suivante : nous représentons le milieu turbulent par une succession de réalisations de champs turbulents homogènes et isotropes générés par la technique de superposition de modes de Fourier. Pour chaque réalisation, nous calculons le champ acoustique de façon déterministe. En effectuant des statistiques sur un grand nombre de réalisations, nous obtenons des grandeurs caractéristiques du champ acoustique perturbé sans faire a priori des hypothèses sur l'interaction des champs turbulents et acoustiques. Etant donné les applications potentielles de notre travail, nous devons choisir une méthode de calcul des champs acoustiques utilisant une individualisation des trajets sonores et qui soit facilement applicable au cas monofréquentiel et aux signaux de type impulsionnel. C'est pour ces raisons que nous avons choisi la méthode de sommation de faisceaux gaussiens. C'est la première fois, à notre connaissance que cette méthode est utilisée pour calculer le champ acoustique se propageant dans un milieu aléatoire rapidement variable dans toutes les directions.

Nous avons dans un premier temps testé les capacités de la méthode de sommation de faisceaux gaussiens associée à la technique de superposition de modes de Fourier à prédire les perturbations du champ acoustique par la turbulence. Dans le domaine des faibles fluctuations, nous avons confronté les résultats obtenus par sommation de faisceaux gaussiens aux solutions analytiques existantes : celle de Chernov pour les fluctuations de temps de parcours et celle de Rytov pour les fluctuations d'intensité. Pour ces deux grandeurs caractéristiques du champ acoustique, nous obtenons un très bon accord entre nos résultats et les solutions de référence. L'étude des fluctuations d'intensité a, en outre, permis d'identifier un choix possible du paramètre de Gauss qui donne d'excellents résultats et que nous avons retenu pour le cas des fortes fluctuations. Quand les fluctuations deviennent plus importantes, la méthode prédit bien une augmentation du nombre de rayons propres et une évolution non linéaire de la variance des fluctuations de temps de parcours avec cependant un léger décalage de la distance pour laquelle apparaît cette évolution par rapport à la théorie. En ce qui concerne les fluctuations d'intensité, la courbe d'évolution de l'indice de scintillation avec la distance de propagation

présente l'asymptote attendue qui traduit la saturation des fluctuations ainsi qu'un certain nombre de pics dûs à la présence de caustiques à proximité des récepteurs. Un des intérêts de cette méthode est qu'elle permet un calcul facile du champ acoustique au niveau des caustiques, mais les niveaux prédits en ces points semblent toutefois surestimés. La méthode prédit également l'augmentation de la hauteur de ces pics d'intensité avec la fréquence ainsi que la non apparition de ceux-ci pour les faibles valeurs du paramètre  $\gamma$ . La position des pics est également bien prédite, avec un léger décalage comme dans le cas des fluctuations de temps de parcours. Seul la question de la trop grande sensibilité de la méthode à la présence de caustiques du champ acoustique à proximité de récepteurs reste posée et ne pourra vraisemblablement être réglée que par une confrontation directe à une méthode exacte.

L'étude de la densité de probabilité de l'intensité a confirmé les résultats obtenus pour la variance des fluctuations d'intensités : bon accord dans le cas des faibles fluctuations et prédiction correcte de l'évolution de la forme des courbes sans toutefois obtenir rigoureusement la forme exponentielle attendue pour les grandes distances de propagation.

Enfin, des calculs dans le domaine temporel nous ont permis d'illustrer les effets possibles de la turbulence sur des signaux de type impulsionnel.

Afin de compléter notre étude numérique, nous avons mis en place un dispositif expérimental inspiré de travaux antérieurs. Il nous a permis de mettre en évidence aux effets de la turbulence sur la propagation acoustique et de caractériser qualitativement les champs turbulents et acoustiques. Les résultats obtenus concernant l'indice de scintillation sont en accord avec les théories analytiques. Nous avons montré l'importance de connaître précisément le spectre des fluctuations pour prédire le champ acoustique perturbé et par là même les limitations du spectre associé à une fonction de corrélation gaussienne. Des phénomènes d'intermittence ont gêné les mesures et nous ont empêché d'accéder au spectre des fluctuations. Ceci montre que le paramètre d'intermittence mériterait sans doute d'être incorporé dans les simulations numériques.

Enfin, nous avons examiné en simulation les effets de la turbulence sur la focalisation d'une antenne. Nous avons trouvé que les aberrations engendrées étaient fonction de l'intensité de turbulence pour des distances de propagation et une échelle intégrale des fluctuations thermiques fixées. Afin de corriger ces aberrations, nous avons mis en œuvre numériquement la technique de retournement temporel. Cette méthode permet une refocalisation complète de l'antenne au point initial lorsque les déformations ne sont pas trop importantes mais tombe en défaut dans le cas contraire. Nous avons également étudié la sensibilité de la technique de retournement temporel à une évolution temporelle du milieu pendant les phases de réception et de réémission des signaux par l'antenne. Cette étude, qui constitue une première approche du problème a permis de montrer que l'évolution temporelle du milieu est à quantifier et à prendre en compte pour des applications industrielles de la technique de retournement temporel. Elle peut également être rendue plus réaliste dans le futur par une extension simple de notre travail en utilisant par exemple des modes de Fourier évolutifs dans le temps.

## BIBLIOGRAPHIE

[BAILLY 96] C. Bailly, P. Lafon, S. Candel, "Computation of Noise Generation and Propagation for Free and Confined Turbulent Flows",  
2<sup>nd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, State College, PA, 6-8 Mai 1996

[BAILLY 95] C. Bailly, P. Lafon, S. Candel, "A Stochastic Approach to Compute Noise Generation and Radiation of Free Turbulent Flows",  
16<sup>th</sup> AIAA Aeroacoustics Conference, Munich, 12-15 Juin 1995

[BATCHELOR 59] G. K. Batchelor, "Small scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid. Part 1. General discussion and the case of small conductivity",  
Journal of Fluid Mechanics, Vol 5, pp 113-134, 1959

[BERTON 95] J. L. Berton, D. Loyer, "Continuous Monitoring of the Position of two Subassemblies Heads of Phenix at 350 MWth Power and 550°C",  
SMORN VII, a Symposium on Nuclear reactor surveillance and diagnostic, 19-23 June, Avignon, France

[BLANC-BENON 81] Ph. Blanc-Benon, "Effet d'une turbulence cinématique sur la propagation des ondes acoustiques."  
Thèse de Docteur-Ingénieur, Ecole Centrale de Lyon, n° 81-02, 1981.

[BLANC-BENON 87] Ph. Blanc-Benon, "Caractéristiques statistiques des ondes acoustiques après traversée d'une turbulence thermique."  
Thèse d'Etat de l'Université Claude Bernard- Lyon 1, 1987.

[BLANC-BENON 90] Ph. Blanc-Benon, D. Juvé, M. Karweit and G. Comte-Bellot, "Simulation numérique de la propagation des ondes acoustiques à travers une turbulence cinématique."  
Journal d'Acoustique, vol 3 (1), pp 1-8, 1990.

[BLANC-BENON 90b] Ph. Blanc-Benon et D. Juvé, "Fluctuations d'intensité d'une onde sphérique traversant une turbulence thermique."  
Journal de Physique, Colloque C3, supplément au n°17, Tome 51, pp 13-22, 1990.

[BLANC-BENON 91] Ph. Blanc-Benon, D. Juvé and G. Comte-Bellot, "Occurrence of caustics for high-frequency waves propagating through turbulent fields."  
Theoret. Comput. Fluid Dynamics, vol 2, pp 271-278, 1991.

[BLANC-BENON 93] Ph. Blanc-Benon, D. Juvé, "Intensity fluctuations of spherical acoustic waves through thermal turbulence."  
Waves in Random Media, vol 3, pp 71-83, 1993.

[BLANC-BENON 96] Ph. Blanc-Benon, D. Juvé, "Propagation of acoustic pulses in a turbulent refractive atmosphere."  
Seventh International Symposium on Long Range Sound Propagation, Ecole Centrale de Lyon, Ecully, 1996.

[BOONE 90] M. M. Boone and E. A. Vermaas, "A new ray-tracing algorithm for arbitrary inhomogeneous media, including caustics."

Journal of the Acoustical Society of America, vol 90 (4), pp 2109-2117, 1990

[BUCKER 94] H. P. Bucker, "A simple 3D Gaussian beam sound propagation model for shallow water"

Journal of the Acoustical Society of America, vol 95 (5), pp 2437-2440, 1994

[BUFFET 84] J. C. Buffet, "Etude des fluctuations de température dans des écoulements de métal liquide au voisinage d'une paroi. "

Thèse de Docteur-Ingénieur, Ecole Centrale de Lyon, 1984

[CASSEREAU 92] D. Cassereau and M. Fink, "Time reversal of ultrasonic fields - Part III: Theory of the closed Time Reversal Cavity."

IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, Vol 39 (5), pp 579-592, 1992

[CERVENY 82] V. Cerveny, M. M. Popov, I. Psencik, "Computation of wave fields in inhomogeneous media - Gaussian beam approach."

Geophysical J. R. astr. Soc. vol (70), pp 109-128, 1982

[CERVENY 83a] V. Cerveny, I. Psencik, "Gaussian beams in two dimensionnal elastic inhomogeneous media."

Geophysical J. R. astr. Soc. vol (72), pp 417-433, 1983

[CERVENY 83b] V. Cerveny,, "Synthetic body wave seismograms for laterally varying layered structures by the Gaussian Beam method."

Geophysical J. R. astr. Soc. vol (73), pp 389-426, 1983

[CERVENY 84] V. Cerveny, I. Psencik, "Gaussian beams in elastic 2D laterally varying layered structures."

Geophysical J. R. astr. Soc. vol (78), pp 65-91, 1984

[CERVENY] V. Cerveny, "The application of ray tracing to the modeling of seismic wavefields in complex structures."

Handbook of Geophysical Exploration, vol 15 A, Seismic Shear Waves Part A: Theory.

K. Helbig and S. Treitel (Editors), Geophysical Press

[CHANG 96] W. R. Chang and J. H. Tarnq, "Acoustic pulse propagation in a fluctuating ocean with range-dependent sound profile."

Journal of the Acoustical Society of America, vol 99 (4), pp 2048-2054, 1996.

[CHERNOV 60] L. A. Chernov, "Wave propagation in random medium."

Mac-Graw Hill, New-York, 1960

- [CHEVRET 94] P. Chevret, "Simulation numérique des effets de la turbulence sur la propagation du son dans l'atmosphère",  
Thèse de l'Ecole Centrale de Lyon, 1994
- [CLAY 73] Clay, "Turbulent mixing of temperature in water, air and mercury"  
Ph. D. Thesis, University of California, San Diego-1973
- [COMTE-BELLOT] G. Comte-Bellot, "Turbulence"  
Notes de Cours de 3ème année, Ecole Centrale de Lyon
- [DASHEN 79] R. Dashen, "Paths integrals for waves in random media."  
J. Math. Phys., vol 20 (5), pp 894-920, 1979
- [DEL GROSSO 72] V. A. Del Grosso et C. W. Mader, "Speed of sound in pure water."  
Journal of the Acoustical Society of America, vol 52 (5 Pt 2), pp 1442-1446, 1972
- [DORME 95] C. Dorme, "Utilisation du retournement temporel pour la correction des aberrations en imagerie médicale."  
Thèse de l'Université Paris 6, 1995.
- [EWART 83] T. E. Ewart, C. Macaskill and B. J. Uscinski, "Intensity fluctuations. Part II: Comparaison with the Cobb Experiment"  
Journal of the Acoustical Society of America, vol 74 (5), pp 1484-1499, 1983.
- [FAVRE 76] A. Favre, L. S. G. Kovasznay, M. Dumas, J. Caviglio, M. Coantic, "La turbulence en mécanique des fluides",  
Ed Gauthiers-Villars, 1976
- [FILIPPI 94] P. Filippi, "Acoustique générale"  
Les Editions de Physique, 1994
- [FINK 95] M. Fink, "Time Reversal Mirrors."  
Acoustical Imaging, vol 21, pp 1-15, Edited by J. P. Jones, Plenum Press, New York, 1983.
- [FIORINA 97] D. Fiorina, Ch. Lhuillier et D. Juvé, "Propagation ultrasonore en milieu turbulent. Simulation et expérimentation."  
4ème Congrès Français d'Acoustique, Marseille, 14-18 Avril 1997, pp 1055-1058.
- [FLATTE 83] S. M. Flatté, "Wave propagation through random media: contributions from ocean acoustics."  
Proceedings of the IEEE, vol 71 (11), pp 1267-1294, 1983.
- [GABILLET 90] Y. Gabillet, "Propagation du son près du sol en présence de vent."  
Rapport final du contrat DRET/CSTB n° 88/229, Centre Scientifique et Technique du Batiment, 1990

[GABILLET 92] Y. Gabillet, "Etude théorique et expérimentale de la propagation acoustique à longue distance sur terrain à relief."  
Rapport final du contrat DRET/CSTB n° 90/062, Centre Scientifique et Technique du Bâtiment, 1992

[GABILLET 93] Y. Gabillet, H. Schroeder, G. A. Daigle, A. l'Espérance, "Application of the Gaussian beam approach to sound propagation in the atmosphere: Theory and experiments."  
Journal of the Acoustical Society of America, vol 93 (6), pp 3105-3116, 1993

[GEORGE 87] T. George, "Une approximation à haute fréquence de l'équations des ondes: la sommation de faisceaux gaussiens: Méthodologie, tests et applications sismologiques."  
Thèse de Doctorat, Université de Paris VI, 1987

[GEORGE 97] T. George, "Modélisation de la propagation acoustique sous-marine dans un double chenal."  
Rapport Final du contrat DRET 95.34.489.00.470.75.65, Société MOTHESESIM, 1997.

[HARRIS 78] F. J. Harris, "On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform.",  
Proceedings of the IEE, Vol 66 n°1, 1978

[HUGON-JEANIN 92] Y. Hugon-Janin, "Simulation numérique de la propagation d'ondes acoustiques en milieu turbulent.",  
Thèse de l'Ecole Centrale de Lyon, 1992

[ISHIMARU 78] A. Ishimaru, "Wave propagation and scattering in random media. Vol 2"  
Academic Press, 1978.

[IMBERT 97] Ch Imbert, "Visualisation Ultrasonore Sous Sodium. Application aux Réacteurs à Neutrons Rapides."  
Thèse présentée devant l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1997.  
Cote BIU : T 50/210/19

[JENSEN 94] F. B. Jensen, W. A. Kuperman, M. B. Porter, H. Schimdt, "Computational Ocean Acoustics."  
AIP Press, 1994.

[JUVE 91] D. Juvé, P. Blanc-Benon, Y. Hugon-Jeanin, "Simulation numérique de la propagation en milieu aléatoire"  
Publications du LMA, n° 125, Juin 1991

[KARWEIT 91] M. Karweit, Ph. Blanc-Benon, D. Juvé, G. Comte-Bellot, "Simulation of the propagation of an acoustic wave through a turbulent velocity field: A study of phase variance."  
Journal of Acoustical society of America, 89 (1), pp 52-62, 1991

[KRAICHNAN 70] R. H. Kraichnan, "Diffusion by a random velocity field"  
Physics of Fluids, Vol 13, pp 22-31, 1970

[KULKARNY 82] V. A. Kulkarny, B. S. White, "Focusing of waves in turbulent inhomogeneous media."  
Phys. Fluids, vol 25 (10), pp 1770-1784, 1982.

[LAMBERT 87] A. Lambert, "Les faisceaux acoustiques des traducteurs utilisés en contrôle par ultrasons."  
Rapport d'étude du Centre Techniques des Industries Mécaniques (CETIM), 1987.

[LAWN 77] C. J. Lawn, "Turbulent temperature fluctuations in liquid metals"  
Journal of Heat and Mass Transfer, Vol 20, pp 1035-1044, 1977.

[LESIEUR 87] M. Lesieur, "Turbulence in fluids",  
Martinus Nijhoff publishers, 1987

[LHULLIER 84] Ch. Lhuillier, "Capteurs Acoustiques pour l'instrumentation des Réacteurs à Neutrons Rapides",  
Capteurs - Technologie et Applications, 5-7 June, Paris, France

[MADARIAGA 84] R. Madariaga,, "Gaussian beam synthetic seismograms in a vertically varying medium."  
Geophysical J. R. astr. Soc. vol (79), pp 589-612, 1984

[MIETTE 97] V. Miette, D. Cassereau, F. Wu, M. Fink, "Optimisation du retournement temporel pour l'inspection des billettes de titane"  
4ème Congrès Français d'Acoustique, Marseille, 14-18 Avril 1997, pp 731-734.

[MONDAY 88] C. H. Monday and al, "Remote Measurement of LMFBR Breeder Assembly Outlet Temperature by Ultrasonics."  
Fourth International Conference on Liquid Metal Engennering and Technology, 17-21 October 1988, Avignon France

[MORSE 53] P. M. Morse, H. Feshbach, "Methods of Theoretical Physics"  
MacGraw Hill, 1953

[MÜLLER 84] G. Müller, "Efficient calculation of Gaussian beam seismograms for two dimensionnal inhomogeneous media."  
Geophysical J. R. astr. Soc. vol (79), pp 153-166, 1984

[NOEL 93] C. Noel, "Propagation des signaux sonores en milieu marin aléatoire",  
Thèse de l'Université d'Aix\_Marseille II, 1993

[PIERCE 81] A. D. Pierce, "Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications"  
American Institute of Physics, 1981

[PORTER 87] M. B. Porter, H. P. Bucker, "Gaussian beam tracing for computing ocean acoustic fields"  
Journal of the Acoustical Society of America, vol 82 (4), pp 1349-1359, 1987

- [REY 77] C. Rey, "Effet du nombre de Prandtl, de la gravité et de la rugosité sur les spectres de turbulences cinématique et scalaire",  
Thèse de l'Université Claude Bernard Lyon, 1977
- [ROUX 95] P. Roux and M. Fink, "Experimental evidence in acoustics of the violation of Time-Reversal invariance induced by vorticity",  
Europhysics Letters, vol 32 (1), pp 25-29, 1995
- [SPIVACK 88] M. Spivack and B. J. Uscinski, "Accurate numerical solution of the fourth moment equation for very large value of  $\Gamma$ ."   
Journal of Modern Optics, vol 35 (11), pp 1741-1755, 1988.
- [STONE 62] R. G. Stone and D. Mintzer, "Range dependance of acoustic fluctuations in a randomly Inhomogeneous medium."  
Journal of the Acoustical Society of America, vol 34 (5), pp 647-653, 1962.
- [STONE 65] R. G. Stone and D. Mintzer, "Transition regime for acoustic fluctuations in a randomly Inhomogeneous medium."  
Journal of the Acoustical Society of America, pp 843-846, 1965.
- [TANTER 97] M. Tanter, J.-L. Thomas, M. Fink, "Focalisation à travers le crane par retournement temporel. Application à l'hyperthermie."  
4ème Congrès Français d'Acoustique, Marseille, 14-18 Avril 1997, pp 149-152.
- [USCINSKI 83] B. J. Uscinski, C. Macaskill and T. E. Ewart, "Intensity fluctuations. Part I: Theory"  
Journal of the Acoustical Society of America, vol 74 (5), pp 1474-1483, 1983.
- [WANG 95] T. K. Wang, D. A. Waltham, "Seismic modelling over 3D homogeneous layered structures - Summation of Gaussian beams."  
Geophys. J. Int., vol 122, pp 161-174, 1995
- [WEBER 88] M. Weber, "Computation of body-wave seismograms in absorbing 2D media using the Gaussian Beam method: comparaison with exact methods."  
Geophysical Journal, vol (92), pp 9-24, 1988
- [WEINBERG 96] H. Weinberg and R. E. Keenan, "Gaussian ray bundles for modeling high-frequency propagation loss under shallow-water conditions."  
Journal of the Acoustical Society of America, vol 100 (3), pp 1421-1431, 1996.
- [WU 92] F. Wu, J-L Thomas, M. Fink, "Time Reversal of Ultrasonic Fields - Part II: Experimental Results."  
IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, Vol 39 (5), pp 567-578, 1992

## ANNEXE 1

### La célérité du son dans l'eau.

Del Grosso et Mader [DEL GROSSO 72] proposent, suite à des mesures, d'exprimer la célérité du son dans l'eau pure comme un polynôme de degré 5 de la température exprimée en degrés Celsius :

$$c(x, y, z) = \sum_{i=0}^{i=5} \alpha_i T^i(x, y, z) \quad (\text{A1.1})$$

où les coefficients  $\alpha_i$  ont pour valeur:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 0,140238754 * 10^4 \\ \alpha_1 &= 0,503711129 * 10^1 \\ \alpha_2 &= -0,580852166 * 10^{-1} \\ \alpha_3 &= 0,334198834 * 10^{-3} \\ \alpha_4 &= 0,147800417 * 10^{-5} \\ \alpha_5 &= 0,314643091 * 10^{-8} \end{aligned}$$

En développant par la formule de Taylor au premier degré, on obtient une expression de la célérité  $c$  pour une température  $T$  voisine de  $T_0$  :

$$c = c_0 + \left[ \frac{\partial c}{\partial T} \right]_{T=T_0} \Delta T \quad (\text{A1.2})$$

en divisant dans les deux membres par  $c$  on aboutit à :

$$1 = n_1 + \frac{1}{c} \left[ \frac{\partial c}{\partial T} \right]_{T=T_0} \Delta T \quad (\text{A1.3})$$

où  $n_1$  représente l'indice acoustique.

On pose  $n_1 = 1 + \mu$  et on obtient :

$$\mu = -\frac{1}{c} \left[ \frac{\partial c}{\partial T} \right]_{T=T_0} \Delta T \quad (\text{A1.4})$$

d'où l'expression de la variance des fluctuations d'indice acoustique :

$$\langle \mu^2 \rangle = \left| -\frac{1}{c} \left[ \frac{\partial c}{\partial T} \right]_{T=T_0} \right|^2 \langle T'^2 \rangle \quad (\text{A1.5})$$

## ANNEXE 2

### Développements analytiques dans l'approximation de Rytov pour une source ponctuelle 2D et 3D dans le cas d'un spectre associé à une fonction de corrélation gaussienne des fluctuations d'indice.

#### A2. 1. PRINCIPE GENERAL

On part de l'équation de Helmholtz :

$$\Delta p + k_0^2 n_1^2 p = 0 \quad (\text{A2.1})$$

On effectue dans cette équation le changement de variable :

$$p = \exp(\psi) \quad (\text{A2.2})$$

On obtient une équation différentielle du premier ordre en :

$$\Delta \psi + (\nabla \psi)^2 + k_0^2 n_1^2 = 0 \quad (\text{A2.3})$$

On utilise alors une méthode de perturbation de la phase complexe  $\psi$  :

$$\psi = \psi_0 + \psi_1 + \psi_2 + \dots \quad (\text{A2.4})$$

On ne retient que les deux premiers termes et on reporte dans (A2.3) :

$$\Delta \psi_1 + 2 \nabla \psi_1 \nabla \psi_0 + (\nabla \psi_1)^2 = -2k_0^2 \langle n_1 \rangle \mu \quad (\text{A2.5})$$

où  $p_0 = \exp(\psi_0)$  vérifie l'équation de Helmholtz en milieu non perturbé, soit :

$$\Delta \psi_0 + (\nabla \psi_0)^2 + k_0^2 n_1^2 = 0 \quad (\text{A2.6})$$

En supposant que les fluctuations d'indice acoustique soit faibles, l'équation précédente devient :

$$\Delta(p_0 \psi_1) + k_0^2 \langle n_1 \rangle^2 (p_0 \psi_1) = -2k_0^2 \langle n_1 \rangle \mu p_0 \quad (\text{A2.7})$$

Si  $G(\mathbf{x}-\mathbf{x}')$  est la fonction de Green associée à l'opérateur  $(\Delta + (k_0 \langle n_1 \rangle)^2)$ ,  $\psi_1$  est donnée par l'expression suivante :

$$\psi_1(\mathbf{x}) = -\frac{2k_0^2}{p_0(\mathbf{x})} \int_V \langle n_1 \rangle \mu G(\mathbf{x}-\mathbf{x}') p_0(\mathbf{x}') dV' \quad (\text{A2.8})$$

Sachant que  $\psi_1 = \chi + iS_1 = \ln(A/A_0) + i(S-S_0)$ , on en déduit les caractéristiques statistiques des fluctuations du logarithme.

Pour un point source 2D ou 3D émettant dans un milieu infini, on connaît la fonction de Green, on va pouvoir calculer la variance des fluctuations de phase et d'amplitude dans le cas d'un spectre associé à une fonction de corrélation gaussienne des fluctuations d'indice. Nous reprenons ici les calculs menés par Chevret [CHEVRET 94].

## A2. 2. CAS 3D

### A2. 2. 1. Fluctuations de la phase et du logarithme de l'amplitude

La fonction de Green a pour expression dans ce cas :

$$G(\mathbf{x}-\mathbf{x}') = \frac{1}{4\pi|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} \exp(ik_0|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|) \quad (\text{A2.9})$$

En champ lointain,  $G$  peut être approchée par l'expression suivante :

$$G(\mathbf{x}-\mathbf{x}') = \frac{1}{4\pi|r-r'|} \exp\left[ ik_0(r-r' + \frac{|\bar{\rho}-\bar{\rho}'|}{2(r-r')}) \right] \quad (\text{A2.10})$$

où  $r$  et  $r'$  sont les coordonnées selon l'axe de propagation et  $\rho$  et  $\rho'$  les coordonnées dans le plan transverse à la direction de propagation. On obtient une expression similaire pour  $p_0$  :

$$p_0(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi|\mathbf{x}|} \exp(ik_0|\mathbf{x}|) \approx \frac{1}{4\pi r} \exp\left[ ik_0\left( r + \frac{\rho^2}{2r} \right) \right] \quad (\text{A2.11})$$

en remplaçant dans  $p_0$  et  $G$  par leurs expressions ci-dessus, on obtient pour  $\psi_1$  :

$$\psi_1(\mathbf{x}) = -2k_0^2 \int_V \frac{1}{4\pi\gamma(r-r')} \exp\left[ \frac{ik_0}{2} \frac{(\gamma\bar{\rho}-\bar{\rho}')^2}{\gamma(r-r')} \right] \mu(\mathbf{x}) d\mathbf{x}' \quad (\text{A2.12})$$

En séparant l'intégrale sur le volume en deux intégrales :  $\int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} d\bar{\rho}'$  on obtient :

$$\psi_1(r, \bar{\rho}) = -2k_0^2 \int_0^r \frac{dr'}{4\pi\gamma(r-r')} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[\frac{ik_0}{2} \frac{(\gamma\bar{\rho} - \bar{\rho}')^2}{\gamma(r-r')}\right] \mu(r', \bar{\rho}') d\bar{\rho}' \quad (\text{A2.13})$$

Les fluctuations d'indice sont représentées par une intégrale de Fourier Stieljes :

$$\mu(r, \rho) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\mathbf{k} \cdot \bar{\rho}) dv(r, \mathbf{k}) \quad (\text{A2.14})$$

$dv$  est une mesure aléatoire. on obtient pour  $\psi_1$  :

$$\psi_1(r, \bar{\rho}) = -2k_0^2 \int_0^r \frac{dr'}{4\pi\gamma(r-r')} \int_{-\infty}^{+\infty} d\bar{\rho}' \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[\frac{ik_0}{2} \frac{(\gamma\bar{\rho} - \bar{\rho}')^2}{\gamma(r-r')}\right] \exp(i\mathbf{k} \cdot \bar{\rho}') dv(r', \mathbf{k}) \quad (\text{A2.15})$$

Soit encore :

$$\psi_1(r, \bar{\rho}) = -2k_0^2 \int_0^r \frac{dr'}{4\pi\gamma(r-r')} \int_{-\infty}^{+\infty} F\left\{\exp\left[\frac{ik_0\rho'^2}{2\gamma(r-r')}\right]\right\} \exp(i\gamma\mathbf{k} \cdot \bar{\rho}) dv(r', \mathbf{k}) \quad (\text{A2.16})$$

où  $F$  désigne la transformée de Fourier dans le plan transverse à la direction de propagation.

La transformée de Fourier dans l'équation précédente vaut :

$$F\left\{\exp\left[\frac{ik_0\rho'^2}{2\gamma(r-r')}\right]\right\} = \frac{2\pi\gamma(r-r')}{k_0} \exp\left[-i\frac{\gamma(r-r')}{2k_0} k^2\right] \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{A2.17})$$

$$\psi_1(r, \bar{\rho}) = -ik_0 \int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-i\frac{\gamma(r-r')}{2k_0} k^2\right] \exp(i\gamma\mathbf{k} \cdot \bar{\rho}) dv(r', \mathbf{k}) \quad (\text{A2.18})$$

Le calcul des fluctuations d'amplitude se font en remarquant que :

$$\chi = \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = \text{Re}[\psi_1] = \frac{1}{2}[\psi_1 + \psi_1^*] \quad (\text{A2.19})$$

En prenant le conjugué de l'expression (A2.18) dans laquelle on fait le changement de variable  $\mathbf{k} = -\mathbf{k}$ , en additionnant l'expression obtenue à l'expression (A2.18), on obtient l'expression de  $\chi$  :

$$\chi(r, \bar{\rho}) = -k_0 \int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\frac{\gamma(r-r')}{2k_0} k^2\right] \exp(i\gamma \mathbf{k} \cdot \bar{\rho}) dv(r', \mathbf{k}) \quad (\text{A2.20})$$

Un raisonnement similaire permet d'obtenir la fluctuation de phase  $S$  :

$$S(r, \rho) = -k_0 \int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} k \cos\left[\frac{\gamma(r-r')}{2k_0} k^2\right] \exp(i\gamma \mathbf{k} \cdot \bar{\rho}) dv(r', \mathbf{k}) \quad (\text{A2.21})$$

### A2. 2. 2. Corrélations transverses

La corrélation transverse de  $\chi$  a pour expression :

$$R_\chi(r, \bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2) = \langle \chi(r, \bar{\rho}_1), \chi^*(r, \bar{\rho}_2) \rangle \quad (\text{A2.22})$$

En remplaçant par l'expression de  $\chi$  obtenue plus haut, on arrive à :

$$R_\chi(r, \bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2) = k_0^2 \int_0^r dr' \int_0^r dr'' \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\frac{\gamma'(r-r')}{2k_0} k'^2\right] \sin\left[\frac{\gamma''(r-r'')}{2k_0} k''^2\right] \exp(i\gamma' \mathbf{k}' \cdot \bar{\rho}_1) \exp(-i\gamma'' \mathbf{k}'' \cdot \bar{\rho}_2) \langle dv(\mathbf{k}', r') dv(\mathbf{k}'', r'') \rangle \quad (\text{A2.23})$$

La mesure aléatoire  $dv$  vérifie la relation :

$$\langle dv(r', \mathbf{k}') dv(r'', \mathbf{k}'') \rangle = F_n(|r'-r''|, \mathbf{k}') \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k}'') d\mathbf{k}' d\mathbf{k}'' \quad (\text{A2.24})$$

On fait ensuite le changement de variable suivant dans l'expression (A2.23) :

$$\eta = (r'+r'')/2 \quad \text{et} \quad x_d = r' - r'' \quad (\text{A2.25})$$

pour obtenir :

$$\Re_\chi(r, \bar{\Delta}\rho) = k_0^2 \int_0^r d\eta \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{k} \sin\left[\frac{\gamma(r-\eta)}{2k_0} k^2\right] \exp(i\gamma \mathbf{k} \cdot \bar{\Delta}\rho) \int_{-\infty}^{+\infty} F_n(|x_d|, \mathbf{k}) dx_d \quad (\text{A2.26})$$

où  $\gamma = \eta/r$  et  $\bar{\Delta}\rho = \bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_2$

Pour un milieu aléatoire homogène et isotrope on a la relation suivante :

$$2\pi\Phi_n^{3D}(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_n(|x_d|, \mathbf{k}) dx_d \quad (\text{A2.27})$$

où  $\Phi_n^{3D}$  est le spectre tridimensionnel des fluctuations d'indice.  $\mathfrak{R}_\chi$  s'écrit finalement :

$$\mathfrak{R}_\chi(r, \Delta\rho) = 4\pi^2 k_0^2 \int_0^r d\eta \int_{-\infty}^{+\infty} k J_0(\gamma k \Delta\rho) \sin^2 \left[ \frac{\gamma(r-\eta)}{2k_0} k^2 \right] \Phi_n^{3D}(k) dk \quad (\text{A2.28})$$

Par un raisonnement identique, on obtient pour la fonction de corrélation transverse des fluctuations de phase :

$$\mathfrak{R}_S(r, \Delta\rho) = 4\pi^2 k_0^2 \int_0^r d\eta \int_{-\infty}^{+\infty} k J_0(\gamma k \Delta\rho) \cos^2 \left[ \frac{\gamma(r-\eta)}{2k_0} k^2 \right] \Phi_n^{3D}(k) dk \quad (\text{A2.29})$$

### A2. 2. 3. Variance des fluctuations de la phase et du logarithme de l'amplitude

Dans le cas d'une turbulence 3D et d'un spectre associé à une fonction de corrélation gaussienne,  $\Phi_n^{3D}$  a pour expression:

$$\Phi_n^{3D}(k) = \langle \mu^2 \rangle \frac{L^3}{8\pi\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{k^2 L^2}{4}\right) \quad (\text{A2.30})$$

On obtient la variance des fluctuations de phase en posant  $\Delta\rho = 0$  dans l'équation (A2.29) et en faisant le changement de variable  $u = k^2$  :

$$\sigma_\chi^2(r) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} k_0^2 \langle \mu^2 \rangle L^3 \int_0^r d\eta \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} \sin^2 \left[ \frac{\gamma(r-\eta)}{2k_0} u \right] \exp\left(-\frac{uL^2}{4}\right) du \quad (\text{A2.31})$$

En utilisant l'identité suivante :

$$\int_0^{+\infty} \exp(-bx) [\sin(x)]^{2m} dx = \frac{(2m)!}{b(b^2+2^2)(b^2+4^2)\dots(b^2+(2m)^2)} \quad (\text{A2.32})$$

puis en effectuant un développement en fractions rationnelles, on arrive à l'expression finale de la variance des fluctuations du logarithme de l'amplitude et de phase :

$$\sigma_\chi^2 = \frac{1}{2}(I_1 - I_2) \quad \text{et} \quad \sigma_S^2 = \frac{1}{2}(I_1 + I_2) \quad (\text{A2.33})$$

avec

$$I_1 = \sqrt{\pi} \langle \mu^2 \rangle k_0^2 L r \quad (\text{A2.34})$$

et

$$I_2 = \sqrt{\pi} \langle \mu^2 \rangle k_0^2 L r \frac{1}{\Delta^2 (\Omega + 1) \sqrt{8\Omega}} \left[ \frac{\Delta\Omega}{2} \ln \left( \frac{1 + \Delta(2\Omega)^{1/2}}{1 - \Delta(2\Omega)^{1/2}} \right) + \text{Arctg} \left( \frac{\Delta\Omega}{1 - \Delta(2\Omega)^{1/2}} \right) - \text{Arctg} \left( \frac{\Delta\Omega}{1 + \Delta(2\Omega)^{1/2}} \right) \right] \quad (\text{A2.35})$$

$$\text{où } \Omega = \left( 1 + \frac{1}{\Delta^2} \right)^{1/2} - 1 \quad \text{et} \quad \Delta = \frac{r}{k_0 L^2}$$

### A2. 3. CAS 2D

#### A2. 3. 1. Expression des fluctuations de la phase et du logarithme de l'amplitude et des corrélations transverses

La fonction de Green pour un point source en 2D s'écrit :

$$G(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_0 |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) \quad (\text{A2.36})$$

où  $H_{0(1)}$  est la fonction de Hankel de première espèce et d'ordre 0

En champ lointain, on obtient une expression asymptotique de cette fonction :

$$G(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \approx \frac{i}{4} \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right) \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 (r - r')}} \exp\left[ i k_0 \left( r - r' + \frac{(z - z')}{2(r - r')} \right) \right] \quad (\text{A2.37})$$

L'expression de  $\psi_1$  est alors donnée par :

$$\psi_1(r, z) \approx \frac{-i k_0^2}{2} \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right) \int_0^r dr' \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 (r - r') \gamma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[ \frac{i k_0}{2} \left( \frac{(\gamma z - z')^2}{\gamma (r - r')} \right) \right] \mu(r', z') dz' \quad (\text{A2.38})$$

Par un raisonnement analogue à celui du cas 3D, on obtient les expressions des fluctuations d'amplitude, de phase, les corrélations transverses de phases et d'amplitude :

$$\chi(r, z) = -k_0 \int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \left[ \frac{\gamma(r-r')}{2k_0} k^2 \right] \exp(i\gamma kz) dv(r, k) \quad (\text{A2.39})$$

$$S(r, z) = -k_0 \int_0^r dr' \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \left[ \frac{\gamma(r-r')}{2k_0} k^2 \right] \exp(i\gamma kz) dv(r, k) \quad (\text{A2.40})$$

$$\mathfrak{R}_\chi(r, \Delta z) = 4\pi k_0^2 \int_0^r d\eta \int_0^{+\infty} \cos(\gamma k \Delta z) \sin^2 \left[ \frac{\gamma(r-\eta)}{2k_0} k^2 \right] \Phi_n^{2D}(k) dk \quad (\text{A2.41})$$

$$\mathfrak{R}_S(r, \Delta z) = 4\pi k_0^2 \int_0^r d\eta \int_0^{+\infty} \cos(\gamma k \Delta z) \cos^2 \left[ \frac{\gamma(r-\eta)}{2k_0} k^2 \right] \Phi_n^{2D}(k) dk \quad (\text{A2.42})$$

### A2. 3. 2. Variance des fluctuations de phase et du logarithme de l'amplitude

Dans le cas d'une turbulence bidimensionnelle et d'un spectre associé à une fonction de corrélation gaussienne,  $\Phi_n^{2D}$  s'écrit :

$$\Phi_n^{2D}(k) = \langle \mu^2 \rangle \frac{L^2}{4\pi} \exp \left( -\frac{k^2 L^2}{4} \right) \quad (\text{A2.43})$$

En posant  $\Delta z = 0$  dans l'expression des corrélations transverses, en remplaçant  $\Phi_n^{2D}$  par son expression et en utilisant les identités suivantes :

$$\int_0^{+\infty} \exp(-bx^2) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{b}} \quad (\text{A2.44})$$

$$\int_0^{+\infty} \exp(-bx^2) \cos(ax^2) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4\sqrt{b^2+a^2}} \cos \left[ \frac{1}{2} \text{Arctg} \frac{a}{b} \right] \quad (\text{A2.45})$$

on obtient l'expression de la variance des fluctuations du logarithme de l'amplitude et de pression

$$\sigma_\chi^2 = \frac{1}{2}(I_1 - I_2) \quad \text{et} \quad \sigma_S^2 = \frac{1}{2}(I_1 + I_2) \quad (\text{A2.46})$$

avec

$$I_1 = \sqrt{\pi} \langle \mu^2 \rangle k_0^2 L r \quad (\text{A2.47})$$

et

$$I_2 = \sqrt{\pi} \langle \mu^2 \rangle k_0^2 L \int_0^r \frac{\cos \left[ \frac{1}{2} \text{Arctg} \left( \frac{\eta(r-\eta)}{\varsigma} \right) \right]}{\left[ 1 + \left( \frac{\eta(r-\eta)}{\varsigma} \right)^2 \right]^{1/4}} d\eta \quad (\text{A2.48})$$

$$\text{où } \varsigma = \frac{k_0 r L^2}{4}$$

## **AUTORISATION DE SOUTENANCE**

Vu les dispositions de l'arrêté du 30 Mars 1992,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur D. JUVE

et les rapports de

Monsieur C. DEPOLLIER  
Professeur - Université du Maine - Laboratoire d'Acoustique - BP 535 - 72017 LE MANS Cedex

et de

Monsieur Ph. GATIGNOL  
Professeur - Université de Technologie de Compiègne - Dept.GM-LG2mS - BP 649 - 60206 COMPIEGNE  
Cedex

**Monsieur FIORINA David**

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Spécialité : **Acoustique**

Fait à Ecully, le 26 janvier 1998

P/Le Directeur de l'E.C.L.  
Le Directeur  
de l'Administration de la Recherche



F. LEBOEUF