

## Prédiction du bruit d'interactions potentielles dans les machines tournantes. Application au fenestron d'hélicoptère

Francette FOURNIER et Michel ROGER

**Résumé** — Le calcul proposé fournit la pression acoustique perçue en champ lointain lorsque des distorsions de l'écoulement sont créées au niveau du rotor par des obstacles cylindriques disposés de façon quelconque en aval du plan de rotation. Appliqué au fenestron d'hélicoptère, le modèle met en évidence l'efficacité de ce mécanisme pour les premiers harmoniques de la fréquence de passage des pales.

**A model for prediction of the noise of potential interactions in axial-flow machines. Application to the ducted tail rotor of a helicopter**

**Abstract** — This paper is concerned with the noise of axial-flow machines due to potential interactions. The analytical method presented here takes into account the potential distortions due to cylindrical struts lying anywhere behind the rotor. An application to the ducted tail rotor of a helicopter proves that this noise source can be very substantial at low frequencies.

Dans la plupart des machines tournantes axiales subsoniques, le spectre émis à la fréquence de passage des pales et à ses harmoniques résulte des mécanismes d'interactions entre le rotor et les surfaces fixes adjacentes. Cette étude concerne les interactions potentielles. Nous considérons les distorsions de l'écoulement moyen créées dans le plan de rotation par des obstacles cylindriques disposés de façon quelconque en aval du rotor. Plus précisément, nous avons choisi le montage de la figure 1 pour son intérêt pratique. En effet, il correspond au bras-support (obstacle I) et à l'arbre de transmission (obstacle II) qui équipent les fenestrons d'hélicoptères.

DÉTERMINATION DES PERTURBATIONS DE VITESSE  $u_1, v_1$  ET  $u_2, v_2$  ASSOCIÉES RESPECTIVEMENT AUX OBSTACLES I ET II. — Les perturbations de vitesse introduites par un obstacle sont

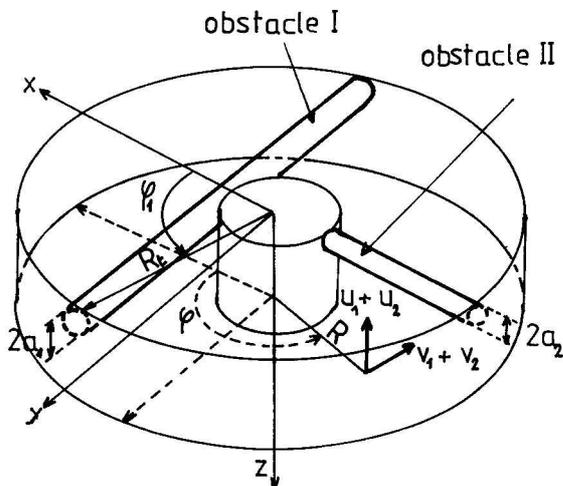


Fig. 1. — Dispositif étudié  
Fig. 1. — Configuration studied.

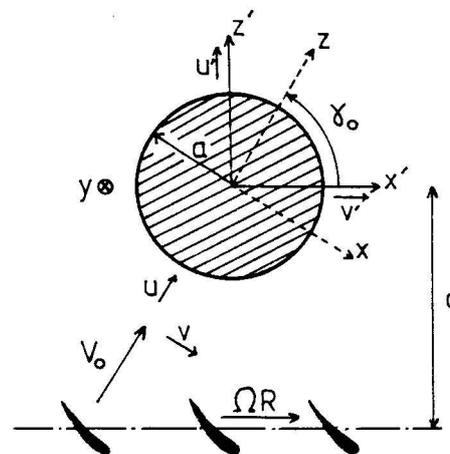


Fig. 2. — Écoulement autour d'un obstacle cylindrique.  
Fig. 2. — Flow around a cylindrical obstacle.

Note présentée par Robert DAUTRAY.

0249-6305/89/03080703 \$2.00 © Académie des Sciences

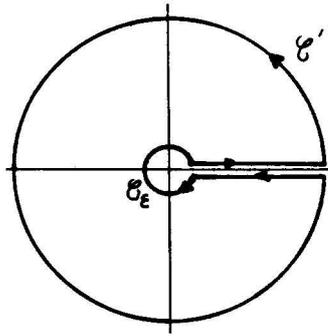


Fig. 3. — Contours d'intégration.

Fig. 3. — Integration path.

approchées par les formules de l'écoulement potentiel de fluide parfait incompressible autour d'un cercle (fig. 2).  $V_0$  étant supposée constante, on obtient :

$$(1) \quad u = -V_0 a^2 \frac{z^2 - x^2}{[z^2 + x^2]^2}, \quad v = -V_0 a^2 \frac{zx}{[z^2 + x^2]^2}.$$

Moyennant deux changements de repère (fig. 1 et 2), on détermine les perturbations  $u_1$  et  $v_1$  occasionnées par l'obstacle I et définies, l'une suivant l'axe du rotor, et l'autre dans le plan de rotation et normale au rayon :

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} u_1(R, \varphi) = -V_0 a_1^2 \left\{ \frac{(R_r \cos \varphi_1 - R \cos \varphi)^2 \cos 2\gamma_0 - d_1^2 \cos 2\gamma_0}{[(R_r \cos \varphi_1 - R \cos \varphi)^2 + d_1^2]^2} \right. \\ \qquad \qquad \qquad \left. - \frac{2d_1 \sin 2\gamma_0 (R_r \cos \varphi_1 - R \cos \varphi)}{[(R_r \cos \varphi_1 - R \cos \varphi)^2 + d_1^2]^2} \right\} \\ v_1(R, \varphi) = -V_0 a_1^2 \sin \varphi \left\{ \frac{(R_r \cos \varphi_1 - R \cos \varphi)^2 \sin 2\gamma_0 + d_1^2 \sin 2\gamma_0}{[(R_r \cos \varphi_1 - R \cos \varphi)^2 + d_1^2]^2} \right. \\ \qquad \qquad \qquad \left. + \frac{2d_1 \cos 2\gamma_0 (R_r \cos \varphi_1 - R \cos \varphi)}{[(R_r \cos \varphi_1 - R \cos \varphi)^2 + d_1^2]^2} \right\} \end{array} \right.$$

$u_1$  et  $v_1$  sont définies dans tout le plan de rotation.

De même, les composantes  $u_2$  et  $v_2$ , définies entre  $\pi/2$  et  $3\pi/2$ , s'écrivent :

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} u_2(R, \varphi) = -V_0 a_2^2 \left\{ \frac{R^2 \sin^2 \varphi - d_2^2}{[R^2 \sin^2 \varphi + d_2^2]^2} \cos 2\gamma_0 + 2d_2 R \sin \gamma_0 \frac{\sin \varphi}{[R^2 \sin^2 \varphi + d_2^2]^2} \right\} \\ v_2(R, \varphi) = V_0 a_2^2 \left\{ \frac{\cos \varphi}{R^2 \sin^2 \varphi + d_2^2} \cos 2\gamma_0 - d_2 R \cos 2\gamma_0 \frac{\sin 2\varphi}{[R^2 \sin^2 \varphi + d_2^2]^2} \right\} \end{array} \right.$$

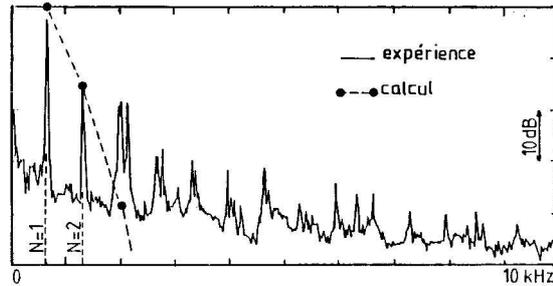
DÉTERMINATION DES COEFFICIENTS DE FOURIER ASSOCIÉS A LA PERTURBATION DE VITESSE  $w$  NORMALE A LA CORDE. — Les forces aérodynamiques exercées sur les pales dépendent de la projection  $w$  des perturbations selon la normale à la corde.  $w(R, \varphi)$  est  $2\pi$ -périodique et se décompose en série de Fourier :

$$(4) \quad w(R, \varphi) = \sum_k \{ [u_{1k}(R) + u_{2k}(R)] \sin(\alpha_r + \gamma_0) - [v_{1k}(R) + v_{2k}(R)] \cos(\alpha_r + \gamma_0) \} e^{-ik\varphi}.$$

La partie essentielle du travail réside dans la détermination des coefficients  $u_{1k}$ ,  $u_{2k}$ ,  $v_{1k}$ ,  $v_{2k}$  par la méthode des résidus, ce qui conduit à une expression analytique de la pression acoustique. A titre d'exemple, considérons le calcul du premier terme de  $v_{2k}$  [équation (4)] :

$$(5) \quad C_k = \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \frac{\cos \varphi}{R^2 \sin^2 \varphi + d_2^2} e^{ik\varphi} d\varphi.$$

Fig. 4. — résultats théoriques et expérimentaux.  
 Fig. 4. — Theoretical and experimental results.



Le changement de variable  $z = e^{i(\varphi/2 - \pi/4)}$  conduit à mettre  $C_k$  sous la forme suivante :

$$(6) \quad C_k = \frac{e^{ik\pi/2}}{R^2} \int_{C(0,1)} \frac{(z-1)z^{k-1/2}}{z^2 + 2\gamma z + 1} dz; \quad \gamma = 2 \frac{d_2^2}{R^2} + 1.$$

où  $C(0,1)$  est le cercle de rayon 1 parcouru dans le sens trigonométrique. La méthode d'intégration dépend de la parité de  $k$ .

— si  $k = 2n + 1$ , l'intégrande ne présente pas de singularité; l'application de la méthode des résidus est directe et aboutit à :

$$(7) \quad C_k = \frac{(-1)^{n+1} \pi (-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1})^n}{R^2 \sqrt{\gamma^2 - 1}} \cdot (-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1} - 1)$$

— si  $k = 2n$ , il convient d'éviter le point de branchement  $z = 0$ . Le coefficient  $C_k$  est alors calculé de la façon suivante :

$$(8) \quad C_k = \frac{e^{ik\pi/2}}{R^2} \left\{ \int_{C'(0,1)} f(z) dz - \int_1^0 f(xe^{i\pi}) dx - \int_1^0 f(x) dx - \int_{C_\varepsilon} f(z) dz \right\}$$

où  $C_\varepsilon$  est le cercle de rayon  $\varepsilon$  (avec  $\varepsilon \rightarrow 0$ ) et  $C'(0,1)$  le contour représenté sur la figure 3.

En vertu du Lemme de Jordan, la quatrième intégrale de (10) est nulle. D'où

$$(9) \quad C_k = \frac{e^{ik\pi/2}}{R^2} \left\{ \int_{C'} f(z) dz - 2 \int_0^1 f(x) dx \right\}$$

avec

$$\begin{aligned} \int_{C'} f(z) dz &= \pi (-1)^n \frac{(\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1})^{n-1/2}}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \cdot (-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1} - 1) \\ \int_0^1 f(x) dx &= 2 [AL_n(x_1) + A' L_n(x_2) - AL_{n-1}(x_1) - A' L_{n-1}(x_2)], \\ x_1^2 &= \gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}, \quad x_2^2 = \gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1} \\ A &= \frac{x_1^2}{x_1^2 - x_2^2}; \quad A' = \frac{x_2^2}{x_2^2 - x_1^2}. \end{aligned}$$

Toutes les intégrales intervenant dans les expressions des coefficients  $u_{1k}, v_{1k}, u_{2k}, v_{2k}$  peuvent être déterminées de façon similaire.

PRESSION ACOUSTIQUE PERÇUE EN CHAMP LOINTAIN. — L'étape purement acoustique du calcul repose sur l'analogie aéroacoustique de Ffowcs Williams et Hawkins : les charges exercées sur un segment de pale sont assimilables à un dipôle ponctuel en rotation. Cette hypothèse sous-entend que la corde du profil est compacte et que sa réponse aérodynamique est en phase le long de la corde; elle est acceptable en basses fréquences.

Le champ acoustique  $P(\mathbf{r}, m B \Omega)$  produit par le rotor est alors donné par :

$$(10) \quad P(\mathbf{r}, m B \Omega) = \frac{-im B^2 \Omega}{4 \pi c_0 r} \sum_k J_{k-mB}(m B M \sin \theta) \\ \times e^{-i(k-mB)(\varphi+\pi/2)} F_k \left( \cos \theta \cos \alpha_r + \frac{k-mB}{m B M} \sin \alpha_r \right)$$

avec :  $J_n(x)$  = fonction de Bessel d'ordre entier  $n$ ;  $m$  = rang de l'harmonique de bruit;  $B$  = nombre de pale;  $\Omega$  = vitesse de rotation (rd/s);  $M = \Omega R / c_0$  = nombre de Mach de rotation;  $(r, \theta, \varphi)$  = position de l'observateur;  $c_0$  = vitesse du son.

$P(\mathbf{r}, m B \Omega)$  dépend des harmoniques  $F_k$  de la force exercée sur une pale de référence. Ceux-ci sont liés aux coefficients de Fourier  $w_k$  par les théories de l'aérodynamique instationnaire. Dans le cadre de l'hypothèse de basses fréquences, la réponse du profil correspond à la fonction de Sears compressible [2].

APPLICATION AU FENESTRON D'HÉLICOPTÈRE. — Le présent calcul a été appliqué au fenestron d'hélicoptère muni d'un bras support et d'un arbre de transmission disposés comme l'indique la figure 1. Dans le cadre d'une étude complète du bruit des fenestrons [1], des mesures acoustiques ont été effectuées à l'Aérospatiale Marignane. Les résultats théoriques et expérimentaux sont reportés sur la figure 4. Plusieurs conclusions peuvent en être tirées :

- le spectre calculé présente une décroissance très nette, ce qui justifie *a posteriori* l'hypothèse de basses fréquences sur laquelle repose le calcul;
- le fondamental et, dans une moindre mesure, le premier harmonique sont bien prédits. Les fréquences supérieures, par contre, proviennent de l'absorption de turbulences atmosphériques [1].

*En conclusion*, il est possible de prédire de façon simple le bruit d'interactions potentielles rayonné par les machines tournantes équipées d'obstacles massifs (bras-support, arbre de transmission...). Dans le cas du fenestron, le calcul a mis en évidence le fait que cette source est effectivement la gêne principale.

Note remise le 5 décembre 1988, acceptée le 6 janvier 1989.

#### RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] F. FOURNIER, Mise au point d'une méthode de calcul adaptée au bruit des fenestrons d'hélicoptères, *Thèse Nouveau Régime ECL*, n° 88-09, École Centrale de Lyon, 1988.
- [2] N. H. KEMP et G. HOMICZ, Approximate Unsteady thin Airfoil Theory for subsonic flow, *A.I.A.A. Journal*, 14, (8), 1976, p. 1083-1089.

École centrale de Lyon, Centre acoustique, 36, avenue Guy-de-Collongue, B.P. n° 163, 69131 Ecully Cedex.