

THESE
présentée par
Nicolas Héron

pour l'obtention du
GRADE DE DOCTEUR

Formation doctorale : Energétique

Spécialité : Acoustique

SUJET :

**Modélisation statistique du bruit de jets
en vue d'applications
à la propulsion aéronautique**

soutenue le 29 Avril 2002 devant le jury composé de :

Daniel	JUVÉ	Président
Christophe	BAILLY	Examineurs
Sébastien	CANDEL	
Baki	CETEGEN	
Yves	GERVAIS	
Michel	RAVACHOL	

Les travaux furent dirigés par Sébastien Candel de l'Ecole Centrale Paris. Ils ont été réalisés chez Dassault-Aviation sous la responsabilité de Michel Ravachol et en collaboration avec Christophe Bailly de l'Ecole Centrale de Lyon. J'exprime ma plus vive reconnaissance à ces personnes. Leurs interventions régulières auront été très efficaces et nombre de leurs conseils me serviront bien au-delà de ces trois années.

Je remercie également Daniel Juvé et Yves Gervais, rapporteurs de cette thèse, pour leurs critiques et leurs suggestions ainsi que Baki Cetegen qui a participé à l'évaluation de ce travail.

D'autres personnes m'offrirent leur collaboration technique ou leur soutien moral. Ma reconnaissance s'adresse plus particulièrement à Frédéric Chalot et Stéphane Lemaire, pour leurs observations constructives, ainsi qu'à Michel Mallet et Bruno Stoufflet à l'origine de ce projet, mais aussi à toutes les autres personnes que j'ai sollicité ou dont j'ai tout simplement pu apprécié la sympathie.

Je remercie enfin la Délégation Générale pour l'Armement d'avoir financé cette thèse.

Nomenclature

Caractères usuels

a	célérité du son
c_p, c_v	chaleurs spécifiques à pression et à volume constant
D	diamètre de tuyère
e_1	vecteur unitaire orienté selon l'axe d'écoulement du jet
e_2	vecteur unitaire normale à e_1 et correspondant à la direction radiale en repère axisymétrique
f	fréquence
k	énergie cinétique turbulente
L	échelle de longueur
L_t	échelle de longueur des corrélations turbulentes
M_c	nombre de Mach de convection
p	pression
Pe	nombre de Peclet $Pe=Pr.Re$
Pr	nombre de Prandtl $Pr=\nu/\kappa$
Re	nombre de Reynolds $Re=UL/\nu$
St	nombre de Strouhal, $St=fD/U$
\mathcal{T}	température instantannée
T	température moyenne
u	vitesse instantannée
U	vitesse moyenne, $U = (U_1, U_2)$
U_c	vitesse de convection
x	position de l'observateur (pour les mesures acoustiques) par rapport au centre de la sortie de tuyère
y	position d'un point du volume des sources acoustiques par rapport au centre de la sortie de tuyère

Indices

<i>jet</i>	conditions du jet
<i>o</i>	conditions ambiantes
<i>p</i>	jet primaire
<i>s</i>	jet secondaire
<i>t</i>	ϕ_t : fluctuation turbulente de la quantité ϕ
1	direction axiale
2	direction radiale
'	caractéristique spatiale et temporelle d'un point du volume source ou fluctuation correspondant à la moyenne de Reynolds (chapitre 3)
"	caractéristique spatiale et temporelle d'un point du volume source ou fluctuation correspondant à la moyenne de Favre (chapitre 3)

Caractères grecs

ε	taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente k
κ	coefficient de diffusivité thermique
ν	viscosité cinématique
ρ	masse volumique
σ	variance des fluctuations de température, $\sigma = \overline{T_t^2}$
τ_t	échelle de temps des corrélations turbulentes
θ	angle entre l'axe aval de l'écoulement moyen et l'observateur
ω	fréquence angulaire
ω_t	fréquence angulaire des corrélations turbulentes, $\omega_t = 2\pi/\tau_t$
ζ	fluctuation d'entropie

Abbréviations

ADNS	Aeroacoustic Direct Numerical Simulation
ALES	Aeroacoustic Large Eddy Simulation
FWMM	Modèle statistique pour le bruit des ondes de Mach, fondé sur les travaux de Ffowcs-Williams et Maidanik, nommé FWMM (Ffowcs-Williams & Maidanik Model)
GHM	Modèle statistique pour le bruit de mélange, fondé sur l'analyse de Goldstein et Howes, nommé GHM (Goldstein & Howes Model)
OASPL	Over All Sound Pressure Level. Intensité acoustique en dB, intégrée sur toute la gamme de fréquences
PBL	Pressure Band Level. Intensité acoustique en deciBel (dB) intégré sur des bandes de fréquences d'un tiers d'octave
RM	Modèle statistique pour le bruit de mélange, fondé sur l'analyse de Ribner, nommé RM (Ribner Model)
SNGR	Stochastic Noise Generation and Radiation
SSM	Statistical Source Model
TSM	Modèle statistique pour le bruit de mélange avec prise en compte de la contribution au bruit des fluctuations de température, nommé TSM (Temperature Sources Model)

Table des matières

Introduction	1
Perception du bruit	1
Problématique du bruit des avions	2
Sources du bruit externe	4
Bruit de jets	5
Méthodes de modélisation en aéroacoustique	7
Organisation du mémoire	10
1 De l’analogie acoustique à la modélisation statistique	13
Introduction	14
1.1 Résolution intégrale de l’équation de Lighthill	14
1.2 Estimation des corrélations turbulentes	19
1.3 Modèles acoustiques existants	22
1.3.1 Modèle RM pour le bruit de mélange	22
1.3.2 Modèle GHM pour le bruit de mélange	23
1.3.3 Modèle FWMM pour le bruit des ondes de Mach	25
1.4 Prise en compte des effets de réfraction	26
Conclusion	28
2 Travaux préliminaires sur la résolution numérique	31
Introduction	32
2.1 Fonctionnement général du code	33
2.2 Maillages et conditions limites	33
2.3 Influence du maillage sur les estimations	41
2.3.1 Résultats aérodynamiques	41
2.3.2 Résultats acoustiques	47
2.4 Etude qualitative de modèles de turbulence	49
2.4.1 Résultats aérodynamiques	49
2.4.2 Résultats acoustiques	52
Conclusion	53
3 Modélisation des effets de température	55
Introduction	56
3.1 Analyse des effets de température	57

3.2	Description des termes sources associés	62
3.3	Une première modélisation des fluctuations d'entropie	66
3.4	Approche développée pour le modèle TSM	68
3.5	Modèle de turbulence à 3 équations	74
3.6	Remarque sur la modélisation des variations de température	76
	Conclusion	76
4	Estimation numérique du bruit de jets coaxiaux	79
	Introduction	80
4.1	Jets coaxiaux subsoniques	81
	4.1.1 Résultats aérodynamiques	81
	4.1.2 Résultats acoustiques	86
	4.1.3 Estimation par analyse dimensionnelle	89
4.2	Jets coaxiaux supersonique-subsonique	91
	4.2.1 Résultats aérodynamiques	91
	4.2.2 Résultats acoustiques	95
	Conclusion	98
5	Estimation numérique du bruit de jets chauds	99
	Introduction	100
5.1	Jets chauds subsoniques	101
	5.1.1 Résultats aérodynamiques	101
	5.1.2 Résultats acoustiques	107
5.2	Jets chauds supersoniques	118
	5.2.1 Description des calculs aérodynamiques	118
	5.2.2 Résultats acoustiques préliminaires	120
	5.2.3 Prise en compte des effets de température	121
	Conclusion	124
	Conclusion	125
	Bilan	125
	Perspectives	128
A	Modèle $k - \varepsilon$ de Thies et Tam	129
B	Modélisation type d'une équation de transport	131
C	Application de la méthodologie à un cas industriel	133
	Références	138

Introduction

Les travaux décrits dans ce mémoire ont pour but le développement de méthodes de prévision du bruit aérodynamique et leur application dans le domaine aéronautique. On va principalement considérer des méthodes fondées sur un traitement statistique des sources de bruit. La méthodologie correspondante sera désignée par le sigle SSM (Statistical Source Model). Cette introduction donne d'abord quelques éléments sur la perception du bruit pour en comprendre la notion et la manière de le quantifier. Elle se place ensuite dans le contexte qui a motivé cette thèse, le bruit des avions, dont elle décrit les sources et les problèmes qu'elles occasionnent, en terme de nuisance sonore et de fatigue des structures.

Ce travail étant centré sur la prévision du bruit de jets pour différentes configurations, on explique le choix de la technique utilisée parmi les approches existantes en aéroacoustique numérique. La méthode adoptée est fondée sur la résolution intégrale de l'équation de Lighthill, combinée à un traitement statistique des sources de bruit. On présente ensuite l'organisation du mémoire, dont les parties principales sont la méthodologie de calcul, la mise en oeuvre numérique, l'analyse et la résolution des difficultés rencontrées, et enfin la description des cas de validation.

La perception du bruit

Avant d'aborder les problèmes posés par le bruit des avions, il est intéressant de rappeler quelques éléments sur la perception du bruit. L'oreille humaine est sensible à des variations de pression sur une gamme très large d'amplitudes (de $20 \mu\text{Pa}$, seuil d'audibilité, à 120 Pa , seuil de tolérance) et de fréquences (de 20 Hz à 20 kHz). Les problèmes de pollution sonore ont conduit à fixer des normes sur les niveaux de bruit, établies à partir d'unités physiologiques, fonction de cette sensibilité, qui permettent d'exprimer par un seul nombre la gêne produite. Ces unités peuvent tenir compte, par pondération, du contenu fréquentiel mais aussi de la durée et de la nature du bruit. On peut ainsi traiter dans un cadre commun les situations où le spectre est continu et celles où des raies de fréquences discrètes émergent.

En aéronautique, on exprime souvent la gêne occasionnée par des bruits en dB(A) , unité qui pondère l'amplitude des signaux en fonction de la sensibilité relative de l'oreille humaine à leur fréquence. Les bruits seront évalués en EPNdB (Effective Perceived Noise) pour prendre en compte également les notions de temps d'exposition et la présence de raies. On utilise enfin la notion de SIL (Speech Interference Level) d'un bruit ambiant (pour la cabine d'un avion par exemple), qui permet de juger dans quelle mesure celui-ci perturberait l'intelligibilité d'une conversation, le spectre de la parole s'étendant entre $0,3$ et 3 kHz .

Problématique du bruit des avions

L'intérêt porté au bruit des avions apparaît dès les années 50. Les moteurs à réaction, beaucoup plus bruyants, remplacent les moteurs à hélice alors que l'aviation civile passe progressivement d'une utilisation élitiste au transport de tourisme de masse, entraînant une augmentation du nombre de vols et donc de l'exposition aux bruits pour les riverains des aéroports. Entre 1970 et 1980, le trafic aérien a augmenté de 5% par an. Depuis cette décennie, son augmentation s'est maintenue entre 2 et 3 % chaque année. Dès les années 60-70, les avions deviennent moins bruyants avec l'introduction des moteurs à double-flux, mais les progrès réalisés ne compensent pas l'augmentation du trafic aérien.

La réglementation est donc de plus en plus stricte, que ce soit au niveau de la certification acoustique des avions ou du contrôle des aéroports, pour diminuer l'impact de ce bruit. Cette situation conduit à imposer des restrictions opérationnelles : couvre-feu, utilisation préférentielle de certaines pistes, amélioration des trajectoires. Les contraintes sur l'environnement conduisent aussi à la modernisation des flottes aériennes et à la recherche de solutions permettant des réductions du bruit à la source. Pour des actions a posteriori, il s'agit de mettre au point des traitements acoustiques en évitant une augmentation de masse de l'avion qui aurait des conséquences en cascade*. Il faut donc envisager surtout des améliorations dès la conception.

Le bruit des avions ne concerne pas que le domaine civil. Les autorités militaires attachent également une importance accrue à ce problème, devant son poids politique et médiatique. Le bruit au voisinage des bases et des zones d'entraînement provoque des plaintes répétées des riverains, confortés juridiquement par le droit environnemental européen. Or le dédommagement financier est effectué à fonds perdus pour les aéroports militaires qui ne perçoivent pas de taxe. Il faut donc trouver des solutions au niveau opérationnel (délocalisation des activités, modifications des procédures, meilleure répartition des activités entre les bases) et au niveau technologique.

Il est primordial, à court terme de réduire les nuisances, mais il est également souhaitable, à plus long terme, de réduire la signature acoustique.

Dans le premier cas, il s'agit de l'exposition au bruit pour les populations survolées au cours des entraînements basse altitude, ou au voisinage des bases, lors des décollages en particulier. Le bruit de jet est alors prépondérant car le moteur fonctionne à plein régime alors que la vitesse de l'avion est faible, et dans ce cas le bruit augmente avec l'écart des vitesses d'éjection et de l'écoulement extérieur. Cette différence de vitesse modifie l'intensité acoustique avec un exposant de l'ordre de 8 pour les jets subsoniques ou faiblement supersoniques ou de l'ordre de 3 pour les jets fortement supersoniques.

Dans le second cas, on envisage la détection des aéronefs par la reconnaissance de leur signature acoustique, et on voit apparaître la nécessité de discrétion dans ce domaine.

*On notera que des démarches parallèles sont aussi entreprises pour la réduction du bruit interne, pour améliorer le confort des passagers.

Au delà de l'émission de bruit et de la pollution sonore, il est aussi important d'envisager la fatigue des structures associée à l'exposition aux fluctuations de pression. Cet aspect dimensionnant doit toujours être analysé lors de la conception. Dans le cas de l'aéronautique civile, il s'agit entre autres des effets du jet au niveau de l'empennage, quand les réacteurs sont positionnés à l'arrière, près du fuselage (voir figure 2) ou encore de l'instabilité de la position des ondes de choc en vol transsonique (tremblement). Dans les études militaires, on s'intéresse également aux fluctuations de pression très élevées dans les cavités, pour la conception d'avions avec emports en soutes.

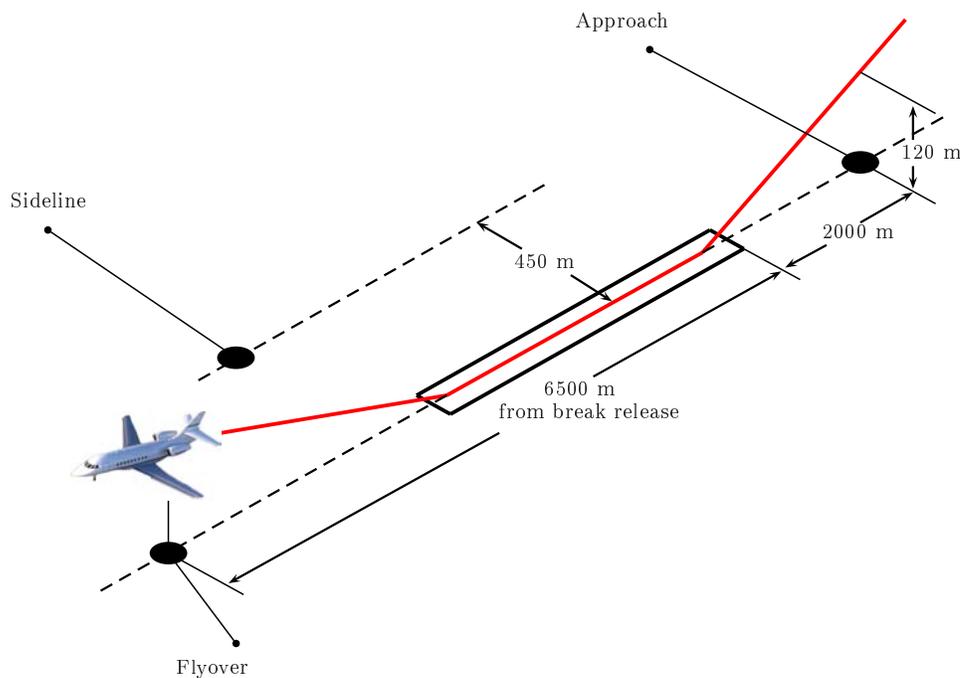


FIG. 1 – Les trois points de mesure pour la certification acoustique : en survol au décollage, en latéral après le lâcher des freins et en approche. Pour chaque point, un niveau de bruit est calculé en EPNdB, i.e. en tenant compte des fréquences, de l'intensité et de la durée du signal mesuré. Le chiffre de certification acoustique d'un avion correspond à la somme des trois valeurs ainsi obtenues. La norme actuelle (chapitre 3 de la certification) autorise une valeur maximum de 281 EPNdB pour tous les avions dont la masse maximum au décollage est inférieure à 34 tonnes (ce qui concerne la majorité des avions d'affaires). Cette norme passera à 271 EPNdB (chapitre 4) pour les avions certifiés à partir de 2006.

Les sources du bruit externe

Les sources acoustiques du bruit externe sont de deux natures. Il s'agit soit de vibrations dans les structures, soit de fluctuations induites par l'écoulement. C'est ce second phénomène qui caractérise l'aéroacoustique et qui constitue l'essentiel des sources du bruit externe d'un avion. Ce rayonnement est propagé sur de grandes distances. Ces sources peuvent être générées par les obstacles solides placés dans l'écoulement comme les systèmes d'hypersustentation ou le train d'atterrissage. D'autres sources, souvent dominantes, sont issues des moteurs.

Les bruits dûs aux moteurs sont produits par la soufflante, le compresseur, la turbine, la combustion et le jet turbulent. Les niveaux relatifs de ces sources de bruit dépendent des caractéristiques de la motorisation : l'importance relative des bruits de soufflante et du jet est par exemple très dépendante du taux de dilution. Si l'augmentation de ce paramètre diminue sensiblement la contribution du bruit d'éjection des gaz, il implique des tailles de soufflantes plus importantes. Dans cette situation, la contribution relative du bruit de la soufflante devient prépondérante et le bruit de raies associé (fréquences pures) domine le bruit de jet à large bande. La soufflante, disposée à une faible distance de la section d'entrée de la nacelle, constitue une source de bruit intense pour les moteurs à double-flux.

Le jet reste néanmoins dans tous les cas une source importante de bruit. Ce bruit a la particularité par rapport aux autres composantes d'être produit en dehors de la nacelle, puisqu'il résulte du mélange avec l'écoulement extérieur. Il faut donc travailler sur ce mélange puisqu'un traitement acoustique dans la partie où l'écoulement est libre est difficilement envisageable.

Moteur :

- soufflante,
compresseur,
turbine, combustion
- jet

Cellule :

- train d'atterrissage
- becs et volets

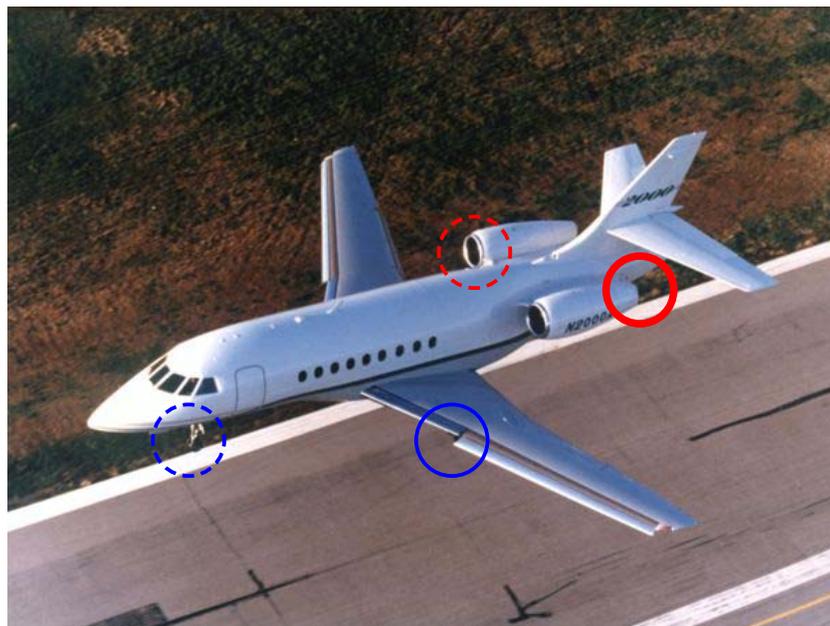


FIG. 2 – Sources du bruit externe sur un avion de transport civil.

Le bruit de jets

Le bruit d'un jet peut lui-même avoir plusieurs sources selon sa nature. Pour des jets parfaitement détendus, les sources sont associées au mélange et au cisaillement du jet issu du moteur avec le milieu ambiant. Le rayonnement associé possède un spectre large bande, lié à des structures turbulentes de différentes échelles. Il est maximal dans les directions situées en aval de la tuyère.

Lorsque les plus grosses structures sont convectées à vitesse supersonique, ce qui est le cas pour des jets de Mach supérieur à 1,5, le rayonnement d'ondes de Mach s'ajoute au bruit de mélange. Les ondes de Mach sont prépondérantes dans les directions d'angle voisin de $\theta = \cos^{-1}(1/M_c)$ avec l'axe de l'écoulement (figure 3), où le nombre de Mach de convection M_c est le rapport de la vitesse de déplacement des structures à la vitesse du son du milieu ambiant.

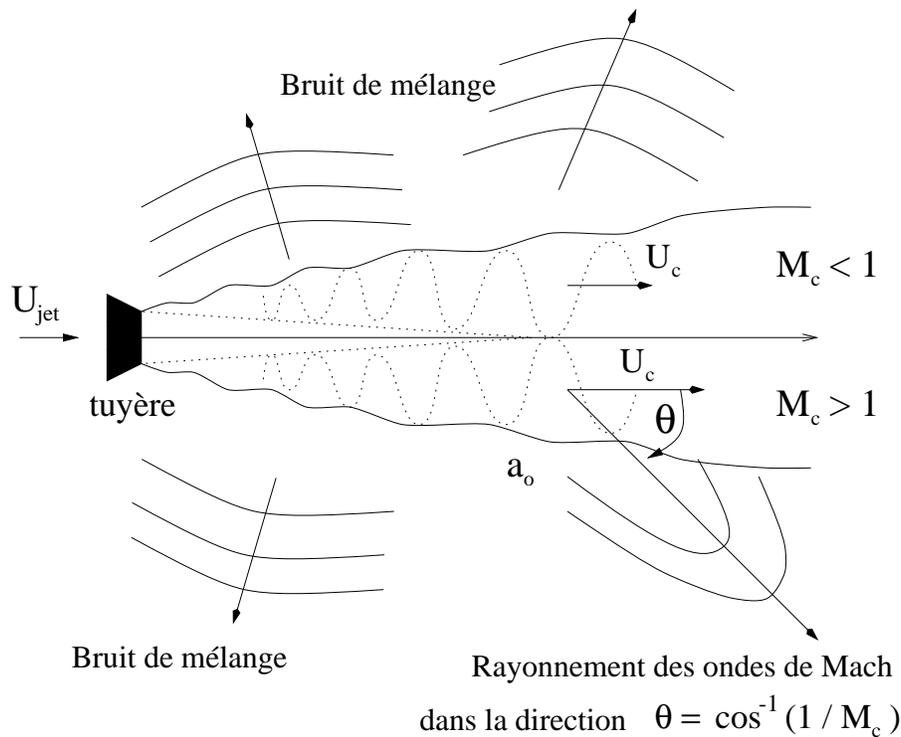


FIG. 3 – Sources de bruit d'un jet parfaitement détendu. Le bruit est dû à la convection subsonique (partie supérieure du schéma) ou supersonique (partie inférieure) des structures turbulentes produites par le mélange du jet avec le milieu ambiant.

Si un jet supersonique n'est pas à la pression ambiante, d'autres phénomènes contribuent au bruit. Ces sources, illustrées à la figure 4, sont associées aux ondes de choc. Elles résultent de l'interaction des structures turbulentes convectées avec les ondes de choc présentes dans l'écoulement. Un bruit de raie (screech) peut aussi apparaître lors d'une forte interaction entre l'acoustique et l'écoulement : le jet est perturbé par son propre rayonnement générant un pic qui domine son spectre acoustique. Le champ rayonné dans cette situation est maximum vers l'amont. Ce phénomène dépend fortement de la géométrie de la tuyère et du voisinage de la section d'éjection.

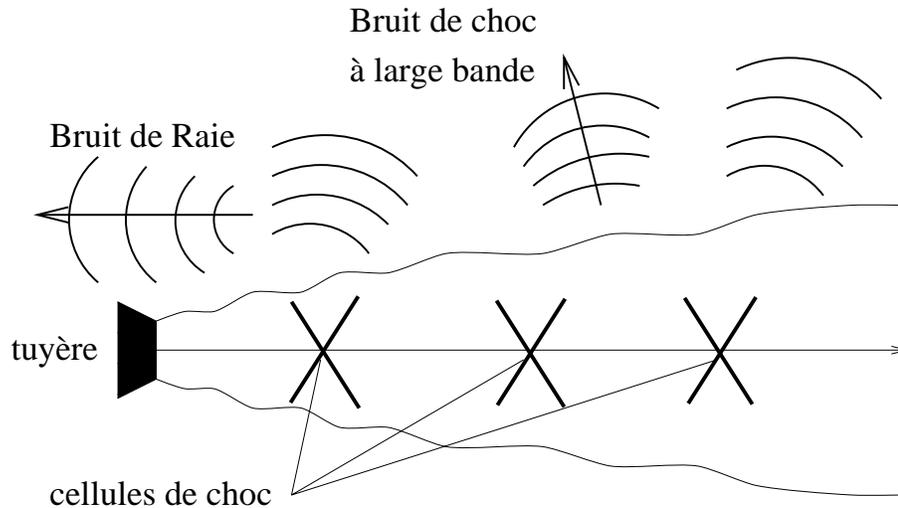


FIG. 4 – Sources de bruit d'un jet supersonique non parfaitement détendu.

On s'intéressera exclusivement aux jets parfaitement détendus et donc à la réduction du bruit du mélange turbulent. Différentes démarches sont étudiées et adoptées dans l'industrie. Diminuer la vitesse d'éjection moyenne réduit le niveau sonore mais entraîne, à poussée constante, l'augmentation des dimensions du moteur (avec des configurations double-flux qui ont des maîtres-couples plus importants pour une valeur fixée de la poussée). Accélérer les échanges entre le jet et l'atmosphère permet de diminuer le volume de la zone de mélange, siège des turbulences et donc des sources acoustiques. Cette technique consiste généralement à augmenter le périmètre de contact entre le jet et l'atmosphère au moyen de dispositif en forme de chevrons ou encore en donnant des ondulations aux parois de la tuyère. Il faut cependant dégrader le moins possible les performances du moteur.

Méthodes de modélisation en aéroacoustique

De nombreuses méthodes de modélisation ont été développées depuis les travaux pionniers de Lighthill (1952) pour prédire le bruit d'un jet. Les premiers travaux réalisés dans ce domaine étaient essentiellement fondés sur des estimations théoriques utilisant des évaluations en ordre de grandeur relativement grossières. Les calculs aéroacoustiques sont effectués sur des bases empiriques (normes SAE) et ne permettent pas d'études d'optimisation. Cette situation a prévalu jusque dans les années 80. Le développement de méthodes de calcul permettant une véritable prévision du bruit de jet est plus récent. Il a été réalisé au cours de la dernière décennie. L'aéroacoustique a pris son essor dans les années 90 avec notamment une série de travaux engagés par Candel et ses collaborateurs (Béchara,[?] Bailly,[?] Bastin,[?] Longatte[?] *et al.*[?]) à l'Ecole Centrale Paris et plus récemment par Bailly, Juvé *et al.*^{?,?} à l'Ecole Centrale de Lyon. Les développements de méthodes prédictives suivent trois grands axes :

- L'identification des mécanismes et des sources de bruit.
- La description de la propagation en écoulement.
- Le couplage entre l'aérodynamique, les termes sources du rayonnement acoustique et la propagation en écoulement.

Il est apparu très tôt qu'il était utile d'identifier plusieurs niveaux de modélisation des sources de bruit et qu'il était utile d'explorer différentes stratégies de calcul. On a ainsi pu reconnaître quatre grands types d'approche (voir le tableau 1).

- La modélisation statistique consistant à représenter le rayonnement en champ lointain à partir d'une analyse statistique des corrélations des sources de l'écoulement turbulent. On désignera cette approche par le sigle général SSM (Statistical Source Model).
- La modélisation stochastique (SNGR pour Stochastic Noise Generation and Radiation) consistant à représenter les termes sources de façon stochastique et à propager le rayonnement acoustique par le biais des équations d'Euler linéarisées.
- Le calcul direct du champ rayonné par un écoulement turbulent réalisé à partir d'une simulation des grosses structures (LES pour Large Eddy Simulation).
- Le calcul direct du champ à partir d'une simulation directe (DNS pour Direct Numerical Simulation) de l'écoulement turbulent.

Une présentation récente des multiples combinaisons possibles entre les diverses méthodes de modélisation est donnée dans la thèse de Bogey.[?] Les niveaux de modélisation sont différenciés par la finesse des résultats souhaitée et par les coûts de calculs induits. Cet aspect est traité dans la suite de cette section.

Le rayonnement acoustique est réalisé par la propagation dans un milieu par excitation des molécules de proche en proche. Le niveau sonore est estimé par la connaissance des variations de pression. Le rayonnement acoustique peut donc théoriquement être obtenu par la connaissance du champ de pression à partir d'un calcul instationnaire compressible. Mais pour calculer directement et précisément ces variations, il faut réaliser une simulation directe ou DNS (Direct Numerical Simulation) dans laquelle on va résoudre toutes

	Traitement de l'écoulement	Traitement des termes sources	Propagation	Références typiques	
Modélisation statistique SSM	Résolution des équations de Navier-Stokes moyennées et fermées par un modèle de turbulence	Calcul direct du champ acoustique		?	
Modélisation stochastique SNGR		Modélisation des corrélations de vitesse	Représentation de la propagation par la formulation intégrale de Lighthill	?, ?, ?, ?	
Simulation des grandes échelles ALES	Simulation des grosses structures (LES)	Représentation des termes sources par le biais d'un processus stochastique	Equations d'Euler linéarisées	?, ?, ?, ?, ?	
Simulation directe ADNS		Calcul des termes sources	Calcul direct du champ acoustique		?, ?, ?, ?
			Intégrale de Lighthill		?, ?, ?
	Simulation directe de toutes les échelles		Equations d'Euler linéarisées	?, ?, ?	
			Formulation intégrale de Kirchhoff	?, ?	
		Calcul direct du champ acoustique		?, ?, ?, ?	

TAB. 1 – Les niveaux de modélisation en aéroacoustique.

les échelles turbulentes de l'écoulement. Comme la taille des plus petites échelles diminue avec le nombre de Reynolds comme $Re^{-3/4}$, la taille du maillage augmente comme $Re^{9/4}$. Ce nombre est de l'ordre du million pour les écoulements qui nous intéressent et le problème devient rapidement trop important pour être traité avec les ressources informatiques actuellement disponibles. Même en limitant le calcul aux grandes échelles par une simulation des grosses structures ou LES (Large Eddy Simulation), on sort du cadre des calculs réalisables dans un contexte industriel. L'outil de simulation des grosses structures existe chez Dassault-Aviation, validé sur le cas d'un jet impactant une couche de mélange supersonique-subsonique[?] et plus récemment sur un profil d'aile, mais les coûts numériques associés ne permettent pas d'envisager la prévision rapide de nombreuses configurations d'écoulement. En dernier recours, l'utilisation des codes de modélisation utilisant les équations de Reynolds moyennées (RANS pour Reynolds Averaged Navier-Stokes) en instationnaire n'est efficace de manière générale que si l'instationnarité de l'écoulement est liée à des instabilités basses fréquences de l'écoulement. Finalement, pour des calculs instationnaires de coût raisonnable, le niveau des perturbations liées à l'acoustique serait d'un ordre de grandeur inférieur ou égal aux erreurs numériques. Une des solutions envisagées dans ce cas est de reconstruire les sources à partir du champ moyen et des données statistiques de la turbulence fournies par un calcul RANS stationnaire avec une fermeture de type $k - \varepsilon$. Ce type de calcul "statistique" peu onéreux a déjà été réalisé pour un grand nombre d'écoulements et sur une gamme très large de conditions aérothermodynamiques. Il reste alors à bien identifier les sources acoustiques, une fois que l'on a jugé de la qualité des données turbulentes, et d'utiliser un opérateur de propagation adéquat. Le bruit en champ lointain que l'on veut estimer, une fois les sources acoustiques identifiées, peut être obtenu par résolution intégrale d'une équation de propagation.

Lighthill^{?,?} a proposé une analogie dans laquelle le champ sonore est solution d'une équation de propagation dans un milieu au repos, obtenue en combinant les équations de conservation de la masse et de Navier-Stokes. Cette approche a été reformulée plus tard par Phillips[?] puis Lilley[?] pour prendre en compte les effets de l'écoulement moyen sur la propagation. On a conservé ici l'approche issue de la théorie de Lighthill en palliant aux défauts intrinsèques par des approximations suffisamment satisfaisantes au niveau de leurs hypothèses et des résultats obtenus[†].

Dans cette approche, on peut établir des expressions semi-analytiques, dans lesquelles on injecte des informations sur les champs moyen et turbulent, extraites d'un calcul RANS fermé par un modèle de turbulence de type $k - \varepsilon$. On peut ainsi connaître très rapidement la directivité et le spectre du rayonnement acoustique en champ lointain. Cette approche, fondée sur une analyse de Ribner,[?] a été exploitée notamment par Béchara *et al.*,[?] qui réalisent une prévision du bruit de jets coaxiaux subsoniques. Khavaran *et al.*,^{?,?} traitent des effets de réfraction et Bailly *et al.*[?] formulent un modèle hybride capable d'estimer dans le même cadre le bruit rayonné par des jets libres supersoniques. Le modèle hybride utilise les travaux de Ffowcs-Williams et Maidanik.[?] Fortuné et Gervais[?] intègrent dans une étude

[†] Les effets de réfraction sur le rayonnement acoustique d'un jet concernent principalement les directions de propagation voisines de l'axe d'écoulement et peuvent être modélisés de façon quasi analytique en fonction de l'angle d'observation.

plus récente les effets de température en conservant dans le tenseur de Lighthill le terme de fluctuation d'entropie. Ces développements fondamentaux réalisés dans les années 90 serviront pour la réalisation de notre code et seront donc décrits ultérieurement.

L'approche statistique de calcul du bruit de jets continue de susciter de l'intérêt comme en témoignent divers travaux récents. Ainsi Pilon et Morris[?] écrivent un modèle en employant une analyse dimensionnelle fondée sur l'analogie acoustique pour caractériser les sources dipolaires et quadripolaires. Ils utilisent une approximation haute fréquence de type tracé de rayons pour propager le son en champ lointain.

Tam et Auriault[?] utilisent une analogie avec la théorie cinétique des gaz pour calculer le bruit des petites échelles à partir de données issues d'un calcul RANS $k - \varepsilon$, avec une formulation très proche de celle introduite initialement par Béchara *et al.*[?] et Bailly *et al.*[?]

Khavaran[?] établit un modèle à partir de la résolution intégrale de l'équation de Lilley à l'aide d'une fonction de Green qui prend en compte les effets de convection et de réfraction, du fait des gradients de vitesse et de densité de l'écoulement moyen. Cette méthode est développée à partir d'approximations hautes fréquences. Si les longueurs d'onde sont courtes, la propagation du son peut être calculée par des méthodes d'acoustique géométrique car le son se déplace le long de "tubes" de rayonnement, dont la direction varie en fonction des conditions locales de l'écoulement. Cette méthode peut se révéler très coûteuse car il s'agit de calculer la distribution selon tous les angles du rayonnement émis par chaque élément du volume comprenant les sources acoustiques. La méthode est aussi limitée en fréquences.

Pour éviter le calcul du rayonnement pour chaque source, Tam et Auriault[?] résolvent le problème de Green adjoint. Il s'agit alors de remonter d'un point d'observation aux sources associées. Ce principe de réciprocité n'est valable qu'en absence d'écoulement. Il s'agit alors de formuler le problème adjoint en introduisant un écoulement moyen adjoint pour obtenir la fonction de Green qui permet de remonter jusqu'aux sources, même en présence de gradient de vitesse et de densité.

Organisation du mémoire

Ce mémoire synthétise les travaux réalisés chez Dassault-Aviation dans le cadre de ce travail de thèse. L'objectif pratique des études engagées était la création de méthodes de calcul pour la prévision du bruit des écoulements par le traitement des solutions de calculs aérodynamiques, ces calculs étant fondés sur la résolution des équations de Navier-Stokes moyennées. L'analyse s'appuie sur les travaux cités précédemment, en intégrant les modifications nécessaires à l'estimation du rayonnement acoustique d'écoulements plus complexes, susceptibles de mettre en défaut l'approche statistique adoptée.

Le premier chapitre présente la méthodologie utilisée en détaillant le cheminement, de l'équation de Lighthill jusqu'aux expressions établies à partir de sa résolution intégrale. Les modèles développés concernent les contributions au rayonnement acoustique d'un jet du bruit de mélange et du bruit des ondes de Mach. On montre comment les données tirées

des champs moyen et turbulent interviennent pour évaluer les directivités et les spectres associés.

Le deuxième chapitre décrit les efforts entrepris pour une meilleure prévision des écoulements, que ce soit au niveau de la génération des maillages ou de la modélisation de la turbulence, sur la base du code industriel existant. On s'intéresse notamment aux configurations de jets coaxiaux et à des géométries d'éjection réalistes. Un mailleur a été développé à cet effet pour une construction très rapide de grilles de calcul adaptées.

Après s'être attaché à l'amélioration des résultats aérodynamiques, on propose des modifications de la représentation statistique des sources de bruit. Le modèle original ne traitait que des jets libres à température ambiante. On analyse ainsi dans le troisième chapitre les effets de différentiel de température sur le rayonnement acoustique et on propose une prise en compte de ces phénomènes dans la modélisation du bruit. L'idée de base est de ne plus négliger dans le tenseur de Lighthill le terme lié aux fluctuations d'entropie.

Les deux chapitres suivants sont consacrés à la validation de la méthode et des modifications réalisées. Ainsi le quatrième chapitre présente les résultats de calculs de jets coaxiaux subsoniques et supersonique-subsonique. On envisage notamment des propositions faites récemment par Papamoschou pour éliminer le rayonnement d'ondes de Mach au moyen d'un ajustement des conditions d'éjection (vitesse et température). Le cinquième chapitre décrit l'étude de jets libres chauds subsoniques et supersoniques. Tous les cas analysés correspondent à des situations expérimentales traitées dans la littérature.

Chapitre 1

De l'analogie acoustique à la modélisation statistique

On rappelle dans ce chapitre les grands principes des méthodes statistiques (SSM : “Statistical Sources Model”) développées au cours des années récentes pour l'estimation numérique du rayonnement acoustique d'écoulements libres. Ces méthodes fondées sur différents formalismes permettent de représenter les mécanismes de génération de bruit dominant.

On décrit d'abord la résolution intégrale de l'équation de Lighthill en espace libre. Cette représentation permet d'obtenir des expressions pour le calcul de la directivité du rayonnement acoustique et de son contenu spectral. Il faut en pratique introduire une description préalable des sources acoustiques. La formulation est développée pour utiliser les résultats d'un calcul statistique de l'écoulement turbulent étudié. On donne ensuite une brève description des modèles élaborés dans ce cadre. Ces modèles permettent l'estimation du bruit de mélange des jets subsoniques ou le calcul du bruit des ondes de Mach générées par les jet supersoniques.

Introduction

La méthode utilisée pour évaluer les sources de bruit aérodynamique est celle décrite dans les travaux de Béchara *et al.*[?] et Bailly *et al.*^{?,?} auxquels nous ferons référence. Il nous est apparu nécessaire de la détailler à nouveau afin d'introduire par la suite les modifications apportées pour la prise en compte des effets de température. Cet aspect ne sera traité qu'à partir du troisième chapitre mais on verra qu'il ne remet pas en cause les bases de la méthodologie décrites ici.

A partir de la solution intégrale de l'équation de Lighthill en espace libre, on écrit la fonction d'autocorrélation de la pression qui permet d'évaluer la propagation en champ lointain du bruit généré par un écoulement turbulent statistiquement stationnaire. On verra que cette fonction permet de déterminer l'intensité et le spectre du rayonnement acoustique, en fonction de la distance et de l'angle d'observation, si on sait estimer les corrélations turbulentes dont les caractéristiques sont directement liées au bruit généré.

Une compréhension générale de la démarche suivie pour la modélisation et de son utilisation dans le reste du document peut être obtenue à partir de la conclusion de ce chapitre et du tableau 1.2.

1.1 Résolution intégrale de l'équation de Lighthill

On peut tirer des équations de Navier-Stokes et de la conservation de la masse, sans approximation, une équation initialement établie par Lighthill :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - a_o^2 \nabla^2 \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} \quad (1.1)$$

où le second membre fait apparaître le tenseur de Lighthill $T_{ij} = \rho u_i u_j + (p - a_o^2 \rho) \delta_{ij} - \tau_{ij}$, τ_{ij} représentant le tenseur des contraintes visqueuses.

En distinguant le champ moyen du champ fluctuant (turbulent ou acoustique), soit $\rho = \rho_o + \rho'$ et $p = p_o + p'$, on cherche finalement à résoudre :

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - a_o^2 \nabla^2 \rho' = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} \quad (1.2)$$

On va considérer dans un premier temps que seul le tenseur de Reynolds, $\rho u_i u_j$ dans le terme source T_{ij} , contribue de façon significative au rayonnement acoustique, en se basant sur les hypothèses suivantes :

- Le rapport des effets d'inertie sur les effets visqueux est de l'ordre du nombre de Reynolds, qui est très grand pour les écoulements que l'on étudie. On néglige donc le terme τ_{ij} .
- En se plaçant dans le cas d'écoulements froids, i.e. des jets à une température voisine de celle du milieu ambiant, on peut estimer que la production et la propagation du son se font sans fluctuation d'entropie. On néglige donc le terme $p - a_o^2 \rho$.

Enfin, on néglige les fluctuations de masse volumique dans l'écoulement du jet qui est la zone de production des sources. L'erreur commise, de l'ordre du nombre de Mach

turbulent au carré, reste faible pour des jets subsoniques. Finalement, on peut représenter approximativement T_{ij} par $T_{ij} \simeq \rho_o u_i u_j$.

Pour obtenir une solution exacte de (1.2), on se sert de la fonction de Green G :

$$G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau) = \frac{1}{4\pi a_o^2 r} \delta(t - \tau - \frac{r}{a_o}) \quad (1.3)$$

où $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ et G est solution de l'équation fondamentale des ondes :

$$\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} - a_o^2 \nabla^2 G = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \delta(t - \tau) \quad (1.4)$$

On multiplie cette égalité par $\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}(\mathbf{y}, \tau)$ puis on l'intègre :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a_o^2 \nabla^2 \right) \iint G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau) \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}(\mathbf{y}, \tau) d\mathbf{y} d\tau \\ = \iint \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}(\mathbf{y}, \tau) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \delta(t - \tau) d\mathbf{y} d\tau \\ = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}(\mathbf{x}, t) \end{aligned}$$

pour en déduire directement :

$$\begin{aligned} \rho'(\mathbf{x}, t) &= \iint G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau) \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}(\mathbf{y}, \tau) d\mathbf{y} d\tau \\ &= \frac{1}{4\pi a_o^2} \int_V \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{a_o} \right) \frac{d\mathbf{y}}{r} \frac{d\mathbf{y}}{r} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Cette expression peut être remplacée approximativement en champ lointain par :

$$\rho'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi a_o^4 x} \frac{x_i x_j}{x^2} \int_V \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2} \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{a_o} \right) d\mathbf{y} \quad (1.6)$$

Cette formule donne les fluctuations de masse volumique au point \mathbf{x} au temps t générées par les sources émises dans le volume V au temps $t - r/a_o$. Elle n'est valable que si V contient effectivement toutes les sources turbulentes et si x est très grand devant la longueur d'onde du signal, ce qui correspond au champ acoustique lointain.

Le signal reçu en \mathbf{x} ayant la même nature aléatoire que celui émis par les sources, on introduit la fonction de corrélation à deux points (temporelle) des fluctuations acoustiques R_a :

$$R_a(\mathbf{x}, \tau) = \frac{\overline{\rho'(\mathbf{x}, t) \rho'(\mathbf{x}, t + \tau)}}{\rho_o a_o^{-3}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{\rho'(\mathbf{x}, t) \rho'(\mathbf{x}, t + \tau)}{\rho_o a_o^{-3}} dt \quad (1.7)$$

Une fois déterminée l'expression de cette fonction, on pourra calculer directement l'intensité acoustique :

$$I(\mathbf{x}) = R_a(\mathbf{x}, \tau = 0) \quad (1.8)$$

et la densité spectrale de puissance acoustique :

$$S_a(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_a(\mathbf{x}, \tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (1.9)$$

On va donc s'attacher à ramener $R_a(\mathbf{x}, \tau)$ sous la forme d'une expression dont tous les termes seront connus ou pourront être estimés à partir d'un calcul résolvant les équations de Navier-Stokes moyennées et fermées par un modèle de turbulence*.

En reprenant les équations (1.6) et (1.7), $R_a(\mathbf{x}, \tau)$ s'écrit :

$$R_a(\mathbf{x}, \tau) = \frac{1}{16\pi^2 a_o^5 \rho_o x^2} \frac{x_i x_j x_k x_l}{x^4} \iint_V \overline{\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2}(\mathbf{y}', t') \frac{\partial^2 T_{kl}}{\partial t^2}(\mathbf{y}'', t'')} d\mathbf{y}' d\mathbf{y}'' \quad (1.10)$$

Les exposants ' et '' ne correspondent pas à des fluctuations mais distinguent entre les deux dérivées secondes du tenseur de Lighthill des évaluations en deux positions et à deux instants différents : $t' = t - |\mathbf{x} - \mathbf{y}'|/a_o$ et $t'' = t + \tau - |\mathbf{x} - \mathbf{y}''|/a_o$. Pour simplifier l'expression, on pose $D_{ijkl} = x_i x_j x_k x_l / x^4$ et $A = 1/16\pi^2 a_o^5 \rho_o$.

La stationnarité de la turbulence permet d'écrire par intégration par parties :

$$R_a(\mathbf{x}, \tau) = \frac{A}{x^2} D_{ijkl} \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \iint_V \overline{T_{ij}(\mathbf{y}', t') T_{kl}(\mathbf{y}'', t'')} d\mathbf{y}' d\mathbf{y}'' \quad (1.11)$$

En introduisant la distance entre les deux points d'intégration $\eta = |\mathbf{y}'' - \mathbf{y}'|$ et en se plaçant en champ géométrique lointain pour l'évaluation du temps retardé (on considère les sources compactes devant la distance de propagation d'où $\eta \ll x$), $R_a(\mathbf{x}, \tau)$ s'écrit encore :

$$R_a(\mathbf{x}, \tau) = \frac{A}{x^2} D_{ijkl} \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \iint_V \mathcal{R}_{ijkl} \left(\mathbf{y}', \boldsymbol{\eta}, \tau + \frac{\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\eta}}{x a_o} \right) d\mathbf{y}' d\boldsymbol{\eta} \quad (1.12)$$

avec $\mathcal{R}_{ijkl}(\mathbf{y}', \boldsymbol{\eta}, \tau) = \overline{T_{ij}(\mathbf{y}', t) T_{kl}(\mathbf{y}' + \boldsymbol{\eta}, t + \tau)}$. Le rayonnement est donc produit par un ensemble (de volume total V) de couples de sources séparées en espace d'un vecteur $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{y}'' - \mathbf{y}'$ et en temps de $\tau + \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\eta} / a_o x$. L'expression (1.12) peut aussi s'écrire :

$$R_a(\mathbf{x}, \tau) = \frac{A}{x^2} D_{ijkl} \iiint_V \mathcal{R}_{ijkl}(\mathbf{y}', \boldsymbol{\eta}, t') \delta^{(4)} \left(t' - \tau - \frac{\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\eta}}{x a_o} \right) d\mathbf{y}' d\boldsymbol{\eta} dt' \quad (1.13)$$

où ⁽⁴⁾ correspond à la dérivée quatrième par rapport à τ .

Il y a deux échelles de vitesse contenues dans le tenseur \mathcal{R}_{ijkl} , celle des fluctuations turbulentes u_t et celle de la convection des structures associés, U_c . En fait, le temps τ de la fonction de corrélation $\mathcal{R}_{ijkl}(\mathbf{y}, 0, \tau)$ correspond à une durée de passage d'une structure turbulente convectée plutôt qu'à un temps caractéristique de la turbulence. Pour distinguer la génération du son par des sources des effets de convection, il faut se placer dans un repère

*Les précurseurs de ce type d'approche ne réalisaient pas de calculs de type RANS- $k-\varepsilon$ mais modélisaient la turbulence à partir de considérations empiriques ou dimensionnelles.^{?, ?}

lié à ces structures. Pour cela, on pose $\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\eta} - U_c \tau \mathbf{e}_1$ et $\lambda = \alpha U_c \tau$ où $\alpha = u_t / U_c$. Si on définit alors un nouveau tenseur de corrélation R_{ijkl} tel que $\mathcal{R}_{ijkl}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}, \tau) = R_{ijkl}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta} - U_c \tau \mathbf{e}_1, \lambda)$ et si on effectue le changement de variables $(\boldsymbol{\eta}, \tau) \rightarrow (\boldsymbol{\xi}, \lambda)$, on a alors :

$$R_a(\mathbf{x}, \tau) = \frac{A}{x^2} D_{ijkl} \iiint_V R_{ijkl}(\mathbf{y}', \boldsymbol{\xi}, \lambda) \delta^{(4)}(g(\boldsymbol{\xi}, \lambda)) d\mathbf{y}' d\boldsymbol{\xi} \frac{d\lambda}{\alpha U_c} \quad (1.14)$$

avec :

- $g(\boldsymbol{\xi}, \lambda) = \frac{\lambda}{\alpha U_c} (1 - M_c \cos \theta) - \frac{\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi}}{x a_o} - \tau$;
- $M_c = U_c / a_o$, le nombre de Mach de convection et θ , l'angle entre la direction principale de l'écoulement \mathbf{e}_1 et le point d'observation \mathbf{x} : $\cos \theta = \mathbf{x} \cdot \mathbf{e}_1 / x c_o$ (voir figure 1.1).

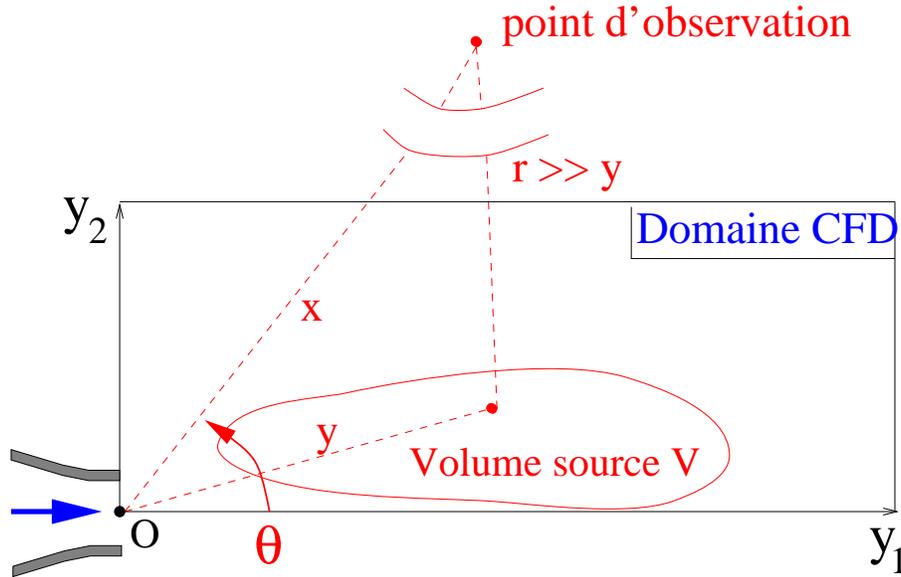


FIG. 1.1 – Schéma du problème et des coordonnées principales

Soit $\Sigma = \Sigma(\boldsymbol{\xi}^*, \lambda^*)$ la surface tel que $g = 0$, R_a s'écrit encore :

$$R_a(\mathbf{x}, \tau) = \frac{A}{x^2} D_{ijkl} \iiint_V \frac{1}{|\nabla g^*|^4} \frac{\partial}{\partial \nu^4} R_{ijkl}(\mathbf{y}', \boldsymbol{\xi}^*, \lambda^*) d\mathbf{y}' \frac{d\boldsymbol{\xi}^* d\lambda^*}{\alpha U_c |\nabla g^*|}$$

avec :

$$|\nabla g| = \left[\left(\frac{\partial g}{\partial \lambda} \right)^2 + \frac{\partial g}{\partial \xi_i} \frac{\partial g}{\partial \xi_i} \right]^{1/2} = \frac{1}{\alpha U_c} [(1 - M_c \cos \theta)^2 + \alpha^2 M_c^2]^{1/2}$$

Si on fait maintenant l'hypothèse que la turbulence est isotrope dans le repère convecté, et donc si les paramètres α et λ sont bien choisis, le tenseur R_{ijkl} ne dépend alors que de la distance $\sqrt{\boldsymbol{\xi}^2 + \lambda^2}$ et on en déduit :

$$(\alpha U_c)^4 \frac{\partial^4}{\partial \nu^4} R_{ijkl}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi}^*, \lambda^*) = \frac{\partial}{\partial t^4} R_{ijkl}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi}^*, \lambda^*)$$

Finalement, on obtient pour R_a en champ lointain l'expression suivante :

$$R_a(\mathbf{x}, \tau) = \frac{A}{x^2} D_{ijkl} \iint_V \frac{1}{C^5} \frac{\partial^4}{\partial t^4} R_{ijkl} \left(\mathbf{y}', \xi, t = \frac{\tau}{C} \right) d\mathbf{y}' d\xi \quad (1.15)$$

où $C = [(1 - M_c \cos \theta)^2 + \alpha^2 M_c^2]^{1/2}$ est le facteur de convection.

Rappelons ici que $R_{ijkl} = \overline{T'_{ij} T''_{kl}}$ et qu'on peut remplacer approximativement T_{ij} par $T_{ij} = \rho_o u_i u_j$, avec $\mathbf{u} = \mathbf{U} + \mathbf{u}_t$, pour distinguer le champ moyen du champ turbulent. Par la suite, on remplace ρ_o par la masse volumique locale ρ pour tenir compte d'éventuels effets de compressibilité ou de dilatation sur l'intensité des sources turbulentes. Cet aspect sera développé dans le troisième chapitre. La direction \mathbf{e}_1 caractérise l'axe principal d'écoulement du jet. La composante de vitesse moyenne dans cette direction est donc d'un ordre de grandeur supérieur ($U_1 \gg U_2$) et on peut finalement approcher l'expression de u_i par la décomposition $u_i = U_i \delta_{1i} + u_{ti}$.

Après avoir écarté les termes qui ne contribuent pas au rayonnement acoustique, qui sont les termes indépendants de τ ou disparaissant par intégration,⁷ R_{ijkl} se réduit à :

$$\frac{R_{ijkl}^*}{\rho^2} = \overline{u'_{ti} u'_{tj} u''_{tk} u''_{tl}} + U' U'' (\delta_{1i} \delta_{1k} \overline{u'_{tj} u''_{tl}} + \delta_{1j} \delta_{1k} \overline{u'_{ti} u''_{tl}} + \delta_{1i} \delta_{1l} \overline{u'_{tj} u''_{tk}} + \delta_{1j} \delta_{1l} \overline{u'_{ti} u''_{tk}}) \quad (1.16)$$

Le premier terme, appelé bruit propre, ne fait intervenir que des corrélations turbulentes tandis que le second, appelé bruit de cisaillement, est la conséquence des interactions entre l'écoulement moyen et le champ turbulent.

On pose :

$$C_{ijkl}(\mathbf{x}|\mathbf{y}, \tau) = \frac{A}{x^2} \int_V \frac{1}{C^5} \frac{\partial^4}{\partial t^4} R_{ijkl}^* \left(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi}, t = \frac{\tau}{C} \right) d\boldsymbol{\xi} \quad (1.17)$$

et soit ϕ , l'angle de rotation autour de l'axe \mathbf{e}_1 , la fonction d'autocorrélation s'écrit finalement :

$$R_a(\mathbf{x}, \tau) = \int_V \left[\begin{aligned} & \cos^4 \theta C_{1111} + \cos^2 \theta \sin^2 \theta \cos^2 \phi (4C_{1212} + 2C_{1122}) \\ & + \cos^2 \theta \sin^2 \theta \sin^2 \phi (4C_{1313} + 2C_{1133}) + \sin^4 \theta \cos^4 \phi C_{2222} \\ & + \sin^4 \theta \sin^2 \phi \cos^2 \phi (4C_{2323} + 2C_{2233}) + \sin^4 \theta \sin^4 \phi C_{3333} \end{aligned} \right] d\mathbf{y} \quad (1.18)$$

Il reste à calculer les termes C_{ijkl} , donnés de façon explicite dans le tableau 1.1. Les termes à modéliser sont donc des corrélations quadruples de vitesse turbulente ou le produit de corrélations doubles et des vitesses du champ moyen prises aux deux points correspondant à ces corrélations. Il s'agit dans ce second cas du bruit de structures turbulentes déformées par les gradients de vitesse du mouvement moyen auxquels elles sont soumises.

ijkl	C_{ijkl} identiques	Pondération	R_{ijkl}^*
1111	C_{1111}	1	$\overline{u'_{t1}{}^2 u''_{t1}{}^2} + 4U'U''\overline{u'_{t1}u''_{t1}}$
1212	$C_{1212}, C_{1221}, C_{2121}, C_{2112}$	4	$\overline{u'_{t1}u'_{t2}u''_{t1}u''_{t2}} + U'U''\overline{u'_{t2}u''_{t2}}$
1313	$C_{1313}, C_{1331}, C_{3131}, C_{3113}$	4	$\overline{u'_{t1}u'_{t3}u''_{t1}u''_{t3}} + U'U''\overline{u'_{t3}u''_{t3}}$
1122	C_{1122}, C_{2211}	2	$\overline{u'_{t1}{}^2 u''_{t2}{}^2}$
1133	C_{1133}, C_{3311}	2	$\overline{u'_{t1}{}^2 u''_{t3}{}^2}$
2222	C_{2222}	1	$\overline{u'_{t2}{}^2 u''_{t2}{}^2}$
2323	$C_{2323}, C_{2332}, C_{3232}, C_{3223}$	4	$\overline{u'_{t2}u'_{t3}u''_{t2}u''_{t3}}$
2233	C_{2233}, C_{3322}	2	$\overline{u'_{t2}{}^2 u''_{t3}{}^2}$
3333	C_{3333}	1	$\overline{u'_{t3}{}^2 u''_{t3}{}^2}$

TAB. 1.1 – Sources acoustiques à modéliser

1.2 Estimation des corrélations turbulentes

En considérant une turbulence isotrope gaussienne,[?] les corrélations d'ordre 4 peuvent s'écrire comme les combinaisons linéaires de corrélations d'ordre 2.

$$\overline{u'_{ti}u'_{tj}u''_{tk}u''_{tl}} = \overline{u'_{ti}u'_{tj}} \overline{u''_{tk}u''_{tl}} + \overline{u'_{ti}u''_{tk}} \overline{u'_{tj}u''_{tl}} + \overline{u'_{ti}u''_{tl}} \overline{u'_{tj}u''_{tk}}$$

Il faut donc évaluer maintenant un ensemble de fonctions de la forme :

$$R_{ij}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi}, t) = \overline{u'_{ti}u''_{tj}} \quad (1.19)$$

On écrit ce tenseur des corrélations d'ordre 2 comme le produit d'une fonction temporelle par une fonction spatiale :

$$R_{ij}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi}, t) = \mathcal{R}_{ij}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi})g(t) \quad (1.20)$$

Les corrélations spatiales sont décrites par :

$$\begin{cases} \mathcal{R}_{ij}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi}) = \rho u_t^2 \left[\left(f + \frac{1}{2} \xi \frac{df}{d\xi} \right) \delta_{ij} - \frac{1}{2} \frac{df}{d\xi} \frac{\xi_i \xi_j}{\boldsymbol{\xi}} \right] \\ f(\xi) = e^{-\pi \xi^2 / L_t^2} \end{cases} \quad (1.21)$$

où L_t est une longueur caractéristique de la turbulence et u_t , l'échelle des fluctuations de vitesse. On a donc :

$$\mathcal{R}_{ij}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi}) = \rho u_t^2 \left(1 - \frac{\pi \xi^2}{L_t^2} \delta_{ij} + \frac{\pi}{L_t^2} \xi_i \xi_j \right) e^{-\frac{\pi \xi^2}{L_t^2}} \quad (1.22)$$

Pour déterminer l'interaction avec le champ moyen, on évalue le produit $U'U''$ par un développement limité autour du point $\mathbf{y}' + \frac{1}{2}\boldsymbol{\xi}$. On rappelle que l'axe \mathbf{e}_1 définit l'axe d'écoulement du jet. Par conséquent, U_1 est donc d'un ordre de grandeur supérieur à U_2 et les gradients de vitesse moyenne issus du cisaillement avec le milieu ambiant sont alors d'un ordre de grandeur plus important selon y_2 que selon y_1 . Le produit $U'U''$ s'écrit finalement de la façon suivante :

$$\begin{aligned} U'U'' &= U_1(y_2 - \frac{1}{2}\xi_2)U_1(y_2 + \frac{1}{2}\xi_2) \\ &\simeq U_1^2(y_2) - \frac{1}{4}\xi_2^2 \left[\frac{\partial U_1}{\partial y_2} \right]^2 \end{aligned}$$

Les intégrales à évaluer pour le calcul des termes C_{ijkl} sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \int_V \mathcal{R}_{\alpha\alpha}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} &= 0 \quad \forall \alpha \\ \int_V \mathcal{R}_{22}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi}) \xi_2^2 d\boldsymbol{\xi} &= 0 \\ I_1 &= \int_V \mathcal{R}_{\alpha\alpha}^2(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \cdot \frac{d^4 g^2}{dt^4} \Big|_{t=\frac{\tau}{\sigma}} = \frac{\rho^2 u_t^4 L_t^3}{4\sqrt{2}} \frac{d^4 g^2}{dt^4} \Big|_{t=\frac{\tau}{\sigma}} \quad \forall \alpha \\ I_2 &= -\frac{1}{4}\rho \left(\frac{\partial U_1}{\partial y_2} \right)^2 \int_V \mathcal{R}_{\alpha\alpha}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi}) \xi_2^2 d\boldsymbol{\xi} \cdot \frac{d^4 g}{dt^4} \Big|_{t=\frac{\tau}{\sigma}} = \frac{\rho^2 u_t^2 L_t^5}{8\pi} \left(\frac{\partial U_1}{\partial y_2} \right)^2 \frac{d^4 g}{d\tau^4} \Big|_{t=\frac{\tau}{\sigma}} \quad \text{si } \alpha \neq 2 \\ I_3 &= \int_V \mathcal{R}_{\alpha\alpha} \mathcal{R}_{\beta\beta}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \cdot \frac{d^4 g^2}{dt^4} \Big|_{t=\frac{\tau}{\sigma}} = \frac{\rho^2 u_t^4 L_t^3}{32\sqrt{2}} \frac{d^4 g^2}{d\tau^4} \Big|_{t=\frac{\tau}{\sigma}} \quad \text{si } \alpha \neq \beta \\ I_4 &= \int_V \mathcal{R}_{\alpha\beta}^2(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \cdot \frac{d^4 g^2}{dt^4} \Big|_{t=\frac{\tau}{\sigma}} = \frac{3\rho^2 u_t^4 L_t^3}{16\sqrt{2}} \frac{d^4 g^2}{d\tau^4} \Big|_{t=\frac{\tau}{\sigma}} \quad \text{si } \alpha \neq \beta \end{aligned}$$

On remarque notamment que $8I_3 + 4I_4 = 4I_1$.

La fonction de corrélation en temps est définie par :

$$g(t) = \frac{1}{\cosh(\beta\omega_t t)} \quad (1.23)$$

où ω_t est une pulsation caractéristique de la turbulence et β une constante. Cette fonction, proposée par Bailly,⁷ est préférée à une fonction gaussienne pour sa similitude avec la corrélation en temps déterminée expérimentalement par Davies *et al.*,⁷ avec $\beta = 2/5$. On peut de plus déterminer $\partial^4 g^2 / \partial t^4$ et $\partial^4 g / \partial t^4$ en $t = 0$ et calculer leurs transformées de Fourier. Les expressions obtenues sont nécessaires pour estimer l'intensité et la densité spectrale de puissance acoustique. On a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^4 g}{dt^4} \Big|_{t=0} = 5\beta^4 \omega_t^4 \quad \text{et} \quad \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{i\omega t} dt = \frac{1}{2\beta\omega_t} \frac{1}{\cosh\left(\frac{\pi\omega}{2\beta\omega_t}\right)} \\ \frac{d^4 g^2}{dt^4} \Big|_{t=0} = 16\beta^4 \omega_t^4 \quad \text{et} \quad \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g^2(t) e^{i\omega t} dt = \frac{1}{\pi\beta\omega_t} \frac{\left(\frac{\pi\omega}{2\beta\omega_t}\right)}{\sinh\left(\frac{\pi\omega}{2\beta\omega_t}\right)} \end{array} \right. \quad (1.24)$$

On décompose les termes C_{ijkl} faisant intervenir des interactions avec le champ moyen en une partie bruit propre (pr) et une partie bruit de cisaillement (cis). Les calculs donnent, au facteur $A/x^2 C^5$ près :

$$\begin{aligned}
C_{1111}^{pr} &= 2I_1 \\
C_{1111}^{cis} &= 4I_2 \\
C_{1212}^{pr} &= I_3 + I_4 \\
C_{1212}^{cis} &= I_2 \\
C_{1313}^{pr} &= I_3 + I_4 \\
C_{1313}^{cis} &= I_2 \\
C_{1122} &= 2I_3 \\
C_{1133} &= 2I_3 \\
C_{2222} &= 2I_1 \\
C_{2323} &= I_3 + I_4 \\
C_{2233} &= 2I_3 \\
C_{3333} &= 2I_1
\end{aligned}$$

et l'expression 1.18 s'écrit finalement :

$$\begin{aligned}
R_a(\mathbf{x}, \tau) &= \frac{A}{x^2} \int_V \frac{1}{C^5} \{ \cos^4\theta (2I_1 + 4I_2) + \cos^2\theta \sin^2\theta \cos^2\phi [4(I_3 + I_4) + 4I_3] \\
&\quad + \cos^2\theta \sin^2\theta \sin^2\phi [4(I_3 + I_4) + 4I_3 + 4I_2] + \sin^4\theta \cos^4\phi (2I_1) \\
&\quad + \sin^4\theta \sin^2\phi \cos^2\phi [4(I_3 + I_4) + 4I_3] + \sin^4\theta \cos^4\phi (2I_1) \} d\mathbf{y} \\
&= \frac{A}{x^2} \int_V \frac{1}{C^5} \{ 2I_1 (\cos^4\theta + 2 \cos^2\theta \sin^2\theta \cos^2\phi + 2 \cos^2\theta \sin^2\theta \sin^2\phi \\
&\quad + \sin^4\theta \cos^4\phi + 2 \sin^4\theta \sin^2\phi \cos^2\phi + \sin^4\theta \cos^4\phi) \\
&\quad + 4I_2 (\cos^4\theta + \cos^2\theta \sin^2\theta \sin^2\phi) \} d\mathbf{y} \\
&= \frac{A}{x^2} \int_V \frac{1}{C^5} \{ 2I_1 [\cos^4\theta + 2 \cos^2\theta \sin^2\theta (\cos^2\phi + \sin^2\phi) \\
&\quad + \sin^4\theta (\cos^4\phi + 2 \sin^2\phi \cos^2\phi + \cos^4\phi)] \\
&\quad + 4I_2 (\cos^4\theta + \cos^2\theta \sin^2\theta \sin^2\phi) \} d\mathbf{y} \\
&= \frac{A}{x^2} \int_V \frac{1}{C^5} \{ 2I_1 + 4I_2 (\cos^4\theta + \cos^2\theta \sin^2\theta \sin^2\phi) \} d\mathbf{y}
\end{aligned}$$

On vérifie bien que seul le bruit de cisaillement dépend de l'angle d'observation, ce qui est une conséquence directe de l'hypothèse d'isotropie de la turbulence dans le repère en translation à la vitesse U_c .

La dépendance en θ et ϕ permet de traiter des solutions d'écoulements tridimensionnels.

Dans le cas de jets axisymétriques, on peut prendre une moyenne par rapport à ϕ :

$$\begin{aligned} R_a(\mathbf{x}, \tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} R_a(\mathbf{x}, \tau) d\phi \\ &= \frac{A}{x^2} \int_V \frac{1}{C^5} \left\{ 2I_1 + 4I_2(\cos^4\theta + \frac{1}{2} \cos^2\theta \sin^2\theta) \right\} d\mathbf{y} \end{aligned} \quad (1.25)$$

La fonction de corrélation du champ acoustique lointain apparaît ainsi comme une combinaison linéaire d'une contribution I_1 associée au bruit propre faisant uniquement intervenir l'intensité des fluctuations turbulentes et d'une contribution I_2 associée au bruit de cisaillement faisant apparaître le gradient de vitesse transverse.

1.3 Modèles acoustiques existants

On donne ici les expressions de plusieurs modèles établis par les travaux de Bailly *et al.*[?] qui permettent de calculer le rayonnement acoustique de jets libres subsoniques ou supersoniques, une fois connus les champs moyen et turbulent de l'écoulement.

1.3.1 Modèle RM pour le bruit de mélange

Tous les développements précédents, fondés sur l'analyse des travaux de Ribner,^{?,?} conduisent à un premier modèle pour estimer le bruit de jets libres. Ce modèle, que l'on appellera RM (Ribner Model), calcule donc l'intensité du rayonnement acoustique à partir de l'expression suivante :

$$\begin{aligned} I_a(\mathbf{x}) &= R_a(\mathbf{x}, \tau = 0) \\ &= \frac{\beta^4}{\pi^2 \rho_o a_o^5 x^2} \int_V \frac{\rho^2 u_t^2 L_t^3 \omega_t^4}{C^5} \left\{ \frac{u_t^2}{2\sqrt{2}} + \frac{5L_t^2}{32\pi} D_\theta \left(\frac{\partial U_1}{\partial y_2} \right)^2 \right\} d\mathbf{y} \end{aligned} \quad (1.26)$$

avec $D_\theta = \cos^4\theta + \frac{1}{2} \cos^2\theta \sin^2\theta$,

Le spectre associé est calculé à partir de :

$$S_a(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_a(\mathbf{x}, \tau) e^{i\omega\tau} d\tau = \frac{A}{x^2} \int_V (S_a^{pr} + S_a^{cis}) d\mathbf{y}$$

avec :

$$\begin{aligned} S_a^{pr}(\mathbf{x}, \omega) &= \frac{\rho^2 u_t^4 L_t^3}{2\sqrt{2}C^5} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^4 g^2}{dt^4} \Big|_{t=\frac{\tau}{C}} e^{i\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{\rho^2 u_t^4 L_t^3}{2\sqrt{2}C^5} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^4 g^2}{dt^4} e^{iC\omega t} C dt \\ &= \frac{\rho^2 u_t^4 L_t^3}{2\sqrt{2}C^5} C^5 \omega^4 \int_{-\infty}^{+\infty} g^2(t) e^{iC\omega t} dt \\ &= \frac{\rho^2 u_t^4 L_t^3 \omega^4}{2\sqrt{2}} \frac{1}{\omega_t \beta \pi} \frac{1}{\sinh\left(\frac{\pi C\omega}{2\beta\omega_t}\right)} \end{aligned} \quad (1.27)$$

et :

$$\begin{aligned}
S_a^{cis}(\mathbf{x}, \omega) &= \frac{\rho^2 u_t^2 L_t^5}{2\pi} D_\theta \left(\frac{\partial U_1}{\partial y_2} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^4 g}{dt^4} \Big|_{t=\frac{\tau}{c}} e^{i\omega\tau} d\tau \\
&= \frac{\rho^2 u_t^2 L_t^5 D_\theta}{2\pi} \left(\frac{\partial U_1}{\partial y_2} \right)^2 \frac{\omega^4}{\omega_t} \frac{1}{2\beta} \frac{1}{\cosh\left(\frac{\pi C\omega}{2\beta\omega_t}\right)}
\end{aligned} \tag{1.28}$$

Ce modèle donne de bons résultats pour des jets subsoniques, il conduit notamment à une bonne prévision du rayonnement acoustique en aval de la tuyère, excepté dans la zone d'ombre qui correspond aux angles voisins de l'axe d'écoulement du jet. Dans cette région l'écoulement réfracte les ondes acoustiques mais cet effet n'est pas pris en compte dans la formulation de Lighthill. De plus, la prévision de la directivité du bruit se dégrade avec l'augmentation du nombre de Mach du jet. Ce constat conduit à rechercher d'autres mises en équation du problème qui permettent de disposer de modèles mieux adaptés à la description de jets à grand nombre de Mach.

1.3.2 Modèle GHM pour le bruit de mélange

La prise en compte des effets de convection et de réfraction peut être réalisée en partant de formalismes plus raffinés comme celui développés par Goldstein et Howes. En considérant toujours des écoulements à grand nombre de Reynolds et sans fluctuation d'entropie, une combinaison particulière des équations de conservation réécrites en introduisant la variable $\Pi = \ln p$ conduit à l'équation d'onde convectée suivante :

$$\frac{D}{Dt} \left\{ \frac{D^2 \Pi}{Dt^2} - a_o^2 \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y_i \partial y_i} \right\} - 2\gamma \frac{\partial U_1}{\partial y_2} \frac{\partial}{\partial y_1} \left(\frac{D u_{t2}}{Dt} \right) = \gamma \frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial u_{ti}}{\partial y_j} \frac{\partial u_{tj}}{\partial y_i} \right) \tag{1.29}$$

avec $D/Dt = \partial/\partial t + U_1 \partial/\partial y_1$. En supposant que le champ des fluctuations de vitesse u_t est incompressible et que le terme en $\partial^2 U_1/\partial y_2^2$ peut être négligé, on arrive à l'équation établie par Goldstein et Howes⁷ :

$$\frac{D^2 \Gamma}{Dt^2} - a_o^2 \nabla^2 \Gamma = \gamma \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left(\frac{D u_{ti} u_{tj}}{Dt} \right) + 4\gamma \frac{\partial}{\partial y_1} \left(\frac{\partial U_1}{\partial y_2} \frac{D u_{t2}}{Dt} \right) \tag{1.30}$$

avec $\Gamma = D\Pi/Dt$. Ces auteurs donnent une solution approchée pour les basses fréquences. En champ lointain on peut relier approximativement à la dérivée temporelle du champ de pression Γ , l'expression $\Gamma \approx (\gamma/\rho_o a_o^2) \partial p'/\partial t$. On peut ainsi écrire une expression pour la densité spectrale de puissance acoustique. On intègre directement dans cette expression une modélisation des sources acoustiques identique à celle utilisée pour le modèle RM et on obtient finalement pour le modèle GHM (Goldstein & Howes Model) :

$$\begin{aligned}
S_a(\mathbf{x}, \omega) &= \int_V \frac{A}{2\pi x^2 C^3} \int \left\{ 2I_1 e^{iC\omega\tau} - D_\theta \frac{16}{3} 4I_2 e^{iC\omega\tau} \right\} d\tau d\mathbf{y} \\
&= \frac{A}{x^2 \pi \beta} \int_V \rho^2 u_t^2 L_t^3 C^2 \frac{\omega^4}{\omega_t} \left\{ \frac{u_t^2}{2\sqrt{2}} \frac{\left(\frac{\pi C\omega}{2\beta\omega_t}\right)}{\sinh\left(\frac{\pi C\omega}{2\beta\omega_t}\right)} + \frac{4}{3} D_\theta L_t^2 \left(\frac{\partial U_1}{\partial y_2} \right)^2 \frac{1}{\cosh\left(\frac{\pi C\omega}{2\beta\omega_t}\right)} \right\} d\mathbf{y}
\end{aligned} \tag{1.31}$$

L'intensité acoustique est alors donnée par :

$$I_a(\mathbf{x}) = \frac{\beta^4}{\pi^2 \rho_o a_o^5 x^2} \int_V \frac{\rho^2 u_t^2 L_t^3 \omega_t^4}{C^3} \left\{ \frac{u_t^2}{2\sqrt{2}} + \frac{5}{6} D_\theta \frac{L_t^2}{\pi} \left(\frac{\partial U_1}{\partial y_2} \right)^2 \right\} d\mathbf{y} \quad (1.32)$$

Ce modèle permet de ne pas dégrader la prévision de la directivité du bruit pour les jets subsoniques lorsqu'on augmente le nombre de Mach. On peut noter que le rapport entre la composante bruit de cisaillement et bruit propre passe de $\frac{4\sqrt{2}}{3\pi} D_\theta$ pour le modèle RM à $\frac{5\sqrt{2}}{3\pi} D_\theta$ pour le modèle GHM. Mais c'est essentiellement le facteur de convection qui va gouverner la directivité. Il est à la puissance cinq dans le modèle RM et au cube dans le modèle de GHM. Ces différences sont illustrées figures 1.2 et 1.3.

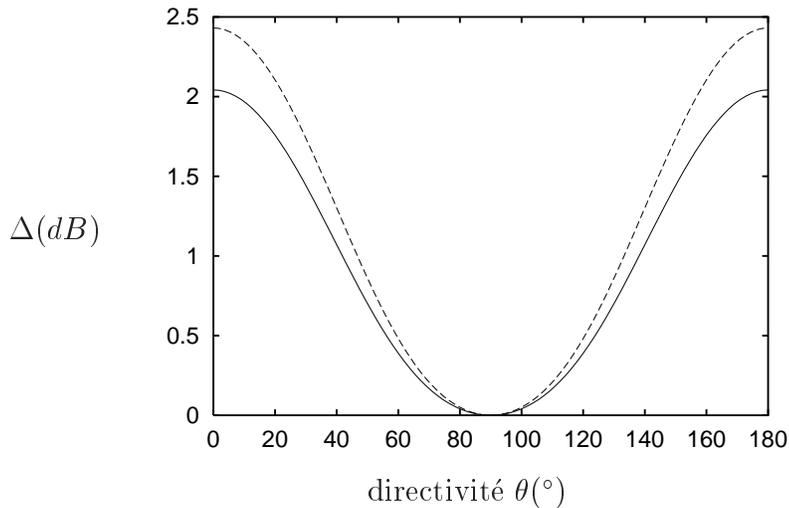


FIG. 1.2 – Contribution de la composante de cisaillement sur l'intensité acoustique en fonction de la directivité, pour les modèles RM (—) et GHM (---).

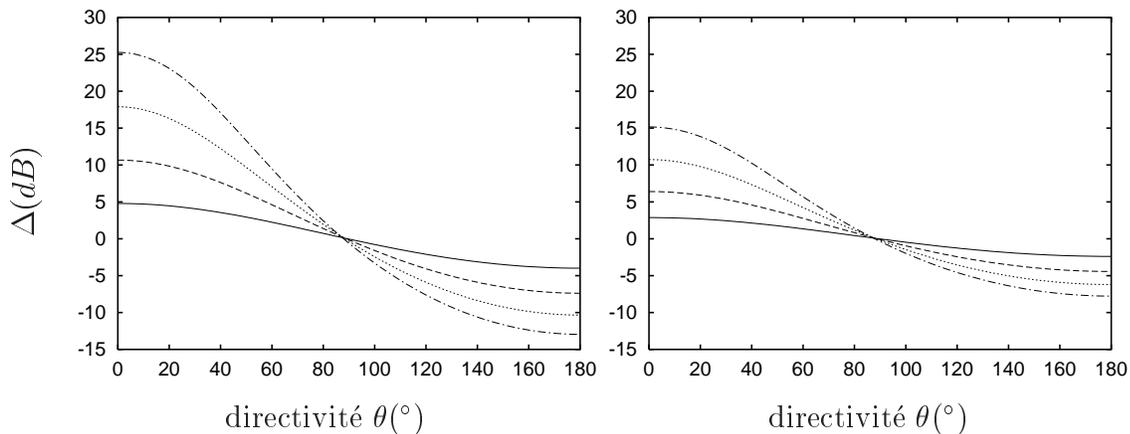


FIG. 1.3 – Influence du facteur de convection sur la directivité pour les modèles RM (gauche) et de GHM (droite) pour des Mach de convection de 0.2(—), 0.4(---), 0.6(.....), 0.8(-.-).

1.3.3 Modèle FWMM pour le bruit des ondes de Mach

On reprend ici le modèle développé par Bailly⁷ à partir des travaux de Ffowcs-Williams et Maidanik⁷ et modifié à partir des articles de Bailly *et al.*^{7,7}. On part du produit de convolution exprimant les fluctuations de masse volumique :

$$\rho'(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i} \star \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{1}{4\pi a_o^2 x} \delta \left(t - \frac{x}{a_o} \right) \right]$$

On va envisager exclusivement le rayonnement des ondes de Mach, dans des directions voisines de $\theta^* = \cos^{-1}(1/M_c)$, on obtient la fonction d'autocorrélation suivante⁷ :

$$R_{aM}(\mathbf{x}, \tau) = \frac{p_o^2}{32\pi^2 \rho_o x^2} \int_{V^*} \cos^2 \theta \sin^2 \theta \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial U_1}{\partial y_2} \right)^2 \left(-\frac{d^2 g}{d\tau^2} \right) \tau_t \delta_1^2 M_c d\mathbf{y} \quad (1.33)$$

Dans cette expression :

- La fonction g est tel que $\overline{p'p''}(\eta, \tau) = \overline{p'p''}(\eta, 0)g(\tau)$ et $-\frac{d^2 g}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0} = \frac{9}{2}\omega_t^2$.
- La pulsation ω_t est donné par $\omega_t^2 = \frac{2U_c^2}{9\delta_1^2}$
- La demi-largeur du jet δ_1 est définie par : $\delta_1 = \int_{y_2=0}^{y_2^*} \left(1 - \frac{U_1}{U_1(y_2=0)} \right) dy_2$ avec $U_1(y_2^*) = 0.01 \times U_1(y_2=0)$.
- Le volume V^* regroupe toutes les zones du volume source V où le nombre de Mach de convection est supersonique.

Pour le modèle FWMM (Ffowcs-Williams & Maidanik Model), l'intensité acoustique est finalement donnée par :

$$I_a(\mathbf{x}) = \frac{p_o^2 a_o^2}{32\pi^2 \rho_o x^2} \int_{V^*} \frac{\cos^2 \theta \sin^2 \theta}{\tilde{C}^5} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial U_1}{\partial y_2} \right)^2 M_c^3 \tau_t d\mathbf{y} \quad (1.34)$$

où \tilde{C} est le facteur de convection normalisé introduit pour estimer l'intensité acoustique dans les autres directions que celle des ondes de Mach :

$$\tilde{C} = \left[\frac{(1 - M_c \cos \theta)^2 + \alpha^2 M_c^2}{\alpha^2 M_c^2} \right]^{1/2}$$

et la densité spectrale de puissance acoustique est donnée par :

$$S_a(\mathbf{x}, \omega) = \frac{p_o^2}{32\pi^2 \rho_o x^2} \int_{V^*} \frac{\cos^2 \theta \sin^2 \theta}{\tilde{C}^5} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial U_1}{\partial y_2} \right)^2 \omega^2 G(\omega) \tau_t \delta_1^2 M_c d\mathbf{y} \quad (1.35)$$

où G est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation en temps g .

$$G(\omega) = \left[1 - \frac{5}{8} \left(1 - \frac{\omega^2}{2\omega_t^2} \right) \right] \frac{1}{2\sqrt{\pi}\omega_t} e^{-\frac{\omega^2}{4\omega_t^2}}$$

1.4 Prise en compte des effets de réfraction

L'analogie de Lighthill considère des sources dont le rayonnement se propage dans un milieu homogène au repos et ne prend donc pas en compte les effets de l'écoulement du jet sur la propagation acoustique. Cependant pour des angles de rayonnement faibles, c'est à dire dans des directions voisines de l'axe du jet, les ondes acoustiques sont soumises à des effets de réfraction car les sources ne rayonnent pas directement dans le milieu ambiant mais d'abord au sein de l'écoulement du jet.

Il faut donc déterminer un facteur prenant en compte ces effets si on ne veut pas limiter la prédictivité de notre code en directivité. Une solution, décrite par Khavaran *et al.*,[?] consiste à résoudre un système d'équations pour l'acoustique géométrique. Dans une approximation haute fréquence, on considère que le son se propage selon des rayons, des sources au point d'observation. Il s'agit donc de calculer la trajectoire de ces rayons, de l'angle d'émission jusqu'à l'angle à partir duquel les rayons sont définitivement rectilignes, puisqu'ils se propagent alors dans le milieu ambiant supposé uniforme.

Pour limiter le coût numérique d'une telle démarche, on se contentera du calcul d'un facteur de pondération,^{?,?} fonction de la direction d'observation et de la position des sources dans le jet. Ce facteur traduit plutôt un effet de filtrage qu'une redistribution de l'émission des sources selon les différents angles. On peut prendre :

$$g^2(r) = \frac{(1 - M)^2(a_o/a)^2 - \cos^2 \theta}{(1 - M_c \cos \theta)^2} \quad (1.36)$$

Ce facteur intervient dans l'expression de l'intensité acoustique par le biais d'une fonction d'atténuation :

$$\exp(-2K \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{|g^2(r)|} dr) \quad (1.37)$$

où le facteur $K = \omega/c$ permet de pondérer son effet selon la fréquence du signal. On a un effet d'atténuation lorsqu'il existe des r tel que $g^2(r) < 0$. On intègre alors $\sqrt{|g^2(r)|}$ de r_1 à r_2 qui délimitent la partie de la trajectoire qui sépare la source du point d'observation et sur laquelle $g^2(r) < 0$.

Cette méthode permet une représentation des effets de réfraction comme on peut le voir à la figure 1.4 au prix d'une augmentation significative du coût de calcul, puisqu'il faut recalculer $g^2(r)$ dans tout le volume V pour chaque angle de prévision. On allège ce coût en limitant le calcul à quelques angles puis en interpolant pour les autres angles. Cette méthode permet d'améliorer les calculs réalisés au moyen d'un modèle statistique lorsqu'on applique la pondération définie par les expressions (1.36) et (1.37), dans les directions d'angle inférieur à trente degrés, i.e. voisines de l'axe d'écoulement. Elle reste cependant approximative et n'est donc pas recommandée pour être appliquée de manière systématique sur les approches développées. La qualité de ces dernières peut être jugée par comparaison à des mesures dans toutes les autres directions.

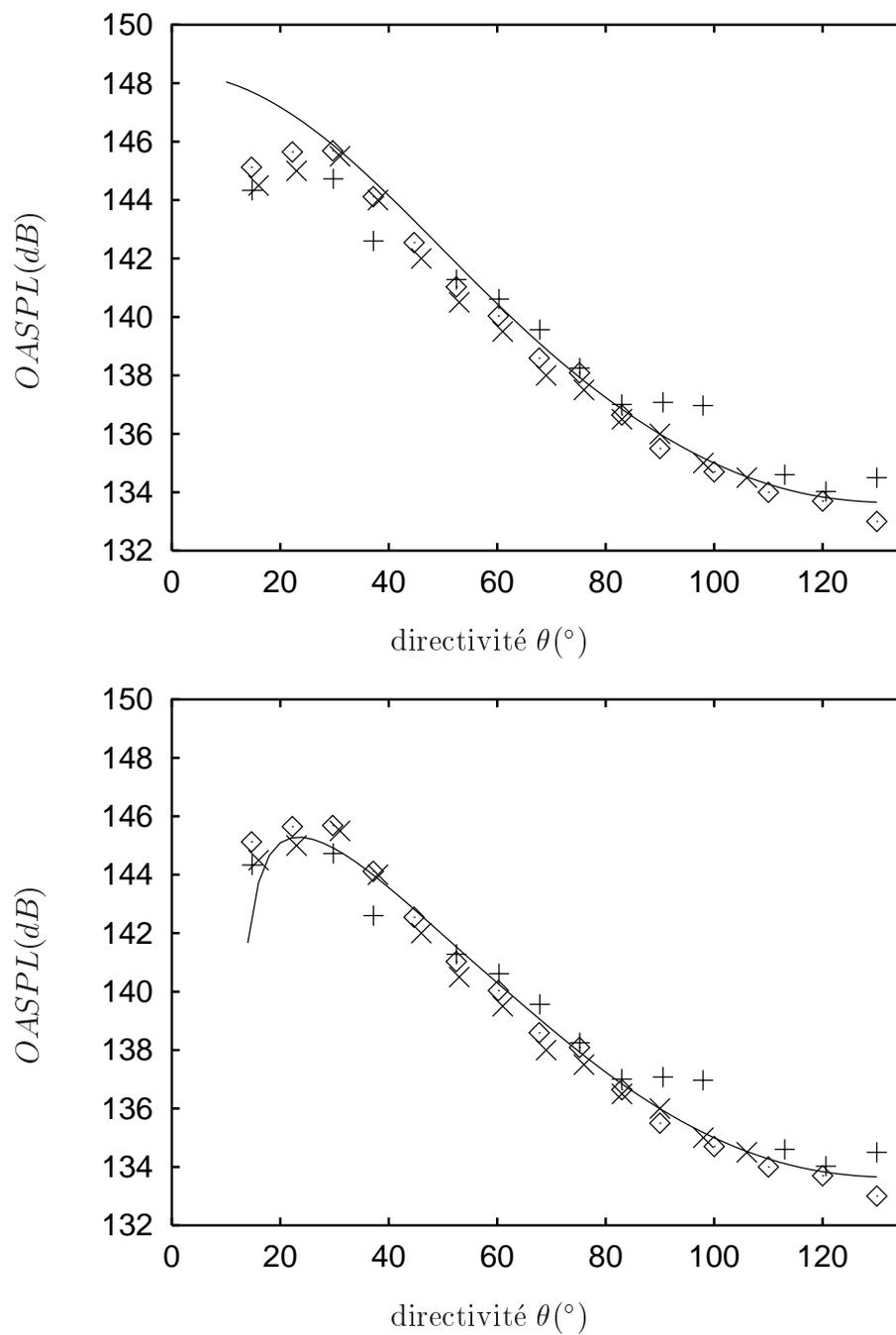


FIG. 1.4 – Directivité de l'intensité acoustique d'un jet à Mach=0,86 estimé en utilisant le modèle GHM, sans et avec prise en compte des effets de réfraction. Comparaison avec les mesures de Tanna(+), Lush(x) et des données SAE(◇).

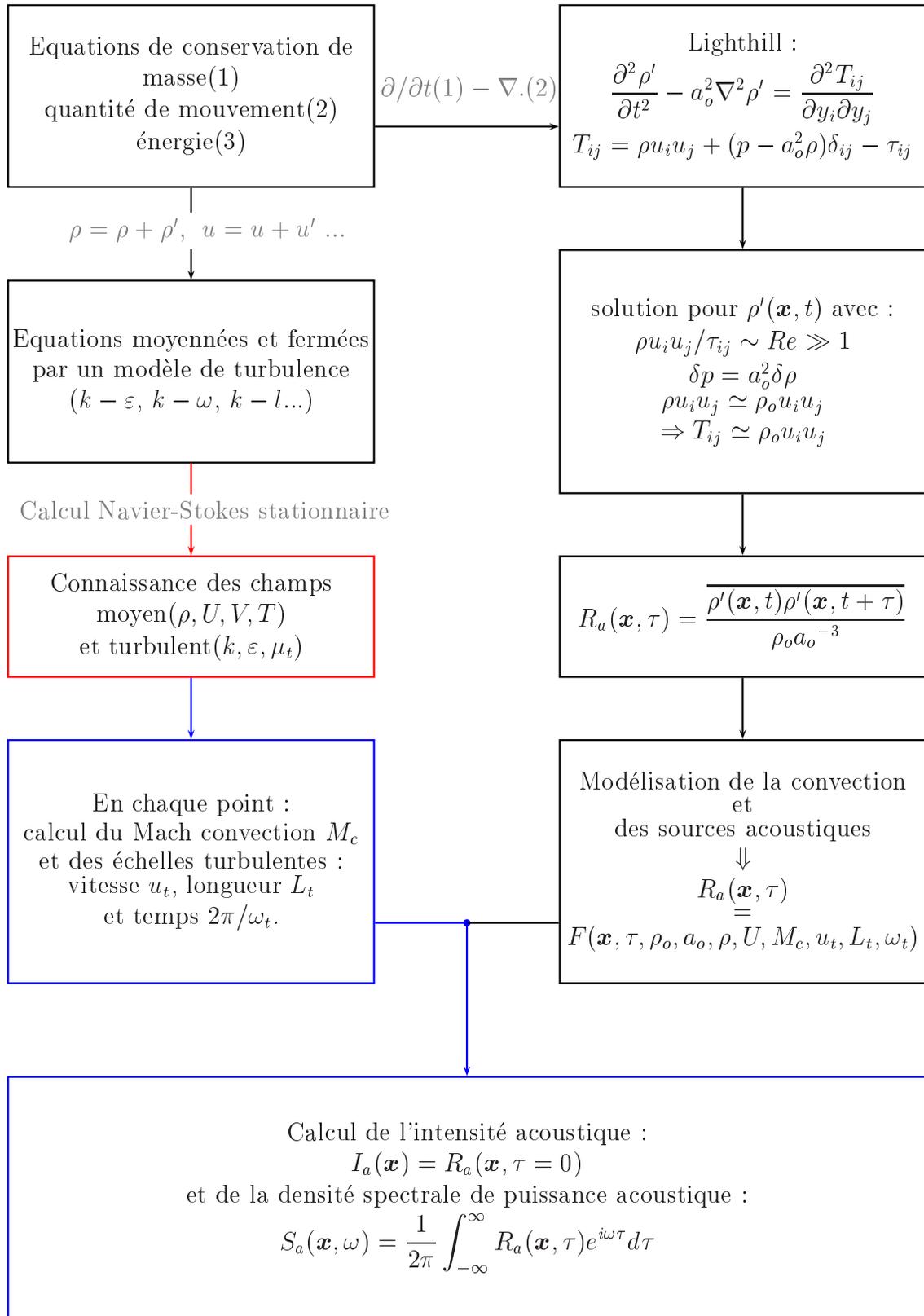
Conclusion

On a passé en revue dans ce chapitre les modèles statistiques développés au cours des années récentes pour évaluer le rayonnement acoustique de jets turbulents. Ces modèles sont fondés sur des solutions de l'équation de Lighthill⁷ écrites en champ lointain. Les modèles développés antérieurement^{7,7,7,7} permettent le calcul du bruit de mélange et éventuellement du bruit d'ondes de Mach d'un jet libre parfaitement détendu. Ils nécessitent un calcul numérique de l'écoulement moyen, fondé sur des équations de bilan moyennées et fermées par un modèle de turbulence. Les modèles statistiques exploitent en particulier les champs moyens de vitesse, de température, de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation pour estimer les grandeurs caractéristiques de la turbulence et modéliser les corrélations de vitesse qui constituent, dans les cas présents, l'essentiel des sources acoustiques. Les calculs moyennés permettent aussi d'estimer la vitesse de déplacement des sources pour savoir quel modèle acoustique appliquer : bruit de mélange ou rayonnement d'ondes de Mach. Le bruit généré par les jets libres turbulents peut être issu des deux types de sources bruit propre, bruit de cisaillement, schématisés à la figure 3. En définitive, la fonction d'auto-corrélation acoustique $R_a(\mathbf{x}, \tau)$ est de la forme $\mathcal{F}(\mathbf{x}, \tau, \rho_o, a_o, \rho, U_1, M_c, u_t, L_t, \omega_t)$. On voit notamment apparaître la vitesse U_1 et son gradient, le nombre de Mach de convection, l'intensité des fluctuations turbulentes u_t , l'échelle caractéristique des fluctuations L_t et la fréquence caractéristique ω_t .

La résolution des équations de Navier-Stokes moyennées permet la détermination locale de toutes les quantités mises en jeu :

- Les champs moyens (masse volumique, vitesse, température) sont directement accessibles ;
- Les échelles caractéristiques de longueur L_t et de pulsation ω_t de la turbulence ainsi que les fluctuations de vitesse u_t sont déduites des données statistiques locales sur la turbulence de l'écoulement, c'est-à-dire de la connaissance des champs de l'énergie cinétique turbulente k et sa dissipation ε : $L_t \sim k^{3/2}/\varepsilon$, $\omega_t \sim \varepsilon/k$ et $u_t \sim \sqrt{2k/3}$;
- Le calcul du nombre de Mach de convection en chaque point nécessite un traitement particulier, fonction du type d'écoulement (jets simples ou coaxiaux, froids ou chauds). Cet aspect sera traité plus loin car la valeur de M_c détermine la modélisation des sources.

Le tableau 1.2 ci-contre schématise, en partant des équations de conservation, la réalisation d'un code de calcul aérodynamique et la construction en parallèle d'expressions semi-analytiques pour l'estimation du rayonnement acoustique.



TAB. 1.2 – Schéma résumant la méthode de calcul utilisée pour l'estimation statistique du rayonnement acoustique.

Chapitre 2

Travaux préliminaires sur la résolution numérique

La modélisation statistique des sources de bruit aérodynamique repose sur un calcul préalable de l'écoulement. Ce chapitre traite de cet aspect. On considère notamment l'influence de la qualité de cette modélisation sur les estimations du rayonnement acoustique.

Après un résumé du fonctionnement général du code de calcul aérodynamique, on décrit le mailleur développé pour les applications aéroacoustiques. Ce mailleur permet de construire des grilles de calcul optimisées pour le cas particulier des écoulements libres, qui concernent essentiellement le voisinage amont et aval d'une section d'éjection de tuyère.

Les résultats aérodynamiques et acoustiques sont estimés pour différentes finesses de maillage. La dépendance des estimations par rapport au modèle de turbulence utilisé est aussi examinée. L'étude comparative concerne des modèles à deux équations disponibles dans le code ainsi qu'un modèle développé dans ce travail pour le calcul spécifique des écoulements cisailés libres.

Introduction

Les modèles d'estimation du bruit nécessitent un calcul préalable du champ aérodynamique. Ce calcul doit être suffisamment précis car il doit fournir (de manière statistique) les caractéristiques principales des variations de l'écoulement (niveau des fluctuations, échelles spatiales et temporelles...). Le calcul est réalisé avec le code **Aether** de Dassault Aviation. Les équations de Navier-Stokes moyennées sont résolues au moyen d'une fermeture par un modèle de turbulence. Ce modèle est à choisir dans une liste avant le lancement du calcul. Tous les modèles utilisent la notion de viscosité turbulente, dont on calcule le champ à partir d'un système de deux équations de transport. La première équation décrit le bilan d'énergie cinétique turbulente k . Pour la seconde, il s'agira selon le modèle de la dissipation ε , de la pulsation caractéristique ω , ou de la longueur caractéristique l de la turbulence. Le modèle $k-\varepsilon$ reste le plus courant. Il a été validé sur une large gamme d'écoulements (du bas subsonique aux nombres de Mach élevés) pour des configurations bi ou tridimensionnelles et il est utilisé de façon intensive pour des études de conception aérodynamique. Il servira donc de référence.

Le code **Aether** calcule aussi l'écoulement de jets supersoniques et le transport d'espèces en sortie de tuyère, pour les applications à la signature infrarouge mais ce sont essentiellement les études de formes aérodynamiques qui en ont guidé les principaux développements. Les motivations étaient entre autres la bonne prévision des couches limites, des positions des ondes de choc et des décollements en transsonique.

La problématique des écoulements étudiés ici est différente puisqu'il s'agit de la simulation des couches cisailées libres, de la sortie de tuyère jusqu'à la zone où les jets sont pleinement développés. En fait, les études qui partent des jets libres à température ambiante pour aboutir aux jets chauds coaxiaux, sont réalisées en vue d'applications sur des configurations typiques de sortie de moteur double flux.

La finalité recherchée, sortant du cadre des écoulements usuellement résolus par le code mis à disposition, a conduit à réaliser des développements permettant la simulation numérique de configurations de jets chauds subsoniques dans une ambiance au repos. Les travaux réalisés portent sur la génération des maillages, sur les conditions aux limites à imposer et sur l'évaluation du modèle de turbulence. Un aspect particulièrement important est celui de la représentation de l'entraînement par le jet.

2.1 Fonctionnement général du code

La solution stationnaire des équations de Navier-Stokes moyennées est obtenue par une méthode d'avance en temps pseudo-instationnaire s'appuyant sur un schéma implicite linéarisé. Au cours de l'avance en temps, ces équations et celles de la turbulence sont résolues de manière découplée : à chaque pas de temps, les quantités aérodynamiques moyennes sont calculées en utilisant la viscosité turbulente du pas de temps précédent puis les champs turbulents sont calculés avec la nouvelle solution obtenue pour le champ moyen. Cette méthode ne linéarise pas simultanément la turbulence et le champ moyen. Elle peut conduire à des limitations sur le critère CFL utilisé mais elle permet en contrepartie un changement modulaire du modèle de turbulence.

On a vu dans le chapitre précédent que les prévisions acoustiques se faisaient à partir de l'intégration sur le volume contenant les sources, dont les expressions font intervenir des données locales obtenues à partir du calcul de l'écoulement moyen. Dans le cas particulier des jets axisymétriques, l'écoulement n'est calculé que dans un plan passant par l'axe du jet.

Les maillages utilisés sont non structurés mais cela ne complique pas la méthodologie. Soit la fonction $f(r, z)$ représentant la contribution d'une partie élémentaire $dV = rd\phi dr dz$ du volume source à l'intensité acoustique ou à la densité spectrale de puissance acoustique en un point d'observation fixé, on connaîtra donc l'intensité ou le spectre total par le calcul suivant :

$$F = \int_V f(r, z) dV = 2\pi \int_{r,z} f(r, z) dr dz = \frac{2\pi}{3} \sum_{i=1}^{n_{el}} Aire(i) \sum_{j=1}^3 r(n_j^i) f(n_j^i)$$

où n_j^i est le noeud j de l'élément i .

On étudie des écoulements libres mais l'utilisation d'une représentation en éléments finis se justifie par la suite avec l'introduction de géométries de tuyère complexes. D'autres arguments peuvent être avancés en dehors du cadre de cette thèse, car le travail réalisé s'inscrit dans une première étape d'identification de sources acoustiques. Parallèlement, d'autres méthodes d'estimation du bruit, comme la résolution des équations d'Euler linéarisées,[?] sont en effet développées à Dassault Aviation pour l'exploitation de calculs statistiques aérodynamiques.

2.2 Maillages et conditions limites

Les outils de maillage utilisés à Dassault Aviation partent de la peau du profil, construisent les éléments pour capter la couche limite puis relaxent les mailles jusqu'aux bords infinis du domaine. La préoccupation n'est pas ici de retrouver des profils aérodynamiques en proche paroi (épaisseur de couche limite et frottements) mais de discrétiser de façon suffisamment fine les zones de cisaillement. On veut aussi pouvoir examiner rapidement différentes géométries pour l'éjection des gaz issus des moteurs. Un nouveau code de maillage a donc été développé en plusieurs étapes. Nous sommes partis d'un mailleur élémentaire

structuré où les éléments sont étirés à mesure qu'on s'éloigne du plan d'entrée et de la zone de cisaillement, respectivement y_1 et y_2 croissants sur la figure 2.1.

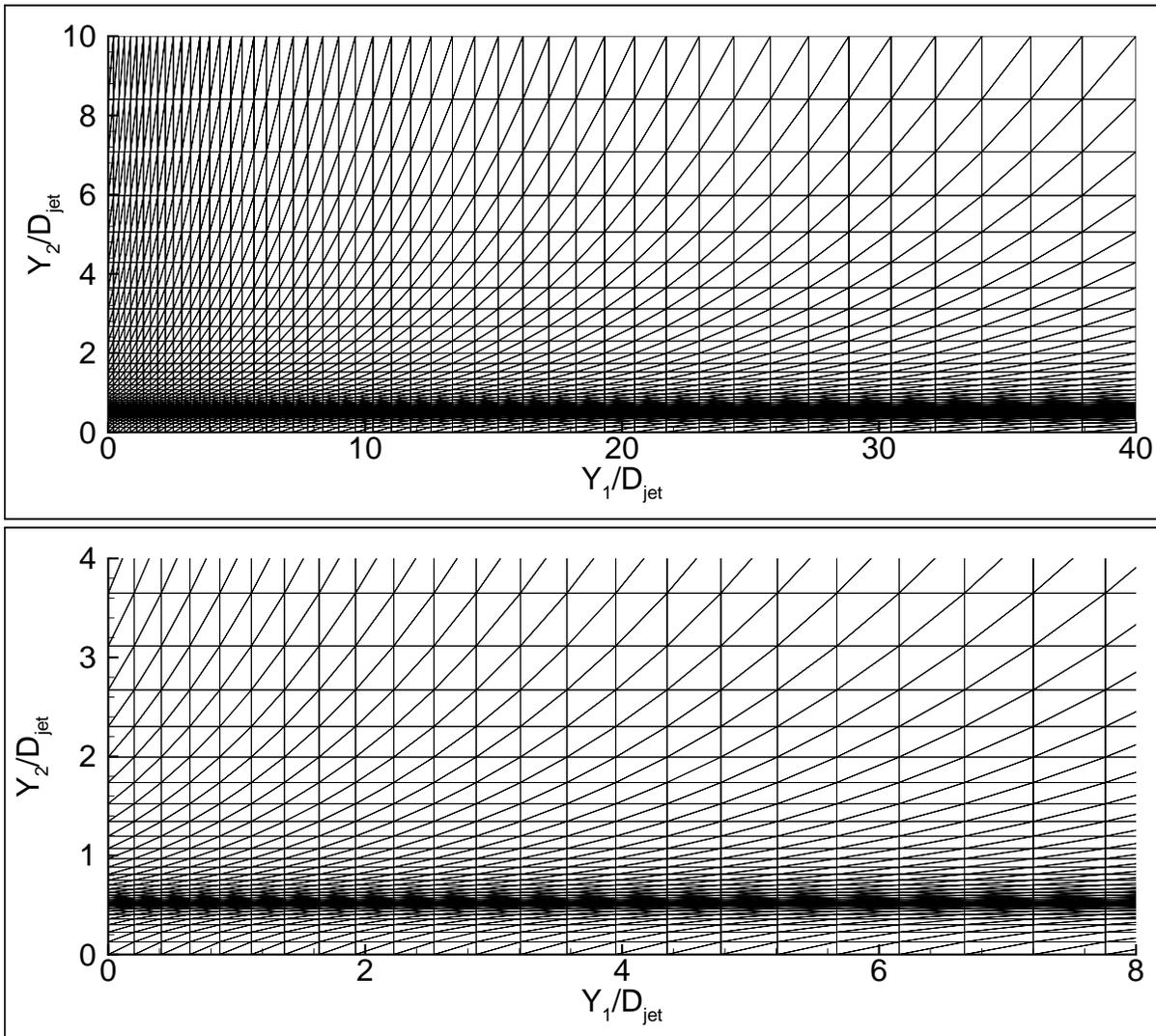


FIG. 2.1 – Exemple de maillage structuré avec un zoom au niveau de la zone de mélange sur le graphique du bas.

Le maillage a été réécrit pour obtenir des tailles d'éléments plus régulières sur les frontières du domaine. En fait, on a toujours autant de noeuds dans le plan d'entrée que dans le plan de sortie mais on régularise l'écart entre chaque maille en se déplaçant vers l'aval. On a donc un ensemble de segments qui vont du plan d'entrée au plan de sortie (schéma de gauche de la figure 2.2). En se rapprochant de la frontière supérieure du maillage, on régularise l'écart entre les noeuds tout en diminuant leur nombre sur un même segment afin d'en avoir un minimum à l'infini. Les noeuds sont ensuite reliés pour former les éléments les plus isotropes possibles (schéma de droite de la figure 2.2).

On a donc perdu la nature structurée des maillages et l'utilisation du code élément fini est pleinement justifiée. Sachant que l'on peut régler le nombre de noeuds perdus à

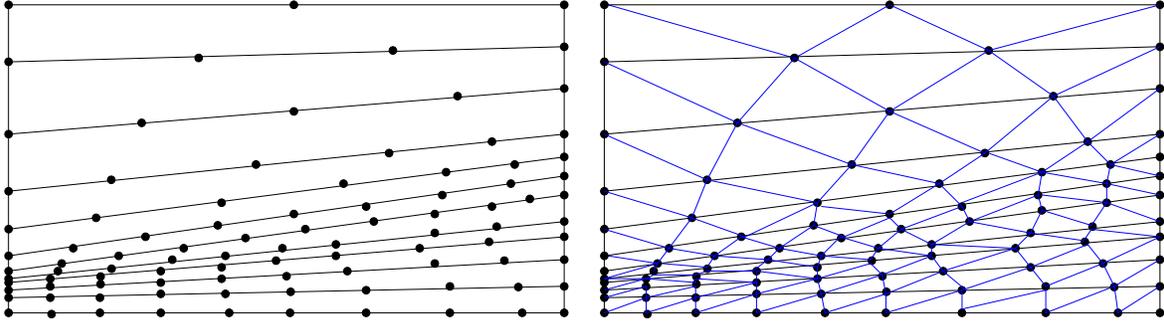


FIG. 2.2 – Illustration des principales étapes de construction du maillage pour la zone de développement du jet.

$$u(r) = \frac{U_{jet}}{2} + \frac{U_{jet}}{2} \tanh\left(\frac{D_{jet}/2 - r}{2\delta_\theta}\right)$$

$$T(r) = \frac{T_{jet} + T_o}{2} + \frac{T_{jet} - T_o}{2} \tanh\left(\frac{D_{jet}/2 - r}{2\delta_\theta}\right)$$

TAB. 2.1 – Profil d’initialisation de type tangente hyperbolique pour un jet si le plan d’entrée du domaine de calcul est calé sur la sortie de tuyère ou en aval de celle-ci. Dans ces expressions, r est la coordonnée radiale par rapport à l’axe d’écoulement et δ_θ est l’épaisseur de quantité de mouvement initiale de la couche de cisaillement.

chaque changement de segment, on peut donc construire des maillages avec une frontière supérieure éloignée de l’écoulement du jet sans générer trop d’éléments supplémentaires. Etant donné que l’on souhaite étudier des jets coaxiaux, on a ajouté l’option d’avoir deux zones de cisaillement comme illustrée à la figure 2.3.

L’étape suivante a été le maillage des zones en amont de la section d’éjection du jet, à l’intérieur des tuyères ou dans le milieu ambiant. Le résultat de ce type de construction est illustré à la figure 2.4. Ce développement a été motivé par le fait qu’imposer comme conditions limites sur le plan d’entrée du domaine de calcul des profils classiques de type tangente hyperbolique ne permettaient pas d’obtenir pour les jets subsoniques chauds des solutions stationnaires. En fait le milieu ambiant est entraîné par le jet, et son influence sur les résultats de calcul est très nette comme on peut le constater sur la figure 2.5, dans le cas d’un jet parfaitement détendu subsonique chaud avec $T_{jet}/T_o = 2,8$. Dans le cas d’un champ de vitesse unidirectionnelle imposé sur le plan des lèvres de la tuyère, la pression n’est plus uniforme et traduit le fait que la vitesse est redistribuée selon les deux directions. Les instabilités générées dans ce cas sont convectées dans la couche de mélange et croissent avec elle, perturbant l’écoulement du jet qui prend la forme d’un panache. Si, par contre, on maille le milieu ambiant en amont de la tuyère, on n’impose plus une vitesse uniforme selon l’axe e_1 dans le plan de la sortie de tuyère et on s’aperçoit que les lignes de courant liées à l’entraînement ne suivent pas l’axe du jet. C’est uniquement avec ces conditions que les calculs à fort gradient de température entre un jet subsonique et le milieu ambiant

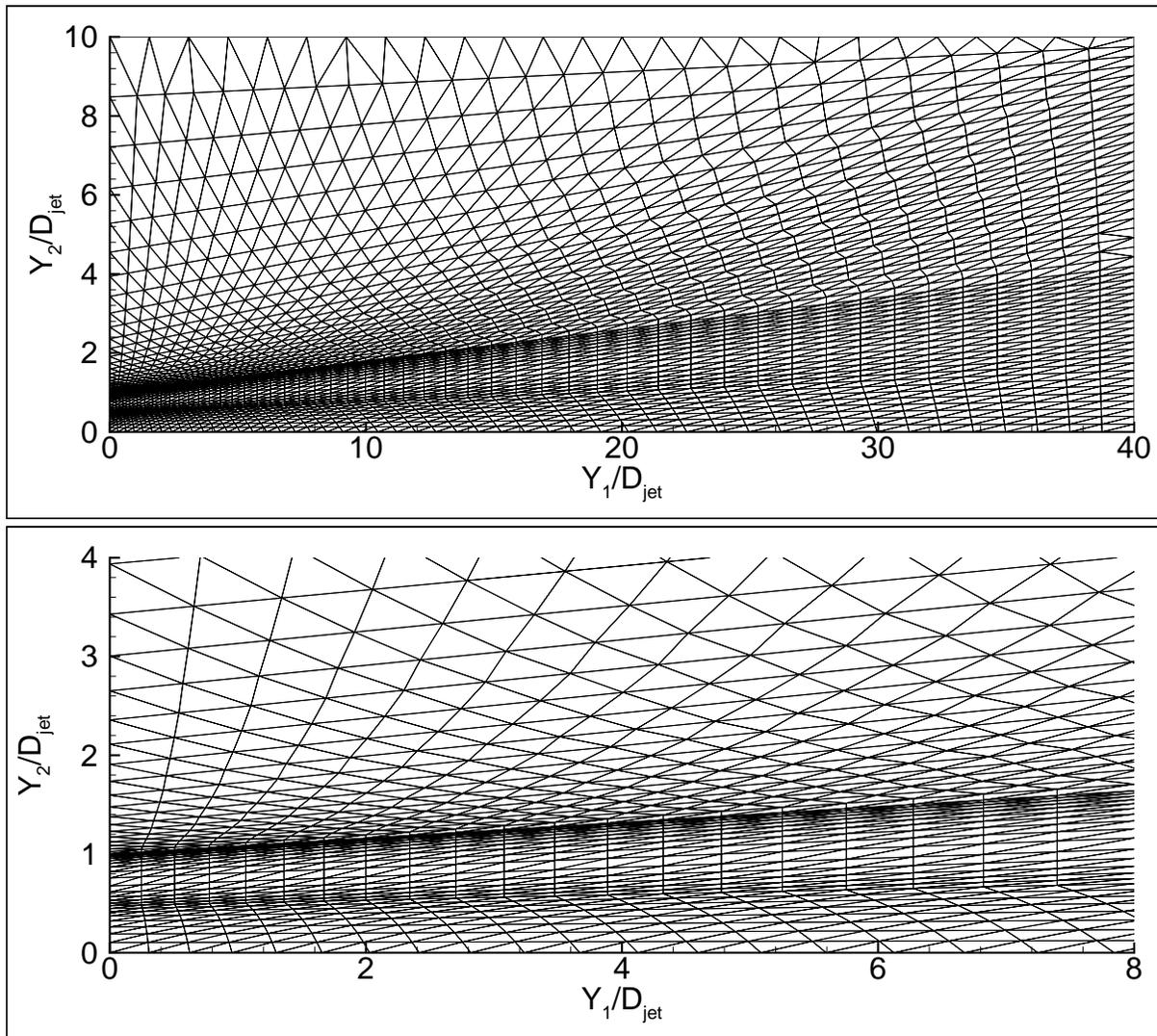


FIG. 2.3 – Exemple de maillage non structuré pour des jets coaxiaux avec un zoom au niveau des zones de mélange sur le graphique du bas.

convergent vers une solution stationnaire.

La vitesse du milieu ambiant est fixée dans nos calculs entre 0,1 et 1 % de la vitesse du jet pour rester proche des conditions de cisaillement avec le milieu au repos correspondant aux cas expérimentaux que l'on veut simuler. Elle n'est jamais prise identiquement nulle par souci de convergence. Cette relative faiblesse de la vitesse extérieure, par conservation du débit entre les entrées et la sortie du domaine de calcul, entraîne l'apparition d'une grande zone de recirculation au dessus de l'écoulement du jet et qui s'étend jusqu'au plan de sortie. Ce problème est illustré à la figure 2.6 avec le tracé des lignes de courant.

Pour pallier à ce problème sans amplifier le mouvement du milieu extérieur et s'écarter alors des conditions de l'expérience qu'on veut reproduire, on peut alimenter le jet dans le calcul moyenné en imposant sur la frontière supérieure du domaine (bord parallèle à l'axe de symétrie de l'écoulement) un débit correspondant à l'entraînement. L'expression du débit

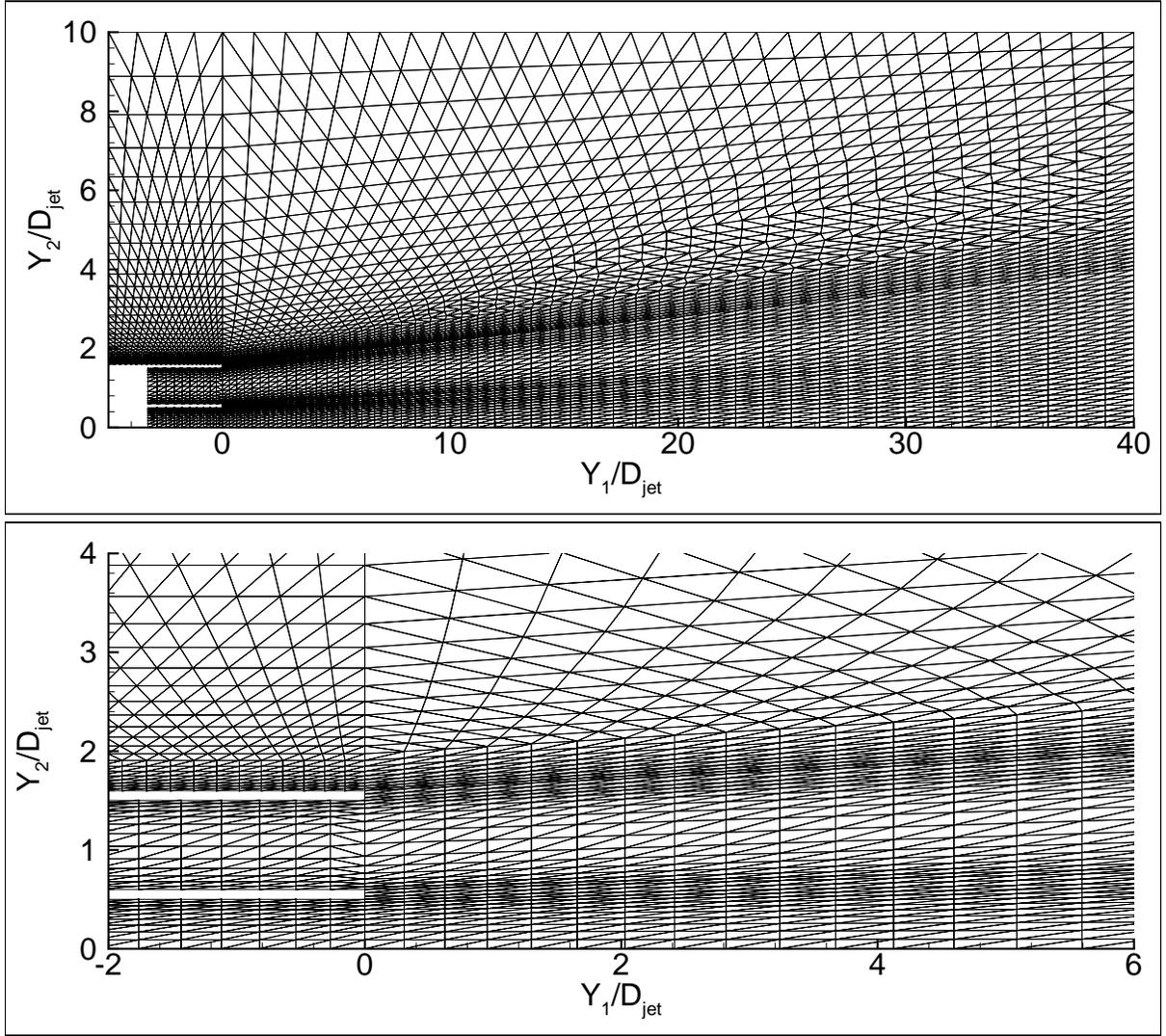


FIG. 2.4 – Maillage des tuyères et de leurs buses

entraîné est déduite de celle proposée par Ricou et Spalding.[?] L'expérience réalisée par ces auteurs consistait à souffler un jet dans une boîte dont les parois latérales étaient poreuses. Les mesures des flux entrants par ces parois, pour différents types de jet, conduisent à l'expression suivante :

$$\frac{d\dot{m}}{dy_1} = K_1 \mathcal{M}^{1/2} \rho_o^{1/2}$$

avec $K_1 = 0,282$ et $\mathcal{M} = \frac{1}{4}\pi D_{jet}^2 \rho_{jet} U_{jet}^2$ et où \dot{m} est le débit massique passant à travers la surface normale à l'axe d'écoulement. Il correspond donc au débit \dot{m}_{jet} du jet en sortie de tuyère auquel s'ajoute le débit \dot{m}_e entraîné par le jet. Ces notations sont illustrées figure 2.7.

On sait donc imposer une vitesse v_e sur la frontière latérale haute du maillage axisymétrique. Cette vitesse est suffisamment faible pour ne pas confiner le jet et néanmoins

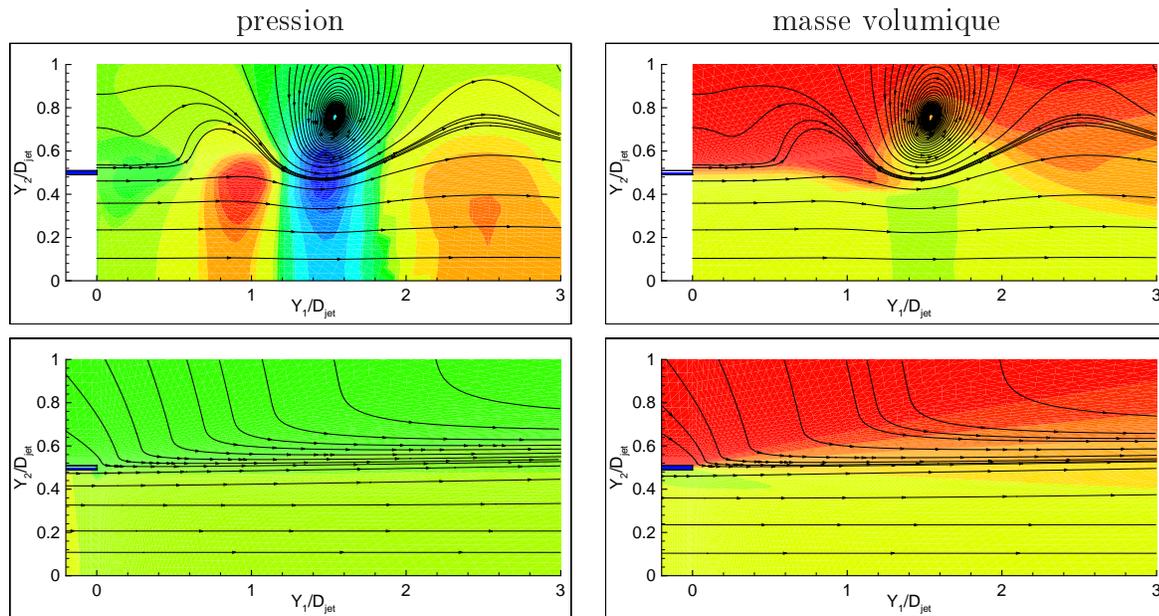


FIG. 2.5 – Champs de pression, de masse volumique et tracé des lignes de courant pour l'écoulement d'un jet tel que $M_{jet} = 0,86$ et $T_{jet}/T_o = 2,8$. Deux maillages différents ont été utilisés. Pour obtenir les résultats du bas, la zone en amont de la sortie de tuyère ($y_1/D_{jet} < 0$) a été prise en compte dans le domaine de calcul.

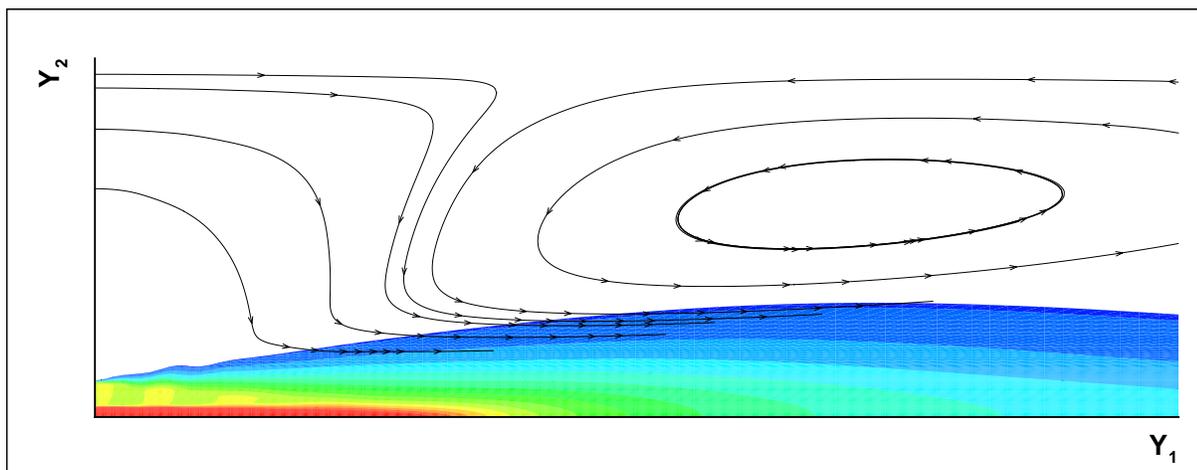


FIG. 2.6 – Apparition d'une zone de recirculation dans le domaine de calcul, illustrée par le tracé des lignes de courant. Le jet n'est pas suffisamment alimenté par le flux entrant passant par la partie du plan d'entrée située au dessus du jet.

suffisante pour éliminer la zone de recirculation qui apparaît dans le domaine lorsque la vitesse imposée dans le milieu ambiant est très petite.

Enfin, pour éviter au maximum l'influence de réflexion d'ondes de pression sur les frontières infinies, on peut encore éloigner ces dernières en connectant le maillage à celui généré par un outil qui construit des éléments isotropes de plus en plus grand à mesure

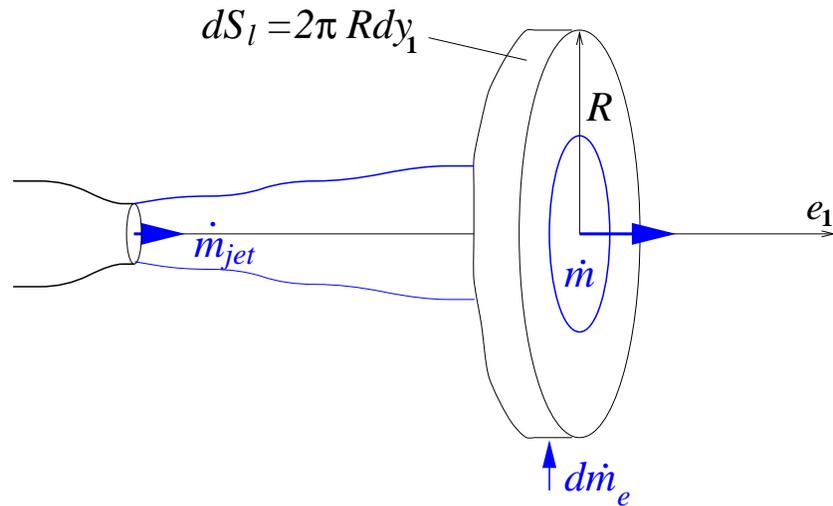


FIG. 2.7 – Evolution du débit à travers une surface normale à l'écoulement. Numériquement, R représentera la hauteur du maillage axisymétrique et dy_1 la distance entre les noeuds sur sa frontière haute.

qu'on s'écarte de la zone d'écoulement du jet (figure 2.8). On agrandit ainsi le domaine du calcul moyenné de façon très significative tout en ne rajoutant que peu d'éléments, pour ne pas pénaliser le coût de la résolution.

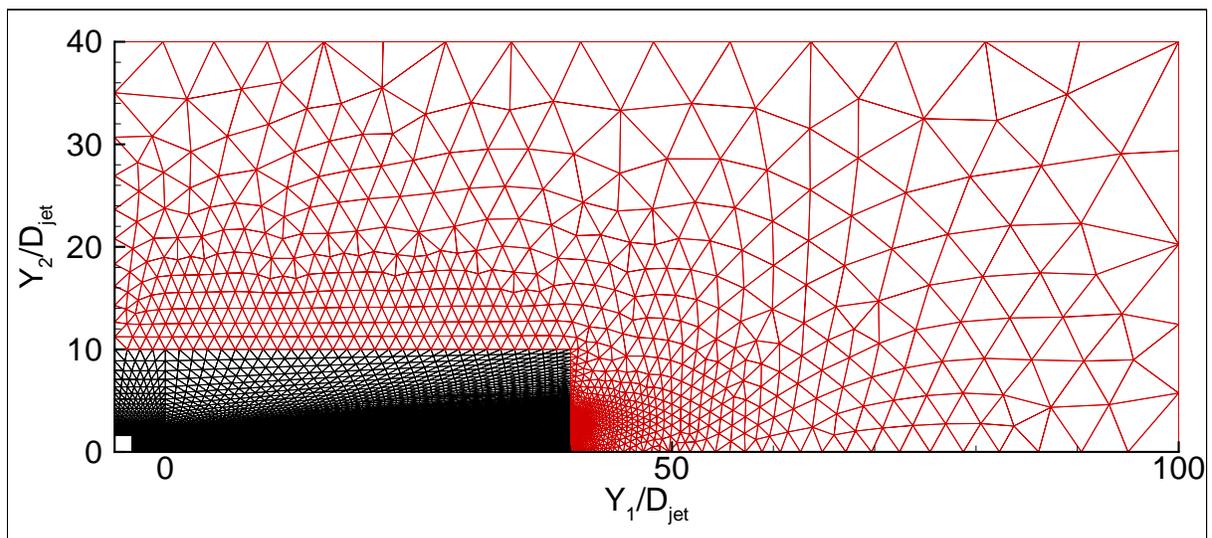


FIG. 2.8 – Maillage étendu sur les frontières infinies

Les derniers développements concernent le remplacement de sections droites de tuyère par des formes typiques de nacelles d'avions. Le code lit une liste de points et de tangentes à partir desquels il calcule des splines. Ces splines déterminent les bords interne et externe de la nacelle autour de laquelle le maillage est construit. Ce dernier conserve une forme structurée jusqu'à la sortie des tuyères. Le type de maillage ainsi réalisé est illustré figure 2.9.

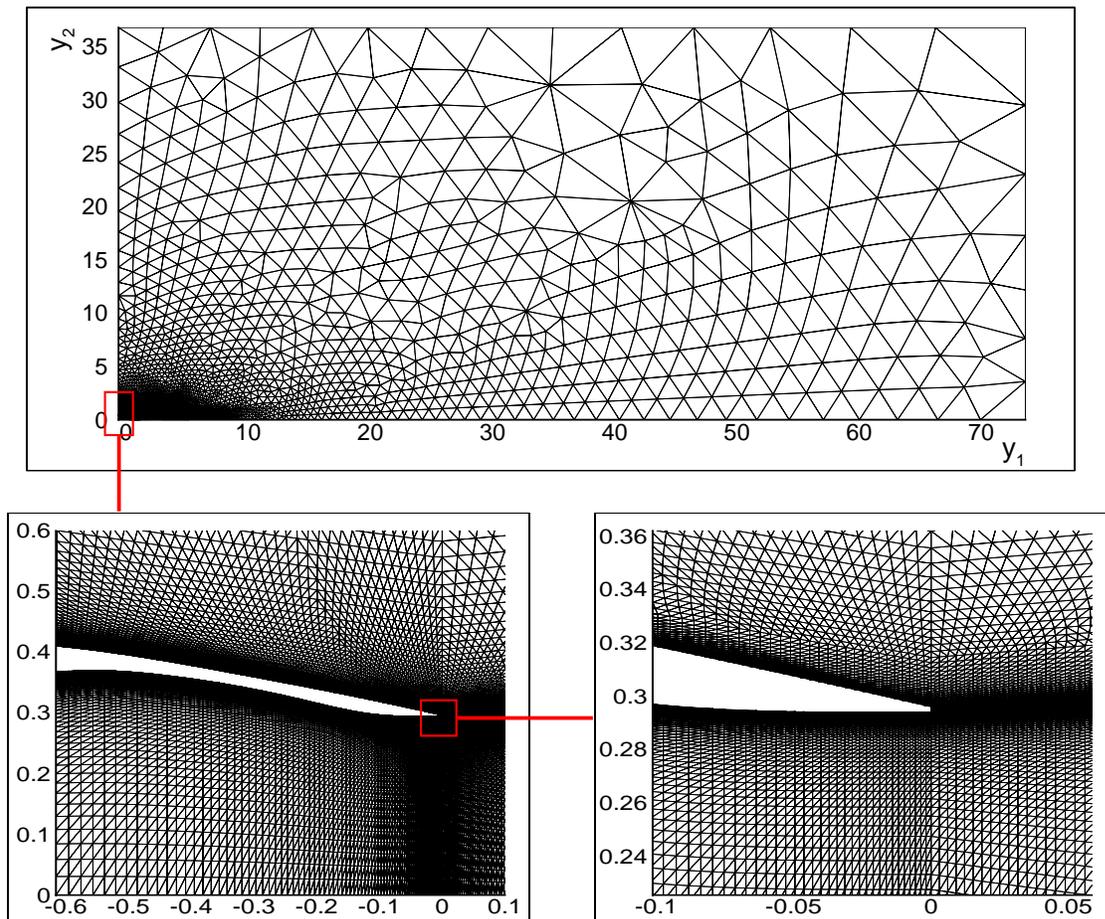


FIG. 2.9 – Maillage de la zone d'éjection d'une nacelle et vues détaillées du maillage au voisinage de la surface de la nacelle et de la section de sortie.

Ces développements nous permettent de disposer d'un maillage 2D où la construction des domaines ne prend que quelques minutes et est entièrement automatique. La seule tâche manuelle consiste à remplir une carte d'entrée où sont spécifiés les géométries, les dimensions du domaine, le nombre de points et la raison dans chaque direction et pour chaque sous-domaine (tuyères, partie extérieure en aval ou en amont). On peut ainsi discrétiser très rapidement un ensemble de configurations différentes à étudier. Le calcul aérodynamique reste le seul facteur dimensionnant le temps de réponse.

2.3 Influence du maillage sur les estimations

2.3.1 Résultats aérodynamiques

On a vu dans le premier chapitre que les prédictions acoustiques étaient tributaires de l'estimation des sources turbulentes et donc de l'estimation des temps caractéristiques τ_t et des échelles L_t locales des corrélations des fluctuations de vitesse d'échelle u_t . Ces grandeurs sont respectivement de l'ordre de k/ε , $k^{3/2}/\varepsilon$ et $\sqrt{2k/3}$.

Si on reprend l'expression de l'intensité acoustique (1.26) pour le modèle RM, k et ε interviennent par le biais de groupes $k^{5/2} \times \varepsilon$ pour le bruit propre et $k^{7/2}/\varepsilon$ pour le bruit de cisaillement. Mais les modèles basés sur le principe de viscosité turbulente servent avant tout à simuler les effets de la turbulence et non à la décrire. Il faut donc rester prudent sur l'utilisation des variables k et ε qui ne permettent qu'une évaluation des sources turbulentes à un facteur près qu'il faut déterminer. Un calage est donc établi par modèle pour chacune des deux contributions que sont le bruit propre et le bruit de cisaillement. Le cas pris pour référence est celui d'un jet froid ($T_{jet}/T_o = 1$) avec pour nombre de Mach, $M_{jet} = 0,86$. La mesure expérimentale de l'intensité en $\theta = 90^\circ$ permet de caler le bruit propre. La mesure dans une autre direction angulaire non soumise à des effets de réfraction (on a choisi $\theta = 40^\circ$) permet de caler le bruit de cisaillement. Ce calage est conservé pour tous les calculs acoustiques si les données aérodynamiques utilisées sont obtenues avec le même modèle de turbulence. Tous les calculs sont développés ici avec le modèle $k - \varepsilon$. L'influence sur les résultats de l'utilisation d'autres modèles, comme des fermetures $k - \omega$ ou $k - l$, sera étudiée dans la section suivante.

Pour s'assurer que les calages se conservent par modèle, il faut se méfier cependant d'éventuelles variations de précision sur le calcul des champs turbulents, en fonction de la qualité de discrétisation du domaine de calcul. On va donc évaluer les effets de la finesse des maillages sur leur détermination du champ aérodynamique et les conséquences qui en résultent sur les prévisions acoustiques. On calcule pour cela un cas d'écoulement subsonique de référence sur cinq grilles pour lesquelles la taille des éléments est progressivement réduite. On passe notamment, du premier au dernier maillage, de 10 à 60 points selon \mathbf{e}_2 dans le demi-diamètre du jet. L'effort de raffinement est donc concentré dans la zone de cisaillement selon l'axe \mathbf{e}_2 et sur les 20 premiers diamètres du jet selon \mathbf{e}_1 , comme le montre la figure 2.11. Le cas de référence simulé est l'écoulement de référence cité plus haut avec un diamètre du jet de 2,54 centimètres.

La figure 2.10 donne en préambule les champs de vitesse moyenne axiale calculée sur les maillages 1 et 5. La longueur du cône potentiel est respectivement de 7,1 et 10,5 fois le diamètre du jet. Cette taille est trop importante dans les deux cas. Expérimentalement, on constate qu'elle est quasiment constante pour des jets subsoniques et qu'elle est comprise entre 4 et 5 fois le diamètre du jet. Le modèle $k - \varepsilon$ standard ne reproduit pas bien les caractéristiques de développement des jets. Il existe des modifications de ce modèle qui permettent une meilleure représentation et cette alternative sera proposée dans la section suivante. La figure 2.12 donnent les profils radiaux de vitesse axiale représentés en fonction d'une variable de similitude. C'est paradoxalement le maillage le plus grossier qui donne les

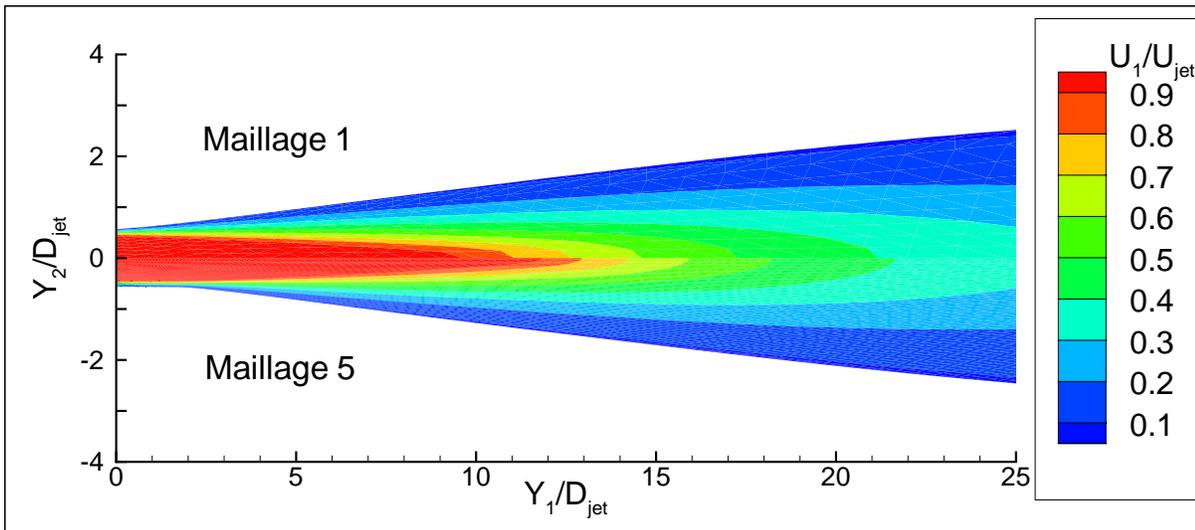
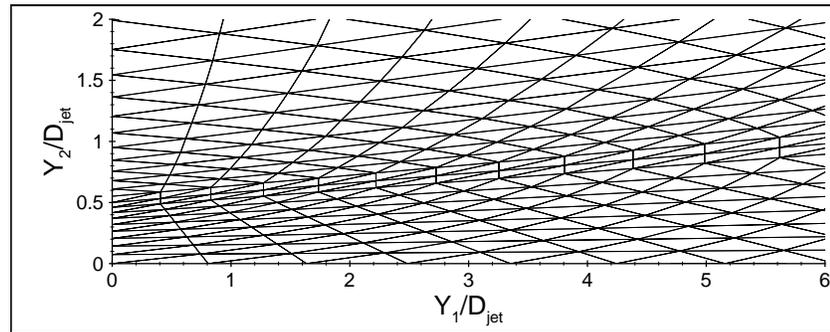


FIG. 2.10 – Vitesse moyenne axiale calculée sur les maillages 1 et 5.

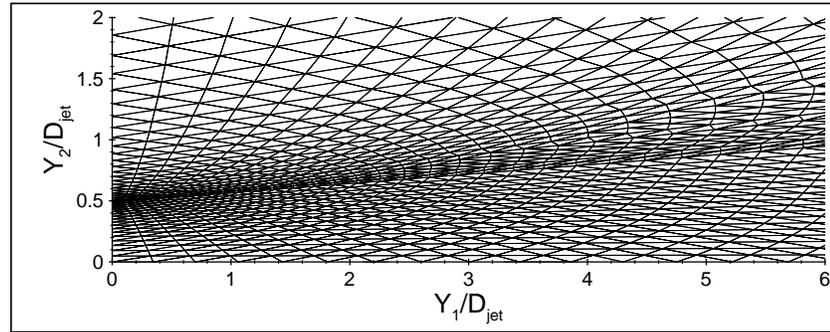
résultats aérodynamiques les plus proches des résultats expérimentaux. Sur le maillage le plus fin, c'est beaucoup plus en aval que les résultats coïncident avec les profils de similitude. L'analyse des champs turbulents statistiques va nous permettre d'expliquer ce paradoxe.

Les champs turbulents moyennés sont logiquement proches d'un maillage à l'autre mais les niveaux diffèrent néanmoins (voir les figures 2.14 et 2.15). Ces différences se répercutent sur le calcul de la viscosité turbulente, illustrée figure 2.13, ce qui a des conséquences directes sur le développement du jet. Ainsi la longueur du cône potentiel passe de 7,1 à 10,7 fois le diamètre du jet du maillage 1 au maillage 5. Rappelons qu'expérimentalement, cette longueur caractéristique est de l'ordre de 4 à 5 diamètres pour un jet subsonique. En fait l'écoulement évolue trop lentement vers un écoulement turbulent et le jet ne s'ouvre pas assez vite. Ce phénomène a lieu plus rapidement sur le maillage grossier où la diffusion numérique est plus importante.

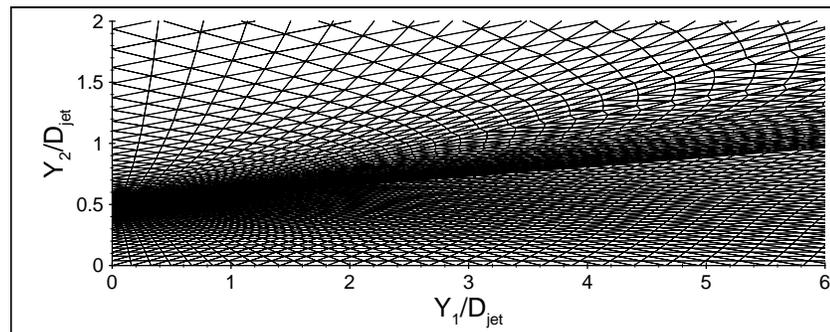
Maillage 1
2079 noeuds
3985 éléments



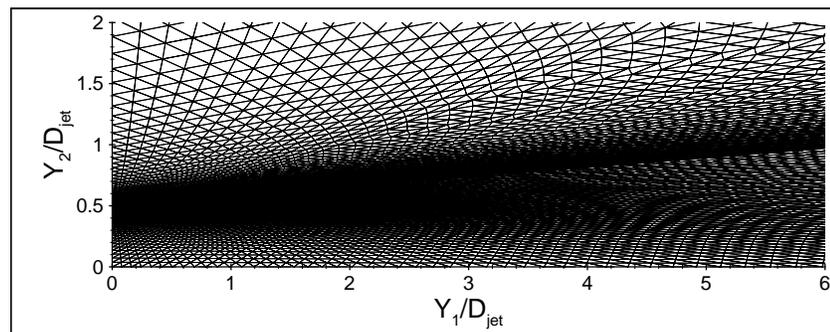
Maillage 2
5034 noeuds
9800 éléments



Maillage 3
9864 noeuds
19355 éléments



Maillage 4
16269 noeuds
32060 éléments



Maillage 5
20589 noeuds
40640 éléments

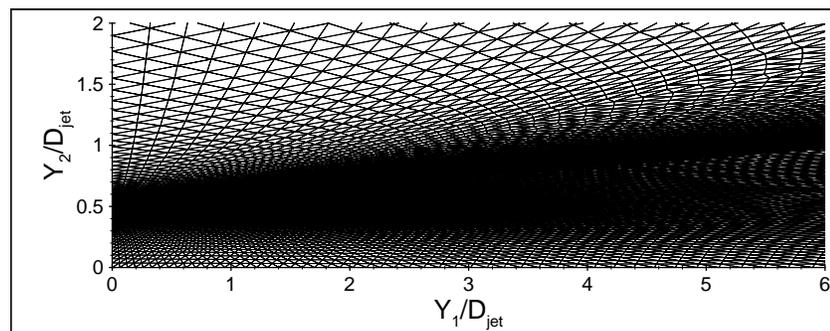


FIG. 2.11 – Raffinement progressif du domaine de calcul près du plan d'éjection et dans la zone de cisaillement, du maillage 1 au maillage 5.

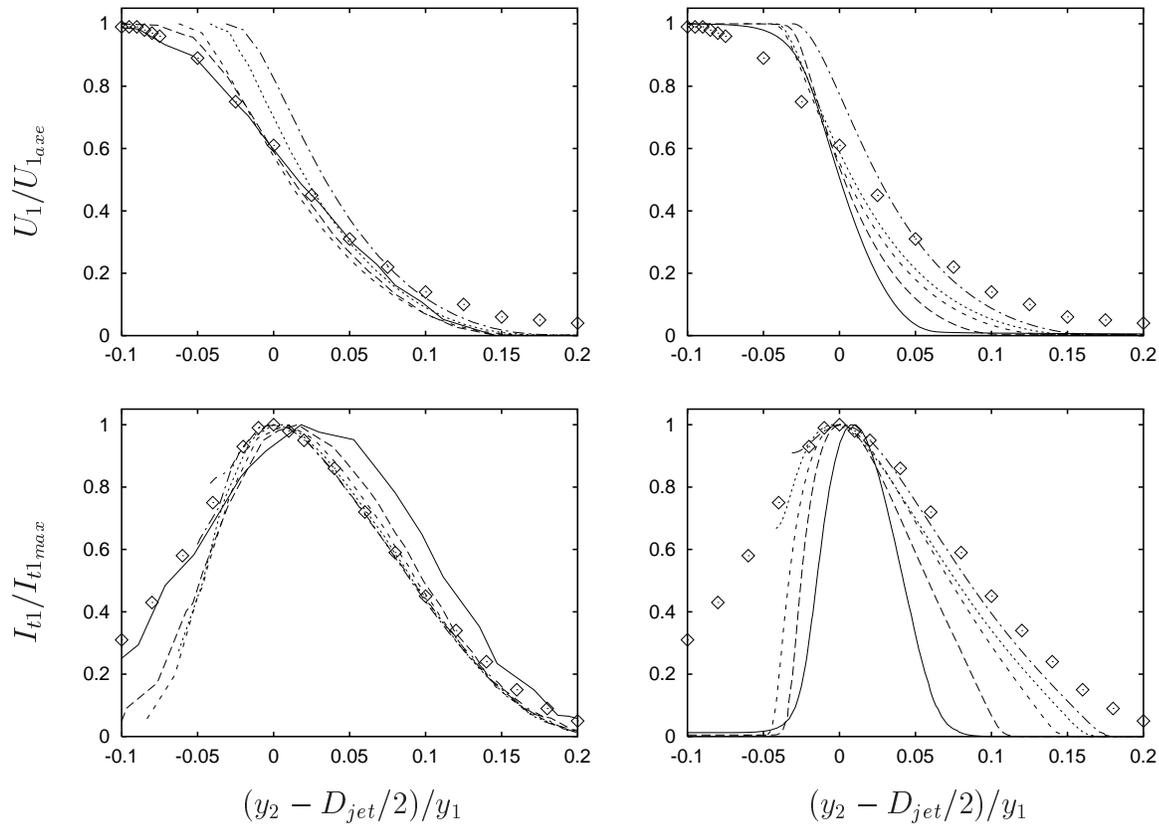


FIG. 2.12 – Profils radiaux de la vitesse et de l'intensité turbulente mesurés à partir des calculs Aether sur les maillages 1 (graphiques de gauche) et 5 (graphiques de droite). Calcul Aether : $y_1/D_{jet} = 2$ (—), $y_1/D_{jet} = 4$ (---), $y_1/D_{jet} = 8$ (----), $y_1/D_{jet} = 12$ (-----), $y_1/D_{jet} = 16$ (----). Profil expérimental de Davies et al. (\diamond).

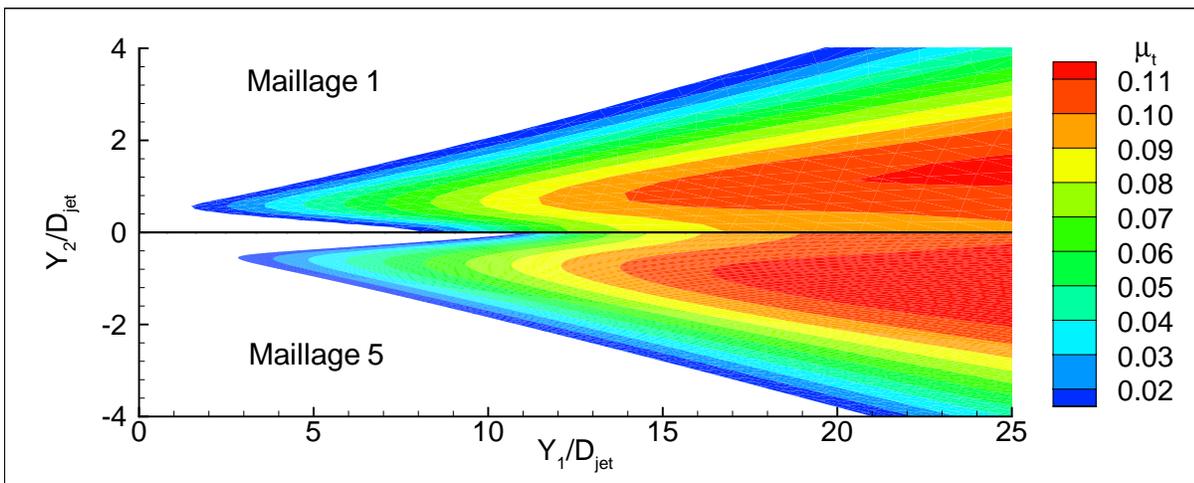


FIG. 2.13 – Viscosité turbulente calculée sur les maillages 1 et 5.

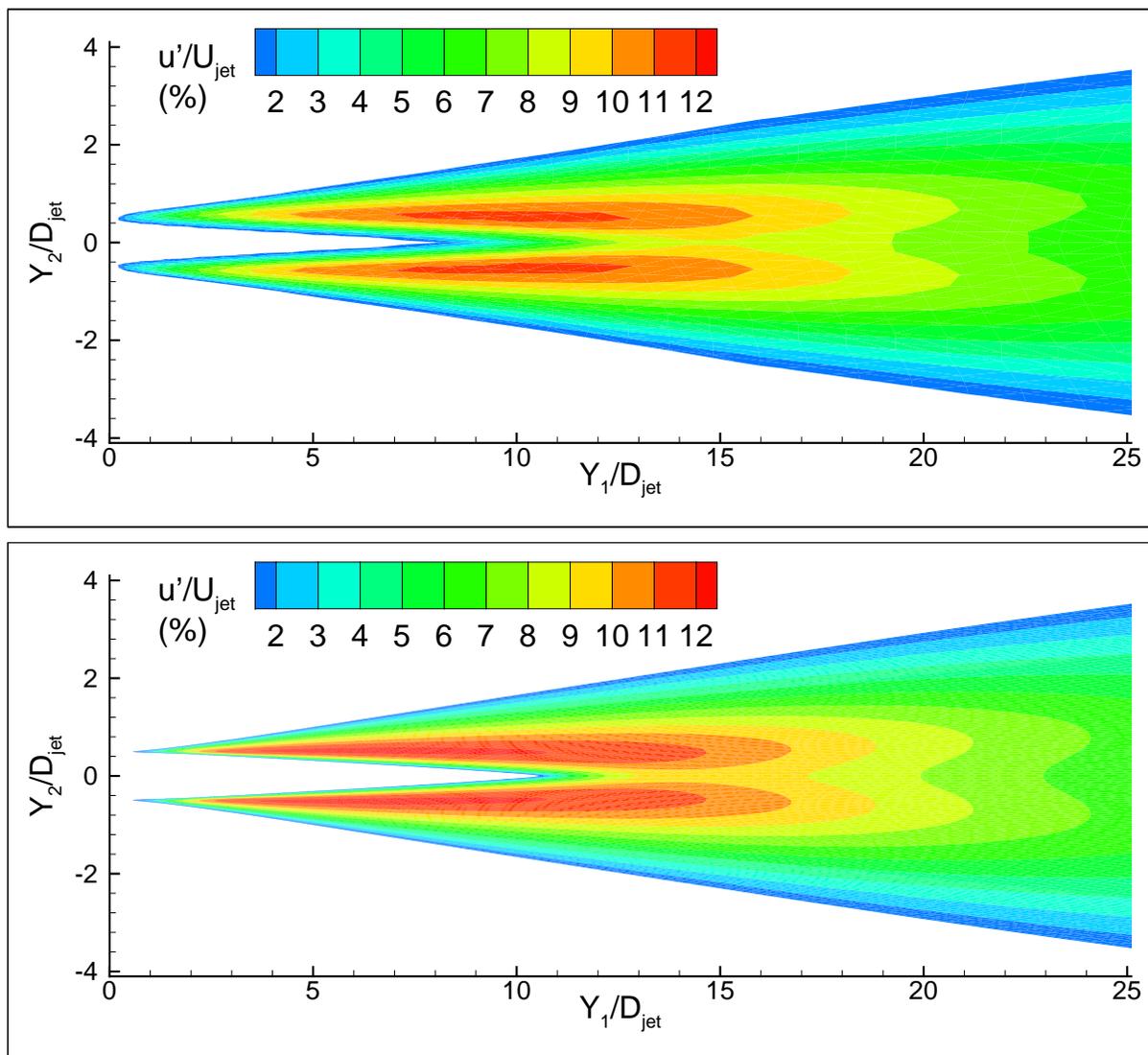


FIG. 2.14 – Niveau de turbulence $u'/U_{jet} = \overline{u_{t1}^2}^{1/2}/U_{jet}$ calculée sur les maillages 1 et 5.

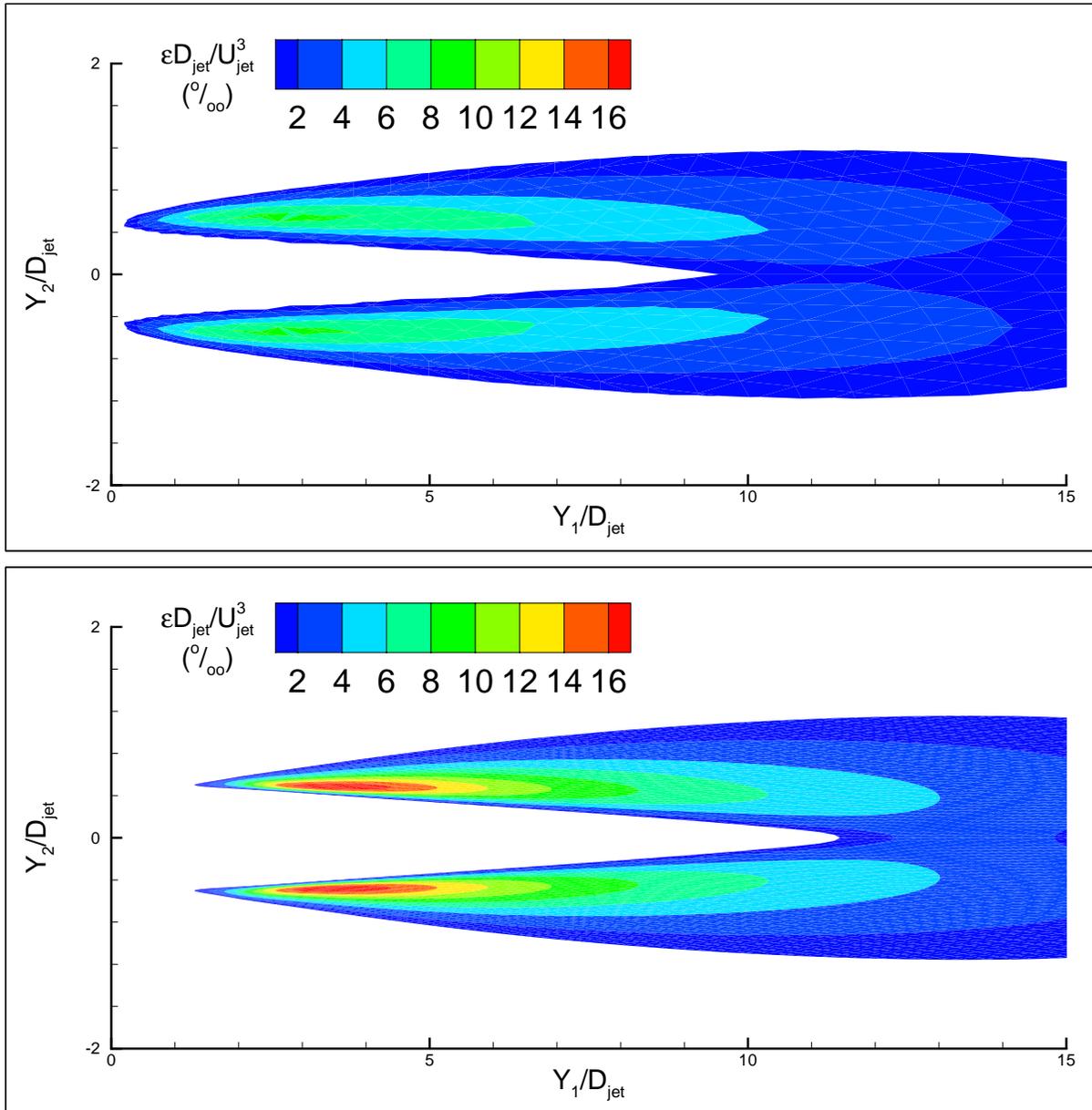


FIG. 2.15 – Taux de dissipation réduit $\varepsilon D_{jet}/U_{jet}^3$ calculé sur les maillages 1 et 5.

2.3.2 Résultats acoustiques

Les expressions qui permettent d'effectuer les estimations numériques du bruit font intervenir directement les quantités k et ε . Ces estimations sont donc modifiées selon la finesse du maillage, en terme d'intensité et de localisation spatio-fréquentielle. Ceci est illustré à la figure 2.16 où W représente la puissance obtenue par intégration de la densité spectrale de puissance acoustique sur des surfaces Σ normales à l'écoulement :

$$W(y_1) = \iint_{\Sigma} w(\mathbf{y}) dy_2 dy_3 \quad (2.1)$$

où $w(\mathbf{y})$ représente une contribution élémentaire à la densité spectrale de puissance acoustique $S_a(\mathbf{x}, \omega)$. Si on considère le modèle de Goldstein et Howes, $w(\mathbf{y})$ s'écrit à partir de l'expression (1.31) et on a donc :

$$w(\mathbf{y}) = \frac{A}{2\pi x^2 C^3} \int \left\{ 2I_1 e^{iC\omega\tau} - D_\theta \frac{16}{3} 4I_2 e^{iC\omega\tau} \right\} d\tau \quad (2.2)$$

Les résultats du tableau 2.2 montrent qu'il suffit que le maillage ne soit pas trop grossier pour obtenir une prédiction acoustique raisonnable (de l'ordre de 1 dB) et qui ne variera plus significativement si on raffine le maillage, tant que celui-ci permet d'obtenir une solution stationnaire.

On notera que tous les calculs acoustiques sont recalés par une seule et même constante, déterminée à partir des résultats obtenus sur le maillage le plus fin en utilisant les données expérimentales de Lush⁷ comme référence.

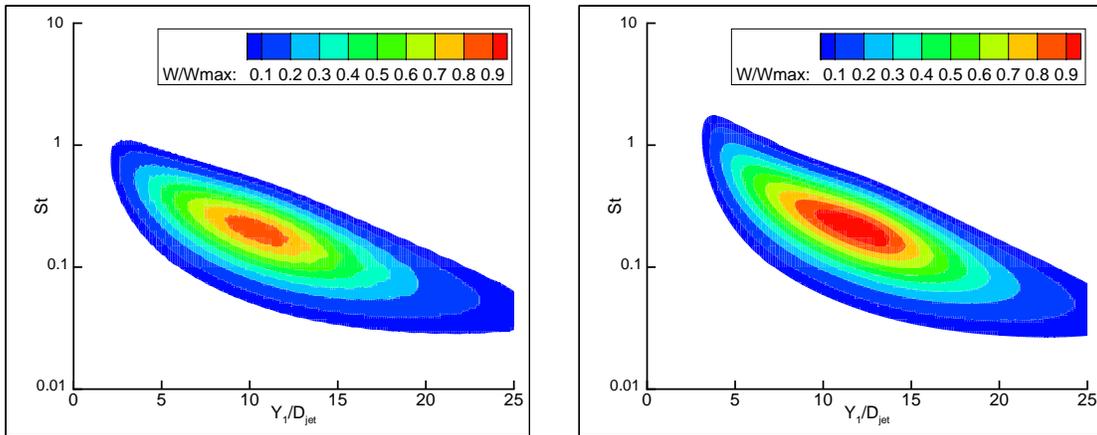


FIG. 2.16 – Estimation de la localisation spatio-fréquentielle des sources acoustiques du jet subsonique froid à partir des résultats de calcul sur les maillages 1 et 5.

La comparaison des prévisions acoustiques, figure 2.17, confirme les résultats de la figure 2.16. Le raffinement du maillage enrichit en fréquences le spectre acoustique calculé.

Finalement, on sait garantir une homogénéité des résultats sur une gamme définie de maillages différents par la taille de leurs éléments, tout en conservant la constante de calage déterminée préalablement.

maillage	L_c/D_{jet}	$I(\theta = 90^\circ)$ Lush : 136 dB
1	7.1	134.1
2	9.9	135.5
3	10.5	135.9
4	10.7	136.0
5	10.6	136.0

TAB. 2.2 – Effet de la finesse du maillage sur la prédiction acoustique

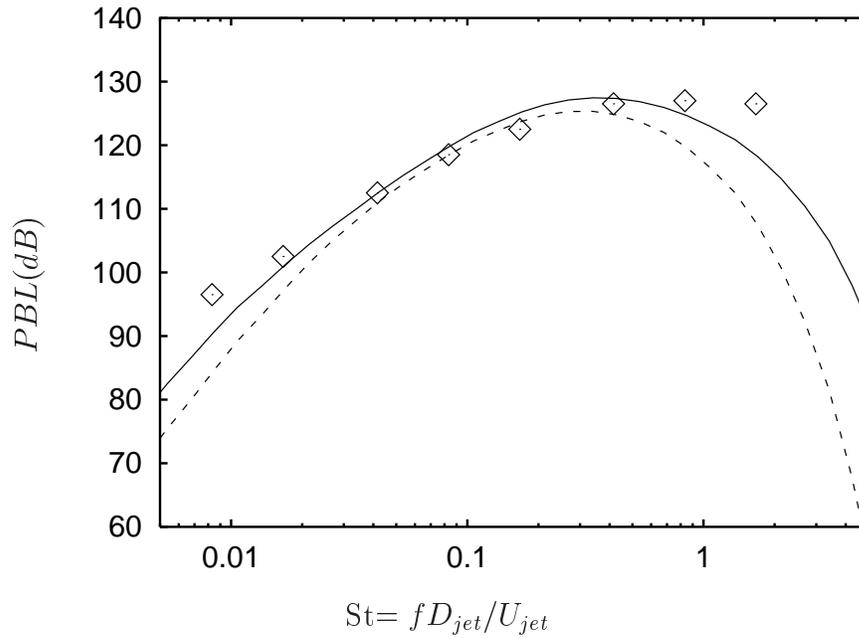


FIG. 2.17 – Spectre acoustique en tiers d'octave à 90° de l'axe du jet, obtenu à partir des calculs moyennés sur les maillages 1 (----) et 5 (—) et comparaison avec les données expérimentales de Lush (\diamond).

2.4 Etude qualitative de modèles de turbulence

2.4.1 Résultats aérodynamiques

Le code **Aether** de Dassault Aviation donne des résultats satisfaisants dans la prévision d'écoulements de proche paroi, pour établir notamment des bilans de portance et de traînée. On veut l'éprouver ici, selon le modèle de turbulence utilisé, dans le cas des jets où les gradients de vitesse ne naissent plus en la présence d'obstacles physiques mais à l'interface entre deux écoulements parallèles. Ces modèles s'inspirent largement de la littérature classique et comportent tous deux équations de transport. Leur formulation est relativement voisine, quelles que soient les deux inconnues du système, le but étant toujours de savoir reconstruire le produit d'une échelle de vitesse et d'une échelle de longueur pour calculer la viscosité turbulente.

- Le modèle $k - \varepsilon$ standard est celui formulé par Jones et Launder.[?]
- Le modèle $k - \omega$ est celui de Wilcox[?] modifié par Menter.^{?,?} Il a été codé à l'origine pour donner de meilleures prédictions, en comparaison du modèle $k - \varepsilon$, pour des décollements derrière les ondes de choc sur l'extrado de profils d'aile en écoulement transsonique. Le modèle de Wilcox étant très sensible aux conditions imposées à l'infini, les corrections de Menter ont consisté à faire passer la résolution des équations $k - \omega$ à des équations de type $k - \varepsilon$ dans la zone externe des couches limites. Pour les écoulements éloignés des parois, ce modèle correspond donc au modèle $k - \varepsilon$ de Jones et Launder[?] où l'équation sur ε est réécrite pour la variable ω . On distingue néanmoins les deux modèles, car des termes de diffusion croisés[?] sont négligés lors de la reformulation.
- Le modèle $k - l$ est celui de Smith,[?] développé aussi pour des écoulements pariétaux, où l représente une échelle de longueur caractéristique de la turbulence.
- Le modèle $k - \varepsilon$ de Thies et Tam[?] n'est pas issu de travaux théoriques ou expérimentaux pour l'établissement de nouvelles constantes. Il est développé avec pour seul dessein de retrouver le plus précisément possible les caractéristiques principales d'écoulements de jets dont le nombre de Mach est compris entre 0,4 et 2 et dont le rapport de la température du jet sur la température du milieu extérieur est compris entre 1 et 4. Ces limites sont supposées assez larges pour couvrir toutes les applications typiques des moteurs aéronautiques. Ce modèle intègre, en plus d'un nouveau jeu de constantes, les corrections de Pope,[?] arguant que le mélange d'un jet axisymétrique est différent d'un écoulement 3D et les corrections de Sarkar et al.,[?] motivés par le constat expérimental[?] que l'efficacité des processus de mélange dans les jets diminue avec l'augmentation de la vitesse du jet (et donc de leur Mach turbulent $M_t \approx \sqrt{k}/a$). Ce modèle prend donc en considération la géométrie de l'écoulement et les phénomènes de compressibilité de la turbulence. Il ne semble pas avoir été testé de façon systématique sur des jets ronds.[?] Ce modèle ne faisait pas parti des choix disponibles au lancement d'un calcul. Son intégration dans le code **Aether** a été mise en œuvre dans le cadre de cette thèse.

Les modèles sont testés avec la même configuration d'écoulement que dans la section précédente. On rappelle qu'il s'agit d'un jet froid ($T_{jet}/T_o = 1$) avec pour nombre de Mach,

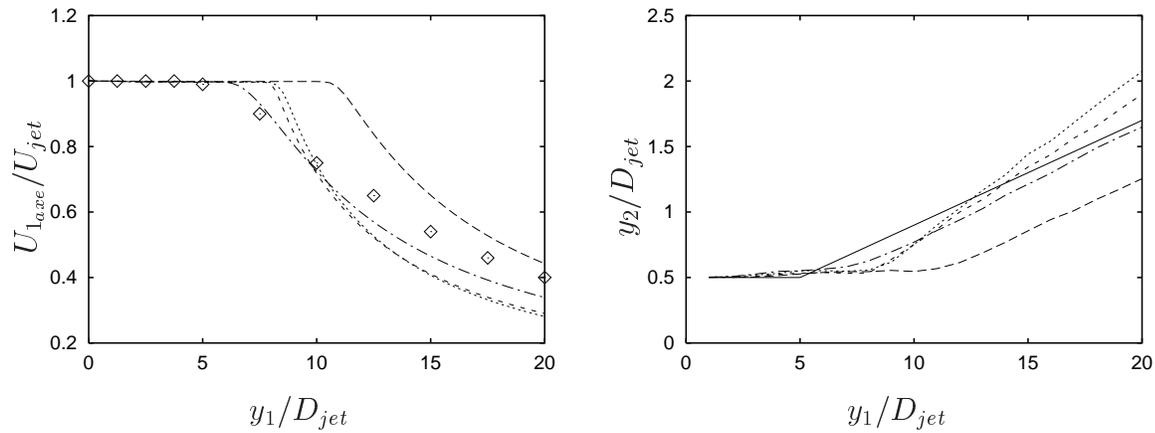


FIG. 2.18 – Estimation numérique de la vitesse sur l’axe du jet et de la demi-largeur du jet. Calcul Aether avec les modèles $k - \varepsilon$ standard (---), $k - l$ (-.-.-), $k - \omega$ (.....), et le modèle $k - \varepsilon$ de Thies et Tam (— —). Comparaison avec les données expérimentales de Nagamatsu et al.[?] (\diamond) dans le premier graphique et avec un profil théorique (—) dans le second.

$M_{jet} = 0,86$. Le maillage utilisé correspond au maillage le plus fin (maillage 5) de la section précédente. Les résultats aérodynamiques obtenus ne sont pas surprenants et correspondent à ce qui est connu : les modèles de fermeture à deux équations ne se comportent bien que lorsqu’on s’éloigne de l’origine du jet, c’est-à-dire dans une zone où l’écoulement est monotone et ses grandeurs physiques obéissent aux lois d’affinité. Seul le modèle de Thies et Tam respecte convenablement les caractéristiques aérodynamiques du jet, en terme de longueur du cône potentiel, de décroissance de la vitesse axiale, et d’élargissement du jet (figure 2.18). Ces constats sont aussi illustrés par les profils radiaux auto-similaires de la vitesse moyenne et de l’intensité turbulente, reportés sur la figure 2.19.

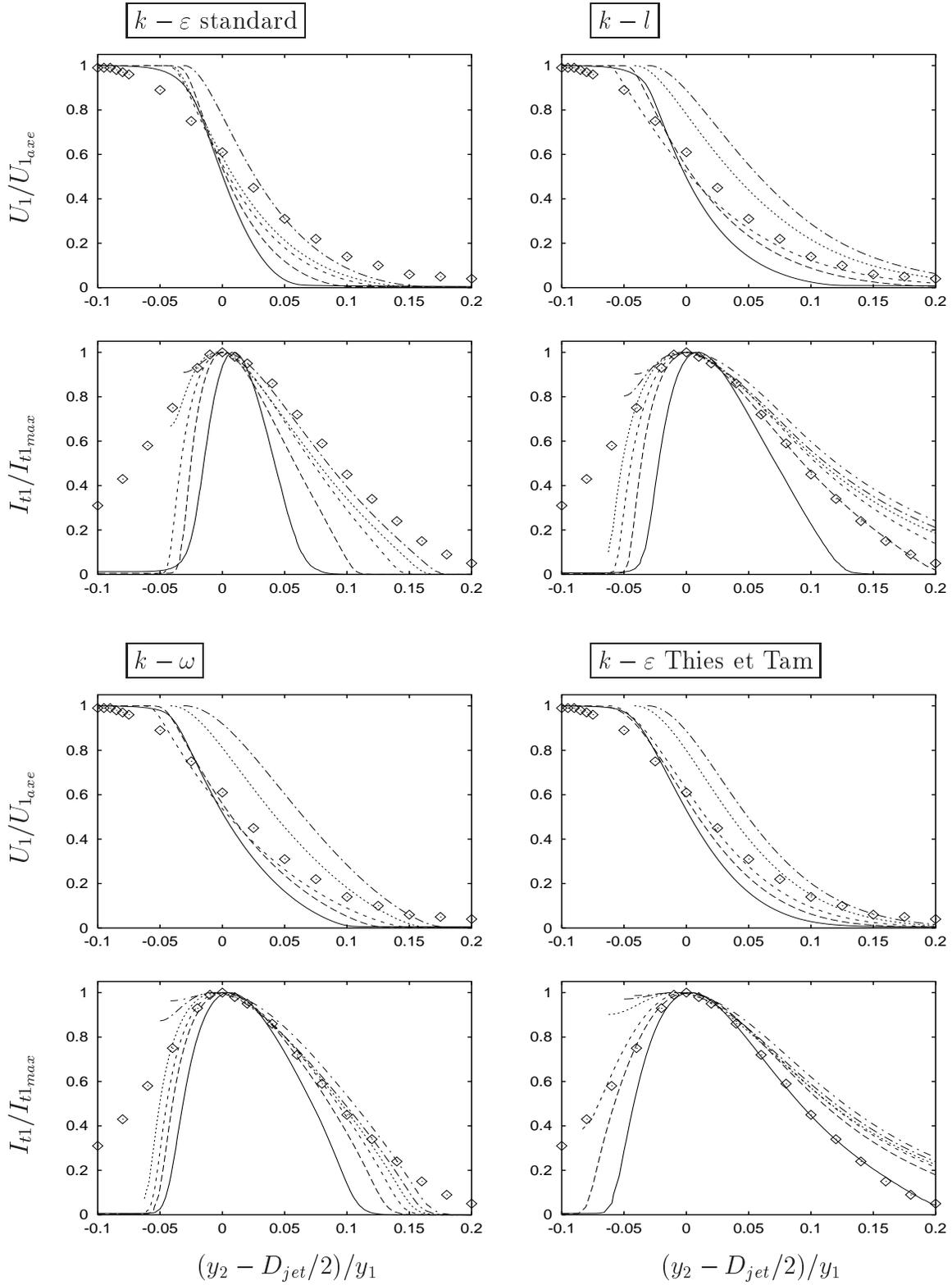


FIG. 2.19 – Profils radiaux de la vitesse et de l'intensité turbulente pour différents modèles de turbulence. Calcul Aether : $y_1/D_{jet} = 2$ (—), $y_1/D_{jet} = 4$ (---), $y_1/D_{jet} = 8$ (.....), $y_1/D_{jet} = 12$ (-.-), $y_1/D_{jet} = 16$ (- - -). Profil expérimental de Davies et al. (\diamond).

2.4.2 Résultats acoustiques

Pour la prévision du bruit, les échelles caractéristiques de turbulence sont estimées en fonction des champs turbulents dont on dispose et il est donc spécifié en entrée du code d'acoustique le modèle de turbulence qui a été utilisé pour le calcul d'aérodynamique. Même si les jets ne se développent pas sur la même distance pour tous les modèles, l'énergie cinétique turbulente produite globalement est du même ordre de grandeur. Pour chaque modèle de turbulence le modèle acoustique a été recalé en utilisant la même démarche que celle décrite dans la section précédente. On peut noter que pour tous les modèles, le rapport des constantes de calage pour les contributions bruit propre et bruit de cisaillement est identique. Pour tous les modèles, ces constantes se conservent pour d'autres configurations de jets. Les résultats acoustiques sur l'intensité et la directivité du bruit obtenus à partir de l'exploitation d'une solution numérique de l'écoulement sont toujours semblables, quel que soit le modèle de turbulence qui a été utilisé lors du calcul aérodynamique. Seules des

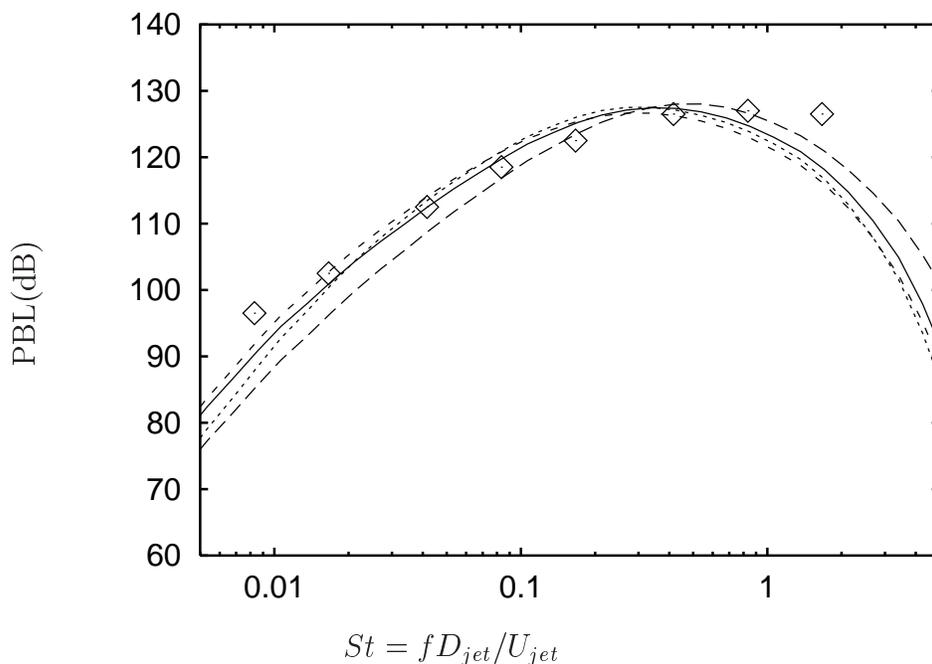


FIG. 2.20 – Spectre en tiers d'octave à 90° , obtenu à partir des modèles $k-\varepsilon$ standard (—), $k-l$ (---), $k-\omega$ (-.-.-) et le modèle $k-\varepsilon$ de Thies et Tam (-.-.-). Comparaison avec les données expérimentales de Lush (◇).

différences sur les spectres en tiers d'octave sont observées, figure 2.20. Elles restent globalement très faibles sauf avec l'utilisation du modèle $k-l$ où le spectre est légèrement décalé. Enfin, la distribution spatio-fréquentielle des sources acoustiques, figure 2.21, permet de mieux illustrer les différences induites par le modèle de turbulence utilisé. On constate notamment que la région des sources est plus éloignée de la sortie de tuyère pour le modèle $k-\varepsilon$ standard. Ceci se rattache directement au constat réalisé sur les résultats aérodynamiques. Le mélange avec le milieu ambiant se fait plus en aval de la section d'éjection, décalant ainsi la région de forte intensité turbulente responsable de la génération des sources acoustiques.

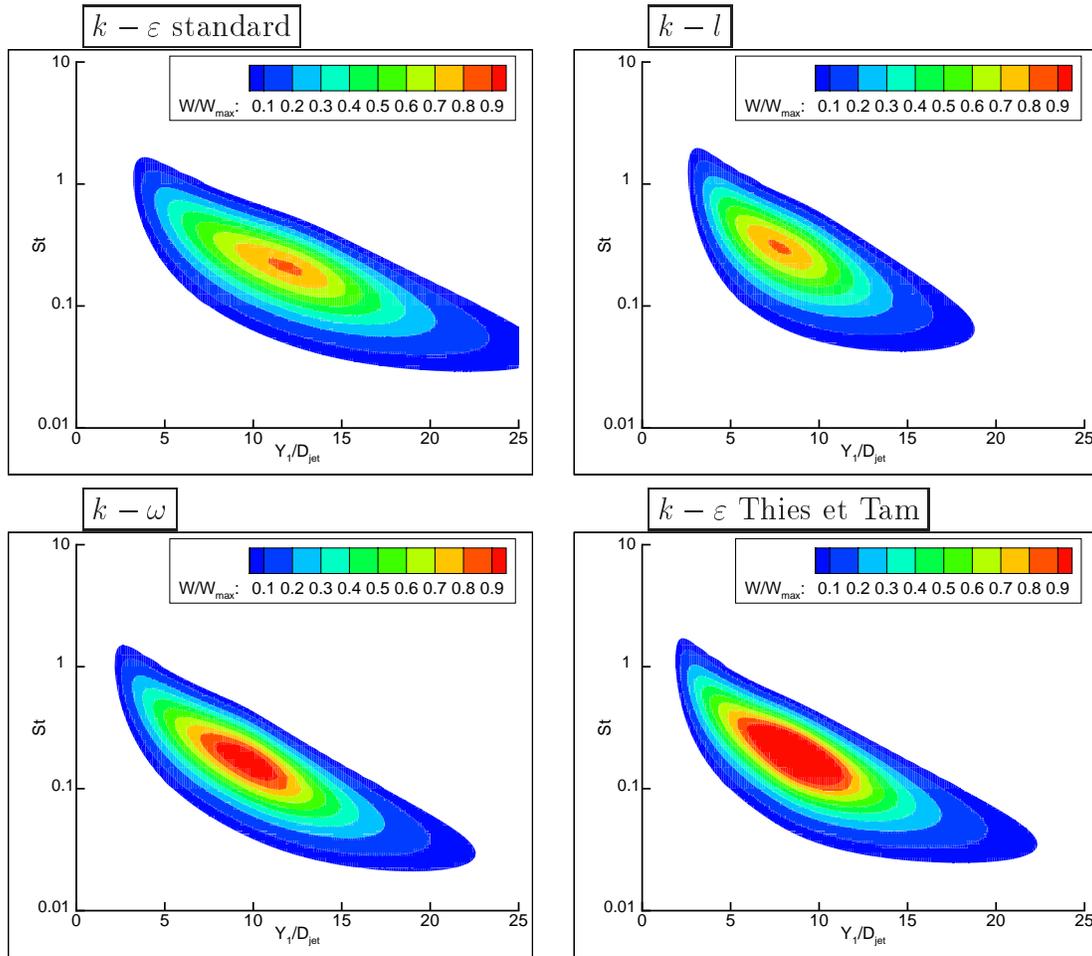


FIG. 2.21 – Distribution spatio-fréquentielle des sources acoustiques, selon le modèle de turbulence utilisé, pour le rayonnement dans la direction $\theta = 90^\circ$.

Conclusion

Le mailleur développé permet de générer automatiquement et très rapidement (en quelques minutes) des maillages pour des configurations de jets libres axisymétriques simples ou coaxiaux avec la prise en compte de la variation de sections des tuyères. Les calculs sur des grilles de finesses très différentes ont montré une convergence des résultats aérodynamiques et acoustiques avec la réduction de la taille des éléments dans la zone de mélange du jet avec le milieu ambiant.

L'influence du modèle de turbulence utilisé pour la fermeture des calculs statistiques a aussi été évaluée. Les champs aérodynamiques obtenus varient sensiblement d'un modèle à l'autre. Ces constats ont conduit à l'implantation d'un nouveau modèle de turbulence dans le code **Aether** pour le calcul spécifique des écoulements cisailés libres. Ce modèle donne des résultats aérodynamiques beaucoup plus proches des données théoriques et expérimentales en comparaison des autres modèles dont on disposait. Pour l'estimation du champ acoustique lointain, les résultats ne varient pas sensiblement en fonction du modèle de turbulence qui a servi aux calculs des champs aérodynamiques.

Chapitre 3

Modélisation des effets de température

On envisage dans ce chapitre le traitement statistique des termes sources acoustiques associés au différentiel de température entre un jet libre et le milieu ambiant.

On réalise d'abord à partir de résultats d'expériences, un bilan des conséquences d'un tel différentiel sur l'intensité et le contenu spectral du rayonnement acoustique. Les différentes contributions au bruit associées à ces effets sont ensuite identifiées par analyse dimensionnelle. Cette analyse est fondée sur la solution intégrale de l'équation de Lighthill du premier chapitre. Le second terme du tenseur de Lighthill, correspondant aux fluctuations d'entropie, n'est plus négligé.

Cette approche est ensuite exploitée pour écrire un nouveau modèle d'estimation de bruit, appelé TSM (Temperature Sources Model). Ce modèle s'appuie sur un calcul de l'écoulement moyen mais la fermeture des équations est réalisée par un modèle de turbulence à trois équations. La troisième équation permet de déterminer le champ de variance des fluctuations de température et les caractéristiques principales de ce champ (échelles de longueur et de temps de corrélation) nécessaires à l'estimation des sources de bruit.

Introduction

On a exposé dans l'introduction les grands principes des mécanismes de génération du bruit pour des jets à température ambiante puis on a décrit dans le premier chapitre les méthodes de modélisation statistique du rayonnement sonore. On s'intéresse ici à la prévision d'effets de gradients de température sur le rayonnement acoustique, pour des jets chauds subsoniques ou supersoniques parfaitement détendus.

L'évaluation de ces effets sur le rayonnement acoustique a été réalisée par des mesures dans plusieurs campagnes d'essais sur des jets subsoniques^{?,?} ou supersoniques^{?,?}. Les expériences sur les jets subsoniques chauds sont relativement anciennes mais les données sont assez détaillées. Des travaux sur les jets supersoniques ont aussi été réalisés au cours de la même période et aussi plus récemment. Il paraît encore délicat aujourd'hui d'isoler et de quantifier précisément chaque phénomène physique responsable d'une modification du bruit rayonné par rapport au cas des jets froids. En effet, si des différentiels de température entraînent la génération de nouvelles sources de bruit, ils induisent aussi des gradients de masse volumique qui peuvent modifier l'intensité des sources associées aux tensions de Reynolds. Ces différentiels peuvent aussi modifier les effets de réfraction et donc la propagation du bruit à partir du jet vers le milieu ambiant.

Les données expérimentales^{?,?} dont on dispose permettent cependant d'établir une description qualitative de l'influence des phénomènes aérodynamiques et thermiques les plus importants. Ces résultats permettent d'asseoir la base des méthodes de modélisation approchées. Ces modèles existent depuis longtemps sous la forme d'une analyse dimensionnelle[?] et plus récemment sous la forme d'une extrapolation des modèles exposés au premier chapitre.[?] Dans cette dernière référence, le modèle est construit en partant du second terme du tenseur de Lighthill. On prendra ici la même orientation sur le fond, c'est-à-dire qu'on conservera les principes théoriques d'approximation du second terme source du tenseur de Lighthill,^{?,?} en négligeant les effets associés à la variation de la vitesse du son devant les fluctuations d'entropie. Ces fluctuations d'entropie seront ensuite rattachées aux fluctuations de température.[?] On changera cependant la forme proposée antérieurement, en développant un autre type de modélisation.[?] Les deux composantes du tenseur de Lighthill ne seront pas décorréelées avant la modélisation et les fluctuations de température seront calculées au moyen d'une équation de transport turbulent au lieu d'être extrapolées des données statistiques classiques des champs moyen et turbulent.

3.1 Analyse des effets de température

La différence de température entre un jet turbulent et le milieu ambiant peut modifier le rayonnement sonore du jet. Cette différence peut induire une source supplémentaire qui vient s'ajouter à celle due au gradient de vitesse et peut modifier cette dernière en terme d'intensité et de directivité :

- A vitesse et pression constante, l'augmentation de température réduit la masse volumique du jet, ce qui affaiblit les sources quadripolaires et donc la puissance émise par le jet ;
- Le mouvement du jet chaud de son centre vers la région ambiante plus froide est de nature turbulente et non isentropique ;
- Les variations de température dans la zone de mélange du jet rendent la vitesse du son inhomogène. Le rayonnement acoustique peut alors être soumis à des effets de réfraction supplémentaires.

Les études de Tanna *et al.*^{?,?} concernant les effets d'un différentiel de température sur le rayonnement acoustique de jets subsoniques et supersoniques parfaitement détendus vont permettre de valider les calculs de bruit. Ces études confirment une règle phénoménologique établie antérieurement[?] :

L'augmentation de la température d'un jet augmente son rayonnement acoustique si la vitesse de celui-ci est inférieure à 0,7 fois la vitesse du son du milieu ambiant ($U_{jet}/a_o < 0,7$). Si le rapport U_{jet}/a_o dépasse cette valeur critique ($U_{jet}/a_o > 0,7$), l'effet s'inverse.

On dispose aussi de la répartition spatiale et fréquentielle du rayonnement acoustique en fonction de la température et de la vitesse du jet.^{?,?} Une synthèse de ces données est réalisée dans les deux paragraphes suivants. Quelques résultats expérimentaux significatifs sont rappelés pour illustrer les propos.

Influence des rapports de vitesse et de température sur la directivité et l'intensité du rayonnement acoustique

Pour un jet subsonique à température ambiante, le pic de directivité de l'intensité acoustique se situe entre 20 et 30 degrés par rapport à l'axe. La direction d'émission maximum dépend faiblement de la vitesse du jet. Au voisinage de l'axe, les ondes acoustiques sont déviées par l'écoulement vers des angles plus importants. Il existe une zone autour de la direction $\theta = 0^\circ$, appelée zone de silence, faiblement exposée au rayonnement acoustique. Pour un jet supersonique, l'angle du pic augmente avec la vitesse de convection et l'écart entre le niveau maximum et l'amplitude du champ rayonné dans les autres directions augmente. L'intensité maximum n'est alors pas due uniquement à des effets de réfraction mais aussi au rayonnement d'ondes de Mach.

Pour $U_{jet}/a_o = 0,5$ (figure 3.1), l'augmentation de la température intensifie le rayonnement dans toutes les directions angulaires. Pour $U_{jet}/a_o = 0,9$ (figure 3.2), le bruit diminue par rapport au cas du jet à température ambiante excepté autour de $\theta = 40^\circ$ où l'intensité du rayonnement reste quasiment constante. C'est d'ailleurs le seul des cas étudiés où la température semble avoir un effet conséquent sur la position du pic de directivité. Pour

$U_{jet}/a_o = 1,47$ (figure 3.3), le maximum de rayonnement reste très marqué et au voisinage de 30 degrés, quel que soit le rapport de température. On peut donc déduire de ces observations que plus la vitesse du jet est faible, plus les effets du différentiel de température sont susceptibles de compenser la perte d'intensité du rayonnement due à la diminution de la masse volumique dans le volume source.

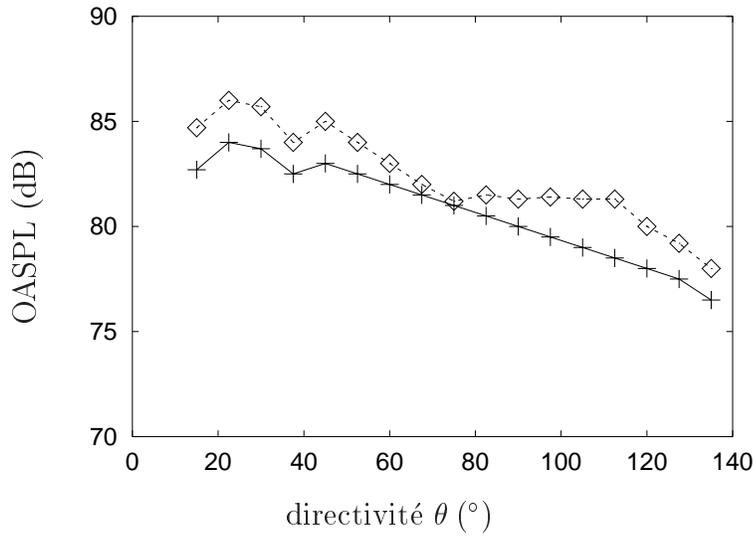


FIG. 3.1 – Directivité de l'intensité acoustique pour le jet tel que $U_{jet}/a_o = 0,5$. Résultats des mesures expérimentales pour $T_{jet}/T_o = 1$ (+) et $T_{jet}/T_o = 2,3$ (\diamond).

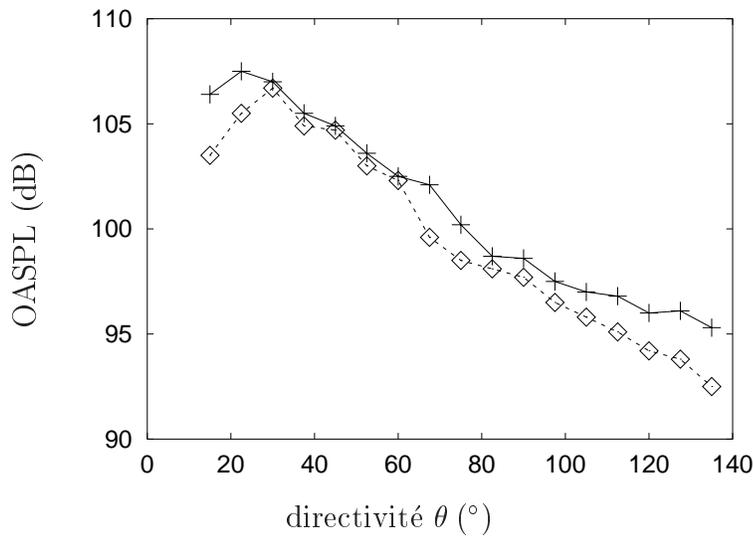


FIG. 3.2 – Directivité de l'intensité acoustique pour le jet tel que $U_{jet}/a_o = 0,9$. Résultats des mesures expérimentales pour $T_{jet}/T_o = 1$ (+) et $T_{jet}/T_o = 2,3$ (\diamond).

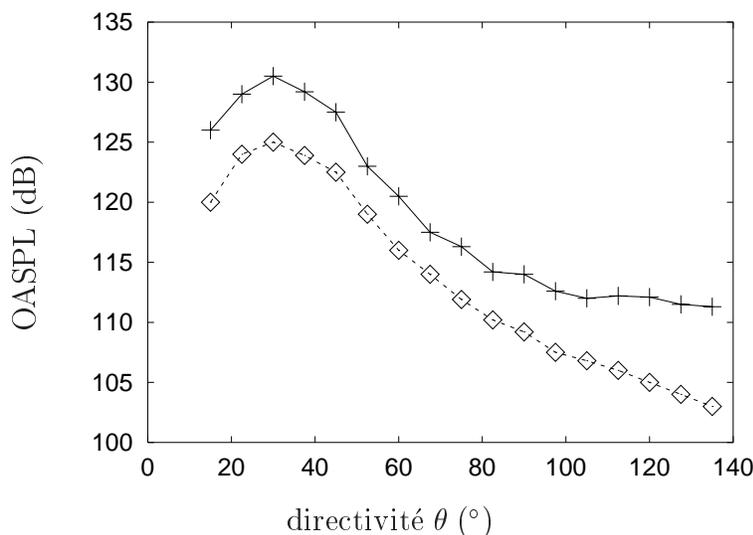


FIG. 3.3 – Directivité de l’intensité acoustique pour le jet tel que $U_{jet}/a_o = 1,47$. Résultats des mesures expérimentales pour $T_{jet}/T_o = 1,2$ (+) et $T_{jet}/T_o = 2,3$ (\diamond).

Influence des rapports de vitesse et de température sur la répartition spectrale du rayonnement acoustique

Pour les jets froids avec U_{jet}/a_o compris entre 0,5 et 1,95, le spectre est à large bande et son intensité augmente pour toutes les fréquences avec la vitesse du jet, quel que soit l’angle d’observation. Pour $\theta = 90^\circ$, le maximum se déplace vers les plus hautes fréquences et le pic reste voisin du même nombre de Strouhal $St=1,5$. Ce phénomène n’est pas observé pour tous les angles. Pour un angle de mesure de 30 degrés, les jets subsoniques étudiés ont un pic constant en fréquence et centré sur l’ensemble de la bande quel que soit la vitesse (mais le diamètre du jet reste fixe pour toutes les mesures). Lorsque le jet est plus rapide, son spectre turbulent s’étend sur une gamme fréquentielle plus large, ce qui explique le déplacement en fréquence du pic en $\theta = 90^\circ$, direction dans laquelle seul le bruit propre (appelé aussi “self-noise” et défini au premier chapitre) contribue au rayonnement. Dans une autre direction, $\theta = 30^\circ$, les bandes de fréquences qui dominent le spectre restent les mêmes pour une large gamme de vitesses d’écoulement. Les similitudes de forme des spectres à angle donné ne sont pas apparentes pour les jets supersoniques et pour des angles d’observation inférieurs à 40 degrés. Ceci s’explique par la modification de la nature du rayonnement lorsque des structures turbulentes sont convectées à vitesse supersonique dans l’écoulement. La limite angulaire de 40 degrés correspond au cas du rayonnement des ondes de Mach d’un jet froid de Mach 1,95*.

Les mesures de l’influence de la température du jet sur les spectres indiquent que pour des jets tels que $U_{jet}/a_o < 0,7$ (figure 3.4), le chauffage augmente fortement l’intensité dans les basses fréquences et la diminue un peu dans les hautes fréquences. Pour les jets tels

*Si θ_c est cette limite angulaire caractérisée par la direction de rayonnement des ondes de Mach, θ_c est donné par $\theta_c = \cos^{-1}(1/M_c)$. En estimant le nombre de Mach de convection à l’aide de la formule de Davies *et al.*² : $M_c = 0,67 \times U_{jet}/a_o$, θ_c vaut donc 40° pour un jet froid de Mach 1,95.

que $U_{jet}/a_o > 0,7$ (figures 3.5 et 3.6), l'augmentation de l'intensité avec la température dans les basses fréquences s'affaiblit au fur et à mesure que la vitesse des jets augmente et une diminution significative est observée pour les hautes fréquences[†]. Les sources liées aux fluctuations d'entropie enrichissent donc le spectre acoustique dans les basses fréquences et peuvent augmenter l'intensité acoustique globale du jet selon leur importance relative vis à vis des sources associées aux tensions de Reynolds.

L'influence de la vitesse d'un jet sur son rayonnement acoustique peut s'interpréter plus simplement, à partir de l'analyse des données expérimentales et aussi par le biais de la modélisation des sources. On sait déjà que cette modélisation permet d'obtenir de bonnes estimations du rayonnement de bruit des jets à température ambiante. Il n'en est pas encore de même pour l'influence de la température du jet par rapport au milieu extérieur dont l'effet ne peut se ramener à la simple prise en compte des gradients de la masse volumique pour pondérer l'intensité des sources liées aux gradients de vitesse. Cet effet des différentiels de température permet d'expliquer la diminution du rayonnement acoustique des jets rapides dont les corrélations de vitesse turbulente sont associées aux sources dominantes tandis que pour des jets moins rapides, les sources liées aux fluctuations d'entropie compensent cette diminution de l'intensité car elles ne sont plus négligeables devant celles dues aux gradients de vitesse.

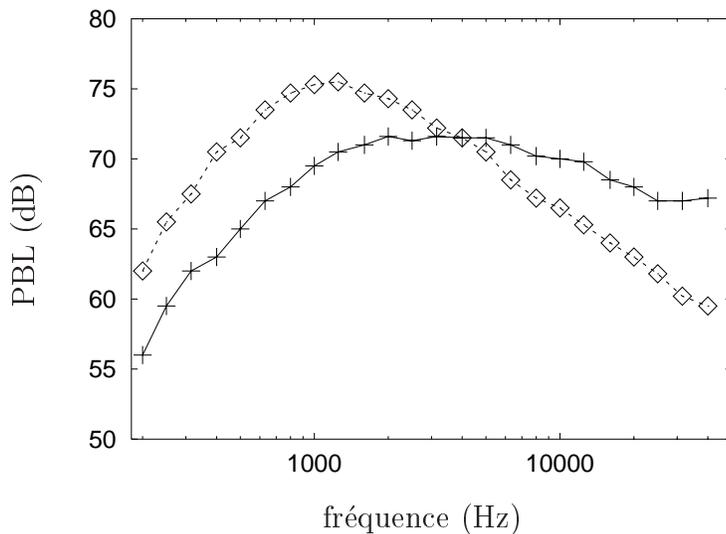


FIG. 3.4 – Spectre en tiers d'octave en $\theta = 45^\circ$ pour le jet tel que $U_{jet}/a_o = 0,5$. Résultats des mesures expérimentales pour $T_{jet}/T_o = 1$ (+) et $T_{jet}/T_o = 2,3$ (◇).

[†]On parle ici de basses fréquences si le nombre de Strouhal est de l'ordre du dixième et de hautes fréquences si le nombre de Strouhal est de l'ordre de l'unité.

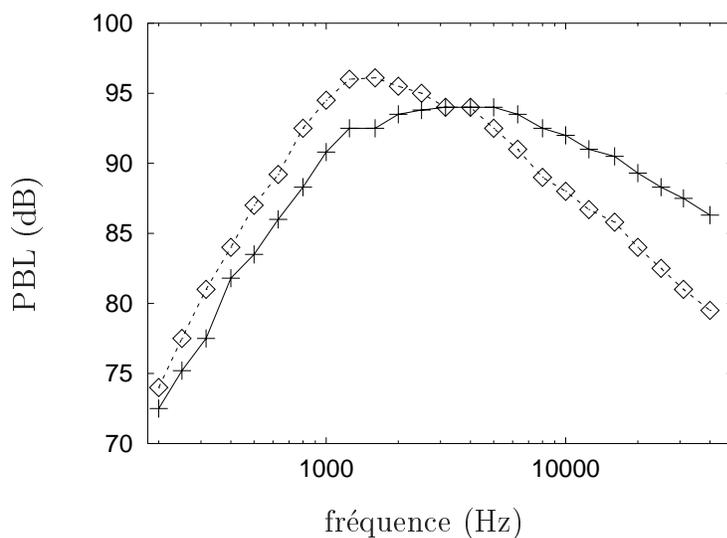


FIG. 3.5 – Spectre en tiers d’octave en $\theta = 45^\circ$ pour le jet tel que $U_{jet}/a_o = 0,9$. Résultats des mesures expérimentales pour $T_{jet}/T_o = 1$ (+) et $T_{jet}/T_o = 2,3$ (◇).

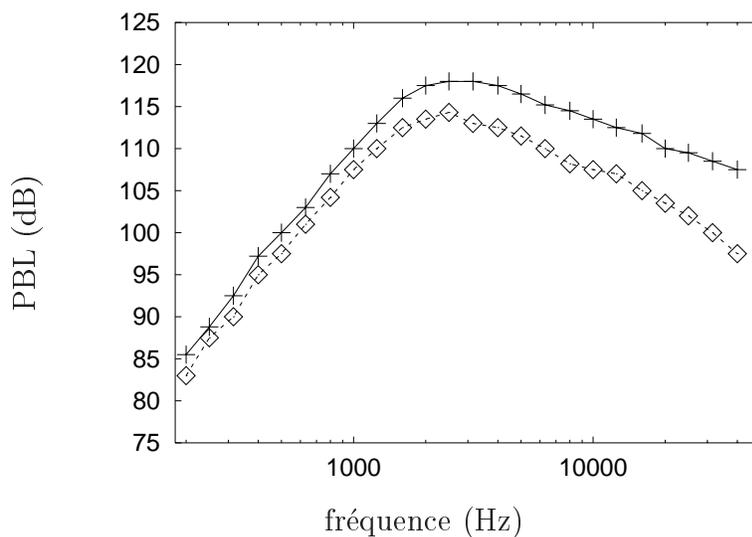


FIG. 3.6 – Spectre en tiers d’octave en $\theta = 45^\circ$ pour le jet tel que $U_{jet}/a_o = 1,47$. Résultats des mesures expérimentales pour $T_{jet}/T_o = 1,2$ (+) et $T_{jet}/T_o = 2,3$ (◇).

3.2 Description des termes sources associés

Pour prévoir l'effet de l'augmentation de la température sur le bruit d'un jet, on souhaite intégrer les sources associées aux inhomogénéités de température dans notre modèle statistique. Pour la prise en compte de ces effets, il ne faut plus négliger le terme correspondant aux fluctuations d'entropie dans le tenseur de Lighthill :

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + (p - a_o^2 \rho) \delta_{ij}$$

En partant de l'analyse dimensionnelle décrite par Fisher et al.⁷ pour le deuxième terme, on va développer un modèle pour la prise en compte des effets de température. On reprend l'approche suivie au premier chapitre et on exprime les fluctuations de masse volumique en point \mathbf{x} du champ lointain au moyen de l'expression (1.6) reproduite ici pour la commodité :

$$\begin{aligned} \rho'(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{4\pi a_o^4 x} \frac{x_i x_j}{x^2} \int_V \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2} \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{a_o} \right) d\mathbf{y} \\ &= \frac{1}{4\pi a_o^4 x} \int_V \left[\frac{x_i x_j}{x^2} \frac{\partial^2 \rho u_i u_j}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 (p' - a_o^2 \rho')}{\partial t^2} \right] \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{a_o} \right) d\mathbf{y} \end{aligned} \quad (3.1)$$

On a vu dans le premier chapitre comment modéliser les effets sur le rayonnement acoustique du premier terme de l'intégrale ci-dessus. Il ne s'agit pas de déterminer directement une expression des fluctuations de masse volumique mais d'établir une expression pour la fonction de corrélation à deux points des fluctuations acoustiques $R_a(\mathbf{x}, \tau)$ définies par (1.7) qu'on rappelle[‡] ici :

$$R_a(\mathbf{x}, \tau) = \frac{\overline{\rho'(\mathbf{x}, t) \rho'(\mathbf{x}, t + \tau)}}{\rho_o a_o^{-3}}$$

Si on veut reprendre la même démarche en incluant le deuxième terme du tenseur de Lighthill, il faut pouvoir exprimer ce dernier en fonction de quantités exploitables pour la modélisation de toutes les corrélations intervenant dans l'expression de $R_a(\mathbf{x}, \tau)$. On va montrer que ce terme peut s'exprimer en ne faisant intervenir que les fluctuations d'entropie directement liées des fluctuations de température.

En considérant un gaz parfait, les fluctuations de la pression dans le jet, fonction de la masse volumique et de l'entropie peuvent être développées au premier ordre sous la forme :

$$p' = a^2 \rho' + \frac{p}{c_v} s' \quad (3.2)$$

avec $a^2 = \gamma p / \rho = (c_p / c_v)(p / \rho)$. Ici, c_p et c_v sont respectivement les chaleurs spécifiques à pression et à volume constant, s' représente les fluctuations d'entropie. On ajoute de chaque côté de l'égalité (3.2) le terme $-a_o^2 \rho'$:

$$p' - a_o^2 \rho' = (a^2 - a_o^2) \rho' + \frac{p}{c_v} s'$$

[‡]Si les fluctuations d'entropie sont maintenant prises en compte dans la production de bruit, elles sont toujours absentes de la propagation dans le milieu ambiant car la vitesse de transport de ces perturbations est nulle.

Le deuxième terme du tenseur de Lighthill est exprimé ici comme fonction des fluctuations de masse volumique et d'entropie. On va voir par la suite pourquoi il est plus judicieux de le représenter en fonction des fluctuations de pression et d'entropie. A partir de (3.2), on peut écrire :

$$\rho' = \frac{p'}{a^2} - \frac{p}{a^2 c_v} s'$$

On remplace ρ' par cette expression au second membre de (3.2) :

$$\begin{aligned} p' - a_o^2 \rho' &= \left(1 - \frac{a_o^2}{a^2}\right) \left(p' - \frac{p}{c_v} s'\right) + \frac{p}{c_v} s' \\ &= \left(1 - \frac{a_o^2}{a^2}\right) p' + \frac{a_o^2 p}{a^2 c_v} s' \end{aligned}$$

Comme on a $p/(a^2 c_v) = \rho/c_p$, le deuxième terme du tenseur de Lighthill peut donc s'écrire :

$$p' - a_o^2 \rho' = \left(1 - \frac{a_o^2}{a^2}\right) p' + \frac{\rho a_o^2}{c_p} s'$$

D'après Lighthill,⁷ la contribution du premier terme sur le rayonnement acoustique est négligeable même lorsque $a \gg a_o$. Elle l'est donc à plus forte raison pour $a_o \approx a$ car on a alors $(1 - (a_o/a)^2) \ll 1$. Les sources liées aux fluctuations d'entropie peuvent alors être décrites par le terme suivant :

$$p' - a_o^2 \rho' = \frac{\rho a_o^2}{c_p} s'$$

Finalement, en reprenant (3.1), les fluctuations de masse volumique en champ lointain peuvent s'exprimer par la relation :

$$\rho'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi a_o^4 x} \int_V \left[\frac{x_i x_j}{x^2} \frac{\partial^2 \rho u_i u_j}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\rho a_o^2}{c_p} s' \right) \right] \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{a_o} \right) d\mathbf{y} \quad (3.3)$$

A l'instar de l'analyse dimensionnelle proposée par Fisher *et al.*,⁷ on peut déduire une estimation de l'intensité acoustique à partir de l'expression (3.3). Soient ρ_{jet} , U_{jet} , T_{jet} , D_{jet} respectivement la masse volumique, la vitesse, la température et le diamètre d'un jet s'écoulant au sein d'un milieu ambiant de masse volumique ρ_o , de température T_o et de célérité a_o , on établit par rapport à l'expression (3.3), qui traduit les perturbations qu'il génère en champ lointain, les relations suivantes :

- La dérivée seconde en temps $\partial^2/\partial t^2$ dans (3.3) est dimensionnellement de l'ordre de $(U_{jet}/D_{jet})^2$.
- L'intégration sur le volume source V de l'ordre de D^3 .
- Pour estimer l'ordre de grandeur du dernier terme, on considère toujours un gaz parfait et des gradients de pression moyenne petits. On peut écrire ainsi $\rho_{jet}/\rho_o \simeq T_o/T_{jet}$. La variation d'entropie moyenne entre l'intérieur et l'extérieur du jet est alors $\Delta \bar{s} = \ln(T_{jet}/T_o)$ et donne l'ordre de grandeur de s'/c_p .

Les fluctuations de masse volumique peuvent donc être estimées par la relation :

$$\rho' \simeq \frac{1}{a_o^4 x^2} \left[\frac{\rho_{jet} U_{jet}^2 D_{jet}^3}{(D_{jet}/U_{jet})^2} + \frac{\rho_{jet} a_o^2}{(D_{jet}/U_{jet})^2} \ln \left(\frac{T_{jet}}{T_o} \right) \right]$$

L'intensité acoustique est donnée par $I(\mathbf{x}) = R_a(\mathbf{x}, \tau = 0)$. Si on considère que les deux types de sources sont fortement corrélés, on obtient finalement la loi dimensionnelle suivante :

$$I \simeq \frac{\rho_{jet}^2 D_{jet}^2}{\rho_o a_o^{-3} x^2} \left[\left(\frac{U_{jet}}{a_o} \right)^8 + \ln \left(\frac{T_{jet}}{T_o} \right) \left(\frac{U_{jet}}{a_o} \right)^6 + \left(\ln \left(\frac{T_{jet}}{T_o} \right) \right)^2 \left(\frac{U_{jet}}{a_o} \right)^4 \right]$$

Cette approximation va permettre d'estimer l'importance respective des diverses sources de bruit. On a construit à cet effet la figure 3.7 qui donne la variation de l'intensité I en fonction de U_{jet}/a_o (en abscisse) et T_{jet}/T_o (en ordonnée). Plutôt que de représenter I , on donne le rapport I/I_o ou I_o représente l'intensité correspondant au seul terme $(U_{jet}/a_o)^8$. On observe bien sur la figure 3.7 que cette loi dimensionnelle est tout à fait cohérente avec la règle phénoménologique établie à partir des résultats expérimentaux : l'effet de la température d'un jet sur le rayonnement acoustique s'inverse selon que la vitesse de celui-ci est inférieure ou supérieure à un rapport de vitesse voisin de 0,7. La région blanche de la figure 3.7 regroupe l'ensemble des configurations de jets dont les rapports de température ne doivent pas modifier sensiblement le rayonnement acoustique en comparaison de celui du jet de même vitesse et à température ambiante.

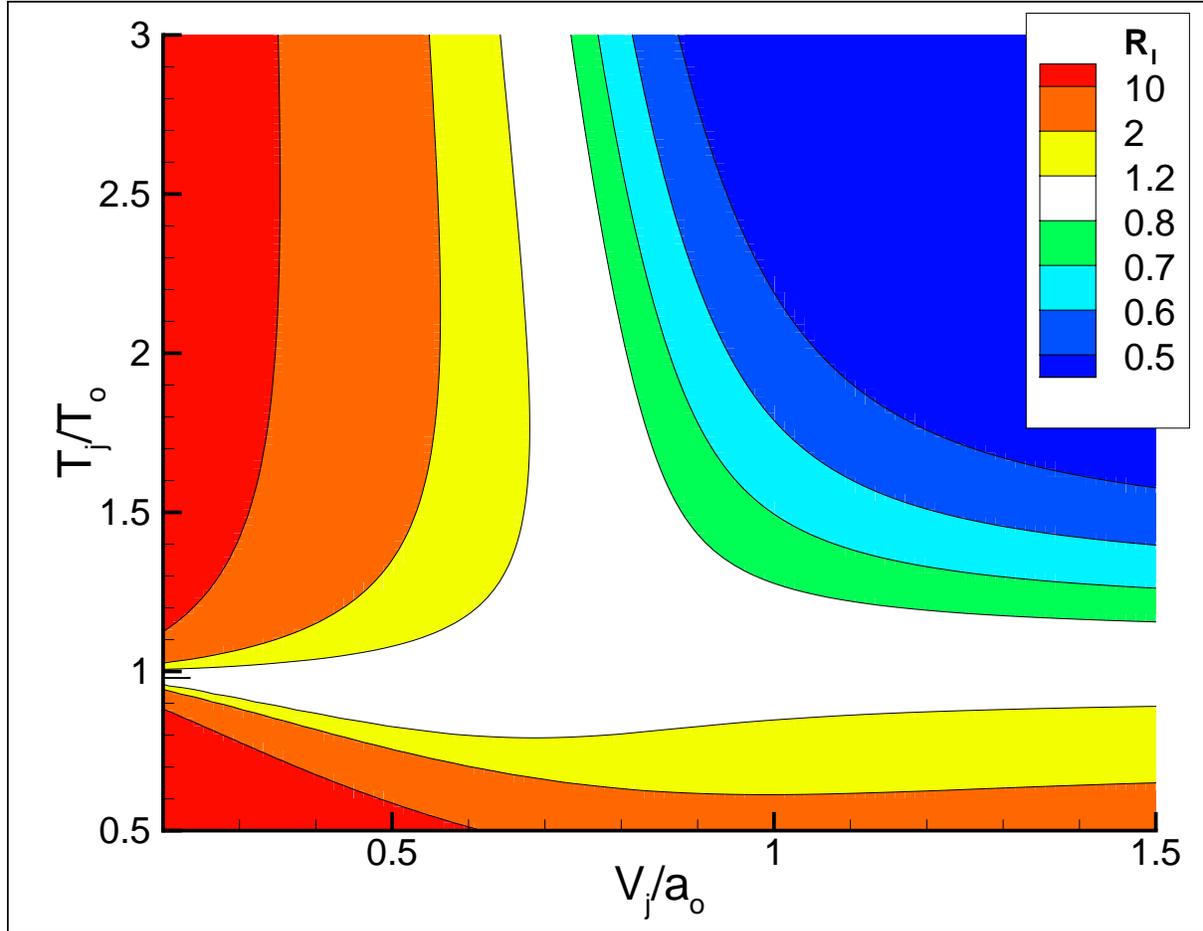


FIG. 3.7 – Cartographie du rapport $R_I = I/I_o$. La valeur de I est donnée par la loi dimensionnelle pour l'intensité acoustique en fonction des rapports U_{jet}/a_o et T_{jet}/T_o (respectivement V_j/a_o et T_j/T_o sur la figure). La valeur de I_o correspond à la valeur du terme $(U_{jet}/a_o)^8$. Le rapport R_I donne donc l'effet de la température d'un jet sur le rayonnement acoustique par rapport au jet froid correspondant (de même rapport U_{jet}/a_o). L'augmentation de la température d'un jet amplifie ou diminue l'intensité acoustique selon que R_I est respectivement supérieur ou inférieur à 1.

3.3 Une première modélisation des fluctuations d'entropie

Il est intéressant ici de résumer la démarche suivie par Fortuné et Gervais⁷ pour modéliser le deuxième terme de l'équation (3.1) pour prédire le rayonnement acoustique de jets chauds. Ces auteurs ramènent la modélisation des effets liés à ce second terme à une expression ne faisant intervenir que des quantités accessibles depuis une résolution statistique de l'écoulement identique à celle exposée au chapitre précédent. Ils peuvent donc estimer la contribution des différentiels de température à partir de la connaissance du champ aérodynamique moyen et des champs statistiques classiques des quantités turbulentes k et ε . Conformément aux hypothèses décrites ci-dessus, Fortuné et Gervais expriment le deuxième terme du tenseur de Lighthill en fonction des fluctuations d'entropie. Leur approche est inspirée des travaux de Morfey⁷ et Berman.⁷ Elle peut se résumer par les étapes décrites ci-dessous.

Pour estimer les fluctuations d'entropie, on utilise comme point de départ l'expression suivante :

$$\frac{1}{c_p} \frac{ds}{dt} = \frac{1}{T} \frac{dT}{dt}$$

Pour obtenir cette expression, on peut utiliser la relation de Gibbs :

$$dh = Tds + \frac{1}{\rho} dp$$

On peut supposer en outre que la pression reste constante ($dp = 0$) et déduire finalement de la relation ci-dessus la formule $dh = c_p dT$, ce qui conduit directement à la première expression établie où les fluctuations d'entropie ne dépendent que de la chaleur spécifique à pression constante c_p , de la température T et de ses fluctuations.

En utilisant diverses hypothèses (écoulement libre quasi-unidimensionnel, cisaillement principal dans la direction transverse), Fortuné et Gervais aboutissent à l'expression suivante pour les variations d'entropie :

$$\frac{\rho_o}{c_p} \frac{ds}{dt} = -\frac{\rho_o}{\bar{T}} \frac{\partial}{\partial y_2} \left(\frac{u_{t1} u_{t2}}{\partial U_1 / \partial y_2} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y_2} \right)$$

La corrélation $\overline{u_{t1} u_{t2}}$ est déduite d'un calcul fondé sur la résolution des équations de bilan moyennées. On s'appuie sur les résultats expérimentaux d'Abramovich⁷ pour assimiler cette corrélation à un tiers de l'énergie cinétique turbulente k . Finalement, on obtient :

$$\frac{\rho_o}{c_p} \frac{ds}{dt} \approx -\frac{\rho_o}{T} \frac{\partial}{\partial y_2} \left(\frac{1}{3} k \frac{\partial T / \partial y_2}{\partial U_1 / \partial y_2} \right)$$

Le rayonnement acoustique en champ lointain peut alors être estimé à partir de l'expression obtenue pour la fonction de corrélation à deux points des fluctuations acoustiques, définie dans l'équation (1.7) du premier chapitre :

$$R_a(\mathbf{x}, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\rho'(\mathbf{x}, t) \rho'(\mathbf{x}, t + \tau)}{\rho_o a_o^{-3}} dt$$

La fluctuation de masse volumique en champ lointain $\rho'(\mathbf{x}, t)$ est écrite sous la forme :

$$\rho'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi a_o^4 x} \int_V \left[\frac{x_i x_j}{x^2} \frac{\partial^2 S_U(\mathbf{y}, t - \frac{r}{a_o})}{\partial t^2} + \frac{\partial S_T(\mathbf{y}, t - \frac{r}{a_o})}{\partial t} \right] d\mathbf{y}$$

et les termes S_U et S_T sont modélisés par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} S_U(\mathbf{y}, t) &= \rho u_i u_j(\mathbf{y}, t) \approx \rho \frac{2}{3} k \\ S_T(\mathbf{y}, t) &= \frac{\rho}{c_p} \frac{\partial s}{\partial t}(\mathbf{y}, t) \approx -\rho \frac{1}{T} \frac{\partial}{\partial y_2} \left(\frac{1}{3} k \frac{\partial T / \partial y_2}{\partial U_1 / \partial y_2} \right) \end{aligned}$$

Par analogie avec la démarche décrite au premier chapitre, les termes sources interviendront donc par le biais des produits $S_U(\mathbf{y}', t)S_U(\mathbf{y}' + \boldsymbol{\eta}, t + \tau)$, $S_T(\mathbf{y}', t)S_T(\mathbf{y}' + \boldsymbol{\eta}, t + \tau)$ et $S_U(\mathbf{y}', t)S_T(\mathbf{y}' + \boldsymbol{\eta}, t + \tau)$ dans l'expression de la fonction $R_a(\mathbf{x}, \tau)$. Cette description respecte la loi dimensionnelle établie dans la section précédente. Elle met bien en évidence trois types de contribution au rayonnement acoustique qui sont associés respectivement aux fluctuations de vitesse, aux fluctuations de température et enfin à des corrélations entre les deux premiers types de sources. Pour modéliser les effets de décalage en temps et en position dans l'évaluation de ces produits, Fortuné et Gervais utilisent une fonction de corrélation spatio-fréquentielle de la forme suggérée initialement par Ribner⁷ :

$$\Gamma(\mathbf{y}', \xi, \omega) = e^{-\pi \xi_1^2 / L_1^2} e^{-\pi \xi_2^2 / L_2^2} \frac{\sqrt{\pi}}{\omega_t} e^{-C^2 \omega^2 / 4\omega_t^2}$$

On peut noter cependant que les fluctuations d'entropie sont reliées à des quantités moyennes uniquement. On observe aussi un passage entre la dérivée temporelle et la dérivée matérielle, la première apparaissant dans le terme source acoustique alors que la seconde intervient dans l'équation pour l'entropie. On remarquera aussi que dans cette approche la contribution du bruit de cisaillement n'est pas prise en compte et que la turbulence est supposée axisymétrique. Cependant les résultats obtenus dans l'article de référence pour le rayonnement acoustique d'un jet chaud subsonique sont encourageants. On va donc chercher à développer une analyse relativement voisine mais sans représenter les fluctuations d'entropie par des quantités moyennes. Cette nouvelle approche reprend la démarche du premier chapitre jusqu'à la modélisation des corrélations turbulentes pour conduire à une formulation a priori plus complète de tous les termes sources résultant de la présence d'un différentiel de température.

3.4 Approche développée pour le modèle TSM

Pour écrire le modèle TSM (Temperature Sources Model), on va reprendre en partie la démarche décrite précédemment mais sans altérer la modélisation des sources acoustiques réalisée pour le bruit de mélange. Le point de départ est donné par Bailly.⁷ Les hypothèses utilisées sont semblables et permettent de rattacher les fluctuations d'entropie à des fluctuations de température a priori plus accessibles à la mesure et aussi plus couramment modélisées dans les calculs aérodynamiques. On a vu dans le premier chapitre que des expressions pour le calcul de l'intensité acoustique et de la densité spectrale de puissance acoustique sont obtenues à partir de la fonction de corrélation à deux points des fluctuations acoustiques R_a , définie par :

$$R_a(\mathbf{x}, \tau) = \frac{\overline{\rho'(\mathbf{x}, t)\rho'(\mathbf{x}, t + \tau)}}{\rho_o a_o^{-3}}$$

On a aussi montré qu'on pouvait décrire cette fonction en champ lointain par l'expression :

$$R_a(\mathbf{x}, \tau) = \frac{A}{x^2} D_{ijkl} \iint_V \frac{1}{C^5} \frac{\partial^4}{\partial t^4} R_{ijkl} \left(\mathbf{y}', \xi, t = \frac{\tau}{C} \right) d\mathbf{y}' d\xi$$

On rappelle que A ne dépend que des caractéristiques du milieu ambiant : $A = 1/16\pi^2 a_o^5 \rho_o$ et C est le facteur de convection : $C = [(1 - M_c \cos \theta)^2 + \alpha^2 M_c^2]^{1/2}$. R_{ijkl} est défini par $R_{ijkl} = \overline{T'_{ij} T''_{kl}}$. Pour déterminer la nouvelle expression de cette fonction $R_a(\mathbf{x}, \tau)$ prenant en compte les nouvelles sources acoustiques, on doit réécrire le tenseur R_{ijkl} en y incluant cette fois les termes relatifs à la prise en compte des fluctuations d'entropie. Le tenseur T_{ij} n'est plus représenté approximativement par $T_{ij} \approx \rho u_i u_j$ comme au premier chapitre mais par $T_{ij} \approx \rho u_i u_j + (p - a_o^2 \rho) \delta_{ij}$. On a montré dans la section 3.2 de ce chapitre qu'on peut décrire les variations du second terme par l'expression $(\rho a_o^2 / c_p) \zeta$ où ζ sont les fluctuations d'entropie. La corrélation R_{ijkl} peut alors s'écrire :

$$\frac{1}{\rho^2} R_{ijkl} = \overline{u'_i u'_j u''_k u''_l} + \overline{u'_i u'_j S''_T} \delta_{kl} + \overline{u''_k u''_l S'_T} \delta_{ij} + \overline{S'_T S''_T} \delta_{ij} \delta_{kl} \quad (3.4)$$

avec $u_i = U(y_2) \delta_{1i} + u_{ti}$, $S_T = \frac{a^2}{c_p} \zeta$. ' et '' n'expriment pas des fluctuations mais représentent les notations usuelles : ' $\Leftrightarrow (\mathbf{y}, t)$ et '' $\Leftrightarrow (\mathbf{y} + \boldsymbol{\xi}, t + \tau)$.

Par analogie avec sa définition dans le premier chapitre, R_{ijkl}^* remplace R_{ijkl} une fois qu'on a négligé tous les termes correspondant à des corrélations de vitesse et ne contribuant pas au rayonnement acoustique. R_{ijkl}^* est alors définie par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho^2} R_{ijkl}^* &= \overline{u'_{ti} u'_{tj} u''_{tk} u''_{tl}} \\ &+ U' U'' (\delta_{1i} \delta_{1k} \overline{u'_{tj} u''_{tl}} + \delta_{1j} \delta_{1k} \overline{u'_{ti} u''_{tl}} + \delta_{1i} \delta_{1l} \overline{u'_{tj} u''_{tk}} + \delta_{1j} \delta_{1l} \overline{u'_{ti} u''_{tk}}) \\ &+ U' \delta_{1i} \overline{u'_{tj} S''_T} \delta_{kl} + U' \delta_{1j} \overline{u'_{ti} S''_T} \delta_{kl} + U'' \delta_{1k} \overline{u''_{tl} S'_T} \delta_{ij} + U'' \delta_{1l} \overline{u''_{tk} S'_T} \delta_{ij} \\ &+ \overline{S'_T S''_T} \delta_{ij} \delta_{kl} + \overline{u'_{ti} u'_{tj} S''_T} \delta_{kl} + \overline{u''_{tk} u''_{tl} S'_T} \delta_{ij} \end{aligned} \quad (3.5)$$

En considérant toujours une évolution constante de la pression et donc p' négligeable devant les autres fluctuations, on peut écrire : $S_T \simeq (a^2/T)T_t$ où la température instantannée \mathcal{T} est représentée sous la forme d'une somme de la température moyenne T et de la fluctuation T_t . Les sources à estimer sont répertoriées dans le tableau 3.1. On doit donc exprimer en plus de ce qui est fait dans les modèles exposées au premier chapitre des corrélations doubles et triples de vitesse et de température de la forme $\overline{u'_{ti}T''_t}$, $\overline{u'_{ti}u'_{ti}T''_t}$, $\overline{T'_tT''_t}$. Toutes ces corrélations seront écrites sous la forme $\overline{A'B''} = \overline{AB}f(\xi)g(\tau)$. On omet donc pour les développements qui suivent les notations ' et '' qui seront réintroduites plus tard.

Les corrélations de vitesse et de température seront représentées en utilisant le même principe d'approximation que celui utilisé par Fortuné et Gervais, c'est-à-dire, par utilisation de l'approximation de Boussinesq. Cette corrélation correspond au transport et à la dispersion de la température par un champ de vitesse fluctuant. La viscosité et la diffusivité turbulente traduisant le même type de mécanisme, elles sont logiquement du même ordre de grandeur. On prend pour le nombre de Prandtl turbulent une valeur classiquement admise^{?,?} pour des jets circulaires : $Pr_t=0,7$.

$$\overline{u_{ti}T_t} = -\kappa_t \frac{\partial T}{\partial y_i} \quad (3.6)$$

On va ramener les corrélations triples à un ordre inférieur par l'utilisation de la moyenne statistique et de la relation (3.6). On part pour cela de la décomposition en quantité moyenne et fluctuante de la composante de la vitesse u_j ($j=1$ ou 2) et de la température \mathcal{T} dont on effectue le produit :

$$\begin{aligned} u_j \mathcal{T} &= (\overline{u_j} + u_{tj})(\overline{\mathcal{T}} + T_t) \\ &= \overline{u_j} \overline{\mathcal{T}} + \overline{u_j} T_t + u_{tj} \overline{\mathcal{T}} + u_{tj} T_t \\ &= U_j \mathcal{T} + U_j T_t + u_{tj} \mathcal{T} + u_{tj} T_t \end{aligned}$$

On isole le produit des fluctuations de vitesse et de température à gauche de l'égalité :

$$u_{tj} T_t = u_j \mathcal{T} - u_{tj} \mathcal{T} - U_j T_t - U_j \mathcal{T}$$

On multiplie cette égalité par le terme u_{ti} puis on applique l'opérateur moyenne pour obtenir l'expression suivante :

$$\overline{u_{ti}u_{tj}T_t} = \overline{u_{ti}u_j \mathcal{T}} - \overline{u_{ti}u_{tj} \mathcal{T}} - U_j \overline{u_{ti}T_t} - \overline{u_{ti}} U_j \mathcal{T}$$

Le dernier terme est identiquement nul. Le deuxième et le troisième terme sont connus puisqu'il s'agit du produit de quantités moyennes avec des corrélations doubles de vitesse et de vitesse-température qu'on sait estimer. Il reste à modéliser le terme $\overline{u_{tj}u_j \mathcal{T}}$. Comme cela vient d'être fait pour les corrélations de vitesse et de température, on utilise à nouveau le principe d'une quantité physique transportée et dispersée par le mouvement turbulent u_t . Soit Q une quantité physique quelconque, qui peut se décomposer sous la forme $Q = \overline{Q} + Q_t$, par analogie avec la relation (3.6), on écrit :

$$\overline{u_{ti}Q_t} = -\beta_t \frac{\partial Q}{\partial y_i}$$

ijkl	C_{ijkl} identiques	Pondération	R_{ijkl}^*
1111	C_{1111}	1	$\overline{u'_{t1}{}^2 u''_{t1}{}^2} + 4U'U''\overline{u'_{t1}u''_{t1}}$ $+ 2U'\overline{u'_{t1}S''_T} + 2U''\overline{u''_{t1}S'_T}$ $+ \overline{u'_{t1}{}^2 S''_T} + \overline{u''_{t1}{}^2 S'_T} + \overline{S'_T S''_T}$
1212	$C_{1212}, C_{1221}, C_{2121}, C_{2112}$	4	$\overline{u'_{t1}u'_{t2}u''_{t1}u''_{t2}} + U'U''\overline{u'_{t2}u''_{t2}}$
1313	$C_{1313}, C_{1331}, C_{3131}, C_{3113}$	4	$\overline{u'_{t1}u'_{t3}u''_{t1}u''_{t3}} + U'U''\overline{u'_{t3}u''_{t3}}$
1122	C_{1122}	1	$\overline{u'_{t1}{}^2 u''_{t2}{}^2} + 2U'\overline{u'_{t1}S''_T}$ $+ \overline{S'_T S''_T} + \overline{u'_{t1}{}^2 S''_T} + \overline{u''_{t2}{}^2 S'_T}$
2211	C_{2211}	1	$\overline{u'_{t1}{}^2 u''_{t2}{}^2} + 2U''\overline{u''_{t1}S'_T}$ $+ \overline{S'_T S''_T} + \overline{u''_{t1}{}^2 S'_T} + \overline{u'_{t2}{}^2 S''_T}$
1133	C_{1133}	1	$\overline{u'_{t1}{}^2 u''_{t3}{}^2} + 2U'\overline{u'_{t1}S''_T}$ $+ \overline{S'_T S''_T} + \overline{u'_{t1}{}^2 S''_T} + \overline{u''_{t3}{}^2 S'_T}$
3311	C_{3311}	1	$\overline{u'_{t1}{}^2 u''_{t3}{}^2} + 2U''\overline{u''_{t1}S'_T}$ $+ \overline{S'_T S''_T} + \overline{u''_{t3}{}^2 S'_T} + \overline{u'_{t1}{}^2 S''_T}$
2222	C_{2222}	1	$\overline{u'_{t2}{}^2 u''_{t2}{}^2} + \overline{S'_T S''_T}$ $+ \overline{u'_{t2}{}^2 S''_T} + \overline{u''_{t2}{}^2 S'_T}$
2323	$C_{2323}, C_{2332}, C_{3232}, C_{3223}$	4	$\overline{u'_{t2}u'_{t3}u''_{t2}u''_{t3}}$
2233	C_{2233}	1	$\overline{u'_{t2}{}^2 u''_{t3}{}^2} + \overline{S'_T S''_T}$ $+ \overline{u'_{t2}{}^2 S''_T} + \overline{u''_{t3}{}^2 S'_T}$
3322	C_{3322}	1	$\overline{u'_{t2}{}^2 u''_{t3}{}^2} + \overline{S'_T S''_T}$ $+ \overline{u''_{t3}{}^2 S''_T} + \overline{u'_{t2}{}^2 S'_T}$
3333	C_{3333}	1	$\overline{u'_{t3}{}^2 u''_{t3}{}^2} + \overline{S'_T S''_T}$ $+ \overline{u'_{t3}{}^2 S''_T} + \overline{u''_{t3}{}^2 S'_T}$

TAB. 3.1 – Sources acoustiques avec prise en compte des effets de différentiel de température.

β_t est le coefficient de diffusivité lié au transport turbulent de Q_t . Par rapport au terme qui reste à modéliser, on va donc prendre : $Q_t = (u_j \mathcal{T})_t$ avec $(u_j \mathcal{T})_t = u_j \mathcal{T} - \overline{u_j \mathcal{T}}$ et on a donc l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \overline{u_{ti} u_j \mathcal{T}} &= \overline{u_{ti} (u_j \mathcal{T})_t} \\ &= -\beta_t \frac{\partial \overline{u_j \mathcal{T}}}{\partial y_i} \end{aligned}$$

On prendra β_t égal à κ_t en première approximation. Le terme moyen $\overline{u_j \mathcal{T}}$ peut s'exprimer par la somme de deux termes connus :

$$\overline{u_j \mathcal{T}} = U_j T + \overline{u_{tj} T_t}$$

Finalement, on peut écrire les corrélations triples comme le produit de corrélations doubles et de quantités moyennes :

$$\begin{aligned} \overline{u_{ti} u_{tj} T_t} &= \overline{u_{ti} u_j \mathcal{T}} - \overline{u_{ti} u_{tj}} T - U_j \overline{u_{ti} T_t} \\ &\approx -\kappa_t \left[\frac{\partial U_j T}{\partial y_i} - \frac{\partial \kappa_t \partial T}{\partial y_i \partial y_j} \right] - \overline{u_{ti} u_{tj}} T + \kappa_t U_j \frac{\partial T}{\partial y_i} \end{aligned}$$

On peut simplifier l'expression précédente étant donné que toutes les corrélations triples à modéliser sont telles que $i = j$ (voir la forme de toutes les corrélations triples dans le tableau récapitulatif 3.1). On suppose de plus κ_t est localement constant. Soit ℓ , un indice fixé (pas de sommation sur ℓ), on a :

$$\overline{u_{t\ell}^2 T_t} \approx -\kappa_t \left[\frac{\partial U_\ell T}{\partial y_\ell} - \kappa_t \frac{\partial^2 T}{\partial y_\ell^2} \right] - \overline{u_{t\ell}^2} T + \kappa_t U_\ell \frac{\partial T}{\partial y_\ell}$$

On rappelle ici (voir le premier chapitre) que les écoulements considérés sont des jets libres caractérisés par une direction principale d'écoulement et un cisaillement principal dans le plan perpendiculaire à cette direction. La vitesse est donc telle que $\mathbf{U} \approx U_1(y_2) \mathbf{e}_1$. L'axe \mathbf{e}_1 étant l'axe d'écoulement des jets, U_2 est d'un ordre de grandeur inférieur à U_1 et les gradients de vitesse sont d'un ordre de grandeur supérieur dans la direction \mathbf{e}_2 . Ainsi les termes de la forme $U_\ell \frac{\partial}{\partial y_\ell}$ seront très petits devant les autres et on écrit finalement :

$$\overline{u_{t\ell}^2 T_t} \simeq \kappa_t^2 \frac{\partial^2 T}{\partial y_\ell^2} - \overline{u_{t\ell}^2} T \quad \forall \ell$$

En introduisant les composantes spatiale et temporelle ' et '' sur ces approximations, on pose :

$$\overline{u_{t\ell}^{\prime 2} T_t''} = \kappa_t^2 \frac{\partial^2 T}{\partial y_\ell^2} f(\xi) g(\tau) - \overline{u_{t\ell}^{\prime 2}} T''$$

Le second terme est indépendant de τ et ne contribuera pas au rayonnement acoustique. Les fluctuations de température seront modélisées par la relation :

$$\overline{T_t' T_t''} = \overline{T_t^2} f(\xi) g(\tau)$$

où le champ de $\overline{T'_t T''_t}$ sera calculé à partir d'une résolution d'une troisième équation dans le modèle de turbulence. Il faut remarquer qu'on reprend ici des fonctions de corrélations analogues à celles utilisées pour les corrélations doubles de vitesse, en supposant que ce sont les effets inertiels qui gouvernent toujours, même dans le cas des jets chauds, la structuration de l'écoulement. Cette analogie semble légitime compte-tenu du lien supposé entre les fluctuations de température et la convection par le mouvement turbulent.

$$\begin{aligned} f(\xi) &= e^{\frac{-\pi \xi^2}{L_t^2}} \\ g(\tau) &= \frac{1}{\cosh(\beta \omega_t \tau)} \end{aligned}$$

On pourra cependant envisager d'utiliser une échelle de corrélation spatiale L_t et une pulsation ω_t différente de celles qui régissent le champ de vitesse. En effet, les quantités scalaires ont souvent des échelles de corrélations plus grandes et des temps de corrélation plus élevés que les quantités vectorielles comme la vitesse.

On définit par $R_a^T(\mathbf{x}, \tau)$, la contribution des fluctuations de température au rayonnement acoustique. Cette contribution regroupe les effets des différentiels de température entre le jet et le milieu ambiant ainsi que l'interaction de ces effets avec ceux dûs aux gradients de vitesse. En tenant compte de la relation (1.18), l'expression de cette contribution sera de la forme :

$$R_a^T(\mathbf{x}, \tau) = \frac{A}{x^2} \iint_V \frac{\rho^2}{C^5} R_{ST}(\mathbf{y}) f(\boldsymbol{\xi}) \left. \frac{\partial^4 g(t)}{\partial t^4} \right|_{t=\tau/C} d\boldsymbol{\xi} d\mathbf{y}$$

avec :

$$\begin{aligned} R_{ST} &= \frac{a^2}{T} \cos^4 \theta \left(-4U_1 \kappa_t \frac{\partial T}{\partial y_1} + 2\kappa_t^2 \frac{\partial^2 T}{\partial y_1^2} + \frac{a^2}{T} \overline{T_t^2} \right) \\ &+ 2\frac{a^2}{T} \cos^2 \theta \sin^2 \theta (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi) \left[-2U_1 \kappa_t \frac{\partial T}{\partial y_1} + \kappa_t^2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y_2^2} \right) + \frac{a^2}{T} \overline{T_t^2} \right] \\ &+ \frac{a^2}{T} \sin^4 \theta (\cos^4 \phi + 2\sin^2 \phi \cos^2 \phi + \sin^4 \phi) \left[2(\kappa_t^2 \frac{\partial^2 T}{\partial y_2^2}) + \frac{a^2}{T} \overline{T_t^2} \right] \\ &= \frac{a^2}{T} \left[-4U_1 \kappa_t \frac{\partial T}{\partial y_1} + 2\kappa_t^2 \frac{\partial^2 T}{\partial y_1^2} \right] (\cos^4 \theta + \cos^2 \theta \sin^2 \theta) \\ &+ \frac{a^2}{T} \left[2\kappa_t^2 \frac{\partial^2 T}{\partial y_2^2} \right] (\sin^4 \theta + \cos^2 \theta \sin^2 \theta) + \frac{a^4}{T^2} \overline{T_t^2} \end{aligned}$$

Par intégration, les corrélations de type $\overline{u_{it}^2 T}$ disparaissent. Dimensionnellement, le terme faisant intervenir la dérivée seconde de la température dans la direction \mathbf{e}_1 est négligeable devant les termes restants. Soit $\alpha \ll 1$, un paramètre dimensionnant le champ fluctuant par rapport au champ moyen, dont les échelles caractéristiques de vitesse et de longueur sont définies par U et L . La diffusivité turbulente κ_t est homogène à la viscosité turbulente. Cette quantité a donc la dimension d'un produit d'échelles caractéristiques de vitesse et de longueur turbulente.

$$\kappa_t \sim \alpha^2 UL$$

Pour un écoulement de jet dont la direction principale est \mathbf{e}_1 , les dérivées selon y_2 sont d'un ordre de grandeur supérieur à celles dans la direction \mathbf{e}_1 . On suppose de plus qu'on s'intéresse aux fluctuations de température si celles-ci sont aussi de l'ordre de α par rapport à la valeur moyenne. Ainsi :

$$\begin{aligned}\frac{a^2}{T}U_1\kappa_t\frac{\partial T}{\partial y_1} &\sim \alpha^2 a^2 U^2 \\ \frac{a^2}{T}\kappa_t^2\frac{\partial^2 T}{\partial y_1^2} &\sim \alpha^4 a^2 U^2 \\ \frac{a^2}{T}\kappa_t^2\frac{\partial^2 T}{\partial y_2^2} &\sim \alpha^2 a^2 U^2 \\ \frac{a^4}{T^2}T_t^2 &\sim \alpha^2 a^4\end{aligned}$$

Ainsi, le dernier terme est prépondérant si l'écoulement du jet est de vitesse faible devant la vitesse du son, à condition que les fluctuations de température soient de l'ordre de grandeur des fluctuations de vitesse. Le second terme est toujours négligeable devant les autres. L'expression de R_{S_T} peut finalement se réduire à :

$$R_{S_T} = \frac{a^2}{T} \left[-4U_1\kappa_t\frac{\partial T}{\partial y_1} \right] \cos^2\theta + \frac{a^2}{T} \left[2\kappa_t^2\frac{\partial^2 T}{\partial y_2^2} \right] \sin^2\theta + \frac{a^4}{T^2}T_t^2$$

On obtient ainsi trois termes. Le premier est proportionnel à la vitesse et au gradient de température dans la direction \mathbf{e}_1 . Le deuxième est proportionnel à la dérivée seconde du gradient de température dans la direction \mathbf{e}_2 . Le troisième varie comme la moyenne du carré des fluctuations de température.

L'intensité acoustique I_a^T et la densité spectrale de puissance acoustique S_a^T produite par les sources liées aux différentiels de température sont finalement modélisées par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}I_a^T(\mathbf{x}) &= \frac{A}{x^2} \int_V \frac{\rho^2}{C^5} R_{S_T}(\mathbf{y}) L_t^3 5\beta^4 \omega_t^4 d\mathbf{y} \\ S_a^T(\mathbf{x}, \omega) &= \frac{A}{x^2} \int_V \rho^2 R_{S_T}(\mathbf{y}) L_t^3 \frac{C^2 \omega^4}{2\beta\omega_t \cosh[(\pi\omega)/(2\beta\omega_t)]} d\mathbf{y}\end{aligned}$$

3.5 Modèle de turbulence à 3 équations

L'objectif est d'estimer les fluctuations de température. A cet effet, il est intéressant d'utiliser une équation de bilan pour cette quantité. On peut d'ailleurs écrire cette équation pour le carré des fluctuations $\overline{T_t^2}$ ou encore définir une variable réduite $\Theta = (T - T_o)/(T_{jet} - T_o)$ puis écrire une équation de bilan pour $\overline{\Theta'^2}$.

En pratique, la plupart des codes de modélisation qui traitent d'écoulements dans lesquels la température varie considèrent plutôt des variables pondérées par la masse, en utilisant la moyenne de Favre. Ces variables sont commodes car les équations de bilan écrites en moyenne de masse apparaissent formellement identiques à celles que l'on écrit pour des moyennes de Reynolds dans des écoulements à masse volumique constante. C'est la cas du code *Aether* utilisé ici pour la modélisation des jets. On va donc faire ce choix, c'est-à-dire que l'on va calculer le carré des fluctuations de température par rapport à une température moyenne pondérée par la masse. Au niveau conventionnel, on utilise un tilde pour désigner une moyenne de masse et deux primes pour la fluctuation par rapport à cette quantité. Ainsi, on écrit $\mathcal{T} = \tilde{T} + T''$ ou encore $\Theta = \tilde{\Theta} + \Theta''$. Ici la notation '' n'est donc plus une représentation spatiale et temporelle comme précédemment mais une fluctuation par rapport à la masse. L'équation pour les fluctuations de température en utilisant la variable réduite Θ'' s'écrit en général :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \overline{\rho \widetilde{\Theta''^2}} + \frac{\partial}{\partial y_i} \left(\overline{\rho \tilde{u}_i \widetilde{\Theta''^2}} \right) &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial y_i} \left(\overline{\rho \lambda \frac{\partial \Theta''^2}{\partial y_i}} \right)}_{\text{diffusion moléculaire}} + \underbrace{2\Theta'' \frac{\partial}{\partial y_i} \left(\overline{\rho \lambda \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial y_i}} \right)}_{\text{production}} \\ &\quad - \underbrace{\frac{\partial}{\partial y_i} \left(\overline{\rho u_i'' \Theta''^2} \right)}_{\text{transport turbulent}} - \underbrace{2\rho u_i'' \Theta'' \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial y_i}}_{\text{production}} - \underbrace{2\rho \lambda \frac{\partial \Theta''}{\partial y_i} \frac{\partial \Theta''}{\partial y_i}}_{\text{dissipation}} \end{aligned}$$

L'équation doit être fermée de manière à ce que le terme Θ'' n'intervienne que sous la forme $\widetilde{\Theta''^2}$. Avant d'envisager une résolution de l'équation, il faut donc introduire les fermetures suivantes :

- $\overline{\rho u_i'' \Theta''^2} = -\frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \widetilde{\Theta''^2}}{\partial y_i}$ pour le terme de diffusion turbulente.
- $\overline{\rho u_i'' \Theta''} = -\frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial y_i}$ pour le terme de production.
- $2\rho \lambda \frac{\partial \Theta''}{\partial y_i} \frac{\partial \Theta''}{\partial y_i} = \overline{\rho} C_D \frac{\varepsilon}{k} \widetilde{\Theta''^2}$ pour le terme de dissipation.

Pour le terme de diffusion, on notera que Daly et Harlow⁷ proposent une autre fermeture dont la forme est la suivante :

$$\overline{\rho u_i'' \Theta''^2} = \overline{\rho} c_T \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_{ti} u_{tj}} \frac{\partial \widetilde{\Theta''^2}}{\partial y_j}$$

où c_T est une constante calée par expérience. Mais on se contentera pour cette étude de la fermeture donnée ci-dessus et analogue à celle utilisée pour l'équation sur k . Pour le terme de production, on a repris l'expression (3.6) appliquée à la moyenne de Favre. Enfin, le terme de dissipation est modélisé en considérant que les échelles de temps de dissipation d'une structure dynamique et d'une structure thermique sont étroitement liées. Le facteur C_D est un coefficient de dissipation des fluctuations de température. La valeur la plus couramment admise est $C_D = 2$. Des modèles plus fins ont été développés pour exprimer C_D ou pour résoudre une équation pour $\overline{\rho\lambda(\partial\Theta''/\partial y_i)^2}$, dont les références sont données notamment dans les ouvrages de Viollet⁷ et Schiestel.⁹

Finalement, on ne résout pas une équation pour le carré des fluctuations de la variable réduite Θ mais pour les fluctuations quadratiques moyennes de température $\sigma = \widetilde{T}_t^2$. Les principes de fermeture et de modélisation sont tout à fait semblables et l'équation à résoudre s'écrit finalement sous la forme :

$$\frac{\partial \overline{\rho}\sigma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y_i}(\overline{\rho}\sigma \widetilde{u}_i) = \frac{\partial}{\partial y_i} \left(\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \sigma}{\partial y_i} \right) + S_\sigma \quad (3.7)$$

Le terme source S_σ est défini par :

$$S_\sigma = 2\overline{\rho}\kappa_t \left(\frac{\partial \widetilde{\mathcal{T}}}{\partial y_i} \right)^2 - 2\overline{\rho} \frac{\varepsilon}{k} \sigma$$

L'équation (3.7) s'écrit bien sur le même modèle que l'équation régissant les fluctuations de vitesse. Ainsi la production des fluctuations de température est liée à l'existence d'un gradient de température moyenne. La diffusion κ_t joue le même rôle que la viscosité μ_t dans la dissipation de l'énergie turbulente.

On résout cette équation sur le principe déjà utilisé pour les équations de bilan de k et ε et décrit dans l'annexe B. Sa modélisation est intégrée dans le code **Aether** en la combinant au modèle $k - \varepsilon$ standard. On a pris le parti de ne pas corrélérer cette nouvelle équation aux deux autres équations de transport. Les calculs de jets chauds sont dans un premier temps convergés avec le modèle $k - \varepsilon$ standard. Ils sont repris ensuite en intégrant la résolution de la troisième équation. On greffe auparavant à la solution préliminaire obtenue (sans le calcul de σ) un champ initial pour la variance des fluctuations de température. Ce champ est établi en considérant une légère fluctuation de la température autour de sa valeur moyenne locale. Ainsi, σ est initialisé dans nos calculs avec une valeur de l'ordre de $\sigma = (0,001\widetilde{T})^2$.

3.6 Remarque sur la modélisation des variations de température

On s'intéresse à l'étude de jets chauffés pour caractériser à terme des conditions typiques de moteur d'avion. On envisage ainsi l'intervalle de vitesse $0,5 < V_{jet}/a_o < 2$ et l'intervalle de température $1 < T_{jet}/T_o < 3$. Dans les conditions qui nous intéressent, les forces d'inertie sont toujours beaucoup plus importantes que les forces de flottabilité. On est donc assuré de modéliser des jets dont les caractéristiques ne seront pas celles d'un panache. Des résolutions de l'écoulement de type statistique comme celles décrites dans le deuxième chapitre permettent ainsi une description convenable du champ moyen.

Pour obtenir des informations sur la variance des fluctuations de température, on résout une équation de bilan supplémentaire, de forme analogue à celles résolues pour déterminer l'énergie cinétique turbulente et son taux de dissipation. On a fait le choix d'utiliser une équation écrite pour les fluctuations pondérées par la masse. Ce choix est cohérent avec ceux déjà faits dans l'écriture du code de modélisation **Aether** (et d'ailleurs dans l'écriture de la plupart des codes de ce type). Dans le code **Aether**, le système d'équations à résoudre est en effet écrit pour les variables conservatives. On n'obtient pas directement le champ moyen de chaque quantité physique mais la moyenne de son produit avec la valeur locale de la masse volumique.

Cette approche, fondée sur l'utilisation de la moyenne de Favre, a été évoquée dans la section précédente. Elle permet de modéliser des écoulements à masse volumique variable sans ajouter de termes supplémentaires dans les équations du champ moyen par rapport à une modélisation qui serait fondée sur l'utilisation d'une moyenne centrée (ou moyenne de Reynolds). Elle ne permet pas cependant d'avoir accès aux fluctuations de masse volumique.

Dans le développement de la section précédente, on a cherché à représenter les fluctuations d'entropie et on a relié cette quantité aux fluctuations de température. Il est possible que les fluctuations de masse volumique contribuent aussi à ces fluctuations d'entropie mais il est généralement considéré qu'elles interviennent dans une moindre mesure. La modélisation elle-même implique une constante de proportionnalité qui peut être utilisée pour globaliser les effets simultanés des deux types de fluctuations (température et masse volumique). Dans l'état actuel, il paraît difficile de quantifier séparément ces deux types de fluctuation.

Conclusion

En partant de la solution intégrale de l'équation de Lighthill, on a développé un modèle prenant en compte les effets de température. De nouveaux termes sources apparaissent alors dans l'expression de la fonction d'autocorrélation acoustique. Les corrélations turbulentes de vitesse et de température sont modélisées par une fermeture au premier ordre et peuvent être estimées à partir d'un calcul statistique standard. La variance des fluctuations de température est calculée par la résolution d'une troisième équation pour la turbulence. Pour cette estimation, les développements s'appuient sur les méthodes utilisées dans le domaine

de la combustion pour représenter l'intensité des fluctuations d'un scalaire passif. Mais sa validation restera qualitative quant à la comparaison des résultats obtenus avec les mesures expérimentales car ces dernières concernent généralement des jets de faible vitesse.[?] De plus, ce type de modélisation traite des fluctuations de température en utilisant la moyenne de Favre, i.e. sans explicitement faire appel aux fluctuations de masse volumique.

Les données expérimentales décrites au début du chapitre ont permis d'établir certaines hypothèses que nous tenterons de confirmer dans le cinquième chapitre, où seront présentés les résultats aérodynamiques et acoustiques obtenus numériquement.

Chapitre 4

Estimation numérique du bruit de jets coaxiaux

La validation des modèles statistiques développés précédemment est réalisée ici dans deux cas particuliers. Le premier cas s'appuie sur une étude expérimentale de la minimisation du bruit de jets coaxiaux froids subsoniques. Les caractéristiques du jet primaire (central) sont fixées. Différentes vitesses et sections d'éjection du jet secondaire sont testées. Les calculs permettent de retrouver, selon le diamètre de la tuyère correspondant au jet secondaire, la vitesse qui minimise le bruit rayonné dans cette configuration.

Le second cas de validation concerne l'étude de l'élimination des ondes de Mach générées par un jet supersonique. Il s'agit d'évaluer ici les possibilités offertes par une adaptation des conditions d'éjection permettant la suppression des ondes de Mach rayonnées par le jet primaire. La proposition faite dans les travaux de Papamoschou est ici examinée au moyen de la modélisation statistique des sources de bruit. Le modèle hybride développé calcule à la fois le bruit de mélange et le bruit des ondes de Mach. Selon la direction d'observation et la valeur locale dans le volume source du nombre de Mach de convection, la contribution au rayonnement acoustique est déterminée soit par un modèle déduit de l'analyse de Goldstein et Howes (GHM : "Goldstein and Howes Model"), soit par un modèle fondé sur les travaux de Ffowcs-Williams et Maidanik (FWMM : "Ffowcs-Williams and Maidanik Model"). Cette approche, toujours couplée à un calcul préalable de l'écoulement, permet de voir si un jet secondaire, selon ces caractéristiques de température et de vitesse, peut éliminer les ondes de Mach.

Introduction

Les avions de transport civil sont équipés pour la plupart de moteurs double-flux. L'étude de la réduction de leur bruit ne peut donc se faire sans une bonne compréhension du rayonnement acoustique des jets coaxiaux. Plusieurs expériences réalisées au cours des vingt dernières années ont poursuivi cet objectif. Les travaux ont notamment porté sur l'étude de jets coaxiaux subsoniques froids[?] et de jets coaxiaux où le jet interne est supersonique et le jet externe est subsonique.^{?,?} Il s'agissait notamment de déterminer pour un jet primaire (interne) donné, les caractéristiques du jet secondaire (externe) qui minimisent le rayonnement acoustique.

Dans le cas d'un jet primaire subsonique, l'analyse portait sur une comparaison entre une configuration à zone de cisaillement unique et une configuration caractérisée par deux zones distinctes possédant des gradients moyens de vitesse plus faibles, afin de diminuer le bruit de mélange. Dans le cas des jets supersoniques, il est intéressant de définir les conditions de vitesse et de température de l'écoulement coaxial qui permettent d'éliminer les ondes de Mach. On sait en effet que ces ondes sont produites par la convection supersonique de structures turbulentes et que ce mécanisme constitue une source de bruit intense. Il a été montré expérimentalement qu'il était effectivement possible de réduire ce type de rayonnement^{?,?} en ajustant les paramètres générateurs de l'écoulement secondaire.

On souhaite retrouver numériquement ces résultats à l'aide des modèles statistiques semi-analytiques définis au premier chapitre et validés antérieurement^{?,?,?,?} pour le calcul du bruit de mélange ou pour le bruit d'ondes de Mach d'un jet libre parfaitement détendu. Le code développé chez Dassault Aviation donne des résultats semblables pour ces cas de référence que nous ne détaillerons pas à nouveau dans ce chapitre.

On étudiera par contre la possibilité d'étendre les méthodes statistiques à la prédiction du rayonnement acoustique de jets coaxiaux subsoniques puis de jets coaxiaux supersonique-subsonique. Dans ces configurations, il faut savoir évaluer en chaque point la vitesse de déplacement des sources acoustiques, c'est-à-dire la vitesse de convection, car ce paramètre intervient dans l'estimation du bruit. Il détermine aussi dans le cas supersonique-subsonique le type de modèle acoustique à appliquer. Il s'agit en effet de choisir localement entre une modélisation du bruit de mélange ou une modélisation du rayonnement d'ondes de Mach et ce choix va dépendre de la vitesse de convection des structures turbulentes. On doit aussi pouvoir identifier dans l'écoulement en partant du calcul du champ moyen, la région dans laquelle les deux couches de cisaillement sont distinctes (entre le jet primaire et secondaire et entre le jet secondaire et le milieu ambiant), de la région où les deux jets sont mélangés et n'en forment plus qu'un.

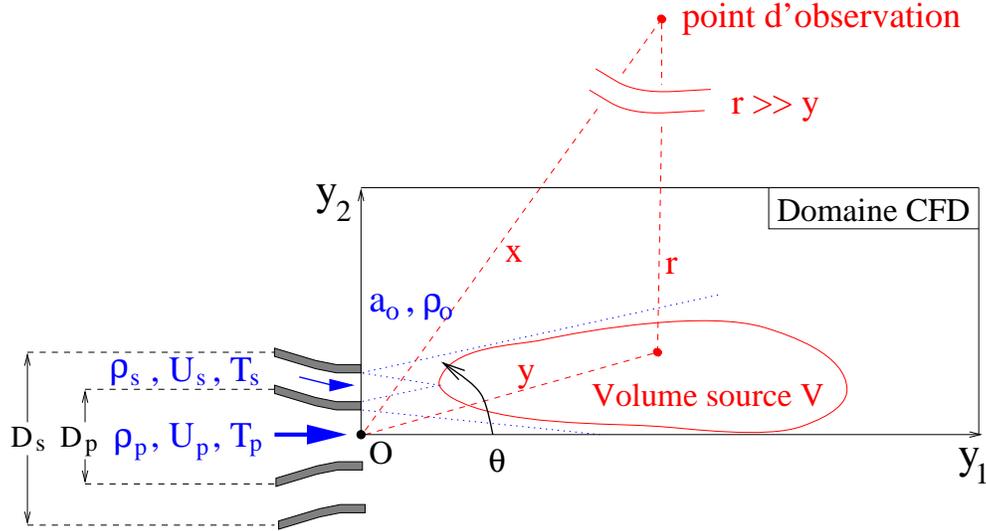


FIG. 4.1 – Résolution numérique d'un système de jets coaxiaux axisymétriques.

4.1 Jets coaxiaux subsoniques

4.1.1 Résultats aérodynamiques

L'expérience de référence sur les jets coaxiaux subsoniques est celle réalisée par Juvé *et al.*² Un jet primaire de vitesse U_p est entouré par un jet secondaire. Le but est de déterminer la vitesse du jet secondaire U_s qui minimise le rayonnement acoustique, la vitesse U_p du jet primaire et les diamètres D_p et D_s des deux jets étant fixés. Les caractéristiques principales de l'étude sont les suivantes :

- $D_p = 30 \text{ mm}$, $U_p = 130 \text{ m.s}^{-1}$
- $D_s = 50 \text{ mm}$ ou 100 mm . Le paramètre β est le rapport de la somme des sections d'éjection des jets primaire et secondaire pour les configurations coaxiales sur la section d'éjection de la tuyère centrale. β est donc déterminé par la relation $\beta = [D_p^2 + (D_s^2 - (D_p + e)^2)]/D_p^2$. e représente l'épaisseur de la lèvre de la tuyère centrale qui sépare les deux jets. Selon que le diamètre du jet secondaire est $D_s = 50 \text{ mm}$ ou 100 mm , β vaut respectivement 1,35 et 9,7.
- $\lambda = U_s/U_p$. L'influence de λ sur le rayonnement acoustique est étudiée pour des valeurs comprises entre 0 et 1.
- Tous les cas étudiés ne correspondent pas à des configurations de poussée équivalente. Cette quantité varie comme $D_p^2 U_p^2 [1 + (\beta - 1)\lambda^2]$.

On reproduit numériquement l'ensemble des essais en utilisant la démarche décrite au premier chapitre. La figure 4.1 schématise cette étude avec les principales notations. Les calculs ont été faits très tôt dans le déroulement de la thèse. Par conséquent, l'écoulement n'est résolu qu'à partir du plan de sortie des tuyères, en utilisant le modèle de turbulence $k - \varepsilon$ standard. L'épaisseur de la lèvre entre les jets primaire et secondaire n'est pas pris en compte. Les calculs sont donc initialisés par des profils de type tangente hyperbolique

(voir tableau 2.1).

Cette représentation des conditions d'éjection semble satisfaisante du point de vue aérodynamique. La référence⁷ fournit les profils de vitesses moyenne et fluctuante longitudinale mesurés pour le cas où D_s vaut 100 mm. Ces mesures ont été faites à proximité de la sortie de tuyère, en $y_1/D_p = 2$. Les résultats de calcul, présentés figure 4.2, sont proches des mesures. Les profils de vitesse de type tangente hyperbolique, utilisés pour le plan d'entrée du calcul, permettent une bonne corrélation avec les profils établis expérimentalement. Les fluctuations de vitesse estimées à partir du calcul de l'énergie cinétique turbulente sont aussi très proches des mesures.

Les cartes d'énergie cinétique turbulente représentées sur les figures 4.3 et 4.4 permettent d'illustrer l'organisation de l'écoulement, avec ou sans la présence d'un jet secondaire. Dans le cas où D_s vaut 50 mm, ce profil conserve la forme de celui du jet simple. On remarque cependant que l'intensité turbulente est plus faible au niveau de la sortie des tuyères et que la zone de turbulence la plus intense est déplacée vers l'aval quand la vitesse du jet secondaire est augmentée. Elle reste localisée autour de l'extrémité du cône potentiel du jet primaire qui s'allonge avec l'augmentation de U_s . Les parties de couleur blanche du champ caractérisent les zones où les fluctuations sont les plus faibles. Elles correspondent approximativement aux cônes potentiels et au milieu ambiant au repos. La présence de deux cônes par écoulement permet de distinguer le mélange entre le jet primaire et le jet secondaire du mélange entre le jet secondaire et l'extérieur.

Dans le cas où D_s vaut 100 mm, le champ d'énergie cinétique turbulente change sensiblement de forme. Le niveau d'énergie cinétique turbulente baisse nettement mais s'étend sur un volume beaucoup plus important. Malgré le lien étroit entre la production d'énergie cinétique turbulente et les sources acoustiques, il est donc bien difficile de savoir à partir de ces résultats aérodynamiques, s'il y a une réduction ou non du niveau de bruit.

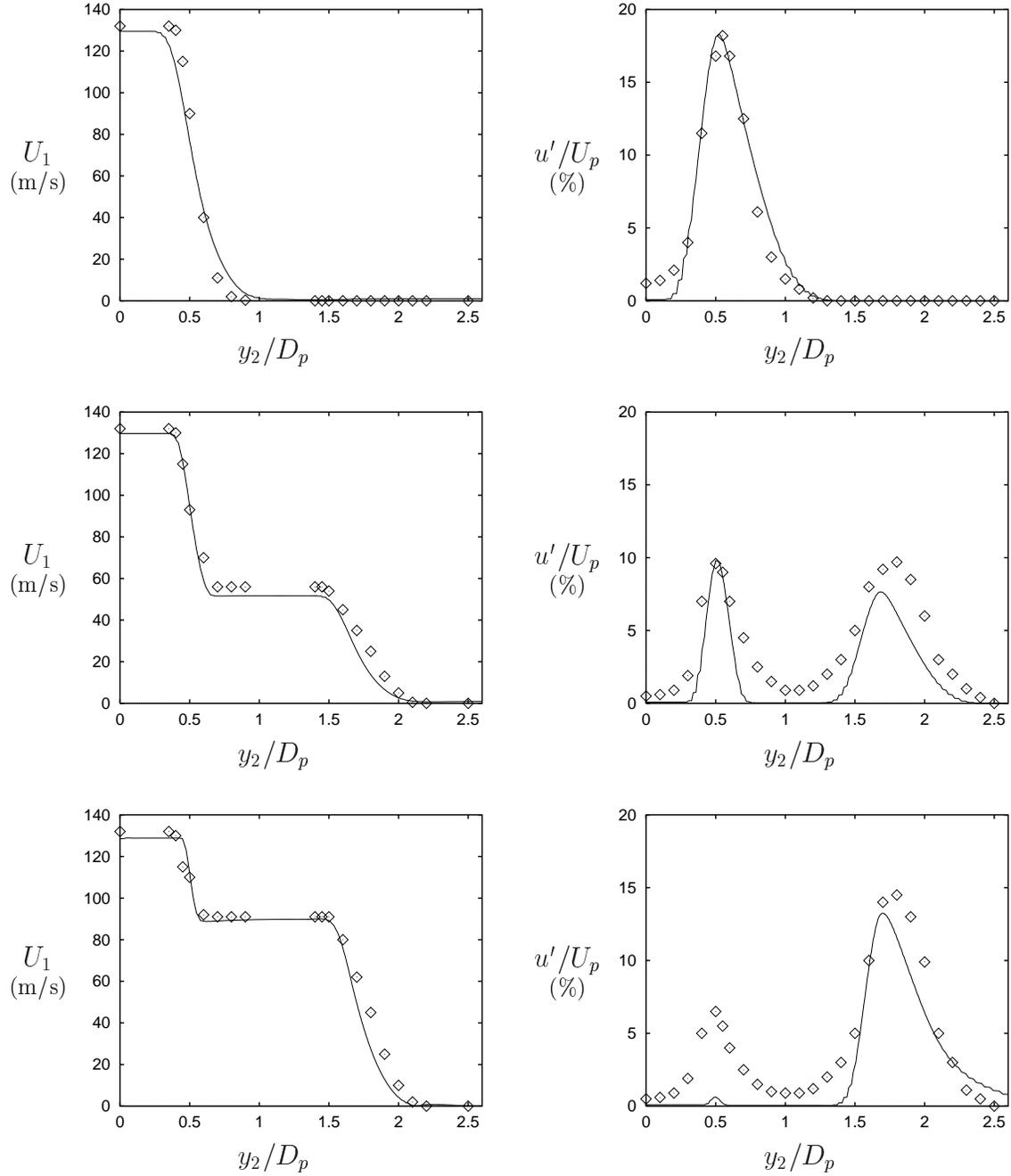


FIG. 4.2 – Profils de la vitesse moyenne axiale et du taux de turbulence $u' = \sqrt{2k/3}$ en $y_1/D_p = 2$ pour $\lambda = 0, 0,4$ et $0,7$ (de haut en bas), obtenus par Aether (—) avec le modèle $k - \varepsilon$ standard et comparés avec les mesures expérimentales de Juvé *et al.*[?] (\diamond). Le diamètre du jet secondaire D_s est de 100 mm.

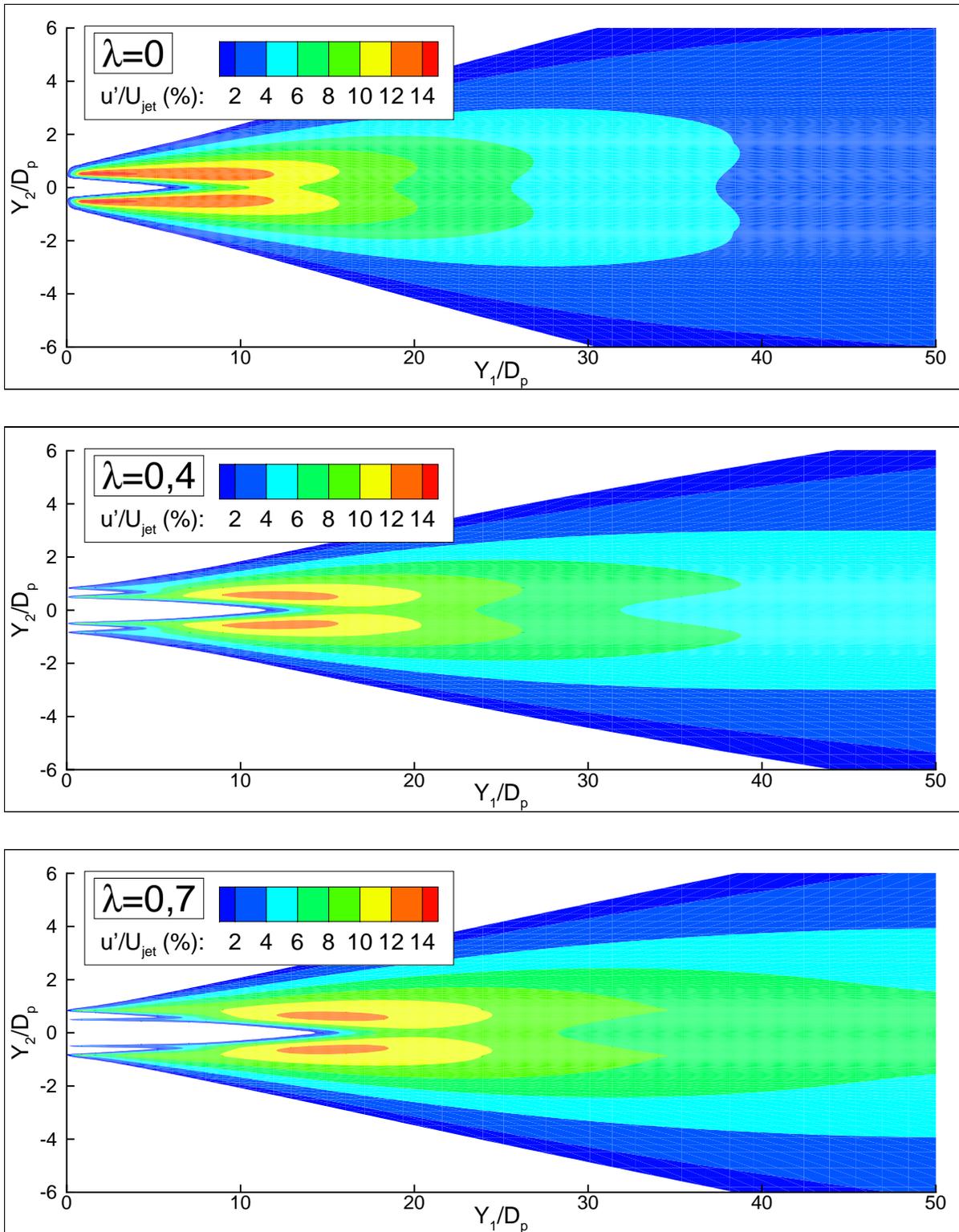


FIG. 4.3 – Distribution de l'énergie cinétique turbulente déterminée par le modèle $k - \varepsilon$ en fonction du rapport $\lambda = U_s/U_p$ et avec pour diamètre du jet secondaire, $D_s = 50$ mm.

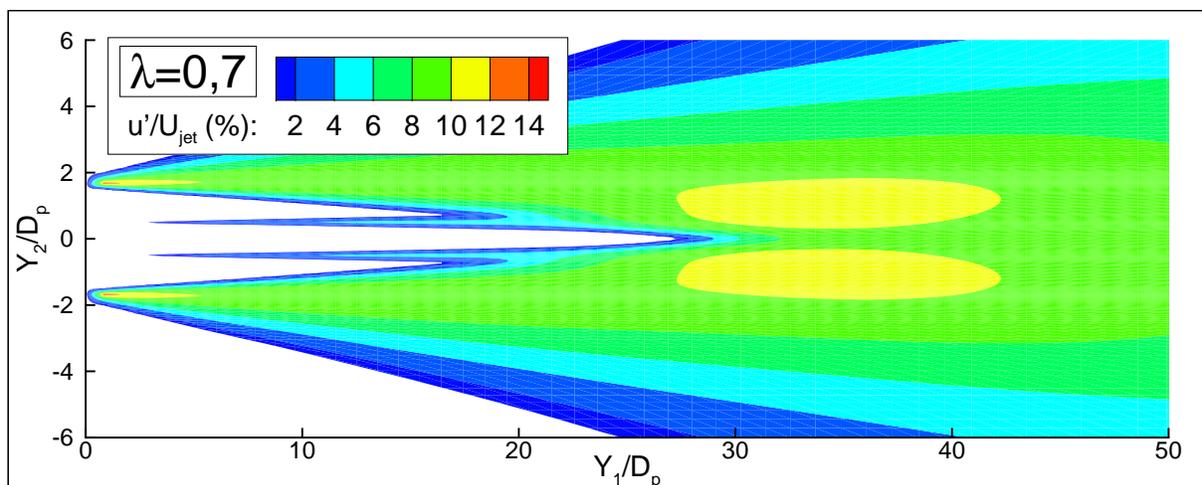
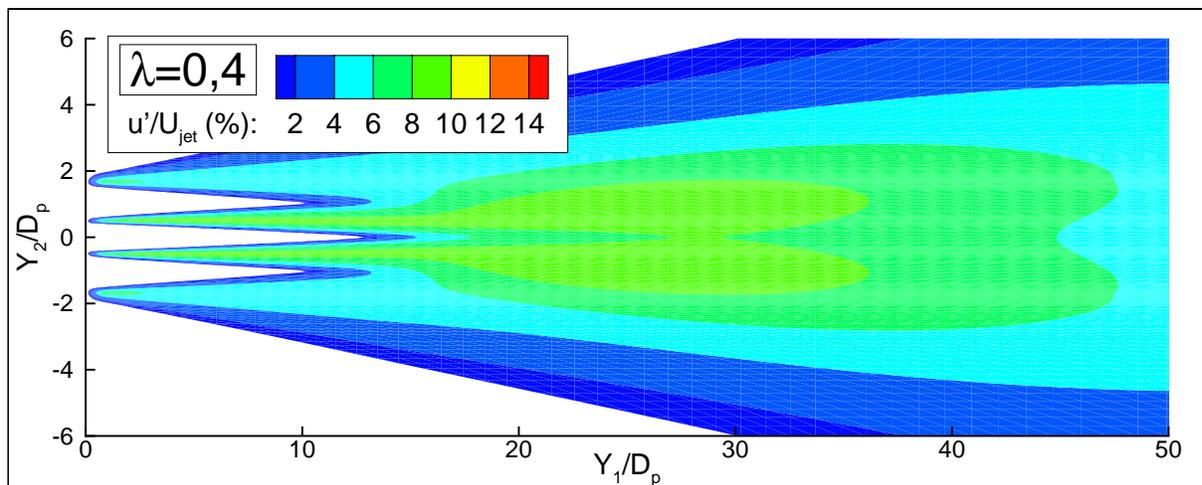
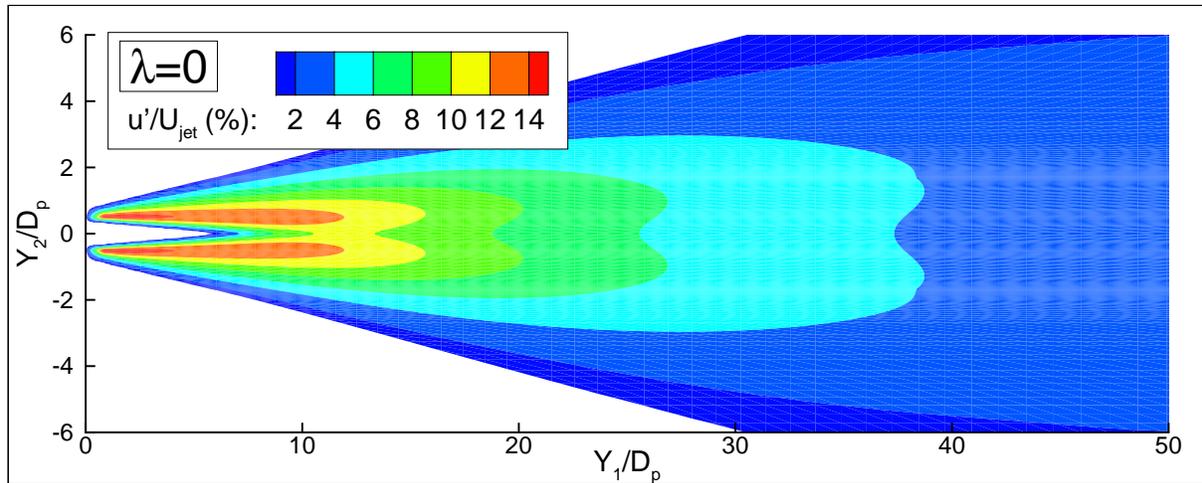


FIG. 4.4 – Distribution de l'énergie cinétique turbulente déterminée par le modèle $k - \varepsilon$ en fonction du rapport $\lambda = U_s/U_p$ et avec pour diamètre du jet secondaire, $D_s = 100$ mm.

4.1.2 Résultats acoustiques

L'analyse acoustique peut être réalisée à partir des calculs aérodynamiques effectués pour les configurations qui viennent d'être illustrées. Comme cela a été fait dans l'article auquel on se réfère, on va réaliser un bilan des variations de niveau sonore observées lorsqu'on modifie le rapport des vitesses λ pour un rapport des sections d'éjection β fixé. Les résultats obtenus sont satisfaisants qualitativement et quantitativement, comme on peut le constater sur les figures 4.5 et 4.6. Les calculs permettent de déterminer le rapport $\lambda = U_s/U_p$ qui minimise le rayonnement acoustique. Les effets de réfraction ne sont pas pris en compte mais cela n'a pas d'influence étant donné l'angle d'observation $\theta = 90^\circ$.

Le code a été modifié par rapport au traitement de jets libres. Jusqu'à présent, le nombre de Mach de convection était pris constant par section normale à l'écoulement, avec l'utilisation de la relation de Davies *et al.*⁷ :

$$M_c = 0.67 \times U^{axe} / a_o \quad (4.1)$$

Dans les configurations étudiées ici, il faut pouvoir distinguer deux zones où les structures turbulentes sont convectées à des vitesses différentes.

Par la lecture automatique de coupes radiales dans la solution moyenne, la présence ou non de plusieurs plateaux de vitesse (constante) est détectée. On peut observer ces plateaux sur les profils de gauche de la figure 4.2. Le calcul de la position moyenne de ces plateaux permet de déterminer selon quels axes on doit calculer les nombres de Mach de convection. Ainsi, les structures turbulentes sont convectées au nombre de Mach M_{cp} ou M_{cs} selon leur appartenance, connue par leur coordonnée radiale y_2 , à la zone de mélange entre les jets primaire et secondaire ou entre le jet secondaire et le milieu extérieur, avec :

$$\begin{aligned} M_{cp} &= 0.67 \times U^{axe} / a_o \\ M_{cs} &= 0.67 \times U_s^{axe} / a_o \end{aligned}$$

où $U_s^{axe} = U_s^{axe}(y_1) = \mathbf{U}_s(y_1, y_2^*) \cdot \mathbf{e}_1$ avec $y_2^* = D_p/2 + (D_s - D_p)/4$, soit la vitesse le long de l'axe à égale distance des lèvres des deux tuyères.

Le modèle considère que les deux jets sont mélangés lorsqu'il ne détecte plus qu'un seul point d'inflexion dans le profil radial de la vitesse axiale, ce qui correspond à une section située au voisinage de l'extrémité du cône potentiel du jet secondaire (zone faiblement turbulente issue de la tuyère coaxiale visible sur les figures 4.3 et 4.4 et qui se distingue par sa couleur blanche). Pour $\beta = 1, 35$, les deux jets sont mélangés au sens défini ci-dessus à partir de l'abscisse $y_1 = 5D_p$ et $y_1 = 6D_p$ respectivement pour les cas $\lambda = 0, 4$ et $\lambda = 0, 7$. Pour $\beta = 9, 7$, on obtient respectivement $y_1 = 9D_p$ et $y_1 = 17D_p$. On estime qu'en aval de ces sections il n'y a plus qu'une seule couche de mélange dans l'écoulement et on n'utilise plus que l'équation (4.1) pour le calcul du nombre de Mach de convection.

La marge d'erreur sur les résultats en comparaison des mesures expérimentales s'accroît avec la vitesse du jet secondaire dans le cas du rapport des sections d'éjection le plus faible, soit $\beta = 1, 35$. Ceci peut s'expliquer par la non prise en compte de l'épaisseur de la lèvre de la tuyère centrale. Compte tenu des diamètres du jet secondaire, ($D_s = 50 \mid 100$ mm)

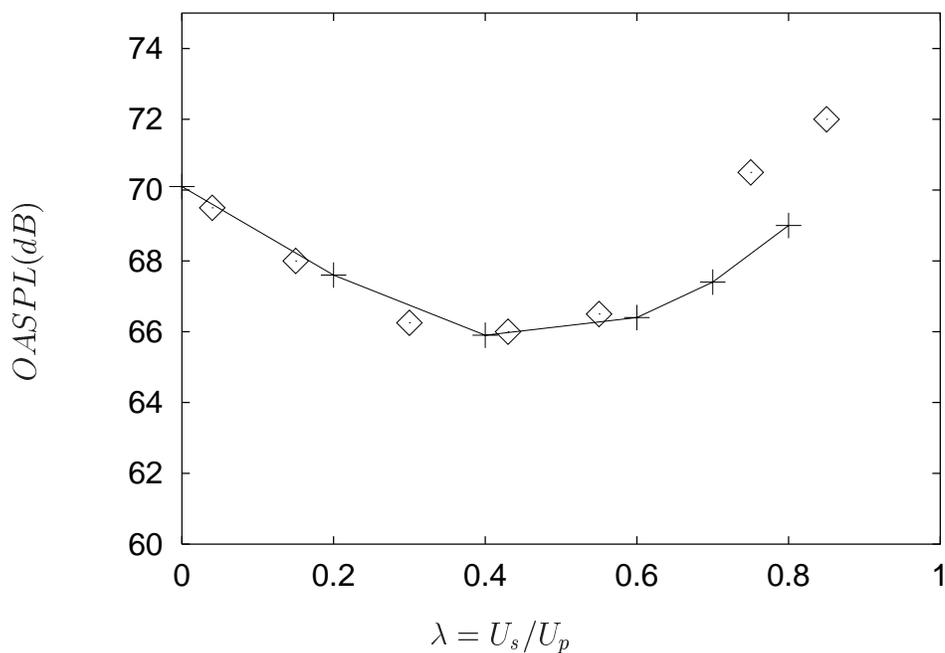


FIG. 4.5 – Comparaison entre l'expérience (\diamond) et la modélisation ($+$). $D_s = 50$ mm, les valeurs sont prises dans la direction $\theta = 90^\circ$, à une distance $x = 2,5$ m de la sortie de la tuyère centrale.

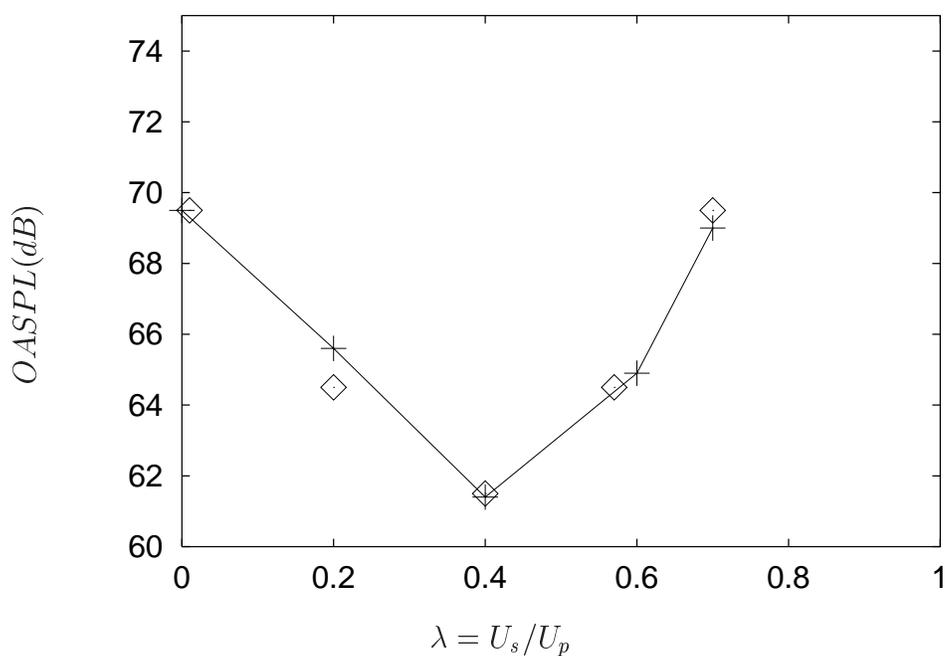


FIG. 4.6 – Comparaison entre l'expérience (\diamond) et la modélisation ($+$). $D_s = 100$ mm, les valeurs sont prises dans la direction $\theta = 90^\circ$, à une distance $x = 2,5$ m de la sortie de la tuyère centrale.

et des rapports de section d'éjection associés ($\beta = 1,35 \mid 9,7$), l'épaisseur de cette lèvre est de 3 mm. Si l'erreur commise par son omission n'est que de 4% sur la valeur de β si D_s vaut 100 mm ($\beta = 10,1$ au lieu de 9,7), elle est de 31 % si D_s vaut 50 mm ($\beta = 1,77$ au lieu de 1,35). Or le niveau sonore d'un jet libre varie comme le carré de son diamètre.[?] Cet erreur sur les prévisions va s'amplifier avec l'augmentation de la vitesse qui intervient dimensionnellement à une puissance comprise entre 7 et 8 sur l'intensité acoustique.

Une dernière comparaison peut être réalisée en considérant la modification en fréquence et en amplitude du spectre acoustique mesuré, selon les rapports de vitesse λ et de section β . Le spectre du jet simple présente une forme classique à large bande avec un maximum en amplitude pour un nombre de Strouhal St compris entre 0,2 et 0,3. Pour $D_s = 50$ mm et $\lambda = 0,5$, le spectre varie peu dans les basses fréquences (en deçà de $St=0,2$) et diminue dans les hautes fréquences de l'ordre de 3 à 4 dB. En augmentant la vitesse ($\lambda = 0,8$), c'est alors dans les basses fréquences que le spectre augmente en intensité (de 1 à 2 dB) alors qu'il reste semblable à celui d'un jet simple dans les hautes fréquences.

On retrouve ces tendances numériquement sur la figure 4.7 qui donne la distribution spatio-fréquentielle des sources acoustiques. Les fréquences et les distances sont adimensionnées par les caractéristiques du jet primaire. L'information supplémentaire obtenue par rapport aux données expérimentales est le déplacement des sources vers l'aval dans l'écoulement (cette localisation est cependant tout à fait envisageable dans un cadre expérimental^{?,?,?}). D'une forte concentration des sources entre 5 et 10 D_p dans le cas de référence, on passe entre 15 et 20 D_p pour $\lambda = 0,7$. On n'observe cependant pas la similitude avec le jet simple dans les hautes fréquences et ceci peut expliquer la différence de niveau observée sur l'intensité acoustique à la figure 4.5.

Pour $D_s = 100$ mm et $\lambda = 0,4$, on observe une forte réduction de l'intensité sonore (de l'ordre de 10 dB) excepté aux fréquences les plus basses ($St < 0,05$). Pour $\lambda = 0,7$, le spectre conserve cette nouvelle forme avec une augmentation du rayonnement pour toutes les fréquences (de l'ordre de 6 à 8 dB). Ceci constitue par rapport au jet simple, une forte augmentation dans l'intervalle de fréquences inférieures à $St=0,1$ puis une diminution au delà. On retrouve ces décalages en fréquence par les calculs, illustrés figure 4.7, avec une translation spatiale des sources acoustiques encore plus importante.

La démarche numérique utilisée semble donc judicieuse au vu de ces comparaisons. Dans une démarche d'optimisation industrielle, l'étape suivante consisterait à considérer des configurations de poussée équivalente. Le gain acoustique est d'ailleurs bien supérieur en comparant chaque résultat avec un jet simple de référence tel que $D_{ref}^2 U_{ref}^2 = D_p^2 U_p^2 [1 + (\beta - 1)\lambda^2]$ comme cela est fait de manière dimensionnelle dans l'article de Juvé *et al.*[?] On verra d'ailleurs dans le paragraphe suivant que ce type d'approche analytique permet la détermination de la meilleure configuration d'éjection. La méthode développée à partir de la résolution intégrale de l'équation de Lighthill ouvre cependant d'autres perspectives. Les comparaisons des configurations sont aussi quantitatives sans nécessité de recalage par rapport à un cas de référence. L'identification de la nature des sources acoustiques permet leur localisation spatiale et fréquentielle. Le calcul local par zone de mélange du nombre de Mach de convection n'est pas indispensable pour obtenir de bons résultats sur ce type

d'écoulement⁷ mais il sera important dans le cas des jets coaxiaux supersonique-subsonique où différents phénomènes générateurs de bruit entrent en jeu.

4.1.3 Estimation par analyse dimensionnelle

L'intensité acoustique d'un jet est proportionnel à la relation suivante, qui fait intervenir ses principales caractéristiques :

$$I(x) \sim \frac{D^2 \rho_j^2}{x^2 \rho_o} \frac{U_c^3 M_c^5}{[(1 - M_c \cos \theta)^2 + \alpha^2 M_c^2]^{5/2}} \quad (4.2)$$

Si les mesures sont réalisées en $\theta = 90^\circ$, on peut écrire :

$$I(x) \sim \frac{D^2 \rho_j^2}{x^2 \rho_o} \frac{U_c^3 M_c^5}{[1 + \alpha^2 M_c^2]^{5/2}} \quad (4.3)$$

En considérant des jets de faible vitesse, on a $\alpha^2 M_c^2 \ll 1$ et on évalue approximativement l'intensité acoustique par la relation :

$$I(x) \sim \frac{D^2 \rho_j^2 U_c^8}{x^2 \rho_o a_o^5} \quad (4.4)$$

On considère alors deux jets coaxiaux ρ_1, D_1, U_1 et ρ_2, D_2, U_2 . On évalue l'intensité acoustique rayonnée par l'ensemble des deux jets en supposant que les deux sources de rayonnement sont indépendantes. La position relative des deux jets n'est alors prise en compte que dans l'expression des vitesses de convection et :

$$I_1(x) \sim \frac{D_1^2 \rho_1^2 U_{c1}^8}{x^2 \rho_o a_o^5} \quad (4.5)$$

$$I_2(x) \sim \frac{D_2^2 \rho_2^2 U_{c2}^8}{x^2 \rho_o a_o^5} \quad (4.6)$$

avec $U_{c1} = \frac{U_1 - U_2}{2}$ et $U_{c2} = \frac{U_2}{2}$. On introduit les paramètres sans dimensions : $\lambda = U_2/U_1$, $\Phi = D_2/D_1$, $\Psi = \rho_2/\rho_1$. L'intensité acoustique totale $I = I_1 + I_2$ s'écrit finalement :

$$I(x) \sim \frac{\rho_1^2 D_1^2 U_1^2}{2^8 \rho_o a_o^5 x^2} [(1 - \lambda)^8 + \lambda^8 \Phi^2 \Psi^2] \quad (4.7)$$

Dans les cas étudiés, les paramètres du jet primaire sont fixés et on a $x = 2.5$, $\Psi = 1$ et $\Phi = 50/30$ ou $\Phi = 100/30$. On cherche donc à minimiser la fonction : $f(\lambda) = (1 - \lambda)^8 + \lambda^8 \Phi^2 \Psi^2$ avec $\Phi^2 \Psi^2 = 25/9$ ou $\Phi^2 \Psi^2 = 100/9$ fixé. On retrouve par cette méthode le meilleur rapport des vitesses des 2 jets :

- Pour $D_s = 50$ mm, $f(\lambda)$ est minimisée pour $\lambda = 0,47$.
- Pour $D_s = 100$ mm, $f(\lambda)$ est minimisée pour $\lambda = 0,41$.

Cette approche analytique permet donc, pour ce type de configuration très simple, d'obtenir une prévision qualitative de la réduction du bruit de jet par addition d'un jet coaxial.

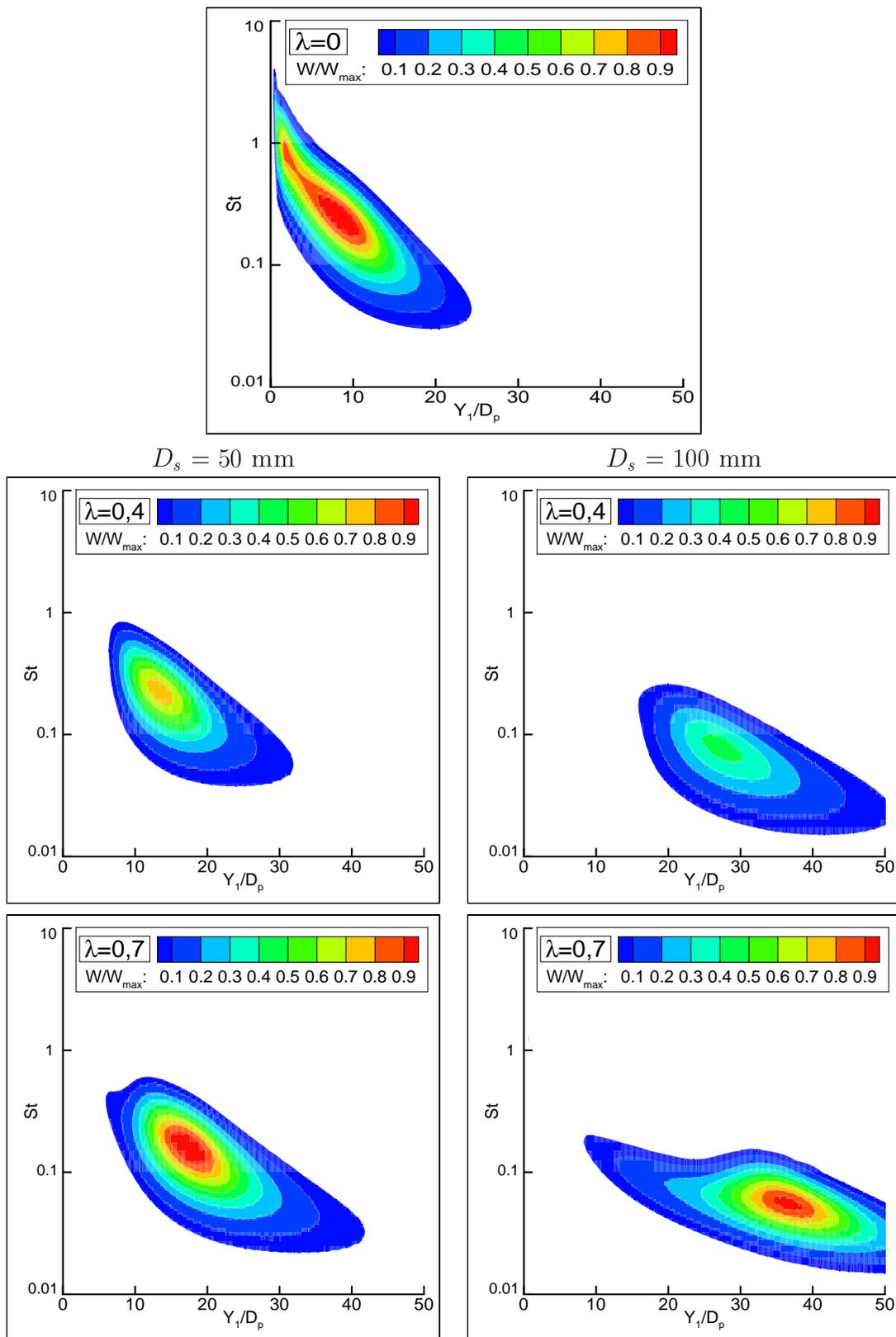


FIG. 4.7 – Distribution spatio-fréquentielle des sources produisant le rayonnement acoustique dans la direction $\theta = 90^\circ$ en fonction du rapport $\lambda = U_s/U_p$ et selon que le diamètre du jet secondaire vaut $D_s = 50$ mm (à gauche) ou $D_s = 100$ mm (à droite). $St = f D_p/U_p$.

4.2 Jets coaxiaux supersonique-subsonique

4.2.1 Résultats aérodynamiques

L'étude qui va suivre s'appuie sur les expériences de Papamoschou *et al.*^{?,?,?} Ces études traitent de l'intervention d'un jet coaxial pour l'élimination des ondes de Mach générées par un jet supersonique. Ce type de rayonnement est observé si le nombre de Mach de convection des structures turbulentes est supérieur à 1, ce qui se produit de manière générale pour tous les jets dont la vitesse est supérieur à 1,5 fois la vitesse du son du milieu ambiant au repos. Il s'agit donc de placer un tel jet dans un écoulement où les structures turbulentes, nées du mélange de cet écoulement avec le jet, se déplaceront à vitesse subsonique. L'écoulement en question, pour des configurations intégrables sur avion, est typiquement un jet secondaire coaxial. Sa vitesse et sa température doivent permettre le développement de deux zones de cisaillement ayant des vitesses de convection subsonique au lieu d'une seule zone dans laquelle la vitesse de convection serait supersonique. Ce principe proposé par Papamoschou est illustré figure 4.8.

Le dispositif expérimental n'étant pas équipé de systèmes de chauffage, les gradients de température sont simulés par les gradients de masse volumique. Ces derniers sont obtenus par un mélange d'air et d'hélium piloté et contrôlé pour les deux jets, qui peuvent ainsi être à la pression ambiante tout en ayant des masses volumiques différentes et des températures semblables. La pression peut être conservée parce que la constante des gaz est modifiée du fait de leur composition. Ainsi expérimentalement, on a pour le jet primaire $\rho_p/\rho_o = (T_p/T_o)(r_p/r_o)$ avec $T_p/T_o = 1$. Les taux de composition et donc les rapports de masse volumique sont donnés dans l'expérience avec une marge d'erreur de l'ordre de 5%. De plus, en conservant les nombres de Mach, une erreur est commise par rapport à la vitesse des jets s'il n'était composé que d'air puisque γ sera aussi différent. Dans le cas expérimental, pour le jet primaire, on aura en effet :

$$U_{pe} = M_p \sqrt{\gamma_e r_e T_{pe}}$$

L'indice e est utilisé pour caractériser les valeurs des quantités physiques lors de l'expérience puisque ces valeurs sont différentes de celles d'un jet qui serait réellement chauffé. Par le pilotage d'un mélange d'air et d'hélium, l'expérimentateur fait en sorte que $r_e T_e = r T_p$. γ_e ne vaut plus 1,4 dans ce cas mais 1,55 d'où l'écart induit entre la vitesse du jet d'air chaud et celle du jet expérimental :

$$\frac{U_{pe} - U_p}{U_p} = \frac{\sqrt{\gamma_e} - \sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}} = 0.05$$

L'erreur sur la vitesse expérimentale par rapport à la vitesse de référence est donc de 5%. Ces précisions sur les conditions de réalisation des mesures seront nécessaires à l'interprétation des résultats obtenus numériquement.

On reprend en effet les travaux expérimentaux en utilisant la même démarche que pour le cas des jets coaxiaux subsoniques. Les calculs aérodynamiques sont réalisés en considérant que les gaz éjectés ne sont composés que d'air et en respectant les caractéristiques du

tableau 4.1. Les résultats de calcul sont rassemblés sur les figures 4.9 et 4.10 par les champs de nombre de Mach et d'énergie cinétique turbulente.

Cas	M_p	U_p	T_p/T_o	M_s	U_s	T_s/T_o	\dot{m}_s/\dot{m}_p	F_{p+s}/F_p
A	1.5	920	2.8	0.00	0	1.0	0	1.00
B	1.5	920	2.8	0.83	400	1.7	2.1	1.92

TAB. 4.1 – Caractéristique des deux configurations étudiées. Les diamètres des deux jets sont $D_p = 12,7$ mm et $D_s = 25,4$ mm.

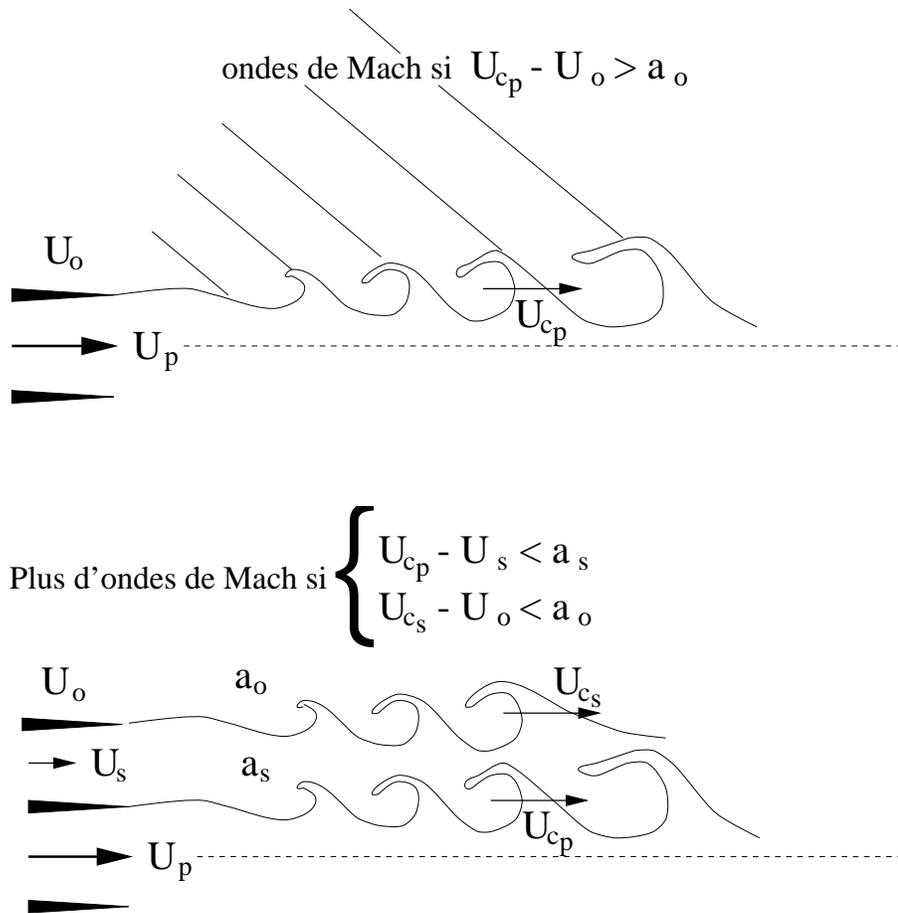


FIG. 4.8 – Principe de l'élimination des ondes de Mach proposé par Papamoschou.^{?,?,?} Les ondes de Mach sont éliminées par l'addition d'un jet coaxial dont les caractéristiques de vitesse et de température sont choisies telles que son mélange avec le jet central ne génère que des structures turbulentes de vitesse de convection inférieure à la vitesse du son local. La deuxième condition à remplir est que l'introduction de ce second flux ne produise pas une convection à vitesse supersonique des structures résultant du cisaillement du jet secondaire avec le milieu ambiant.

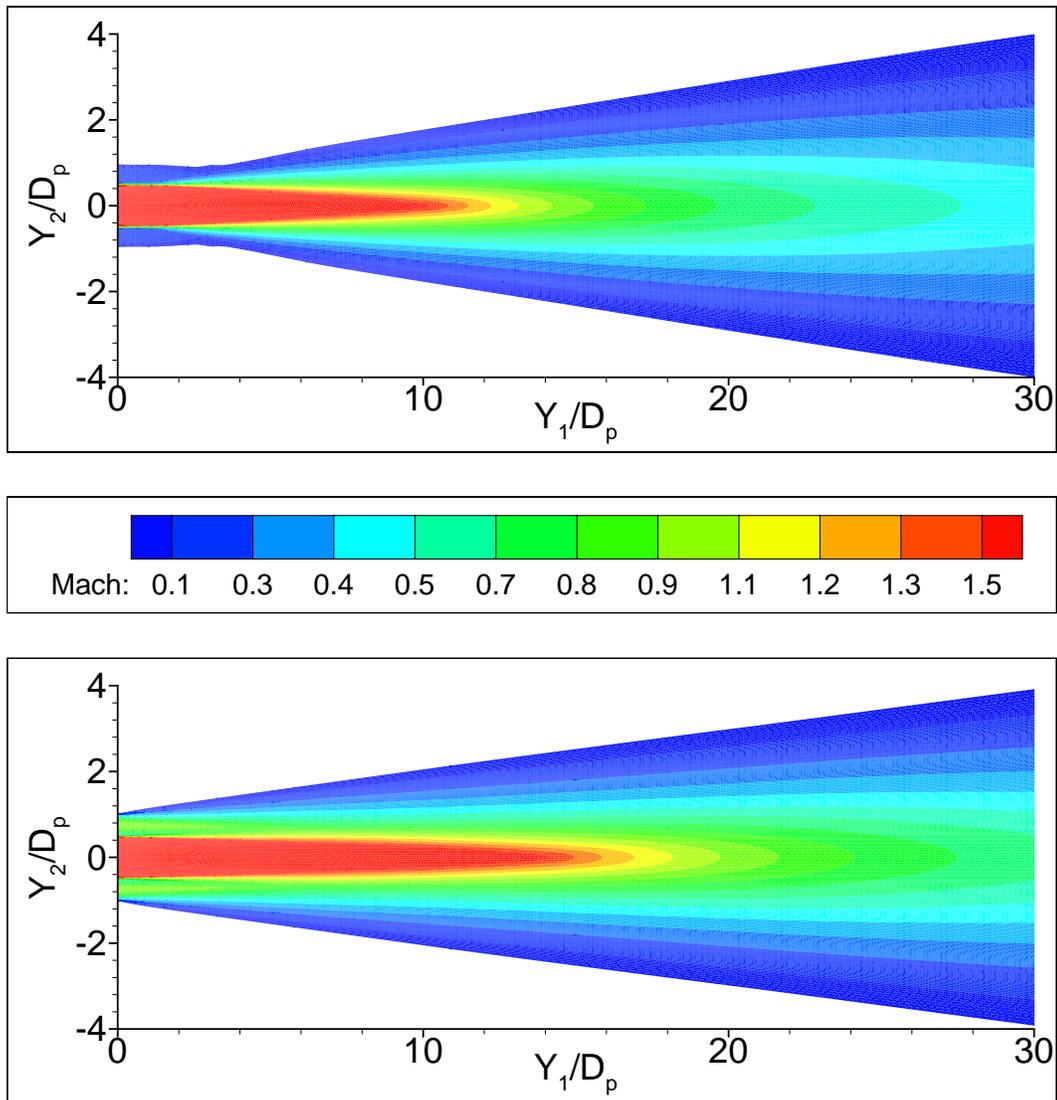


FIG. 4.9 – Résultats aérodynamiques : Champs du nombre de Mach pour les cas A (en haut) et B (en bas).

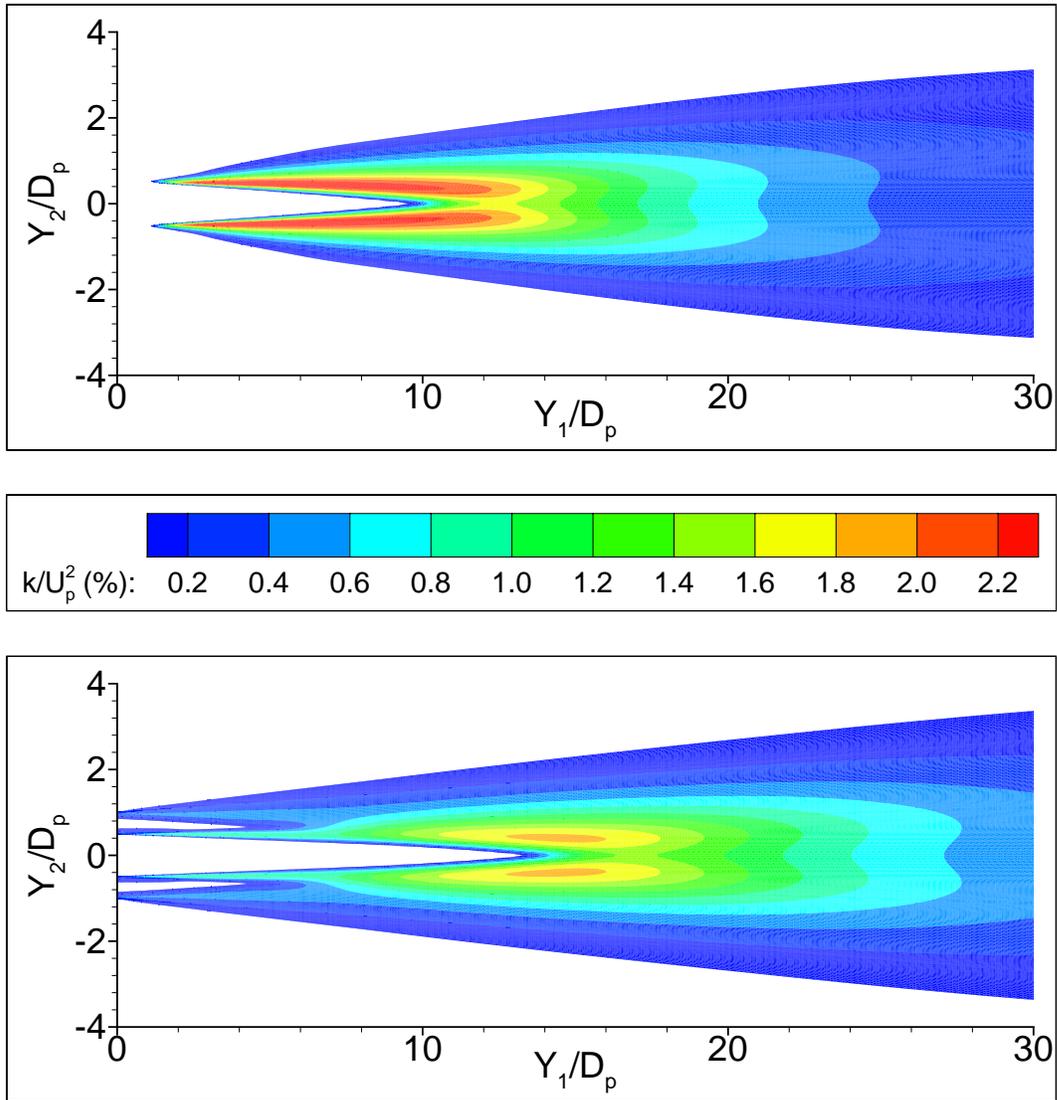


FIG. 4.10 – Résultats aérodynamiques : Champs d'énergie cinétique turbulente pour les cas A (en haut) et B (en bas).

4.2.2 Résultats acoustiques

Pour l'estimation du rayonnement, on utilise un modèle hybride qui calcule, en chaque point de l'écoulement, une contribution au bruit due au mélange ou aux ondes de Mach, selon la valeur locale du nombre de Mach de convection. De la connaissance du champ moyen sont extraites les informations nécessaires à l'estimation de ce paramètre, toujours calculé à partir d'expressions établies expérimentalement. Dans le cas de jets coaxiaux supersonique-subsonique, on utilise, pour la zone de mélange entre le jet primaire et le jet secondaire, l'expression établie par Papamoschou *et al.*[?] :

$$M_{cp} = \overline{M}_c + d_{M_c} / \sqrt{1 + (a_s/a_p)^2} \quad (4.8)$$

$$\text{avec } \overline{M}_c = \frac{U_p - U_s}{a_p + a_s} \quad \text{et} \quad d_{M_c} = \begin{cases} 1.5\overline{M}_c - 0.4 & \overline{M}_c > 0.27 \\ 0 & \overline{M}_c \leq 0.27 \end{cases}$$

Pour la convection entre le jet secondaire et le milieu ambiant, on utilise à nouveau l'estimation proposée par Davies *et al.*[?] :

$$M_{cs} = 0.67 \times U_s^{axe} / a_o \quad (4.9)$$

où $U_s^{axe} = U_s^{axe}(y_1) = \mathbf{U}_s(y_1, y_2^*) \cdot \mathbf{e}_1$ avec $y_2^* = D_p/2 + (D_s - D_p)/4$, soit la vitesse le long de l'axe à égale distance des lèvres des deux tuyères.

Le modèle considère, comme dans l'étude précédente, que les deux jets sont mélangés lorsqu'il ne détecte plus qu'un seul point d'inflexion dans le profil radial de la vitesse axiale. On estime dans cette condition qu'il n'y a plus qu'une seule zone de mélange avec :

$$M_c = 0.67 \times U^{axe} / a_o \quad (4.10)$$

Un modèle analytique construit sur la base des relations (4.8) et (4.10) peut permettre d'évaluer approximativement, pour un jet primaire fixé, la capacité ou non d'un jet secondaire d'éliminer les ondes de Mach. Si on ne prend en compte que les données en sortie de tuyère des deux jets, on peut ainsi déterminer une gamme de températures et de nombres de Mach du jet secondaire pour laquelle le rayonnement d'ondes de Mach devrait être supprimé. Les limites d'une telle zone sont tracées figure 4.11 pour un jet primaire ayant les caractéristiques du cas A (décrites dans le tableau 4.1). On constate sur cette figure l'appartenance du cas B au domaine solution.

Les résultats acoustiques obtenus par le traitement de la solution du champ aérodynamique moyen concordent avec les résultats expérimentaux comme le montre la figure 4.12. La réduction du bruit est très faible mais il faut relativiser ce manque d'efficacité par le rapport F_{p+s}/F_p des poussées qui double du cas A au cas B. Il reste que l'objectif initial de l'expérience, qui est l'élimination des ondes de Mach, n'est pas rempli. Des ondes de Mach sont encore émises dans le cas B, puisque le rayonnement reste très directif et caractéristique d'un jet supersonique. La représentation phénoménologique de la figure 4.11, qui ne tient compte pour décrire les écoulements que des conditions en sortie de tuyère, n'est donc pas valable. En fait, une fois que les deux jets se sont mélangés, la vitesse axiale est encore très importante car l'intervention d'un jet secondaire a considérablement augmenté la longueur

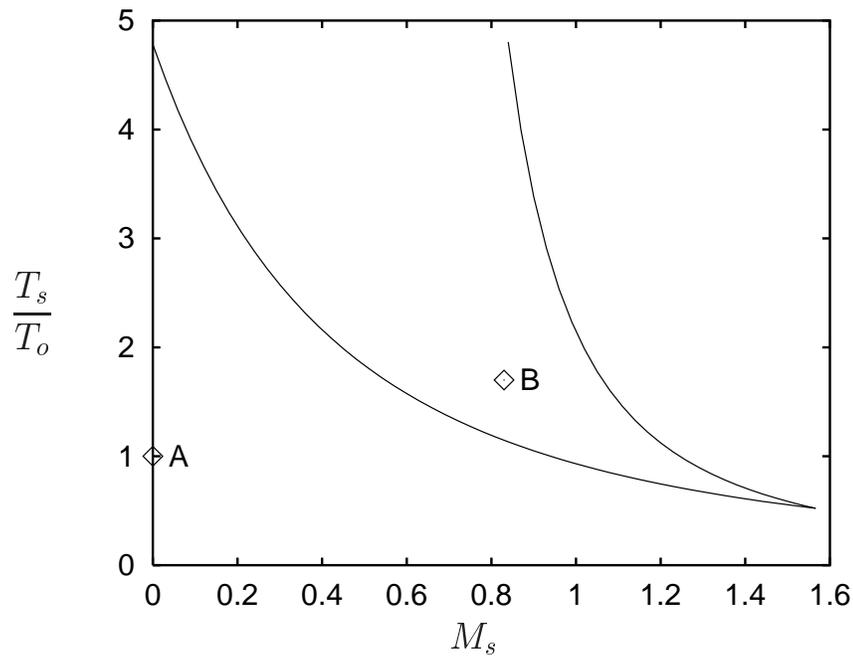


FIG. 4.11 – Région théorique d'élimination des ondes de Mach par un jet secondaire de Mach M_s et de température T_s , les conditions du jet primaire et du milieu ambiant au repos étant fixé : $M_p = 1,5$, $T_p/T_o = 2,8$. Avant la frontière de gauche, un jet secondaire n'élimine pas les ondes de Mach. Au-delà de la frontière de droite, le mélange du jet secondaire avec le milieu ambiant sera générateur d'ondes de Mach.

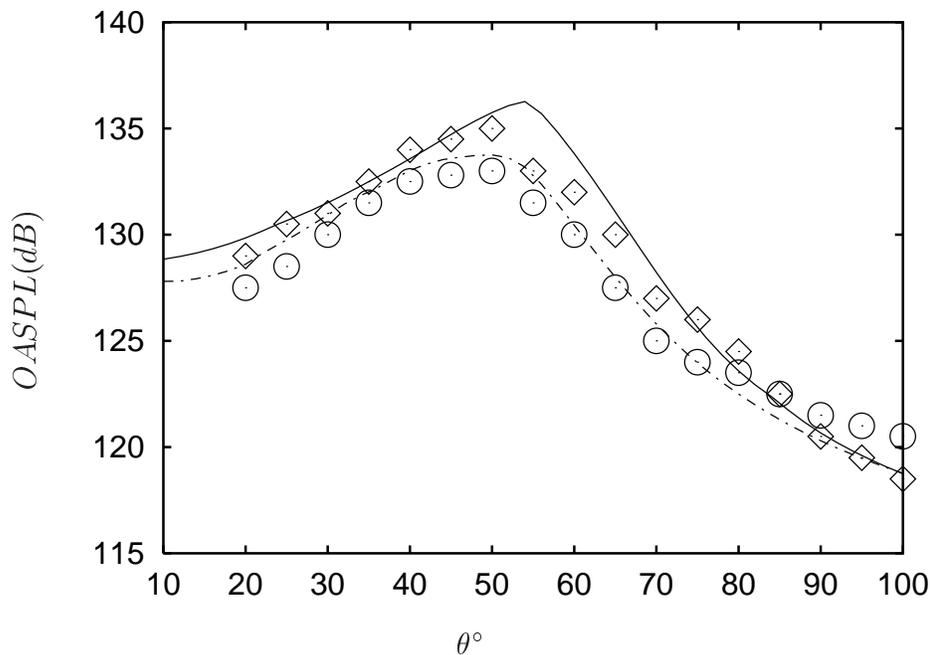


FIG. 4.12 – Directivité du rayonnement acoustique. Comparaison des mesures (\diamond/\odot) et des résultats de calcul (—/---) pour le cas A/B.

du cône potentiel du jet primaire. On peut observer d'ailleurs ce phénomène en comparant pour les cas A et B les profils d'énergie cinétique turbulente où on peut assimiler les zones faiblement agitées (de couleur blanche) en sortie des tuyères aux cônes potentiels. Comme dans le cas des jets coaxiaux subsoniques, en aval du cône potentiel du jet secondaire, le système de jets est vu par le code d'estimation du rayonnement acoustique comme un jet unique et le calcul du nombre de Mach de convection par la relation (4.10) indique que les structures turbulentes sont convectées à vitesse supersonique. C'est aussi ce qui se passe physiquement dans l'expérience. Le mécanisme de génération d'ondes de Mach n'a donc pas été éliminé mais déplacé vers l'aval. Ce comportement est schématisé à la figure 4.13.

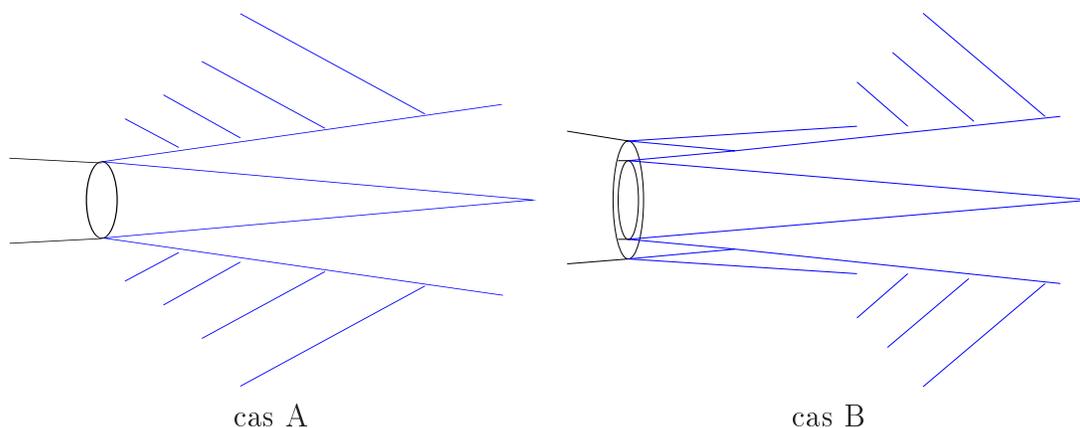


FIG. 4.13 – Schéma de principe de la configuration des écoulements A et B. Dans le cas B, les ondes de Mach ne sont pas éliminées mais translatées vers l'aval. Le masquage du jet secondaire n'est efficace que tant que les deux jets ne sont pas mélangés.

La directivité du rayonnement est correctement estimée au-delà des angles affectés par les ondes de Mach. Pourtant les jets primaire et secondaire et le milieu ambiant ne sont pas de même température et l'effet potentiel de ces disparités sur le bruit généré n'est pris en compte que grâce à la pondération des sources par la masse volumique locale : le facteur ρ_o est remplacé par ρ^2/ρ_o dans les modèles semi-analytiques. Cela suffit puisque les jets n'étaient pas chauffés réellement dans l'expérience. Enfin, la comparaison relative des deux cas, sur la figure 4.12, n'est pas significative étant données les marges d'erreurs sur les conditions expérimentales. Le point intéressant reste le fait de retrouver numériquement une directivité et une amplitude du rayonnement acoustique quasiment identique, comme dans l'expérience, pour des écoulements relativement différents.

Conclusion

Le code développé pour les calculs de rayonnement de bruit aérodynamique utilise des modèles basés sur une description statistique des sources (SSM) et une résolution intégrale de l'équation de Lighthill. Ce code permet de prédire correctement l'influence d'un jet secondaire coaxial sur le rayonnement acoustique d'un jet libre subsonique ou supersonique parfaitement détendu. Dans le cas particulier d'un jet supersonique, on sait prévoir si les caractéristiques aérodynamiques du jet secondaire permettent l'élimination ou non des ondes de Mach. Même dans ce type de configuration, il suffit de quelques minutes pour générer un maillage (avec l'outil développé), de quelques heures pour réaliser la calcul aérodynamique et de quelques minutes pour estimer le rayonnement acoustique. Cette méthode reste donc peu coûteuse même quand il s'agit de traiter des cas complexes qui ne peuvent être envisagés dans le cadre d'une simple analyse dimensionnelle qui ferait appel aux seules données aérodynamiques en sortie de tuyère.

Chapitre 5

Estimation numérique du bruit de jets chauds

La validation du modèle TSM du troisième chapitre est envisagée ici. Les sources acoustiques associées au différentiel de température sont calculés pour des écoulements dont le nombre de Mach de convection est subsonique. Le bruit de ces écoulements a été mesuré expérimentalement. La comparaison entre les mesures et les résultats numériques obtenus est satisfaisante pour l'estimation de l'intensité acoustique et doivent pouvoir permettre d'améliorer l'estimation de la distribution spectrale.

Pour appliquer ces développements de manière plus large, le modèle TSM est ensuite intégré dans le modèle hybride (constitué des modèles GHM pour le bruit de mélange et FWMM pour le bruit d'ondes de Mach). Le nouveau modèle ainsi obtenu permet de tenir compte des effets de différentiel de température sur le rayonnement acoustique de jets chauds supersoniques en complément de l'estimation des autres contributions déjà décrites. La modélisation du bruit des ondes de Mach n'est pas modifiée. Il est montré, par comparaison avec les mesures expérimentales que le rayonnement des ondes de Mach est essentiellement déterminé par la vitesse du jet par rapport à la vitesse du son du milieu ambiant et ne dépend pas significativement de la masse volumique ou de la température du jet (au moins tant que les jets supersoniques considérés sont éjectées à pression ambiante). Les sources associées aux fluctuations de température sont importantes dans des directions angulaires où les ondes de Mach ne sont pas dominantes.

Introduction

Les modèles statistiques disponibles pour l'évaluation du bruit de jets à pression ambiante ne tiennent compte des effets de différentiel de température que par l'intervention dans leur expression du rapport de la masse volumique locale à la masse volumique du milieu ambiant. Cette correction permet pondérer la contribution des sources de bruit associées au tenseur de Reynolds ($\rho u_i u_j$) mais elle ne traduit pas l'influence des fluctuations d'entropie sur le rayonnement acoustique.

Un modèle TSM est proposé au troisième chapitre pour représenter les contributions de ces fluctuations. On a vu alors que les termes sources correspondants pourraient être reliés aux fluctuations de température dans le jet. On va ici chercher à valider le modèle TSM. On utilise à cet effet les mesures réalisées par Tanna *et al.*[?] sur le rayonnement acoustique de jets chauds subsoniques. Les résultats expérimentaux permettent de juger la qualité des estimations acoustiques calculées mais ne donnent pas d'informations sur les champs aérodynamiques. Les résultats obtenus à partir de la modélisation développée au troisième chapitre ne pourront être jugés d'une façon parfaitement rigoureuse. En effet, aux champs turbulents statistiques classiques, vient s'ajouter la détermination de la variance des fluctuations de température. Les champs de ces fluctuations sont moins documentés sur le plan expérimental et la plupart des mesures a été principalement réalisée dans des jets de vitesse faible.

On reporte ensuite la prévision du bruit de jets chauds supersoniques. On dispose dans ce cas des données expérimentales de Seiner *et al.*[?] Pour une évaluation numérique du rayonnement acoustique, on se servira du modèle hybride utilisé au chapitre précédent, qui prend en compte la contribution des ondes de Mach, par l'utilisation du modèle FWMM (Ffowcs-Williams and Maidanik Model) et la contribution du bruit de mélange, par l'utilisation du modèle RM (Ribner Model) ou GHM (Goldstein and Howes Model). On évalue enfin l'intérêt d'ajouter dans cette approche une contribution due aux différentiels de température, en y intégrant le modèle TSM (Temperature Sources Model).

5.1 Jets chauds subsoniques

5.1.1 Résultats aérodynamiques

On étudie le rayonnement acoustique de jets subsoniques dont la température est supérieure à celle du milieu ambiant. L'expérience réalisée et décrite par Tanna *et al.*⁷ servira de référence. Elle a déjà permis en préambule du chapitre 3 d'analyser les effets des différentiels de température sur le rayonnement acoustique des jets. Pour l'étude numérique des jets traités dans l'expérience, on reprend les caractéristiques suivantes :

- Le diamètre d'éjection de la tuyère est $D_{jet} = 50,8$ mm.
- Les rapports U_{jet}/a_o et T_{jet}/T_o caractérisent les jets étudiés. Pour les calculs, on a pris $U_{jet}/a_o = 0,9$ ou $1,47$ avec $T_{jet}/T_o = 1, 1,2$ ou $2,3$.
- Les mesures acoustiques sont réalisées sur un arc de cercle de rayon $r = 72D_{jet}$. Il a été démontré expérimentalement que cette distance correspondait à une mesure en champ acoustique lointain.

La calcul de ces écoulements est destiné à l'évaluation du modèle TSM (Temperature Sources Model) établi au troisième chapitre.

Pour la résolution du champ aérodynamique moyen, le modèle $k - \varepsilon$ standard est utilisé pour la fermeture du système d'équations. On rappelle que le modèle acoustique développé nécessite la détermination du champ de variance σ des fluctuations de température ($\sigma = \overline{T_i^2}$). Pour un gain sur le coût de calcul, l'équation sur σ n'est résolue qu'une fois que le calcul avec le modèle $k - \varepsilon$ standard est convergé. On greffe alors à cette première solution un champ initial pour la variance des fluctuations de température, puis on itère à nouveau jusqu'à la convergence du calcul, en utilisant cette fois comme fermeture des équations moyennées, le modèle de turbulence à 3 équations (k, ε, σ).

Pour le cas $U_{jet}/a_o = 0,9$, les jets sont subsoniques. La pression dans le jet est celle du milieu ambiant. Cela sera d'ailleurs toujours le cas puisque les jets supersoniques étudiés sont parfaitement détendus. Le rapport des masses volumiques du jet et de l'extérieur est donc inversement proportionnel au rapport des températures. Ceci a une influence sur le développement des jets : le cône potentiel est plus court pour le jet chaud. Il passe entre les deux cas de 9,6 à 8,2 fois le diamètre du jet (voir figure 5.1).

Pour le cas $U_{jet}/a_o = 1,47$, le jet faiblement chauffé est supersonique et parfaitement détendu (la pression d'éjection est égale à la pression ambiante). Le nombre de Mach du jet vaut $M_{jet} = 1,342$ pour $T_{jet}/T_o = 1,2$. Le jet fortement chauffé est subsonique, de nombre de Mach $M_{jet} = 0,969$ pour $T_{jet}/T_o = 2,3$. On observe aussi entre les deux configurations une variation de la longueur du cône potentiel qui passe de 9,2 à 8,2 fois le diamètre du jet. Cette différence est illustrée par l'observation des champs de vitesse de la figure 5.2. Dans les deux cas, le nombre de Mach de convection est inférieur à 1 puisque sa valeur, calculée en sortie de tuyère, est $M_c = 0,67U_{jet}/a_o = 0,985$. Il n'y a donc pas dans les deux cas étudiés de rayonnement d'ondes de Mach.

Les champs moyens de la température des cas de jets chauds ($T_{jet}/T_o = 2,3$) sont illustrées sur la figure 5.3 pour le cas $U_{jet}/a_o = 0,9$ et sur la figure 5.4 pour la cas $U_{jet}/a_o = 1,47$. Ils sont de forme analogue à celle des champs de vitesse. La région marquée par des

différentiels de température correspond à la région des gradients de vitesse.

Etant données les vitesses d'écoulement, les effets d'inertie domine largement les effets thermiques. Pour un nombre de Prandtl voisin de 1, le nombre de Peclet Pe , qui donne l'ordre de grandeur du rapport des effets d'inertie sur les transferts par conduction, est voisin du nombre de Reynolds : $Pe=UL/\kappa=RePr$. La température peut être considérée comme un scalaire passif et on a montré au troisième chapitre que la modélisation de ces fluctuations est réalisée à partir de ce principe. On constate logiquement, sur les figures 5.5 et 5.7, que les fluctuations de température ont une amplitude maximum dans la même région que les fluctuations de vitesse. Les champs de leur variance σ sont de la même forme que les champs classiques d'énergie cinétique turbulente k pour ce type d'écoulement (Cette forme caractéristique a été illustrée aux chapitres 2 et 4 sur les jets libres).

Les champs statistiques obtenus pour les fluctuations de température ne peuvent être comparés à des mesures expérimentales. On notera cependant que les niveaux calculés pour ces fluctuations, illustrées sur les figures 5.5 et 5.7, paraissent raisonnables par rapport à l'écart de température entre le jet et le milieu ambiant. Les figures 5.6 et 5.8 tendent à montrer de plus que les fluctuations de température sont dues essentiellement aux différentiels de température moyenne et dépendent peu de la vitesse du jet en terme d'intensité. La vitesse influe uniquement sur la position des fluctuations dans l'écoulement, qui correspond à la région de mélange entre le jet et le milieu ambiant. Ce constat confirme le fait que les flux de chaleur convectifs dominant largement les flux thermiques associés à la conduction dans cette gamme de gradients de vitesse et de température.

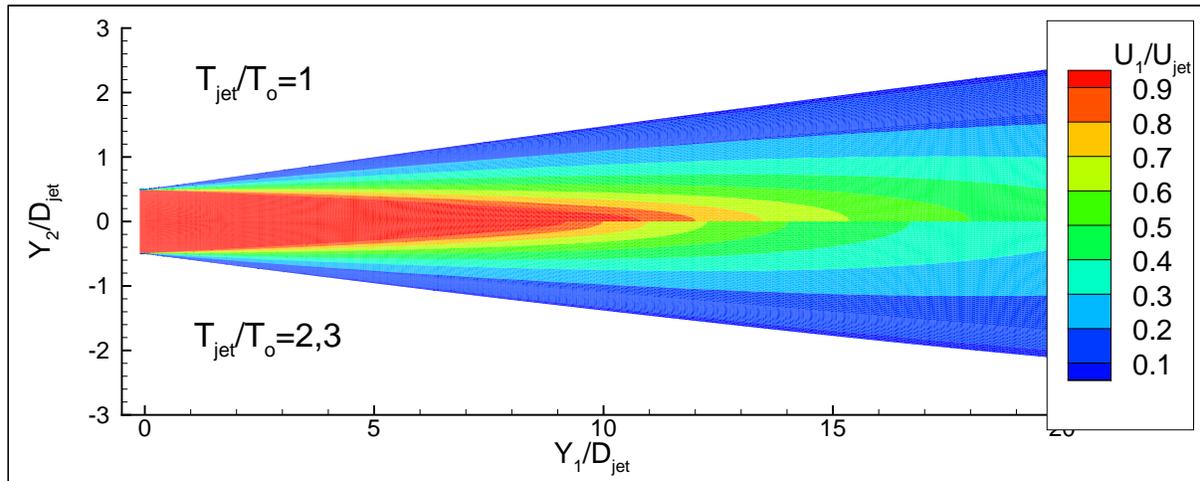


FIG. 5.1 – Champ de la vitesse U_1 adimensionnée par la vitesse du jet : $U_{jet} = 0,9a_o$. La partie supérieure correspond au jet à température ambiante tandis que la partie inférieure correspond au jet chaud.

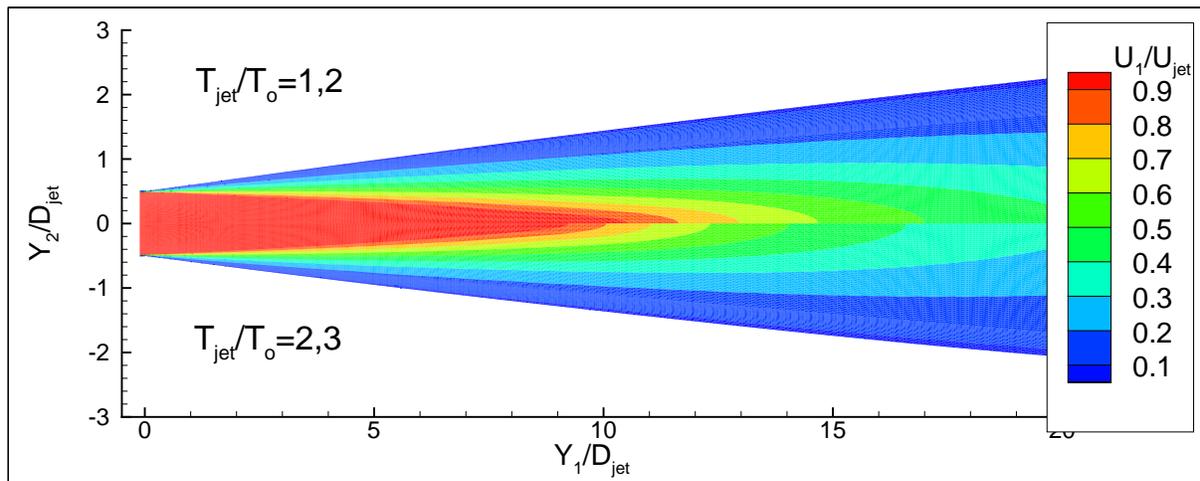


FIG. 5.2 – Champ de la vitesse U_1 adimensionnée par la vitesse du jet : $U_{jet} = 1,47a_o$. La partie supérieure correspond au jet faiblement chauffé ($T_{jet} = 1,2T_o$) tandis que la partie inférieure correspond au jet fortement chauffé ($T_{jet} = 2,3T_o$).

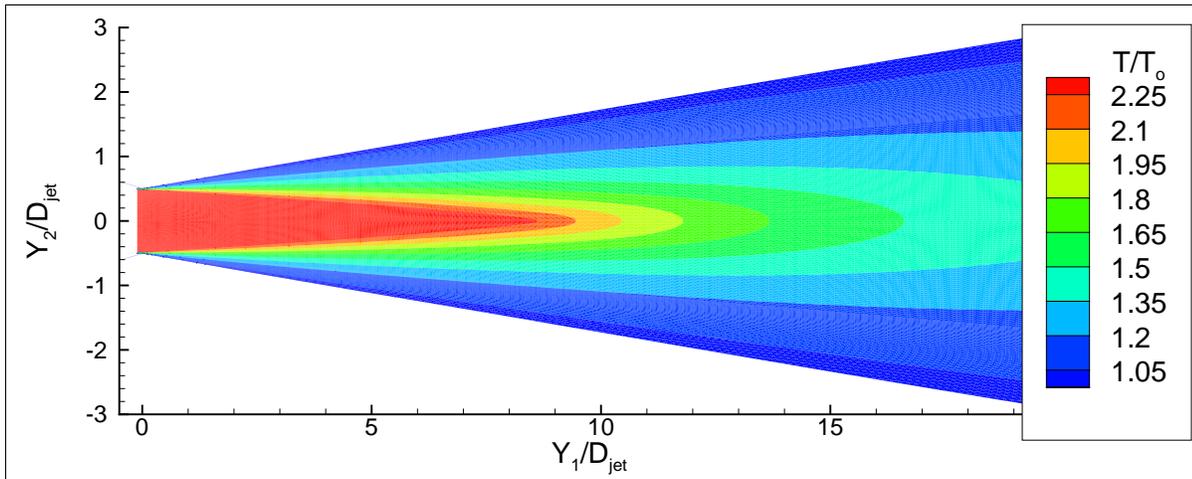


FIG. 5.3 – Champ de température moyenne adimensionnée par la température du milieu ambiant pour le cas : $U_{jet}/a_o = 0,9$ et $T_{jet}/T_o = 2,3$.

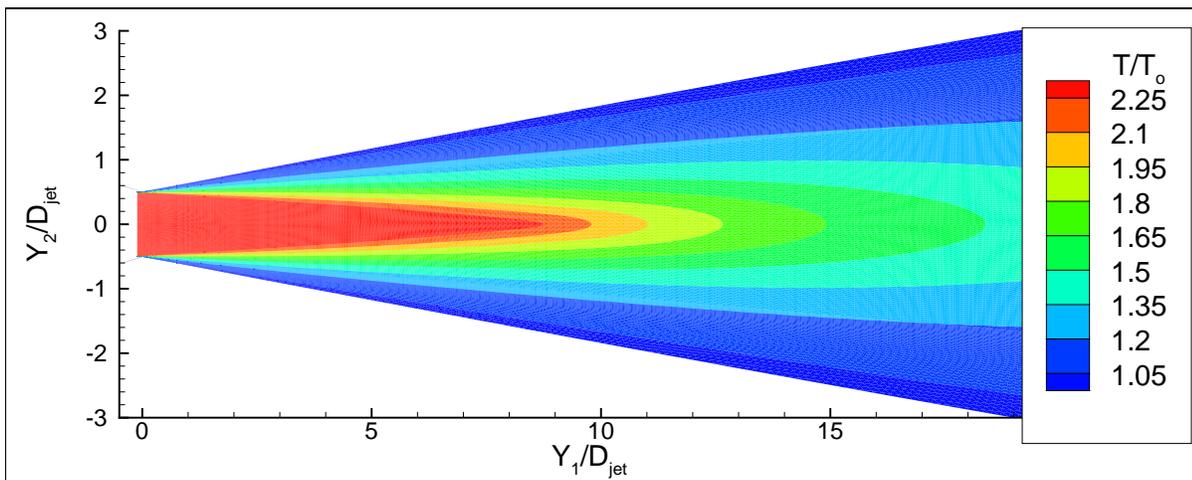


FIG. 5.4 – Champ de température moyenne adimensionnée par la température du milieu ambiant pour le cas : $U_{jet}/a_o = 1,47$ et $T_{jet}/T_o = 2,3$.

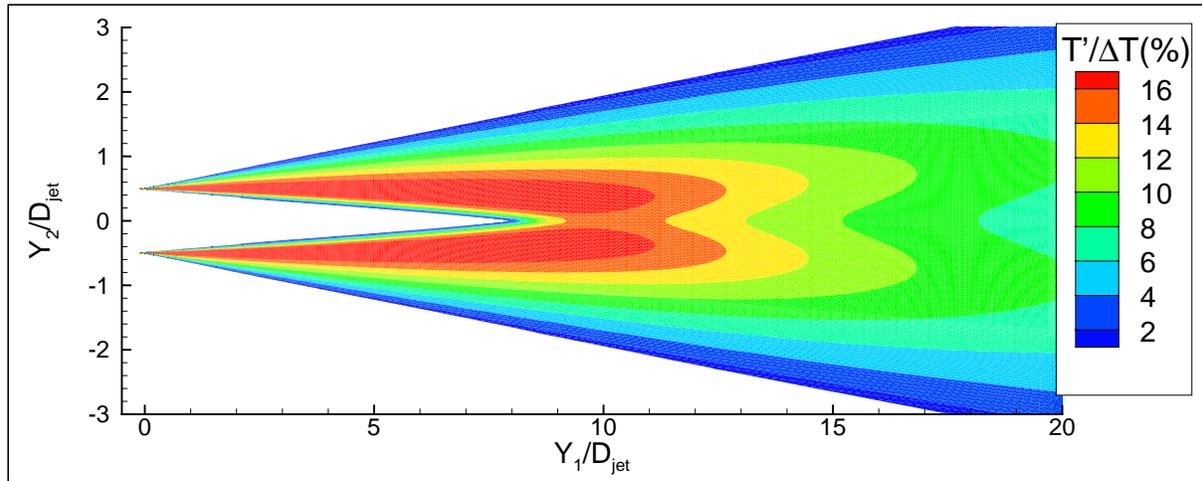


FIG. 5.5 – Champ des fluctuations de température adimensionnées par la différence de température $\Delta T = T_{jet} - T_o$ pour le cas : $U_{jet}/a_o = 0,9$ et $T_{jet}/T_o = 2,3$.

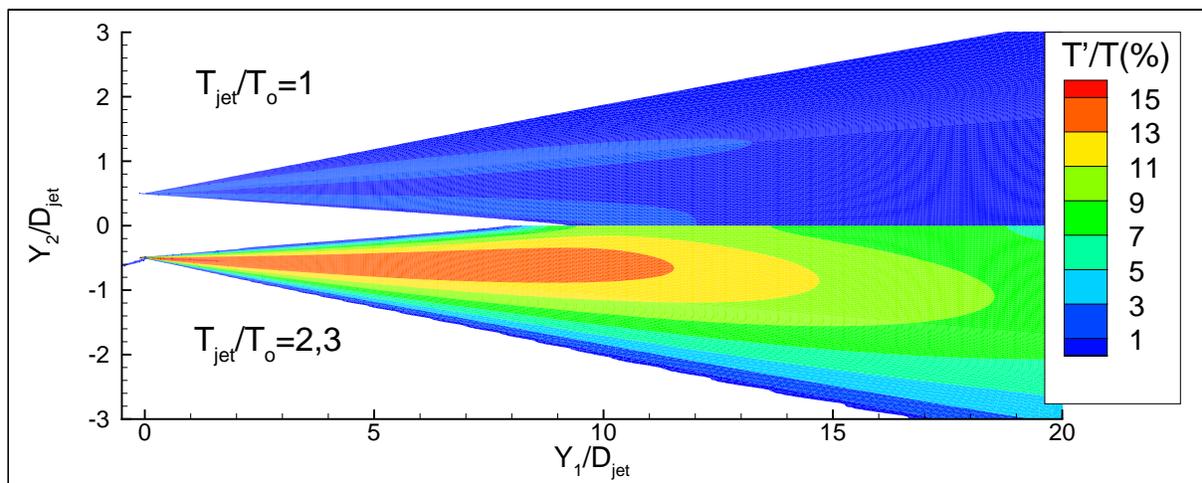


FIG. 5.6 – Champ des fluctuations de température adimensionnées par la température moyenne locale pour le cas : $U_{jet}/a_o = 0,9$. La partie supérieure du champ correspond au cas à température ambiante tandis que la partie inférieure correspond au cas du jet chaud $T_{jet}/T_o = 2,3$.

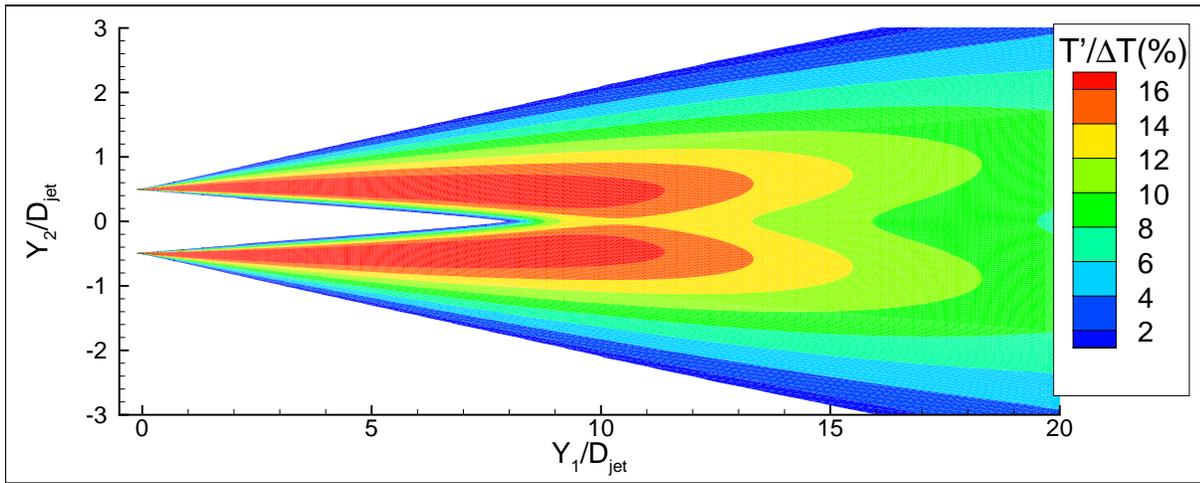


FIG. 5.7 – Champ des fluctuations de température adimensionnées par la différence de température $\Delta T = T_{jet} - T_o$ pour le cas $U_{jet}/a_o = 1,47$ et $T_{jet}/T_o = 2,3$.

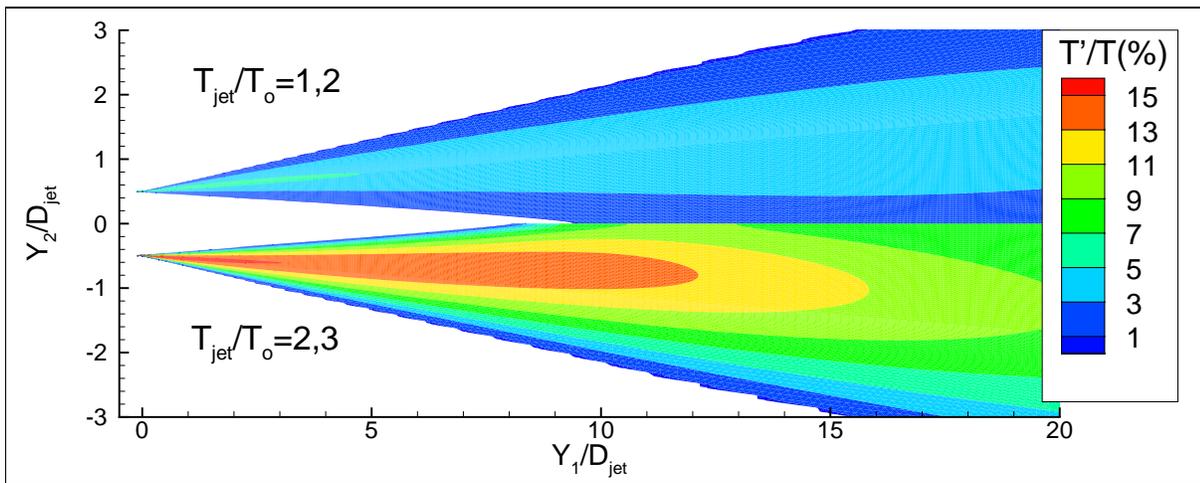


FIG. 5.8 – Champ des fluctuations de température adimensionnées par la température moyenne locale pour le cas $U_{jet}/a_o = 1,47$. La partie supérieure du champ correspond au cas $T_{jet}/T_o = 1,2$ tandis la partie inférieure correspond au cas $T_{jet}/T_o = 2,3$.

5.1.2 Résultats acoustiques

On exploite désormais les résultats qui viennent d'être présentés à l'aide du modèle statistique développé pour la prise en compte des effets de température. Ce modèle, nommé TSM (Temperature Sources Model), correspond au modèle GHM (Goldstein and Howes Model) pour la contribution des fluctuations de vitesse. Les sources décrites au troisième chapitre sont alors ajoutées pour l'évaluation du rayonnement acoustique global.

Les résultats présentés sur les figures 5.9 et 5.10 correspondent au cas du jet $U_{jet}/a_o = 0,9$, à température ambiante. Ils sont donc obtenus à partir de l'utilisation du modèle GHM. Ce cas permet de vérifier les prévisions numériques obtenus pour le bruit de mélange dans le cas particulier de l'expérience de Tanna *et al.* La directivité de l'intensité acoustique (figure 5.9) est correctement calculée. Pour sa répartition spectrale (figure 5.10), les résultats sont meilleurs dans la direction d'angle $\theta = 45^\circ$ que dans la direction d'angle $\theta = 90^\circ$. Pour cette dernière direction, où seul le bruit propre contribue au rayonnement, on avait déjà constaté au deuxième chapitre que le rayonnement dans la gamme des hautes fréquences n'était pas correctement restitué. On observe ici encore un écart par rapport aux mesures expérimentales.

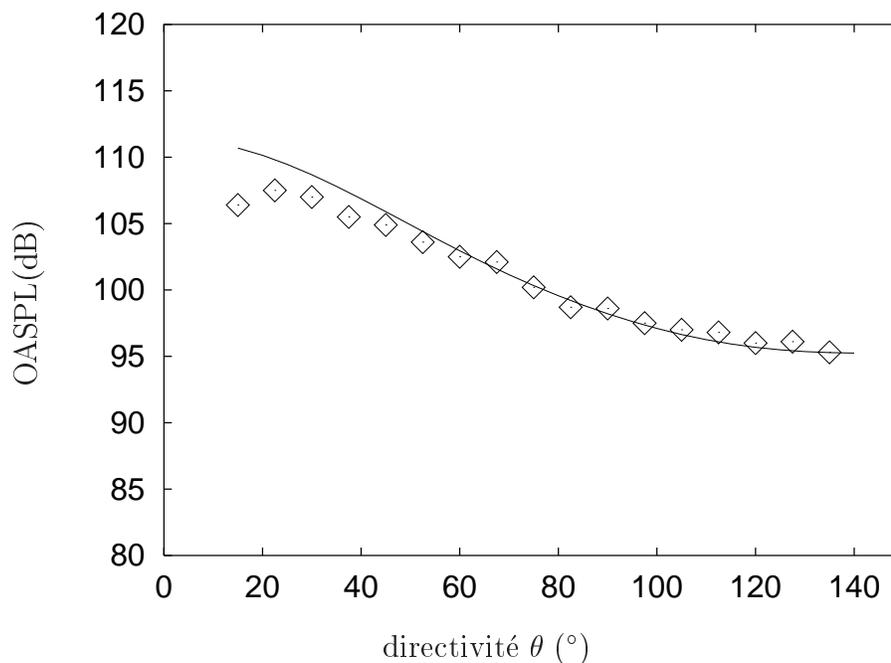


FIG. 5.9 – Intensité acoustique pour le cas $U_{jet}/a_o = 0,9$ et $T_{jet}/T_o = 1$. Comparaison des estimations numériques réalisées avec le modèle GHM (—) et des mesures de Tanna *et al.* (◇).

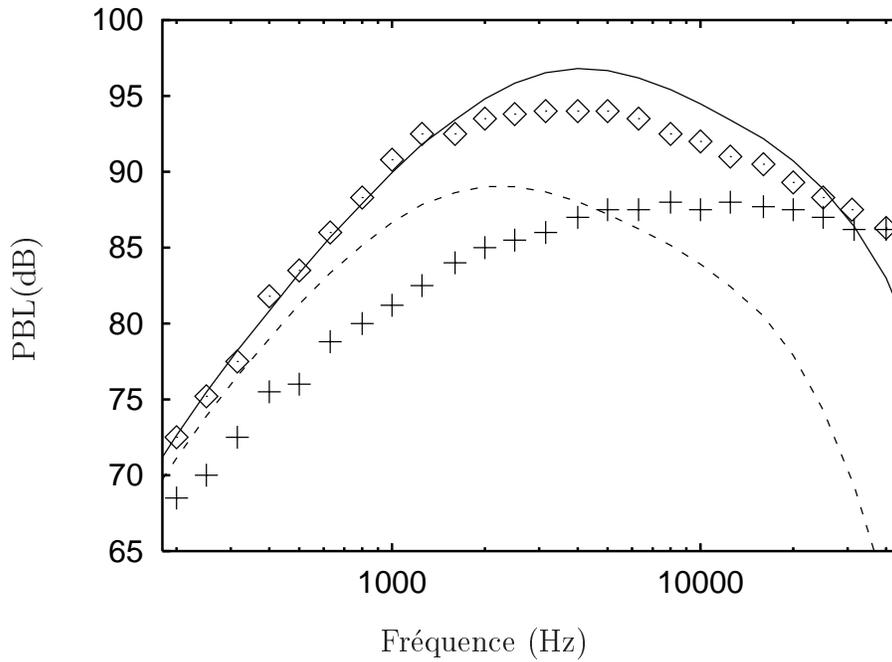


FIG. 5.10 – Spectre acoustique en tiers d’octave pour le cas $U_{jet}/a_o = 0,9$ et $T_{jet}/T_o = 1$. Comparaison des estimations numériques obtenus avec le modèle GHM à 45° (—) et 90° (----) et des résultats expérimentaux de Tanna *et al.* (respectivement \diamond et $+$).

Pour évaluer le bruit des jets chauds, on exploite le calcul de la variance des fluctuations de température en utilisant le modèle TSM. Les nouvelles contributions au rayonnement acoustique, associées aux corrélations vitesse-température et température-température, sont soumises à un calage préliminaire. Ce calage est réalisé à partir des mesures sur la directivité dans le cas $U_{jet}/a_o = 0,9$ et $T_{jet}/T_o = 2,3$. La contribution des corrélations vitesse-température étant nulle dans la direction d’angle $\theta = 90^\circ$, le bruit lié aux corrélations de fluctuations de température est donc étalonné dans cette direction pour que l’intensité acoustique totale corresponde aux mesures. Sur le même principe, le bruit des corrélations vitesse-température est calé sur la mesure de l’intensité acoustique dans la direction d’angle $\theta = 45^\circ$. Les résultats obtenus pour la directivité des différents types de sources associées aux corrélations turbulentes vitesse-vitesse, vitesse-température et température-température sont tracés à la figure 5.11.

Les résultats acoustiques obtenus en conséquence pour la directivité acoustique des cas $U_{jet}/a_o = 1,47$ et $T_{jet}/T_o = 1,2$ ou $T_{jet}/T_o = 2,3$ montrent que l’influence des fluctuations d’entropie s’affaiblit avec la diminution du différentiel de température (voir la figure 5.12) ou avec l’augmentation du rapport U_{jet}/a_o (voir la figure 5.13). Dans ces deux autres cas bénéficiant du calage établi précédemment, les prévisions quantitatives du bruit restent satisfaisantes. On peut distinguer aussi, par l’analyse des figures 5.11, 5.12 et 5.13, que la contribution relative des sources liées aux corrélations impliquant les fluctuations de température (symbolisées par u-T ou T-T) évolue selon les conditions d’écoulement. En observant l’intensité dans la direction d’angle $\theta = 45^\circ$ par exemple, on constate que la

contribution au bruit associée aux corrélations u-T est inférieure à la contribution des corrélations T-T dans le cas $[U_{jet}/a_o = 0,9, T_{jet}/T_o = 2,3]$. Elle est supérieure dans le cas $[U_{jet}/a_o = 1,47, T_{jet}/T_o = 1,2]$ et du même ordre de grandeur dans le cas $[U_{jet}/a_o = 1,47, T_{jet}/T_o = 2,3]$.

On compare maintenant ces observations à l'analyse dimensionnelle de l'intensité acoustique établie au troisième chapitre et rappelée ici :

$$I \simeq \frac{\rho_{jet}^2 D_{jet}^2}{\rho_o a_o^{-3} x^2} \left[\left(\frac{U_{jet}}{a_o} \right)^8 + \ln \left(\frac{T_{jet}}{T_o} \right) \left(\frac{U_{jet}}{a_o} \right)^6 + \left(\ln \left(\frac{T_{jet}}{T_o} \right) \right)^2 \left(\frac{U_{jet}}{a_o} \right)^4 \right]$$

Cette expression permet d'écrire l'évolution relative de la contribution des trois types de sources. On définit à cet effet les rapports $R_{uu/uT}$, $R_{uu/TT}$ et $R_{uT/TT}$:

$$\begin{aligned} R_{uu/uT} &= \frac{(U_{jet}/a_o)^8}{(U_{jet}/a_o)^6 \ln(T_{jet}/T_o)} = \frac{(U_{jet}/a_o)^2}{\ln(T_{jet}/T_o)} \\ R_{uu/TT} &= \frac{(U_{jet}/a_o)^8}{(U_{jet}/a_o)^4 [\ln(T_{jet}/T_o)]^2} = R_{uu/uT}^2 \\ R_{uT/TT} &= \frac{(U_{jet}/a_o)^6 \ln(T_{jet}/T_o)}{(U_{jet}/a_o)^4 [\ln(T_{jet}/T_o)]^2} = R_{uu/uT} \end{aligned}$$

Du cas $[U_{jet}/a_o = 0,9, T_{jet}/T_o = 2,3]$ au cas $[U_{jet}/a_o = 1,47, T_{jet}/T_o = 2,3]$, ces rapports augmentent. Les fonctions $r1(x) = x^2/\ln(2.3)$ et $r2(x) = x^4/(\ln(2.3))^2$ sont en effet croissantes sur l'intervalle $[0,9 : 1,47]$. $R_{uu/uT}$ passe ainsi de 0,98 à 2,6.

Du cas $[U_{jet}/a_o = 1,47, T_{jet}/T_o = 1,2]$ au cas $[U_{jet}/a_o = 1,47, T_{jet}/T_o = 2,3]$, ces rapports diminuent. Les fonctions $r1(x) = 1.47^2/\ln(x)$ et $r2(x) = 1.47^4/(\ln(x))^2$ sont décroissantes sur l'intervalle $[1,2 : 2,3]$. $R_{uu/uT}$ passe ainsi de 12 à 2,6*.

Cette évolution de la contribution des sources acoustiques les unes par rapport aux autres est illustrée également par leur distribution spatio-fréquentielle, donnée aux figures 5.14 et 5.15 respectivement pour les cas $[U_{jet}/a_o = 0,9, T_{jet}/T_o = 2,3]$ et $[U_{jet}/a_o = 1,47, T_{jet}/T_o = 2,3]$.

*Des rapports R d'intensité de 12 et 2,6 correspondent respectivement à des écarts entre les contributions concernées de 10,8 et 4,1 dB ($10 \log(R)$).

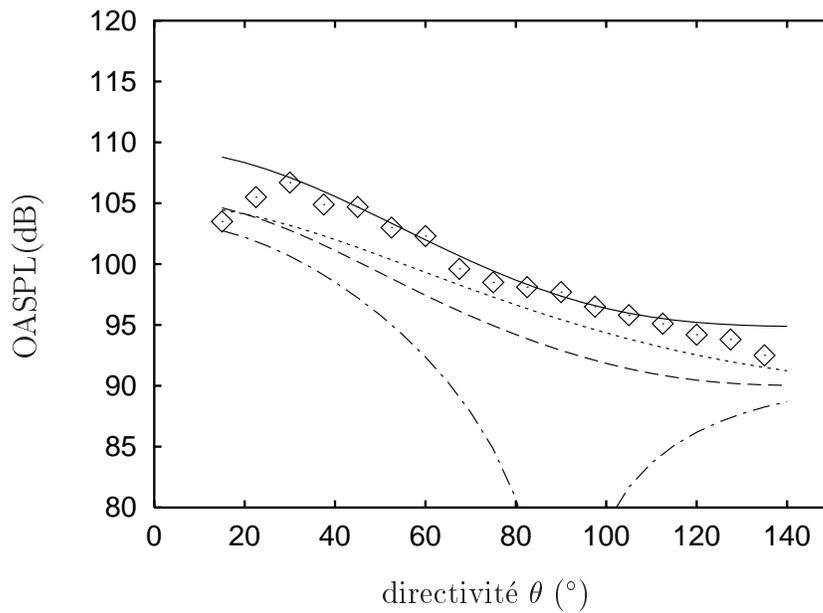


FIG. 5.11 – Intensité acoustique pour le cas $U_{jet}/a_o = 0,9$ et $T_{jet}/T_o = 2,3$. Comparaison des résultats numériques obtenus avec le modèle TSM (—) et des résultats expérimentaux de Tanna *et al.* (\diamond). Les estimations des contributions des corrélations de vitesse, de vitesse-température et de température sont illustrées respectivement par les courbes (---), (-.-) et (.....).

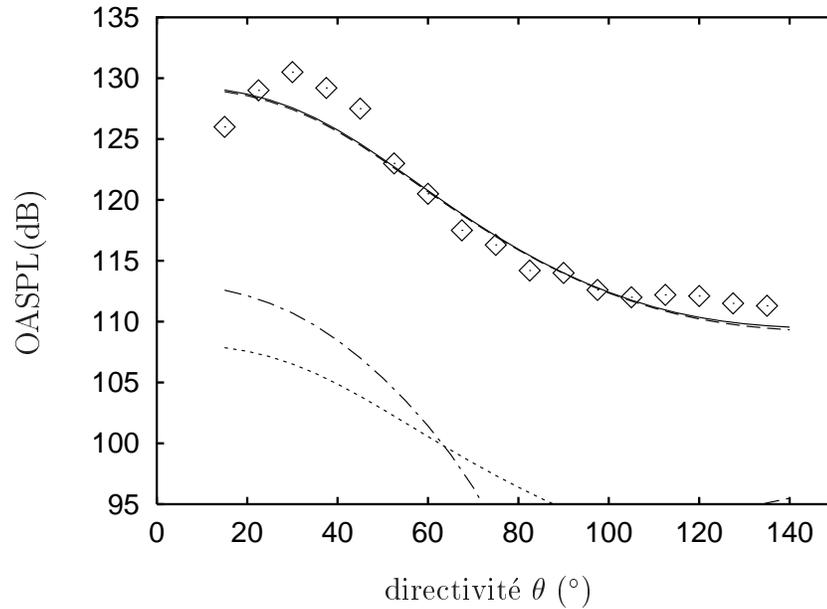


FIG. 5.12 – Intensité acoustique pour le cas $U_{jet}/a_o = 1,47$ et $T_{jet}/T_o = 1,2$. Comparaison des résultats numériques obtenus avec le modèle TSM (—) et des résultats expérimentaux de Tanna *et al.* (\diamond). Les estimations des contributions des corrélations de vitesse, de vitesse-température et de température sont illustrées respectivement par les courbes (---), (---) et (.....).

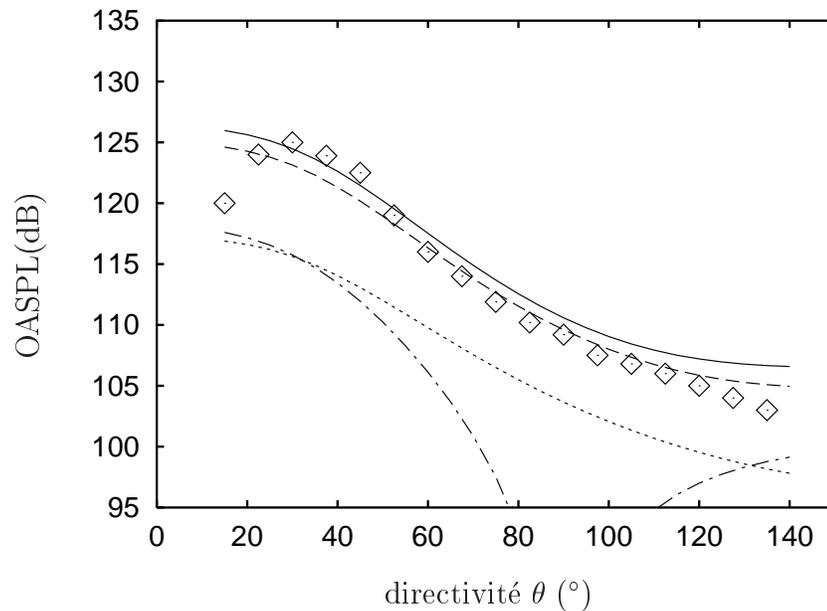
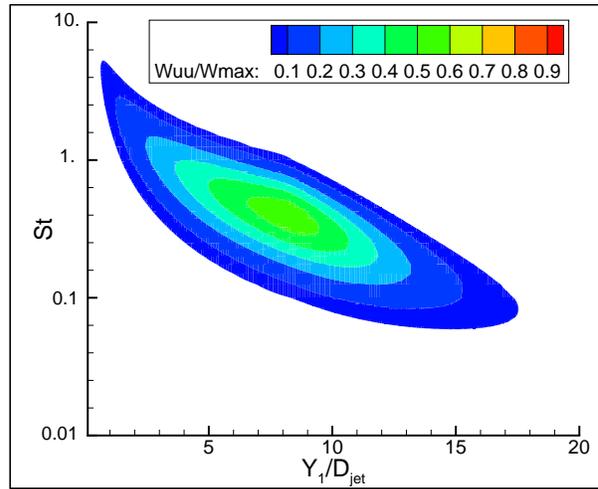
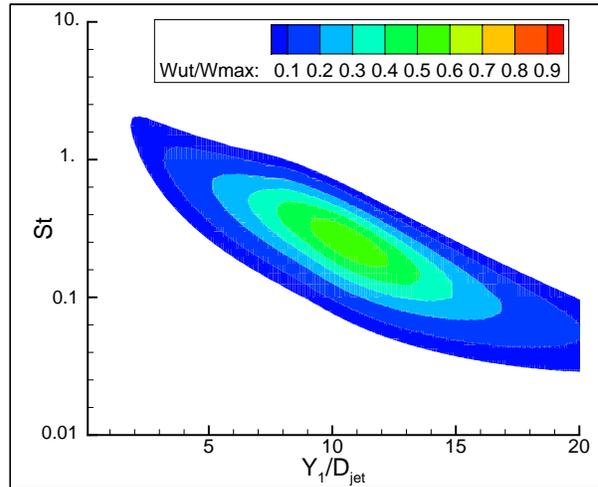


FIG. 5.13 – Intensité acoustique pour le cas $U_{jet}/a_o = 1,47$ et $T_{jet}/T_o = 2,3$. Comparaison des résultats numériques obtenus avec le modèle TSM (—) et des résultats expérimentaux de Tanna *et al.* (\diamond). Les estimations des contributions des corrélations de vitesse, de vitesse-température et de température sont illustrées respectivement par les courbes (---), (---) et (.....).

Contribution du bruit de
mélange



Contribution associée aux
corrélations
vitesse-température



Contribution associée aux
fluctuations de
température

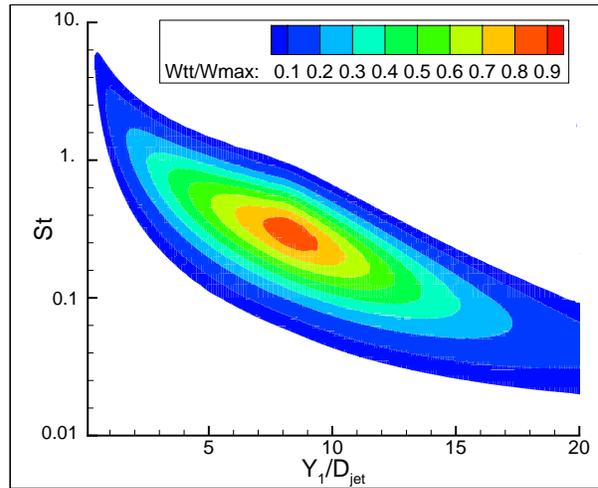
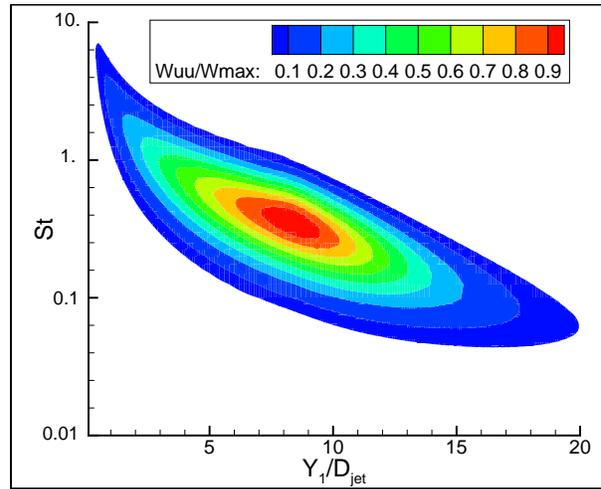
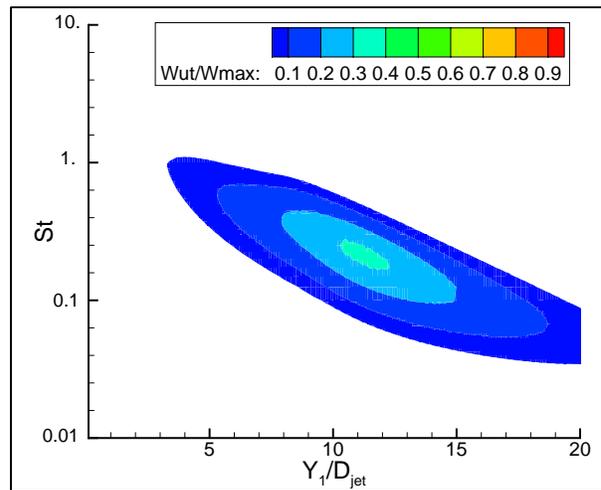


FIG. 5.14 – Distribution spatio-fréquentielle des sources acoustiques responsables du rayonnement dans la direction d'angle $\theta = 45^\circ$. On distingue trois types de contribution associés respectivement aux corrélations de vitesse (Wuu), vitesse-température (Wut) et de température (Wtt). Les caractéristiques principales de l'écoulement sont : $U_{jet}/a_o = 0,9$ et $T_{jet}/T_o = 2,3$.

Contribution du bruit de
mélange



Contribution associée aux
corrélations
vitesse-température



Contribution associée aux
fluctuations de
température

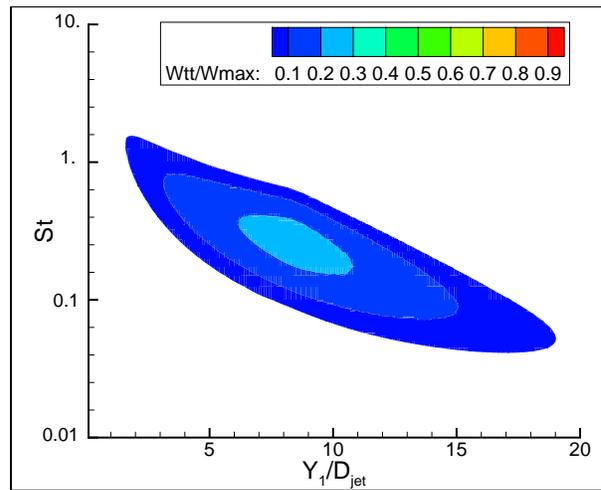


FIG. 5.15 – Distribution spatio-fréquentielle des sources acoustiques responsables du rayonnement dans la direction d'angle $\theta = 45^\circ$. On distingue trois types de contribution associés respectivement aux corrélations de vitesse (Wuu), de vitesse-température (Wut) et de température (Wtt). Les caractéristiques principales de l'écoulement sont : $U_{jet}/a_o = 1,47$ et $T_{jet}/T_o = 2,3$.

Pour la distribution spectrale de l'intensité acoustique, les résultats sont moins satisfaisants. Ils sont présentés pour les trois cas de jets chauds sur les figures 5.16, 5.17 et 5.18. Les spectres sont calculés à partir du modèle TSM. Par rapport aux résultats du modèle GHM, ils sont donc enrichis par les contributions liées aux fluctuations d'entropie. Les calculs dépendent de diverses hypothèses qui peuvent être réévaluées à la lumière des comparaisons effectuées. Ainsi par exemple on avait choisi au troisième chapitre de considérer pour les corrélations vitesse-température et température-température les mêmes échelles de longueur L_t et de temps τ que pour les corrélations de vitesse. Ces échelles sont calculées à partir des champs statistiques de k et ε selon les expressions suivantes :

$$L_t = \frac{(2k/3)^{3/2}}{\varepsilon}$$

$$\omega_t = 2\pi \frac{\varepsilon}{k}$$

On rappelle aussi que les fonctions de corrélation spatiale $f(\xi)$ et temporelle $g(\tau)$ s'écrivent :

$$f(\xi) = e^{-\pi\xi^2/L_t^2}$$

$$g(\tau) = \frac{1}{\cosh(\beta\omega_t\tau)}$$

Comme les sources liées aux fluctuations d'entropie atteignent leur maximum d'intensité dans les mêmes régions de l'écoulement que pour les corrélations de vitesse, elles enrichissent logiquement les mêmes fréquences. Dans ces conditions, les résultats ne peuvent être décalés qu'en intensité et non en fréquence.

En choisissant arbitrairement des échelles de corrélations différentes, on peut obtenir des résultats avec un décalage en fréquence du pic d'intensité. Cette étude paramétrique est illustrée sur la figure 5.19. En augmentant les échelles de temps et de longueur des corrélations faisant intervenir les fluctuations de température, on obtient une meilleure représentation de la distribution spectrale. Le pic d'intensité est déplacé vers les basses fréquences mais sa position ne coïncide toujours pas avec celle de la mesure.

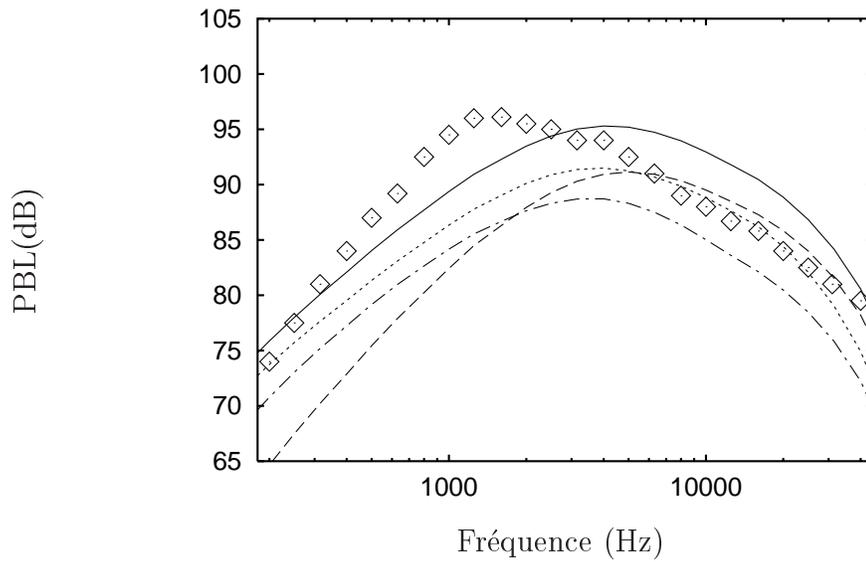


FIG. 5.16 – Spectre acoustique en tiers d’octave à 45° pour le cas $U_{jet}/a_o = 0,9$ et $T_{jet}/T_o = 2,3$. Comparaison des résultats numériques obtenus avec le modèle TSM (—) et des résultats expérimentaux de Tanna *et al.* (◇). Les estimations des contributions des corrélations de vitesse, de vitesse-température et de température sont illustrées respectivement par les courbes (---), (— · —) et (.....). Le calcul est effectué en prenant les mêmes échelles spatiales et temporelles pour les fluctuations de vitesse et de température.

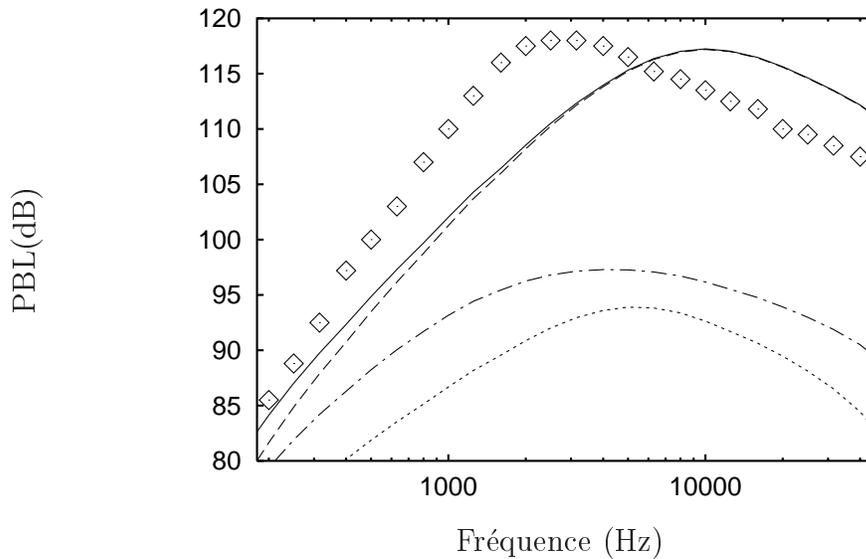


FIG. 5.17 – Spectre acoustique en tiers d’octave à 45° pour le cas $U_{jet}/a_o = 1,47$ et $T_{jet}/T_o = 1,2$. Comparaison des résultats numériques obtenus avec le modèle TSM à 45° (—) et 90° (---) et des résultats expérimentaux de Tanna *et al.* (respectivement \diamond et $+$). Les points $+$ correspondent au cas d’un jet à température ambiante tel que $U_{jet}/a_o = 1,33$, $T_{jet}/T_o = 1$. Le calcul est effectué en prenant les mêmes échelles spatiales et temporelles pour les fluctuations de vitesse et de température.

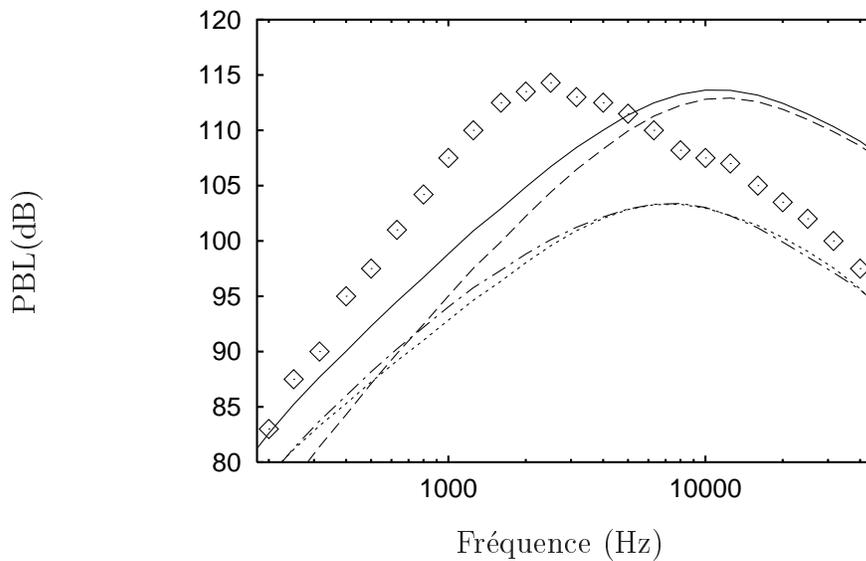


FIG. 5.18 – Spectre acoustique en tiers d’octave à 45° pour le cas $U_{jet}/a_o = 1,47$ et $T_{jet}/T_o = 2,3$. Comparaison des résultats numériques obtenus avec le modèle TSM (—) et des résultats expérimentaux de Tanna *et al.* (\diamond). L’estimation des contributions des corrélations de vitesse, de vitesse-température, et de température sont illustrées respectivement par les courbes (---), (— · —) et (.....). Le calcul est effectué en prenant les mêmes échelles spatiales et temporelles pour les fluctuations de vitesse et de température.

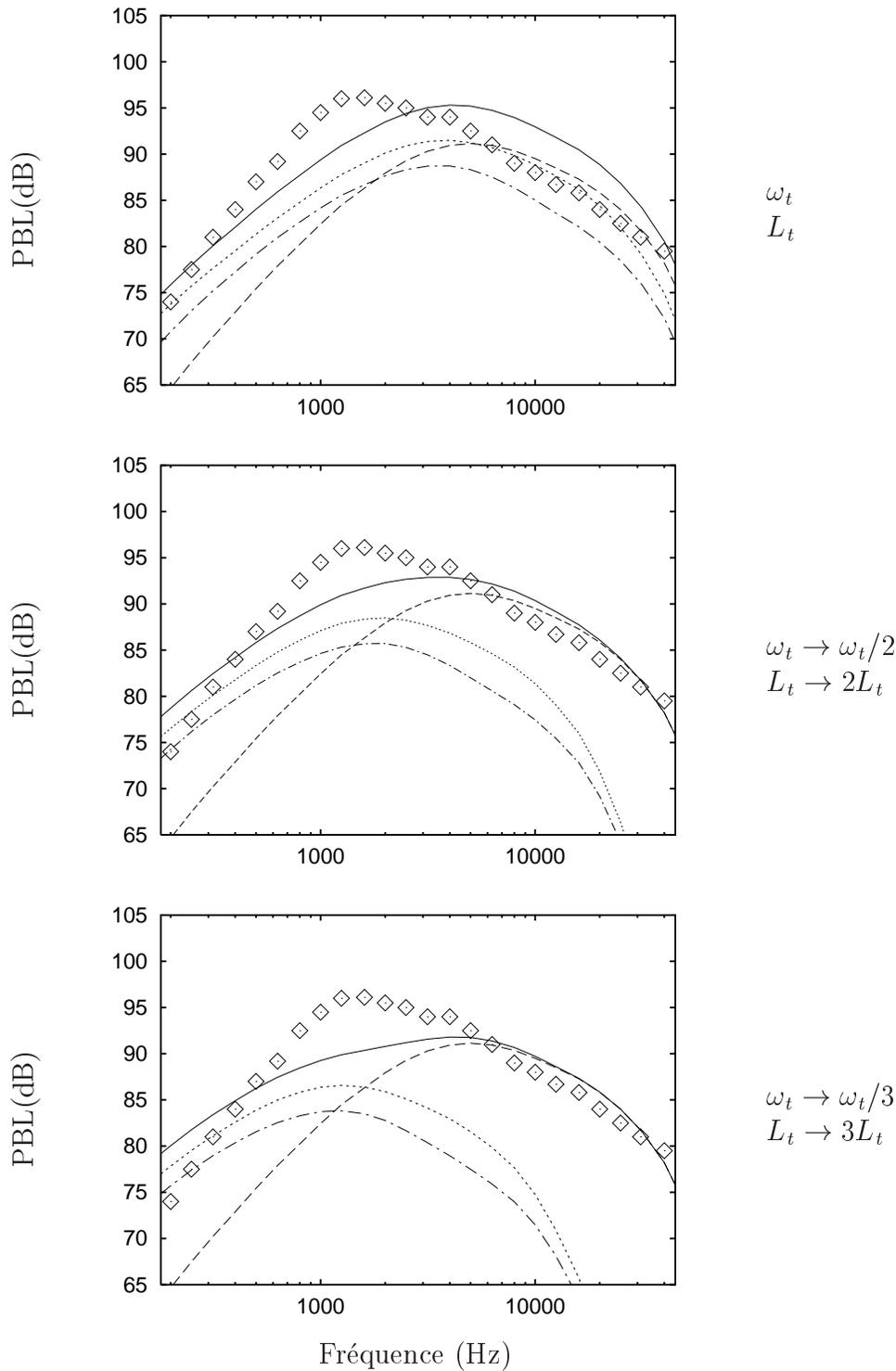


FIG. 5.19 – Spectre acoustique en tiers d’octave à 45° pour le cas $U_{jet}/a_o = 0,9$ et $T_{jet}/T_o = 2,3$. Comparaison des résultats numériques obtenus avec le modèle TSM (—) et des résultats expérimentaux de Tanna *et al.* (\diamond). Les estimations des contributions des corrélations de vitesse, de vitesse-température et de température sont illustrées respectivement par les courbes (---), (— · —) et (·····). Dans les trois cas, on prend des estimations différentes pour les échelles des corrélations liées aux fluctuations de température.

5.2 Jets chauds supersoniques

5.2.1 Description des calculs aérodynamiques

Les expériences réalisées et décrites par Seiner *et al.*² serviront de référence dans l'analyse du rayonnement des jets supersoniques. L'article décrivant les expériences regroupe un ensemble de mesures acoustiques sur des jets chauds supersoniques et parfaitement détendus. Le calcul statistique des écoulements correspondants est exploité pour tester la validité du modèle hybride pour l'estimation du rayonnement acoustique et évaluer l'intégration du modèle TSM (Temperature Sources Model) dans le modèle hybride, en remplacement du modèle GHM (Goldstein and Howes Model) classique. Les cas d'écoulements sont répertoriés dans le tableau 5.1 avec la donnée des nombres de Mach et des températures totales T_t de l'expérience. Le tableau fournit aussi les vitesses U_{jet} et les températures statiques T_{jet} correspondantes, utilisées dans les calculs.

M_{jet}	$T_t(^{\circ}K)$	T_t/T_o	$T_{jet}(^{\circ}K)$	T_{jet}/T_o	$U_{jet}(m/s)$
2.001	500.4	1.798	278	1.00	669
2.001	755.4	2.718	419	1.51	823
2.001	1114.3	4.004	653	2.34	1014
2.002	1370.4	4.886	819	2.92	1123
2.002	1534.3	5.422	927	3.27	1185

TAB. 5.1 – Données des nombres de Mach et des températures des jets étudiés.

Les calculs aérodynamiques ont été réalisés sur un maillage de finesse raisonnable, avec 40 points dans le demi-diamètre du jet au niveau de la sortie de tuyère. Cette définition respecte le critère de finesse établi dans le deuxième chapitre. L'amont de la section d'éjection n'est pas pris en compte dans le maillage : le plan d'entrée du domaine de calcul correspond donc à la sortie de tuyère. Les problèmes rencontrés pour la convergence de calculs de jets chauds sur ce type de maillage, évoqués au deuxième chapitre, n'apparaissent que pour des écoulements subsoniques. Dans la situation présente, le développement du jet n'est pas perturbé par des conditions extérieures. En effet, aucune information ne peut se propager dans le sens opposé de l'écoulement du fait que celui-ci est plus rapide que la vitesse du son.

Les champs aérodynamiques obtenus par le calcul pour les jets chauds supersoniques sont analogues à ceux des jets libres classiques illustrés au deuxième chapitre. La seule différence notable constatée entre les solutions pour chaque rapport de température concerne la décroissance de la vitesse sur l'axe du jet. Ces différences sont illustrées sur la figure 5.20. Quel que soit le rapport des températures, la longueur du cône potentiel est peu modifiée par rapport au cas du jet à température ambiante. Elle reste toujours proche de dix fois le diamètre du jet. A partir de l'extrémité du cône potentiel, la vitesse axiale de l'écoulement décroît selon des pentes semblables. A même abscisse, la vitesse du jet est cependant plus faible quand le jet est plus chaud. Plus la température du jet est élevée, plus sa masse volumique est faible par rapport à celle du milieu ambiant. Les variations de vitesse dans le jet répercutent donc les différences de taux d'entraînement. Cet écart est aussi constaté

expérimentalement. La comparaison des estimations numériques (figure 5.20) et des mesures (figure 5.21) montre qu'on a respecté les effets en relatif mais sans reproduire les pentes de décroissance de la vitesse axiale. Les résultats du deuxième chapitre ont démontré que l'utilisation du modèle $k - \varepsilon$ standard est la cause de ces disparités.

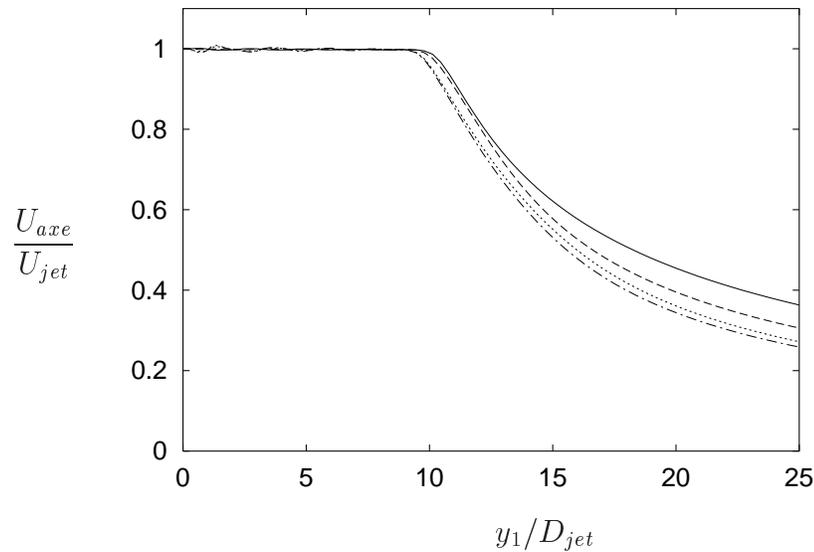


FIG. 5.20 – Décroissance de la vitesse axiale. Résultats numériques pour les rapports de température $T_{jet}/T_o = 1$ (—), $T_{jet}/T_o = 1,51$ (---), $T_{jet}/T_o = 2,34$ (.....) et $T_{jet}/T_o = 2,92$ (—·—).

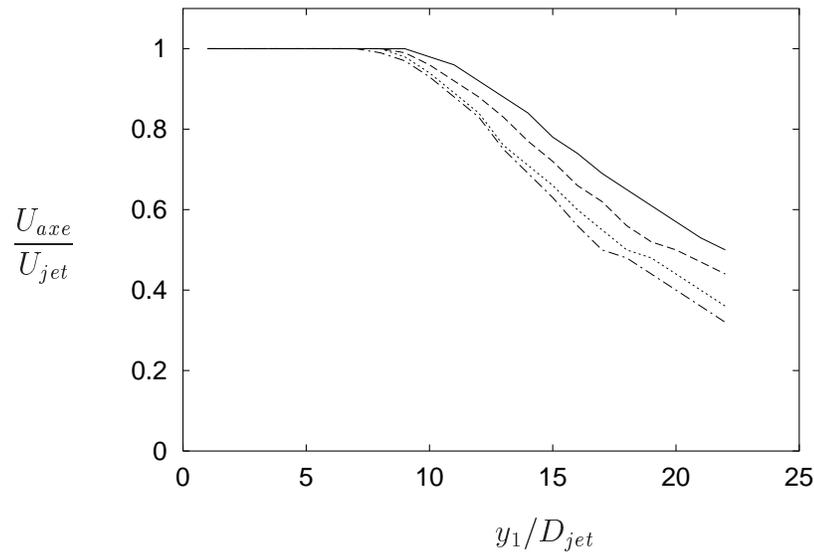


FIG. 5.21 – Décroissance de la vitesse axiale. Mesures expérimentales pour les rapports de température $T_{jet}/T_o = 1$ (—), $T_{jet}/T_o = 1,51$ (---), $T_{jet}/T_o = 2,34$ (.....) et $T_{jet}/T_o = 2,92$ (—·—).

5.2.2 Résultats acoustiques préliminaires

Les résultats de calcul aérodynamique sont ensuite exploités pour tester la validité du modèle hybride pour l'estimation du rayonnement acoustique. Ce modèle somme les intensités acoustiques correspondant au bruit des ondes de Mach et au bruit de mélange, calculées respectivement par les modèles FFWM et GHM. Les résultats acoustiques obtenus sont estimés en utilisant le modèle hybride décrit au quatrième chapitre. On ne considère qu'une zone de mélange dans laquelle coexistent deux contributions au rayonnement acoustique de deux natures différentes qui sont le bruit de mélange et le bruit d'ondes de Mach. Les résultats sont reportés sur la figure 5.22. Les estimations du rayonnement acoustique sont en accord avec les mesures pour les directions d'observation affectées par le bruit des ondes de Mach. Ces directions sont celles voisines de l'angle $\theta = \cos^{-1}(1/M_c)$. Dans les autres directions où le rayonnement acoustique est attribué principalement au bruit de mélange (il doit exister un rayonnement résiduel provoqué par les ondes de Mach), les prévisions s'effondrent avec l'augmentation des différentiels de température. En fait, l'augmentation de température du jet pour un nombre de Mach constant correspond à une augmentation de la vitesse d'éjection, et donc à une modification directe de l'angle principal de propagation des ondes dans le milieu au repos. En effet, cet angle vaut $\theta = \cos^{-1}(1/M_c)$ et il est donc directement dépendant de M_c qu'on évalue par la relation $M_c = 0,67U_{jet}/a_o$.

Pour la contribution du bruit de mélange, un facteur ρ_{jet}^2/ρ_o intervient pour pondérer l'intensité des sources. Cette approximation n'est pas remise en cause. En fait l'hypothèse faite ici est de considérer que dans le cas du bruit des ondes de Mach, le rayonnement acoustique ne concerne que la convection de structures turbulentes quel que soit la température du jet. Pour le bruit de mélange, d'autres sources, liées aux fluctuations d'entropie générées par les différentiels de température (et décrites au troisième chapitre), sont susceptibles de contribuer de façon significative et viendront s'ajouter aux sources associées aux tensions de Reynolds. La prise en compte des sources associées aux fluctuations de température pourrait améliorer les prévisions aux grands angles d'observation.

Pour le jet le plus chaud ($T_{jet}/T_o = 3,27$), l'intensité acoustique présente deux pics de directivité. Le premier est voisin de l'angle de direction $\theta = 40^\circ$ et n'est pas retrouvé par le calcul tandis que le second correspond au rayonnement des ondes de Mach décrit par le modèle FWMM. Deux familles d'ondes de Mach autres que celle qu'on modélise ici peuvent rayonner. Ceci a été établi expérimentalement grâce à des mesures par vélocimétrie laser.[?] Ces mesures ont permis d'identifier trois familles d'ondes distinctes :

- Les ondes d'instabilités supersoniques dont le rayonnement est dû au mouvement de structures dans l'écoulement dont le nombre de Mach de convection M_c^+ est de l'ordre de $M_c^+ \approx U_{jet}/(a_j + a_o)$.
- Les ondes d'instabilités de Kelvin-Helmholtz dont le rayonnement est dû au mouvement de structures dont le nombre de Mach de convection M_c est de l'ordre de $M_c = (U_{jet} + a_j)/(a_j + a_o)$. Des trois familles d'ondes, c'est celle qui produira le rayonnement le plus intense. Les ondes émises correspondent à celles dont on a estimé jusqu'à présent le bruit. Le nombre de Mach de convection M_c tel qu'il est établi par l'expérience encadre la loi de calcul du nombre de Mach de convection donné par

Davies *et al.*? qu'on rappelle ici : $M_c = 0,67U_{jet}/a_o$. En effet, pour les jets étudiés dans cette section, on a $M_{jet} = 2$ et $1 < T_{jet}/T_o < 3,27$. Avec $U_{jet} = M_{jet}a_j$ et $a_j = a_o\sqrt{T_{jet}/T_o}$, on obtient l'encadrement suivant : $0,53U_{jet}/a_o < (U_{jet} + a_j)/(a_j + a_o) < 0,75U_{jet}/a_o$.

- Les ondes d'instabilités subsoniques dont le rayonnement est dû au mouvement de structures dans l'écoulement dont le nombre de Mach de convection M_c^- est de l'ordre de $M_c^- \approx (U_{jet} - a_j)/(a_j + a_o)$.

Etant donnée la disparité de leur vitesse de convection, ces familles d'ondes rayonnent dans des directions et à des intensités différentes. Le rayonnement des ondes d'instabilités subsoniques et supersoniques n'est significatif que pour des vitesses de jet très importantes. Cette description pourrait expliquer, figure 5.22 le premier pic de directivité (voisin de $\theta = 40^\circ$) du rayonnement acoustique qui n'apparaît que pour le jet tel que $M_{jet} = 2$ et $T_{jet}/T_o = 3,27$. On a dans ce cas $U_{jet} = 2a_j$ et $\sqrt{T_o/T_{jet}} = \sqrt{1/3,27} = 1,288$ et $\theta = \cos^{-1}(1/M_c^+) = 39^\circ$.

Quoiqu'il en soit, le modèle hybride donne une représentation assez fidèle de la distribution d'intensité du rayonnement dans l'arc aval.

5.2.3 Prise en compte des effets de température

Pour ces calculs acoustiques, le modèle hybride qui a servi au quatrième chapitre est modifié et intègre le calcul des sources acoustiques liées aux fluctuations de température. On remplace pour cela dans le calcul du bruit de mélange, le modèle GHM par le modèle TSM. La variance des fluctuations de température est calculée de la même manière que dans le cas des jets chauds subsoniques, c'est-à-dire en utilisant dans le code **Aether**, comme fermeture pour le calcul des champs moyens de l'écoulement, le modèle de turbulence à trois équations. Les résultats obtenus sont présentés à la figure 5.23. Ils tendent à diminuer l'écart avec les mesures dans les directions d'angle voisin de $\theta = 90^\circ$. Les nouvelles contributions prises en compte ont conservé le même recalage que dans le cas de référence $U_{jet}/a_o = 0,9$ et $T_{jet}/T_o = 2,3$.

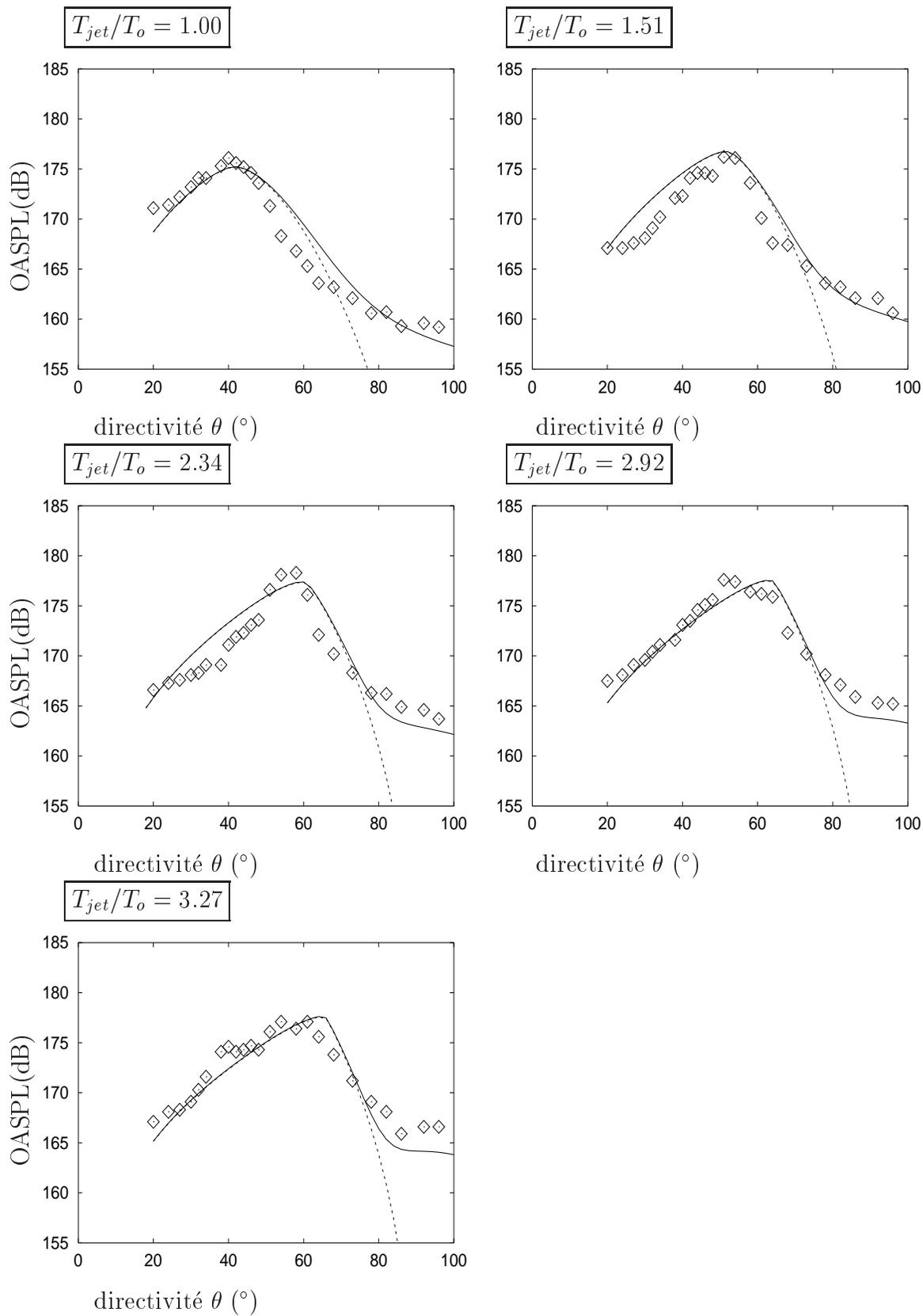


FIG. 5.22 – Calcul du rayonnement des jets supersoniques (—) en comparaison des résultats expérimentaux(\diamond). Illustration de la contribution des ondes de Mach(-----)

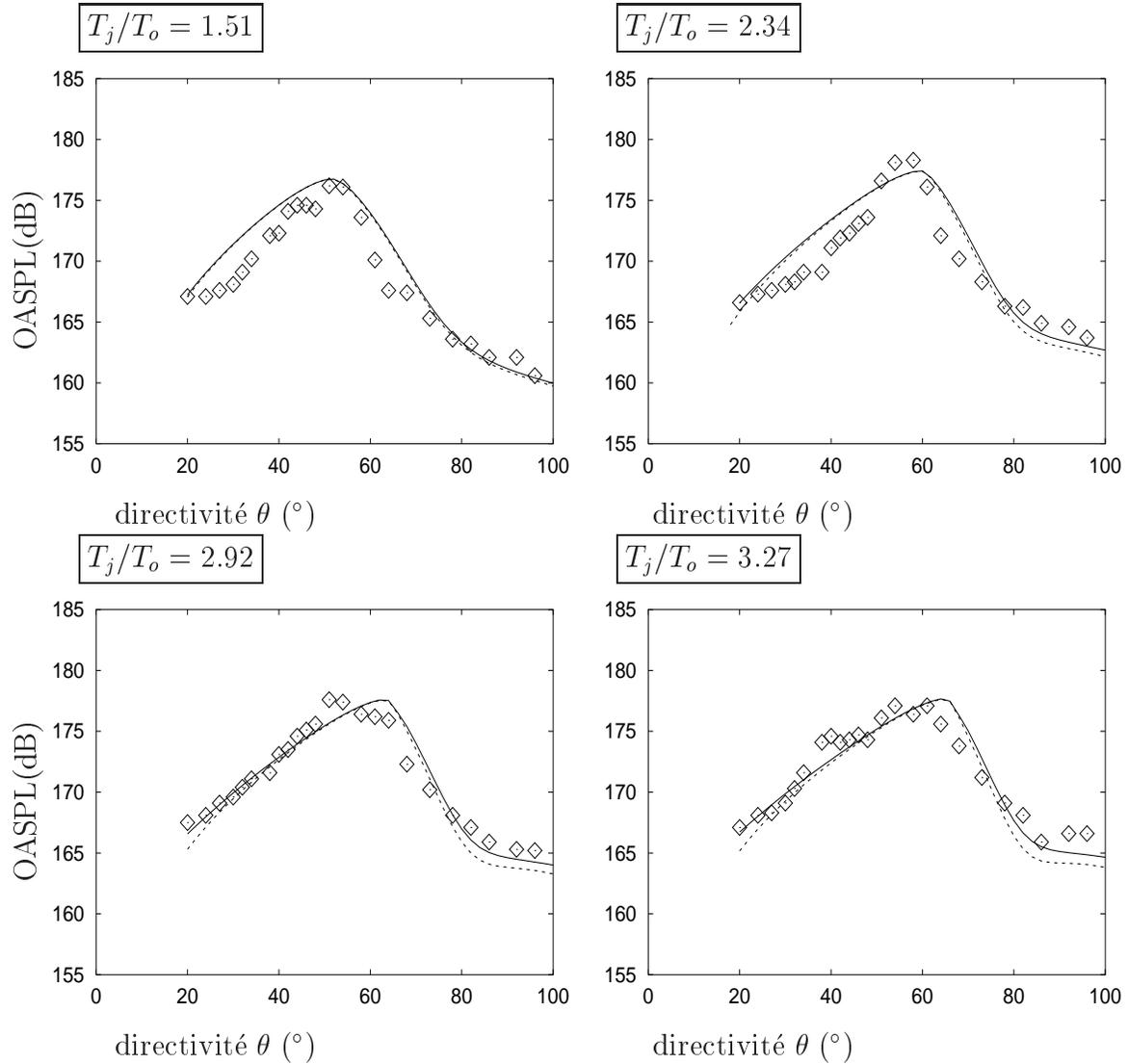


FIG. 5.23 – Calcul du rayonnement des jets supersoniques avec la prise en compte des différentiels de température après intégration du modèle TSM dans le modèle hybride (—). Comparaison avec les résultats du modèle hybride antérieur (----) et les mesures de Seiner *et al.* (\diamond).

Conclusion

Les calculs réalisés dans ce chapitre permettent d'estimer correctement les effets de la température sur le rayonnement acoustique de jets subsoniques ou supersoniques parfaitement détendus. Dans le cas des jets subsoniques, la prise en compte des sources associées aux fluctuations d'entropie, représentées par le biais des fluctuations de température, permet de mieux décrire la distribution du rayonnement acoustique. La prévision spectrale peut aussi être améliorée mais les estimations diffèrent encore des expériences. Les différences de distribution spectrale pourraient être réduites en améliorant le calcul aérodynamique pour mieux représenter le développement du jet et en affinant l'estimation des échelles et des temps de corrélation.

Dans le cas des jets supersoniques dont le rayonnement est dominé par les ondes de Mach, la directivité et l'intensité du rayonnement estimées au moyen du modèle hybride sont proches des mesures. Le modèle hybride exploite les calculs statistiques de l'écoulement avec une fermeture par le modèle de turbulence $k - \varepsilon$ standard. Les prévisions sont mises en défaut dans les angles correspondant au rayonnement du seul bruit de mélange et l'écart à la donnée de mesures s'accroît avec le rapport des températures T_{jet}/T_o .

Pour améliorer les estimations du rayonnement aux grands angles, i.e. dans des directions éloignées de l'angle de Mach, on a repris l'approche utilisée pour le cas des jets chauds subsoniques. Le champ statistique des fluctuations de température est déterminé par un nouveau calcul aérodynamique. Il est ensuite exploité par le modèle hybride dans lequel on a intégré au préalable le modèle TSM qui estime les effets de différentiel de température. Les résultats obtenus confortent la validité de l'approche qui nécessitera cependant des recalages lorsqu'on disposera de mesures expérimentales des fluctuations de température appropriées.

Conclusion

Bilan

L'étude réalisée ici s'appuie sur des modèles de prévision de bruit fondés sur la résolution intégrale de l'équation de Lighthill en champ lointain. La modélisation aéroacoustique consiste à exploiter des solutions statistiques d'écoulements cisailés libres pour estimer leur rayonnement acoustique en terme d'intensité, de directivité et de répartition spectrale. On obtient ainsi une modélisation statistique des sources de bruit (SSM : Statistical Source Model).

Des travaux antérieurs ont démontré l'efficacité et le faible coût de cette méthodologie pour la prévision du bruit des jets libres subsoniques ou supersoniques à la pression ambiante. Un code a donc été développé pour mettre en œuvre ces modèles en exploitant des solutions de calculs aérodynamiques. On s'est attaché à évaluer dans quelle mesure les résultats aérodynamiques obtenus dépendaient de la finesse des maillages et du modèle de turbulence utilisé et quelles étaient les effets de cette dépendance sur les prévisions acoustiques. Ces études ont conduit à l'implantation et à la validation dans le code de calcul *Aether* d'écoulements d'un modèle de turbulence spécifique aux traitements des jets. Elles ont aussi permis de spécifier une limite basse de la finesse des maillages qui assure des résultats précis avec un coût de calcul minimum.

Les travaux étant motivés par l'étude de configurations de jets correspondants aux profils d'éjection des tuyères de moteurs aéronautiques, il s'agissait ensuite d'étendre le domaine de prévision à des configurations coaxiales et à des jets chauds.

Pour des jets coannulaires, la méthode développée distingue les différentes régions de cisaillement, entre le jet primaire et le jet secondaire et entre le jet secondaire et le milieu ambiant. A chaque zone correspond un nombre de Mach de convection qui permet de passer automatiquement d'un modèle acoustique pour le bruit de mélange à un modèle acoustique pour le bruit d'ondes de Mach, selon la valeur du nombre de Mach de convection. Si cette valeur est inférieure à un, le jet est traité comme subsonique. Dans le cas contraire ($M_c > 1$), le jet est supersonique et il rayonne essentiellement en ondes de Mach. Pour des jets supersoniques, les deux types de rayonnement contribuent au champ lointain et doivent être pris en compte. Le travail résidait donc ici dans la réalisation d'une méthode automatique de traitement des champs aérodynamiques calculés. Pour ce type d'écoulement, les sources acoustiques sont encore de même nature que celles décrites par les modèles statistiques antérieurs. Les sources sont essentiellement déterminées par les gradients de vitesse entre le jet et le milieu ambiant. Les modèles de prévisions acoustiques ne nécessitent

pas dans ce cas de reformulation. Les modélisations développées ont permis de retrouver les résultats expérimentaux obtenus dans des études portant sur l'élimination des ondes de Mach par adaptation des caractéristiques aérodynamiques de jets coaxiaux. Ces calculs ont aussi permis d'évaluer les possibilités et les limites de ces méthodes.

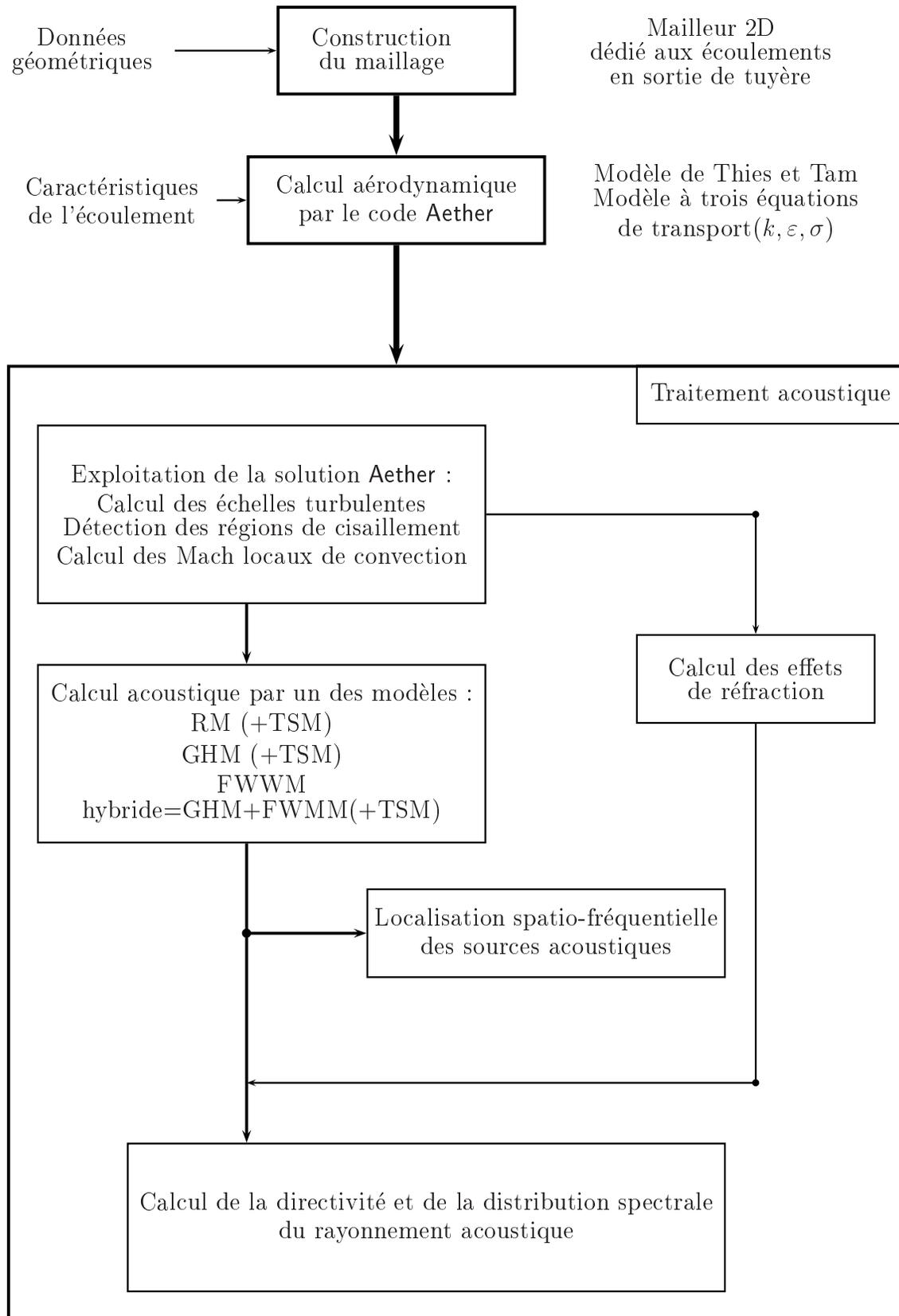
La prise en compte des effets acoustiques des différentiels de température entre le jet et son milieu ambiant s'est avérée plus délicate. Il faut conserver à cet effet le terme correspondant aux fluctuations d'entropie et reprendre les étapes de modélisation à partir de la résolution intégrale de l'équation de Lighthill. On est aussi conduit à développer une modélisation de la turbulence à 3 équations de transport pour calculer le champ de variance des fluctuations de température. Le traitement des résultats de calculs aérodynamiques donne des estimations de bruit en accord satisfaisant avec les données expérimentales. Le calcul permet aussi de distinguer les différentes contributions au champ sonore lointain. L'amélioration de la méthode de calcul nécessite la validation du champ des fluctuations de température. Malheureusement les mesures accessibles pour cette quantité dans des jets libres concernent pour la plupart des écoulements à faible vitesse (d'un ordre de grandeur plus faible que celui des jets d'intérêt pratique).

Si la méthodologie de calcul du rayonnement acoustique est de faible coût d'exploitation, elle nécessite des développements analytiques importants lorsqu'il s'agit de modifier la nature des sources acoustiques ou de leur rayonnement. Son extension est aussi relativement limitée. En effet, la résolution intégrale utilisée repose sur des hypothèses de champ acoustique lointain et de propagation en milieu homogène et libre.

Cette approche, schématisée au tableau 5.2, permet néanmoins de disposer d'un outil fiable et rapide pour juger du niveau acoustique d'un grand nombre de configurations relatives à des moteurs d'avions. Elle offre de plus une bonne base d'étude et d'évaluation de ce que l'on peut extraire de la solution d'un calcul d'écoulement moyen et de la modélisation statistique de la turbulence dans le cadre d'une analyse aéroacoustique des sources de bruit.

Ce travail a donné lieu aux publications suivantes :

- N. Héron, S. Lemaire, S. Candel and C. Bailly, Coaxial jet noise prediction from statistical and stochastic source models, *AIAA Paper 2001-2205*.
- N. Héron, C. Bailly and S. Candel, Modélisation du rayonnement acoustique de jets coaxiaux supersoniques, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, t.329, Série IIb, p. 497-502, 2001*.
- N. Héron, M. Ravachol, S. Candel and C. Bailly, Hot-jet-noise predictions from statistical source models, *accepted for the 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, June 2002*.



TAB. 5.2 – Schéma résumant la méthodologie et la chaîne de calcul réalisée.

Perspectives

Les méthodes statistiques de modélisation des sources aéroacoustiques peuvent désormais être développées dans plusieurs directions :

- L'extrapolation des cas de mesures au banc à des cas en vol. Il s'agit de réaliser le même type de calcul avec un milieu ambiant en mouvement pour le calcul aérodynamique. Si on veut estimer une mesure acoustique au sol, on considère une ensemble de sources dans un repère différent de celui de l'observateur. Le calcul du rayonnement acoustique usuel sera lui-même traité a posteriori pour tenir compte du déplacement des sources. On doit représenter le changement régulier d'angle entre l'axe du jet et le point de mesure ou encore de l'intégration par rapport à un temps d'exposition de l'observateur en fonction de la vitesse et de la position du volume contenant les sources.
- L'extension des configurations étudiées. On a traité uniquement des cas de jets axisymétriques pour limiter le coût des calculs aérodynamiques sur la validation des développements réalisés. La résolution a été effectuée sur des maillages 2D dont la construction était complètement automatique à partir de la donnée de la géométrie des tuyères. Cependant le code d'acoustique peut prendre en compte des solutions de calcul 3D[†]. On peut envisager des configurations non-axisymétriques pour estimer par exemple le rôle d'un mélangeur, comme une tuyère lobée par exemple, sur la diminution du bruit.

Les outils développés pour les calculs d'écoulements peuvent aussi être exploités par d'autres méthodes que celles fondées sur la modélisation statistique. Ainsi, par exemple, la résolution des équations d'Euler linéarisées nécessite l'utilisation d'une solution aérodynamique moyenne pour une génération stochastique des sources de bruit dans l'écoulement : les perturbations imposées initialement sont d'amplitudes et de fréquences déterminées par les champs moyens et turbulents. La qualité d'estimation de ces champs détermine celle de la représentation des sources acoustiques.

En dehors du domaine aéronautique, le développement de ces méthodologies pour la modélisation du bruit d'écoulements libres peut aussi être profitable au domaine spatial. Le bruit émis au décollage d'un lanceur détermine l'environnement vibratoire de la charge utile. Le niveau des sollicitations vibro-acoustiques auxquelles sont soumis les satellites embarqués rentre dans les critères de choix des clients des lanceurs.

[†]Il a déjà été éprouvé sur une application industrielle pour tester l'effet acoustique d'un jet transversal impactant de façon normale sur un jet supersonique pour accélérer son mélange avec le milieu ambiant.

Annexe A

Modèle $k - \varepsilon$ de Thies et Tam

On rappelle ici les caractéristiques essentielles du modèle de turbulence $k - \varepsilon$ développé par Thies et Tam. Une description plus complète est donnée dans l'article de référence.⁷ Ce modèle a été implanté dans le code **Aether** pour une meilleure estimation de l'aérodynamique des écoulements libres.

Les équations de bilan de l'énergie cinétique turbulente k et du taux de dissipation ε s'écrivent de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\rho \frac{dk}{dt} &= \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) \\ \rho \frac{d\varepsilon_s}{dt} &= C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon_s}{k} \tau_{ij}^s \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - (C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 3} \chi) \rho \frac{\varepsilon_s^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t^s}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x_i} \right)\end{aligned}$$

où d/dt est la dérivée matérielle.

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon_s (1 + \alpha_1 M_t^2) \\ M_t^2 &= (2k/T) M_{jet}^2 \\ \mu_t^s &= C_\mu k^2 / \varepsilon_s \\ \mu_t &= C_\mu k^2 / \varepsilon \\ \tau_{ij} &= \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \\ \tau_{ij}^s &= \mu_t^s \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \\ \chi &= \omega_{ij} \omega_{jk} s_{ki} \\ \omega_{ij} &= \frac{1}{2} \frac{k}{\varepsilon_s} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \\ s_{ij} &= \frac{1}{2} \frac{k}{\varepsilon_s} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)\end{aligned}$$

Les coefficients intervenant dans les équations ont les valeurs suivantes :

$$C_\mu = 0.0874, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.40, \quad C_{\varepsilon 2} = 2.02, \quad C_{\varepsilon 3} = 0.822$$

$$Pr_t = 0.422, \quad \sigma_k = 0.324, \quad \sigma_\varepsilon = 0.377, \quad \alpha_1 = 0.518.$$

Annexe B

Modélisation type d'une équation de transport

On résout l'équation sur σ en suivant le même principe de modélisation que pour les équations de k et ε dans le code **Aether**, avec un choix identique des termes implicites et explicites. Soit Δt , le pas de temps qui sépare l'itération n de l'itération $n + 1$, l'équation à résoudre est décrite de la façon suivante :

$$\rho \frac{\sigma^{n+1} - \sigma^n}{\Delta t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \sigma^{n+1}) - \nabla \cdot (k_t \nabla \sigma^{n+1}) = S_\sigma^n \quad (\text{B.1})$$

Pour simplifier la formulation, on a écrit $(\mu/Pr) + (\mu_t/Pr_t) = k_t$ et on laissera le terme S_σ^n sous cette forme réduite. On rappelle cependant sa valeur :

$$S_\sigma^n = 2\rho\kappa_t(\nabla T)^2 - 2\rho\frac{\varepsilon}{k}\sigma^n$$

Les opérateurs de moyenne $\tilde{\cdot}$ et $\bar{\cdot}$ ont été omis pour simplifier l'expression. Les quantités autres que σ intervenant dans l'équation ont été déterminées à l'itération $n + 1$ pour celles qui correspondent aux champs aérodynamiques moyens* (ρ , \mathbf{U} ...) et à l'itération n pour celles qui décrivent les champs statistiques turbulents (k , ε , μ_t).

On pose $\sigma^{n+1} = \sigma^n + \delta_\sigma$, il vient :

$$\rho \frac{\delta_\sigma}{\Delta t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \delta_\sigma) - \nabla \cdot (k_t \nabla \delta_\sigma) = S_\sigma^n - \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \sigma^n) + \nabla \cdot (k_t \nabla \sigma^n) \quad (\text{B.2})$$

La résolution de l'équation étant réalisée sur un domaine discrétisé par éléments finis, on effectue une formulation variationnelle :

$$\int_{\Omega} \rho \left(\frac{1}{\Delta t} + \int_{\Omega} \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \delta_\sigma) \varphi - \int_{\Omega} \nabla \cdot (k_t \nabla \delta_\sigma) \varphi = \int_{\Omega} S_\sigma^n \varphi - \int_{\Omega} \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \sigma^n) \varphi + \int_{\Omega} \nabla \cdot (k_t \nabla \sigma^n) \varphi \right) \quad (\text{B.3})$$

*On rappelle qu'au cours de chaque itération, le champ moyen est calculé avant le champ turbulent, de manière découplée.

et, avec la décomposition suivante pour le troisième terme des deux membres de l'équation :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \nabla \cdot (k_t \nabla \delta_{\sigma}) \varphi &= \int_{\Omega} \nabla \cdot (k_t \nabla \delta_{\sigma} \varphi) - \int_{\Omega} k_t \nabla \delta_{\sigma} \cdot \nabla \varphi \\ &= \int_{\partial \Omega} k_t \nabla \delta_{\sigma} \cdot \varphi \vec{n} - \int_{\Omega} k_t \nabla \delta_{\sigma} \cdot \nabla \varphi \end{aligned}$$

où \vec{n} est la normale extérieure à $\partial \Omega$. On veut finalement résoudre numériquement :

$$\int_{\Omega} \rho \left(\frac{1}{\Delta t} + \int_{\Omega} \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \delta_{\sigma}) \varphi + \int_{\Omega} k_t \nabla \delta_{\sigma} \cdot \nabla \varphi = R_{\sigma}^n$$

avec :

$$R_{\sigma}^n = \int_{\Omega} \left[2\rho \kappa_t (\nabla T)^2 - \frac{1}{R} \frac{\varepsilon}{k} \sigma^n \right] \varphi - \int_{\Omega} \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \sigma^n) \varphi - \int_{\Omega} k_t \nabla \delta_{\sigma} \cdot \nabla \varphi$$

Une solution est obtenue quand $R_{\sigma}^n \rightarrow 0$ pour $n \rightarrow \infty$.

Annexe C

Application de la méthodologie à un cas industriel

Calculs aérodynamiques

Cette étude donne un exemple d'application de la méthodologie à une configuration de moteur d'avion. On décrit les étapes de la préparation des calculs aérodynamiques et de leur exploitation. On dispose pour cette étude de données au banc des conditions d'éjection et des spectres du rayonnement acoustique d'un moteur Honeywell TFE731-60 pour différents régimes. Le moteur est illustré à la figure C.1.



FIG. C.1 – Moteur Honeywell TFE731-60.

Ce moteur double-flux a un taux de dilution de 3,9. Il est équipé d'un mélangeur lobé sur le jet primaire. Cette configuration équipe le Falcon 900-EX, un trimoteur de la gamme d'avions d'affaires de Dassault Aviation. Le 900-EX est destiné à des vols de longue distance (8000 km avec 8 passagers et pour un nombre de Mach de croisière de 0,8). Les nacelles de Falcon sont des nacelles longues : le jet primaire est mis au contact avec le jet secondaire avant la sortie de nacelle. Les données aérodynamiques dont on dispose correspondent aux

conditions d'éjection en considérant que les jets primaire et secondaire sont parfaitement mélangés. Au régime maximum du moteur, la vitesse d'éjection est d'environ 300 m.s^{-1} . La température est de 320 K . On va uniquement traiter ici du bruit de jet de ce moteur.

Pour construire un maillage du voisinage amont et aval de la section d'éjection, on utilise des schémas du voisinage de la section d'éjection du moteur. On extrait de ces schémas un nombre de points suffisant pour donner une description de la forme de la nacelle et de la forme de la tuyère du moteur. A partir de la donnée de ces points et des tangentes aux extrémités des deux surfaces, le mailleur construit les couches limites et le domaine de calcul autour de la géométrie définie. Le résultat obtenu est illustré figure C.2. Le domaine de calcul complet s'étend sur $60 D_{jet}$ dans la direction radiale et $125 D_{jet}$ dans la direction axiale.

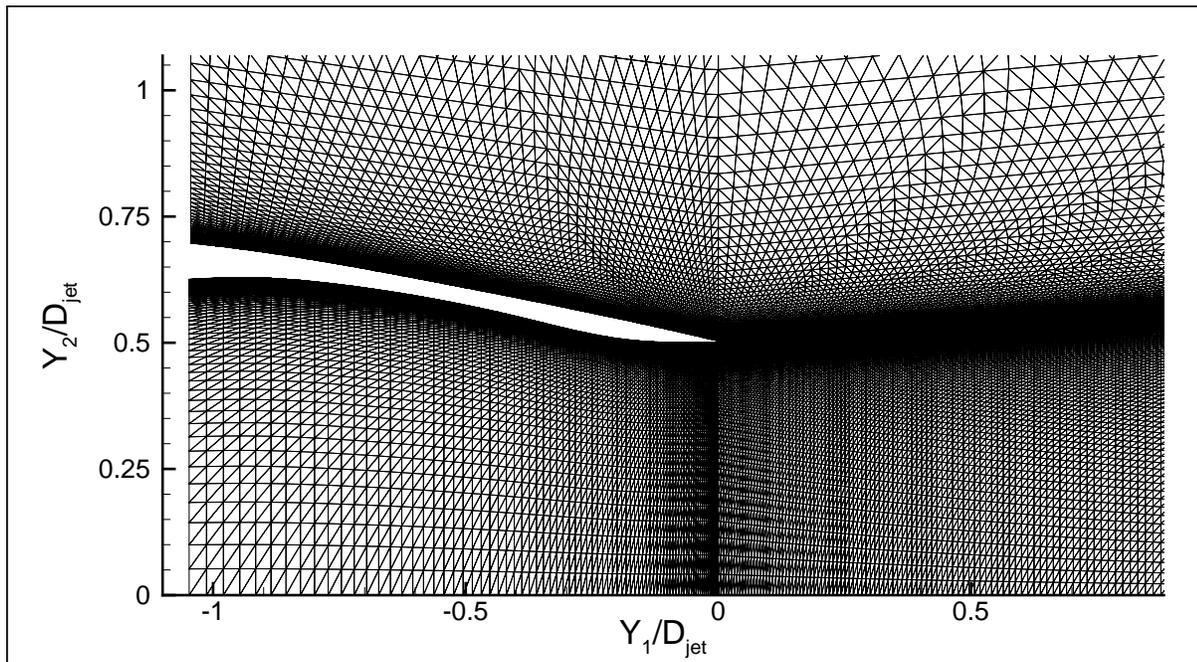


FIG. C.2 – Maillage générique d'une extrémité de nacelle de Falcon.

Pour le calcul aérodynamique, on ne dispose que des mesures en sortie de tuyère. Si on veut placer le plan d'entrée du calcul en amont de cette section, il faut donc pouvoir déterminer les conditions aérodynamiques à partir de ces données. Pour remonter du plan d'éjection jusqu'au plan d'entrée du calcul, correspondant à une section à l'intérieur de la tuyère, on utilise une méthode de restitution. Pour des conduites relativement courtes comme celles qu'on a maillé, on peut considérer au premier ordre qu'il n'y pas d'échange de chaleur et négliger les effets de frottement. On peut donc considérer un écoulement adiabatique réversible, c'est-à-dire isentropique. Si on suppose de plus que l'écoulement se fait principalement dans l'axe du jet et pour des gaz parfaits, on sait écrire, à partir des lois de conservation et des équations d'état, un jeu d'expressions différentielles donnant les variations des paramètres aérodynamiques conséquentes aux changements de sections*.

*L'établissement de ces expressions est détaillé dans la référence².

Parmi les expressions qu'on peut établir à partir de ces principes, celles nécessaires à nos calculs sont les suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{dM}{M} &= -\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2}{1 - M^2} \frac{dA}{A} \\ \frac{d\rho}{\rho} &= \frac{M^2}{1 - M^2} \frac{dA}{A} \\ \frac{dT}{T} &= \frac{(\gamma - 1)M^2}{1 - M^2} \frac{dA}{A} \\ \frac{dU_1}{U_1} &= -\frac{1}{1 - M^2} \frac{dA}{A}\end{aligned}$$

où A est une section dans la tuyère à y_1 fixé.

Toutes les relations établies donnent les variations des quantités aérodynamiques en fonction de deux paramètres qui sont le nombre de Mach local et la variation de section locale. Lors de la génération des maillages, on se donne automatiquement la variation des sections. Il suffit alors de remonter de façon discrète (pour chaque déplacement élémentaire dy_1) à partir des expressions ci-dessus jusqu'au calcul des conditions dans le plan d'entrée.

Sur le plan d'entrée du calcul, à l'intérieur de la tuyère, les valeurs de la masse volumique, de la vitesse et de la température sont imposées. Ces conditions fixent la pression. Les hypothèses d'écoulement unidimensionnel et isentropique sont une approximation des conditions réelles d'écoulement. Ceci explique le saut de vitesse observé à la figure C.3 entre le plan d'entrée et la section suivante du maillage. Quoi qu'il en soit, les figures C.3, C.4 et C.5 montrent que la méthode permet de retrouver par le calcul aérodynamique les données au banc correspondant aux conditions d'éjection en sortie de tuyère. Malgré un nombre de Mach proche de 1, le col situé légèrement en amont de la section d'éjection n'est pas amorcé.

Sur la figure C.6, on peut observer à la fois le niveau de la turbulence de la couche limite et le développement de la couche de mélange. À proximité des surfaces interne et externe de la nacelle, les équations de Navier-Stokes moyennées sont fermées par un modèle de turbulence $k - \varepsilon$ adapté aux écoulements de proche paroi[†]. Dans la zone de mélange, la fermeture est réalisée par le modèle $k - \varepsilon$ de Thies et Tam.

[†]La zone interne de la couche limite n'est pas calculée mais modélisée, en supposant que le profil de vitesses obéit à la loi logarithmique.[?]

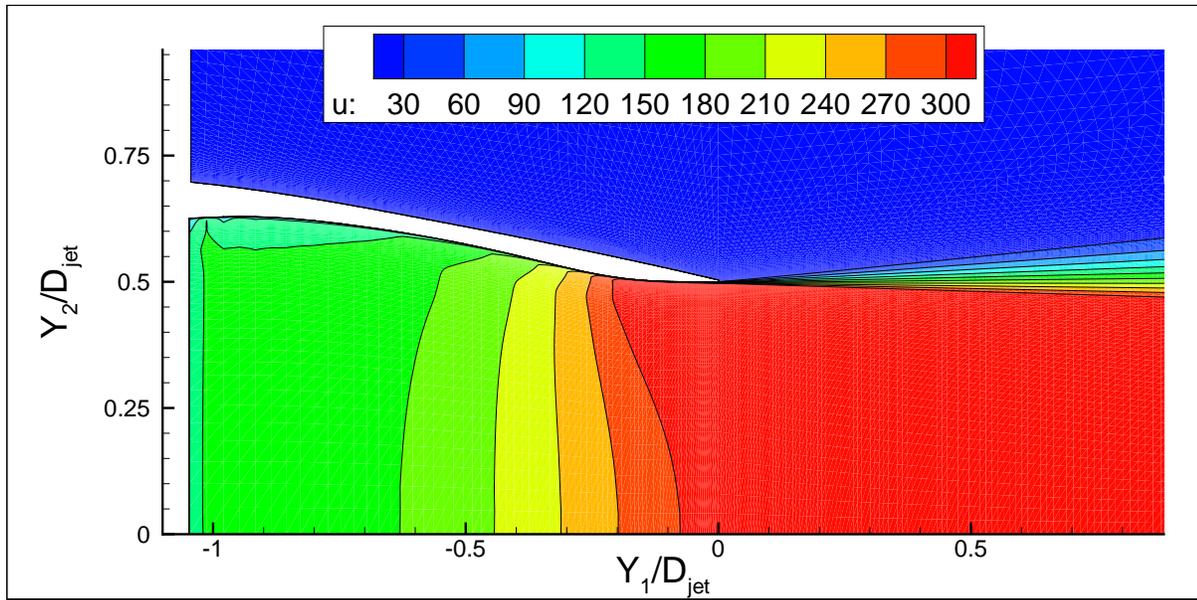


FIG. C.3 – Champ de la vitesse axiale moyenne U_1 en amont et en aval de la sortie de tuyère.

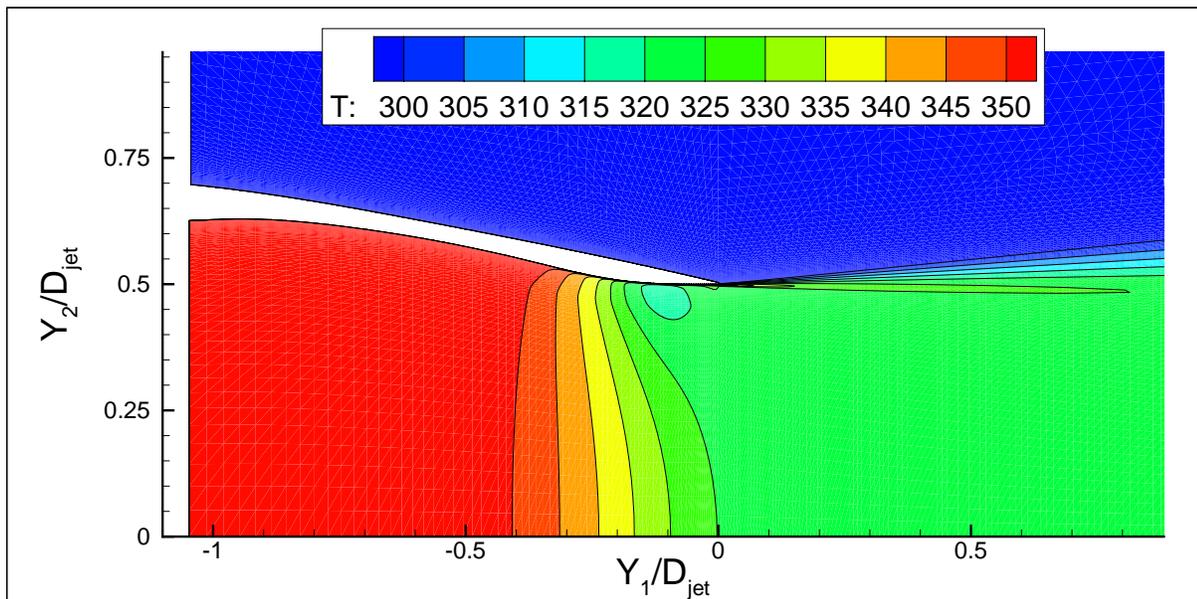


FIG. C.4 – Champ de la température moyenne en amont et en aval de la sortie de tuyère.

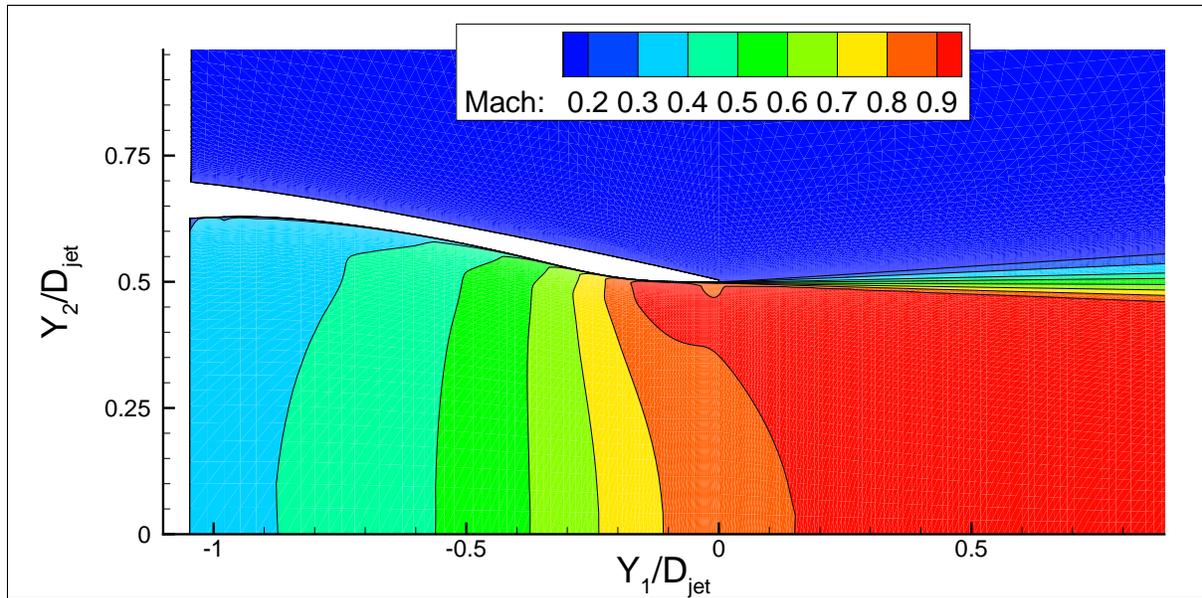


FIG. C.5 – Champ du nombre de Mach en amont et en aval de la sortie de tuyère.

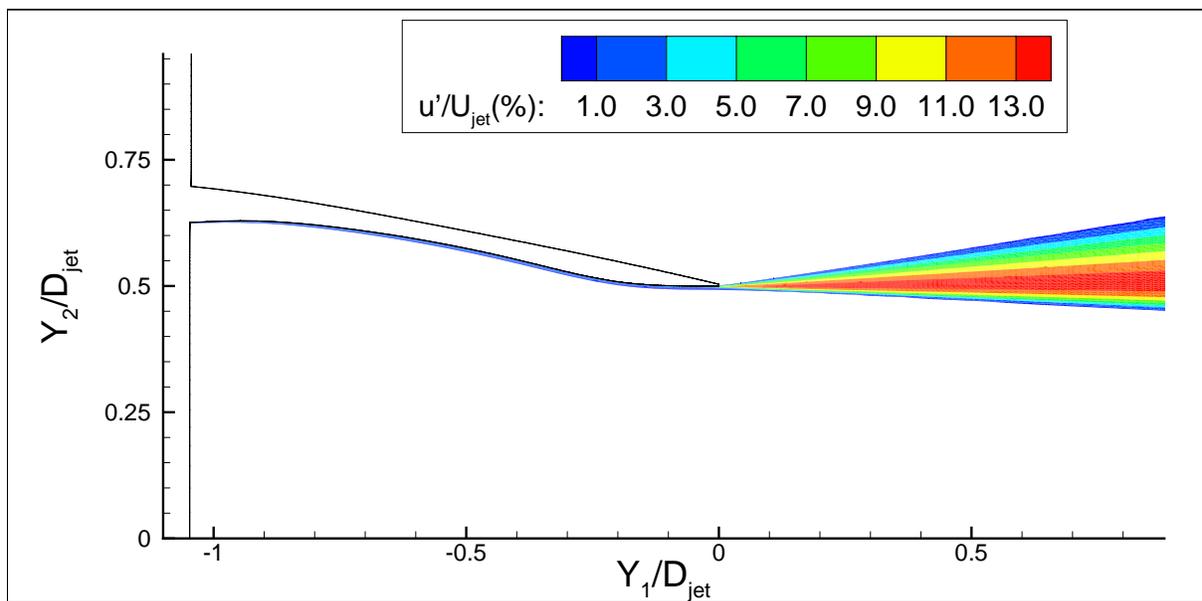


FIG. C.6 – Niveau de turbulence $u'/U_{jet} = \overline{u_{t1}^2}^{1/2}/U_{jet}$ en amont et en aval de la section d'éjection de la tuyère.

Calculs acoustiques

Les mesures acoustiques au banc sont données sur un arc de trente mètres de rayon, centré sur l'avant de la nacelle. Il s'agit des spectres mesurés pour différentes directions angulaires. Ces mesures ne distinguent pas le rayonnement acoustique du jet des autres sources de bruit comme la soufflante. Les comparaisons ne peuvent se faire que dans les directions voisines de la direction d'écoulement du jet ou la contribution de ce dernier est prépondérante par rapport aux autres sources. On choisit aussi des directions d'angle n'appartenant pas à la zone soumise à des effets de réfraction. Les estimations sont faites par rapport à un axe de mesure centré sur la section d'éjection. On tient compte des écarts de distance et d'angle entre calculs et les données au banc. Par exemple, une mesure au banc à 30 mètres et selon une direction d'angle $\theta = 30^\circ$ correspond à une estimation à 27,4 mètres dans la direction d'angle $\theta = 33^\circ$. Une mesure au banc à 30 mètres et selon une direction d'angle $\theta = 90^\circ$ correspond à une estimation à 29,6 mètres dans la direction d'angle $\theta = 85,7^\circ$. Les résultats sont illustrés à la figure C.7. On a aussi porté sur ces planches les mesures réalisés au banc. La comparaison entre les calculs théoriques et les mesures ne doit pas être poussée trop loin. En effet,

- Le mélange des deux jets est supposé total, ce qui n'est pas vrai dans la réalité.
- Les mesures acoustiques ne distinguent pas les différents sources alors que les estimations numériques ne concernent que le bruit de mélange associé au jet.

Les résultats de calcul comparés aux données font clairement apparaître les contributions de bruit qui ne résultent pas du mélange du jet avec le milieu ambiant. Ces contributions sont dominantes aux fréquences élevées (quelques kHz).

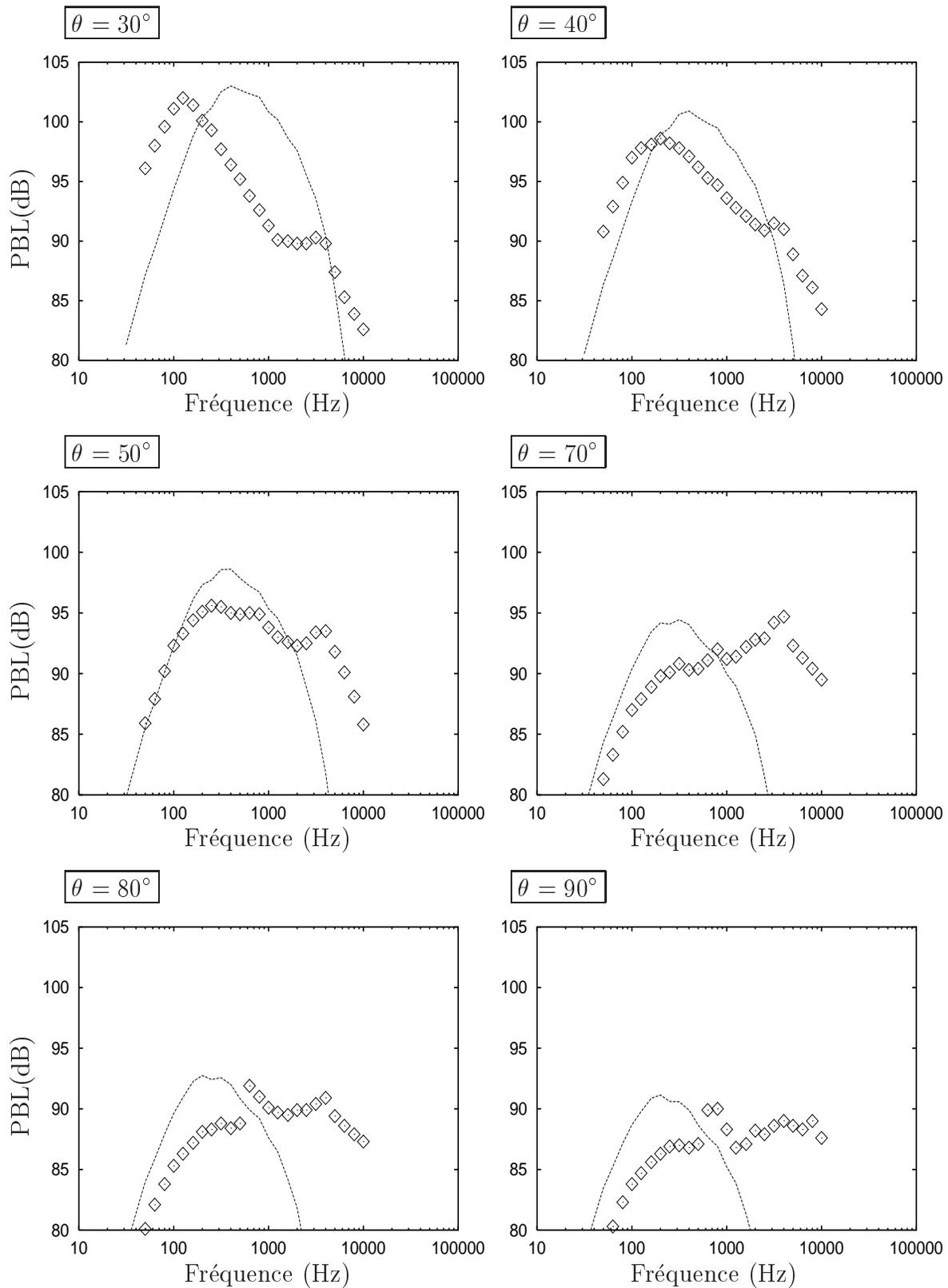


FIG. C.7 – Etude du bruit de jet en sortie d’une nacelle équipée d’un moteur TFE731-60. Utilisation du modèle GHM pour les estimations des spectres (—). Comparaison avec les mesures au banc du rayonnement acoustique du moteur (\diamond).

Jet noise prediction by statistical source models for aircraft propulsion applications

This work presents a methodology based on a statistical description of acoustic sources from which numerical prediction methods of jet noise generated by aircraft engines are derived.

Analytical expressions for the acoustic intensity are deduced from Lighthill's analogy. These expressions require a description of the mean flow and its perturbations which are obtained by the numerical solution of the RANS (Reynolds Average Navier Stokes) equations closed by a turbulence model. Since the acoustic models depend on computed turbulence data, their accuracy needs to be assessed. The effect of a mesh refinement and the influence of the turbulence model are investigated. A 2D mesh generator specifically developed in this context allows to use grids adapted to precisely solve the aerodynamic fields in the boundary layers, around the nozzle geometry and in the shear regions of the free flow.

The first application is the numerical calculation of noise radiation from coaxial jets. Results are compared to experimental data. The aim is to determine the bypass ratio which minimizes the acoustic radiation. For subsonic jets the noise reduction is studied as a function of the velocity ratio and the diameter ratio of the two jets. For supersonic jets, special conditions of temperature and velocity of the secondary jet can be used to eliminate the Mach waves generated by the supersonic convection of turbulent eddies. This may have technological interest since Mach Waves contribute significantly to the noise radiation from supersonic jets. Results of simulations show the limitations of this method.

A more complete description of the acoustic sources terms is developed to take into account aeroacoustic sources associated with a temperature differential between the jet and the ambient media. This approach is validated for subsonic and supersonic heated jets.

This work carried out in an industrial environment was aimed at delivering engineering tools for the noise of exhaust nozzle flows. Since the acoustic estimates are deduced from a semi-analytical approach, the prediction method requires a moderate amount of computational resources. The computation cost is mainly determined by steady state Reynolds average Navier-Stokes calculations.

In a more general context, this work continues the development of a an aeroacoustic source modeling strategy initiated in recent studies. This methodology also helps to separate different types of sources contributing to the global acoustic radiation from turbulent shear flows.

Modélisation statistique du bruit de jets en vue d'applications à la propulsion aéronautique

On développe dans ce travail une méthodologie fondée sur le traitement statistique pour le calcul du rayonnement acoustique d'écoulements libres. L'objectif général est la mise au point de méthodes de prévision applicables à des configurations typiques du domaine aéronautique.

Pour estimer les principales contributions au rayonnement acoustique, des expressions semi-analytiques sont déduites de la solution intégrale de l'équation de Lighthill selon différents formalismes. Les modèles établis à partir de ces expressions exploitent les solutions de calculs aérodynamiques. Ces calculs sont réalisés par un code résolvant les équations de Navier-Stokes moyennées et fermées par un modèle de turbulence. On dispose ainsi d'une description du comportement moyen de l'écoulement et d'une représentation statistique de sa turbulence. Ces données servant d'entrées au code de calcul de bruit, elles ont été soumises à des études paramétriques. On a ainsi évalué la modélisation de la turbulence et son impact sur les prévisions aérodynamiques et acoustiques. L'influence du maillage sur les mêmes résultats a aussi été examinée. Ces études ont également permis de déterminer des conditions aux limites adéquates pour les calculs de l'écoulement, en particulier dans le cas des jets chauffés. Au cours de ces études un mailleur a été écrit pour générer des grilles de résolution parfaitement adaptées au calcul d'écoulements libres en sortie de tuyère.

La méthodologie développée est d'abord utilisée pour évaluer la réduction du bruit de mélange pour des configurations double flux, selon les vitesses d'éjection des deux jets. La méthode est ensuite exploitée dans une étude des possibilités d'élimination des ondes de Mach générées par un jet supersonique. Cette élimination est envisagée par l'addition d'un jet secondaire dont on ajuste les conditions d'éjection en température et en vitesse.

Une description plus complète des termes sources acoustiques est ensuite réalisée pour prendre en compte le rayonnement associé à des différentiels de température entre le jet et le milieu ambiant. Le modèle réalisé à partir de cette description a été validé sur l'étude du bruit de jets chauds subsoniques puis de jets chauds supersoniques.

Dans le contexte industriel de sa réalisation, ce travail permet de mettre à la disposition des bureaux d'études un outil d'évaluation du bruit émis par des systèmes d'éjection de tuyère. Les estimations acoustiques sont réalisées au moyen d'une méthode semi-analytique. Le coût de cette approche est donc dimensionné par la durée des calculs aérodynamiques. Leur coût n'est pas prohibitif dès lors que le modèle acoustique traite des écoulements aux caractéristiques moyennes stationnaires.

Dans un contexte plus général, les travaux réalisés poursuivent le développement d'une stratégie de modélisation des sources, initiée dans des travaux antérieurs. On peut ainsi distinguer et évaluer différents types de contribution au rayonnement acoustique total.