

Modélisation de paroi pour la simulation des grandes échelles avec une approche numérique d'ordre élevé

S. LE BRAS^a, H. DENIAU^b, C. BOGEY^c, G. DAVILLER^d

a. CERFACS, 42 avenue Gaspard Coriolis, 31057 TOULOUSE, FRANCE.

b. ONERA, 2 avenue Édouard Belin, 31000 TOULOUSE, FRANCE.

c. Ecole Centrale de Lyon, 36 avenue Guy de Collongue, 69134 ECULLY, FRANCE.

d. IMFT, allée du Professeur Camille Soula, 31400 TOULOUSE, FRANCE.

Résumé :

Cette étude porte sur le couplage d'un modèle de paroi avec une approche numérique d'ordre élevé pour la réalisation de calculs aéroacoustiques d'écoulements pariétaux à hauts nombres de Reynolds par la Simulation des Grandes Echelles (SGE). La modélisation de paroi est basée sur l'utilisation de lois analytiques et est combinée à des schémas numériques implicites d'ordre élevé développés en Volumes Finis (VF). Les performances de ce couplage sont évaluées en réalisant la simulation d'un écoulement de canal plan bi-périodique turbulent à un nombre de Reynolds $Re_\tau = 2000$, puis la SGE d'un jet subsonique isotherme à un nombre de Reynolds $Re_D = 5.7 \times 10^5$.

Abstract :

This study investigates the coupling of a wall model approach with high-order numerical methods to perform aeroacoustic simulations involving wall-bounded flows at high Reynolds numbers using Large Eddy Simulations (LES). The wall model approach is based on analytical laws, and is combined with high-order finite volume implicit schemes. In this paper, the validity of the coupling is first assessed for a bi-periodic turbulent channel flow at a Reynolds number $Re_\tau = 2000$, and then for a subsonic isothermal jet at a Reynolds number $Re_D = 5.7 \times 10^5$.

Mots clefs : simulation des grandes échelles, modèle de paroi, ordre élevé, aéroacoustique

1 Introduction

La SGE réalisée avec des méthodes numériques d'ordre élevé, peu dispersives et peu dissipatives, est une technique de choix pour la réalisation de calculs aéroacoustiques. Elle permet de capturer avec précision les sources de bruit au sein des écoulements turbulents. Cependant, pour des écoulements pariétaux à nombres de Reynolds élevés en présence de configurations géométriques complexes, le coût des SGE est trop important. Plus précisément, la résolution numérique des couches limites est hors d'atteinte compte tenu des ressources de calcul actuellement disponibles. Cette limitation est très problématique, notamment pour les SGE de bruit de jet avec tuyère à hauts nombres de Reynolds. La prise en compte de la

géométrie de la tuyère pour la simulation numérique est cependant nécessaire pour obtenir des résultats de qualité. En effet, selon de récentes études [1], simuler l'écoulement dans la tuyère permet d'imposer des conditions aérodynamiques réalistes pour le jet en sortie de conduite. Le développement de la turbulence du jet est alors mieux prédit et les estimations des niveaux de bruit rayonné sont meilleures. Par conséquent, afin de rendre possible la réalisation de tels calculs, une solution consiste à utiliser une modélisation à la paroi. La SGE avec modèle de paroi connaît actuellement un franc succès au sein de la communauté scientifique. Ce travail a pour objectif de combiner un modèle de paroi analytique avec l'approche numérique d'ordre élevé pour la SGE dans *elsA* [2], code de calcul développé par l'ONERA et le CERFACS.

2 Méthodes numériques

2.1 Approche SGE

Les équations de Navier Stokes 3-D compressibles sont résolues sous forme conservative en utilisant le code *elsA*, solveur structuré multi-bloc en Volumes Finis (VF). Pour la discrétisation spatiale, un schéma numérique compact implicite d'ordre 6, développé par Lele en différences finies [3] et étendu à l'approche VF par Fosso et *al.* [4], est employé. Afin d'assurer la stabilité des calculs, le filtre compact d'ordre 6 de Visbal et Gaitonde [5] est appliqué pour supprimer les échelles mal résolues par le maillage. Ce filtre joue également le rôle de modèle de sous-maille pour la SGE. L'intégration temporelle est réalisée grâce à un algorithme de Runge Kutta optimisé d'ordre 2 à 6 pas de temps développé par Bogey et Bailly [6]. Des conditions non réfléchissantes ont également été implémentées dans le code afin de limiter les réflexions aux frontières du domaine [7].

2.2 Modèle de paroi

La modélisation de paroi repose sur l'utilisation de la loi analytique de Reichardt [8], qui donne l'évolution de la vitesse moyenne statistique U en fonction de la distance à la paroi y , dans la région interne de la couche limite. La loi de Reichardt, valable pour des écoulements en régime incompressible et sous de faibles gradients de pression longitudinaux, est représentée en unité de paroi par l'équation :

$$U^+ = \frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(1 + \kappa y^+) + \left(B - \frac{1}{\kappa} \ln \kappa \right) \left(1 - \exp\left(-\frac{y^+}{11}\right) - \frac{y^+}{11} \exp(-0.33y^+) \right) \quad (1)$$

où $y^+ = \rho u_\tau y / \mu_w$, u_τ est la vitesse de frottement, ρ et μ_w représentent respectivement la densité et la viscosité dynamique à la paroi, κ est la constante de Von Karman, et B est une constante égale à 5.25. La vitesse de frottement u_τ est estimée à partir de la loi de Reichardt et de grandeurs issues du champ SGE au niveau d'un point de calcul situé à une hauteur h de la paroi. Un intérêt particulier est porté sur le choix de la hauteur h . Des études ont notamment montré que sélectionner un point relativement éloigné de la paroi améliore les performances du modèle [9]. Dans ce travail, le 3^{ème} point au-dessus de la paroi est choisi pour définir h . Une fois que la vitesse de frottement u_τ est obtenue, le taux de cisaillement à la paroi $\tau_w = \rho u_\tau^2$ est calculé et ensuite utilisé dans le calcul du bilan de flux relatif à l'approche VF au niveau de la cellule adjacente à la paroi.

La modélisation de paroi présentée ci-dessus est valable pour des parois adiabatiques. Un traitement pour les parois isothermes a également été développé avec prise en compte d'un éventuel flux de chaleur à la paroi. Il n'est pas présenté ici.

2.3 Couplage approche SGE/modèle de paroi

Un traitement numérique a été développé afin de rendre compatible la modélisation de paroi et l'approche numérique employée pour la SGE, basée sur l'utilisation de schémas d'ordre élevé. L'application de ces schémas nécessite la présence d'un certain nombre de points de part et d'autre du point d'intérêt, condition non vérifiée à proximité des parois. Par conséquent, la discrétisation spatiale aux parois doit être modifiée. Aussi, des cellules fictives sont introduites pour étendre le domaine de calcul. Une reconstruction des composantes de vitesse, de pression et de température dans les cellules fictives est réalisée à l'aide du modèle de paroi et du champ SGE instantané au voisinage de la paroi. Ces cellules fictives permettent d'appliquer le filtre de Visbal et Gaitonde jusqu'à la paroi. Une formulation différente de celle de Lele est employée pour le schéma numérique à la paroi. En particulier, une vitesse nulle est imposée à la paroi, et un schéma explicite centré d'ordre 2 estime la vitesse sur la première interface du maillage au-dessus de la paroi.

3 Canal plan turbulent

Dans un premier temps, l'approche SGE avec modèle de paroi est utilisée pour calculer un écoulement de canal plan bi-périodique turbulent à un nombre de Mach $M = 0.2$ et à un nombre de Reynolds de paroi $Re_\tau = 2000$. Les calculs ont été réalisés avec deux maillages cartésiens M1 et M2. Les paramètres relatifs à la taille du canal et aux deux maillages M1 et M2 sont présentés dans la table 1. La répartition des points de maillage est uniforme dans chaque direction. Les dimensions des cellules pour M1 et M2 sont données en unités de paroi dans la table 1. Le maillage M1 respecte les contraintes de discrétisation spatiale généralement prescrites pour les calculs SGE avec loi de paroi. Le maillage M2 contient 10 fois plus de points que M1.

Maillage	L_x/h	L_y/h	L_z/h	n_x	n_y	n_z	Δx^+	Δy^+	Δz^+
M1	2π	2	π	49	41	41	260	100	160
M2	2π	2	π	153	67	101	80	60	60

TABLE 1 – Paramètres pour le canal turbulent : dimensions du canal dans les directions longitudinale, normale à la paroi et transverse notées L_x , L_y , L_z , demi-hauteur du canal h , nombres de points du maillage n_x , n_y et n_z , dimensions des cellules du maillage en unités de paroi Δx^+ , Δy^+ , Δz^+ .

Les profils de la vitesse moyenne et des tensions de Reynolds dans le canal sont représentés en unités de paroi sur la figure 1. Les résultats sont en bon accord avec les valeurs de la DNS (Direct Numerical Simulation) de Hoyas et Jiménez [10], notamment pour le calcul réalisé avec le maillage le plus fin M2.

4 Jet simple subsonique

La SGE avec modèle de paroi est dans un second temps appliquée à un jet rond subsonique isotherme sortant d'une tuyère de diamètre D . Le jet est caractérisé par un nombre de Mach $M = u_j/c = 0.6$ et un nombre de Reynolds $Re_D = u_j D/\nu = 5.7 \times 10^5$, correspondant aux valeurs de l'expérience de Cavalieri et al. [11], où u_j représente la vitesse du jet, c est la vitesse du son, et ν est la viscosité dynamique. Le modèle de paroi est appliqué à l'intérieur de la tuyère. Des fluctuations de vitesse aléatoires sont également introduites dans la conduite pour permettre le développement aérodynamique du jet. Le maillage pour le calcul SGE contient 83 millions de points. La simulation est effectuée sur une période

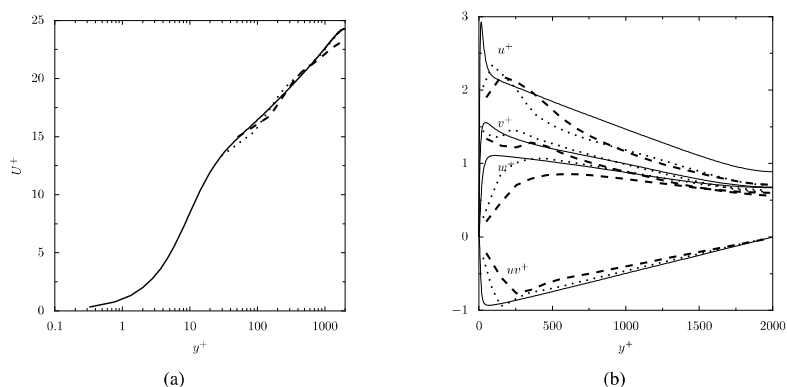


FIGURE 1 – Canal plan turbulent : (a) profil de vitesse longitudinale moyenne, (b) tensions de Reynolds, où u , v , w correspondent aux fluctuations de la vitesse dans les directions longitudinale, normale à la paroi et transverse respectivement, — résultats DNS de Hoyas et Jiménez [10], - - - maillage $M1$, et - - - - maillage $M2$.

$T = 500D/c$ afin d'obtenir une base de données pour étudier le rayonnement acoustique émis par le jet. La propagation acoustique en champ lointain est réalisée au moyen d'une analogie acoustique de Ffowcs-Williams and Hawkins [12].

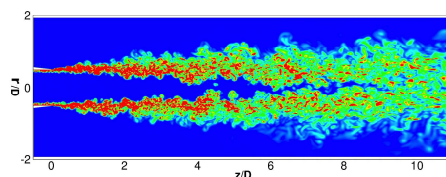


FIGURE 2 – Vue instantanée du champ de vorticité dans l'écoulement. Niveaux de couleur compris entre 0 et $10u_j/D$, du bleu au rouge.

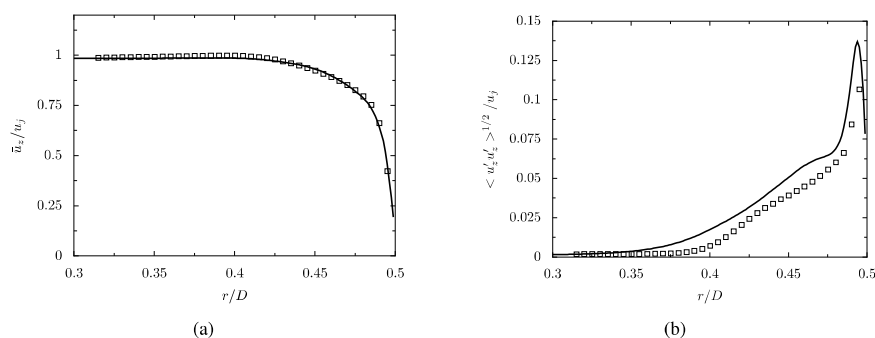


FIGURE 3 – Conditions du jet en sortie de tuyère : (a) profil de vitesse axiale moyenne, (b) profil des fluctuations de vitesse axiale, — pour la SGE avec loi de paroi, et $\square\square$ pour l'expérience de Cavalieri *et al.* [11].

Le champ instantanée de la vorticité est représenté sur la figure 2. L'écoulement en sortie de la tuyère y ap-

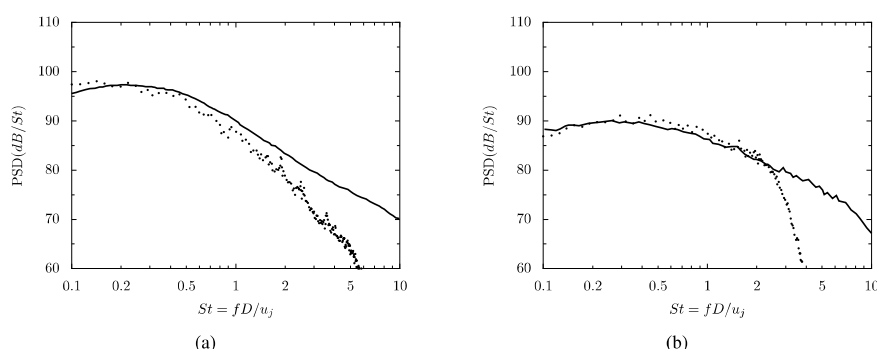


FIGURE 4 – Spectres de pression à une distance de $35D$ de la sortie de la tuyère pour des angles de (a) $\Phi = 30^\circ$ et (b) $\Phi = 90^\circ$ par rapport à la direction de l'écoulement, ---- pour la SGE avec loi de paroi, et — pour l'expérience de Cavalieri et *al.* [11].

paraît pleinement turbulent. De fines structures turbulentes, caractéristiques des écoulements à nombres de Reynolds élevés, sont visibles. Les couches de mélange fusionnent aux alentours de $z = 6D$, marquant ainsi la fin du cône potentiel du jet. Les conditions de l'écoulement en sortie de tuyère sont présentées sur la figure 3, et comparées aux résultats de l'expérience. Sur la figure 3(a), le profil de la vitesse axiale moyenne en fonction de la distance r/D est en bon accord avec l'expérience. Les niveaux rms de vitesse axiale, représentés sur la figure 3(b), sont correctement estimés par l'approche SGE avec modèle de paroi. Les spectres de pression en champ lointain à $35D$ de la sortie de la tuyère sont représentés sur les figures 4(a) et 4(b) pour des angles de $\Phi = 30^\circ$ et $\Phi = 90^\circ$ par rapport à la direction du jet. Les niveaux de bruit estimés par l'approche SGE sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux.

5 Conclusions

Une méthode numérique pour la SGE avec modèle de paroi a été développée. Elle combine une loi de paroi analytique et des schémas numériques d'ordre élevé. Elle a été utilisée pour le calcul d'un écoulement de canal plan et l'étude d'un jet subsonique, pour des nombres de Reynolds élevés. Les résultats démontrent la capacité de l'approche SGE à prédire l'aérodynamique des écoulements pariétaux à hauts nombres de Reynolds. L'approche SGE est également en mesure d'estimer avec précision le champ acoustique rayonné par le jet en champ lointain.

Remerciements

Cette étude s'inscrit dans le cadre d'une thèse financée par AIRBUS. Ces travaux ont bénéficié d'un accès aux moyens de calcul du CINES au travers de l'allocation de ressources 2015-[x20152a6074] attribuée par GENCI.

Références

- [1] C. Bogey et O. Marsden. Identification of the effects of the nozzle-exit boundary-layer thickness and its corresponding Reynolds number in initially highly disturbed subsonic jets. *Physics of Fluids*, **25**(5), 055106, 2013.

- [2] L. Cambier, S. Heib et S. Plot. The Onera Elsa CFD Software : Input from Research and Feedback from Industry. *Mechanics and Industry*, **14**(03), 159-174, 2013.
- [3] SK. Lele. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics*, **103**, 16-42, 1992.
- [4] A. Fosso, H. Deniau, F. Sicot et P. Sagaut. Curvilinear finite-volume schemes using high order compact formulation. *Journal of Computational Physics*, **229**(13), 5090-5122, 2010.
- [5] MR. Visbal et DV. Gaitonde. On the use of higher-order finite-difference schemes on curvilinear and deforming meshes. *Journal of Computational Physics*, **181**, 155-185, 2002.
- [6] C. Bogey et C. Bailly. A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations. *Journal of Computational Physics*, **194**(1), 194-214, 2004.
- [7] A. Fosso, H. Deniau, N Lamarque et T. Poinso. Comparison of outflow boundary conditions for subsonic aero-acoustic simulations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **68**(10), 1207-1233, 2012.
- [8] H. Reichardt. The fundamentals of turbulent heat transfer. *Archiv fuer die Gesamte Waermetechnik, (West Ger-many)*, **6**, 129-143, 1951.
- [9] S. Kawai et J. Larsson. Wall-modeling in large eddy simulation : Length scales, grid resolution, and accuracy. *Physics of Fluids*, **24**, 015105, 2012.
- [10] S. Hoyas et J. Jiménez. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re_\tau = 2003$. *Physics of Fluids*, **18**, 011702, 2006.
- [11] AVG. Cavalieri, P. Jordan, T. Colonius et Y. Gervais. Axisymmetric superdirectivity in subsonic jets. *Journal of Fluid Mechanics*, **704**, 388-420, 2012.
- [12] D. Casalino. An advanced time approach for acoustic analogy predictions. *Journal of Sound and Vibration*, **261**(4), 583-612, 2003.