N^{o} d'ordre : 2004-32

ANNÉE 2004

THÈSE

présentée devant L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir le titre de DOCTEUR SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

 \mathbf{par}

Franck PÉROT

CALCUL DU RAYONNEMENT ACOUSTIQUE D'ÉCOULEMENTS TURBULENTS BASÉ SUR DES ANALOGIES ACOUSTIQUES COUPLÉES AUX SIMULATIONS AÉRODYNAMIQUES INSTATIONNAIRES

Soutenue le 13 décembre 2004 devant la commission d'Examen

JURY

Examinateurs : M. J.M. AUGER M. C. BAILLY M. Y. GERVAIS (Rapporteur) M. D. JUVÉ M. S. LÉWY (Rapporteur)

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509 École Centrale de Lyon

 N^{o} d'ordre : 2004-32

ANNÉE 2004

THÈSE

présentée devant L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir le titre de DOCTEUR SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

 \mathbf{par}

Franck PÉROT

CALCUL DU RAYONNEMENT ACOUSTIQUE D'ÉCOULEMENTS TURBULENTS BASÉ SUR DES ANALOGIES ACOUSTIQUES COUPLÉES AUX SIMULATIONS AÉRODYNAMIQUES INSTATIONNAIRES

Soutenue le 13 décembre 2004 devant la commission d'Examen

JURY

Examinateurs : M. J.M. AUGER M. C. BAILLY M. Y. GERVAIS (Rapporteur) M. D. JUVÉ M. S. LÉWY (Rapporteur)

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509 École Centrale de Lyon

Remerciements

Ce travail a principalement été réalisé au sein de la Direction de la Recherche et de l'Innovation Automobile du Groupe PSA Peugeot Citroën. Je tiens à remercier chaleureusement Hélène Giardi et Jean-Marc Auger pour m'avoir d'une part accueilli au sein de leur équipe, et d'autre part suivi et supporté au cours de ces trois années de labeur.

Je remercie mon directeur de thèse Daniel Juvé, ainsi que Christophe Bailly du LMFA qui ont orienté mes travaux et prodigué de nombreux et sages conseils. Leur expérience et leur exigence m'ont beaucoup appris.

Je remercie Yves Gervais et Serge Léwy pour avoir acceptés d'être les rapporteurs de mon mémoire de thèse et les membres de mon jury. Je saluer tout particulièrement le travail de fourmi effectué par Serge au cours de ses multiples relectures. Ses petits méls quasi voire quasiment quotidiens resteront un excellent souvenir.

Je salue les membres du Centre Acoustique que j'ai rencontré au cours de mes visites et divers séjours à Lyon. Ma reconnaissance envers Xavier Gloerfelt pour s'être investi dans ce travail et pour les connaissances qu'il m'a transmis. Je remercie Pascal Souchotte et Pierre Roland pour leur assistance technique performante assurée lors de la campagne d'essais lyonnaise.

Je remercie l'ensemble de mes collègues de PSA qui ont toujours été très disponibles et qui ont contribué au bon déroulement de ce travail dans un contexte très agréable. J'en profite pour saluer le travail de Philippe et Jean-Charles, techniciens hémérites. Une pensée particulière à Laurent Eléna qui m'aura sorti plusieurs fois du pétrin ...

Je tiens à remercier très chaleureusement mes proches qui m'ont accompagné pendant les moments plus ou moins difficiles de ces trois années. Un grand merci à Jean-Jacques et Julie pour leur présence et leur réconfort. Merci à mon Rafou d'avoir été là. Que de moments passés ensemble à discuter de nos thèses ...

Je transmet tous mes remerciements et toute ma gratitude à Jeannette et André sans qui mon parcours aurait été beaucoup plus difficile. Je les remercie pour leur générosité et pour leur confiance.

Enfin, je tiens à remercier mes parents et ma petite sœur pour être simplement des parents et une sœur formidable. Mille baisers à Vida qui m'accompagne depuis les derniers mois de la thèse et qui a supporté ces délicats instants.

Table des matières

Introduction

1	Les	Les analogies acoustiques							
	1.1	Introd	luction	11					
	1.2	L'anal	logie de Lighthill	12					
		1.2.1	L'équation de Lighthill	12					
		1.2.2	Les fonctions de Green en espace libre	13					
		1.2.3	Expressions intégrales des solutions	15					
	1.3 Prise en compte des parois solides		en compte des parois solides	18					
		1.3.1	L'analogie de Ffowcs Williams et Hawkings	18					
		1.3.2	L'analogie de Kirchhoff	22					
	1.4	Métho	odes de résolution numérique et implémentation	26					
		1.4.1	Les approches temporelles	26					
		1.4.2	Les approches spectrales	29					
	1.5	æ	31						
		1.5.1	Dérivées spatiales de $\widehat{G}_0(\mathbf{x} \mathbf{y},\omega)$	31					
		1.5.2	Schémas et méthodes numériques utilisés pour la résolution temporelle	31					
2	Caractérisation du sifflement d'un cylindre en écoulement 3								
	2.1 Introduction		luction	35					
	2.2	Carac	téristiques de l'écoulement et du sifflement	36					
		2.2.1	Description de l'écoulement	36					
		2.2.2	Influence des conditions expérimentales	43					
		2.2.3	Les propriétés du rayonnement	46					
	2.3	Calcul du rayonnement acoustique		49					
		2.3.1	Simulation aérodynamique	50					
		2.3.2	Calcul du sifflement	54					
		2.3.3	Etude des «termes sources »	58					
		2.3.4	Comparaison des méthodes de résolution	59					

 $\mathbf{5}$

	2.4	Caract	térisation du mécanisme de diffraction	61					
		2.4.1	Construction de la fonction de Green adaptée	63					
		2.4.2	Interprétation des termes de l'analogie	64					
		2.4.3	Illustration numérique	64					
2.5 Conclusions			usions	66					
	2.6	Annex	e : Expression du noyau de Green adapté	69					
3	Le 1	Le rayonnement acoustique d'un cylindre 3-D 7							
	3.1	Introd	uction	71					
	3.2	Simula	ation aérodynamique 3-D	72					
		3.2.1	Introduction	72					
		3.2.2	Description de la simulation	73					
		3.2.3	Analyse de l'écoulement	74					
	3.3	Calcul	du rayonnement acoustique	83					
		3.3.1	Méthode de résolution	83					
		3.3.2	Calcul du rayonnement	84					
		3.3.3	Influence de la troncature du domaine source \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	88					
	3.4	3.4 Extension à un cylindre de longueur quelconque							
		3.4.1	Méthodes existantes	93					
		3.4.2	Modèle statistique	94					
		3.4.3	Comportement asymptotique	95					
	3.5	Conclu	usions	97					
4	Etude expérimentale d'un demi-cylindre posé sur un plan 99								
	4.1	Introd	uction et objectifs	99					
	4.2	Moyen	ns de mesures	100					
		4.2.1	Caractéristiques de la veine d'essais	100					
		4.2.2	Pression statique	103					
		4.2.3	Pression fluctuante	104					
		4.2.4	Fil chaud	107					
		4.2.5	PIV	107					
		4.2.6	Mesures de rayonnement acoustique	112					
	4.3	Etude	de l'écoulement \ldots	113					
		4.3.1	Caractérisation de l'écoulement amont	113					
		4.3.2	Analyse des grandeurs moyennes et statistiques	113					
		4.3.3	Caractérisation des phénomènes instationnaires	117					
		4.3.4	Analyse des pressions pariétales	118					
	4.4	Mesur	e du rayonnement acoustique	124					

		4.4.1	Problèmes du bruit de fond	124				
		4.4.2	Caractérisation du lâcher tourbillonnaire	126				
		4.4.3	Mesures complémentaires	126				
		4.4.4	Comparaison des résultats et rayonnement à large bande	127				
2	4.5	Concl	usions	128				
2	4.6	Annex	e : Essais complémentaires dans la soufflerie EOLE	131				
		4.6.1	Description générale	131				
		4.6.2	Ecoulement amont	131				
		4.6.3	Comparaison de l'écoulement moyen	132				
5]	Estimation du rayonnement acoustique d'un demi-cylindre							
ļ	5.1	Introd	$\operatorname{luction}$	135				
ļ	5.2	Carac	téristiques du calcul LES	135				
		5.2.1	Géométrie du domaine de calcul	135				
		5.2.2	Description du maillage	136				
		5.2.3	Propriétés de la simulation	137				
Į	5.3	Valida	tion de la simulation et analyse des résultats $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	138				
		5.3.1	Comparaison du calcul aux mesures	138				
		5.3.2	Topologie de l'écoulement moyen	143				
		5.3.3	Structure des mécanismes instationnaires et liens avec la pression	143				
		5.3.4	Influence de l'écoulement amont	145				
ļ	5.4	Estim	ation du rayonnement acoustique	147				
		5.4.1	Prise en compte de l'influence du plan	148				
		5.4.2	Propriétés du calcul	149				
		5.4.3	Rayonnement acoustique	150				
Į	5.5	Conclu	usions	153				
Cor	nclu	sion		155				
Glo	Glossaire							
Réf	Références							

4_____

Introduction

Contexte industriel et enjeux

Pour les clients et les passagers, le confort acoustique intérieur d'un véhicule automobile devient une exigence de plus en plus importante. Depuis quelques années, l'industrie automobile porte donc un intérêt croissant à cette thématique et consacre des efforts importants à la qualité acoustique des véhicules et à la réduction des nuisances sonores.

Dans une automobile, trois principales sources de bruit sont identifiées : le bruit de roulement lié au contact entre les pneumatiques et le sol, le bruit du groupe moto-propulseur, et les bruits d'origine aérodynamique externe et interne. Au cours des dernières années, les deux premières sources de bruit ont été significativement réduites, en agissant notamment sur l'étanchéité et l'isolation. En conséquence, principalement lors des trajets autoroutiers et péri-urbains (au dessus de 100 km/h) et dans le domaine des fréquences supérieur à 400 Hz, les bruits aérodynamiques externes deviennent prédominants. Leur caractère intermittent les rend très perceptibles; ils contribuent à la fatigue générale des passagers et nuisent à la qualité acoustique du véhicule.

Compte tenu de la complexité des mécanismes mis en jeu, le traitement des bruits aérodynamiques pendant les phases de développement reste essentiellement un art expérimental et s'effectue au prix de coûteux essais en soufflerie. Pour l'industrie automobile et en particulier pour le Groupe PSA Peugeot Citroën, l'investissement dans la compréhension des mécanismes physiques et dans le développement de méthodes numériques est donc un enjeu important.

Les bruits d'origine aérodynamique externe se divisent en deux familles. La première famille, l'aéroélasticité, regroupe les mécanismes liés au rayonnement acoustique de la structure excitée par les fluctuations de l'écoulement autour du véhicule. Il s'agit d'une problématique vibratoire qui nécessite la connaissance du chargement hydrodynamique pour être résolue^{99,100}.

La seconde famille, l'aéroacoustique, concerne l'évaluation du rayonnement acoustique produit par l'écoulement turbulent. Ce rayonnement est ensuite transmis dans l'habitacle par la transparence acoustique des parois du véhicule. Plus un écoulement est perturbé, fluctuant, plus il est susceptible de produire un rayonnement aéroacoustique fort. Ainsi, toutes les singularités rencontrées autour du véhicule, comme les montants de baie, les rétroviseurs, les passages de roues, les essuie-glaces ou les joints, sont des «sources » potentielles de bruit.

Le bruit perçu par les oreilles des occupants du véhicule intègre à la fois les bruits d'origine aéroélastique et les bruits d'origine aéroacoustique. Il est donc très difficile d'identifier la source principale de bruit, et même les gammes de fréquences sur lesquelles l'une ou l'autre est dominante. Les travaux et projets de recherche menés au cours des dernières années au sein de la Direction de la Recherche et de l'Innovation Automobile du Groupe PSA Peugeot Citroën semblent cependant indiquer que la partie haute fréquence du bruit est pilotée par l'aéroacoustique tandis que la partie basse fréquence est contrôlée par l'aéroélasticité.

Avec les méthodes numériques actuelles, le calcul du bruit aérodynamique s'effectue en deux étapes. La première étape consiste à évaluer les chargements aéroacoutique et aéroélastique induits par l'écoulement sur les parois du véhicule (les vitres par exemple). La seconde étape est un calcul de transfert vibro-acoustique aux oreilles des passagers, via la structure. La principale difficulté de cette procédure est l'estimation correcte des chargements pariétaux. Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons exclusivement à la partie aéroacoustique du chargement.

Pour permettre une utilisation industrielle, les modélisations aéroacoustiques actuelles exploitent des calculs aérodynamiques stationnaires. Le calcul aéroacoustique est donc réalisé en utilisant des analogies acoustiques statistiques, de type Ribner^{139,74}, qui découplent le problème aérodynamique du problème acoustique. A partir de données aérodynamiques moyennes, des sources acoustiques équivalentes sont ainsi construites et le bruit émis est propagé jusqu'à la surface du véhicule. Ce type de modélisation est limité à des hypothèses de turbulence homogène et isotrope ou de champ lointain, et ne traduit pas complètement les mécanismes instationnaires des écoulements. Les résultats obtenus par ces modèles fournissent des informations comparatives, certes intéressantes, mais encore loin des résultats expérimentaux. En outre, elles masquent toute la physique de la production de bruit et ne nous aident donc pas à appréhender les causes de ce problème.

Cette thèse s'inscrit dans l'amélioration de la modélisation des bruits d'origine aéroacoustique en exploitant des données aérodynamiques instationnaires. Nous souhaitons ainsi améliorer notre compréhension des mécanismes physiques et développer des outils prédictifs plus précis.

Méthode de calcul aéroacoustique

Il existe plusieurs manières pour calculer le rayonnement acoustique d'un écoulement turbulent. La méthode directe consiste à résoudre les équations de Navier-Stokes compressibles^{71,84,22,72,114}. En effet, ces équations décrivent non seulement les mécanismes aérodynamiques mais aussi les fluctuations de nature acoustique. Le traitement numérique de ces équations est cependant très délicat car les ordres de grandeurs entre les fluctuations de vitesses turbulente et acoustique sont très différents (facteur 10^5). Les schémas des codes de DNA (Direct Numerical Acoustics) doivent donc être extrêmement

précis²⁰. De plus, une attention toute particulière doit être portée à la prise en compte des conditions aux limites qui sont spécifiques à l'aéroacoustique^{161,160,21}. L'ensemble de ces contraintes limite donc l'utilisation de ces codes à des configurations géométriques simples qui restent très éloignées des configurations automobiles. Plusieurs années seront encore nécessaires avant qu'une utilisation industrielle soit envisageable.

Une autre manière d'obtenir le rayonnement acoustique est d'utiliser des méthodes dîtes hybrides. Ces méthodes consistent à découpler les calculs aérodynamique et acoustique. Le principe de ces techniques est de construire des termes sources à partir des fluctuations de vitesse et de les faire rayonner en utilisant un opérateur de propagation. On distingue deux catégories de méthodes hybrides. Tout d'abord, les méthodes utilisant des calculs aérodynamiques stationnaires à partir desquelles des grandeurs statistiques sont estimées. En utilisant les propriétés d'une turbulence homogène, isotrope ou non, on construit les spectres d'énergie cinétique turbulente qui servent à modéliser les termes sources. Parmi ces méthodes, on peut citer le modèle de Ribner¹³⁹, le modèle de Goldstein^{74,15} ou encore la méthode SNGR^{7,8,88} (Stochastic Noise Generation and Radiation). Ces méthodes sont déjà utilisées à PSA Peugeot Citroën et sont même intégrées maintenant dans plusieurs codes de CFD (Computational Fluid Dynamic) commerciaux. Elles présentent cependant les inconvénients déjà mentionnés dans la partie précédente.

Les méthodes hybrides peuvent également s'appuyer sur des simulations aérodynamiques instationnaires, compressibles ou non. Grâce à la nature instationnaire et donc fluctuante des données aérodynamiques, il est possible de modéliser les termes sources et d'obtenir une évolution spatio-temporelle du rayonnement acoustique. On distingue alors deux classes de résolutions : d'une part les résolutions s'appuyant sur des systèmes d'équations (équations d'Euler linéarisées^{6,55,56} ou méthode de séparation de Hardin & Pope⁷⁷) et, d'autre part les résolutions basées sur des opérateurs de propagation (équations de Lighthill¹⁰⁵, de Ffowcs Williams & Hawkings⁶³, de Curle⁴⁴, de Lilley^{107,108} ou de Phillips¹³⁰, et les méthodes d'extrapolation des ondes⁷⁰).

Nous avons choisi de développer au cours de cette thèse les méthodes dérivant des équations scalaires aussi appelées analogies acoustiques. De nombreuses difficultés sont rencontrées lors de la résolution des analogies acoustiques, et l'estimation du rayonnement acoustique est particulièrement délicate. Une condition nécessaire à la prédiction satisfaisante du rayonnement est d'abord l'estimation correcte des termes sources. La bonne qualité des simulations aérodynamiques est donc primordiale.

Pour obtenir les termes sources, quatre techniques principales de CFD sont possibles. La première est fondée sur la méthode Boltzmann sur réseau qui consiste à décrire microscopiquement le mouvement des particules du fluide^{142,141,143}. Les trois autres méthodes sont basées sur la résolution des équations de Navier-Stokes (NS) ou des équations de NS moyennées ou filtrées : La DNS (Direct Numerical Simulation), est moins contraignante que la DNA, mais reste elle aussi hors d'accès des capacités informatiques actuelles. Les méthodes U-RANS (Unsteady Reynolds Average Navier Stokes) sont intéressantes pour qualifer les mécanismes tonaux. La Simulation des Grandes Echelles ou LES (Large Eddy Simulation) est en plein essor et semble la meilleure solution pour déterminer un rayonnement large bande.

Objectifs de la thèse

En anticipant l'augmentation des capacités informatiques dans les cinq à dix prochaines années, les travaux présentés abordent donc une nouvelle approche du calcul aéroacoustique (nouvelle dans le groupe PSA Peugeot Citroën), fondée sur des simulations aérodynamiques instationnaires et sur des analogies acoustiques. Ce type d'approche doit en effet permettre de répondre aux questions fondamentales qui se posent à nous :

- Quels sont les mécanismes physiques responsables du rayonnement aéroacoustique?
- Quel est le rôle joué par les parois d'un véhicule dans les mécanismes aéroacoustiques?
- Sur des configurations à la portée des capacités informatiques actuelles, pouvons nous déterminer numériquement le rayonnement acoustique d'un écoulement turbulent, 3-D et instationnaire?
- Un code commercial de CFD est il suffisamment précis pour réaliser ce type de calcul?
- Quelles sont les difficultés et les limites des méthodes de calcul aéroacoustique développées et utilisées ?

Pour répondre à ces interrogations, nous avons développé au cours de ce travail des outils de calculs aéroacoustiques basés sur des calculs aérodynamiques instationnaires afin d'évaluer le rayonnement des écoulements simulés. Ces méthodes ont été tout d'abord mises au point et validées sur le cas test d'un cylindre 2-D, puis appliquées à deux configurations 3-D, un cylindre et un demi-cylindre monté sur un plan infini.

Organisation du mémoire

La première partie du chapitre 1 présente les expressions théoriques des formulations des analogies acoustiques qui sont utilisées dans les chapitres 2, 3 et 5. Dans la littérature, il existe un très grand nombre de formulations, plus ou moins complexes et adaptées à différents types de problèmes (supersonique, tournant, thermique ...). Les écoulements rencontrés dans l'automobile ont la particularité d'être à bas nombre de Mach ($M \sim 0, 1$), et sont donc quasi incompressibles. En outre, les effets de convection et de réfraction par l'écoulement moyen sont faibles. La température des écoulements est constante. Les surfaces sont également supposées rigides et immobiles. Les formulations proposées sont ainsi toutes adaptées aux hypothèses précédentes. Pour plus de généralisation, on trouve une liste exhaustive des formulations pour toutes autres applications dans les travaux de thèse de Gloerfelt.⁷⁰ La seconde partie du chapitre 1 expose les différentes méthodes de résolution des formulations analogiques (temporelle et spectrale). Dans cette partie, nous introduisons également les difficultés et les contraintes associées à ce type de résolution.

La configuration qui a servi aux développements des méthodes numériques est l'écoulement derrière

un cylindre et il constitue le sujet principal des chapitres 2 et 3. La bibliographie expérimentale aérodynamique et aéroacoustique sur cette configuration est présentée au début du chapitre 2. Le but de cette bibliographie est de recenser les différents régimes d'écoulement qui existent en aval d'un barreau circulaire et de montrer la sensibilité de l'écoulement aux conditions limites et extérieures. Les données de cette bibliographie servent de plus à justifier les résultats numériques obtenus par la suite.

Le chapitre 2 présente également l'application des analogies acoustiques sur l'écoulement 2-D autour d'un cylindre. Cette étape est fondamentale tant d'un point de vue du développement des méthodes numériques que vers la compréhension des mécanismes aéroacoustiques. Le cylindre est en effet responsable d'un rayonnement aéroacoustique tonal très intense lié au lâcher tourbillonnaire périodique de Kármán dans le sillage. Dans ce chapitre, nous appliquons d'une part différentes méthodes de résolution et évaluons l'intérêt de chacune d'entre elles dans l'optique d'une application à un écoulement 3-D. D'autre part, le rôle joué par la diffraction dans le sifflement du cylindre est également étudié d'un point de vue analytique et numérique.

Le chapitre 3 est consacré à l'application des analogies acoustiques à l'écoulement 3-D derrière un cylindre. L'écoulement est simulé en utilisant la LES du logiciel Fluent et est comparé aux données de la littérature. Le rayonnement de cet écoulement est ensuite extrapolé en résolvant l'analogie de Ffowcs Williams et Hawkings (FW-H). La possibilité d'extrapoler le rayonnement d'un cylindre très long en utilisant seulement une tranche d'écoulement simulé est également étudiée.

Les chapitres 4 (mesures) et 5 (calculs) traitent d'une configuration plus complexe qui se rapproche du contexte automobile, c'est-à-dire un demi-cylindre monté sur un plan infini. En effet, l'une des sources aéroacoustiques importantes dans une automobile est le rétroviseur. Cet écoulement est fortement 3-D avec une forte interaction entre le sillage et la vitre. La modélisation du rétroviseur par un demi-cylindre permet de simplifier la géométrie tout en conservant les propriétés générales de l'écoulement. La principale restriction de cette modélisation est d'utiliser un écoulement uniforme très différent de l'écoulement réel piloté par la forme du véhicule (montant de baie, capot, jonction rétroviseur/caisse...). Avec comme perspective la réalisation du calcul LES autour de cet objet, nous ne pouvions que simplifier le problème de cette manière.

Dans le chapitre 4, les essais réalisés dans la soufflerie de l'ECL sont décrits et analysés. Ces mesures ont deux objectifs majeurs : 1 - Servir de comparaison à la simulation numérique présentée dans le chapitre 5. Nous devions ainsi obtenir un certain nombre de grandeurs statistiques et instationnaires, et ces besoins ont nécessité l'utilisation de plusieurs techniques de mesure (fil chaud, PIV, capteur de pression pariétale fluctuante, microphones...). 2 - Les données de la littérature sont rares et cet écoulement mal connu. Les résultats obtenus fournissent donc une base de données d'études assez complète.

Les mesures acoustiques effectuées à l'ECL étant cependant très perturbées par le bruit de fond, une

campagne d'essais de validation a été réalisée dans la soufflerie EOLE du CEAT à Poitiers. Le bruit à large bande rayonné par le demi-cylindre est alors mis en évidence.

Le chapitre 5 traite de l'application numérique sur la configuration du demi-cylindre. L'écoulement instationnaire est simulé par un calcul LES. Les résultats aérodynamiques sont confrontés aux mesures présentées dans le chapitre 4. En utilisant les résultats de la simulation, nous cherchons également à compléter notre compréhension de la topologie de l'écoulement moyen et instantané, en traçant des grandeurs qui ne sont pas accessibles expérimentalement. La simulation est ensuite utilisée pour déterminer le rayonnement aéroacoustique de cet écoulement en résolvant l'équation de FW-H. La prise en compte du plan infini complique l'utilisation naturelle de l'équation de FW-H, et une attention particulière sera portée à cette difficulté.

Chapitre 1

Les analogies acoustiques

1.1 Introduction

Depuis les travaux de Lighthill dans les années cinquante¹⁰⁵, les analogies acoustiques permettent l'estimation du bruit rayonné par un écoulement turbulent en découplant le calcul aérodynamique du calcul acoustique. Les analogies s'écrivent sous de nombreuses formes permettant de traiter des problèmes plus ou moins complexes. Il existe en effet des formulations qui prennent en compte les effets de compressibilité du fluide, la convection de l'écoulement moyen, la diffraction et la réfraction des ondes acoustiques, ou encore l'influence de surfaces dans l'écoulement. L'ensemble des formulations présentées dans la première partie prend en compte les hypothèses correspondant aux applications automobiles. En l'occurrence, nous utilisons les propriétés suivantes :

- Les écoulements sont considérés comme incompressibles car le nombre de Mach reste faible $(M \sim 0, 1)$.
- Les surfaces sont rigides et immobiles par rapport à l'observateur.
- Le milieu est isentropique, et l'influence des termes visqueux négligeable.
- L'effet de l'écoulement moyen sur le rayonnement est négligeable.

La liste quasi exhaustive des autres formulations est disponible dans les travaux de thèse de Gloerfelt⁷⁰ .

Après la présentation des formulations, nous détaillons dans la seconde partie de ce chapitre les différentes méthodes de résolution que nous avons développées et les outils numériques utilisés. L'objectif de cette partie est également de présenter les difficultés numériques et informatiques liées au calcul du bruit rayonné par un écoulement 3-D en utilisant les méthodes intégrales.

1.2 L'analogie de Lighthill

1.2.1 L'équation de Lighthill

Historiquement dans le but de calculer le bruit rayonné par des jets dans un contexte aéronautique, les travaux de Lighthill¹⁰⁶ établissent une analogie entre un problème de mécanique des fluides générale et d'acoustique linéaire classique. En effet, le rayonnement acoustique d'un écoulement turbulent libre est obtenu par résolution d'une équation d'onde avec second membre plutôt que par la résolution des équations de Navier-Stokes, non linéaires et très complexes à traiter. La base du raisonnement analogique est une équation des ondes ou équation de Lighthill, obtenue à partir des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement dans un fluide compressible :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j + p\delta_{ij} - \tau_{ij})}{\partial x_j} = 0$$
(1.2)

Dans ces équations, u_i désignent les composantes du vecteur vitesse, ρ la masse volumique du fluide, p la pression, τ_{ij} le tenseur des contraintes visqueuses, et δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

Par une recombinaison exacte des équations précédentes, Lighthill fait apparaître l'équation des ondes suivante :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_\infty^2 \nabla^2 \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \tag{1.3}$$

dans laquelle ont été introduits la célérité du son c_{∞} et le tenseur de Lighthill T_{ij} défini par :

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + (p - c_\infty^2 \rho) \delta_{ij} - \tau_{ij}$$

$$\tag{1.4}$$

A priori, il est impossible de résoudre l'équation (1.3) puisqu'elle seule ne permet pas de déterminer cinq inconnues. En revanche l'interprétation suivante du problème va permettre de contourner cette difficulté. Considérons un observateur situé dans un milieu uniforme et au repos, il lui parviendra des fronts d'ondes acoustiques directement issus du champ aérodynamique turbulent. On peut donc distinguer une zone source localisée où l'écoulement génère des perturbations non linéaires, propagatives ou non, et un domaine observateur où le seul phénomène physique présent est la propagation linéaire des ondes acoustiques. Les fluctuations de masse volumique ρ'_a dans le milieu observateur sont solutions d'une équation des ondes avec second membre dont le membre de gauche correspond à un opérateur de propagation classique et dont le membre de droite correspond à des sources rayonnant dans le milieu acoustique. Il est alors possible d'écrire une équation pour $\rho'_a = \rho - \rho_{\infty}$ dans le milieu observateur purement acoustique, où $T_{ij} = 0$:

$$\frac{\partial^2 \rho_a'}{\partial t^2} - c_\infty^2 \nabla^2 \rho_a' = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \tag{1.5}$$

avec

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + ((p - p_\infty) - c_\infty^2 (\rho - \rho_\infty)) \delta_{ij} - \tau_{ij} = \rho u_i u_j + (p_a' - c_\infty^2 \rho_a') \delta_{ij} - \tau_{ij}$$
(1.6)

En déterminant le terme source de l'équation (1.5) indépendamment des ondes acoustiques émises, le problème devient alors explicite.

Pour des applications à faible nombre de Mach pour lesquelles l'écoulement peut être considéré comme incompressible, l'expression 1.6 se simplifie en remarquant que les effets visqueux et que les fluctuations d'entropie sont négligeables devant les fluctuations de vitesse^{105,44,98}. On utilisera donc par la suite l'expression suivante :

$$T_{ij} = \rho_{\infty} u_i u_j \tag{1.7}$$

1.2.2 Les fonctions de Green en espace libre

L'équation (1.5) se résout par l'intermédiaire du formalisme des fonctions de Green qui exprime la solution d'une équation avec second membre sous une forme intégrale.^{104,42} Nous commençons par présenter les différentes fonctions de Green qui sont utilisées par la suite, puis nous détaillons les différentes formes que prend la solution de l'équation de Lighthill.

La fonction de Green en espace libre $G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau)$ est la réponse du milieu à la position \mathbf{x} et au temps t à une impulsion provenant de la position \mathbf{y} au temps τ . Cette fonction se définit comme la solution de l'équation d'onde suivante :

$$\frac{\partial^2 G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau)}{\partial x_i^2} - \frac{1}{c_\infty^2} \frac{\partial^2 G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau)}{\partial t^2} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y})\delta(t - \tau)$$
(1.8)

où, δ est la distribution de Dirac vérifiant :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x)\delta(x-x_0)dx = \psi(x_0) \tag{1.9}$$

La fonction de Green en espace libre vérifie la propriété de causalité signifiant qu'aucune information ne peut arriver à l'observateur avant d'avoir été émise, soit :

$$G = 0$$
 et $\frac{\partial G}{\partial t} = 0$ pour $t \leq \tau$ (1.10)

En outre, cette fonction vérifie le principe de réciprocité¹²¹ :

$$G(\mathbf{x}, t|\mathbf{y}, \tau) = G(\mathbf{x}, -t|\mathbf{y}, -\tau)$$
(1.11)

Grâce à cette fonction de Green en espace libre, la solution d'une équation de type :

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c_\infty^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -Q \tag{1.12}$$

s'écrit :

$$\phi = -G * Q \tag{1.13}$$

où $(\cdot * \cdot)$ désigne le produit de convolution.

L'équation (1.12) se résout de manière temporelle ou spectrale, en 2-D ou en 3-D, suivant le problème considéré. Dans tous les cas, nous donnons ci-dessous l'expression analytique des fonctions de Green correspondantes.

• Fonction de Green 3-D temporelle

La solution de l'équation (1.8) est :

$$G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau) = -\frac{\delta(g)}{4\pi r}$$
(1.14)

où,
$$r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$$
 et $g(\tau) = t - \tau - \frac{r}{c_{\infty}}$

• Fonction de Green 3-D spectrale

Nous choisissons la définition suivante pour la transformée de Fourier :

$$\mathcal{F}[\phi(\mathbf{x},t)] = \widehat{\phi}(\mathbf{x},\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\mathbf{x},t) e^{-i\omega t} dt$$
(1.15)

$$\mathcal{F}^{-1}[\widehat{\phi}(\mathbf{x},\omega)] = \phi(\mathbf{x},t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{\phi}(\mathbf{x},\omega) e^{+i\omega t} d\omega$$
(1.16)

En utilisant la transformation de Fourier ainsi définie, l'équation (1.8) devient une équation de Helmholtz :

$$(\nabla^2 + k^2)\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y})$$
(1.17)

avec

$$\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega) = -\frac{e^{-ikr}}{4\pi r}$$
(1.18)

où, $\omega = 2\pi f$ est la pulsation, f la fréquence et $k = \omega/c_{\infty}$ le nombre d'onde.

• Fonction de Green 2-D temporelle

En 2-D, il faut introduire la fonction de Heavyside H telle que H(u) = 1 si u > 0 et H(u) = 0sinon. La solution du problème s'écrit :

$$G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau) = -\frac{c_{\infty} H((t - \tau) - r/c_{\infty})}{2\pi \sqrt{c_{\infty}^2 (t - \tau)^2 - r^2}}$$
(1.19)

15

• Fonction de Green 2-D spectrale

La fonction de Green 2-D spectrale s'écrit :

$$G(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega) = \frac{i}{4}H_0^{(2)}(kr) \tag{1.20}$$

où $H_0^{(2)}(kr)$ est la fonction de Hankel de deuxième espèce d'ordre 0^1 .

1.2.3 Expressions intégrales des solutions

A l'aide du formalisme présenté dans la partie précédente et de l'équation (1.13) nous donnons maintenant les solutions de l'équation de Lighthill. Nous proposons quatre expressions pour les formulations de la solution : spatiales, temporelles, spectrales et simplifiées, chacune ayant leurs avantages et leurs inconvénients lors de leur mise en oeuvre numérique. Pour toutes les formulations, on notera $V_0(\mathbf{y})$ le volume d'intégration dans lequel sont contenues toutes les sources acoustiques, ce volume définit ainsi la zone source (voir la figure 1.1 suivante pour le détail des notations).



Fig. 1.1 – Représentation du système de coordonnées utilisé pour l'analogie de Lighthill.

1.2.3.1 Formulation en dérivées spatiales

En utilisant les équations (1.3), (1.13) et (1.14), l'expression de la pression acoustique p'_a en un point d'observation \mathbf{x} est :

$$4\pi p_a'(\mathbf{x},t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \iiint_{V_0(\mathbf{y})} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} (\mathbf{y},\tau) \delta(t-\tau-\frac{r}{c_\infty}) d\mathbf{y} d\tau$$
(1.21)

Grâce à la propriété (1.9) de la fonction de Dirac, nous obtenons l'expression suivante :

$$4\pi p_a'(\mathbf{x},t) = \iiint_{V_0(\mathbf{y})} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} (\mathbf{y},t-\frac{r}{c_\infty}) d\mathbf{y}$$
(1.22)

Cette équation est la formulation spatiale de l'analogie de Lighthill avec dérivées par rapport à la source. Dans cette expression, le signal de pression en un point d'observation est la somme de signaux

émis par le volume source mais rayonnés à des instants différents, puisque la distance de propagation r dépend de la position de chaque point source. Cette caractéristique est un problème important pour le traitement numérique des analogies et se connaît classiquement sous le nom de problème des temps retardés. Nous reviendrons sur le traitement numérique des temps retardés dans la dernière partie de ce chapitre.

Nous donnons également une formulation avec dérivation par rapport au point d'observation, en utilisant la propriété du produit de convolution suivante :

$$G * \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 G}{\partial x_i \partial x_j} * T_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (G * T_{ij})$$
(1.23)

d'où,

$$4\pi p_a'(\mathbf{x},t) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \iiint_{V_0(\mathbf{y})} \frac{1}{r} T_{ij}(\mathbf{y},t-\frac{r}{c_\infty}) d\mathbf{y}$$
(1.24)

Rappelons que la propriété (1.23) n'est valable qu'à la condition où $T_{ij} = 0$ à la frontière \bar{V}_0 de V_0 . Dans le cas contraire, des intégrales surfaciques sur \bar{V}_0 apparaissent dans l'expression précédente et sont la source d'erreurs numériques qui sont mises en évidence dans le troisième chapitre lors du calcul du rayonnement généré par un cylindre 3-D.

1.2.3.2 Formulation en dérivées temporelles

La formulation temporelle 3-D de la solution de l'équation de Lighthill s'obtient en utilisant l'expression (1.24) et la transformation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\delta(g)}{r} \right]_{\tau^*} = -\frac{1}{c_\infty} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{r_i \delta(g)}{r^2} \right]_{\tau^*} - \frac{r_i \delta(g)}{r^3}$$
(1.25)

La notation $[\cdot]_{\tau^*}$ indique que les grandeurs sont évaluées au temps $\tau^* = t - r/c_{\infty}$ correspondant à l'instant d'émission.

Nous obtenons ainsi la formulation temporelle suivante 58,48 :

$$4\pi p_{a}'(\mathbf{x},t) = \frac{1}{c_{\infty}^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} \iiint_{V_{0}(\mathbf{y})} \left[\frac{r_{i}r_{j}}{r^{3}} T_{ij} \right]_{\tau^{*}} d\mathbf{y} + \frac{1}{c_{\infty}} \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V_{0}(\mathbf{y})} \left[\left(3\frac{r_{i}r_{j}}{r^{4}} - \frac{\delta_{ij}}{r^{2}} \right) T_{ij} \right]_{\tau^{*}} d\mathbf{y} + \iiint_{V_{0}(\mathbf{y})} \left[\left(3\frac{r_{i}r_{j}}{r^{5}} - \frac{\delta_{ij}}{r^{3}} \right) T_{ij} \right]_{\tau^{*}} d\mathbf{y}$$

$$(1.26)$$

Dans l'équation (1.26), les dérivées temporelles s'appliquent en dehors de l'intégrale, mais il est également possible de dériver directement les grandeurs aérodynamiques.

Numériquement, cette formulation permet de dériver une fois pour toute le tenseur de Lighthill et a posteriori d'interpoler ses valeurs aux temps retardés, procédure plus rapide que d'interpoler le tenseur aux temps retardés puis de le dériver temporellement. Pour traiter un problème temporel 2-D il convient d'utiliser la fonction de Green 2-D et calculer l'intégrale suivante :

$$p_a(\mathbf{x},t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 T_{ij}(\mathbf{y},\tau)}{\partial y_i \partial y_j} \frac{c_\infty}{2\pi} \frac{H(t-\tau-r/c_\infty)}{\sqrt{c_\infty^2(t-\tau)^2 - r^2}} d\mathbf{y} d\tau$$
(1.27)

1.2.3.3 Formulation fréquentielle

Ce type de formulation va permettre une étude du champ rayonné fréquence à fréquence, en utilisant la transformée de Fourier de l'équation (1.3) qui devient ainsi une équation de Helmholtz hétérogène :

$$(\nabla^2 + k^2)\widehat{p'_a}(\mathbf{x},\omega) = -\frac{\partial^2 \widehat{T_{ij}}(\mathbf{x},\omega)}{\partial x_i \partial x_j}$$
(1.28)

avec $\omega = 2\pi f$ et $k = \omega/c_{\infty}$.

La solution de cette équation s'écrit sous la forme⁴¹ :

$$\widehat{p'_{a}}(\mathbf{x},\omega) = -\iiint_{V_{0}(\mathbf{y})} \frac{\partial^{2}\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial y_{i}\partial y_{j}}\widehat{T_{ij}}d\mathbf{y}$$
(1.29)

où \hat{G} désigne la fonction de Green spectrale 2-D ou 3-D suivant le problème considéré. On a choisi ici de donner les solutions avec les dérivations spatiales qui s'appliquent sur les fonctions de Green, une dérivation directe du tenseur de Lighthill risquant en effet de générer de plus grandes erreurs numériques^{147,148}.

Nous développons ensuite analytiquement les solutions en dérivant les fonctions de Green 2-D ou 3-D pour obtenir les expressions exactes de la pression acoustique rayonnée. Les expressions des dérivées des fonctions de Green sont données en annexe de ce chapitre.

Une fois la solution calculée dans l'espace de Fourier, il faut revenir dans l'espace temporel en appliquant une opération de transformée inverse permettant une étude spatio-temporelle du champ acoustique.

Ce type de résolution convient parfaitement à des problèmes aérodynamiques périodiques ou pseudo-périodiques, de type écoulement de cavité ou de cylindre. En effet, l'information spectrale des signaux aérodynamiques est contenue seulement sur quelques fréquences qui peuvent ainsi être étudiées avec précision.

1.2.3.4 Formulation simplifiée

Dans ce paragraphe, nous introduisons les concepts de champs lointains géométriques et acoustiques qui simplifient considérablement les expressions précédentes et qui sont à la base de pratiquement tous les développements analytiques rencontrés dans la littérature. Si l'observateur se situe en champ lointain acoustique défini par $r \gg \lambda_0$ (avec λ_0 une longueur d'onde caractéristique), le terme en $\mathcal{O}(1/r)$ est dominant devant les termes en $\mathcal{O}(1/r^2)$ et $\mathcal{O}(1/r^3)$. Ainsi, l'expression (1.26) se simplifie sous la forme :

$$4\pi p_a'(\mathbf{x},t) \approx \frac{1}{c_\infty^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \iiint_{V_0(\mathbf{y})} \left[\frac{r_i r_j}{r^3} T_{ij} \right]_{\tau^*} d\mathbf{y}$$
(1.30)

Si maintenant, l'observateur est également en champ lointain géométrique, les approximations suivantes sont valables :

$$r \approx |\mathbf{x}| \text{ et } \frac{\partial}{\partial x_i} \approx \frac{1}{c_{\infty}} \frac{x_i}{|\mathbf{x}|} \frac{\partial}{\partial t}$$

D'où la formule suivante, fréquemment utilisée dans les développements analytiques :

$$4\pi p_a'(\mathbf{x},t) \approx \frac{1}{c_\infty^2} \frac{x_i x_j}{x^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \iiint_{V_0(\mathbf{y})} [T_{ij}]_{\tau^*} d\mathbf{y}$$
(1.31)

En particulier, l'expression précédente permet d'extraire de l'intégrale le facteur de directivité $x_i x_j / x^3$ et de mettre en évidence le caractère quadripolaire du rayonnement aéroacoustique d'une source compacte. Pour une analyse dimensionnelle, l'hypothèse de compacité de la zone source permet également de négliger l'influence des temps retardés.

1.3 Prise en compte des parois solides

Les différentes formulations de l'analogie présentées dans la partie précédente traitent des problèmes d'écoulements libres tels que les jets, mais ne prennent pas en compte l'influence de parois solides présentes dans la plupart des écoulements que l'on rencontre. En 1954 dans son second article, Lighthill souligne l'importance que peuvent avoir les surfaces solides dans les mécanismes de génération de bruit. Curle en 1955 publie ses travaux⁴⁴, basés sur la formulation de Kirchhoff, et en formalise l'influence pour des parois rigides et immobiles. En 1969, Ffowcs Williams et Hawkings établissent une nouvelle équation adaptée à des surfaces soumises à un mouvement quelconque en utilisant le formalisme des fonctions généralisées⁶³. L'utilisation des fonctions généralisées⁵⁹ permet également d'étendre le champ d'application de la formulation de Kirchhoff au cas de parois mobiles⁴². Deux formulations sont donc disponibles pour traiter un problème aéroacoustique en présence de parois, d'une part la formulation de Ffowcs Williams et Hawkings, d'autre part la formulation de Kirchhoff.

1.3.1 L'analogie de Ffowcs Williams et Hawkings

1.3.1.1 L'équation de Ffowcs Williams et Hawkings

L'idée principale de cette analogie est de remplacer une frontière fermée Σ se déplaçant à la vitesse u_{Σ} par une frontière mathématique fictive. Cette dernière se traduit par une fonction f telle que

 $f(\mathbf{x},t) = 0$ sur Σ . En outre on impose f positive à l'extérieur de Σ (dans le fluide) et négative à l'intérieur (voir figure (1.2)).



Fig. 1.2 – Représentation du système de coordonnées utilisées pour l'analogie de Ffowcs Williams et Hawkings. La fonction f possède la propriété suivante :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u_{\Sigma} \cdot \nabla f = 0 \tag{1.32}$$

On définit la normale **n** à Σ orientée vers l'extérieur de Σ par (voir figure 1.2) :

$$\frac{\nabla f}{|\nabla f|} = \mathbf{n} \tag{1.33}$$

Le problème de discontinuité de ρ causée par une frontière solide se traite maintenant grâce à la nouvelle variable discontinue $\rho H(f)$, où H désigne la fonction de Heavyside. Cette variable, utilisable seulement dans le concept de fonction généralisée permet d'écrire les équations de conservation de la masse et de quantité de mouvement sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t}[(\rho - \rho_{\infty})H(f)] + \frac{\partial}{\partial x_{j}}[\rho u_{j}H(f)] = \rho(u_{j} - u_{j}^{\Sigma})\delta(f)\frac{\partial f}{\partial x_{j}} + \rho_{\infty}u_{j}^{\Sigma}\delta(f)\frac{\partial f}{\partial x_{j}}$$
(1.34)

et,

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho u_i H(f)] + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\rho u_i u_j + (p - p_\infty)\delta_{ij} - \tau_{ij})H(f)] = [(p - p_\infty)\delta_{ij} - \tau_{ij} + \rho u_i(u_j - u_j^{\Sigma})]\delta(f)\frac{\partial f}{\partial x_j}$$
(1.35)

Une recombinaison des équations (1.34) et (1.35) donne l'équation de Ffowcs Williams et Hawkings :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_{\infty}^2 \nabla^2 \end{cases} [(\rho - \rho_{\infty})H(f)](\mathbf{x}, t) \\ = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [T_{ij}H(f)](\mathbf{x}, t) + \frac{\partial}{\partial x_i} [F_i\delta(f)](\mathbf{x}, t) + \frac{\partial}{\partial t} [Q\delta(f)](\mathbf{x}, t) \quad (1.36)\end{cases}$$

avec

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + [(p - p_{\infty}) - c_{\infty}^2 (\rho - \rho_{\infty})] \delta_{ij} - \tau_{ij}$$
(1.37)

$$F_i = -[\rho u_i(u_j - u_{\Sigma j}) + (p - p_\infty)\delta_{ij} - \tau_{ij}]\frac{\partial f}{\partial x_j}$$
(1.38)

$$Q = \left[\rho(u_j - u_{\Sigma j}) + \rho_{\infty} u_{\Sigma j}\right] \frac{\partial f}{\partial x_j}$$
(1.39)

Cette équation permet de traiter la plupart des problèmes aéroacoustiques, en particulier les problèmes de surfaces mobiles transsoniques. Nous remarquons qu'en l'absence de surface Σ , cette formulation est absolument identique à l'équation de Lighthill (1.3).

1.3.1.2 Expression en dérivées spatiales

L'équation (1.36) est formellement identique à l'expression (1.12), nous pouvons donc adopter le formalisme des fonctions de Green pour la résoudre, et obtenir l'expression suivante :

$$[(p - p_{\infty})H(f)](\mathbf{x}, t) = -\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [T_{ij}H(f) * G] - \frac{\partial}{\partial x_i} [F_i\delta(f) * G] - \frac{\partial}{\partial t} [Q\delta(f) * G]$$
(1.40)

Pour la fonction de Green G dont l'expression est donnée par l'équation (1.14), la solution sous forme intégrale s'écrit :

$$4\pi H(f)p'_{a}(\mathbf{x},t) = \frac{\partial^{2}}{\partial x_{i}\partial x_{j}} \int_{-\infty}^{+\infty} \iiint_{-\infty}^{+\infty} [T_{ij}H(f)](\mathbf{y},\tau) \frac{\delta(g)}{r} d\mathbf{y} d\tau + \frac{\partial}{\partial x_{i}} \int_{-\infty}^{+\infty} \iiint_{-\infty}^{+\infty} [F_{i}\delta(f)](\mathbf{y},\tau) \frac{\delta(g)}{r} d\mathbf{y} d\tau + \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{+\infty} \iiint_{-\infty}^{+\infty} [Q\delta(f)](\mathbf{y},\tau) \frac{\delta(g)}{r} d\mathbf{y} d\tau$$
(1.41)

Le domaine d'application de cette expression se limite aux configurations pour les quelles la surface Σ est fixe.

Grâce à l'introduction de la fonction H, les intégrales se simplifient. En effet, posons V_0 le volume dans lequel f > 0 et Σ la surface où f = 0, utilisons en outre les propriétés des fonctions généralisées, nous écrivons alors que :

$$4\pi H(f)p_a'(\mathbf{x},t) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \iiint_{V_0} \frac{1}{r} \left[T_{ij} \right]_{\tau^*} d\mathbf{y} - \frac{\partial}{\partial x_i} \iint_{\Sigma} \frac{1}{r} \left[P_{ij} n_j \right]_{\tau^*} d\Sigma$$
(1.42)

En ayant posé,

$$T_{ij} = \rho_{\infty} u_i u_j$$

$$P_{ij} = [(p - p_{\infty})\delta_{ij} - \tau_{ij}]$$
(1.43)

Cette expression est la formulation spatiale de l'analogie de Ffowcs Williams et Hawkings avec dérivées par rapport à l'observateur.

L'équation 1.42 a été obtenue par Curle⁴⁴ en utilisant la formulation de Kirchhoff, et s'avère suffisante pour traiter les problèmes d'aéroacoustique à faible nombre de Mach en présence de parois. Deux types d'intégrales expriment ainsi la pression acoustique rayonnée, l'une volumique, l'autre surfacique. Mathématiquement, l'intégrale des termes volumiques traduit le bruit rayonné directement par l'écoulement tandis que l'intégrale surfacique correspond à l'influence de la surface. Une interprétation physique de ce terme nécessite une attention particulière sur laquelle nous reviendrons dans le deuxième chapitre.

1.3.1.3 Expression en dérivées temporelles

En utilisant les hypothèses de champs lointain acoustique, nous transformons les dérivées spatiales de l'équation 1.42 en utilisant la propriété 1.25 pour obtenir^{58,48} :

$$4\pi H(f)p_a'(\mathbf{x},t) \approx \frac{1}{c_\infty^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \iiint_{V_0} \left[\frac{r_i r_j}{r^3} T_{ij} \right]_{\tau^*} d\mathbf{y} + \frac{1}{c_\infty} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Sigma} \left[\frac{r_i P_{ij}}{r^2} n_j \right]_{\tau^*} d\Sigma(\mathbf{y})$$
(1.44)

En ajoutant l'hypothèse de champ lointain géométrique, l'équation ci dessus devient :

$$4\pi H(f)p_a'(\mathbf{x},t) \approx \frac{1}{c_\infty^2} \frac{x_i x_j}{x^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \iiint_{V_0} \left[T_{ij} \right]_{\tau^*} d\mathbf{y} + \frac{1}{c_\infty} \frac{x_i}{x^2} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Sigma} \left[P_{ij} n_j \right]_{\tau^*} d\Sigma(\mathbf{y})$$
(1.45)

Cette expression met en évidence le caractère quadripolaire de l'intégrale volumique et le caractère dipolaire de l'intégrale surfacique grâce aux termes de directivité devant les intégrales.

1.3.1.4 Expression fréquentielle

Pour obtenir la solution fréquentielle de l'équation de Ffowcs Williams et Hawkings, nous cherchons la solution de l'équation de Helmholtz correspondante, soit la solution de :

$$(\nabla^{2} + k^{2}) (H(f)\widehat{\rho'}) = -\frac{\partial^{2}}{\partial x_{i}\partial x_{j}} (H(f)\widehat{T_{ij}}) - \frac{\partial}{\partial x_{i}} (\delta(f)\widehat{F}_{i}) - i\omega (\delta(f)\widehat{Q})$$
(1.46)

Pour ce faire, nous convoluons cette équation avec une fonction de Green \widehat{G} pour obtenir :

$$H(f)\widehat{p'_{a}}(\mathbf{x},\omega) = -\iiint_{f>0}\widehat{T_{ij}}(\mathbf{y},\omega)\frac{\partial^{2}\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial x_{i}\partial x_{j}}d\mathbf{y} - \iint_{f=0}\widehat{F}_{i}(\mathbf{y},\omega)\frac{\partial\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial x_{i}}d\mathbf{y} - \iint_{f=0}i\omega\widehat{Q}(\mathbf{y},\omega)\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)d\mathbf{y}$$
(1.47)

En profitant de la propriété $\frac{\partial \hat{G}}{\partial x_i} = -\frac{\partial \hat{G}}{\partial y_i}$, l'expression fréquentielle de l'analogie de Ffowcs Williams et Hawkings est :

$$H(f)\widehat{p'_{a}}(\mathbf{x},\omega) = -\iiint_{f>0}\widehat{T_{ij}}(\mathbf{y},\omega)\frac{\partial^{2}\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial y_{i}\partial y_{j}}d\mathbf{y} + \iint_{f=0}\widehat{F}_{i}(\mathbf{y},\omega)\frac{\partial\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial y_{i}}d\mathbf{y} - \iint_{f=0}i\omega\widehat{Q}(\mathbf{y},\omega)\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)d\mathbf{y}$$
(1.48)

Dans cette équation, les dérivées portent sur la fonction de Green et il n'est donc pas nécessaire de dériver les grandeurs aérodynamiques lors des applications numériques.

Pour une surface imperméable et immobile Σ , la pression acoustique rayonnée par le domaine source V_0 s'écrit donc :

$$\widehat{p'_{a}}(\mathbf{x},\omega) = -\iiint_{V_{0}}\widehat{T_{ij}}(\mathbf{y},\omega)\frac{\partial^{2}\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial y_{i}\partial y_{j}}d\mathbf{y} - \iint_{\Sigma}\widehat{P_{ij}}(\mathbf{y},\omega)n_{j}\frac{\partial\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial y_{i}}d\mathbf{y}$$
(1.49)

1.3.2 L'analogie de Kirchhoff

Si les analogies de Kirchhoff et de Ffowcs Williams et Hawkings sont équivalentes d'un point de vue mathématique, les raisonnements utilisés pour les obtenir sont totalement différents. En effet, la formulation de Ffowcs Williams et Hawkings s'obtient par l'intermédiaire des fonctions généralisées et d'une variable $\rho H(f)$ introduite dans les équations de la mécanique des fluides. Elle peut donc s'appliquer dans tous les cas. En revanche, la formulation de Kirchhoff⁹¹ est issue de l'utilisation du théorème de Green pour résoudre l'équation de Lighthill. Son domaine d'application se restreint donc à des problèmes acoustiques.

Le principe de l'analogie de Kirchhoff est de résoudre, grâce à la formule de Green, le champ ϕ en un point d'observation **x** contenu dans un volume V_0 et satisfaisant l'équation suivante :

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{c_\infty^2} \frac{\partial^2 \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = Q(\mathbf{x}, t)$$
(1.50)

où Q désigne un terme source quelconque.

Nous représentons sur la figure 1.3 les détails des notations utilisées pour appliquer l'analogie de Kirchhoff. Le domaine V_0 est fermé par une surface à l'infini dont la contribution est nulle en utilisant la condition de causalité.

1.3.2.1 Formule de Green

En utilisant les mêmes notations que précédemment, l'équation de propagation pour la variable $H\phi$ s'écrit :



Fig. 1.3 – Représentation du système de coordonnées utilisé pour l'analogie de Kirchhoff.

$$\nabla^2(H\phi) - \frac{1}{c_\infty^2} \frac{\partial^2(H\phi)}{\partial t^2} = HQ + \nabla H \cdot \nabla Q + \nabla \cdot (\phi \nabla H)$$
(1.51)

Avec une fonction de Green G comme solution de cette équation, la formule de Green, est :

$$H(f)\phi(\mathbf{x},t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \iiint_{V_0} Q(\mathbf{y},\tau) G(\mathbf{x},t|\mathbf{y},\tau) d\mathbf{y} d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} \iint_{\Sigma} \left\{ G \frac{\partial \phi}{\partial y_i} - \phi \frac{\partial G}{\partial y_i} \right\} n_i d\Sigma d\tau \qquad (1.52)$$

avec n_i la composante de la normale à Σ qui pointe vers l'extérieur. Toutes les configurations sur lesquelles s'applique le théorème de Green sont données par Powell¹³³ ou Gloerfelt.⁷⁰ Notons encore une fois que s'il n'y a pas de surface Σ , la formule de Green conduit à :

$$H(f)\phi(\mathbf{x},t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \iiint_{V_0} Q(\mathbf{y},\tau) G(\mathbf{x},t|\mathbf{y},\tau) d\mathbf{y} d\tau$$
(1.53)

Donc, si $\phi = p'_a$ et que l'on cherche à résoudre l'équation de Lighthill avec la fonction de Green 3-D, nous obtenons :

$$4\pi H(f)p'_{a}(\mathbf{x},t) = \iiint_{V_{0}} \frac{1}{r} \frac{\partial^{2} T_{ij}}{\partial y_{i} \partial y_{j}} (\mathbf{y},t-\frac{r}{c_{\infty}})\mathbf{y}$$
(1.54)

qui est bien la formulation spatiale de l'analogie de Lighthill avec dérivées par rapport à la source.

1.3.2.2 Formulation de Kirchhoff

Considérons la formule de Green, solution de l'équation de Lighthill en présence d'une surface Σ en utilisant la fonction de Green en espace libre (1.14). L'intégrale volumique ne pose pas de problème puisque c'est exactement l'expression (1.54), l'intégrale surfacique demande quant à elle quelques manipulations. Le premier terme s'écrit en effet :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau) \frac{\partial \phi(\mathbf{y}, \tau)}{\partial y_i} n_i d\tau = -\frac{1}{4\pi r} \frac{\partial \phi}{\partial y_i} \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{c_{\infty}} \right) n_i$$
(1.55)

et le second,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\mathbf{y},\tau) \frac{\partial G(\mathbf{x},t|\mathbf{y},\tau)}{\partial y_i} n_i d\tau = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi\delta(g) \frac{\partial 1/r}{\partial y_i} n_i d\tau - \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi \frac{\partial\delta(g)}{\partial y_i} n_i d\tau \qquad (1.56)$$

En intégrant par parties cette dernière expression, et en utilisant les deux propriétés suivantes :

$$\frac{\partial 1/r}{\partial y_i} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial r}{\partial y_i}$$
$$\frac{\partial \delta(g)}{\partial y_i} = \delta'(g) \frac{1}{c_\infty} \frac{\partial r}{\partial y_i}$$
(1.57)

Nous obtenons finalement :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\mathbf{y},\tau) \frac{\partial G(\mathbf{x},t|\mathbf{y},\tau)}{\partial y_i} n_i d\tau = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{\partial r}{\partial n} \phi\left(\mathbf{y},t-\frac{r}{c_\infty}\right) + \frac{1}{4\pi r} \frac{\partial r}{\partial n} \frac{\partial \phi}{\partial t} \left(\mathbf{y},t-\frac{r}{c_\infty}\right)$$
(1.58)

La formulation temporelle de Kirchhoff avec dérivation spatiale du terme source exprime la pression acoustique rayonnée sous la forme :

$$4\pi H(f)p_a'(\mathbf{x},t) = \iiint_{V_0} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{c_{\infty}} \right) \mathbf{y} - \iint_{\Sigma} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial n} + \frac{p}{r^2} \frac{\partial r}{\partial n} + \frac{1}{rc_{\infty}} \frac{\partial r}{\partial n} \frac{\partial p}{\partial \tau} \right] \left(\mathbf{y}, t - \frac{r}{c_{\infty}} \right) d\Sigma d\tau$$
(1.59)

1.3.2.3 Formulation fréquentielle

Pour exprimer la formulation fréquentielle de l'analogie de Kirchhoff, nous appliquons la formule de Green à l'équation de Helmholtz avec second membre (1.46) pour obtenir :

$$4\pi H(f)\widehat{p'_{a}}(\mathbf{x},\omega) = \iiint_{V_{0}} \widehat{Q}(\mathbf{y},\omega)\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)d\mathbf{y} + \iint_{\Sigma} \widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)\frac{\partial\widehat{p}(\mathbf{y},\omega)}{\partial y_{i}} - \iint_{\Sigma} \widehat{p}(\mathbf{y},\omega)\frac{\partial\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial y_{i}}n_{i}d\Sigma$$
(1.60)

Dans le cas d'un écoulement, le terme \hat{Q} correspond au tenseur de Lighthill. cette expression est identique à l'expression fréquentielle de l'analogie de Ffowcs Williams et Hawkings.

1.3.2.4 Utilisation particulière de la formulation de Kirchhoff

Le champ d'application de la formule (1.60) est très vaste car la fonction de Green \widehat{G} est choisie selon nos besoins. Dans la majeure partie des cas, les fonctions \widehat{G}_0 en espace libre sont utilisées et les intégrales surfaciques et volumiques doivent être calculées. Pour des applications particulières, des

et,

fonctions de Green adaptées vérifiant $\partial \widehat{G_{ad}} / \partial n = 0$ sur Σ permettent d'obtenir le champ $\widehat{p'_a}$ grâce à l'expression suivante :

$$\widehat{p'_{a}}(\mathbf{x},\omega) = \iiint_{V_{0}} \widehat{Q}(\mathbf{y},\omega) \widehat{G_{ad}}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega) d\mathbf{y} + \iint_{\Sigma} \widehat{G_{ad}}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega) \frac{\partial \widehat{p}(\mathbf{y},\omega)}{\partial y_{i}}$$
(1.61)

Si de plus la surface est rigide, la condition $\partial \hat{p}/\partial y_i = 0$ est satisfaite, et le champ de pression rayonné s'écrit alors :

$$\widehat{p'_{a}}(\mathbf{x},\omega) = \iiint_{V_{0}} \widehat{Q}(\mathbf{y},\omega) \widehat{G_{ad}}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega) d\mathbf{y}$$
(1.62)

Comme le montre cette expression, l'effet de la surface est compris dans la fonction de Green G_{ad} . La surface est donc un acteur passif du rayonnement et ne traduit que la diffraction au sens large (réflexion, diffraction et réfraction) du rayonnement associé au tenseur de Lighthill. En pratique, la détermination analytique des fonctions de Green adaptées est très difficile et se limite à des configurations géométriques simples comme les plans infinis¹³³, les dièdres⁶², les sphères¹²¹ ou les cylindres¹²⁰.

Le théorème de réflexion de Powell¹³³ illustre parfaitement cette propriété dans le cas d'un écoulement en présence de surface plane. En effet, le bruit rayonné s'écrit alors sous la forme :

$$4\pi p_a'(\mathbf{x},t) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \iiint_{(V_0+V_0')} \frac{[T_{ij}]_{\tau*}}{r} d\mathbf{y}$$
(1.63)

où V'_0 désigne l'image du volume V_0 par le plan Σ , comme l'indique la figure 1.4.

Précisons que dans l'expression précédente et que pour toute la suite, la contribution des termes visqueux a été négligée¹²³.



Fig. 1.4 – Représentation simplifiée du domaine d'application du théorème de Powell.

Powell montre ainsi que le bruit rayonné s'exprime comme la somme du rayonnement des sources contenues dans le volume source et du rayonnement des sources images. En reprenant l'énoncé du théorème qui porte désormais son nom :

« The pressure dipole distribution on a plane, infinite and rigid surface accounts for the reflection in that surface of the volume distribution of acoustic quadrupole generators of a contiguous inviscid fluid flow, and for nothing more, when these distributions are determined in accordance with Lighthill's concept of aerodynamic noise generation and its natural extension. »

Powell insiste sur le fait que le bruit rayonné est dû aux sources volumiques et à rien d'autre. Cependant, dans la littérature^{44,129,73} est formulée l'hypothèse que la présence de surfaces entraîne la génération de sources dipolaires surfaciques complémentaires associées à l'intégrale de surface de Curle. Nous reviendrons en détail dans le chapitre suivant sur ce point important et illustrerons numériquement le rôle joué par la diffraction dans le cas d'un écoulement autour d'un cylindre.

Une autre utilisation de la formulation de Kirchhoff est d'employer une fonction de Green vérifiant la condition de surface libre G = 0 sur Σ , ce qui évite le calcul délicat de $\partial p/\partial n$ sur Σ . Un très bon exemple d'utilisation de ce type de fonction est celui de Mankbadi *et al.*^{112,113} qui déterminent la fonction de Green adaptée à un cylindre et calculent le bruit d'un jet en utilisant uniquement la pression sur ce cylindre fictif. Cette approche porte le nom de *Surface-Integral Formulation* (SIF).

Comme nous venons de le voir, l'utilisation de fonctions de Green particulières permet une analyse théorique des mécanismes de génération de bruit. En pratique, l'expression des fonctions de Green exacte et/ou adaptée est complexe et rend leur mise en oeuvre numérique délicate, coûteuse et surtout limitée à des configurations simples. Pour des configurations complexes, seule l'utilisation de la fonction de Green en espace libre $\widehat{G_0}$, et donc le calcul des intégrales volumiques et surfaciques, semble possible.

1.4 Méthodes de résolution numérique et implémentation

Dans les parties précédentes, différentes formulations des solutions des analogies permettant de déterminer numériquement le bruit rayonné par un écoulement turbulent ont été présentées. Trois types de méthodes de résolution sont ainsi proposées, les méthodes spectrales^{136,9,112,110,127}, tempo-relles^{26,27,176,10,39,153,34,126} et spatiales. Au cours de la thèse, nous avons recherché la méthode la plus adaptée au calcul du bruit associé à un écoulement 3-D incompressible. Pour ce faire, nous avons appliqué les méthodes spectrales et temporelles à des écoulements académiques (écoulements de cylindre 2-D et 3-D) et nous nous sommes ainsi forgés une opinion quant à la méthode à utiliser pour traiter un problème complexe.

L'objet de cette partie est de présenter les méthodes de résolution des différents types d'intégrales et de sensibiliser le lecteur aux contraintes associées à ces méthodes. Seules les méthodes spectrales et temporelles ont été développées au cours de la thèse, et nous n'aborderons pas ici la problématique des approches spatiales.

1.4.1 Les approches temporelles

Pour les formulations avec dérivées par rapport aux sources, les approches temporelles traitent les intégrales du type :

$$\phi(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi c_{\infty}^{n}} \int_{D} \frac{\partial^{n}}{\partial t^{n}} \psi(t - \frac{r}{c_{\infty}}, \mathbf{y}) d\mathbf{y}$$
(1.64)

avec n = 0,1 ou 2.

Pour les formulations avec dérivées par rapport à l'observateur, il faut résoudre les intégrales du type :

$$\phi(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi c_{\infty}^{n}} \frac{\partial^{n}}{\partial t^{n}} \int_{D} \psi(t - \frac{r}{c_{\infty}}, \mathbf{y}) d\mathbf{y}$$
(1.65)

Le terme ψ correspond aux termes sources S_i et V_{ij} convolués avec la fonction de Green G_0 en espace libre. V_{ij} correspond par exemple à $(r_i r_j T_{ij})/r^3$ et S_i à $(r_i F_i)/r^2$. L'intégration sur le domaine D exprime respectivement une intégrale surfacique sur le domaine Σ (si $\psi = S_i$) et à une intégrale volumique sur V_0 (si $\psi = T_{ij}$).

L'intégration sur D se traite en utilisant le maillage de discrétisation aérodynamique sur lequel sont connus les termes sources S_i et V_{ij} . L'intégrale continue se transforme donc en somme finie :

$$\int_{D} \psi(t - \frac{r}{c_{\infty}}, \mathbf{y}) d\mathbf{y} = \sum_{k=1}^{N_{el}} \psi_k(t - \frac{r_k}{c_{\infty}}, y_k) d\mathbf{y}_k$$
(1.66)

où N_{el} est le nombre d'éléments du maillage aérodynamique, ϕ_k le terme source associé à l'élément k, $d\mathbf{y}_k$ la surface ou le volume élémentaire associé à l'élément k, et r_k la distance de l'élément k au point d'observation.

Notons ϕ_k le rayonnement associé à l'élément k :

$$\phi_k(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi c_\infty^n} \psi_k(t - \frac{r_k}{c_\infty}, y_k) d\mathbf{y}_k$$
(1.67)

Si les dérivées temporelles s'appliquent au point d'observation, le rayonnement total est donné par l'expression suivante :

$$\phi(t, \mathbf{x}) = \frac{\partial^n}{\partial t^n} \sum_{k=1}^{N_{el}} \phi_k(t, \mathbf{x})$$
(1.68)

Dans l'expression (1.68), on dérive une seule fois le signal au point d'observation. Si la dérivation est effectuée avant la sommation, il faut alors dériver chaque terme source. Cette procédure de calcul est donc plus longue et moins intéressante que de commencer par l'opération de sommation.

Pour toutes les expressions précédentes, le temps t phyisue est un temps continu, alors qu'en pratique, le temps est discret. Dans les deux paragraphes suivants, nous présentons deux manières de traiter la résolution temporelle, par la méthode des temps retardés et des temps avancés.

1.4.1.1 Procédure des temps retardés

La méthode des temps retardés est la résolution directe de l'expression (1.68). Un temps discret d'observation t_l est fixé. Pour un observateur donné, nous recherchons les termes sources aux temps $t_l - r_k/c_{\infty}$ des éléments k. A chaque distance r_k correspond donc un temps d'émission différent qui ne correspond en général pas au pas de temps de la simulation, il faut donc interpoler le terme source ψ_k au temps $t_l - r_k/c_{\infty}$. En notant $\tilde{\psi}_k$ cette interpolation, le rayonnement élémentaire $\tilde{\phi}_k$ correspondant s'écrit :

$$\tilde{\phi}_k(t_l, \mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi c_\infty^n} \tilde{\psi}_k(t_l - \frac{r_k}{c_\infty}, y_k) d\mathbf{y}_k$$
(1.69)

Donc, le rayonnement total arrivant au temps t_l au point **x** est :

$$\phi(t_l, \mathbf{x}) = \frac{\partial^n}{\partial t^n} \sum_{k=1}^{N_{el}} \tilde{\phi}_k(t_l - \frac{r_k}{c_\infty}, y_k)$$
(1.70)

Notons que pour un temps t_l , il faut trouver les temps d'interpolation $t_l - r_k/c_{\infty}$ compris entre :

$$t_l - \frac{r_{max}}{c_{\infty}} < t_l - \frac{r_k}{c_{\infty}} < t_l - \frac{r_{min}}{c_{\infty}}$$
(1.71)

Par conséquent, pour reconstruire le rayonnement à un temps t_l , il faut connaître $E((r_{max} - r_{min})/c_{\infty}/\Delta t)$ pas de temps du calcul aérodynamique. Dans l'expression précédente, E() désigne la partie entière et Δt le pas de temps de la simulation aérodynamique. Comme les calculs que nous utilisons sont subsoniques, il n'existe qu'une possibilité pour déterminer le temps d'émission. Pour les problèmes supersoniques d'autres précautions doivent être prises.

1.4.1.2 Procédure des temps avancés

Contrairement à la méthode des temps retardés, fixons maintenant le temps d'émission et non plus le temps de réception. Chaque source va ainsi rayonner au même temps t_l (correspondant au temps discrétisé de la simulation aérodynamique) et arriver à l'observateur à des instants différents $t_l + r_k/c_{\infty}$. Le signal rayonné par un terme source s'écrit donc :

$$\phi_k(t_l + \frac{r_k}{c_{\infty}}, \mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi c_{\infty}^n} \psi_k(t_l, y_k) d\mathbf{y}_k$$
(1.72)

Pour sommer tous les rayonnements élémentaires ϕ_k , ces derniers doivent être connus au même instant. Choisissons donc un temps d'observation arbitraire t_m tel que $t_m = m\Delta t$. Nous devons alors trouver la valeur de m vérifiant :

$$t_{m-1} < t_l + \frac{r_k}{c_\infty} < t_m \tag{1.73}$$

Soit

$$m = E(\frac{r_k}{\Delta t c_{\infty}}) \tag{1.74}$$

Mais, il faut aussi être certain que les signaux issus des N_{el} sources soient parvenus à l'observateur à l'instant t_m . La relation $t_m > r_{max}/c_{\infty}$ assure cette condition, en imposant que le signal issu de la source la plus lointaine soit bien arrivé en \mathbf{x} à t_m .

Avec le temps t_m ainsi défini, le signal $\tilde{\phi}(t_m, \mathbf{x})$ reçu au temps t_m et provenant de l'ensemble des sources s'écrit :

$$\tilde{\phi}(t_m, \mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi c_\infty^n} \frac{\partial^n}{\partial t^n} \sum_{k=1}^{N_{el}} \psi_k(t_l, y_k) d\mathbf{y}_k$$
(1.75)

Avec la méthode des temps avancés, le rayonnement acoustique se construit au fil du calcul aérodynamique. En effet, d'une part, dans l'expression précédente les termes sources à manipuler sont tous connus au même instant t_l et il n'est donc pas nécessaire de parcourir plusieurs instants de la base de données. D'autre part, nous avons développé un algorithme de prédiction/correction des interpolations temporelles qui construit le signal interpolé au fur et à mesure que le temps t_l croît.

Avec la méthode des temps retardés, il faut se déplacer sur plusieurs pas de temps de calcul aérodynamique pour construire le rayonnement :

Par exemple, si la dimension caractéristique du domaine aérodynamique est de 1 m, les temps d'émissions sont compris entre 0 s et 3×10^{-3} s (avec $c_{\infty} = 340$ m/s). En supposant que $\Delta t \sim 10^{-4}$ s il faudrait, par la méthode des temps retardés, se déplacer dans une base de données aérodynamique composée d'une trentaine de pas de temps. Cette opération, certes réalisable, est beaucoup plus coûteuse en terme de temps de calcul et de capacité de stockage que la méthode des temps avancés.

1.4.2 Les approches spectrales

Les approches spectrales ont l'avantage, par rapport aux formulations temporelles et spatiales, d'éviter le calcul des dérivées des termes sources en reportant la dérivation sur la fonction de Green $\widehat{G_0}$.

Les intégrales du type :

$$\widehat{\phi}(\omega, \mathbf{x}) = \int_{D} \widehat{\psi}(\omega, \mathbf{y}) \frac{\partial^{(n+m)} \widehat{G}_{0}(\omega, \mathbf{y})}{\partial x_{i}^{n} \partial x_{j}^{m}} d\mathbf{y}$$
(1.76)

sont à résoudre, avec n + m = 0, 1, ou 2. Pour les méthodes spectrales, $\hat{\psi}$ correspond simplement à la transformée de Fourier des termes sources aérodynamiques S_i et V_{ij} .

Comme pour les méthodes temporelles, l'intégrale continue sur D se discrétise par le maillage aérodynamique, soit :

$$\widehat{\phi}(\omega, \mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{N_{el}} \widehat{\psi}_k(\omega, \mathbf{y}) \frac{\partial^{(n+m)} \widehat{G}_0(\omega, \mathbf{y})}{\partial x_i^n \partial x_j^m} d\mathbf{y}$$
(1.77)

Cette expression permet d'obtenir le rayonnement associé à une fréquence ω particulière. Si nous recherchons l'évolution temporelle du signal $\hat{\phi}$, il suffit de calculer la transformée de Fourier inverse de cette quantité. L'avantage des méthodes spectrales est de pouvoir étudier précisément le rayonnement associé à une fréquence particulière. Par exemple, les écoulement de cavité⁷⁰ ou de cylindre¹¹⁰ se prêtent très bien à ce type de résolution puisqu'ils sont la source d'un rayonnement étroitement lié à un mécanisme aérodynamique pseudo-périodique.

Pour appliquer les méthodes spectrales, il faut stocker l'ensemble de la simulation (à chaque pas de temps et en chaque point du maillage) pour pouvoir calculer la transformée de Fourier de chacun des signaux aérodynamiques. En pratique, pour des calculs 3-D, cette méthode requiert beaucoup d'espace mémoire, et cette méthode est donc à exclure.

Cette présentation des techniques de résolution montre que pour des applications 2-D, le problème peut se résoudre en utilisant l'une ou l'autre des trois méthodes. Pour une application 3-D et pour calculer l'intégrale volumique, seule la méthode des temps avancés semble exploitable. Notons que la qualité des résultats n'est pas discutée ici, et que nous nous basons uniquement sur des considérations informatiques. L'analyse des résultats issus des trois méthodes sur un cas 2-D est présentée dans le chapitre suivant.

Ce chapitre a présenté les différentes formulations des méthodes intégrales qui seront utilisées par la suite pour extrapoler le bruit rayonné par un écoulement turbulent. Nous avons retenu les formulations adaptées à des écoulements à faible nombre de Mach en négligeant les effets de convection et de réfraction. Trois types de résolution sont donnés, une méthode spectrale et deux méthodes temporelles (temps retardés et temps avancés). Dans le chapitre suivant, les trois méthodes de résolution sont appliquées à un écoulement de cylindre en 2-D. Par la suite, la méthode des temps avancés est appliquée à deux écoulements 3-D, un cylindre et un demi-cylindre monté sur un plan.
1.5 Annexe

1.5.1 Dérivées spatiales de $\widehat{G}_0(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)$

1.5.1.1 Expression en 2-D

La fonction de Green 2-D en espace libre s'écrit :

$$\widehat{G}_0(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega) = \frac{1}{4i} H_0^{(2)}(kr)$$
(1.78)

• Dérivées premières

$$\frac{\partial \widehat{G}_0(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial y_i} = \frac{k}{4i} \frac{r_i}{r} H_1^{(2)}(kr)$$
(1.79)

où $r_i = |x_i - y_i|$ et $H_1^{(2)}$ correspond à la fonction de Hankel de deuxième espèce d'ordre 1.

• Dérivées secondes

$$\frac{\partial^2 \widehat{G_0}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial y_i \partial y_j} = \frac{1}{4i} \left\{ -k^2 \frac{r_i r_j}{r^2} H_0^{(2)}(kr) + k \left(\frac{2r_i r_j}{r^3} - \frac{\delta_{ij}}{r}\right) H_1^{(2)}(kr) \right\}$$
(1.80)

1.5.1.2 Expression en 3-D

La fonction de Green 3-D en espace libre s'écrit :

$$\widehat{G}_0(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega) = -\frac{e^{-ikr}}{4\pi r} \tag{1.81}$$

• Dérivée première

$$\frac{\partial \widehat{G}_0(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial y_i} = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{ikr_i}{r^2} + \frac{r_i}{r^3} \right) e^{-ikr}$$
(1.82)

• Dérivée seconde

$$\frac{\partial^2 \widehat{G}_0(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial y_i \partial y_j} = -\frac{1}{4\pi} \left[k^2 \frac{r_i r_j}{r^3} \delta_{ij} + ik \left(\frac{3r_i r_j}{r^4} - \frac{\delta_{ij}}{r^2} \right) + \left(\frac{3r_i r_j}{r^5} - \frac{\delta_{ij}}{r^3} \right) \right] e^{-ikr}$$
(1.83)

1.5.2 Schémas et méthodes numériques utilisés pour la résolution temporelle

1.5.2.1 Dérivation temporelle

Les schémas de dérivation temporelle utilisés sont des schémas aux différences finies centrés d'ordre 2. La dérivée première de la fonction f au temps i s'écrit :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{i} = \frac{1}{2\Delta t}(f_{i+1} - f_{i-1}) \tag{1.84}$$

La dérivée seconde s'évalue grâce à l'expression suivante :

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}\right)_i = \frac{1}{\Delta t^2} (f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1})$$
(1.85)

Des schémas d'ordre 4 ont également été testés, mais ils n'apportent pas une meilleure précision pour les signaux que nous utilisons.

1.5.2.2 Interpolation temporelle

L'interpolation au temps t d'une fonction f (notée $\tilde{f}(t)$) connue aux temps t_i s'effectue en utilisant les polynômes de Lagrange $L_i^m(t)$ de degré (m + 1), définis par :

$$L_i^m(t) = \prod_{k=0, k \neq i}^{m+1} \frac{t - t_j}{t_i - t_j}$$
(1.86)

L'expression de $\tilde{f}(t)$ est alors :

$$\tilde{f}(t) = \sum_{i=0}^{m} f(t_i) L_i^m(t)$$
(1.87)

Dans toutes les applications 2-D, nous avons utilisé des polynômes de Lagrange de degré 2, et de degré 3 pour les cas 3-D.

1.5.2.3 Filtrage temporel des signaux

La dérivation numérique de signaux bruités entraîne en 3-D l'apparition des parasites numériques en hautes fréquences. Pour limiter ces parasites, les signaux temporels sont traités en utilisant des filtres sélectifs^{161,166} donnés par Bogey et Bailly.²⁰ L'avantage de ce type de filtre est qu'ils sont compacts et raides, même en basse fréquence.

La fonction filtrée \hat{f} au temps t_0 de la fonction f connue aux instants t_i (i = -n..n) s'écrit :

$$\hat{f}(t_0) = f(t_0) - \sum_{i=-n}^{n} d_i f(t_i)$$
(1.88)

n correspond aux nombres de points sur lequel est défini le filtrage. Nous avons utilisé un filtrage sur cinq points dont les coefficients d_i sont $d_0 = 3/8$, $d_1 = -1/4$, $d_2 = 1/16$ et $d_{-i} = d_i$.

Pour illustrer l'effet de ce filtre passe-bas, appliquons ce filtrage à un bruit blanc S d'une durée de 10 s échantillonné à 10 kHz (voir figure 1.5). La fréquence de coupure du filtre est de 2 kHz.

1.5.2.4 Intégration numérique

Méthode de calcul

Pour les problèmes 2-D, l'intégrale surfacique (respectivement volumique) correspond à une intégrale linéique (resp. surfacique). Les intégrales linéiques se résolvent en utilisant la méthode classique des



trapèzes. Les intégrales surfaciques et volumiques sont quant à elle traitées par la méthode de quadrature de Gauss d'ordres 2 ou 3 (les ordres supérieurs ne se sont pas révélés nécessaires)¹³. L'intégration discrète d'une fonction f sur un élément y_k s'écrit :

$$\int_{y_k} f(\mathbf{y}_k) d\mathbf{y}_k = \sum_{i=1}^{n_j} \alpha_i f(y_i) |J_k(y_i)| d\mathbf{y}_k$$
(1.89)

Dans cette expression, n_j est le nombre de points de Gauss sur lesquels est évaluée f, α_i et $|J_k(y_i)|$ sont les poids et le jacobien de la transformation au point y_i de la quadrature. En pratique pour les applications 2-D, nous avons utilisé la moyenne arithmétique de f sur y_k multipliée par la surface de l'élément pour calculer les intégrales. Nous avons vérifié sur des cas 2-D que cette approximation n'était pas contraignante. Pour les applications 3-D, l'intégration sur des éléments non structurés est très couteûse car il faut trouver les valeurs des fonctions à intégrer par l'intermédiaire du tableau de connectivités. Nous avons donc développé une autre méthode d'intégration équivalente évitant l'utilisation de ce tableau et qui diminue ainsi les temps d'accès aux bases de données : Les fonctions à intégrer sont connues aux nœuds du maillage. Nous avons donc déterminé à partir des volumes des cellules le volume à associer à ces nœuds. L'opération d'intégration devient alors simplement :

$$\int_{V} f dV = \sum_{i=1}^{nno} f(y_i) d\tilde{\mathbf{y}}_i$$
(1.90)

avec V le volume d'intégration, nno le nombre de nœuds du maillage, $d\tilde{\mathbf{y}}_i$ le volume associé au nœud y_i

Validation de la méthode

Pour valider la méthode d'intégration au nœud, nous intégrons une fonction test sur le maillage non structuré d'un cube de côté 2 composé de tétraèdres (figure 1.6). La dimension caractéristique du cube est $\Delta x = 2/19$ (on a utilisé 19 éléments pour discrétiser une arête du cube). La fonction à intégrer est :

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cos(\pi p x_1) . \cos(\pi x_2) . \cos(\pi x_3)$$
(1.91)

p est un paramètre réglant le nombre d'oscillations de f dans la direction x_1 . On note $\lambda = 2/p$ la longueur d'onde associée à p.



Fig. 1.6 – Représentation du maillage non structuré utilisé pour discrétiser un cube de côté 2.



Fig. 1.7 – Représentation de l'erreur des schémas d'intégration en fonction du nombre de points par longueur d'onde : (------) Schéma dérivant d'une intégration aux nœuds; ($\circ \circ \circ$) Schéma de quadrature s'appuyant sur 4 points de Gauss.

L'intégrale de f sur le cube est analytiquement égale à 0, mais les variations de la fonction f sont importantes : faire varier λ (soit p) change le nombre de point du maillage nécessaire à la discrétisation d'une oscillation. Nous faisons varier p de 1 à 50, ce qui permet d'utiliser entre $\lambda/\Delta x = 0,04$ et $\lambda/\Delta x = 20$ points par longueur d'onde pour réaliser l'intégration. Le pourcentage d'erreur du schéma est représenté sur la figure figure 1.7 en fonction de $\lambda/\Delta x$. Jusque à 4 points par longueur d'onde, l'erreur commise est quasi nulle et le schéma est donc très précis (il est de toute façon impossible de décrire correctement le comportement d'une sinusoïde avec moins de 4 points par longueur d'onde). Nous comparons également notre méthode à une méthode d'intégration de Gauss à 4 points et nous n'observons aucune différence.

Les seuls cas pour lesquels notre méthode est moins précise est ceux pour lesquels il existe de forte variations de forme entre deux éléments du maillage non structuré, dans ce cas, nous lissons les variations spatiales de la fonction à intégrer. Dans des cas pratiques, le maillage reste suffisamment régulier pour négliger les erreurs dues à l'intégration numérique.

Chapitre 2

Caractérisation du sifflement d'un cylindre en écoulement

2.1 Introduction

Deux thémes devaient être abordées en premier lieu : d'une part, évaluer et développer des méthodes intégrales pour juger de la faisabilité et de l'intérêt de ces approches pour des applications industrielles, d'autre part préciser l'influence de parois rigides sur le rayonnement acoustique des écoulements. Le support d'étude nous semblant le plus adapté à traiter ces deux problémes est la configuration du cylindre en écoulement. En effet, cette configuration a la particularité d'émettre un fort sifflement dipolaire d'origine aérodynamique correspondant aux tourbillons de Kármán qui s'échappent périodiquement du proche sillage du cylindre. Une simulation numérique assez simple, mais reproduisant fidèlement le mécanisme de lâcher tourbillonnaire doit donc suffire à une évaluation du bruit qui leur est associé. Il est aussi intéressant de profiter de ce cas test pour statuer sur l'influence du cylindre sur le rayonnement aéroacoustique de l'écoulement associé. L'originalité de ce travail est de proposer une étude détaillée du mécanisme de diffraction en montrant analytiquement et numériquement que la diffraction des sources volumiques à l'aval du cylindre conduit à un rayonnement dipolaire.

Ce chapitre s'articule en trois parties. Tout d'abord, à travers une étude bibliographique, nous introduisons les caractéristiques principales de l'écoulement autour d'un cylindre et de son rayonnement associé. Nous montrons en particulier la grande sensibilité de l'écoulement au nombre de Reynolds et aux conditions expérimentales qui permettront d'expliquer certains des résultats numériques. Cette synthèse servira également pour le chapitre suivant qui traite un problème 3-D d'écoulement sur cylindre. Puis, nous présentons la simulation aérodynamique incompressible et instationnaire qui fournit les termes sources à introduire dans les analogies acoustiques. Comme les tourbillons de Kármán ont une structure quasi 2-D, nous avons ainsi utilisé une simulation aérodynamique 2-D : les bases de données aérodynamiques restent ainsi de taille raisonnable et les temps de calcul pour les différentes méthodes développées sont courts. A l'aide de cette simulation, nous résolvons les termes surfacique et volumique des méthodes intégrales pour extrapoler le rayonnement acoustique. Nous comparons également les différentes formulations, spectrales et temporelles, qui nous donnent ainsi d'importantes indications pour les stratégies à adopter pour pouvoir réaliser de futurs calculs 3-D. Enfin, dans une dernière partie, nous nous penchons sur le problème de l'influence du cylindre sur le rayonnement, et en particulier sur les mécanismes de diffraction mis en jeu. L'outil principal nécessaire à cette étude est une fonction de Green adaptée, vérifiant la condition de rigidité du cylindre. Cette fonction, valable sans les hypothèses de compacité ou de faible nombre de Mach, donne accès au calcul des champs directs et diffractés du rayonnement et permet en outre de statuer sur l'effet du cylindre.

2.2 Caractéristiques de l'écoulement et du sifflement

2.2.1 Description de l'écoulement

2.2.1.1 Introduction

Les propriétés de l'écoulement autour d'un objet cylindrique sont principalement régies par deux quantités sans dimension, le nombre de Mach et le nombre de Reynolds. Le premier se définit comme le rapport de la vitesse moyenne U_{∞} de l'écoulement et de la vitesse du son c_{∞} du milieu (air, eau...), tel que $M = U_{\infty}/c_{\infty}$. Il permet ainsi de quantifier l'influence des effets compressibles sur le fluide.¹¹ Le second quantifie quant à lui l'influence des forces visqueuses par rapport aux forces inertielles sur le fluide et s'écrit $\text{Re}_D = U_{\infty}D/\nu$, D étant une dimension caractéristique du système (dans le cas du cylindre son diamètre), et ν la viscosité cinématique du fluide.

La variation des nombres de Reynolds et de Mach influence de nombreuses grandeurs physiques et paramètres comme la fréquence des lâchers tourbillonnaires, la présence ou non de structures cohérentes dans les couches de cisaillement, l'évolution de la position du point de décollement, l'épaisseur de la couche limite, la longueur de la zone de transition, les coefficients de traînée et de portance...

Depuis environ un siècle, dans le but d'améliorer notre compréhension de la turbulence et de ses propriétés, l'écoulement de cylindre a été étudié par de nombreux auteurs^{94,145,18,33,122,175,135,155}. Ces travaux montrent que l'écoulement autour d'un cylindre à mêmes nombres de Mach et de Reynolds n'est pas universel car il est en effet très sensible aux conditions limites. On remarque des propriétés communes aux grandes échelles, assez facilement reproductibles (fréquence des allées de Kármán, portance, traînée...) et d'autres plus spécifiques, aux petites échelles, qui dépendent de l'expérience considérée (fréquence des tourbillons de couche de cisaillement, position du point de décollement, instabilités tridimensionnelles). Dans cette étude bibliographique, nous allons lister les principaux régimes d'écoulements *subsoniques* ($M \le 0, 6$) qui existent, en essayant de justifier physiquement leur existence.

2.2.1.2 Différents régimes d'écoulement

Les évolutions des coefficient de traînée,¹⁵¹ $\bar{C_D}(=-\frac{1}{2}\int_S C_P \cos\theta d\theta)$, de pression moyen $\bar{C_p}^{175}$, du nombre de Strouhal² $S = fD/U_0$, ou encore de la position du point de décollement² θ_s^{\dagger} en fonction du nombre de Reynolds sont illustrées respectivement sur les figures 2.1, 2.2 et 2.3. Elles font apparaître quatre principaux régimes d'écoulement pour lesquels les caractéristiques du sillage et de la répartition de pression sur le cylindre C_P sont assez similaires^{64,79,175} :

1	$Re \leq 50$: Régime laminaire stationnaire
J	$50 \leqslant \operatorname{Re} \leqslant 1200$: Transition du sillage
	$1200 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^5$: Transition des couches de cisaillement
	$1-2x10^5 \ge \text{Re}$: Transition des couches limites

De manière qualitative, la figure 2.4 tirée de Williamson¹⁷⁵ permet en outre de distinguer ces différents régimes d'écoulement et montre l'enrichissement croissant de la turbulence du sillage en fonction de l'évolution du nombre de Reynolds.

Dans les paragraphes suivants, nous allons décrire les différents régimes et leurs caractéristiques principales qui donnent un bon aperçu des mécanismes physiques susceptibles d'être rencontrés dans ce type de configuration.



Fig. 2.1 – Evolution en fonction du nombre de Reynolds du coefficient de traînée moyen $\bar{C_D}$.¹⁵¹

Régime laminaire stationnaire

Pour les très faibles nombres de Reynolds, l'ensemble de l'écoulement est laminaire et parfaitement stationnaire. Des couches limites se développent à la surface du cylindre jusqu'à ce que de forts

[†] $\theta = 0$ correspond au point d'arrêt, et θ croît dans le sens trigonométrique inverse. Voir figure 2.3(b). La notation θ_s correspond à l'angle de décollement/séparation.



Fig. 2.2 – Evolution en fonction du nombre de Reynolds du coefficient de pression moyen C_{Pb} à l'arrière du cylindre. Les données sont issues de : (o) Williamson & Roskho (1990); (\triangle) Norberg (1987); (+) Bearman (1969); (*) Flaschbart (1932); (∇) Shih et al. (1992).



Fig. 2.3 – Evolution en fonction du nombre de Reynolds : (a) du nombre de Strouhal,² (b) de la position du point de décollement².

gradients de pression les obligent à se décoller (voir figure 2.4). Le décollement entraîne la formation de deux couches de cisaillement qui se rattachent en aval du cylindre. Ces dernières englobent une zone de recirculation composée de deux tourbillons contra-rotatifs symétriques. Les efforts s'exerçant sur le cylindre selon la direction principale de l'écoulement sont très forts et induisent un important coefficient de traînée, de l'ordre de $\bar{C}_D = 10$. Ce dernier diminue rapidement à mesure que le nombre de Reynolds augmente.

Les premières mesures par anémométrie à fil chaud sur ce cas sont issus des travaux de Kovasznay⁹⁴ à qui nous devons également les premières cartographies de vitesse et les lignes de courant qui ont permis de montrer la complète symétrie de l'écoulement.



Fig. 2.4 – Allure du sillage d'un cylindre à nombre de Reynolds croissant (du haut vers le bas), d'après Williamson¹⁷⁵.

Transition turbulente du sillage

• $40-50 \leq \text{Re} \leq 180$

Aux alentours de Re = 50, l'allure de l'écoulement est profondément modifié et les célèbres allées de Bénard-Kármán apparaissent dans le sillage du cylindre (voir par exemple la figure 2.4, photographie du haut¹⁷⁵). Il s'agit de structures cohérentes contra-rotatives lâchées alternativement du sommet et de la base du cylindre. L'écoulement n'est pas turbulent mais périodique et absolument bidimensionnel. Les tourbillons ont une structure très stable et sont visibles très loin en aval, jusqu'à une centaine de diamètres. Ces structures correspondent à des instabilités absolues de l'écoulement résultant d'une bifurcation de Hopf, connues sous le nom de Bénard-Kármán. L'oscillation est ainsi détectable en tout point de l'écoulement.

Il est possible d'extrapoler des lois de comportement pour ces instabilités, et donc pour le nombre de Strouhal correspondant, citons par exemple, la relation de Roskho¹⁴⁶ St = 0.212-4, 5/Re ou celle de Hammache et Gharib⁷⁵ qui proposent, St = 0, 212-5, 35/Re.

• $180 \leq \text{Re} \leq 1200$

Le sillage est turbulent de plus en plus près du point de décollement à mesure que le nombre de Reynolds augmente. Pour des nombres de Reynolds situés autour de Re = 100, la transition semble être due aux développements de motifs cohérents appelés modes A, B^{174,175,122} ou C¹⁷⁹ que nous ne détaillerons pas ici. Pour des nombres de Reynolds plus importants (Re \geq 300), la transition est due à un état saturé non linéaire d'un mode d'instabilité absolue de l'écoulement, causé par l'étirement des filaments tourbillonnaires⁵³. Des filaments de vorticité sont ainsi déformés par une instabilité tridimensionnelle et engendrent la formation de vorticité longitudinale¹⁷⁰. Les structures de petites échelles sont de plus en plus nombreuses et désordonnées, même si les tourbillons de Kármán restent extrêmement bien visibles¹⁶⁴. L'écoulement peut finalement être décrit comme étant la superposition d'un motif cohérent (les allées de Kármán) à un système chaotique (les fines structures 3-D).

Bloor en s'intéressant au problème de transition vers la turbulence du sillage d'un cylindre, définit une longueur de transition en aval du cylindre qui correspond à la distance nécessaire aux instabilités pour s'amplifier et former des structures de tailles variables. Une étude par anémométrie à fil chaud de cette zone de transition, très courte, de l'ordre de 1D pour ce régime fait émerger deux propriétés importantes : 1- Les instabilités qui produisent les allées de Kármán sont 2-D. 2- Des oscillations basses fréquences à bas nombre de Reynolds présentes dans la zone de transition sont associées à un caractère tridimensionnel du sillage et sont éventuellement une source importante de turbulence.

Transition des couches de cisaillement

Des structures cohérentes essentiellement bidimensionnelles font leur apparition au sein des couches de cisaillements. Il existe de nombreuses dénominations pour qualifier ces structures : tourbillons de Bloor-Gerrard, instabilités de Kelvin-Helmholtz ou encore structures de couche de cisaillement.

Beaucoup d'études portent sur ce phénomène riche et complexe. Sa détection semble remonter à Linke¹⁰⁹ et à Crausse,⁴⁰ mais la première étude par anémométrie à fil chaud date de 1963 et des expériences de Bloor¹⁸ et de Bloor et Gerrard¹⁹, qui montrent expérimentalement et dimensionnellement que la fréquence f_t des lâchers de ces structures est liée au nombre de Reynolds Re et à la fréquence des allées de Kármán f_K par la relation suivante :

$$\frac{f_t}{f_K} \sim \frac{U_{\infty}^{\frac{3}{2}}}{(\nu D)^{\frac{1}{2}}} \frac{D}{U_{\infty}} = \operatorname{Re}^{\frac{1}{2}}$$
(2.1)

D'autres relations de ce type peuvent être extraites de la littérature^{170,93,135} et elles semblent dépendre des conditions expérimentales. En particulier, Prasad et Williamson¹³⁵ proposent une évolution en $\text{Re}^{0,67}$. Ils montrent que l'exposant dans une relation de ce type doit être plus grand que 1/2, et expliquent que le caractère intermittent du phénomène est relié aux oscillations de la position du point de décollement.

Ce type d'instabilité a été historiquement associé à des ondes de transition¹⁸ pouvant apparaître sur les spectres de vitesses, et ce n'est que plus tard depuis les travaux de Wei et Smith¹⁷⁰, de Kourta et al.⁹³ ou de Unal et Rockwell¹⁶⁴ que ces structures sont associées à une instabilité inflexionnelle de type Kelvin-Helmholtz. Comme le montrent les travaux de Kourta⁹³, l'interaction entre les tourbillons de Kármán et de Kelvin-Helmholtz est très complexe et parfois non linéaire, les tourbillons de couche de cisaillement pouvant en effet être totalement décorrélés ou au contraire étroitement liés aux allées de Kármán. Une manière pour ces structures d'interagir avec le sillage est représentée sur les figures 2.5 et 2.6, fournies par Wei¹⁷⁰, et représentant respectivement les mécanismes de déformation et de déplacement des structures de types Kelvin-Helmholtz. Pour conclure, le proche sillage d'un cylindre contient globalement deux échelles caractéristiques de longueur susceptibles d'être mises en évidence selon la valeur du nombre de Reynolds^{170,93,177,37}.



Fig. 2.5 – Mise en évidence du mouvement tridimensionnel des tourbillons de Bloor-Gerrard.



Fig. 2.6 – Décomposition temporelle de l'évolution des structures de type Kelvin-Helmholtz.

Outre les phénomènes de couche de cisaillement, une étude particulièrement riche et très détaillée a été effectuée par Cantwell & Coles³³ qui s'intéressent aux problèmes de production des tourbillons de Kármán et de turbulence pour un sillage pleinement turbulent et des couches limites laminaires. Grâce à ces travaux, nous disposons ainsi d'une base de données expérimentales très importante contenant notamment des cartographies des tensions de Reynolds dans le sillage.

Transition turbulente des couches limites

Aux alentours de Re $\sim 10^5$, une forte chute de coefficient de traînée, correspondant au début de la transition des couches limites, est observée expérimentalement. Nous proposons dans les paragraphes suivants une description rapide de l'évolution de l'écoulement pour des nombres de Reynolds supérieurs à cette valeur critique.

• Régime critique : $10^5 \leq \text{Re} \leq 5 \times 10^5$

Pour Re ~ 2×10^5 , une chute du coefficient de traînée de $\bar{C}_D = 1, 2$ à $\bar{C}_D = 0, 2-0, 3$ est causée par la transition de la couche limite au niveau de son décollement. L'une des particularités de ce régime est la présence d'une petite bulle de recirculation mise en évidence par Bearman¹⁴ et dont le caractère bistable a été montré par Schewe¹⁵⁰. Le décollement définitif est donc dans ce cas décalé à un angle voisin de $\theta = 140^{\circ}$ qui engendre le resserrement des couches de cisaillement et donc une forte augmentation du nombre de Strouhal jusqu'à St $\approx 0, 45$. On remarque également le caractère oscillatoire de l'écoulement⁶⁰ et la profonde dissymétrie du sillage.

• Régime supercritique : $5 \times 10^5 \le \text{Re} \le 3 \times 10^6$

Le régime supercritique est plus stable que le régime critique car cette fois coexistent deux bulles de recirculation symétriques sur chaque côté du cylindre. Ce phénomène entraîne une stabilisation du nombre de Strouhal à une valeur voisine de St $\approx 0, 4$, valeur élevée mais qui trouve sa justification par le fort rapprochement des couches de cisaillement puisque les décollements s'effectuent en $\theta = 140^{\circ}$.

Les grosses structures de l'écoulement retrouvent un caractère plus bidimensionnel qu'au régime

critique et apparaîssent plus nettement sur les spectres de vitesses expérimentaux.

• Régime transcritique : $\text{Re} \ge 3 \times 10^6$

Les bulles de recirculation ont désormais totalement disparu et les couches limites sont turbulentes dès le point d'arrêt. Le décollement se produit en $\theta \approx 105^{\circ}$ et le coefficient de traînée augmente jusqu'à une valeur constante de l'ordre de $\bar{C}_D = 0, 2\text{-}0, 3$. On considère l'écoulement comme totalement turbulent et la détection de structures cohérentes à St $\approx 0, 25$ par Roskho¹⁴⁵ en 1961 a été une découverte surprenante.

En conclusion, une augmentation du nombre de Reynolds d'un état complètement laminaire jusqu'à un état transcritique est équivalente à un rapprochement de la transition laminaire/turbulente près du point d'arrêt en faisant se développer successivement trois types d'instabilités, tout d'abord la transition du sillage, puis celle des couches de cisaillement et enfin la transition de la couche limite.

2.2.2 Influence des conditions expérimentales

Les mesures de pression à la périphérie du cylindre donnent accès à des grandeurs comme la traînée C_D , la portance C_L , le coefficient de pression C_P ou encore le coefficient de friction τ_0 qui fournissent des informations importantes sur l'écoulement. En particulier comme nous l'avons présenté dans la partie précédente, une analyse du coefficient de pression moyen montre l'influence du nombre de Reynolds sur les propriétés de l'écoulement.

Nous allons maintenant présenter quelques résultats expérimentaux quantifiant l'influence des conditions expérimentales sur l'écoulement. En particulier, seront détaillés les rôles joués par la rugosité du cylindre, le taux de turbulence amont et enfin le confinement de l'écoulement.

2.2.2.1 Le taux de turbulence et la rugosité

Nous retiendrons deux études qui s'intéressent de manière précise à la répartition du coefficient de pression à la surface du cylindre. La première est issue des travaux de Achenbach² portant sur l'évolution du C_P dans la gamme critique $6 \times 10^4 \leq \text{Re} \leq 5 \times 10^6$ et la seconde de Batham¹² qui étudie l'influence des conditions extérieures.

Sur la figure 2.7 issue de Achenbach², sont représentés les coefficients de pression à différents nombres de Reynolds pour une même campagne de mesure. Nous remarquons que dans la zone située entre le point d'arrêt et les points de décollement le coefficient de pression reste similaire pour différents nombres de Reynolds. Cependant, le plateau situé dans la zone de recirculation change de niveau et explique les changements de la valeur de la traînée directement liée aux valeurs de la pression dans cette zone.

L'influence des conditions expérimentales est mise en évidence sur la figure 2.8 tirée de Achenbach (1968) et grâce aux travaux de Batham (1973). Achenbach a recensé les courbes correspondant à des expériences différentes qui lui permettent qualitativement de montrer l'influence du taux de turbulence



Fig. 2.7 – Représentation des coefficients de frottement (en haut) et de pression (en bas) d'après Achenbach (1968). Ces courbes montrent l'influence du nombre de Reynolds sur la répartition de la pression à la surface du cylindre. (···) Re = 10^5 ; (-·-·) Re = $2,6x10^5$; (----) Re = $8,5x10^5$; (-x-) Re = $3,6x10^6$

amont et de la rugosité qui modifient la position des décollements et les transitions des couches limites. Grâce à Batham¹², nous avons des résultats beaucoup plus quantitatifs sur cette influence. Pour un cylindre lisse, les mesures sont très sensibles à l'orientation du cylindre, la vitesse de l'écoulement est mal maîtrisée, et l'instabilité de l'écoulement difficilement contrôlable. L'utilisation d'une grille génératrice de turbulence a pour effet de stabiliser la soufflerie et donc les mesures.

Les résultats de Batham montrent que la rugosité locale du cylindre influence beaucoup les phénomènes transitoires (développement de structures 3-D, transition de la couche limite), mais que ces effets sont atténués en utilisant un écoulement turbulent. Ceci est en accord avec les travaux de James et al.⁸⁵ confirmant la diminution des fluctuations de C_P en augmentant le nombre de Reynolds. En pratique, il semble difficile de quantifier l'influence de ces paramètres qui restent très sensibles, chaque mesure doit pratiquement être considérée comme un cas particulier. Nous retiendrons cependant la conclusion de Batham proposant que l'introduction de rugosité pour un écoulement à Re ~ 10⁵ conduit à des résultats proches de ceux obtenus pour un écoulement turbulent arrivant sur un cylindre lisse à un nombre de Reynolds de Re ~ 10⁷.

2.2.2.2 Le confinement de l'écoulement

Beaucoup d'études sont effectuées avec des rapports d'aspect différents, ce dernier étant défini comme le rapport du diamètre D du cylindre sur la dimension caractéristique de la veine H, et il est difficile de connaître l'influence exacte de ce paramètre sur les mesures qui sont réalisées. L'article de Richter¹⁴⁰ montre que pour des rapports d'aspect inférieurs à 5-10%, l'impact du confinement



Fig. 2.8 – Influence des conditions expérimentales (taux de turbulence, rugosité, conditions limites...) sur les coefficients de frottement (en haut) et de pression (en bas) d'après Achenbach (1968). Ces courbes montrent l'influence des conditions expérimentales sur la répartition de la pression sur le cylindre. Re = 10^5 :(----) Achenbach (1968); (-x-) Giedt (1951); (···) Fage & Falkner (1931). Re = 10^5 : (-----) Achenbach (1968); (-•-) Giedt (1951); (-----) Fage & Falkner (1931).

est négligeable sur l'écoulement. D'après la figure 2.9^{140} , le nombre de Strouhal augmente d'environ 40% pour un confinement de 50%. Pour quantifier empiriquement cette influence la loi de Roskho¹⁴⁶ obtenue en utilisant des propriétés de similarités peut être utilisée :

$$S = 0.56 \frac{D}{B^*} \frac{U_S}{U_\infty} \tag{2.2}$$

où B^* désigne la distance longitudinale séparant deux tourbillons consécutifs, et U_S la vitesse de séparation. Les propriétés de similarité permettent en outre la détermination d'un nombre de Strouhal universel $S^* = f_K D^*/U^* = 0, 16$, avec D^* l'épaisseur du sillage séparant les deux lignes de tourbillons. Le confinement influence également les forces s'exerçant sur le cylindre en terme de moyenne pour le coefficient de traînée et de fluctuations pour les coefficients de traînée et de portance. En effet, le blocage augmente la traînée moyenne, et semble diminuer les fluctuations pour des nombres de Reynolds modérés alors qu'elles restent pratiquement constantes pour des nombres de Reynolds supérieurs au nombre de Reynolds critique.

Un autre aspect du confinement est les problèmes liés à la fixation du cylindre dans la veine d'essai. En effet, l'interaction entre les parois latérales et le cylindre génère un écoulement complexe qui peut modifier le sillage naturel du cylindre. L'étude de cette influence et de son contrôle est par exemple disponible dans les travaux de Williamson¹⁷³, de Eisenlohr & Eckelmann⁵², Hammache & Gharib,⁷⁵ Lee & Budwig¹⁰³, Miller & Williamson¹¹⁷ ou encore de Michaux-Leblond & Cadiergue.¹¹⁶



Fig. 2.9 – Influence du confinement sur l'évolution du nombre de Strouhal en fonction du nombre de Reynolds¹⁴⁰

2.2.3 Les propriétés du rayonnement

Le bruit rayonné par un objet cylindrique est un phénomène acoustique susceptible d'être entendu tous les jours, les câbles hautes tension, les arbres, les cordages d'un navire ou les antennes de voiture sont les exemples les plus parlants.

Dès l'antiquité, le bruit produit par les fils était déjà connu et musicalement utilisé grâce à la harpe éolienne : une douzaine de fils tendus horizontalement au dessus d'une caisse de résonance étaient placés dans le vent pour obtenir une mélodie riche et complexe, le chant du vent...

La première étude du bruit rayonné par un fil placé dans un écoulement date de 1878 et des travaux de Strouhal qui relie la fréquence du phénomène f_0 à la vitesse de l'écoulement U_{∞} et au diamètre D du cylindre par l'intermédiaire d'un nombre sans dimension portant son nom, le nombre de Strouhal $S = Df_0/U_{\infty}$. Dès 1896, Rayleigh associe la fréquence acoustique dominante au phénomène aérodynamique de lâcher tourbillonnaire et comprend que la vibration du fil n'est pas nécessaire à la production de son. En effet, Rayleigh trouve une dépendance de la fréquence en fonction du nombre de Reynolds, il ne peut donc pas uniquement s'agir d'un mode de vibration du fil qui est une caractéristique mécanique constante.

Dans cette partie, nous proposons une étude des caractéristiques du bruit rayonné par l'écoulement autour d'un cylindre *rigide*. Nous n'essaierons pas ici d'expliquer l'origine physique du bruit qui reste toujours sujette à discussion et qui est l'un des propos de la fin du chapitre.

Si deux caractéristiques globales doivent être retenues lors d'une discussion sur le bruit de cylindre, il s'agit de l'évolution en U_{∞}^{6} de l'intensité acoustique (figure 2.10) ainsi que de la structure dipolaire du rayonnement acoustique.



Fig. 2.10 – Mise en évidence de l'évolution en puissance six du bruit de cylindre en fonction de la vitesse de l'écoulement, figure tirée de Phillips¹²⁹.

Nous devons à Yudin¹⁷⁸ (1947) l'une des premières analyses dimensionnelles satisfaisante et antérieure à la théorie de Curle, qui prédit la bonne évolution en puissance de l'intensité acoustique. En outre, et ce fut peut-être le début d'un long débat, Yudin relie le rayonnement acoustique aux fluctuations des forces qui s'exercent sur le cylindre et en particulier la portance. En 1956 (mais écrit en 1954, donc avant la publication de Curle), Gerrard⁶⁹ mesure la directivité dipolaire du rayonnement, montre que les fréquences acoustiques et aérodynamiques fondamentales sont égales et enfin que les variations de l'intensité acoustique sont fortement liées aux variations de pression à l'arrière du cylindre. La théorie de Curle⁴⁴ paraît alors en 1955 et permet de rattacher mathématiquement bruit et écoulement. Il est alors possible de montrer que l'efficacité du rayonnement dipolaire est grande devant le rayonnement quadripolaire d'autant que la nombre de Mach M est petit, soit :

$$\frac{I_Q}{I_D} \sim \frac{U_\infty^2}{c_\infty^2} \tag{2.3}$$

où I_Q et I_D correspondent aux intensités rayonnées par l'intégrale de volume (de nature quadripolaire) et de surface (de nature dipolaire).

Phillips¹²⁹ (1956) utilise la formulation intégrale de Curle pour élaborer une analyse dimensionnelle lui permettant d'obtenir des résultats se comparant très bien aux mesures. La pression acoustique rayonnée p'_a peut en effet s'exprimer sous la forme :

$$p'_a \sim -\frac{1}{4\pi c_\infty} \frac{x_i}{x^2} \frac{dFi}{dt} \tag{2.4}$$

avec Fi les composantes de la force s'exerçant par le cylindre sur le fluide. En l'occurrence, F_1 correspond à la traînée et F_2 à la portance. Le terme de droite de cette équation est de nature dipolaire et directement influencé par les fluctuations des efforts aérodynamiques qui sont acoustiquement équivalentes à une distribution surfacique de sources sur le cylindre.

Dans le cas du cylindre à faible nombre de Reynolds (Re ~ 50), l'écoulement est pseudo-périodique et le champ aérodynamique s'écrit sous une forme analytique qui conduit aux expressions suivantes, où f_l et f_d représentent les fluctuations de portance et de traînée :

$$\begin{cases} f_l = 0,38\rho U_\infty^2 \cos 2\pi f_0 t \\ f_d = 0,04\rho U_\infty^2 \cos 4\pi f_0 t \end{cases}$$

avec, $f_0 = 0, 13U_{\infty}/D$ à Re = 50.

Nous remarquons la fréquence double et la plus petite amplitude des fluctuations de traînée par rapport à la portance[†]. Nous en déduisons donc que le bruit rayonné sera relié principalement aux fluctuations de portance et aura la fréquence caractéristique associée.

Les relations précédentes injectées dans l'équation (2.4) permettent d'obtenir l'estimation du bruit rayonné suivante :

$$I_D \sim 0,27 \sin^2 \theta^2 \frac{\rho L D U_\infty^6 S^2}{c_\infty^2 r^2}$$
 (2.5)

L désignant la longueur du cylindre et θ l'angle entre l'observateur et la direction de l'écoulement principal. Nous représentons sur la figure 2.11 une schématisation du rayonnement acoustique autour d'un cylindre montrant que le rayonnement associé à chaque composante de la force est dipolaire, et que la traînée est négligeable devant la portance.



Fig. 2.11 – Schématisation du rayonnement dipolaire associé aux fluctuations des composantes des efforts qui s'exercent sur le cylindre.

[†] La traînée est sensible à chaque lâcher de tourbillon alors que la portance n'évolue qu'en fonction d'un cycle complet haut/bas à la fréquence f_0



Fig. 2.12 – Evolution des densités spectrales de puissance en fonction de la fréquence; sont tracées plusieurs courbes correspondant à différentes vitesses d'écoulement allant de $0, 1 \text{ m/s} \ge 0, 5 \text{ m/s}$.

L'équation 2.5 permet de retrouver analytiquement une loi d'évolution en puissance 6 de l'intensité acoustique et son caractère dipolaire, et se compare en outre très bien aux mesures. Il existe d'autres analyses dimensionnelles encore plus complètes que l'on trouvera dans Goldstein⁷³ ou Blake¹⁷. Des validations expérimentales des analyses dimensionnelles issues de la théorie de Curle sont fournies par Etkin *et al.*⁵⁴, Clark et Ribner³⁸ ou Revell *et al.*¹³⁸ (voir figure 2.12) qui relient expérimentalement fluctuations de forces et champ lointain.

Une étude de l'amplitude du bruit rayonné au voisinage du nombre de Reynolds critique (Re $\sim 1 - 2 \times 10^5$)⁶⁸ permet de montrer que le bruit diminue au moment de la transition de la couche limite et augmente à des nombres de Reynolds plus importants. Cette propriété est directement liée à la présence ou non des tourbillons de Kármán dans le sillage du cylindre.

2.3 Calcul du rayonnement acoustique

Ce paragraphe décrit les travaux que nous avons réalisés pour simuler un cylindre 2-D en écoulement. Les résultats aérodynamiques et acoustiques sont exprimés dans les repères (y_1, y_2) et (x_1, x_2) d'origine commune O. On notera **r** la distance entre un point d'observation **x** et un point source **y**. L'ensemble des variables géométriques sont représentées sur le graphique 2.13.

Pour conserver la nomenclature utilisée classiquement, lorsque nous parlons de la position des points de décollement, nous utilisons l'angle θ , mesuré entre le point d'arrêt et le décollement, soit $\theta = \pi - \theta_y$.



Fig. 2.13 – Schématisation du système de coordonnées utilisé pour représenter les résultats aérodynamiques et acoustiques. L'écoulement à la vitesse U_{∞} se dirige de la gauche vers la droite.

2.3.1 Simulation aérodynamique

2.3.1.1 Propriétés du calcul

Nous simulons l'écoulement turbulent généré par un cylindre de diamètre D = 2a = 3,81 cm (soit D = 1,5 inch) à une vitesse de $U_{\infty} = 40$ m/s (M= 0,12) dans la direction x_1 . Le nombre de Reynolds basé sur le diamètre du cylindre est $\text{Re}_D = 1,1 \times 10^5$. Nous avons choisi ce cas test pour simuler un écoulement proche de l'écoulement caractérisé expérimentalement pas Cantwell et Coles³³.

Le domaine de calcul s'étend de -8,5D à 16D dans la direction x_1 (qui correspond à la direction de l'écoulement moyen) et de -10,5D à 10,5D dans la direction x_2 . Le blocage de la veine numérique est de moins de 5% et l'influence des frontières doit donc être négligeable comme le montrent Richter¹⁴⁰ ou Behr *et al.*¹⁶.

L'écoulement est simulé en résolvant les équations de Navier-Stokes moyennées, instationnaires et incompressibles connues sous le nom de U-RANS (Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes) de la version 5.5 du logiciel Fluent. La fermeture des équations de Reynolds s'effectue par le modèle RSM (Reynolds Stress Model) qui traite trois équations de transport pour les tensions de Reynolds, une pour l'énergie cinétique et une autre pour la dissipation. Le traitement de la couche limite s'effectue grâce à un modèle bi-couche (Two Layers Model) qui requiert une discrétisation fine de la surface du cylindre. Pour qualifier la finesse du maillage en paroi, nous utilisons la coordonnée de paroi r^+ définie par $r^+ = u_{\tau}r/\nu$, avec u_{τ} et ν la vitesse de frottement et la viscosité cinématique.^{78,5} En utilisant cette variable, la taille de la première maille accolée au cylindre doit vérifier $\Delta r^+ \approx 1$. Afin de satisfaire à cette condition, nous avons utilisé 350 points pour discrétiser la périphérie du cylindre et une douzaine de couches de quadrilatères dont la hauteur croît avec un rapport d'aspect de 1,1, voir figure 2.14. Ce maillage permet d'assurer que Δr^+ soit compris entre 0,3 et 1,1. Le reste du domaine est maillé par environ 95000 triangles et quelque 53000 points. Le taux de turbulence initial est fixé à 1%. Le pas de temps du calcul est $\Delta t = 10^{-4}$ s et a été dimensionné de telle sorte qu'un lâcher soit décrit par environ 35 itérations.



Fig. 2.14 – Représentation du maillage non structuré utilisé au voisinage du cylindre.

2.3.1.2 Résultats et validation

La principale limitation de la simulation, outre son caractère 2-D, est la modélisation de l'écoulement proche de la paroi qui ne permet pas la capture des transitions des couches limites et des couches de cisaillement contrairement au calcul direct de Braza et al.²⁵ par exemple. La couche limite est donc turbulente, dès le point d'arrêt jusqu'aux décollements. Ce simple constat permet d'expliquer que la position du décollement se situe en $\theta = 110^{\circ}$ plutôt qu'en $\theta = 80^{\circ}$. Par conséquent, le sillage est plus étroit qu'expérimentalement, le coefficient de traînée plus faible, $\bar{C}_D = 0, 47$, et le nombre de Strouhal vaut alors S = 0, 24.

La figure 2.15 montre une comparaison entre le coefficient de pression C_p de notre simulation et les résultats expérimentaux de Batham obtenus avec un écoulement uniforme ou fortement turbulent à nombre de Reynolds constant. Cette comparaison confirme que pour la simulation, la transition des couches limites est bien dépassée et que ces dernières sont turbulentes. En outre, le coefficient de traînée obtenu par Batham est de $\bar{C}_D = 0,41$, valeur voisine de nos résultats : notre simulation correspond donc à un régime transcritique ($\text{Re}_D \sim 10^7$) obtenu en introduisant artificiellement un fort taux de turbulence. Compte tenu de cette remarque, la position des décollements et la valeur du nombre de Strouhal trouvent maintenant tout leur sens (voir figure 2.3 par exemple).

Les évolutions temporelles des forces s'exerçant sur le cylindre sont représentées sur la figure 2.16. La portance est quasi périodique et sa fréquence caractéristique est $f_0 = 270$ Hz et correspond à un nombre de Strouhal S= 0, 24. La traînée évolue quant à elle à la fréquence $2f_0$ puisque elle est sensible à chaque lâcher de tourbillon et non pas comme la portance à un cycle haut/bas. La légère composante



Fig. 2.15 – Comparaison des coefficients de pression C_p obtenu par : (----------) la présente simulation à Re = $1, 1 \times 10^5$, et les mesures de Batham¹² à Re = $1, 1 \times 10^5$ respectivement ($\circ \circ \circ$) avec un cylindre lisse et un écoulement turbulent et ($\triangle \triangle \triangle$) avec un cylindre lisse et un écoulement laminaire.

base fréquence qui module le signal de traînée semble indiquer une légère asymétrie du calcul et ce phénomène est reporté par plusieurs auteurs^{97,24}.



Fig. 2.16 – Evolution temporelle des composantes de la force agissant sur le cylindre (a) le coefficient de portance $C_L = \int_0^{2\pi} p \sin\theta d\theta / \rho_{\infty} U_{\infty}^2$ et (b) le coefficient de trainée $C_D = \int_0^{2\pi} p \cos\theta d\theta / \rho_{\infty} U_{\infty}^2$

Pour mettre en évidence les tourbillons responsables des fluctuations de force, sont représentés sur la figure 2.17 des isocontours de la vorticité, définie par $\Omega = \partial u_2/\partial x_1 - \partial u_1/\partial x_2$, durant une période du lâcher. Ces figures montrent que les tourbillons sont éjectés alternativement de la base et du sommet du cylindre et qu'ils sont visibles à partir de la position $x_1/D = 1.5$ qui correspond à la fin de la zone de formation ($L_f = 1, 5D$). La vitesse de convection des tourbillons est d'environ $U_c \approx 0,76U_{\infty}$. La valeur de la longueur de formation L_f est plus grande que les mesures de Cantwell et Coles à Re= $1, 4 \times 10^5$ $(L_f = 1, 1D)$. En effet, puisque l'angle des décollements est plus grand pour la simulation, la zone de recirculation est donc également plus grande. Une autre manière d'obtenir plus précisément la valeur de L_f est de tracer la courbe u_1 en fonction de x_1 et de déterminer L_f en cherchant où u_1 change de signe. Pour la simulation, nous trouvons $L_f = 1, 46D$. La zone de recirculation est mise en évidence au travers des figures 2.18(a) et (b) sur lesquelles ont été représentées les cartographies des moyennes des vitesses u_1 et u. La survitesse engendrée par le cylindre sur la composante u_1 est de $u_{1max} \approx 1, 3U_{\infty}$ et très rapidement dans le sillage $(x_1/D = 3)$, la composante u_2 est faible.





Fig. 2.18 – Cartographies de : (a) la composante u_1 de la vitesse, (b) du module de la vitesse.

Les valeurs efficaces des fluctuations de vitesses longitudinale et transversale sont représentées respectivement sur les figures 2.19(a) et (b). Ces deux figures montrent que les fluctuations sont maximales à la fin de la zone de formation et que la composante longitudinale a deux maxima tandis que la transverse n'en comporte qu'un. L'allure de ces isocontours est similaire à ceux obtenus par Cantwell et Coles³³ à Re = 1, 4x10⁵ et les niveaux sont également en bon accord puisque les maxima expérimentaux sont de $u_{1rms}/U_{\infty} = 0, 28$ et $u_{2rms}/U_{\infty} = 0, 4$ pour les composantes longitudinale et transversale et de 0.4 (second isocontour à 0, 3) et 0, 48 par simulation. Les fluctuations les plus élevées sont donc observées à l'endroit où les tourbillons quittent l'influence du cylindre et ce résultat s'avère important pour comprendre l'origine de la production du bruit que nous allons aborder par la suite.



(a) (b) (u_1, \dots, u_n)

Fig. 2.19 – Contours des composantes (a) longitudinale u_{1rms}/U_{∞} et (b) transversales u_{2rms}/U_{∞} des tensions de Reynolds. Les valeurs des isocontours sont respectivement de (0,1-0,15-0,2-0,3-0,4) et de (0,1-0,2-0,3-0,4-0,48)

L'ensemble des résultats précédents montre que les caractéristiques de l'écoulement en paroi sont celles d'un écoulement transcritique du fait du modèle de couche limite turbulente¹². Le sillage conserve quant à lui les propriétés d'un écoulement subcritique et se comporte favorablement par rapport aux mesures de Cantwell & Coles³³. Avec cette simulation et malgré ses restrictions, nous disposons donc de grandeurs aérodynamiques suffisamment réalistes pour que leur utilisation dans les analogies acoustiques fournisse des résultats intéressants.

2.3.2 Calcul du sifflement

Dans cette partie, nous résolvons la formule intégrale des analogies acoustiques en utilisant comme termes sources les données aérodynamiques de la simulation présentée précédemment. Nous détaillerons et analyserons le rayonnement obtenu par une méthode spectrale purement 2-D (pour laquelle la fonction de Green utilisée est 2-D). Bien qu'en 2-D l'intégrale sur les surfaces solides (resp. volumes) soit une intégrale linéique (resp. surfacique), nous la nommons par abus de langage, surfacique (resp. volumique).

Précisons qu'en général, le terme volumique complet n'est pas calculé pour les applications à faible nombre de Mach. On trouve dans Cox *et al.*³⁹ un diagramme de directivité du terme volumique pour le cas du cylindre, mais sans réelles validations du calcul. Sur le cas d'un profil d'aile, Wang *et al.*^{167,169} proposent un calcul intéressant de cette contribution.

2.3.2.1 Propriétés du calcul acoustique

Pour calculer le rayonnement acoustique, les données aérodynamiques $(p, u_1 \text{ et } u_2)$ sont enregistrées pendant $73\Delta T$, soit deux périodes T_0 . A l'aide de ces données, les termes sources périodiques p et $T_{ij} = \rho_{\infty} u_i u_j$ sont donc disponibles. Pour résoudre les formulations spectrales nous calculons les transformées de Fourier des signaux en chaque point du maillage, et nous stockons ces données. En outre, les dérivées spatiales sont reportées sur la fonction de Green en espace libre, la formulation résolue correspond à l'expression 1.60 en ajoutant la condition de rigidité du cylindre, soit :

$$4\pi H(f)\widehat{p'_a}(\mathbf{x},\omega) = -\iiint_{V_0}\widehat{T_{ij}}(\mathbf{y},\omega)\frac{\partial^2\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial y_i\partial y_j}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)d\mathbf{y} - \iint_{\Sigma}\widehat{p}(\mathbf{y},\omega)\frac{\partial\widehat{G}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial y_i}n_id\Sigma \qquad (2.6)$$

Cette expression est la formulation spectrale (formulation A) de l'analogie de Kirchhoff avec une surface rigide, les expressions des dérivées des fonctions de Green 2-D en espace libre sont données dans l'annexe 1.5.1.

Pour cette application, nous déterminons le rayonnement en champ lointain, les résultats présentés par la suite ne contiennent donc que les termes en $\mathcal{O}(1/r)$. Nous avons cependant vérifié que les contributions des termes en $\mathcal{O}(1/r^2)$ et $\mathcal{O}(1/r^3)$ étaient négligeables en champ lointain géométrique.

Les intégrales linéiques sont résolues par la méthode des trapèzes et les intégrales surfaciques par la méthode de Gauss d'ordre 3 (voir annexe 1.5.2). Le maillage de visualisation est une grille polaire composée de 101 points dans la direction radiale s'étendant de $r_x = 0$ à $r_x = 100D$ et de 72 points dans la direction azimutale. Le rayonnement issu des intégrales linéique et surfacique est calculé sur la même grille, et les deux contributions sont parfaitement synchronisées.

2.3.2.2 Analyse du rayonnement

Pour les calculs suivants, le noyau de Green 2-D ($\widehat{G}_0 = iH_0^{(2)}(kr)/4$) est utilisé (voir annexe 1.5.1.1), les niveaux de pression acoustique sont donc cohérents avec la nature 2-D des termes sources.

Les figures 2.20(a) et (b) représentent la pression acoustique à un instant donné calculée par méthode spectrale en séparant les contributions des termes volumique et surfacique. Le terme volumique est de nature quadripolaire et marqué par la fréquence f_0 , et non pas $2f_0$ comme prédit par Curle⁴⁴. Son niveau est environ 10 fois plus faible que l'intégrale surfacique de nature dipolaire montrant également la fréquence f_0 . Le rayonnement du terme volumique est donc faible, mais *non négligeable*. Pour cette application où le noyau de Green est 2-D, la décroissance en $1/\sqrt{r_x}$ des deux contributions est bien vérifiée. Sur la cartographie correspondant au terme volumique, nous observons un léger parasitage spatial du rayonnement qui est dû uniquement à la troncature temporelle des signaux aérodynamiques car les signaux enregistrés ne correspondent pas exactement à une période du phénomène. Pour être traités dans le domaine spectral, et pour éviter les problèmes de repliement, les signaux aérodynamiques doivent donc être utilisés avec précaution.



Fig. 2.20 – Champs de pression acoustique efficace obtenus par la résolution de la formulation fréquentielle de l'analogie de Kirchhoff 2.6 (a) contribution de l'intégrale de surface (niveaux entre -5 Pa et 5 Pa), et (b) contribution de l'intégrale de volume (niveaux entre -0, 5 Pa and 0, 5 Pa).

Sur la figure 2.21(a), nous représentons la position du maximum de pression sur chacun des quatre lobes du rayonnement correspondant au terme volumique. Les points sont interpolés selon quatre droites (en pointillés) afin de mettre en évidence l'origine du rayonnement. Comme le montre la figure 2.21(b), qui est un agrandissement de la figure 2.21(a), l'origine du rayonnement quadripolaire n'est pas exactement le centre du cylindre mais est décalée légèrement en aval à environ $x_1/D = 1, 5$. Le phénomène aérodynamique responsable de ce rayonnement doit donc être localisé en cette position qui correspond précisément à la fin de la zone de formation, où les tensions de Reynolds sont les plus importantes.

Sur le figure 3.3.2.1, nous représentons le rayonnement associé aux deux termes sources surfaciques, en l'occurrence, nous avons séparé les contributions associées à la portance (terme source fonction de $p\sin\theta$) et à la traînée (terme source fonction de $p\cos\theta$). Cette figure montre que le rayonnement surfacique total est obtenu presque entièrement en déterminant le bruit associé aux fluctuations de portance. Pour les deux composantes, le rayonnement est dipolaire (avec 2 directions principales perpendiculaires), mais le rayonnement longitudinal ne représente que 5% du rayonnement transversal. Nous remarquons également que le rayonnement associé à la traînée a la fréquence double du rayonnement associé à la portance, ce qui traduit bien le lien entre rayonnement et fluctuations des efforts hydrodynamiques (voir figure 2.16). Ces résultats confirment la validité de notre calcul puisque les mêmes conclusions ont été obtenues par Cox *et al.*³⁹ par résolution des équations d'Euler linéarisées ou encore par Inoue et Hatakeyama⁸⁴ par Calcul Acoustique Direct.

Sur la figure 2.23, nous utilisons la même méthode de séparation mais pour le terme volumique, nous calculons ainsi les termes sources associés à T_{11} , T_{12} et T_{22} . Le rayonnement total est étroitement



Fig. 2.21 – Mise en évidence de la position du centre du rayonnement correspondant au terme volumique. La figure (b) est un agrandissement de la figure (a). Les points noirs correspondent à la position des maxima de pression rayonnée sur chacun des lobes et les droites en noir correspondent aux positions interpolées des maxima. Le cylindre est représenté en rouge au centre des figures.



Fig. 2.22 – Champs de pression acoustique correspondant aux termes sources surfaciques associés à : (a) la portance (niveaux entre -5 Pa et 5 Pa), et (b) la traînée (niveaux entre -0, 5 Pa and 0, 5 Pa).

lié au terme croisé T_{12} qui traduit le cisaillement du fluide à la fin de la zone de formation. Il semblerait donc que la déformation spatiale et temporelle du fluide à cette position est l'évènement responsable de la production de bruit. Ceci rejoint la théorie de Howe⁸¹ qui évoque la déformation et l'accélération de la vorticité comme mécanisme responsable de la production de bruit.



Fig. 2.23 – Champs de pression acoustique correspondant aux termes sources volumiques associés à : (a) T_{11} , (b) T_{22} et (c) T_{12} (les niveaux sont tous compris entre -0, 5 Pa and 0, 5 Pa).

2.3.3 Etude des «termes sources »

Le rayonnement acoustique se construit en propageant les termes sources (volumique et surfacique). Comme nous le montrerons en détail dans la partie 2.4, le terme de surface de la formulation intégrale correspond simplement au «rayonnement image » par le cylindre des sources contenues dans le volume fluide. En supposant que la zone source est acoustiquement compacte, les sources de bruit présentes sont donc les sources volumiques et correspondent aux termes $\partial^2 T_{ij}/\partial x_i \partial x_j$. En utilisant la transformation 1.25, les sources deviennent $S_{ij} = \ddot{T}_{ij}/c_{\infty}^2$, où \ddot{T}_{ij} désigne la dérivée seconde temporelle de T_{ij} . D'après la figure 2.23, le rayonnement associé au terme S_{12} est dominant devant les rayonnements des termes S_{11} et S_{22} . Dans ce paragraphe, nous étudions les quantités S_{ij} pour essayer de relier rayonnement et écoulement et en particulier de comprendre la construction du rayonnement acoustique.

Sur la figure 2.24, les termes S_{ij} sont représentés à quatre instants d'une période du lâcher. Qualitativement, S_{12} n'est pas significativement plus important que S_{11} ou S_{22} et nous n'expliquons donc pas directement pourquoi le rayonnement associé à S_{12} est plus intense que les deux autres (figure 2.23). Le maximum des trois termes sources se situe à environ 1, 5D en aval du cylindre et cette zone correspond donc à la localisation des sources principales de bruit. La décroissance des termes sources est assez rapide en fonction de la distance au cylindre, mais elle n'indique pas *a priori* que les termes situés à plusieurs diamètres du cylindre ne contribuent pas au bruit (aux alentours de $x_1/D = 3 - 4$ par exemple).

En revanche, appliquer l'opérateur de propagation à S_{ij} est quasi équivalent à effectuer l'intégration spatiale de ces termes sur le domaine source. En remarquant que dans le sillage, une zone à contribution négative est toujours accompagnée d'une zone à contribution positive (caractérisant un tourbillon convecté), la somme des plus et des moins donne donc pratiquement zéro. Ceci illustre en particulier que la convection d'un tourbillon ne produit que peu ou pas de bruit. A une distance de 1,5D en revanche, dans la zone de naissance des tourbillons cette antisymétrie sur les termes sources est encore partielle, en particulier sur le terme S_{12} , et c'est donc pour cette raison que son rayonnement associé est le plus fort.



Fig. 2.24 – Représentation des termes sources $S_{ij} = \ddot{T}_{ij}/c_{\infty}^2$ responsables des rayonnements présentés sur la figure 2.23. Les niveaux sont compris entre $-4, 3 \times 10^4 \text{ kg.s}^{-2}$ et $4, 3 \times 10^4 \text{ kg.s}^{-2}$.

En superposant le terme S_{12} à la vorticité Ω sur la figure 2.25, nous observons que le phénomène qui engendre la dissymétrie du terme source (et qui est une condition à la construction du rayonnement) est situé en $x_1/D = 1, 5$, et est relié au mouvement relatif de deux fronts de vorticité de sens de rotation opposé. Nous remarquons en outre que c'est au moment où le tourbillon s'échappe rapidement du proche sillage que la dissymétrie est la plus forte, et le rayonnement est donc produit par ce mécanisme. Ces observations et conclusions se rapprochent de l'analyse de Powell¹³³ qui se fait à partir du terme source $S = \rho_{\infty} \nabla . (\Omega \times \mathbf{u})$.

2.3.4 Comparaison des méthodes de résolution

Dans le but, d'une part de valider les calculs acoustiques précédant en utilisant des méthodes de résolution très différentes et, d'autre part de déterminer la stratégie à employer pour traiter les futurs problèmes 3-D, le cas du cylindre est utilisé pour appliquer trois types de résolution : la méthode



Fig. 2.25 – Superposition du terme source S_{12} et de la vorticité Ω (isocontours entre -3000 s^{-1} et 3000 s^{-1}).

spectrale MS, la méthode des temps retardés MTR et la méthode des temps avancés MTA (voir partie 1.4 pour détails).

Dans cette partie, les noyaux de Green 3-D en espace libre sont maintenant employés, soit :

•
$$\widehat{G}_0(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega) = -\frac{exp(-ikr)}{4\pi r}$$
, pour MS.

•
$$G_0(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau) = -\frac{\delta(g)}{4\pi r}$$
, pour MTR et MTA.

L'utilisation de noyaux 3-D ne permet pas d'obtenir une estimation correcte des niveaux de bruit car la troisième direction n'est pas prise en compte. Les résultats présentés sont cependant qualitativement tout à fait exploitables.

La méthode spectrale est utilisée comme dans la partie précédente. Pour traiter les formulations temporelles, les termes sources sont périodisés afin que les signaux aient une durée artificiellement infinie (ce qui permet de calculer le rayonnement dans tout l'espace). A noter que l'opération de périodisation est quasi équivalente au fait de traiter les données dans l'espace de Fourier. La formulation temporelle est basée sur l'analogie de Ffowcs Williams et Hawkings en ne conservant que les termes de champ lointain :

$$4\pi p_a'(\mathbf{x},t) = \frac{1}{c_\infty^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \iiint_{V_0} \left[\frac{r_i r_j}{r^3} T_{ij} \right]_{\tau^*} d\mathbf{y} + \frac{1}{c_\infty} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Sigma} \left[\frac{r_i P_{ij}}{r^2} n_j \right]_{\tau^*} d\Sigma(\mathbf{y})$$
(2.7)

Sur la figure 2.26 sont représentées des coupes de pression correspondant aux termes volumiques et surfaciques. Les résultats issus des trois méthodes et pour les deux composantes sont en très bon accord en terme d'allures et de niveaux. La dérivation temporelle des termes sources pour les méthodes temporelles ne modifie pas le rayonnement et les méthodes d'interpolation sont donc validées. La MS introduit un parasitage visible sur la figure 2.26(a) qui est dû au passage du domaine temporel au domaine spectral (effet de repliement). Ce problème n'est pas perçu dans les méthodes temporelles qui semblent donc moins sensibles aux effets de troncature temporelle des termes sources.



Fig. 2.26 – Comparaison des méthodes de résolution au travers de profils de pression dans des directions radiales pour : (a) le terme volumique à $\theta = 45^{\circ}$; (b) le terme surfacique à $\theta = 90^{\circ}$. (•••) MS; (-----) MTR; (•••) MTA.

Les principales caractéristiques des méthodes de résolution sont résumées dans le tableau 2.3.4. Pour les calculs 2-D, le stockage des données aérodynamiques n'est pas un problème mais devient très coûteux en 3-D, en particulier pour la MS pour laquelle il faut calculer et stocker les FFT de chaque signal. Les temps de calculs associés aux trois méthodes sont du même ordre de grandeur, de l'ordre de la minute pour le calcul des profils, il ne s'agit donc pas d'un critère de sélection en 2-D. Pour des applications 3-D, les termes de surface peuvent être calculés par les trois méthodes dans des temps raisonnables, quelques minutes (un terme surfacique 3-D est équivalent à un terme volumique en 2-D). Le terme volumique semble difficilement accessible par MS et MTR principalement à cause des temps d'accès aux bases de données et à leur structure. Pour les applications 3-D, seule la MTA sera donc utilisée pour le calcul du terme volumique.

2.4 Caractérisation du mécanisme de diffraction

Comme nous venons de le montrer, le terme surfacique permet de déterminer le rayonnement acoustique de l'écoulement autour du cylindre : ce résultat illustre très bien le fait que l'origine physique du sifflement du cylindre soit un sujet à polémiques. En effet, dès 1947, Yudin¹⁷⁸ reliait expérimentalement fluctuations des efforts hydrodynamiques au champ acoustique, et la théorie de Curle⁴⁴ a donné une tournure formelle à ce constat. Selon Curle, l'intégrale surfacique de son analogie est non seulement *mathématiquement équivalente* à une distribution surfacique de dipôles, mais elle

		MS	MTR	MTA
Dérivation temporelle		NON	OUI	OUI
Interpola	NON	OUI	OUI	
Stockage nécessaire		OUI	OUI	NON
Duplica	OUI	NON	NON	
CFD/CAA en simultané		NON	NON	OUI
2.0	Surf.	OUI		
2-D	Vol.	OUI		
3-D	Surf.	OUI		
	Vol.	NON	NON	OUI

Tab. 2.1 – Caractéristiques des méthodes de résolution.

traduit également la présence *physique* de ces sources. Le lien entre les fluctuations des efforts sur les surfaces et le rayonnement acoustique est également fait par Phillips¹³⁰, Clark & Ribner³⁸, Goldstein⁷³, Revell *et al.*¹³⁸ ou encore Blake.¹⁷

Cependant, le constat de Powell¹³³ montre qu'une surface rigide agit comme un réflecteur passif et que les sources de bruit ne peuvent donc se situer que dans l'écoulement lui-même. Comme le montrent de nombreux auteurs, comme Ffowcs Williams⁶¹, Ffowcs Williams et Hall⁶², Crighton⁴³, Crighton et Leppington⁴¹, ce type de phénomène est ainsi uniquement dû à la diffraction (au sens large du terme) du rayonnement du champ aérodynamique par la surface rigide.

Le cas du cylindre à faible nombre de Mach n'a pas échappé à cette analyse. Powell,¹³⁴ Howe,⁸¹ Dowling,⁵⁰ Hardin et Lamkin⁷⁶ ou Davies⁴⁶ retrouvent le caractère dipolaire du rayonnement en n'utilisant que la contribution volumique. Ils utilisent pour ce faire les termes sources donnés par la théorie du bruit du tourbillon (*vortex sound*) qu'ils couplent avec des développements analytiques de fonctions de Green. En particulier, ils utilisent surtout les fonctions de Green «basse fréquence » développées par Howe⁸⁰ qui simplifient considérablement le calcul des termes volumiques. L'ensemble de ces travaux, aussi bien théoriques qu'applicatifs, démontre bien qu'il n'est pas nécessaire de connaître la pression hydrodynamique à la surface pour construire le rayonnement.

La raison d'être de cette partie est d'une part d'illustrer et de caractériser le mécanisme de diffraction, et d'autre part de proposer une méthode de calcul du champ diffracté non restreinte à des hypothèses de faibles nombres de Mach⁴⁶ ou de compacité⁸¹. La pierre angulaire de cette étude est la détermination d'une fonction de Green adaptée G_{ad} au problème du cylindre 2-D en se basant sur la méthode de Davies⁴⁶ et de Doak⁴⁹. En introduisant cette fonction dans la formulation de Kirchhoff, nous obtenons une formulation analytique du problème (formulation B), comme présenté dans la partie 1.3.2.4. Les termes sources de la simulation précédente sont utilisés pour résoudre cette formulation et le rayonnement ainsi calculé sera comparé aux résultats acoustiques obtenus en utilisant la formulation de Kirchhoff avec la fonction de Green en espace libre (formulation A, *cf.* ante). La contribution des termes visqueux est à nouveau négligée.

2.4.1 Construction de la fonction de Green adaptée

Nous cherchons donc à déterminer la fonction de Green adaptée $\widehat{G_{ad}}$ vérifiant $\partial \widehat{G_{ad}}/\partial n = 0$ sur Σ correspondant aux parois rigides. Cette fonction, une fois injectée dans la formulation de Kirchhoff exprime le champ de pression sous la forme :

$$\widehat{p'_{a}}(\mathbf{x},\omega) = -\iiint_{V_{0}} \widehat{T_{ij}}(\mathbf{y},\omega) \frac{\partial^{2} \widehat{G_{ad}}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial y_{i} \partial y_{j}} d\mathbf{y}$$
(2.8)

Cette expression est la formulation B. La fonction de Green adaptée se construit en écrivant classiquement que $\widehat{G_{ad}} = \widehat{G_0} + \widehat{G_d}$. En effet l'influence du cylindre peut se prendre en compte en ajoutant au noyau en espace libre $\widehat{G_0}$ la réponse $\widehat{G_d}$ du cylindre à une excitation. En choisissant $\widehat{G_d}(r_x, \theta_x | r_y, \theta_y)$ de la forme :

$$\widehat{G}_d = \frac{i}{4} \sum_{m=0}^{+\infty} \epsilon_m A_m H_m^{(2)}(kr_y) \cos m(\theta_y - \theta_x)$$
(2.9)

et en ajoutant la condition $\partial \widehat{G_{ad}} / \partial r_y = 0$ en $r_y = a$, nous obtenons :

$$A_m = -\frac{J_{m-1}(ka) - J_{m+1}(ka)}{H_{m-1}^{(2)}(ka) - H_{m+1}^{(2)}(ka)} H_m^{(2)}(kr_x)$$
(2.10)

Donc, l'expression de \widehat{G}_d est :

$$\widehat{G_d} = -\frac{i}{4} \sum_{m=0}^{+\infty} \epsilon_m \cos m(\theta_y - \theta_x) \times \frac{J_{m-1}(ka) - J_{m+1}(ka)}{H_{m-1}^{(2)}(ka) - H_{m+1}^{(2)}(ka)} H_m^{(2)}(kr_x) H_m^{(2)}(kr_y)$$
(2.11)

où, $\epsilon_m = 1$ pour m = 0 et $\epsilon_m = 2$ sinon. J_m correspond aux fonctions de Bessel d'ordre m. Les fonctions $H_m^{(2)}$ sont les fonctions de Hankel d'ordre m et de deuxième espèce.

La fonction de Green en espace libre en coordonnées polaires est donnée par Morse et Ingard¹²¹ :

$$\widehat{G}_{0}(r_{x},\theta_{x}|r_{y},\theta_{y},\omega) = \frac{i}{4} \sum_{m=0}^{+\infty} \epsilon_{m} \cos m(\theta_{y}-\theta_{x}) \begin{cases} J_{m}(kr_{y})H_{m}^{(2)}(kr_{x}) &, r_{y} \leq r_{x} \\ J_{m}(kr_{x})H_{m}^{(2)}(kr_{y}) &, r_{y} \geq r_{x} \end{cases}$$
(2.12)

L'expression de $\widehat{G_{ad}}$ est ainsi :

$$\widehat{G_{ad}} = \frac{i}{4} \sum_{m=0}^{+\infty} \epsilon_m \cos m(\theta_y - \theta_x) \times \left[J_m(kr_y) H_m^{(2)}(kr_x) - \frac{J_{m-1}(ka) - J_{m+1}(ka)}{H_{m-1}^{(2)}(ka) - H_{m+1}^{(2)}(ka)} H_m^{(2)}(kr_x) H_m^{(2)}(kr_y) \right]$$
(2.13)

NB : Une autre manière d'obtenir cette expression est d'utiliser la méthode des images et le théorème du cercle¹¹⁸ comme fait par exemple par Mankbadi *et al.*.^{112,113} Cependant, cette technique n'est pas rigoureuse et les hypothèses pour appliquer le théorème du cercle ne sont pas vérifiées.

2.4.2 Interprétation des termes de l'analogie

Les formulations A et B sont totalement équivalentes :

$$-\iiint_{V_0}\widehat{T_{ij}}\frac{\partial^2\widehat{G_0}}{\partial y_i\partial y_j}d\mathbf{y} - \iint_{\Sigma}\widehat{p}\frac{\partial\widehat{G_0}}{\partial y_i}n_id\Sigma = -\iiint_{V_0}\widehat{T_{ij}}\frac{\partial^2\widehat{G_{ad}}}{\partial y_i\partial y_j}d\mathbf{y}$$
(2.14)

Comme $G_{ad}=G_0+G_d,$ l'écriture ci-dessus entraı̂ne :

$$\iint_{\Sigma} \widehat{p} \frac{\partial \widehat{G_0}}{\partial y_i} n_i d\Sigma = \iiint_{V_0} \widehat{T_{ij}} \frac{\partial^2 \widehat{G_d}}{\partial y_i \partial y_j} d\mathbf{y}$$
(2.15)

Cette expression montre que le terme surfacique traduit exactement la diffraction du terme source volumique $\widehat{T_{ij}}$ par le cylindre.

2.4.3 Illustration numérique

Nous résolvons par méthode spectrale la formulation B avec noyau adapté et la comparons à la formulation A avec noyau en espace libre. Les parties directe et diffractée de la formulation B sont comparées aux termes volumique et surfacique de la formulation A.

Pour la mise en oeuvre numérique de la formulation B, les 12 premiers termes de la somme infinie sur m ont été calculés. Les autres termes sont négligeables. L'expression des dérivées du noyau adapté sont données en annexe de cette partie.

Sur la figure 2.27 les rayonnements associés à la partie diffractée et directe sont représentés. Les structures des rayonnements semblent identiques à celles de la formulation A (figure 2.20). Pour mettre en évidence la similarité des résultats, des profils de pression acoustique sont tracés sur la figure 2.28 et un diagramme de directivité en $r_x = 64D$ sur la figure 2.29.

Aucune différence n'est observée sur les termes de rayonnement direct malgré l'utilisation dans la formulation B d'un noyau de Green \widehat{G}_0 exprimé en coordonnées polaires. Les douze premiers termes de la somme infinie sont donc bien suffisants pour être équivalents à \widehat{G}_0 exprimée en coordonnées cartésiennes. Une légère différence est observée entre les termes de diffraction. L'origine de cette différence de l'ordre de 10% est peut être due, soit à des effets de troncature spatiale des termes volumiques, soit à un calcul de la pression par CFD légèrement erroné.

Cette application numérique illustre le fait que les sources de bruit se situent bien dans le sillage du cylindre et que le terme surfacique de l'analogie de Curle traduit la diffraction de ces dernières par le cylindre.



Fig. 2.27 – Cartographies des champs de pression obtenues par la résolution des intégrales (a) de surface et (b) de volume de la formulation B. Les niveaux sont compris entre (a) -5 et 5 Pa, et (b) -0.5 et 0,5 Pa.



Fig. 2.28 – Profils de pression dans la direction radiale correspondant : (a) au champ diffracté et (b) au champ direct. Les profils représentent : (a) $\theta_x = 90^\circ$: (•••) Form. A (----) Form. B; $\theta_x = 0^\circ$: (•••) Form. A (----) Form. B. (b) $\theta_x = 45^\circ$: (•••) Form. A (----) Form. B, $\theta_x = 90^\circ$: (•••) Form. A (----) Form. B.

Remarque : Nous sommes à même de nous demander comment une CFD incompressible fournit un champ acoustique diffracté à la surface du cylindre à première vue, de nature compressible. Dans la configuration étudiée ici, le terme de propagation kr_y est très petit et l'écoulement est quasi incompressible. Dans cette configuration, la zone source contenant l'ensemble des sources physiques à l'origine du bruit ainsi que le cylindre est acoustiquement compacte. La pression est alors solution de l'équation de Poisson :



$$\nabla^2 p = -\rho_{\infty} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \tag{2.16}$$

Cette équation est la limite lorsque $k \to 0$ (lorsque l'on tend vers l'incompressibilité) de l'équation de Helmholtz correspondant à l'équation de Lighthill dans le domaine spectral. En effet, en incompressible, l'égalité suivante est vérifiée :

$$\rho_{\infty} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \tag{2.17}$$

2.5 Conclusions

Dans ce chapitre, les propriétés aérodynamiques et aéroacoustiques de l'écoulement autour du cylindre sont présentées. La synthèse bibliographique est principalement orientée vers la caractérisation du mécanisme de lâchers tourbillonnaires périodiques par le cylindre. Ce mécanisme apparaît comme très sensible aux conditions extérieures puisqu'il est étroitement lié à des problèmes de transition vers la turbulence. Le rayonnement acoustique correspondant possède une structure dipolaire centrée sur le cylindre avec comme fréquence caractéristique la fréquence des allées de Kármán. Comme le montrent de nombreuses mesures, le rayonnement acoustique est relié aux fluctuations des forces qui s'exercent sur le cylindre et en particulier aux fluctuations de portance. L'identification précise de l'origine physique du bruit est cependant expérimentalement difficile et les études numériques et analytiques que nous proposons par la suite doivent aider à la compréhension des mécanismes mis en jeu.

Les méthodes intégrales sont donc appliquées sur le cas test du cylindre en écoulement et les
termes sources sont obtenus par une simulation incompressible U-RANS 2-D. La principale limitation de cette CFD (outre son caractère 2-D) est l'utilisation d'un modèle de couche limite turbulente qui entraîne l'introduction d'une rugosité artificielle à la surface du cylindre. En paroi, le régime est donc transcritique et le nombre de Reynolds correspondant au calcul est artificiellement augmenté. Cette simulation donne cependant une estimation du mécanisme de lâchers tourbillonnaires tout à fait satisfaisante vis-à-vis de la littérature.

Le rayonnement correspondant à cet écoulement est extrapolé en construisant différents termes sources (surfacique et volumique) et en résolvant l'analogie de Kirchhoff/Curle dans le domaine spectral. La structure dipolaire du rayonnement est retrouvée et nos résultats sont en accord avec des analyses dimensionnelles et d'autres études numériques. Le rayonnement du terme surfacique est dipolaire avec la même fréquence f_0 que le lâcher tourbillonnaire. Le calcul du terme volumique met en évidence un rayonnement quadripolaire de la même fréquence que le terme surfacique. Pour le sifflement, le terme volumique représente environ 10% du rayonnement total; ce dernier est donc faible, mais non négligeable comme il est souvent écrit.

Les différentes méthodes intégrales sont ensuite validées par comparaison entre elles. En particulier, nous avons comparé deux méthodes temporelles à la méthode spectrale (temps retardés et temps avancés). Cette étude montre que pour des applications 2-D, les méthodes spectrales et temporelles peuvent être utilisées sans réelle préférence bien que les méthodes temporelles soient plus précises ici. Pour les calculs 3-D, le calcul du terme volumique n'est possible aujourd'hui qu'en utilisant la méthode des temps avancées que nous avons développée.

L'origine du rayonnement dipolaire est également mise en évidence en utilisant un noyau de Green adapté valable sans hypothèses de compacité ou de faible nombre de Mach. Il est ainsi illustré que la diffraction du rayonnement des sources volumiques par le cylindre génère un rayonnement dipolaire. Un tel phénomène n'est possible que parce que le cylindre et les sources de bruit sont compactes. Le mécanisme physique responsable du rayonnement n'a pas pu être identifié avec certitude, mais il semble cependant que la déformation spatiale et temporelle des termes de cisaillement est bien la principale source de bruit, ce qui rejoint les suggestions de Howe⁸¹.

2.6 Annexe : Expression du noyau de Green adapté

Nous donnons l'expression des dérivées seconde de la fonction $\widehat{G_{ad}}$:

$$\frac{\partial^2 \widehat{G_{ad}}(\mathbf{x}|\mathbf{y},\omega)}{\partial y_i \partial y_j} = \frac{i}{4} \sum_{m=0}^{+\infty} \epsilon_m H_m^{(2)}(kr_x) \left\{ -m \left(\sin\left(m\phi\right) \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y_i \partial y_j} + m \cos\left(m\phi\right) \frac{\partial \theta_y}{\partial y_i} \frac{\partial \theta_y}{\partial y_j} \right) A_m - mk \sin\left(m\phi\right) \left(\frac{y_j}{r_y} \frac{\partial \theta_y}{\partial y_i} + \frac{y_i}{r_y} \frac{\partial \theta_y}{\partial y_j} \right) B_m + k \cos\left(m\phi\right) \left[\left(\frac{\delta_{ij}}{r_y} - \frac{y_i y_j}{r_y^3} \right) B_m + k \frac{y_i y_j}{r_y^2} C_m \right] \right\}$$
(2.18)

Dans cette expression, nous avons $\phi=\theta_y-\theta_x,$ et :

$$\begin{cases}
A_m = A_m^0 + A_m^d \\
A_m^0 = J_m(kr_y) \\
A_m^d = -\alpha_m H_m^{(2)}(kr_y)
\end{cases}$$

$$\begin{cases} B_m = B_m^0 + B_m^d \\ B_m^0 = -J_{m+1}(kr_y) + \frac{m}{kr_y} J_m(kr_y) \\ B_m^d = \alpha_m \left[H_{m+1}^{(2)}(kr_y) - \frac{m}{kr_y} H_m^{(2)}(kr_y) \right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_m = C_m^0 + C_m^d \\ C_m^0 = J_{m+2}(kr_y) - \frac{m+1}{kr_y} J_{m+1}(kr_y) - \left[J_{m+1}^{(1)}(kr_y) - \frac{m}{kr_y} J_m^{(1)}(kr_y) \right] \\ C_m^d = \alpha_m \left\{ -H_{m+2}^{(2)}(kr_y) + \frac{m+1}{kr_y} H_{m+1}^{(2)}(kr_y) + \frac{m}{kr_y} \left[H_{m+1}^{(2)}(kr_y) - \frac{m}{kr_y} H_m^{(2)}(kr_y) \right] \right\} \\ \alpha_m = \frac{J_{m-1}(ka) - J_{m+1}(ka)}{kr_y} = \frac{kaJ_{m+1}(ka) - mJ_m(ka)}{kr_y}$$

$$\alpha_m = \frac{J_{m-1}(ka) - J_{m+1}(ka)}{H_{m-1}^{(2)}(ka) - H_{m+1}^{(2)}(ka)} = \frac{kaJ_{m+1}(ka) - mJ_m(ka)}{kaH_{m+1}^{(2)}(ka) - mH_m^{(2)}(ka)}$$

Les exposants 0 et d correspondent aux composantes directe et diffractée du rayonnement. Les dérivées partielles des coordonnées de la source sont :

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_y}{\partial y_1} = -\frac{y_2}{r_y^2}, & \frac{\partial \theta_y}{\partial y_2} = \frac{y_1}{r_y^2} \\ \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y_1^2} = \frac{2y_1 y_2}{r_y^4}, & \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y_2^2} = -\frac{2y_1 y_2}{r_y^2}, & \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y_1 \partial y_2} = \frac{y_2^2 - y_1^2}{r_y^4} \end{cases}$$

Chapitre 3

Le rayonnement acoustique d'un cylindre 3-D

3.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est l'étude numérique du bruit rayonné par l'écoulement autour d'un cylindre 3-D à un nombre de Reynolds élevé. En effet, après un chapitre principalement orienté vers le développement des méthodes intégrales en configuration 2-D illustrée par l'analyse du sifflement du cylindre, nous évaluons désormais la faisabilité de tels calculs pour une application 3-D.

Pour effectuer le calcul CFD, une Simulation des Grandes Echelles (LES) est réalisée à l'aide du logiciel Fluent 5.5. Nous avons fait le choix d'utiliser la LES pour avoir accès à des informations sur une large gamme de fréquences bien représentative des problèmes automobiles. Si un calcul U-RANS avait été utilisé comme en 2-D, les résultats auraient été limités à des informations en bande fine comme les allées de Kármán ou aux structures de couches de cisaillements. La LES reste toutefois contraignante en terme de temps de calcul et de capacités informatiques et semble, comme telle, difficilement exploitable à des fins aéroacoustiques (pas de temps très petits, grand nombre de mailles ...). Nous avons donc restreint la taille de ce calcul en limitant la dimension transverse du domaine et en introduisant un modèle de paroi dans le calcul. Comme nous le montrons, le calcul CFD ne souffre pas de telles restrictions et l'étude aéroacoustique devient alors possible.

En utilisant cette simulation, le rayonnement acoustique est évalué en résolvant tous les termes de l'équation de Ffowcs Williams et Hawkings par la méthode des temps avancés. Le calcul aéroacoustique a nécessité la mise au point de la méthode pour le 3-D, en particulier de nouveaux outils numériques sont introduits dans la méthode (filtrage sélectif, fenêtrage spatial ...). Par l'intermédiaire de ce nouveau cas test, les effets de troncature des termes sources sont mis en évidence et le dimensionnement du fenêtrage des termes sources est également étudié au travers d'un exemple simplifié très illustratif. Nous nous intéressons enfin à l'estimation du bruit rayonné par un cylindre de grande longueur transverse en utilisant seulement la tranche de fluide simulée par LES. Ce problémee est important pour des applications nécessitant une estimation précise des niveaux sonores.

3.2 Simulation aérodynamique 3-D

3.2.1 Introduction

L'écoulement autour d'un cylindre aux nombres de Reynolds de l'ordre de Re ~ 10^5 est très sensible aux conditions expérimentales comme le taux de turbulence de la soufflerie, la rugosité du cylindre, le système de fixation, *etc.* Ce régime d'écoulement correspond en effet à un état transitoire laminaire/turbulent des couches limites sur le cylindre qu'il est difficile de caractériser, même expérimentalement. En particulier, la transition influence la position des points de décollement sur le cylindre et donc la longueur de formation, la fréquence du lâcher tourbillonnaire ou encore la répartition du coefficient de pression C_p sur le cylindre. Ceci a d'ailleurs été mis en évidence dans le chapitre précédent au travers du calcul 2-D de l'écoulement sur cylindre.

L'un des défis du calcul CFD est de réussir à prédire correctement les transitions à fort nombre de Reynolds sur des surfaces lisses ou courbes^{51,45} et en particulier sur les cylindres^{128,29,119,156,163}. De tels calculs sont désormais envisageables en utilisant la LES mais restent cependant très coûteux en terme de capacité du calculateur et de durée de simulation. La zone de l'écoulement la plus difficile à modéliser et surtout la plus coûteuse est toujours le voisinage des parois puisque la condition de non glissement doit être vérifiée numériquement. Par conséquent, pour que les schémas numériques soient performants au voisinage des surfaces, le maillage de discrétisation doit être très fin et donc le nombre de mailles total très élevé. En outre, la finesse du maillage implique un temps de discrétisation très faible qui nécessite des millions d'itérations pour obtenir peu de temps physique. Avec comme objectif le développement d'une méthode aéroacoustique, l'utilisation de telles simulations n'est donc pas du tout appropriée.

Pour pallier ces difficultés, et pour pouvoir utiliser des maillages plus relâchés, un modèle de paroi consistant à supposer que la couche limite a une évolution logarithmique est introduit dans la LES^{30,31,4,32,131}. Ainsi en proche paroi la vitesse réduite $u^+ = u/u_{\tau}$ est modélisée par :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln Er^+ \tag{3.1}$$

avec $\kappa = 0,42$ la constante de Kármán, E = 9,79 et $r^+ = \frac{u_{\tau}r}{\nu}$ la distance réduite, introduite au paragraphe 2.3.1.1, où u_{τ} et ν désignent la vitesse de frottement et la viscosité cinématique.

Cette fonction de paroi ne prend pas en compte les gradients de pression qui s'exercent sur la couche limite et ne permet pas de saisir les mécanismes de transition. Par conséquent, la couche limite sera pleinement turbulente du point d'arrêt aux décollements : nous devons donc nous attendre à des résultats similaires à ceux obtenus 2-D (couche limite turbulente et écoulement subcritique).

3.2.2 Description de la simulation

La simulation instationnaire et incompressible 3-D, réalisée à l'aide du module de LES du logiciel Fluent 5.5, correspond à un écoulement à un nombre de Reynolds $\text{Re}_D = 1, 4 \times 10^5$ et à un nombre de Mach M= 0, 16. Le diamètre du cylindre D = 3,81cm est identique au calcul 2-D et la longueur transversale du domaine est $L_Z = 1,5D$. Ce choix est un compromis entre la qualité de la résolution volumique de l'écoulement et la taille des bases de données pour l'application aéroacoustique. En outre, les travaux de Breuer,²⁹ de Travin *et al.*¹⁶² ou de Jordan & Ragad⁸⁷ montrent que l'influence de ce paramètre reste faible.

Le domaine de calcul s'étend de -4D à 18D dans la direction horizontale x_1 et de -5D à 5D dans la direction verticale x_2 . L'origine O du repère (x_1, x_2, x_3) choisi pour toute la suite de l'étude correspond au centre du cylindre. Le domaine de calcul est représenté sur la figure 3.1.



Fig. 3.1 – Représentation du domaine de calcul utilisé pour le calcul LES.

Pour mailler le volume fluide, nous avons procédé en deux étapes. Dans un premier temps, un maillage triangulaire non structuré d'environ 30000 points dans un plan (x_1, x_2) est construit à l'aide du logiciel Gambit. Pour traiter la proche paroi du cylindre et assurer $\Delta r^+ \approx 30$, la périphérie du cylindre est discrétisée par 200 points et 5 couches d'extrusion composées de quadrilatères sont introduites avec un rapport d'aspect de 1,2 (voir figure 3.2(a)). Dans un second temps, ce maillage 2-D est copié 31 fois dans la direction x_3 avec un intervalle $L_Z/30$. Le maillage volumique complet, composé de prismes à bases triangulaire et quadrilatérale, comporte environ 930000 points. Le maillage surfacique est quant à lui composé de 30 × 200 rectangles comme le montre la figure 3.2(b).

Le modèle de sous maille utilisé est le modèle de Smagorinsky, avec la constante qui lui est associée fixée à $C_S = 0, 12$. La viscosité turbulente ν_t est ainsi estimée avec l'expression suivante :

$$\nu_t = (C_S \Delta_c)^2 (2\tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij})^{1/2}$$
(3.2)

où Δ_c est la longueur caractéristique de sous maille et $\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2}(\tilde{u}_{i,j} + \tilde{u}_{j,i})$ le tenseur des déformations filtré.

Le pas de temps du calcul est $\Delta t = 10^{-5}$ s et environ 0,1 s de temps physique a été simulé.

Les conditions limites dans les directions x_3 et x_2 sont respectivement des conditions de périodicité et de symétrie. En entrée de domaine, nous imposons un profil de vitesse constant $U_{\infty} = 55$ m/s et en sortie de domaine, la pression statique est fixée à $p_{\infty} = 0$.

La discrétisation temporelle est assurée par un schéma aux différences finies implicite du second ordre. Les termes de convection de la pression et de la vitesse sont traités en utilisant des schémas centrés du second ordre. Le couplage pression/vitesse est quant à lui traité par l'algorithme PISO (version améliorée de SIMPLEC).



Fig. 3.2 – Représentation du maillage utilisé pour réaliser le calcul LES : (a) maillage d'un plan (x_1, x_2) au voisinage du cylindre, (b) maillage surfacique du cylindre composé de 31×200 rectangles.

3.2.3 Analyse de l'écoulement

3.2.3.1 Technique de visualisation

Pour visualiser le sillage du cylindre de la simulation, nous employons le critère Q < 0 proposé par Jeong et Hussain⁸⁶ fréquemment utilisé dans la littérature⁹⁵. L'utilisation de la vorticité comme pour l'étude 2-D n'est en effet plus suffisante. Le critère Q est défini comme la différence entre le tenseur des déformations S et le tenseur de rotation Ω du gradient de vitesse ∇u , soit :

$$Q = \frac{1}{2}(||\Omega||^2 - ||S||^2) = -\frac{1}{2}u_{i,j}u_{j,i}$$
(3.3)

avec $S_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ et $\Omega_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} - u_{j,i}).$

En utilisant l'hypothèse d'incompressibilité $u_{i,i} = 0$, nous décomposons l'expression ci-dessus en trois termes Q_1 , Q_2 et Q_3 qui correspondent à des rotations et à des déformations autour des axes x_1 , x_2 et x_3 :

$$\begin{cases}
Q_1 = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \\
Q_2 = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} - \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \\
Q_3 = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_1}
\end{cases} (3.4)$$

Comme nous le verrons par la suite, le terme Q_3 permet d'isoler plus nettement les tourbillons de Kármán et de Kelvin-Helmholtz dont la rotation principale est autour de l'axe x_3 .

Pour utiliser ce critère de détection, nous interpolons les données correspondant au maillage non structuré sur une grille cartésienne et le calcul du critère Q devient alors très rapide en utilisant par exemple Matlab. Afin de localiser des zones d'intérêt, cette technique permet également de choisir une grille d'interpolation n'importe où dans le sillage. En l'occurrence, nous avons utilisé deux grilles, l'une pour l'étude du sillage et l'autre pour la couche de cisaillement supérieure.

3.2.3.2 Etude qualitative

L'écoulement autour d'un cylindre à un nombre de Reynolds $\text{Re}_D = 1, 4 \times 10^5$ a été étudié par Cantwell et Coles³³. En particulier, leur étude détaille le mécanisme de transport des tourbillons de Kármán dans le sillage et fournit une importante base de données expérimentale obtenue par fil chaud et par mesures de pressions statiques. Cette étude montre que pour un régime hautement subcritique, les tourbillons de Kármán restent toujours très ordonnés et qu'ils interagissent peu avec le reste de l'écoulement.

Sur la figure 3.3, des visualisations instantanées du sillage du cylindre par isocontours du critère Q, en particulier des termes Q_3 (en rouge) et $Q_1 + Q_2$ (en bleu) confirment qualitativement ce résultat. Nous observons de plus que des tourbillons contrarotatifs (en bleu dans le sillage) sont convectés selon deux lignes dans le sillage et qu'ils conservent une forme presque cylindrique. L'allure de l'écoulement est également similaire à celle donnée par Williamson¹⁷⁵ (voir figure 2.4). Seules quelques structures longitudinales semblent capables de les déformer et de nombreuses petites structures démontrent également la grande richesse de l'écoulement.

Sur la figure 3.4, les composantes du critère Q au voisinage de la couche de cisaillement supérieure sont représentés pour 6 instants espacés de 4×10^{-4} s. Comme le montrent ces figures, des motifs intermittents longitudinaux sont convectés dans la couche de cisaillement. Ces structures sont très instables et sont largement déformées par l'écoulement et en particulier par les gradients de vitesses. L'ordre de grandeur de la fréquence associée à ce mécanisme est de l'ordre de 2500 Hz.

3.2.3.3 Ecoulement moyen

La position des points de décollements est $\theta \approx 110^{\circ}$ alors qu'une valeur de $\theta \approx 80^{\circ}$ est déterminée par Cantwell et Coles. Cette importante différence a deux explications : l'une est liée au modèle de 76



Fig. 3.3 – Représentation des composantes de l'isocontour $Q = -7, 3 \times 10^5$ pour 5 instants décrivant une demi période du lâcher tourbillonnaire. En rouge, la composante Q_3 et en bleu la composante $Q_1 + Q_2$. La fréquence du lâcher est d'environ 400 Hz.



Fig. 3.4 – Mise en évidence de la présence et de la convection de motifs cohérents dans la couche de cisaillement supérieure. En bleu, le terme $Q_3 = -7 \times 10^5$ et en rouge le terme $Q_1 + Q_2 = -7 \times 10^5$. La fréquence associée à ces structures est de l'ordre de 2500 Hz.

paroi utilisé lors du calcul, l'autre liée à l'influence de la longueur transverse du domaine de simulation. Comme nous l'avons expliqué dans l'introduction, le modèle de paroi implique que la couche limite est supposée pleinement développée. Or, expérimentalement, ceci n'est vrai que pour des régimes transcritiques à très haut nombre de Reynolds ($\text{Re}_D \geq 3 \times 10^6$) pour lesquels les décollements se produisent effectivement aux alentours de $\theta \approx 110^{\circ}$.

La conséquence directe de ce résultat est que le sillage est trop étroit et que la fréquence des lâchers périodiques est trop élevée. Le nombre de Strouhal correspondant à cette fréquence est de S = 0, 27, et cette valeur reste bien cohérente avec un régime transcritique. Le même type de résultat a d'ailleurs été également obtenu par Wang *et al.* pour une simulation 3-D à un nombre de Reynolds de $Re_D = 10^6$ en utilisant également un modèle de couche limite turbulente en paroi.

La figure 3.5 montre l'évolution temporelle des différentes forces s'exerçant sur le cylindre. Le coefficient de portance C_L oscille à la fréquence $f_0 = 403$ Hz (S_t = 0, 27) correspondant exactement à la fréquence du lâcher tourbillonnaire (voir figure 3.5(a)). L'évolution du coefficient C_D est beaucoup

moins régulière (figure 3.5(b)), et la fréquence double $2f_0$ n'émerge presque pas d'une analyse spectrale de ce signal. Ceci est bien en accord avec les observations expérimentales de Humphreys.⁸² La traînée moyenne $\overline{C_D} = 0,71$ correspondant à un régime subcritique est sous-estimée en comparaison des résultats de Cantwell et Coles ($\overline{C_D} = 1,24$). En revanche, cette valeur est en très bon accord avec les mesures de Batham ($\overline{C_D} = 0,72$) obtenues en étudiant un écoulement uniforme arrivant sur un cylindre rugueux à un nombre de Reynolds $\text{Re}_D = 1,13 \times 10^5$. En outre, les valeurs efficaces des signaux de traînée et de portance, $C'_D = 3,2\%$ et $C'_L = 13,1\%$ sont du même ordre de grandeur que les mesures de Batham (respectivement $C'_D = 3,22\%$ et $C'_L = 8,95\%$). La plus forte fluctuations de notre signal de portance peut être expliquée par les résultats de Shih *et al.*¹⁵⁴ qui montrent que l'introduction d'une rugosité cause une augmentation des fluctuations de la portance. Comme le suggèrent Wang *et al.*,¹⁶⁸ la discrétisation du cylindre et les erreurs numériques causées par la mauvaise résolution près de la paroi peuvent être équivalent à une rugosité numérique artificielle.



Fig. 3.5 – Evolutions temporelles des forces s'exerçant sur le cylindre : (a) portance C_L , (b) traînée C_D .

La distribution du coefficient de pression C_p autour du cylindre est représentée sur la figure 3.6 et comparée aux mesures de Cantwell & Coles et de Batham. A cause de la mauvaise prédiction de la position des décollements, la forme des courbes en amont des décollements n'est pas comparable. La valeur $C_{pb} = -0,79$ du coefficient de pression à l'arrière du cylindre est cependant proche des mesures de Batham ($C_{pb} = -0,83$) ce qui semble confirmer l'hypothèse d'une rugosité artificielle introduite dans la simulation.

Le profil de vitesse longitudinal moyen $\overline{u_1}$ selon x_1 en $x_2 = 0$ est tracé sur la figure 3.7. L'allure de cette courbe est en très bon accord avec les mesures de Cantwell & Coles ou les simulations de Breuer. La principale différence réside dans l'estimation de la longueur de recirculation $L_r = 0,7D$ définie par le lieu où la vitesse moyenne selon x_1 change de signe. L'estimation de cette longueur est une difficulté bien connue des simulations sur cylindre, même à des nombres de Reynolds plus faibles comme le montrent Breuer,^{28,29} Franke et Frank⁶⁵ ou encore Tremblay¹⁶³ à Re_D = 3900. Les mauvaises prédictions de cette longueur peuvent être dues à la fois à une mauvaise prédiction des décollements et à une estimation erronée de la dissipation de l'énergie dans l'écoulement due à la fois au modèle de



sous maille et à la longueur transverse du cylindre.



Sur les figures 3.8(a) et 3.8(b), nous avons représenté les profils de vitesses moyennes u_1 et u_2 selon la ligne $x_1/L_r = 1$, et sur les figures 3.8(c) et 3.8(d), les profils des composantes des contraintes de Reynolds selon la même ligne. Les coordonnées sont adimensionnées par la longueur de recirculation afin de comparer les différentes grandeurs physiques par similitude afin de prendre en compte la surestimation de L_r . Comme le montrent ces différents résultats, le sillage du cylindre est bien calculé en terme d'écoulement moyen et le taux de fluctuation est également du même ordre de grandeur que les mesures. Les différences au centre de l'écoulement sur la figure 3.8(c) proviennent vraisemblablement des erreurs de mesure de $\overline{u'_1u'_1}$ par fil chaud dans une zone où l'écoulement de retour est très intense.



3.2.3.4 Analyse spectrale

Sur la figure 3.9 sont représentés des spectres correspondant aux trois composantes u_i des vitesses turbulentes à 1D en aval du centre du cylindre et en $x_3 = 0$, soit au cœur de la zone de recirculation. Comme le montre la figure 3.9(a) en $x_2 \approx 0$, les trois composantes sont du même ordre de grandeur et les spectres ont la même allure ce qui montre un brassage assez homogène de l'écoulement. En outre, la fréquence f_0 n'apparaît que sur la composante x_2 de la vitesse car la composante x_1 s'annule par raison de symétrie. Ce n'est plus vrai en s'écartant de l'axe comme le montre la figure 3.9(b).

En allant plus en aval, à $x_1/D = 2,0$ (figure 3.10(a)), nous observons que le mécanisme de lâcher tourbillonnaire signe les composantes x_1 et x_2 de manière équivalente mais que rien n'apparaît sur la composante x_3 . Nous en déduisons donc que la dynamique des tourbillons reste bien 2-D même lorsque ceux-ci sont convectés. En $x_1/D = 5,0$ et en restant toujours assez près de l'axe $x_2 = 0$, nous observons sur la figure 3.10(b) que les composantes u_1 et u_2 sont essentiellement marquées par le lâcher et que l'écoulement est toujours très bien mélangé. La similitude des niveaux entre les courbes des deux dernières figures 3.10(a) et 3.10(b) démontre que les allées de Kármán restent ainsi visibles même très loin du cylindre. De plus, sur ces deux figures les spectres des composantes u_2 et u_3 semblent contenir



Fig. 3.9 – Densité spectrale de puissance des signaux des vitesses turbulentes mesurées dans la zone de recirculation en $x_1/D = 1, 0$ et $x_3 = 0$: $(- - -) u_1, (- -) u_2, (- - -) u_3$.

un pic aux alentours de f = 1250 Hz qui apparaît sur de nombreux autres spectres dans le sillage et qui pourrait correspondre aux doigts longitudinaux qui sont très visibles sur les représentations instantanées de l'écoulement (figure 3.3).



Fig. 3.10 – Densité spectrale de puissance des signaux des vitesses turbulentes. Nous avons utilisé les mêmes légendes que pour la figure 3.9.

L'étude spectrale des signaux de pression pariétale est présentée par l'intermédiaire des figures 3.11(a) et (b) sur lesquelles sont tracés des spectres à plusieurs angles ($\theta = 35^{\circ}, \theta = 106^{\circ}$ et $\theta = 142^{\circ}$) et une cartographie fréquence/angle de ces spectres pour $\theta > 0$.

Sur la figure 3.11(b), nous observons que la fréquence f_0 est visible pour tous les angles supérieurs à $\theta = 40^{\circ}$ et plus particulièrement après les décollements. Le contenu spectral des signaux est plus riche dans la zone de recirculation ($\theta > 110^{\circ}$) qu'en amont des décollements, zone pour laquelle les harmoniques de f_0 sont très marqués. En effet en aval des décollements, les fluctuations de pression sont très sensibles aux nombreuses structures de différentes tailles et de différentes fréquences qui viennent signer les spectres. L'allure de nos résultats sont proches de ceux obtenus par Snarski¹⁵⁵ bien que les mesures de ce dernier aient été effectuées à un nombre de Reynolds plus petit, de l'ordre de Re $_D \sim 2 \times 10^4$.

A partir des décollements, nous observons une augmentation importante du niveau global des spectres (+5 dB). Le lâcher tourbillonnaire à 400 Hz signe les spectres dès l'angle $\theta = 60^{\circ}$ et son niveau est maximal juste après le décollement. Les tourbillons des couches de cisaillement sont peu visibles certainement à cause de l'intermittence du phénomène qui nécessiterait un temps de simulation plus long pour être mis en évidence. Il est cependant possible que, sur la cartographie, les lignes comprises entre 1500 Hz et 2500 Hz et autour du décollement correspondent à ces instabilités de Kelvin-Helmholtz.



En conclusion, nous avons montré que la Simulation des Grandes Echelles en utilisant un modèle de paroi reproduit de manière satisfaisante un écoulement sub-critique, en terme de vitesses moyennes et fluctuantes. Les résultats surfaciques moyennés montrent qu'en raison du modèle de paroi forçant la turbulence, la simulation est équivalente aux configurations de la littérature obtenues soit avec des parois rugueuses, soit pour des nombres de Reynolds plus importants. L'utilisation du modèle de paroi ne pénalise cependant pas la physique de l'écoulement et notre étude montre que pour des écoulements pleinement turbulents et/ou décollés cette option s'avère très intéressante. Nous n'avons pas observé une réelle dépendance de l'écoulement vis-à-vis de la longueur transverse du domaine, si ce n'est peut être une légère périodisation de l'écoulement dans la direction transverse.

Les analyses fréquentielles démontrent que nous obtenons des informations sur l'écoulement jusqu'à 5000 Hz même si leur validité quantitative reste discutable du fait du peu de mesures dont nous disposons. Les grandeurs aérodynamiques issues de cette simulation vont être maintenant utilisées pour estimer le rayonnement acoustique associé en résolvant l'analogie de Curle par la méthode des temps avancés.

3.3 Calcul du rayonnement acoustique

Pour déterminer le rayonnement acoustique associé à la simulation présentée dans la partie précédente, nous avons développé la méthode des temps avancés en 3-D. Cette méthode permet d'éviter, à terme, le stockage des grandeurs aérodynamiques et de résoudre complètement l'équation de Curle au fil du calcul aérodynamique. Bien que très attrayante, la mise en oeuvre pour le 3-D de cette méthode nécessite une grande attention (comme toute méthode intégrale d'ailleurs). En effet, elle implique la troncature des termes sources, la dérivation de grandeurs turbulentes et enfin l'interpolation des signaux acoustiques aux points d'observations.

Dans cette partie, nous présentons dans un premier temps les spécificités numériques du calcul acoustique et la détermination du rayonnement. Pour ce calcul, nous intégrons les termes sources sur le domaine aérodynamique et calculons le rayonnement sur le plan $x_3 = 0$. Les niveaux sonores sont à prendre avec précaution puisque le problème acoustique est mal posé. En effet, l'écoulement simulé est supposé infini car les conditions latérales sont périodiques, et le calcul acoustique est effectué en utilisant seulement des sources qui s'étendent sur un domaine fini. Qualitativement, les résultats obtenus sont cependant exploitables, et l'influence de la longueur transverse sera abordée dans la partie 3.4.

Dans un second temps, nous illustrons les effets de la troncature spatiale des termes volumiques, et étudions l'influence et le rôle joué par le fenêtrage spatial des sources volumiques à l'aide d'un tourbillon convecté traversant une frontière fictive. Enfin, nous nous intéressons à l'influence de la longueur transverse sur le rayonnement acoustique. En effet, seule une petite tranche d'écoulement est simulée et à partir de ces données nous montrons comment il est possible d'extrapoler le rayonnement associé à des cylindres beaucoup plus longs, voire infinis. Les formules de corrections qualitatives de Kato⁸⁹ sont en particulier améliorées.

3.3.1 Méthode de résolution

Pour l'ensemble des calculs présentés par la suite, nous utiliserons les grandeurs aérodynamiques issues de la LES comme données d'entrée pour résoudre l'équation de FW-H simplifiée dans le domaine temporel. Les grandeurs aérodynamiques (pression et composantes de la vitesse) sont stockées pendant environ 90 ms avec une fréquence d'échantillonnage de 10 kHz. Cette durée de simulation, bien que très courte, permet cependant de représenter 36 lâchers tourbillonnaires, ce qui est suffisant pour caractériser spectralement ce phénomène. En outre, la taille de la base de données étant proportionnelle au temps de simulation (environ 10 Mo par Δt), il convenait de trouver un compromis entre l'espace disque, les temps de calcul et la complexité de la mise en oeuvre de la méthode des temps avancés. Pour mettre en oeuvre le calcul des intégrales surfacique et volumique de l'analogie de Curle, nous avons résolu plusieurs problèmes numériques liés au caractère turbulent des signaux aérodynamiques. D'une part, la dérivation temporelle des signaux aérodynamiques nous a conduits à filtrer les signaux pour limiter le parasitage en haute fréquence (f > 3500 Hz). Le filtre utilisé est un filtre sélectif à 5 points optimisé dans l'espace de Fourier. Les caractéristiques de ce filtre sont données en annexe du chapitre 1. D'autre part, l'interpolation des signaux de pression arrivant à l'observateur est effectuée en utilisant les polynômes de Lagrange de degré 3. Contrairement à l'étude 2-D pour laquelle des polynômes de degré 2 étaient suffisants, une interpolation en deux points entraîne un fort parasitage dans le cas 3-D. Après l'interpolation de la pression acoustique, une opération de filtrage temporel est également appliquée aux signaux.

Pour limiter le bruit artificiel rayonné par les tourbillons qui traversent la frontière de sortie du domaine aérodynamique, les termes sources volumiques sont fenêtrés spatialement. Contrairement au 2-D, les termes surfaciques aux frontières du domaine aérodynamique sont très importants et l'opération de fenêtrage s'avère cruciale pour ce calcul. Les effets du fenêtrage sont détaillés dans la partie 3.3.3 de ce chapitre.

Pour visualiser la propagation d'ondes acoustiques associée à de petites longueurs d'ondes, nous avons utilisé une grille circulaire non structurée composée d'environ 2500 points et dont la dimension caractéristique est 10 cm . Les diagrammes de directivité sont quant à eux estimés à une distance de 64D du centre O du cylindre et cela en 80 points également espacés.

3.3.2 Calcul du rayonnement

3.3.2.1 Analyse du sifflement

Sur la figure 3.12 sont représentées des cartographies instantanées du rayonnement pour le terme surfacique et le terme volumique. Comme pour l'étude 2-D, le terme surfacique a une structure dipolaire, voir (a). La structure quadripolaire du terme volumique est quant à elle moins évidente à cause du caractère 3-D des termes sources. Les sources volumiques ne sont plus aussi corrélées et localisées que pour le 2-D et le rayonnement est plus large bande. La fréquence f_0 correspondant au lâcher périodique reste cependant nettement visible sur les deux cartographies.

Les évolutions temporelles de la figure 3.13 des termes surfaciques et volumiques montrent que les signaux ont des évolutions régulières et que la fréquence f_0 est bien présente sur les deux termes. Le diagramme de directivité de la figure 3.14 met en évidence que le terme surfacique est dominant devant le terme volumique à la fréquence f_0 et ce, pour tous les angles d'observation. En particulier, dans la direction perpendiculaire à l'écoulement moyen, le terme surfacique est de 20 dB supérieur au terme volumique. Le rayonnement surfacique est largement dipolaire avec des lobes qui émergent d'environ 15 dB. Quatre lobes, bien que faiblement marqués, sont présents sur le diagramme de directivité correspondant au terme volumique.

Les directivités sont décomposées sur la figure 3.15 suivant les contributions de traînée et de portance



Fig. 3.12 – Champs de pression acoustique obtenus par résolution de l'analogie de FW-H par la méthode des temps avancés : (a) contribution de l'intégrale de surface (niveaux entre -1, 0 Pa et +1, 0 Pa); (b) contribution de l'intégrale de volume (niveaux entre -0, 1 Pa et +0, 1 Pa). Le domaine rectangulaire en blanc au centre des images correspond au domaine aérodynamique, et les points en noirs correspondent au critère Q dans le plan $x_3 = 0$.

pour le terme surfacique et selon chaque composante du tenseur de Lighthill pour le terme volumique. Le rayonnement associé aux fluctuations de traînée est un dipôle horizontal plus important qu'en 2-D ce qui explique que le dipôle total soit moins marqué dans la direction x_2 . Il est difficile de savoir si ce résultat est physique ou s'il est lié à la sous estimation de la traînée par la CFD.

Le terme croisé T_{12} est quant à lui la source quadripolaire principale de bruit et les termes T_{11} et T_{22} ont des structures qui masquent la structure quadripolaire du rayonnement total. Les trois termes T_{i3} ont des contributions négligeables à f_0 , et les fluctuations liées à la direction transverse ne sont pas des sources significatives de bruit.

3.3.2.2 Analyse du bruit à large bande

Nous analysons maintenant le bruit à large bande des contributions surfacique et volumique. Les Densité Spectrale de Puissance (DSP) correspondant à trois angles d'observation sont représentées sur la figure 3.16. Les résultats du paragraphe précédent sont confirmés à f_0 et le terme de surface est jusqu'à 20 dB supérieur au terme volumique dans la direction perpendiculaire à l'écoulement moyen. En revanche, ces DSP montrent que le bruit basse fréquence (BF) est dû au terme diffracté alors que le bruit haute fréquence (HF), f > 1500 Hz, semble provenir du rayonnement direct. Le fait que le terme surfacique décroisse en HF n'est pas dû au filtrage sélectif, les mêmes résultats sont obtenus sans l'appliquer. Ce comportement surprenant au premier abord est cependant physiquement valable



Fig. 3.13 – Evolutions temporelles des signaux de pression acoustique rayonnée en $r_x = 64D$ en noir la contribution volumique et en gris la contribution surfacique, pour un angle de : (a) $\theta_x = 45^\circ$; (b) $\theta_x = 90^\circ$.



Fig. 3.14 – Diagramme de directivité, contributions en $r_x = 64D$ de : (---), intégrale volumique; (---), intégrale surfacique. Les coordonnées polaires du tracé sont (p', θ_x) .

puisque pour les HF le cylindre n'est plus compact devant les longueurs d'ondes : la diffraction est alors peu efficace. Il est possible que ce calcul mette en évidence les limites de l'utilisation d'une CFD *incompressible* pour le calcul du bruit rayonné. En effet, puisque le calcul CFD est incompressible, le terme de pression ne contient que des informations reliées à l'équation de Poisson. Sauf cas particulier comme le sifflement, la pression utilisée pour résoudre les analogies ne contient donc aucune information sur la diffraction du rayonnement direct par le cylindre. Pour valider cette hypothèse, il faudrait utiliser un calcul CFD compressible auquel les méthodes intégrales seraient appliquées. Les récentes améliorations du code ALESIA¹¹⁴ et en particulier son passage en coordonnées curvilignes permettraient ce genre de vérification dans le futur.

L'ensemble de ces résultats démontre que la méthode des temps avancés permet le calcul du





terme volumique, même pour des applications 3-D. Les structures des rayonnements, la régularité des évolutions temporelles et l'allure des diagrammes de directivité valident numériquement le passage au 3-D de la méthode de CAA. Les niveaux de bruit sont difficilement comparables à des expériences car peu de mesures sont disponibles et la dimension transverse du cylindre n'est pas significative d'un essai. Le calcul de la contribution volumique montre qu'il est nécessaire d'effectuer la résolution complète de l'équation de FW-H si l'on désire obtenir une estimation correcte du bruit rayonné en HF. Du fait de la nature incompressible de la CFD, le terme surfacique est certainement biaisé en hautes fréquences.

3.3.3 Influence de la troncature du domaine source

Les effets de troncature sont des phénomènes bien connus en CAA. Pour des simulations compressibles, le problème est masqué par l'utilisation de zones éponges qui absorbent à la fois les quantités aérodynamiques et acoustiques^{22,72}. Pour les modélisations CFD incompressibles, la méthode de Wang^{167,169}, basée sur une vitesse de convection constante des tourbillons dans le sillage, traite ce type de problème mais elle n'est pas applicable à des configurations 3-D pour lesquelles le sillage n'est pas régulier.

Pour obtenir les résultats précédents, les termes volumiques ont donc été spatialement fenêtrés. Dans cette partie, nous illustrons et caractérisons l'effet du fenêtrage afin d'illustrer l'importance de cette opération. En outre, nous proposons une méthode robuste qui puisse être appliquée assez simplement à tout autre type d'écoulement. A cette fin, un cas test 2-D illustratif est développé afin de dimensionner rapidement différents types de fenêtrages.

3.3.3.1 Influence de la troncature

Si aucun fenêtrage n'est appliqué aux termes volumiques, le rayonnement obtenu est représenté sur la figure 3.17(b). Le rayonnement filtré est rappelé sur la figure 3.17(a). Le rayonnement des termes non filtrés est d'allure quadripolaire, contient la fréquence f_0 , et est environ 10 fois supérieur au terme fenêtré. Comme le montre la figure 3.17(b), sans fenêtrage, l'origine du rayonnement n'est pas le cylindre mais la frontière de sortie du domaine aérodynamique. En effet, aux frontières du domaine aérodynamique, l'hypothèse $T_{ij} = 0$ n'est pas vérifiée et des termes sources complémentaires reliés aux surfaces du domaine rayonnent artificiellement.

3.3.3.2 Etude du fenêtrage

Le principe du fenêtrage spatial est de faire tendre les termes sources vers 0 au voisinage de la frontière de sortie du domaine de la CFD. Pour ce faire, nous utilisons la fonction suivante :

$$f(x_1) = 1 - \exp\left(\frac{(x_1 - x_{1max})^2}{2\sigma^2}\right)$$
(3.5)

où x_{1max} est l'abscisse de la frontière de sortie. Pour déterminer la décroissance du filtre sur le domaine, nous imposons la condition $f(x_0) = \alpha$. Les valeurs de x_0 et de α règlent la position du début du fenêtrage sur le domaine source. L'expression de σ est ainsi :

$$\sigma = \left[\frac{-(x_0 - x_{1max})^2}{\ln \alpha}\right]^{1/2}$$
(3.6)

La fonction :

$$f(x_1) = \frac{1}{2} \left[1 + \tanh\left(-\frac{2\pi}{\sigma} \left(x_1 - x_{1max} + \frac{\sigma}{2}\right)\right) \right]$$
(3.7)



Fig. 3.17 – Champs de pression acoustique correspondant à la contribution volumique : (a) avec fenêtrage (niveaux entre -0, 1 Pa et +0, 1 Pa); (b) sans fenêtrage (niveaux entre -1, 0 Pa et +1, 0 Pa).

peut également être utilisée, la longueur σ correspondant alors à la distance à partir de laquelle le fenêtrage est appliqué.

Présentation du cas test

Pour étudier et dimensionner le fenêtrage spatial des données, nous calculons par la méthode des temps avancés le bruit rayonné par un tourbillon parfait convecté au travers d'une frontière fictive. Nous utilisons l'expression du tourbillon de Burgers en coordonnées polaires dans le repère mobile (O', x', y'):

$$u_{\theta}(r) = \frac{\gamma}{2\pi r} (1 - e^{-\frac{r^2}{l^2}})$$
(3.8)

avec $l = 1,25 \times 10^{-2}$ et $\gamma = 0,15$. Le repère mobile se déplace à la vitesse de convection $U_c = 2$ m/s par rapport au un repère fixe (O, x, y), soit, $x' = x + U_c t$. Le domaine sur lequel le tourbillon est défini s'étend de $x_1 = -0,5$ m à $x_1 = 0,5$ m et de $x_2 = -0,5$ m à $x_2 = 0,5$ m.

Le bruit rayonné par ce tourbillon *pour un domaine* V_0 *infini* se calcule en introduisant le champ de vitesse analytique précédent dans l'équation de Lighthill 3.9 :

$$4\pi p_{a}'(\mathbf{x},t) = \frac{1}{c_{\infty}^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} \iiint_{V_{0}(\mathbf{y})} \left[\frac{r_{i}r_{j}}{r^{3}} T_{ij} \right]_{\tau^{*}} d\mathbf{y} + \frac{1}{c_{\infty}} \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V_{0}(\mathbf{y})} \left[\left(3\frac{r_{i}r_{j}}{r^{4}} - \frac{\delta_{ij}}{r^{2}} \right) T_{ij} \right]_{\tau^{*}} d\mathbf{y} + \iiint_{V_{0}(\mathbf{y})} \left[\left(3\frac{r_{i}r_{j}}{r^{5}} - \frac{\delta_{ij}}{r^{3}} \right) T_{ij} \right]_{\tau^{*}} d\mathbf{y}$$

$$(3.9)$$

Nous remarquons que l'intégrale ci-dessus est nulle avec un domaine V_0 infini et pour des observateurs distants, car à chaque instant les fonctions à intégrer sont impaires par rapport au centre du tourbillon,

donc $p'_a(\mathbf{x}, t) = 0.$

Par contre, si le domaine V_0 est borné, alors à la traversée de la frontière nous perdons la propriété de parité des fonctions, et l'intégrale de l'expression 3.9 n'est plus nulle, d'où les sources de bruit numériques. Puisque le calcul analytique de ces intégrales est impossible, nous ne pouvons étudier l'influence de la troncature que de manière numérique en utilisant la méthode des temps avancés.

Bruit parasite

Nous appliquons maintenant la MTA au tourbillon convecté présenté précédemment et nous utilisons pour ce faire la même méthode que pour l'application 2-D sur cylindre (voir partie 2.3.4). Sur la figure 3.18 est donc représenté le bruit rayonné par le domaine source (rectangle blanc au centre des images) pour différentes positions du tourbillon. Le pas de temps est de $\Delta t = 10^{-3}$ s, et le tourbillon est mis en évidence en utilisant des isocontours de la norme des vitesses.



Fig. 3.18 – Calcul du bruit généré par un tourbillon de Burgers convecté dans un domaine fini à 6 instants différents. Le tourbillon est représenté dans le domaine blanc en utilisant des isocontours de la norme de vitesse de 0,5 à 7 m/s. Les niveaux de pression acoustique sont compris entre -2×10^{-2} et 2×10^{-2} Pa.

Lorsque le tourbillon est au centre du le domaine aérodynamique, le bruit rayonné est quasi nul. De légers parasites sont présents car les vitesses ne sont pas rigoureusement nulles aux frontières du domaine aérodynamique et car les temps de propagation ne sont pas totalement négligeables. Au moment de la traversée de la frontière aval par le tourbillon, un fort rayonnement quadripolaire tournant provenant de la frontière est émis. Puis, lorsque le tourbillon quitte le domaine, le bruit rayonné tend rapidement, en quelques centièmes de seconde, vers 0. Le même comportement est observé pour l'application du cylindre 3-D (voir figure 3.17) et le traitement de ce cas 2-D est ainsi bien utile pour analyser les problèmes 3-D.

Effet du fenêtrage

L'effet du fenêtrage (expression 3.5) sur le rayonnement est maintenant étudié pour deux fonctions, l'une vérifiant f(0, 4) = 0, 7 et l'autre f(0, 2) = 0, 7. L'allure du fenêtrage est représentée sur la figure 3.19.



Fig. 3.19 – Représentation de fenêtrages vérifiant : () f(0,2) = 0,7; (– – –) f(0,4) = 0,7. L'axe des abscisses correspond à la longueur du domaine utilisé pour le cas test du tourbillon convecté.

Comme le montre la figure 3.20 sur laquelle les rayonnements sont représentés au même instant, l'effet du fenêtrage est très important. Pour que les effets parasites disparaissent complètement, il faut cependant appliquer le fenêtrage suffisamment en amont de la sortie en comparaison de la taille du tourbillon.

En pratique, pour le cas 3-D sur le cylindre, nous avons fenêtré les données sur la moitié du sillage du cylindre, et la condition $f(2x_{1max}/3) = 0,7$ semble valable pour filtrer correctement le sillage d'un écoulement incompressible. Ce critère n'affecte pas les sources de bruit qui sont localisées dans le proche sillage de l'obstacle.



Fig. 3.20 – Influence du fenêtrage sur le rayonnement acoustique du tourbillon au même instant t = 198 s.

3.4 Extension à un cylindre de longueur quelconque

L'estimation du bruit rayonné par des cylindres de longueur quelconque, voire par tous les types de prismes s'avère important pour de nombreuses applications (bruit d'antenne, bruit d'ailes d'avion à l'atterrissage, bruit de câbles à haute tension ...). La principale difficulté de ce type de calculs est l'obtention des termes sources par un calcul LES qui reste très contraignante en terme de taille de maillage et de temps de calcul. Le but de cette partie est de présenter différentes possibilités pour estimer le rayonnement d'un cylindre de longueur L à partir d'un calcul CFD effectué seulement sur une tranche L_Z de ce cylindre. La problématique et les deux voies de modélisation que nous utilisons sont schématisés sur la figure 3.21.



Fig. 3.21 – Méthodes de modélisation du bruit rayonné par un cylindre de longueur L en utilisant seulement une simulation de dimension transverse L_Z .

En négligeant le rayonnement direct pour les applications à faible nombre de Mach, une manière rapide de traiter le problème est d'utiliser des corrections empiriques⁸⁹ adaptées à des configurations de champ lointain et de cylindres de faible longueur. En revanche, pour des applications en champ proche ou pour des cylindres très longs, ces corrections ne sont pas, ou peu, valables. Nous présentons donc dans cette partie un nouveau traitement statistique des données issues de la CFD qui affine la prédiction des niveaux des spectres. De plus, pour valider et mettre en évidence les avantages de notre modèle, son comportement asymptotique est présenté et analysé et cette étude conduit à la formulation d'une nouvelle correction empirique.

3.4.1 Méthodes existantes

L'estimation, comparable à des mesures, du rayonnement acoustique du cylindre 3-D est difficile puisque seule une tranche de fluide est simulée, alors qu'expérimentalement un barreau beaucoup plus long est utilisé. Le bruit calculé est ainsi plus faible qu'en réalité car toutes les sources de bruit réelles ne sont pas intégrées à la CAA. Afin de prendre en compte cette sous-estimation du calcul, des corrections sont classiquement utilisées dans la littérature.^{132,111,157,158,23} Ces corrections sont tirées des travaux de Etkin *et al.*⁵⁴ ou de Kato *et al.*⁸⁹ qui introduisent des formules empiriques basées sur des estimations de longueurs de corrélation transverses. Le principe de la correction de Kato *et al.* est de calculer l'intégrale de surface de l'équation de FW-H et d'ajouter au résultat une constante dépendant des propriétés de phase des mécanismes aérodynamiques. Pour quantifier la phase, une longueur de corrélation *aérodynamique* $L_C(\omega)$, fonction de la fréquence, est utilisée. Les formules de Kato sont les suivantes :

$$\begin{cases} \text{Si } L_C \leq L_Z , & \overline{p'_{cor}(\omega)^2} = \overline{p'_{ref}(\omega)^2} + 10 \log \frac{L}{L_Z} & (a) \\ \text{Si } L_Z < L_C < L , & \overline{p'_{cor}(\omega)^2} = \overline{p'_{ref}(\omega)^2} + 20 \log \frac{L_C(\omega)}{L_Z} + 10 \log \frac{L}{L_C(\omega)} & (b) \\ \text{Si } L < L_C , & \overline{p'_{cor}(\omega)^2} = \overline{p'_{ref}(\omega)^2} + 20 \log \frac{L}{L_Z} & (c) \end{cases} \end{cases}$$

Dans cette expression, $\overline{p'_{cor}(\omega)^2}$ est la pression acoustique corrigée, $\overline{p'_{ref}(\omega)^2}$ la pression issue du calcul de l'intégrale de surface, L_Z est la longueur transverse du barreau simulé et L est la longueur du barreau dont le rayonnement doit être estimé. Pour déterminer les valeurs de L_C , la fonction de cohérence :

$$\gamma = \frac{|\overline{\hat{p}_1' \hat{p}_2'}^*|}{\sqrt{\overline{p_1'^2}} \sqrt{\overline{p_2'^2}}}$$
(3.11)

entre les fluctuations de pression p'_1 et p'_2 est utilisée en mesurant l'interspectre entre ces signaux. Si p'_1 et p'_2 sont complètement corrélés alors $\gamma = 1$, et si les deux signaux sont complètement décorrélés, $\gamma = 0$. En pratique, il faut donc mesurer simultanément sur le cylindre un signal p'_1 de référence et p'_2 à différentes positions dans la direction transverse x_3 . La longueur $L_C(\omega)$ est déterminée selon le critère $\gamma^2(\omega) = 0, 5$. A la fréquence du lâcher Kato mesure $L_C(f_0) \sim 11$, valeur élevée indiquant que le mécanisme reste longtemps corrélé dans la direction transverse du fait de sa nature quasi 2-D. Des informations sur l'estimation des longueurs de cohérence sont disponibles dans les travaux de Szepessy et Bearman.¹⁵⁹

Ces formules corrigent favorablement les niveaux des spectres numériques mais sont cependant peu appropriées aux calculs du rayonnement associé à des cylindres très longs comme les antennes de toits, les câbles électriques ou les ailes d'avion. En effet, pour les fréquences telles que $L_C < L_Z$ (phénomènes HF), le terme de correction $10 \log(L/L_Z)$ tend vers l'infini lorsque L est très grande devant L_C .

3.4.2 Modèle statistique

Le rayonnement d'un cylindre fictif de longueur L est estimée par l'intermédiaire du terme surfacique de l'analogie de Curle exprimée dans le domaine fréquentiel :

$$\widehat{p'}(\mathbf{x},\omega) = -\int_{-L/2}^{+L/2} \int_{0}^{2\pi} \widehat{p}(\mathbf{y},\omega) \frac{\partial \widehat{G}_{0}}{\partial y_{k}} n_{k} dx_{3} a d\theta$$
(3.12)

Ayant effectué un calcul LES sur un domaine de longueur $L_Z < L$, le terme de pression est ainsi seulement connu sur une petite portion du domaine de dimension L. Les conditions aux limites périodiques du calcul LES sont équivalentes à la propriété de translation suivante :

$$\widehat{p}(x_1, x_2, x_3, \omega) = \widehat{p}(x_1, x_2, x_3 + L_Z, \omega)$$

Le calcul acoustique est ainsi réalisable en utilisant les sources correspondant à toute la longueur L. Cependant, la translation précédente introduit une très forte corrélation entre les termes de pression qui n'est absolument pas physique et qui va avoir des effets constructifs ou destructifs sur le rayonnement. Ce type de calcul sera appelé par la suite *calcul tout corrélé*. Dans le but de diminuer la corrélation artificielle des termes sources, une analyse statistique du bruit rayonné est effectuée en étudiant l'influence des termes sources transversaux. Nous partons de la décomposition de la surface Σ du cylindre de longueur L en N petites tranches de surface Σ_i et de longueur L_i . La pression acoustique s'écrit alors comme la somme de N rayonnements élémentaires $\hat{p'}_i$:

$$\widehat{p'}(\mathbf{x},\omega) = \sum_{i=1}^{N} \widehat{p'}_{i}(\mathbf{x},\omega) = -\sum_{i=1}^{N} \int_{\Sigma_{i}} \widehat{p} \frac{\partial \widehat{G}_{0}}{\partial y_{k}} n_{k} d\Sigma_{i}$$
(3.13)

La DSP de ce signal est donc :

$$\overline{p'^2}(\mathbf{x},\omega) = \sum_{i=1}^N \overline{p'^2_i} + 2\sum_{i=2}^N \sum_{j=i}^{N-1} \overline{Re(\hat{p'_i}\hat{p'_j}^*)}$$
(3.14)

Dans l'expression précédente, le second terme du membre de droite traduit la corrélation des signaux élémentaires $\hat{p'}_i$ et $\hat{p'}_j$. Avec la CFD, ce terme est connu seulement pour $2 \leq i < j \leq n_Z$ (c'est-à-dire sur la longueur L_Z incluse dans L) mais doit être modélisé pour les autres indices. n_Z correspond ainsi au nombre de points de la discrétisation dans la direction x_3 .

La cohérence entre les rayonnements élémentaires pour trois fréquences est représentée sur la figure 3.22. Cette figure montre que les rayonnements associés à f_0 sont extrêmement corrélés sur toute la surface. En revanche, pour les plus hautes fréquences, cette cohérence diminue spatialement très rapidement en fonction de la distance $d_{ij} = |i - j|\Delta x_3$ entre les sources équivalentes. Cette étude statistique repose sur la modélisation de ces cohérences numériques par la fonction exponentielle de la forme $|\gamma_{mod}(\omega)| = \exp(-d_{ij}/L'_C(\omega))$, où L'_C correspond à une longueur de corrélation *acoustique* entre les rayonnements élémentaires. Nous avons déterminé grâce aux courbes de la figure 3.22, que $L'_C(f_0) = 9D$ et $L'_C = 0, 1D$ pour les autres fréquences. L'estimation des constantes précédentes est discutable car les cohérences numériques ne sont pas très bien définies du fait de la durée très courte des signaux disponibles. De plus, si des mécanismes particuliers sont responsables d'un sifflement à une fréquence donnée, le modèle lissera complètement ces effets avec le reste du spectre. En revanche, ces constantes prennent bien en compte le fait que le lâcher à f_0 est cohérent et que les phénomènes HF sont peu constructifs. Le terme de corrélation de l'expression (3.14) est donc évalué par l'intermédiaire de l'expression suivante :

$$\overline{Re(\hat{p}'_{i}\hat{p}'_{j}^{*})} \simeq |\gamma_{mod}(\omega)| \left[Re(\overline{\hat{p}'_{i}\hat{p}'_{j}^{*}}) \right]_{L_{Z}}$$
(3.15)

Le terme entre crochet $[.]_{L_Z}$ correspond à l'interspectre trouvé en appliquant la propriété de translation aux signaux de pression.

Le modèle de corrélation est maintenant appliqué au barreau 3-D. Comme nous n'avons pas de données expérimentales correspondant exactement à notre configuration, la validation du modèle s'effectue par comparaison avec le modèle de Kato qui est utilisé dans toutes les études citées précédemment. Nous choisissons d'extrapoler le rayonnement associé à un cylindre de longueur L = 7D et d'étudier les niveaux de pression à une distance de $r_x = 64D$. Comme le montrent les résultats de la figure 3.23, le modèle statistique augmente le niveau du pic correspondant au Strouhal d'environ 16 dB ce qui est très proche de la correction de Kato (+15,4 dB). La prise en compte de l'étendue des sources de bruit à f_0 est donc tout à fait satisfaisante. L'allure du reste du spectre est lissé comparé au calcul sans correction ou au modèle de Kato. Les effets de confinement de l'écoulement sont donc bien atténués. Nous remarquons en outre qu'une différence d'environ 3 dB existe en HF dont l'interprétation est difficile et qui requiert des données expérimentales précises. La très bonne comparaison avec le modèle de Kato des niveaux de bruit en champ lointain valide notre approche. Pour mettre en évidence les avantages de ce traitement statistique, le comportement asymptotique du modèle est étudié dans le paragraphe suivant.

3.4.3 Comportement asymptotique

En supposant que les fluctuations de portance contribuent principalement au rayonnement, le bruit rayonné \hat{p}'_i par un cylindre élémentaire Σ_i s'écrit en utilisant l'expression 3.13 :

$$\widehat{p}'_{i}(\mathbf{x},\omega) = -\int_{\Sigma_{i}} \widehat{p}(\mathbf{y},\omega) \frac{\partial \widehat{G'}_{0}}{\partial x_{2}} n_{2} dx_{3} a d\theta$$
(3.16)

avec $\widehat{G'_0} = \exp(-ikR)/4\pi R$, $R = (r_x^2 + x_3^2)^{1/2}$ la fonction de Green en espace libre simplifiée pour un observateur situé en $(r_x, \theta_x = 90^o)$. Le bruit rayonné par une petite portion du cylindre est approximativement :

$$\widehat{p}'_{i}(\mathbf{x},\omega) = -\frac{ikar_{x}}{4\pi} \int_{\Sigma_{i}} \widehat{p} \frac{\sin^{2}\theta}{R^{2}} e^{-ikR} dx_{3} d\theta$$
(3.17)





Fig. 3.22 – Représentation de la cohérence entre $\hat{p}_{i=2}$ et \hat{p}_j en fonction de la distance $d_{ij} = |i - j|\Delta x_3$ à 3 fréquences caractéristiques : (- - -) f = 450 Hz, (----) f = 1000 Hz et, (----) f = 2000Hz. La modélisation des cohérences par les fonctions $\exp(-d_{ij}/L'_C)$ est aussi représentée : $(\circ \circ \circ) L'_C = 9D, (\circ \circ \circ) L'_C = 0, 1D.$

Fig. 3.23 – Comparaison des spectres acoustiques en $r_x = 64D$ pour un cylindre fictif de 7D. (---) sans correction, (---) correction de Kato, (----) correction proposée.

Si nous supposons maintenant que pour des barreaux très longs, la phase de l'intégrale n'influence pas l'intensité acoustique à l'observateur (phénomènes très peu corrélés), et si nous supposons que chaque cylindre élémentaire rayonne de manière uniforme, c'est à dire $\hat{p}'_i \sim cst(x_3)$, alors l'expression précédente devient :

$$\widehat{p'_i}(\mathbf{x},\omega) = -\frac{ikar_x K_p}{4\pi} \int_{L_i} \frac{1}{R^2} dx_3$$
(3.18)

où K_p est une constante prenant en compte l'intégration de \hat{p} autour de θ .

En sommant toutes les intégrales correspondant aux rayonnements élémentaires, une approximation possible des niveaux de bruit pour des mécanismes non corrélés est donc :

$$\overline{p_{mod}^{\prime 2}} = \overline{p_{ref}^{\prime 2}} + 10 \log \frac{\arctan\left[\frac{L}{r_x}\right] - \arctan\left[\frac{L_Z}{r_x}\right]}{\arctan\left[\frac{L_Z}{r_x}\right]}$$
(3.19)

En supposant que $L \ll r_x$ et que $L_Z \ll L$, la relation précédente conduit bien à la relation de Kato 3.10(a). Par contre, pour des cylindres infinis, notre correction tend bien vers une constante et non pas vers l'infini comme Kato 3.10.

Sur les figures 3.24(a) et 3.24(b), sont représentés les comportements asymptotiques à f = 2000Hz des différentes formulations en fonction de la longueur L du cylindre, soit : le modèle statistique, la correction de Kato, notre correction et enfin le modèle tout corrélé afin de mettre les mécanismes constructifs en évidence. Sur la figure 3.24(a), nous nous situons en champ lointain ($r_x = 64D$). Pour des longueurs inférieures à L = 25D, les corrections de Kato et le modèle statistique sont équivalents et sont également en très bon accord avec le comportement asymptotique que nous avons développé. Pour de telles longueurs de cylindre, le modèle tout corrélé montre ses limites en surestimant les niveaux de bruit puisqu'il renforce artificiellement les cohérences transverses. Sur la figure 3.24(b), nous sommes plus proche du barreau ($r_x = 20D$) et les différences entre les différentes approches sont maintenant importantes. A partir d'une longueur de L = 15D, la correction de Kato montre ses limites et s'écarte des autres résultats. La différence est d'environ 4 dB pour L = 25D. Hormis la correction de Kato, la différence entre les trois autres méthodes est seulement de un à deux dB. Pour des problèmes de champ lointain, les deux types de corrections peuvent être utilisés sans réelles préférences. En revanche, pour des problèmes de champ proche notre correction ou le modèle statistique donnent des résultats qui semblent plus physiques.



3.5 Conclusions

Dans ce troisième chapitre, les méthodes intégrales sont appliquées à une configuration 3-D. Un calcul LES sur un cylindre à fort nombre de Reynolds est ainsi effectué et les termes volumique et surfacique de l'analogie de FW-H résolus par la méthode des temps avancés. A notre connaissance, il s'agit de l'une des premières fois où le rayonnement direct d'un écoulement 3-D à faible nombre de Mach est calculé en utilisant une méthode analogique.

Le calcul sur le cylindre du sifflement et les structures du rayonnement valident le passage en 3-D de la méthode de calcul aéroacoustique développée. Des enrichissements ont été apportés par rapport à la méthode 2-D avec l'introduction du fenêtrage spatial pour limiter les effets de troncature du domaine aérodynamique et l'utilisation de filtrage temporel pour maîtriser le parasitage HF lié à la dérivation temporelle. Cette application démontre la faisabilité et l'intérêt du calcul du terme volumique pour un calcul 3-D à faible nombre de Mach. La plupart du temps le terme volumique est en effet négligé, mais nos calculs indiquent que cette hypothèse est fausse pour les grands nombres d'ondes devant lesquels les surfaces ne sont pas compactes. La décroissance du terme surfacique en hautes fréquences semble montrer les limites d'utilisation des méthodes analogiques à l'aide de termes sources de nature incompressible. Cependant, il est légitime de supposer que pour de grands nombres d'ondes, le rayonnement réfléchi est du même ordre de grandeur (voire plus petit) que le rayonnement direct. Donc, si ce dernier est correctement estimé, la résolution des méthodes intégrales conserve tout sont intérêt. Selon nous, le seul moyen de trancher définitivement sur cette question fondamentale serait d'effectuer le calcul compressible correspondant.

Dans ce chapitre, nous mettons également en avant l'importance du fenêtrage spatial des termes sources qui n'est pas souvent discuté pour les applications en incompressibles. Afin de limiter les effets de troncature des termes sources, l'influence du fenêtrage spatial est donc analysée. Pour dimensionner les fonctions de fenêtrage, Le bruit numérique généré par le passage de tourbillons au travers d'une frontière est mis en évidence au travers d'un cas illustratif. Le passage du tourbillon génère un fort rayonnement de structure quadripolaire que l'on retrouve avec le calcul 3-D. Le fenêtrage est ainsi étudié et dimensionné. Sur le cas du cylindre, cette opération est vraiment fondamentale car le bruit numérique représente environ 90% du rayonnement réel.

Dans la dernière partie du chapitre, nous nous intéressons au problème d'estimation de bruit rayonné par des cylindres très longs en utilisant seulement une tranche simulée. A cette fin, nous proposons d'une part un modèle statistique basé sur des longueurs qui permet une correction fine des niveaux de bruit. D'autre part, nous donnons une nouvelle correction asymptotique du bruit qui améliore les corrections existantes et qui valide le modèle statistique. La confrontation de ces deux méthodes avec des mesures seraient cependant nécessaire pour valider totalement nos développements.

Chapitre 4

Etude expérimentale d'un demi-cylindre posé sur un plan

4.1 Introduction et objectifs

Comme suite aux développements précédents, nous présentons maintenant les résultats expérimentaux obtenus au cours de la thèse sur la configuration du demi-cylindre. Les objectifs des mesures sont doubles. D'une part nous cherchons à caractériser aéroacoustiquement un écoulement complexe. D'autre part nous souhaitons acquérir une base de données expérimentale permettant la validation de l'application numérique présentée dans le chapitre suivant.

Les mesures aéroacoustiques sont toujours très difficiles à mener puisqu'il faut réussir à caractériser les grandeurs aérodynamiques et acoustiques dans les *mêmes conditions*. La mesure du rayonnement acoustique d'un écoulement implique l'utilisation d'une soufflerie aéroacoustique dont les parois sont traitées par des dièdres limitant les réflexions parasites. De telles souffleries sont peu nombreuses et les mesures ont donc été effectuées dans la soufflerie anéchoïque de l'École Centrale de Lyon.

Nous avons cherché à caractériser au mieux l'écoulement et son rayonnement associé. Plusieurs techniques de mesures ont ainsi été utilisées pour obtenir différents types d'informations. L'anémométrie à fil chaud permet de caractériser l'écoulement amont et le sillage en terme de moyenne, de fluctuation et de spectres de vitesse. La Particle Image Velocimetry (PIV) donne accès aux champs de vitesse instantanés et statistiques dans le sillage. Ce système de mesure est non intrusif et s'avère complémentaire aux mesures par fil chaud toujours délicates dans les sillages. L'acquisition de la pression statique et de la pression fluctuante grâce à des capteurs en parois permet de visualiser la structure du sillage et d'identifier les zones caractéristiques de l'écoulement. Enfin les mesures par microphones placés hors écoulement permettent de quantifier le rayonnement acoustique produit par le demi-cylindre.

Dans la première partie de ce chapitre, nous détaillons les protocoles associés à chaque type de mesure et explicitons leurs objectifs et leurs spécificités. Dans la seconde partie du chapitre, nous décrivons les résultats aérodynamiques et acoustiques obtenus au cours de la campagne d'essai. Dans la soufflerie, les conditions de mesures acoustiques étaient loin d'être idéales. En effet, l'écoulement généré devait être canalisé dans un guide et le montage devait également permettre la mesure du rayonnement sonore en dehors de l'écoulement. La solution adoptée consiste à utiliser un guide d'écoulement réalisé dans un matériau capable à la fois de conduire le fluide et d'être perméable aux ondes acoustiques. Au cours des essais, nous nous sommes cependant aperçus que le bruit de fond du montage était important. Des mesures complémentaires ont donc été réalisées dans la soufflerie EOLE du CEAT qui permet d'obtenir sans guide le même type d'écoulement. La caractérisation de l'écoulement dans cette nouvelle soufflerie démontre que les écoulements obtenus au cours des deux campagnes sont très proches. La confrontation et l'analyse des rayonnements sont ainsi proposées à la fin de ce chapitre. La présentation des résultats aérodynamiques est donnée en annexe du chapitre.

4.2 Moyens de mesures

4.2.1 Caractéristiques de la veine d'essais

La veine d'essais de l'ECL est représentée sur la figure 4.1(a). Il est possible d'y atteindre des vitesses d'écoulement de l'ordre de 50 m/s. La section de la veine d'essais est de 50 cm \times 50 cm (on note L = 50 cm la dimension caractéristique de cette veine).

Plusieurs tronçons constituent la veine. En sortie de convergent, le flux est guidé par une veine rigide en bois et en verre sur une longueur de 3 m. Après cette portion, la veine est composée de 3 tronçons en tissus traités pour l'acoustique, de 1,5 m chacun. Le demi-cylindre (DC) est placé au centre du deuxième tronçon. Le DC a une hauteur H = 20 cm et un diamètre D = 10 cm (voir figure 4.1(b)). Il vérifie ainsi les proportions d'un rétroviseur.

Dans ce chapitre, nous utilisons le repère (x_1, x_2, x_3) d'origine O correspondant au centre du diamètre du demi-cylindre (figure 4.1(b)).

La réalisation des essais dans la soufflerie semi-anéchoique de l'ECL nécessite l'utilisation d'une veine adaptée à nos besoins. Sa conception doit permettre de :

- Guider l'écoulement,
- Ne pas générer de bruit de paroi aérodynamique,
- Atteindre des vitesses d'écoulement comprises entre 25 et 50 m/s,
- Donner accès au rayonnement acoustique en dehors de la zone de l'écoulement,
- Utiliser plusieurs techniques de mesures aérodynamiques (fil chaud, PIV, pressions statiques et fluctuantes).

De plus, le DC doit être facilement démontable pour d'une part l'instrumenter de capteurs et d'autre part réaliser des mesures avec un plancher lisse.



Fig. 4.1 – Photographies de la veine d'essais et du demi-cylindre placés dans la chambre anéchoïque de l'ECL. (a) vue de l'extérieur de la veine : 1- section de mesure en tissu acoustiquement transparent dans laquelle est situé le demi-cylindre ; 2- Section rigide en amont de la section d'essai ; 3- Chambre anéchoïque ; 4- Sortie de la veine vers l'extérieur. (b) vue de l'intérieur de la veine, le demi-cylindre est placé en son centre.

Dimensionnement de la section de mesure

Le rapport d'aspect transverse étant important (L/D = 20%), le confinement de l'écoulement risquait de perturber l'écoulement, tant d'un point de vue aérodynamique (modification des lignes de courant) qu'aéroacoustique (génération de sources parasites due à l'interaction fluide/parois). Pour anticiper et pallier au mieux ce problème, les parois latérales de la veine sont déformées en suivant les lignes de courant de l'écoulement moyen (figure 4.3). Ces dernières ont été prédimensionnées à l'aide d'un calcul stationnaire RANS autour du DC à l'aide du logiciel Fluent. Le domaine de calcul utilisé est grand devant la dimension du DC afin de simuler un écoulement libre (il s'étend de -8D à 30Ddans la direction longitudinale x_1 , de -5D à +5D dans la direction transverse x_2 , et de 0 à 8D dans la direction verticale x_3). Le profil de vitesse à l'entrée de la veine numérique est fixé constant égal à 40 m/s.

Comme le montrent les lignes de courant issues de la simulation et représentées sur la figure 4.2(b), l'effet du blocage vertical (L/H) est presque imperceptible, les lignes de courant restant en $x_3/D = 5$ parallèles au sol. D'après la figure 4.2(a), l'effet du blocage latéral (L/D) reste limité, induisant une courbure des parois latérales correspondant au maximum à une flèche de 2,0 cm en $x_1 = 2D$. C'est avec ces paramètres que la veine a été dessinée et fabriquée. Sa forme finale suit quasi la forme des lignes de courant proche des lignes tracées en rouge sur la figure 4.2(b).

Spécificités techniques

Les parois de la section d'essai sont composées d'un nylon tressé, «acoustiquement transparent », et qui est fixé à un grillage métallique (figure 4.3). Ce type de paroi est sensé être suffisamment raide pour guider l'écoulement, tout en laissant la possibilité aux ondes acoustiques de traverser cette paroi.



Fig. 4.2 – Représentation des lignes de courant issues du calcul stationnaire préliminaire sur le demi-cylindre. (a) dans le plan $x_3/D = 0, 1$ et (b) dans le plan $x_2/D = 0$. Les traits en rouge correspondent à une veine droite de section $5D \times 5D$ et les tirets en bleu montrent la position $x_1/D = 2$ pour laquelle les lignes de courant sont les plus déformées.

Cette solution a déjà été employée dans le cadre du projet PREDIT concernant l'étude d'une marche montante/descendante^{101,115} dans cette soufflerie.

Le plancher est en aluminium anodisé (noir mat) pour limiter les problèmes de réflexions lors des mesures optiques. Il est pré-percé afin de pouvoir l'équiper de capteurs de pression statique et fluctuante. Pour placer un chariot de déplacement en aval du DC, et pour réaliser les mesures par fil chaud, le plancher est également composé de plusieurs plaques interchangeables. Enfin, pour la PIV (Particule Image Velocimetry), les parois acoustiquement transparentes sont remplaçables par des vitres en verre pour donner un accès optique à l'intérieur de la veine. Deux types de parois optiques ont été testées pour étudier la sensibilité de l'écoulement aux parois latérales : Le premier type est composé de parois droites, entièrement en verre (4 mm d'épaisseur). Le second type est constitué d'une portion courbe en tôle qui reprend la même forme que les parois acoustiques. Une zone de mesure optique droite (80 cm \times 40 cm), en verre, est intégrée dans cette tôle. L'ensemble des mesures effectuées démontre que l'écoulement est très peu sensible aux parois latérales. Pour d'éventuelles futures études aérodynamiques dans cette veine, il ne sera sans doute pas nécessaire d'utiliser des parois adaptées à l'écoulement.

Propriétés du demi-cylindre

Le demi-cylindre est conçu en aluminium anodisé. La pièce est creuse et contient 21 capteurs de pression fluctuante et 22 prises de pression statique. Les faces arrière et supérieure sont démontables par simple vissage. Le fond du DC est également percé pour que les câbles et que les tubes en vinyle


Fig. 4.3 – Photographie de l'intérieur de la veine d'essais.

puissent passer. L'ensemble du montage est soudé à un socle usiné qui vient s'insérer parfaitement dans une des lattes du plancher. Pour assurer l'étanchéité du DC, les jonctions entre les pièces sont traitées en utilisant du scotch en aluminium.

4.2.2 Pression statique

Les pressions statiques sont mesurées sur le plancher en aval du DC et sur ce dernier. La position des points de mesure est représentée sur la figure 4.4. Nous avons principalement cherché à caractériser la zone de recirculation où les gradients de pression statique sont les plus importants. Les quelques points sur le DC servent surtout à valider les simulations numériques. Il n'était en effet pas possible de concevoir un unique DC contenant suffisamment de prises de pression pour caractériser précisément la répartition de pression.

L'acquisition de la pression statique est effectuée en utilisant un manomètre auquel sont reliés des tubes en vinyle de diamètre $\phi = 1$ mm fixés sous le plancher par de petits inserts en acier (voir schéma de montage sur la figure 4.5). On utilise la pression atmosphérique comme pression de référence. La grandeur $\Delta p = p - p_{\infty}$ est donc mesurée. L'incertitude de mesure est environ de 10 Pa (qui correspond à la précision du manomètre).

Les pressions statiques sont mesurées pour trois vitesses d'écoulement (30, 40 et 50 m/s), et sont représentées sous forme de coefficients de pression :

$$C_p = \frac{2\Delta p}{\rho_\infty U_\infty^2} \tag{4.1}$$

avec $\rho_{\infty} = 1,22 \text{ kg/m}^3$ (la densité de l'air supposée constante au cours de la journée de mesures). Le coefficient de pression obtenu pour trois vitesses d'écoulement est le même. Nous en déduisons que nous nous situons dans un régime pleinement turbulent. Tous les problèmes de transition sont évités. A l'erreur de mesure près, nous avons vérifié la totale répétabilité, mais également la reproductibilité

de ces mesures[†].



Fig. 4.4 – Position des 76 points de mesures de pression statique sur le plancher et le demi-cylindre, ne sont pas représentés 3 points situés sur la face arrière du DC.



Fig. 4.5 – Méthode de mesure de la pression statique.

4.2.3 Pression fluctuante

4.2.3.1 Technique de mesure

Pour mesurer les fluctuations de pression, nous employons une technique de mesure développée à PSA Peugeot Citroën, basée sur les travaux de Leclercq^{99,100}. Nous utilisons des capteurs à effet électret fixés sous le plancher grâce à des rondelles de caoutchouc isolantes. Les capteurs sont reliés à l'écoulement par l'intermédiaire d'un trou de 0, 8 mm de diamètre qui assure ainsi une faible intégration

[†] La répétabilité est le fait d'acquérir plusieurs fois la même mesure en conservant exactement les mêmes conditions expérimentales et de vérifier que les résultats obtenus sont identiques. La reproductibilité a le même but à la différence que le système est démonté et remonté entre chaque acquisition.

spatiale du champ de pression. Le schéma de montage est tracé sur la figure 4.6.

Les capteurs sont étalonnés en niveau et en phase à l'aide d'un système composé d'une petite cavité comportant une source de bruit blanc et d'un microphone de référence que l'on place sur l'orifice du capteur à étalonner. Cette opération fournit la Fonction de Réponse en Fréquence (FRF) du capteur monté. Cette fonction permet de corriger *a posteriori* les spectres mesurés par le capteur, en divisant celui-ci par la FRF d'étalonnage. Il est à noter que l'acquisition de FRF de l'ensemble des capteurs reste une opération longue et laborieuse. Elle est effectuée une fois pour toutes au début des essais.

Pour trois points situés dans le sillage du DC, les FRF, les spectres non corrigés et les spectres corrigés sont tracés sur la figure 4.7. Sur les FRF, une bosse est observée aux alentours de 2000 Hz. Cette dernière correspond à la réponse acoustique de la cavité résiduelle située entre le capteur et le plancher (équivalent à un résonateur de Helmholtz). Sur les spectres non corrigés, la même bosse est également visible, et devrait normalement disparaître des spectres corrigés. Or, la position et la valeur du pic sont très sensibles à la température ambiante, à la géométrie du système et à l'impédance du milieu. Entre le moment où l'étalonnage est effectué et où les mesures sont réalisées, les caractéristiques du résonateur et du milieu changent et la correction n'est donc pas parfaite. Ceci explique l'allure des spectres corrigés de la figure 4.7(c) au dessus de 2500 Hz.

Cette technique de mesure fonctionne cependant parfaitement en laboratoire, et des études complémentaires sont actuellement menées pour essayer d'améliorer la «portatibilité » de ce moyen de mesure.



Fig. 4.6 – (a) Méthode de mesure de la pression fluctuante. La chaîne d'acquisition est composée de conditionneurs SEUC, d'un Scadas III (64 voies) et d'une station HP C3600. (b) Montage utilisé pour étalonner les capteurs.



Fig. 4.7 – Tracé pour 3 capteurs situés dans le sillage du demi-cylindre $(U_{\infty} = 40 \text{ m/s})$:(a) des FRF d'étalonnage; (b) des spectres non corrigés; (c) des spectres corrigés . Sur la figure de droite, nous observons la difficulté de la correction des spectres par les FRF au dessus de 2500 HZ. Ceci est principalement dû à la variation des caractéristiques du résonateur de Helmholtz, formé par la cavité résiduelle et l'orifice, entre la mesure de la FRF et l'acquisition des spectres.

4.2.3.2 Protocole de mesure

Les capteurs sont reliés à des conditionneurs SEUC et l'acquisition est effectuée par l'intermédiaire d'un Scadas III (64 voies). Les données sont stockées sur une station HP C3600.

La position des points de mesure est montrée sur la figure 4.8. Le choix des positions est orienté vers la caractérisation du sillage qui est (certainement) la zone critique responsable du rayonnement acoustique.

Les mesures sont réalisées en deux temps :

1 - 64 pressions pariétales réparties sur le plancher.

2 - 61 pressions pariétales, réparties sur le plancher et sur le demi-cylindre, plus 3 voies d'acquisitions utilisées pour les mesures de rayonnement acoustique.

Pour chaque configuration, nous avons effectué l'acquisition temporelle simultanée des 64 voies à une fréquence d'échantillonnage de 12 kHz pendant 2 min. L'enregistrement des signaux temporels permet par exemple d'avoir à disposition *a posteriori* les matrices interspectrales et de pouvoir ainsi étudier les cohérences entre chaque paire de signaux. En outre, l'enregistrement des signaux temporels nous a permis d'étudier la sensibilité des mesures au traitement du signal (échantillonnage, nombre de moyennes, filtrage ...).

Les mesures sont réalisées pour les deux configurations de capteurs à des vitesses comprises entre

25 et 55 m/s par pas de 5 m/s. Les mesures donnent des résultats très satisfaisants sur une gamme de fréquence comprise entre 50 et 2500 Hz. Pour des fréquences plus élevées, nous sommes limités par la mesure des FRF d'étalonnage, sensible à la géométrie du système (voir paragraphe précédent). Les mesures des spectres sont répétables et reproductibles à moins de 0,5 dB, même dans les zones les plus perturbées de l'écoulement (en 1/3 d'octaves et en bandes fines).



Fig. 4.8 – Position des 76 points de mesures de pression statique sur le plancher et le demi-cylindre, ne sont pas représentés 3 points situés sur la face arrière du DC.

4.2.4 Fil chaud

Deux types de mesures sont effectués grâce au système de mesure de l'ECL. Le fil est un 55P11 de Dantec et le support de sonde un 55h21. L'anémomètre est un IFA100 et l'analyseur un HP 3567A avec module d'acquisition à 102, 4 kHz. La fréquence d'analyse choisie est de 12, 8 kHz.

D'une part, nous avons cherché à caractériser l'écoulement amont, et d'autre part à mesurer des cartographies de $\bar{u_1}$ et de u_{1rms} (x_1 constant) ou des spectres de vitesse longitudinale.

La caractérisation de l'écoulement amont s'effectue à 5 positions en amont du DC (voir figure 4.9). A l'aide de ces mesures, l'évolution en x_1 de la couche limite est étudiée et la symétrie de l'écoulement est établie ou non. Des cartographies de $\bar{u_1}$ et de u'_1 sont réalisées dans le sillage pour trois positions, $x_1/D = 1, 5, x_1/D = 2, 5$ et $x_1/D = 5, 5$. Chaque plan de mesure est composé d'environ 200 points. Les spectres sont mesurés pour environ 50 positions dans le sillage en $x_1/D = 1, 5$ et $x_1/D = 2, 5$.

4.2.5 PIV

L'objectif de ces mesures est d'obtenir des champs de vitesse instantanés et statistiques (moyenne et fluctuation) en différentes zones de l'écoulement. Les grandeurs statistiques seront comparées aux mesures par fil chaud. Pour des contraintes de temps (une semaine d'essais, montage et démontage compris), les mesures sont toutes réalisées à la vitesse de 40 m/s.



Fig. 4.9 – Position des 5 sondages de couche limite en amont du demi-cylindre : trois profils en $x_1/D = -8$, -12, et -16 pour $x_2 = 0$, et deux profils en $x_1/D = -12$ pour $x_2/D =$ +/-L/4 pour contrôler la symétrie.



Fig. 4.10 – Montage du fil chaud en aval du demi-cylindre. Le fil chaud est monté sur un déplacement en x_2 (portion en noir sur le plancher).

4.2.5.1 Principe de la PIV

La technique de mesure par PIV (Particule Image Velocimetry) consiste à évaluer statistiquement la vitesse instantanée du fluide dans un plan de l'écoulement^{3,171,92}. Le principe de ce moyen de mesure, optique et non intrusif, est résumé sur la figure 4.11, tirée de Vartanian¹⁶⁵.



Fig. 4.11 – Principe de la mesure PIV, tiré de Vartanian.¹⁶⁵

Pour réaliser les mesures, le matériel utilisé est :

- Une source laser mini NdYag à double impulsion (Big Sky Laser 532nm, 2×120 mJ), équipée d'un système optique à divergence réglable (40°).
- Une caméra Hisense Dantec avec capteur CCD 1024×1280 Sony 12 bits.
- Des objectifs Nikor 28, 35 et 105 mm équipés d'un filtre interférentiel à 532 nm permettant de travailler à lumière ambiante (bande passante 3 nm).
- Flowmap systemHub de Dantec, avec module de stockage de 32 Go pour des acquisitions à 4 Hz.

• Le traceur est de l'huile d'olive pulvérisée à froid grâce à un caisson pressurisé.

4.2.5.2 Méthode de post-traitement

L'objectif de ce paragraphe est d'expliquer les choix que nous avons effectués pour traiter les images et calculer les champs de vitesse associés. Pour notre probléme, nous cherchons à obtenir une description satisfaisante à la fois de l'écoulement moyen, mais aussi de la partie fluctuante. La notion d'erreur est très difficile à quantifier en PIV. Elle peut provenir à la fois de la prise des images (choix de Δt , ensemencement, codage de l'image, comportement 3-D de l'écoulement...) et/ou du traitement de celles-ci (méthode d'intercorrélation). Dans cette étude, nous cherchons à tester différents traitements existant pour choisir le plus intéressant, en termes de rapidité, d'espace mémoire et de qualité.

Les choix à faire portent d'une part sur la méthode d'intercorrélation à retenir pour estimer les vitesses instantanées (intercorrélation simple, méthodes d'intercorrélation avancées), et d'autre part sur le nombre de paires d'images à traiter pour obtenir des champs statistiques acceptables. Dans cette étude, l'intervalle de temps entre deux images est de $\Delta t = 20 \ \mu$ s. Ce choix est en effet un bon compromis pour obtenir un déplacement satisfaisant des particules sur l'ensemble de l'image. La taille des fenêtres d'interrogation est de 32×32 pixels.

Détermination du nombre de paires d'images

Au début des essais, plusieurs tests préliminaires ont été réalisés. En particulier, nous avons effectué une mesure PIV dans le plan $x_2 = 0$ en utilisant 1000 champs instantanés. A partir de cette acquisition, la convergence cumulée des grandeurs statistiques pour quatre zones de l'écoulement est calculée. Les vitesses sont obtenues en utilisant une intercorrélation adaptative avec trois itérations. Sur la figure 4.12, pour chacune des quatre positions, les vitesses moyennes convergent très rapidement en fonction du nombre de champs, soit environ 100-200 champs. La convergence des grandeurs fluctuantes est moins régulière, principalement dans les zones à forts gradients de vitesse. Nous estimons que l'utilisation de 400 champs instantanés est suffisante. Ce choix est un bon compromis entre capacité de stockage et qualité du résultat. Nous avons conservé ce paramètre pour presque toutes les acquisitions, sauf pour les agrandissements sur la couche de cisaillement pour lesquels 1000 champs sont utilisés.

Choix de la méthode d'intercorrélation

Sur la figure 4.13, sont comparées trois méthodes d'intercorrélation (simple, adaptative et adaptative avec déformation de fenêtre) en deux points de l'écoulement (figures 4.13(a) et (b) au cœur de la recirculation, et figures 4.13(c) et (d) au-dessus du sillage). Nous remarquons que suivant la zone de l'écoulement considérée, les trois méthodes peuvent ou non converger vers des résultats identiques.



Fig. 4.12 – Etude de la convergence cumulée des grandeurs statiques en utilisant une méthode d'intercorrélation adaptative. (b) $\bar{u_1}$;(c) u'_1 (vitesses en m/s). La position des sondes est représentée sur la figure (a).

Ainsi, sur la figure 4.14, nous comparons les profils de vitesses statistiques pour différentes zones. Dans la zone de recirculation (figures 4.14(a) et (d)), les méthodes conduisent à des résultats similaires. Ceci, malgré de forts gradients de vitesse et des fluctuations de l'ordre de 50-100%. Dans la partie supérieure du DC, en $x_3/D = 2$ (figures 4.14(b) et (e)), les méthodes sont à nouveau équivalentes jusqu'à une distance d'environ 2, 5D en x_1 . Cependant, en s'éloignant du DC ($x_1/D > 2, 5$), des écarts de l'ordre de 5-10 % sur les vitesses moyenne et de 25-50 % sur la partie fluctuante sont visibles. Le même comportement est identifiable sur les profils situés encore plus haut ($x_3/D = 2, 5$) mais à une distance de 1, 5D du DC. Les différences sont alors de l'ordre de 10-20 % sur $\bar{u_1}$ et au maximum de 100 % sur u'_1 .

Les différences principales se situent donc dans les zones où l'écoulement est assez peu perturbé avec des taux de turbulence faibles, de l'ordre de 1-2 % (ce qui est environ le taux de turbulence de la soufflerie). La méthode la plus appropriée pour traiter ce type d'écoulement (fortement 1-D, peu turbulent) est la méthode adaptative avec déformation de fenêtre. Pour de telles conditions, la méthode d'intercorrélation simple tend à surestimer les fluctuations et à sous-estimer les vitesses moyennes¹⁴⁹. L'écart entre les méthodes adaptative et adaptative avec déformation de fenêtre n'est pas négligeable, mais les allures des profils restent cependant proches et sont du même ordre de grandeur. Nous avons donc choisi la méthode d'intercorrélation adaptative pour traiter l'ensemble des champs PIV.

4.2.5.3 Validation des mesures

L'erreur de la mesure PIV est difficilement quantifiable car de nombreux facteurs entrent en jeu. Les premiers sont liés à la prise de l'image¹³⁷ (partie de gauche de la figure 4.11). Les seconds facteurs sont liés au traitement mathématique des images et induisent des biais de vitesse inhérents à la mesure¹⁷² (partie de droite de la figure 4.11). Pour évaluer les erreurs de mesure, la seule véritable solution est donc de comparer les résultats PIV à d'autres moyens de mesures (fil chaud, Laser Doppler



Fig. 4.13 – Comparaison des convergences cumulées en utilisant 3 méthodes de calcul : ($\diamond \diamond \diamond$) corrélation simple;($\times \times \times$) Méthode adaptative; ($\circ \circ \circ$) Méthode adaptative avec déformation de fenêtre. Sur les figures (a) et (b) la position du point sonde est ($x_1/D = 1, x_2/D = 0, x_3/D = 1$) et sur les figures (c) et (d) ($x_1/D = 2, x_2/D = 2, x_3/D = 2$)



Fig. 4.14 – Comparaison des profils longitudinaux en $x_2 = 0$ de vitesse moyenne et fluctuante obtenus par trois méthodes différentes : ($\diamond \diamond \diamond$) corrélation simple ;($\times \times \times$) méthode adaptative ; ($\circ \circ \circ$) méthode adaptative avec déformation de fenêtre. La position des profils est : (a) et (d) $x_3/D = 1$; (b) et (e) $x_3/D = 2$; (c) et (e) $x_3/D = 2, 5$.

Velovimetry). Nous proposons ici une comparaison des profils PIV à des profils mesurés par fil chaud.

Sur la figure 4.15, sont comparés des profils transverses moyens et fluctuants à une hauteur de $x_3/D = 1$ en deux positions dans le sillage, respectivement 1,5D et 2,7D.

A 1,5D, figure 4.15(a), l'écart entre la PIV et le fil chaud au centre du sillage sur u_1 est très important. Ceci est lié à la mesure au fil chaud dans cette zone. En effet, l'angle formé par l'écoulement moyen et le fil est supérieur à 20° et des problèmes de sur-oscillation biaisent la mesure. Avec ces limitations, l'allure des courbes est donc satisfaisante. Plus en aval dans le sillage (figure 4.15(c)), la comparaison des grandeurs moyennes est bien meilleure avec un écart de seulement 10-15%. La comparaison des fluctuations de vitesse en 1,5D et 2,7D(figure 4.15(c) et (d)) est très satisfaisante dans les zones très cisaillées et donc fluctuantes. L'écart est alors de l'ordre de 10%. Au centre de l'écoulement, la PIV surestime les fluctuations de vitesse par rapport à la mesure par fil chaud. Nous retrouvons bien les tendances présentées au paragraphe 4.2.5.2.

Au vue de l'ensemble de cette étude, il semble tout à fait cohérent de situer l'incertitude de mesure aux alentours de 10-15 %. Cette erreur est étroitement liée à la zone de l'écoulement que nous cherchons à qualifier. Selon les résultats des figures 4.14(c) et (f), les zones les moins perturbées sont les plus difficiles à mesurer. Toutefois, pour notre problème aéroacoustique, ce sont les zones qui participent le moins à la production de bruit et donc pour lesquelles les erreurs sont le moins sensible.



Fig. 4.15 – Comparaison des profils transversaux en $x_3/D = 1$ obtenus par PIV et fil chaud : (------) PIV; ($\circ \circ \circ$) FIL chaud. (a) et (b) $x_1/D = 1,5$;(c) et (d) $x_1/D = 2,7$.

4.2.6 Mesures de rayonnement acoustique

Pour les mesures de spectres de pression acoustique et de directivité, nous utilisons un arc circulaire de rayon r = 1 m sur lequel sont répartis 11 microphones B & K 1/4" 4135 (voir figure 4.16). L'antenne est fixée sur un chariot rotatif autour de l'axe vertical x_3 donnant un débattement de $\theta = -60^{\circ}$ à $\theta = +60^{\circ}$ par pas de $\Delta \theta = 10^{\circ}$. $\theta = 0^{\circ}$ correspond à la direction x_2 . Son axe passe par l'origine O du DC.

L'élévation des microphones est notée ϕ . Elle est comprise entre $\phi = 15^{\circ}$ et $\phi = 165^{\circ}$ par pas de $\Delta \phi = 15^{\circ}$. 11 × 13 points de mesure sont donc disponibles. Chaque microphone est étalonné grâce à un pistonphone (94 dB à 1000 Hz). Le bruit rayonné est étudié pour une gamme de vitesse comprise entre 25 et 55 m/s par pas de 5 m/s.



Fig. 4.16 – Photographie de l'antenne de directivité.

4.3 Etude de l'écoulement

4.3.1 Caractérisation de l'écoulement amont

L'évolution en x_1/D des profils de couche limite et des fluctuations mesurés pendant nos essais est tracée sur la figure 4.17. La couche limite (CL) est très épaisse ($\delta = 7 - 8$ cm) et ces résultats ne sont pas cohérents avec le comportement observé avec une veine entièrement rigide. Classiquement, dans cette soufflerie, les mesures sur des veines rigides montrent que la CL est turbulente et pleinement développée, d'une épaisseur de $\delta = 2 - 3$ cm. L'étude en variables internes de nos profils montre que la CL est pleinement développée (voir figures 4.17(b)-(c)). Les coefficients de frottement sont très petits (respectivement $C_f = 2, 61 \times 10^{-3}, 2, 85 \times 10^{-3}$ et $2, 78 \times 10^{-3}$ en -8D, -12D et -16D) traduisant le caractère très lisse du plancher en mélaminé. La symétrie de l'écoulement amont est bien vérifiée.

4.3.2 Analyse des grandeurs moyennes et statistiques

4.3.2.1 Coefficient de pression

Sur les figures 4.18 et 4.19, le coefficient de pression sur le plancher est représenté sous forme de cartographie et de profils. Le sillage est très légèrement dissymétrique.

La dépression maximale se situe en $x_1/D = 0, 9$, le coefficient de pression vaut alors $C_{pmin} = -0, 6$. La longueur de recirculation sur le sol est de $L_r = 1, 6D$ ($C_p = -0, 61$). A partir de trois diamètres dans le sillage, l'influence du DC sur la pression statique est négligeable ($p \sim p_{\infty}$).

La répartition de C_p sur le DC est tracée sur la figure 4.20. Sur la ligne centrale $x_2 = 0$, le coefficient de pression est plus faible près du sol qu'en $x_3/D = 1,65$. Ce résultat est certainement induit par les efforts exercés par le tourbillon en fer à cheval situé autour de la base de l'obstacle. Les profils de C_p sur des lignes verticales montrent d'une part que les efforts sont pratiquement symétriques, d'autre



Fig. 4.17 – Profils des vitesses moyennes et fluctuantes dans la couche limite en amont du demi-cylindre : ($\circ \circ \circ$) $x_1/D = -8$; ($\diamond \diamond \diamond$) $x_1/D = -12$ et ($\times \times \times$) $x_1/D = -16$. Sur la figure (b), le trait plein correspond à un profil de couche limite théorique dans la zone log : $u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C$, avec $\kappa = 0, 41$ et C = 5.

part que les efforts sont plus importants au sommet du DC qu'à sa base.



Fig. 4.18 – Coefficient de pression sur le plancher. La vitesse de l'écoulement est de $U_{\infty} = 40$ m/s. Les niveaux sont compris entre -0,5 et 0,0.



Fig. 4.19 – Profils du coefficient de pression sur le plancher. Figure (a), C_p selon la ligne longitudinale $x_2/D = 0$. Figure (b), C_p selon des lignes transversales : (×) $x_1/D = 0, 8$; (\diamond) $x_1/D = 1, 9$;(\diamond) $x_1/D = 4, 5$.



Fig. 4.20 – Coefficient de pression sur le demi-cylindre. Figure (a), C_p selon des lignes horizontales : (\circ) $x_3/D = 1,65$; (\diamond) $x_3/D = 0,2$. Figure (b), C_p selon des lignes verticales : (\circ) $\theta = -20^o$; (\Box) $\theta = -160^o$;(\diamond) $\theta = -55^o$; (+) $\theta = -125^o$; (\times) $\theta = -90^o$.

4.3.2.2 Champs de vitesses

Sur la figure 4.21, nous montrons la norme 2-D de la vitesse moyenne et les champs de vecteurs (figures de gauche), les fluctuations u'_1 (figures du centre), u'_2 ou u'_1 (figures de droite).

La zone de recirculation est nettement visible sur les figures 4.21(a) et (d). Le mouvement moyen suivi par le fluide pour contourner le DC est complexe : sur la figure 4.21(d), deux bulles de recirculation symétriques sont présentes dans le plan (x_1, x_2) . Sur la figure 4.21(a), nous mettons en évidence une recirculation dans le plan (x_1, x_3) . En utilisant différents plans PIV, nous représentons sur la figure 4.22 la position qui correspond au centre de la recirculation (autour de ces points, les vecteurs vitesse sont concentriques). Comme pour le cas de l'écoulement derrière un cube une allure en fer à cheval est mise en évidence^{83,96}. La distance moyenne du fer à cheval au DC est de 0, 5*D*. Une petite recirculation est également présente au-dessus de la face supérieure du DC.

Pour que la conservation de la quantité de mouvement soit vérifiée, la recirculation et le reste du sillage doivent pouvoir «communiquer ». Les différents plans à iso- x_3 montrent que le sillage s'élargit significativement en x_2 lorsque l'on se rapproche du sol. A une distance de 2D, le sillage a une largeur d'environ $\Delta x = 1,2D, 1,5D, 2,0D$ et 2,5D pour des hauteurs respectives de $x_3 = 1,75D, 1,5D, 2,0D$ et 2,5D. Il semble donc que l'écoulement s'échappe principalement de la recirculation par le bas. L'origine de l'alimentation de la recirculation est moins facilement identifiable et provient certainement à la fois de la partie cisaillée supérieure et des cisaillements latéraux. La dimension caractéristique des couches de cisaillement est $\delta = 0, 1D$ (figures 4.21(a) et (g)).

Les fluctuations les plus élevées (100 %) dans la direction x_1 sont principalement localisées dans les zones fortement cisaillées (figure 4.21(e)). Le maximum des fluctuations dans les deux autres directions est atteint en $x_1/D \sim 2$. D'après la figure 4.21(c), les fluctuations verticales sont aussi intenses que les fluctuations transverses, mais sont situées seulement dans la zone cisaillée supérieure.

Sur les figures 4.23(a)-(d), nous représentons les cartographies de vitesse moyenne longitudinale



Fig. 4.21 – Champs moyens obtenus par PIV pour trois plans caractéristiques de l'écoulement : à gauche, la norme 2-D de la vitesse moyenne et les vecteurs vitesse, au milieu les fluctuations selon x_1 et, à droite les fluctuations selon x_2 ((f) et (i)) et x_3 (c). Les figures (a), (b) et (c) correspondent au plan $x_2 = 0$, les figures (d), (e) et (f) au plan $x_3/D = 1$, et les trois autres figures à un zoom sur la couche de cisaillement en $x_3/D = 1$.

dans différents plans x_1/D obtenues par fil chaud. Comme le montrent ces figures le sillage s'aplatit et s'élargit en fonction de la distance au DC, confirmant l'analyse précédente des champs PIV. A une distance de 5D, cependant, le sillage se divise en deux zones quasi symétriques qui s'écartent de plus en plus vers l'aval (figures 4.23(c) et (d)). L'écoulement qui s'échappe de la recirculation doit donc suivre ces «tunnels », mais il est difficile avec ces simples mesures d'interpréter ce comportement. L'analyse de la simulation correspondante dans le chapitre suivant permettra d'analyser plus finement cette structure d'écoulement.



Fig. 4.22 – Mise en évidence du centre de la recirculation dans le sillage du demi-cylindre. Les points correspondent aux centres autour desquels les vecteurs vitesse sont concentriques. Trois de ces points sont par exemple identifiables sur les figures 4.21(a) et (d).



Fig. 4.23 – Cartographies de $\bar{u_1}$ dans des plans x_1/D constants obtenus par fil chaud. La position des plans est : (a) et (e) $x_1/D = 1,5$; (b) $x_1/D = 2,7$; (c) $x_1/D = 5,5$; (d) $x_1/D = 7,5$. Les niveaux de vitesse moyenne sont compris entre 0 et 45 m/s.

4.3.3 Caractérisation des phénomènes instationnaires

Deux fréquences caractéristiques émergent des spectres effectués dans le sillage du DC (fil chaud et pression fluctuante). Sur la figure 4.24(a), nous mettons en évidence l'existence d'un lâcher tourbillonnaire de type Kármán. La fréquence du lâcher à $U_{\infty} = 40$ m/s est de $f_0 = 72$ Hz. Le nombre de Strouhal correspondant est de S= 0,18. La loi d'évolution de cette fréquence en fonction de la vitesse de l'écoulement est étudiée dans le paragraphe 4.4.2. Des visualisations de l'écoulement par tomographie ont montré que la structure du lâcher était antisymétrique (battement alterné de type allées de Kármán)[†]. Sur les quatre champs instantanés de la figure 4.25 issus de la PIV, nous montrons le battement du sillage à la fréquence f_0 . La dimension caractéristique des structures cohérentes à f_0

[†]Dans le cas d'un cylindre monté sur un plan d'un rapport d'aspect H/D = 2, le lâcher est symétrique^{125,90,124}.

est comprise entre 1*D* et 1, 5*D*. Sur les figures 4.25 et 4.26, nous traçons également les isoncontours du critère *Q* en 2-D ($Q = u_{1,1}u_{2,2} - u_{1,2}u_{2,1}$, voir chapitre 3, paragraphe 3.2.3.1) qui mettent en évidence la présence de nombreuses petites structures dans les couches cisaillées verticale ou horizontale. En revanche, la topologie des tourbillons à f_0 doit être fortement 3-D puisque nous ne réussissons pas à les isoler sur ces figures.

La seconde fréquence est localisée dans la couche de cisaillement supérieure. Cette fréquence est peut-être reliée à des instabilités de Kelvin-Helmholtz et vaut environ $f_{KH1} = 225$ Hz (figure 4.24(b))[†]. Comme pour l'écoulement derrière un cylindre, la trace des instabilités sur les spectres au fil chaud est une large bosse. Celle-ci traduit le caractère intermittent du phénomène. A une distance de 1.5*D*, la détection de ces structures est limitée entre $x_2 = -0, 4D$ et $x_2 = 0, 4D$. Les structures correspondant à cette fréquence sont représentées sur la figure 4.26 par l'intermédiaire du critère *Q*. On remarque sur cette figure que l'espacement entre les tourbillons n'est pas du tout constant en fonction des images. Il s'échelonne entre 0, 2*D* et 1*D*. Ce comportement est lié à l'intermittence du mécanisme.



Fig. 4.24 – DSP de la composante u_1 de la vitesse. Sur la figure (a), les points sont situés dans le sillage du DC, en (-----) (1,5D;0,5D;(----)) (1,5D;0,5D;(----)) (1,5D;0,5D;(----)) (1,5D;0,5D;(----)) (1,5D;0;2D). Sur la figure (b), la couche cisaillée supérieure est parcourue : (-----) (1,5D;0;2D); (-----) (1,5D;0;2,2D); (-----) (1,5D;0;2,2D); (-----) (1,5D;0;2,2D); (-----) (1,5D;0;2,2D); (-----)

4.3.4 Analyse des pressions pariétales

Description générale

La signature du lâcher tourbillonnaire à $f_0 = 72$ Hz (voir figure 4.27(a)) se caractérise par deux zones de forte pression situées symétriquement derrière le DC. Les niveaux maxima sont localisés à 2D et sont de l'ordre de 115 dB à 120 dB. Nous remarquons de plus que sur la ligne centrale $x_2 = 0$, le lâcher n'est pas visible.

[†]Il est difficile de caractériser précisément la nature de ce phénomène. Cependant, les visualisations des champs PIV instationnaires de la figure 4.25 ainsi que les résultats numériques du chapitre 5 tendent à confirmer cette hypothèse.



Fig. 4.25 – Champ de vitesse u_1 dans le plan $x_3/D = 1$ pour 4 instants différents. Les niveaux de vitesse sont compris entre -15 m/s et 50 m/s. Les isocontours du critère Q en 2-D sont également tracés sur les figures afin de mettre en évidence la présence de structures cohérentes dans les couches cisaillées latérales.



Fig. 4.26 – Champ de vitesse u_1 dans le plan $x_2/D = 0$ pour 4 instants différents. Les niveaux de vitesse sont compris entre -15 m/s et 50 m/s. Les isocontours du critère Q en 2-D sont également tracés sur les figures.

Pour f = 144 Hz, la répartition de pression correspondant au premier harmonique de f_0 est tracée sur la figure 4.27(b). La trace de cet harmonique est la plus forte selon la ligne $x_2 = 0$ et s'étend sur une large zone derrière le DC. Nous reviendrons au chapitre 5 sur l'analyse de ces répartitions grâce à l'analyse du calcul LES.

A 500 Hz, voir figure 4.27(c), la répartition de pression est différente. Les couches de cisaillement latérales sont désormais les lieux où les niveaux de pression sont les plus forts. Le même comportement est valable pour toutes les fréquences plus élevées et en particulier à 1000 Hz (figure 4.27(d)). Les couches de cisaillement produisent donc un champ de pression très large bande et très intense en comparaison du reste du sillage.

Analyse des DSP

Les DSP de la figure 4.28(a), situées à environ 1*D* du DC, montrent que le pic à f_0 émerge de 15 dB. Au centre de la recirculation, la fréquence f_0 n'est pas visible et seul l'harmonique $2f_0$ présente un pic de 4 dB. Les niveaux des fluctuations de pression sont plus forts entre les couches de cisaillement, et donc dans la zone de recirculation. L'allure des DSP reste cependant similaire pour toutes les positions.

A une distance de 3, 3D et 6, 5D, figures 4.28(b) et (c), les DSP ont des allures et des niveaux quasi égaux. La pente des DSP au-dessus de 250 Hz est proche de -2, 33 ($\sim -7/3$). De plus, le pic à la

fréquence du lâcher émerge de 8-10 dB des DSP : les structures cohérentes liées à cette fréquence sont donc convectées très loin dans le sillage.

Les DSP mesurées sur le DC sont tracées sur la figure 4.29. Pour l'ensemble du spectre, les fluctuations de pression sont les plus fortes pour les hauteurs inférieures à 0,7D (en particulier à la base du DC), ainsi que sur les côtés du DC. Sur la ligne verticale $\theta = -20^{0}$, le niveau du pic à f_{0} varie entre 115 dB et 130 dB. Le lâcher est le plus marqué sur le DC en $x_{3}/D = 1, 1$ et $\theta = -20^{o}$.



Fig. 4.27 – Cartographies du champ de pression pariétale à : (a) f = 72 Hz; (b) f = 144 Hz; (c) f = 500 Hz; (d) f = 1000 Hz.



Fig. 4.28 – DSP de pression pariétale selon des lignes à x_1 constant : (a) $x_1/D = 1, 1$; (b) $x_1/D = 3, 3$; (c) $x_1/D = 6, 5$.



Fig. 4.29 – DSP de pression pariétale sur le demi-cylindre sur : (a) la ligne horizontale $x_3/D = 1,7$; (b) la ligne horizontale $x_3/D = 0,5$; (c) la ligne verticale $\theta = -20^{\circ}$.

Etude de la cohérence dans la direction longitudinale

Sur les figures 4.30(a) et 4.30(b), les cohérences sans le demi-cylindre (plancher lisse) selon des capteurs situés sur deux lignes $x_2/D = 0, 25$ et $x_2/D = 1, 0$ sont représentées[†]. Les résultats obtenus sont similaires selon les deux lignes de capteurs. L'écoulement sans DC est donc quasi uniforme dans cette section de la veine. En outre, l'allure des courbes de cohérence correspond aux résultats obtenus pour une couche limite turbulente, comme le montrent par exemple Farabee et Casarella⁵⁷ ou Leclercq.⁹⁹ La décroissance de la cohérence en fonction de la distance ou de la fréquence entre deux capteurs est liée à la taille caractéristique des structures turbulentes dans cette zone. En effet, la convection de structure par l'écoulement moyen tend à détruire ces dernières. Or, plus les structures sont petites, plus elles sont «fragiles » et disparaissent rapidement. On retrouve, comme d'autres auteurs^{57,99}, sur les figures 4.30(a) et 4.30(b) le décalage vers les basses fréquences de la position du maximum de corrélation en fonction de la distance : au-delà d'une certaine dimension les grosses structures sont détruites par le cisaillement moyen.

Les même courbes, mais cette fois *avec le demi-cylindre* sont représentées sur les figures 4.31(a) et 4.31(d). Les courbes de cohérences selon deux autres lignes de capteurs sont tracées sur les figures 4.31(c) et 4.31(d).

Le DC modifie profondément l'allure des courbes de cohérences. Sur les quatre figures, la cohérence associée à f_0 est comprise entre 0,4 et 1,0. De plus, dans le proche sillage, tout phénomène convectif audessus de 500 Hz est inexistant (figure 4.31(a)). Sur les figures 4.31(b) et 4.31(c), la valeur des maxima de cohérence varie de 0,35 à 0,05 entre 400 Hz et 250 Hz. Ces maxima correspondent certainement aux structures qui sont convectées dans les couches de cisaillement (voir les visualisations instantanées de l'écoulement de la figure 4.25). La présence de petites structures associées à des fréquences comprises entre 500 et 2500 Hz est seulement détectée en dehors de la recirculation (courbes en noir des figures 4.31(b)-(c) et (d)).

[†] Les deux signaux de référence sont positionnés en $x_1/D = 0, 5$.

Des courbes de cohérences entre capteurs sur le DC sont présentées sur les figures 4.32(a)-(d). Sur les quatre figures, à f_0 et entre les capteurs les plus proches, la cohérence est comprise entre 0,6 et 0,7. Pour des capteurs plus éloignés, beaucoup moins de cohérence est mesurée ($\gamma \sim 0, 2$). Pour des fréquences inférieures à 500 Hz, l'allure des courbes de cohérence est la même que celle obtenue sur le plancher (figures 4.30(a)-(d)), et ce dans les directions transverses (figures 4.32(a)-(b)-(c)) et angulaire (figure 4.32(d)).

Selon les lignes horizontales $x_3/D = 1,7$ et $x_3/D = 1,1$ (figure 4.32(a)), nous détectons un maximum de cohérence ($\gamma = 0,2$) à 1150 Hz. Ce comportement semble lié aux structures présentes dans les couches de cisaillement verticales mises en évidence sur les champs PIV de la figure 4.26. Un maximum est également détecté à 500 Hz en $x_3/D = 0,5$. La cohérence de 0,1 observée au-dessus de 1500 Hz sur la courbe en noir de la figure 4.32(d) n'est pas expliquée.



Fig. 4.30 – Tracé des cohérences sur le plancher sans le demi-cylindre à 40 m/s selon deux lignes de capteurs situées en : (a) $x_2/D = 0,25$ et (b) $x_2/D = 1,0$.



Fig. 4.31 – Tracé des cohérences sur le plancher avec le demi-cylindre à 40 m/s selon quatre lignes de capteurs situées en : (a) $x_2/D = 0,25$; (b) $x_2/D = 0,5$; (c) $x_2/D = 0,75$ et (d) $x_2/D = 1,0$.

Influence de la vitesse moyenne sur les spectres de pression pariétale

Sur la figure 4.33, l'influence de la vitesse moyenne de l'écoulement sur les DSP de pression pariétale est mise en évidence. Pour des fréquences supérieures à 200 Hz, le niveau des DSP augmente en fonction de la vitesse, et comme le montre la figure 4.33(b), de manière plus prononcée à l'extérieur



Fig. 4.32 – Tracé des cohérences sur le demi-cylindre à 40 m/s selon quatre lignes de capteurs situées en : (a) $x_3/D = 1,7$; (b) $x_3/D = 1,1$; (c) $x_3/D = 0,5$ et (d) $\theta = -20^{\circ}$.

de la recirculation. Le comportement en basse fréquence est en revanche moins systématique. Il est en effet possible d'observer la tendance inverse. D'après la figure 4.33(a), les niveaux aux alentours de 100 Hz à 50 m/s sont en effet de 4 dB moins forts qu'à 30 m/s.



Nous nous intéressons désormais plus particulièrement à l'influence de la vitesse moyenne sur le mécanisme de lâcher tourbillonaire. L'évolution de la fréquence $f_0(U_{\infty})$ en fonction de la vitesse de l'écoulement moyen U_{∞} est ainsi tracée sur la figure 4.34.

Sur la figure 4.35 nous représentons, pour la fluctuation de pression pariétale, l'évolution du niveau du pic à $f_0(U_{\infty})$ en fonction de la vitesse de l'écoulement moyen le long de deux lignes $x_2/D = 0, 5$, figure 4.35(a), et $x_2/D = 0, 75$, figure 4.35(b). Les niveaux de pression s'échelonnent entre 119 dB et 126 dB. Selon ces lignes de capteur, les différentes zones de l'écoulement sont traversées (cisaillement, recirculation, recollement et sillage).

Sur la cartographie 4.35(a), la trace du lâcher est la plus forte entre 1,5D et 2,5D, c'est-à-dire, autour du recollement de l'écoulement moyen. Le niveau du pic décroît globalement en fonction de la vitesse



Fig. 4.34 – Représentation de l'évolution de la fréquence du lâcher en fonction de la vitesse de l'écoulement.

de l'écoulement, et nous retrouvons le même comportement que précédemment, *cf.* figure 4.33. Ce comportement, non intuitif, est certainement dû à un changement dans la structure des tourbillons qui interagissent moins avec le sol lorsque la vitesse augmente. Nous remarquons également que sur la ligne $x_1/D = 0,7$ le lâcher ressort par rapport aux capteurs voisins.

L'analyse des résultats de la figure 4.35(b) est plus délicate. En effet, trois positions sont particulièrement sensibles au lâcher, en l'occurrence, $x_1/D = 0, 5, x_1/D = 0, 9$ et $x_1/D = 2, 1$. Les deux premières positions peuvent correspondre à un mouvement induit par la couche de cisaillement à la fréquence f_0 . La troisième position correspond à la position du recollement, et la valeur du maximum y reste quasi constante (environ 124,0 dB).



Fig. 4.35 – Représentation de l'évolution du niveau du pic de pression pariétale à $f_0(U_{\infty})$ en fonction de la vitesse de l'écoulement moyen U_{∞} le long des lignes : (a) $x_2/D = 0,5$; (b) $x_2/D = 0,75$. Les niveaux sont compris entre 119 dB et 125 dB.

4.4 Mesure du rayonnement acoustique

4.4.1 Problèmes du bruit de fond

Sur la figure 4.36, le bruit rayonné par la veine est tracé pour six positions différentes, avec et sans le DC. Le seul phénomène qui émerge du bruit de fond se situe à f_0 . Le rayonnement associé à cette

fréquence est étudié dans le paragraphe 4.4.2.

Les différences entre les deux configurations sont très faibles, de l'ordre de un à deux décibels en bande fine. Le niveau sonore produit par la présence du DC est donc de 4 à 7 dB inférieur aux DSP présentées.

Les parois acoustiquement transparentes utilisées génèrent donc un bruit très important. Pour de futures utilisations de parois acoustiques, le montage devra être significativement amélioré. En l'occurrence, il faudrait par exemple songer à :

- Renforcer le système de fixation du tissu au grillage.
- Utiliser un tissu plus rigide conservant une bonne transparence acoustique.
- Améliorer l'état de surface du tissu dans la veine (porosité, jonctions ...)
- Augmenter l'étanchéité de la veine (raccords entre les différents supports du grillage).
- Eloigner les microphones de la veine.



Fig. 4.36 – DSP de la pression acoustique rayonnée par l'écoulement à $U_{\infty} = 40$ m/s pour six positions d'observation. Les courbes en noir correspondent au bruit de fond, et les courbes en rouge à la configuration avec le demi-cylindre.

4.4.2 Caractérisation du lâcher tourbillonnaire

Dans la soufflerie de l'ECL, Le seul phénomène qui ressort vraiment du bruit de fond est le bruit rayonné par le lâcher tourbillonnaire à $f_0 = 72$ Hz. L'écart avec le bruit de fond est alors compris entre 2 et 6 dB pour les différents points d'observation (figure 4.37). La structure du rayonnement à f_0 est composée de deux maxima symétriques par rapport à la veine. Ils sont situés en $\theta = 10^{\circ}$ et $\theta = 170^{\circ}$) pour une élévation de $\phi = 35^{\circ}$ (voir figure 4.37(c)). Le rayonnement est donc directif vers l'aval du DC. Dans la zone des maxima, la cohérence entre les microphones de l'antenne et les capteurs de pression pariétale à f_0 est comprise entre 0,6 et 0,8. L'origine des lobes de directivité est donc bien liée au lâcher périodique dans le sillage. A $\phi = 35^{\circ}$, le niveau du pic varie de 7 dB entre $\theta = -30^{\circ}$ et $\theta = 30^{\circ}$. La valeur des maximum de pression est de 66,4 dB.

L'évolution du niveau du pic est représentée sur la figure 4.38. Le rayonnement sonore suit une loi en $M^{4,67}$.



Fig. 4.37 – Répartition de pression acoustique rayonnée par l'écoulement à $f_0 = 72$ Hz dans la soufflerie de l'ECL : (a) Bruit de fond (plancher lisse); (b) Configuration avec le demi-cylindre; (c) Différence entre la configuration avec le DC et le bruit de fond. Les points en noir correspondent à la position des microphones projetée dans un plan (x_1, x_3) . Les niveaux sont compris sur les trois figures entre 58,4 dB et 65,4 dB. L'écoulement moyen se dirige de la gauche vers la droite.

4.4.3 Mesures complémentaires

Afin de compléter les mesures réalisées à l'ECL et améliorer la caractérisation du rayonnement à large bande, une nouvelle campagne d'essais a été effectuée avec la société Signal Développement dans la soufflerie EOLE du CEAT de Poitiers. Cette soufflerie est aspirante et ne nécessite donc pas le guidage de l'écoulement dans le tronçon de mesure. Le taux de turbulence de cette veine est inférieur à 1 %. L'épaisseur de la couche limite amont (turbulente et pleinement développée) est beaucoup plus faible qu'à l'ECL ($\delta^* = 1$ cm).

Les différentes mesures aérodynamiques effectuées montrent que les écoulements dans les deux souffleries sont similaires au niveau de la répartition du coefficient de pression et des vitesses (voir annexe). Les niveaux moyens et fluctuants sont en outre du même ordre de grandeur. La principale différence



Fig. 4.38 – Evolution du niveau du pic du rayonnement à f_0 en fonction de la vitesse de l'écoulement. La droite en noir a un coefficient directeur de 4,67.

concerne la longueur de recirculation qui est désormais de $L_r^* = 2, 3D$ au lieu de $L_r^* = 1, 6D$. Il y a deux explications à ce phénomène. D'une part l'écoulement est dans un cas confiné, et d'autre part les épaisseurs de couche limite sont très différentes. A priori, l'influence du confinement à l'ECL est négligeable puisque des mesures PIV avec des parois droites ou déformées conduisent au même résultat. Cette différence est donc imputable à la couche limite. Or, selon les travaux et observations de Schofield & Logan¹⁵² et de Castro & Robin³⁵ sur un cube, un épaississement de la couche limite entraîne bien ce résultat.

La fréquence du lâcher est désormais égale à $f_0^* = 78Hz$, ce qui est 9% de plus qu'à l'ECL. Cette différence peut être liée à la longueur de la recirculation plus grande, au taux de turbulence plus faible dans EOLE, ou encore au confinement. Le mécanisme reste dans tous les cas de même nature, les deux écoulements étant assez similaires, les rayonnements associés doivent donc être comparables. Nous estimons que la confrontation des résultats reste pertinente et que les écarts observés sur les mesures acoustiques sont acceptables.

4.4.4 Comparaison des résultats et rayonnement à large bande

Le bruit rayonné par le DC est représenté sur les figures 4.39(a) à (i). Ces résultats sont obtenus dans la soufflerie EOLE pour une vitesse de 40 m/s. Les courbes en noir correspondent au bruit de fond de la soufflerie (sans demi-cylindre). On rappelle en rouge les résultats obtenus à l'ECL et on trace en bleu les nouvelles mesures.

Au-dessus de 500 Hz et jusqu'à 5000 Hz, l'influence du DC sur le bruit rayonné est fondamentale (entre +5 et +10 dB sur tous les spectres). On remarque également que les niveaux de bruit à l'ECL sont en moyenne de 4 à 5 dB plus forts que dans EOLE. Ceci rejoint les conclusions que nous avons tirées au paragraphe 4.4.1.

La fréquence f_0 et le niveau de bruit du lâcher sont légèrement plus élevés dans EOLE qu'à l'ECL $(f_0^* = 78 \text{ Hz})$. La structure de la directivité du rayonnement associé reste similaire. Les maxima de

directivité sont cependant situés à une élévation plus grande ($\phi = 50^{\circ}$) mais au même angle $\theta = 10^{\circ}$. Nous avons deux possibilités pour expliquer ces différences :

- Les couches limites amonts ont des épaisseurs très différentes.
- L'écoulement à l'ECL est guidé par la veine acoustique.

Les résultats obtenus sont certainement une combinaison de ces deux constats, mais il est très difficile de quantifier leur importance. Une solution pour répondre à cette question serait d'installer un guide d'écoulement dans EOLE et d'effectuer les mêmes mesures. Nous n'avons eu, ni le temps, ni le financement pour mettre en oeuvre cette expérience.

D'après les courbes des figures 4.39(a), (b) et (c), nous observons un renforcement du rayonnement entre 500 Hz et 3500 Hz. Des hautes fréquences sont donc rayonnées par l'écoulement pour les élévations faibles ($\phi < 15^{\circ}$). Cette propriété identifiée, les spectres présentés ont tous des allures et des niveaux similaires.

4.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons principalement présenté les essais effectués dans la soufflerie de l'ECL. Dans un premier temps, les contraintes expérimentales et les solutions adoptées sont détaillées. Nous avons également décrit les différents moyens de mesures utilisés et nous avons essayé de quantifier au mieux les erreurs et incertitudes liées à chacun d'entre eux. Cette étude est également essentielle dans l'optique d'une comparaison des résultats expérimentaux aux résultats numériques du chapitre suivant.

Dans un second temps, nous caractérisons l'écoulement grâce aux données instantanées, statistiques et fréquentielles. Le mécanisme le plus marquant de cet écoulement est un lâcher périodique antisymétrique dans le sillage du DC visible sur les spectres obtenus par fil chaud et par acquisition des pressions pariétales. La fréquence du lâcher est directement reliée à la dimension caractéristique du demi-cylindre. Ce mécanisme se rapproche des allées de Kármán dans le sillage d'un cylindre circulaire. Cependant, l'interaction entre le sol et ces structures est très complexe et doit considérablement influencer la forme et la vie de ces structures cohérentes. Nous reviendrons dans le chapitre suivant sur la topologie de ces structures.

La mesure du rayonnement acoustique a nécessité la réalisation d'une autre campagne d'essai dans la soufflerie EOLE du CEAT. Ces mesures montrent que le bruit rayonné par le DC ressort du bruit de fond entre +5 dB et +10 dB. Le rayonnement à la fréquence du lâcher est directif selon deux directions symétriques par rapport à la veine (le même résultat est obtenu à l'ECL). Les lobes sont dirigés vers l'aval du demi-cylindre ($\theta = +10^{\circ}$) et vers le haut (entre $+35^{\circ} < \phi < +55^{\circ}$). Le rayonnement est donc assez différent de celui d'un cylindre.

Dans le chapitre suivant, nous présentons la simulation numérique correspondant à cet écoulement et



Fig. 4.39 – DSP de la pression acoustique rayonnée par l'écoulement à $U_{\infty} = 40$ m/s pour neuf positions d'observation. Les courbes en noir correspondent au bruit de fond mesuré à EOLE, les courbes en rouge à la configuration avec le demi-cylindre à l'ECL et les courbes en bleu aux mesures avec DC au CEAT.

estimons son rayonnement acoustique. Cette démarche permettra de comprendre plus précisément les écoulements moyen et instantané.

4.6 Annexe : Essais complémentaires dans la soufflerie EOLE

4.6.1 Description générale

La section de la veine ouverte est de 46cm \times 46cm. Le DC est placé à 4,4D de la sortie du convergent. La longueur totale de la section de mesure et de 1,5 m (voir figures 4.40). Le taux de turbulence de l'écoulement amont est de 0,25 %. La vitesse de l'écoulement peut varier entre 0 et 45 m/s.

Au cours de cette campagne, différents moyens de mesures ont été utilisés afin de pouvoir comparer les résultats à ceux obtenus à l'ECL. En l'occurrence, ont été effectuées des mesures de :

- Profils de couche limite amont au fil chaud.
- Profils de vitesse au fil chaud dans le sillage du DC.
- Pression statique sur le plancher, en aval du DC.
- Signaux de pression fluctuante sur le plancher.
- PIV en amont et en aval du DC, selon des plans horizontaux et verticaux (construction des plans moyens en utilisant plusieurs caméras).
- Rayonnement acoustique hors écoulement.

Dans cette annexe, l'ensemble des résultats n'est pas présenté. Seule une comparaison de quelques résultats essentiels est proposée afin de mettre en évidence les principales différences entre les deux campagnes de mesures réalisées.





Fig. 4.40 – A gauche, schématisation de la soufflerie aspirante EOLE du CEAT à Poitiers. A droite, photographie du montage lors des mesures.

4.6.2 Ecoulement amont

Nous représentons sur les figures 4.41, les profils de vitesse en amont du DC. Les profils sont situés en $x_1/D = -3, 5D$ et l'influence du DC sur la couche limite n'est donc certainement pas négligeable. Ceci est sans doute la raison pour laquelle nous n'identifions pas de zone logarithmique et que les profils ne sont pas représentés en variables internes. La figure 4.41(a) montre que la couche limite mesure environ $\delta^* = 1$ cm. Le profil n'est pas encore déformé par le DC. Le maximum de fluctuation est observé à 3 mm de la paroi (voir figure 4.41(b)).



Fig. 4.41 – Profils des vitesses moyennes et fluctuantes dans la couche limite en amont du demi-cylindre : (a) vitesse moyenne; (b) fluctuation de vitesse.

4.6.3 Comparaison de l'écoulement moyen

Le coefficient de pression sur le plancher est représenté sur les figures 4.42(a) et (b). Sur la ligne $x_2 = 0$, les allures sont quasi similaires. En particulier, la valeur du minimum de pression est de $C_p^* = -0,58$ (écart de 5%). La longueur de recirculation est maintenant de $L_r^* = 1,8D$, soit 15 % plus longue qu'à l'ECL. La figure 4.42(b) représentant des profils transversaux met en évidence ce résultat. Le sillage est plus long mais aussi plus large.



Fig. 4.42 – Comparaison entre les mesures à ECL et EOLE des profils du coefficient de pression sur le plancher. Figure (a), C_p selon la ligne longitudinale $x_2/D = 0$ (\circ) mesures ECL; (\circ) mesures EOLE. Figure (b), C_p selon des lignes transversales : (\circ) $x_1/D = 1, 0$ (ECL); (\times) $x_1/D = 0, 6$ (ECL); (\circ) $x_1/D = 1, 0$ (EOLE).

Des plans PIV sont tracés sur la figure 4.43. Les mêmes échelles de couleur que la figure 4.21 sont utilisées. L'écoulement moyen est topologiquement identique et les niveaux (moyen et fluctuant) sont similaires. On notera cependant un allongement de la zone de recirculation. En outre, sur la figure 4.43(a) proche du DC, la zone de faible vitesse est plus étendue que sur la figure 4.21(a). Ceci est directement lié aux caractéristiques des couches limites pour les deux campagnes d'essais.



Fig. 4.43 – Champs moyens obtenus par PIV pour deux plans caractéristiques de l'écoulement (mesures EOLE) : à gauche, la norme 2-D de la vitesse moyenne et les vecteurs vitesse, au milieu les fluctuations selon x_1 et , à droite les fluctuations selon x_2 et x_3 respectivement sur les figures (f) et (c). Les figures (a), (b) et (c) correspondent au plan $x_2 = 0$, les figures (d), (e) et (f) au plan $x_3/D = 1$.

Chapitre 5

Estimation du rayonnement acoustique d'un demi-cylindre

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous déterminons numériquement le bruit rayonné par un demi-cylindre monté sur un plan infini. La méthode de calcul est identique à celle proposée au chapitre 3 sur le cas du cylindre 3-D. Nous effectuons ainsi un calcul instationnaire et incompressible (LES) et nous utilisons la méthode des temps avancés pour estimer le rayonnement acoustique avec l'analogie de Ffowcs Williams & Hawkings (FW-H). Les campagnes d'essais réalisées au cours de la thèse et exposées au chapitre 4 vont servir à valider les résultats obtenus.

Dans une première partie, les résultats aérodynamiques sont présentés et validés. Nous caractérisons aussi la structure et la cinématique des tourbillons qui sont lâchés périodiquement du demi-cylindre (DC). L'influence de l'épaisseur de la couche limite amont est également mise en évidence.

Dans la seconde partie, nous utilisons la base de données aérodynamique pour construire le rayonnement acoustique. La principale difficulté de ce calcul est de prendre en compte correctement l'influence du plan tronqué. Pour ce faire, nous calculons le rayonnement qui lui est associé, soit par le terme intégrale de surface de l'analogie de FW-H, soit en utilisant la méthode des images.

5.2 Caractéristiques du calcul LES

5.2.1 Géométrie du domaine de calcul

Le domaine de calcul utilisé est représenté sur la figure 5.1. Les dimensions du demi-cylindre (DC) sont D = 10 cm et H = 2D, et correspondent aux dimensions du DC expérimental. La frontière amont se situe en $x_1 = -5D$ et la frontière aval en $x_1 = 12D$ (voir figure 5.1). La dimension transverse du domaine est de 8D et sa hauteur est de 4,5D. Avec de telles dimensions, le domaine est similaire à ceux utilisés par exemple par Rodi *et al.*¹⁴⁴ autour d'un cube, par Frohlich *et al.*⁶⁷ et Frohlich & Rodi⁶⁶ autour d'un cylindre posé sur un plan, ou de Lee *et al.*¹⁰² autour d'un demi-cylindre. Le système de coordonnées utilisé est le même que celui de la partie expérimentale, voir figure 4.1(b).



Fig. 5.1 – Domaine de calcul LES autour du demi-cylindre.

5.2.2 Description du maillage

Pour disposer d'un maillage non structuré satisfaisant, le domaine de simulation est composé de trois sous-domaines emboîtés. Le premier se situe autour du DC. Il est englobé par un second domaine intermédiaire. Le troisième assure la prolongation jusqu'au bout de la veine. Ces sous-domaines assurent d'une part de bien contrôler les maillages surfaciques et volumiques, et d'autre part de limiter le nombre de mailles total. La procédure de maillage utilisée est la suivante :

Avec le logiciel Gambit

- Création de la géométrie (domaine, sous domaines, noms ...). La géométrie est constituée de 3 sous domaines (SD), SDdc, SDsol1 et SDsol2 dont les projections sur le sol sont représentées sur la figure 5.1
- Maillage linéique des arêtes. Les tailles des mailles sont de 1 mm sur le DC, 7 mm sur SDdc, 18 mm sur SD1 et SD2.
- Maillage des surfaces par des éléments triangulaires dont la taille est imposée par le maillage linéique. Le maillage surfacique tracé sur les figures 5.2 et 5.2.
- Maillage volumique intermédiaire pour permettre l'exportation dans le logiciel TGrid.

Avec le logiciel TGrid

- Destruction du maillage volumique intermédiaire.
- Maillage de la couche limite par 5 couches de prismes. Sur le DC et sur le sous domaine SDdc, la hauteur de la première maille est fixée en fonction de la dimension caractéristique de la maille

surfacique. Nous utilisons un rapport d'aspect hauteur/largeur de 5. La hauteur des mailles croît linéairement avec un facteur 1,05. Pour les sous domaines SD1 et SD2, la hauteur de la première maille est fixée à 1,4 mm.

- Chaque sous domaine est maillé volumiquement par des tétraèdres dont le volume est contrôlé en fonction de la taille des mailles surfaciques.
- Les maillages volumiques et les couches limites sont assemblés pour former un unique maillage conforme, représenté sur la figure 5.4.

Le maillage final est ainsi constitué de $9, 2 \times 10^5$ points et d'environ $3, 5 \times 10^6$ volumes de contrôle. La taille de ce maillage est du même ordre de grandeur que celui utilisé pour le calcul sur le cylindre 3-D exposé au chapitre 3.



Fig. 5.2 – Représentation du maillage surfacique du sol. Les lignes en blanc correspondent au demi-cylindre et à la frontière entre les SDdc et SD1.

5.2.3 Propriétés de la simulation

La simulation est réalisée avec le module LES du logiciel Fluent 6.1. Le calcul sur le cylindre ayant été effectué avec la version 5.5, nous nous sommes assurés que les deux versions fournissent des résultats similaires. Le modèle de sous-maille, défini au paragraphe 3.2.2, est le modèle de Smagorinsky et la constante associée vaut $C_S = 0, 10$. Les schémas de discrétisation utilisés sont les mêmes qu'au chapitre 3.

Les conditions aux limites sur les parois latérales et la paroi supérieure sont des conditions de symétrie. Les parois se situant à 4D du DC, le blocage de l'écoulement simulé est donc faible. En sortie de domaine, nous imposons une pression statique égale à la pression atmosphérique. En entrée de domaine, nous utilisons le profil expérimental mesuré au fil chaud à l'ECL, voir figure 4.17. Le taux de turbulence initial est fixé à 0% car les taux de turbulence expérimentaux sont très faibles.

La simulation principale de cette étude correspond à une vitesse d'écoulement de $U_{\infty} = 40 \text{ m/s}$



Fig. 5.3 – Représentation du maillage surfacique du demi-cylindre sur la partie supérieure et inférieure de ce dernier. La dimension caractéristique des mailles est de 1 mm, et la périphérie du DC est donc discrétisée par environ 250 points.



Fig. 5.4 – Coupes verticales (a) et horizontale (b) du maillage volumique constitué de tétraèdres.

en utilisant le profil de couche limite mesuré de l'ECL. Ce calcul est appelé S40profCL. Pour étudier l'influence du profil d'entrée sur l'écoulement, une simulation à 40 m/s mais avec un profil d'entrée uniforme est également réalisée (S40profunif). Ce calcul devrait donc fournir des résultats plus proches de ceux obtenus dans la soufflerie EOLE qu'à l'ECL. Le pas de temps des simulations à 40 m/s est fixé à $\Delta t = 2, 5 \times 10^{-5}$ s.

5.3 Validation de la simulation et analyse des résultats

5.3.1 Comparaison du calcul aux mesures

Champ de vitesse

Dans cette partie, le calcul S40profCL est comparé aux mesures effectuées à l'ECL. Comme le montrent les figures 5.5(a) et (b), les écoulements sont qualitativement identiques. Les vitesses sont
également du même ordre de grandeur. Sur la figure 5.6, les grandeurs statistiques sont comparées quantitativement à partir de profils longitudinaux. L'écart est seulement de l'ordre de 5% entre les mesures et le calcul. Une différence est observée sur l'évaluation de la longueur maximale de la zone de recirculation, qui est supérieure de 6-7 % dans la simulation, $L_{rmax} = 2, 1D^{\dagger}$. Cet écart est imputable au calcul LES, mais aussi à la condition à la limite amont, et en particulier à l'épaisseur de la couche limite. Nous reviendrons sur l'influence de ce paramètre par la suite.



Fig. 5.5 – Comparaison qualitative de la composante $\bar{u_1}$ de la vitesse dans le plan $x_2 = 0$: à gauche, mesure PIV, à droite, présente simulation. Les niveaux sont compris entre -10 m/s et 45 m/s, et les mêmes échelles de couleur sont utilisées sur les deux figures.

Répartition du coefficient de pression moyen et de la pression fluctuante

Le coefficient de pression selon $x_2 = 0$ est représenté sur la figure 5.7. La dépression maximale est de $C_{pmin} = -0, 60$, cette valeur est identique à la mesure. La longueur de recirculation est de $L_r = 1, 6D$, la même valeur est relevée expérimentalement. Sur la figure 5.8, le coefficient de pression sur le plancher et autour du DC est tracé. Il permet d'obtenir plus d'informations que la cartographie expérimentale, voir figure 4.18, chapitre 4. Nous mettons en effet en évidence la présence d'un tourbillon en fer à cheval très intense se développant depuis le pied du DC jusque dans le sillage. L'écartement entre les deux tourbillons longitudinaux est de 3, 5D. En $x_1/D = 2$ et donc au niveau du recollement de l'écoulement, le tourbillon en fer à cheval se mélange au sillage du DC.

Les fluctuations de pression sont représentées sur la figure 5.9. Deux zones symétriques par rapport à l'axe x_2 sont présentes. Elles sont les plus intenses en fin de zone de recirculation, soit à $x_1/D = 1, 8$. Nous remarquons également que les deux zones s'écartent légèrement en suivant l'élargissement du sillage.

DSP de pression pariétale

Nous comparons maintenant sur la figure 5.10 les DSP de pression pariétale en différentes zones

[†]Le même comportement est observé sur le cas du cylindre 3-D, voir paragraphe 3.2.3.3. En représentant sur l'axe des abscisses la grandeur x_1/L_{rmax} plutôt que x_1/D , les résultats expérimentaux et numériques de la figure 5.6 se superposent.





de l'écoulement. Ces DSP mettent en évidence la présence d'un lâcher tourbillonnaire dans le calcul LES. La fréquence associée est de $f_0 = 78$ Hz qui est de 8-9 % plus importante que les essais pour lesquels $f_0 = 72$ Hz. Les allures des DSP numériques sont globalement satisfaisantes. Nous observons cependant une surestimation constante de 3-5 dB des niveaux jusqu'à 2500 Hz. Nous sommes limités par la validité des mesures pour les plus hautes fréquences. En $x_2 = 0$ et dans la recirculation, voir figure 5.10(a), la fréquence f_0 n'est pas visible sur la DSP, seule la première harmonique $2f_0$ émerge



Fig. 5.8 – Représentation du coefficient de pression sur le sol. Les niveaux sont compris entre -0,4 et 0,6.



Fig. 5.9 – Représentation de la pression fluctuante p_{rms} sur le sol. Les niveaux sont compris entre 0 et 5,0 Pa

légèrement. Ce comportement est similaire à celui des essais.



Fig. 5.10 – Comparaison des DSP de pression pariétale issues du calcul LES (en noir) et des essais à l'ECL (en gris).

DSP de vitesse longitudinale

Les DSP de vitesse longitudinale sont représentées sur la figure 5.11. Les positions des sondes correspondent aux courbes expérimentales de la figure 4.24 du chapitre 4. Le lâcher tourbillonnaire est encore mis en évidence à $f_0 = 78$ Hz sur la figure 5.11(a). Les instabilités de la couche de cisaillement supérieure sont également détectables à la fréquence $f_{KH1} = 240$ Hz sur les spectres de la figure 5.11(b) au travers des petites bosses sur les DSP. Deux signaux temporels sont réprésentés sur la figure 5.12 et mettent également en évidence la présence de ces structures dans le sillage.





Fig. 5.12 – Evolutions temporelles de deux signaux de vitesse longitudinale dans le sillage du demi-cylindre : (a) mise en évidence du lâcher dans le sillage en (1,5D-0,75D-0,5D); (b) mise en évidence des instabilités dans la couche de cisaillement supérieure en (1,5D-0-2,2D).

5.3.2 Topologie de l'écoulement moyen

La composante $\bar{u_1}$ de la vitesse est représentée sur les figures 5.13(a), (b) et (c) pour trois positions, respectivement $x_1/D = 1, 5, 2, 7$ et 5,0. Les vecteurs vitesse sont également tracés, et ces visualisations complétent donc significativement les cartographies expérimentales réalisées au fil chaud, voir au chapitre 4, figure 4.23(a)-(d). La figure 5.13 montre la rotation de l'écoulement moyen par rapport à l'axe x_1 autour de deux foyers. Ce mouvement est mis en évidence dans l'ensemble du sillage sur la figure 5.14(a) à l'aide du critère Q appliqué au champ de vitesse moyen[†]. La bulle de recirculation apparaît à l'aval du DC. Elle est prolongée par deux bras longitudinaux qui correspondent aux champs de vitesse concentriques de la figure 5.13(c).

La figure 5.14(b) représente l'isocontour $\bar{u_1} = 0$ qui matérialise l'enveloppe de la bulle de recirculation. En complément, des isocontours 3-D des valeurs efficaces de fluctuation de vitesse selon les trois directions sont tracés sur la figure 5.15. Les figures 5.15(a) et (d) montrent que les fluctuations selon x_1 sont localisées selon deux tunnels qui prennent naissance à la fin de la recirculation. Ces derniers suivent l'enveloppe dessinée par l'isocontour du critère Q tracé sur la figure 5.14(a). Les maxima de u_{2eff} sont localisés dans une grande poche symétrique par rapport à $x_2 = 0$. Les fluctuations verticales, figure 5.15(c), se divisent également en deux tunnels similaires à ceux formés par u_{1eff} .

Comme nous le montrons dans le paragraphe suivant, l'allure de ces cartographies est liée à la présence des tourbillons convectés dans le sillage. En particulier, les tunnels formés par les isocontours de u_{1rms} sont issus du moyennage de ce mécanisme instationnaire[‡].



Fig. 5.13 – Représentation de $\bar{u_1}$ pour trois plans x_1 (les niveaux sont compris entre 0 et 45 m/s) : (a) $x_1/D = 1,5$; (b) $x_1/D = 2,7$ et (c) $x_1/D = 5,0$. Les vecteurs vitesse selon x_2 et x_3 sont également tracés.

5.3.3 Structure des mécanismes instationnaires et liens avec la pression

Nous cherchons principalement dans ce paragraphe à mettre en évidence et à comprendre les structures des mécanismes instationnaires ainsi que leurs liens avec les fluctuations de la pression

 $^{^{\}dagger}$ La définition du critère Q est donnée au chapitre 3, paragraphe 3.2.3.1.

[‡] Des simulations stationnaires effectuées sur cette configuration ne présentent pas de tels résultats.³⁶ Cette observation confirme donc notre analyse.



Fig. 5.14 – Représentation de l'écoulement moyen dans le sillage du demi-cylindre. (a) isocontour du critère $Q = -7, 5 \times 10^4$; (b) isocontour $\bar{u_1} = 0$.



Fig. 5.15 – Représentation des isocontours des valeurs efficaces des fluctuations selon les trois directions.

hydrodynamique.

Nous traçons sur les figures 5.16(a)-(f) le coefficient de pression instantané pour six instants décrivant un lâcher à f_0 . Ces cartographies mettent en évidence trois phénomènes :

- La trace du tourbillon en fer à cheval. Ce dernier est très stable jusqu'à 1.5D en aval du DC. A partir de cette position, les tourbillons longitudinaux se disloquent et des structures sont convectées. Ce phénomène n'a pas été détecté expérimentalement, aucun capteur n'ayant été placé dans cette zone.
- Les instabilités de Kelvin Helmholtz des couches de cisaillement verticales ($f_{KH2} = 300 \text{ Hz}$). On remarque que les couches de cisaillement sont très fines ($\delta = 0, 1D$) et que les tourbillons sont très localisés. Ceci explique que leur détection soit expérimentalement très difficile.
- Le lâcher périodique à f_0 . Les larges surpressions et dépressions dans le sillage sont liées au lâcher tourbillonnaire. Nous remarquons que les tourbillons issus de chaque côté du DC semblent se mélanger sur l'axe $x_2 = 0$. Il est cependant très difficile d'extrapoler la dynamique de ces tourbillons en utilisant seulement les fluctuations de pression.

Les trois zones sur lesquelles différents mécanismes ont été identifiés sont schématisées sur la figure

Afin d'interpréter les cartographies de la figure 5.16, le critère Q est tracé sur la figure 5.18[†]. Les vecteurs vitesse sont également tracés sur l'enveloppe du critère Q^{\ddagger} . La structure des tourbillons est très complexe. Ils sont en forme de tubes qui s'enchevêtrent les uns dans les autres. Lorsque les tourbillons sont éjectés du sillage en fin de zone de recirculation, ces derniers sont quasi verticaux. Ils subissent ensuite l'influence de l'écoulement supérieur ainsi que celle du plancher. Les structures sont accélérées par le bas et prennent la forme observée sur la figure 5.18. Ces visualisations sont très proches des récents résultats obtenus par Frohlich & Rodi⁶⁶ sur un cylindre de hauteur finie. Sur les figures 5.19, différentes grandeurs sont tracées : tout d'abord, le critère Q dans le sillage (comme sur la figure 5.18), puis le critère Q autour de la zone du fer à cheval, et enfin le coefficient de pression sur le sol. Une fois convectés, les tourbillons périodiques forment un angle d'environ 45° avec l'axe x_1 . En aval de l'un d'entre eux, une surpression est toujours présente. Ceci donne le sens de rotation et aide à comprendre la manière dont ils sont déformés en quittant le proche sillage du DC. La représentation du tourbillon en fer à cheval est également intéressante puisque l'on constate qu'il est situé plus en amont de la surpression qu'il génère, et non pas juste au-dessus. L'animation de ces figures montre de plus l'interaction entre le tourbillon en fer à cheval et les tourbillons périodiques en $x_1/D = 2$ et ceci explique l'allure du coefficient de pression de la figure 5.8 dans cette zone.

5.3.4 Influence de l'écoulement amont

Pour mettre en évidence l'influence de l'écoulement amont, nous avons effectué le même calcul que précédemment mais en changeant la condition d'entrée sur le domaine. Un profil uniforme est maintenant utilisé (calcul S40profunif).

Les grandeurs moyennes expérimentales et numériques $(\bar{u_1} \text{ et } C_p)$ sont représentées sur la figure 5.20. L'utilisation du profil uniforme augmente la longueur de recirculation aussi bien dans l'écoulement, figure 5.20(a), qu'en paroi, figure 5.20(b). En revanche, les niveaux restent quasi constants. Le comportement des simulations est donc identique à celui observé expérimentalement à l'ECL ou dans la soufflerie EOLE.

Pour le calcul S40profunif, la fréquence associée au lâcher vaut désormais $f_0 = 85$ Hz, à comparer avec la valeur $f_0 = 78$ Hz obtenue pour le calcul S40profDC. D'un point de vue expérimental et numérique, nous constatons donc une augmentation de la fréquence du lâcher tourbillonnaire et de la longueur de recirculation en fonction de la diminution de l'épaisseur de la couche limite amont. Les différentes fréquences relevées sont résumées dans le tableau 5.3.4.

[†] Le critère Q est calculé sur un maillage cartésien localisé dans le sillage afin d'améliorer la représentation et d'éviter de tracer des structures surchargeant les figures.

[‡] Les vecteurs vitesse ne donnent pas la vitesse de rotation des tourbillons puisque la vitesse de convection locale est incluse dans la vitesse totale qui est la seule connue.



Fig. 5.16 – Représentation du coefficient de pression instantané sur le sol pour six instants successifs espacés de 4×10^{-3} s. Les niveaux sont compris entre -0,4 et 0,1.



Fig. 5.17 – Schématisation des différentes zones de l'écoulement sur le sol sur lesquelles un mécanisme est identifié.



Fig. 5.18 – Représentation du critère $Q = -7, 5 \times 10^4$ dans le sillage, ainsi que les vecteurs vitesse.



Fig. 5.19 – Représentation des composantes de l'isocontour pour quatre instants décrivant une période du lâcher tourbillonnaire. Le critère Q est calculé sur deux volumes d'interpolation afin de mettre en évidence le sillage ($Q = -1, 0 \times 10^5$) et le tourbillon en fer à cheval ($Q = -5, 0 \times 10^2$). Le coefficient de pression instantané est également tracé sur le sol, les niveaux sont compris entre -0,4 et 0,1.

5.4 Estimation du rayonnement acoustique

Dans cette partie, nous déterminons le rayonnement acoustique associé au calcul LES S40profCL en résolvant l'équation de Ffowcs Williams & Hawkings (FW-H) par la méthode des temps avancés.



Fig. 5.20 – Comparaison des profils : (a) de la vitesse longitudinale selon $x_2 = 0$ et $x_3/D = 0, 1$; (b) du coefficient de pression selon $x_2 = 0$. (\circ) Mesures ECL; (\circ) Mesures EOLE; (---) calcul S40profCL; (---) calcul S40profCL; (---) calcul S40profU

	f_0	f_{KH1}	f_{KH2}	L_r
Mesures ECL	72 Hz	$225~\mathrm{Hz}$	300 Hz	1.6D
Mesures EOLE	78 Hz			1.8D
Calcul S40profCL	78 Hz	240 Hz	300 Hz	1.6D
Calcul S40profunif	$85~\mathrm{Hz}$			2.2D

Tab. 5.1 – Caractéristiques principales des mesures et des simulations.

5.4.1 Prise en compte de l'influence du plan

Nous rappelons l'équation de FW-H introduite au paragraphe 1.3.1.3 que nous cherchons à résoudre :

$$4\pi H(f)p_a'(\mathbf{x},t) \approx \frac{1}{c_\infty^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \iiint_{V_0} \left[\frac{r_i r_j}{r^3} T_{ij} \right]_{\tau^*} d\mathbf{y} + \frac{1}{c_\infty} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Sigma} \left[\frac{r_i P_{ij}}{r^2} n_j \right]_{\tau^*} d\Sigma(\mathbf{y})$$
(5.1)

Une fois intégrée, cette expression peut s'écrire sous la forme :

$$p_1'(\mathbf{x},t) = p_{V_0}' + p_{\Sigma}' + p_{DC}' \tag{5.2}$$

où, les trois termes de droite représentent respectivement les rayonnements associés à l'intégrale volumique, l'intégrale surfacique sur le plancher, et l'intégrale surfacique sur le demi-cylindre.

Cette expression montre que deux types d'intégrales doivent être calculés. D'une part, une intégrale volumique fournissant le rayonnement direct associé aux sources contenues dans le volume fluide. D'autre part, une intégrale surfacique prenant en compte l'influence des surfaces sur le rayonnement direct des sources volumiques. Dans le cas d'une surface étendue, le plan dans cette étude, la résolution numérique du terme surfacique est cependant délicate[†]. En particulier comme le souligne Crigthon⁴⁷ des effets de troncature de surface peuvent en effet induire un biais important.

Pour étudier l'influence de ce point, nous prenons donc en compte également l'influence du plan en appliquant la technique des images. Le rayonnement total s'écrit ainsi sous la forme :

$$4\pi H(f)p_a'(\mathbf{x},t) \approx \frac{1}{c_\infty^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \iiint_{V_0+V_0^*} \left[\frac{r_i r_j}{r^3} T_{ij} \right]_{\tau^*} d\mathbf{y} + \frac{1}{c_\infty} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{DC+DC^*} \left[\frac{r_i P_{ij}}{r^2} n_j \right]_{\tau^*} d\Sigma(\mathbf{y})$$
(5.3)

La notation (*) désigne les volumes et surfaces images par rapport au sol $(x_3 = 0)$. L'expression précédente se met alors sous la forme :

$$p_2'(\mathbf{x},t) = p_{V_0}' + p_{V_0^*}' + p_{DC}' + p_{DC^*}'$$
(5.4)

La modélisation du problème est représentée sur la figure 5.21.



Fig. 5.21 – Modélisation du problème réel (schéma de gauche) par la technique des sources images (schéma de droite).

Par la suite, nous calculons le rayonnement acoustique en utilisant les relations 5.2. et 5.4 qui sont théoriquement équivalentes.

5.4.2 Propriétés du calcul

La simulation S40profCL est stockée pendant une durée physique de 0,33 s représentant environ 26 lâchers tourbillonnaires. La fréquence d'échantillonnage est de 10 kHz (3300 échantillons sont ainsi enregistrés). La base de données, constituée des trois composantes de la vitesse et de la pression sur les surfaces, a une taille de 35 Go.

Pour résoudre les intégrales volumiques et surfaciques et limiter les effets de troncature, les vitesses et la pression sont traitées en utilisant le fenêtrage présenté au chapitre 3 (partie 3.3.3). Il est appliqué à partir de 7D en aval du DC. On utilise également les filtres temporels sélectifs (la fréquence de coupure se situe aux alentours de 3500 Hz) et les interpolations de Lagrange pour traiter les signaux temporels.

En pratique, l'implémentation du calcul des termes images est très simple. Il suffit en effet de remplacer

[†] Nous ne discutons pas ici des problèmes qui peuvent être liés à la nature incompressible du calcul aérodynamique.

la variable locale x_3 par $-x_3$. En revanche, les temps de calculs sont multipliés presque par deux. Le calcul du rayonnement en un point d'observation requiert ainsi environ 8 h CPU sur une station HP04-C3750.

Le rayonnement acoustique est estimé aux positions correspondant aux microphones utilisés pour les mesures.

5.4.3 Rayonnement acoustique

5.4.3.1 Résultats et comparaison des techniques de résolution

Le rayonnement acoustique total obtenu en appliquant les deux techniques de calcul (relations 5.2 et 5.4) est représenté sur la figure 5.22. Les résultats numériques sont comparés aux mesures effectuées à l'ECL et dans EOLE.

Les DSP de la figure 5.22, réalisées en utilisant six moyennes, montrent que :

- La fréquence f₀ n'émerge que très peu des DSP numériques. En effet, à cause de la durée courte des signaux, l'analyse spectrale utilisée ne permet pas de caractériser précisément ce phénomène (Δf = 20 Hz),
- Pour des élévations faibles ($\phi < 30^{\circ}$), le rayonnement calculé entre 1500 Hz et 3500 Hz est compris entre les mesures de l'ECL et d'EOLE. Pour des élévations plus importantes, le rayonnement est surestimé mais reste proche des mesures ECL,
- En dessous de 1500 Hz, la méthode des images se situe entre 5 et 10 dB sous les spectres expérimentaux,
- La résolution de l'intégrale surfacique sur le plancher donne des niveaux plus élevés, proches de l'expérience en basse fréquence,
- Contrairement aux mesures, le niveau des DSP en haute fréquence (HF) augmente en fonction de l'élévation,
- Sur l'ensemble des DSP, les deux méthodes de résolution sont équivalentes aux faibles élévations $(\phi = 15^{o})$, des écarts apparaissent essentiellement aux fortes élévations.

Au-dessus de 1500 Hz, les résultats sont satisfaisants puisqu'ils sont à moins de 5 dB des mesures. Pour des fréquences inférieures à 1500 Hz, la relation 5.4 sous estime le rayonnement, alors que l'autre est plus proche des résultats expérimentaux. Cette différence pourrait être imputable en basse fréquence (BF) au fenêtrage spatial des termes surfacique et volumique qui influence, d'après nos premiers résultats, le rayonnement seulement en dessous de 1000-1500 Hz.

Dans le paragraphe suivant, nous séparons les contributions de chacune des deux méthodes afin de comprendre la manière dont se construit le rayonnement acoustique.



5.4.3.2 Etude des différentes contributions

Les contributions des relations 5.2 et 5.4 sont séparées sur les figures 5.23 et 5.24.

La figure 5.23 présente les contributions de la méthode des images. Les termes surfaciques sur le DC sont négligeables en comparaison du rayonnement des sources volumiques. Pour f < 1000 Hz, Le terme volumique total $(p'_{V_0} + p'_{V_0^*})$ est de +3 dB à +5 dB supérieur au rayonnement volumique (p'_{V_0}) . Les effets constructifs entre les rayonnements direct p'_{V_0} et image $p'_{V_0^*}$ sont donc importants en BF. Les trois contributions de l'expression 5.4 sont détaillées sur la figure 5.24. Le rayonnement du terme surfacique associé au DC est à nouveau négligeable devant les deux autres termes $(p'_{V_0} \text{ et } p'_{\Sigma})$. Les termes p'_{Σ} et p'_{V_0} se croisent à une fréquence qui dépend de l'élévation. Elle est comprise entre 500 Hz et 1500 Hz. Ce comportement est similaire à celui observé sur le cas du barreau 3-D (voir figure 3.16, paragraphe 3.3.2.2).



Ces résultats montrent que le rayonnement HF est correctement prédit en calculant le terme volumique de l'analogie de FW-H. Les rayonnements associés aux sources images et au terme de surface ont alors des influences négligeables. L'interprétation pour les BF est plus délicate car le terme surfacique est plus proche des mesures que le calcul des termes volumiques, alors que les deux calculs sont théoriquement équivalents. Cette différence est peut-être due à la nature incompressible du calcul CFD, ou à des effets de troncature non identifiés biaisant à la fois l'estimation des contributions surfaciques et volumiques.



5.5 Conclusions

Dans ce chapitre, les méthodes de calcul aéroacoustiques développées dans les chapitres précédents sont appliquées à la configuration du demi-cylindre sur plan.

Le calcul LES effectué pour obtenir les termes sources se compare favorablement aux mesures réalisées au cours de la thèse (voir chapitre 4). En particulier, l'estimation des fluctuations de vitesse dans le sillage s'écarte seulement de 5 % des mesures PIV, et les DSP de pression pariétale numérique sont également proches des données expérimentales avec une surestimation de l'ordre de 3-5 dB.

L'analyse de ce calcul permet d'améliorer la compréhension de l'écoulement que nous avions à l'issue des essais. En particulier, grâce au calcul, la présence et la dynamique du lâcher tourbillonnaire sont maintenant mises en évidence. La caractérisation de ce mécanisme permet également d'interpréter les résultats statistiques observés dans le sillage. L'influence de la condition d'entrée sur le calcul aérodynamique est également étudiée. Un épaississement de la couche limite amont entraîne une diminution de la longueur de recirculation et de la fréquence du lâcher tourbillonnaire. Ce constat explique les différences observées entre les essais réalisés à l'ECL et dans EOLE.

La simulation est également utilisée pour construire les termes sources de l'analogie de Ffowcs Williams & Hawkings que l'on fait ensuite rayonner par la méthode des temps avancés. La prise en compte du plan est traitée de deux manières, soit en résolvant les termes de l'équation de FW-H, soit en appliquant la technique des images.

La comparaison avec les mesures est satifaisante et le niveau des DSP est estimé à moins de 5 dB jusqu'à une fréquence de 3000 Hz et pour différentes positions d'observation. Ces calculs de rayonnement montrent que l'estimation de la contribution volumique est nécessaire à la détermination correcte du rayonnement haute fréquence. Ce résultat rejoint les conclusions que nous avons dégagées à la suite des calculs sur le barreau 3-D.

Conclusion

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce document porte sur l'estimation numérique du bruit rayonné par des écoulements turbulents à faible nombre de Mach. La méthode de calcul utilisée est basée sur les analogies acoustiques qui permettent de traiter séparément les problèmes aérodynamique et acoustique. L'utilisation de calculs aérodynamiques instationnaires étant une possibilité récente, un de nos objectifs était d'explorer cette voie d'étude. Pour ce faire, nous avons adopté une démarche permettant d'aborder rigoureusement le problème en partant de configurations simplifiées pour aller vers des cas plus complexes.

Ainsi, dans le premier chapitre, nous présentons les formulations intégrales des analogies acoustiques, de type Lighthill, Ffowcs Williams & Hawkings et Kirchhoff pouvant être utilisées pour traiter des configurations spécifiques à nos besoins (milieu isentropique, surface fixe et rigide, pas d'effets de l'écoulement moyen...). Deux types de formulations sont en particulier présentées, d'une part les formulations temporelles, d'autre part les formulations fréquentielles. La résolution numérique de ces formulations requiert des traitements spécifiques que nous développons également. En particulier, l'approche temporelle peut se résoudre de deux manières, soit en utilisant l'approche des temps retardés, soit celle des temps avancés.

Les avantages et les inconvénients associés à la résolution numérique des différentes formulations intégrales sont mis en évidence. Pour résoudre complètement les équations sur des cas 3-D (intégrales volumique et surfacique), les techniques des temps retardés et fréquentielle nécessitent le stockage des termes sources. D'un point de vue pratique, l'exploitation des bases de données associées se révèle difficile, voire impossible. A terme, la méthode des temps avancés ne requiert pas l'enregistrement de tout le calcul CFD puisque le rayonnement acoustique se construit au fil du calcul aérodynamique. Elle semble ainsi la seule technique utilisable pour traiter des cas 3-D. En profitant de l'application 2-D du chapitre 1, nous avons vérifié l'équivalence des différentes méthodes de résolution. Pour les applications 3-D des chapitres 3 et 5, seule la technique des temps avancés est utilisée pour résoudre complètement l'équation de Ffowcs Williams et Hawkings (FW-H).

Dans le second chapitre, nous abordons deux thématiques. La première est numérique. Elle consiste

à développer et valider la mise en œuvre numérique des analogies acoustiques sur un cas test. La seconde porte sur l'origine du rayonnement acoustique et précise théoriquement et numériquement l'influence de parois solides sur le rayonnement des écoulements incompressibles.

Le support de cette étude est un cylindre 2-D placé dans un écoulement. Ce dernier est en effet responsable d'un fort rayonnement dipolaire lié aux tourbillons de Kármán qui s'échappent périodiquement du sillage du cylindre. Les termes sources sont obtenus en utilisant un calcul CFD instationnaire U-RANS, et l'écoulement simulé se compare favorablement aux données de la littérature. En particulier le mécanisme de lâcher tourbillonnaire est reproduit de manière satisfaisante.

A l'aide du calcul aérodynamique, le rayonnement acoustique associé au lâcher est estimé. La structure dipolaire de la directivité du rayonnement est retrouvée en calculant le terme surfacique de l'équation de FW-H. Le calcul des termes volumiques montre une directivité de type quadripolaire.

Pour préciser l'influence des parois solides, les rayonnements obtenus par deux formulations utilisant, soit une fonction de Green en espace libre, soit une fonction de Green adaptée, sont comparés. Il est ainsi montré théoriquement que le terme de surface de l'analogie de FW-H correspond exactement à la diffraction par le cylindre du rayonnement associé à l'écoulement turbulent. Ce résultat est également illustré numériquement.

Le troisième chapitre présente l'application de la technique des temps avancés au calcul du rayonnement large bande d'un écoulement 3-D autour d'un barreau circulaire. Ce cas, déjà traité en 2-D, sert de prolongement à la validation et au développement des méthodes de calcul aéroacoustique.

Les termes sources sont déterminés en utilisation une simulation des grandes échelles donnant accès à des informations jusqu'à 5 kHz. La mise en œuvre numérique de la méthode des temps avancés nécessite l'utilisation de traitements numériques spécifiques au 3-D : filtrage des données temporelles, augmentation de l'ordre des schémas d'interpolation temporelle et fenêtrage spatial des termes sources pour limiter les effets de troncature des termes sources. Un exemple illustratif est également proposé pour montrer les effets de troncature, et ce dernier est utilisé pour dimensionner les fenêtrages spatiaux.

Le rayonnement acoustique est ainsi calculé jusqu'à 4 kHz. Les résultats numériques montrent que les termes volumiques sont nécessaires à l'estimation correcte du rayonnement haute fréquence. Par contre, l'estimation du terme surfacique est suffisante pour calculer la composante basse fréquence du rayonnement.

L'influence de la longueur transverse du domaine source est également étudiée. Nous cherchons ainsi à déterminer le rayonnement de barreaux de longueur quelconque en utilisant seulement la simulation aérodynamique d'une petite tranche de ce dernier. Deux méthodes de correction sont proposées. La première est une amélioration des modèles de correction déjà existants. Elle est basée sur la correction du niveau des spectres obtenus en résolvant le terme surfacique de l'analogie de Curle et dépend de longueurs de corrélation acoustique. La seconde est fondée sur la modélisation des interspectres entre les contributions élémentaires du rayonnement et elle est introduite pendant le calcul du terme surfacique. Pour des barreaux assez courts, nos modèles fournissent des résultats proches des corrections traditionnelles. Par contre, pour des barreaux très longs nos modèles donnent des résultats bien plus cohérents avec d'une analyse physique. Une confrontation de ces modèles avec des données expérimentales reste cependant nécessaire.

Les quatrième et cinquième chapitres s'articulent autour de nos travaux concernant un demicylindre posé sur un plan. Ce cas se rapproche d'une configuration automobile et permet ainsi de juger de la faisabilité du calcul de rayonnement pour de telles applications.

Le chapitre quatre est la partie expérimentale de cette étude et les résultats obtenus dans la soufflerie de l'ECL au cours de la thèse sont présentés. Pour obtenir des informations sur l'écoulement et sur le rayonnement, différentes techniques de mesure ont été utilisées. Les spécificités et le protocole expérimental de chacune sont tout d'abord développés.

Les résultats des essais sont ensuite présentés. L'écoulement moyen est caractérisé en utilisant les données de pression statique, de fil chaud et de PIV. Différentes zones caractéristiques sont ainsi mises en évidence (recirculation, recollement, cisaillement...). Des informations sur l'écoulement instationnaire sont également obtenues. En particulier, un lâcher tourbillonnaire périodique, dont la fréquence dépend du diamètre du demi-cylindre, se développe dans le sillage. Sa présence est détectée sur les DSP de pression pariétale et de fil chaud. La structure de ces tourbillons reste difficilement identifiable expérimentalement bien que l'utilisation des données de PIV instantanées fournisse des informations intéressantes.

Les mesures du rayonnement en dehors de l'écoulement ont été délicates à l'ECL, et une seconde campagne de mesures a donc été effectuée dans la soufflerie EOLE du CEAT pour compléter nos résultats. Le rayonnement produit par le demi-cylindre émerge ainsi significativement du bruit de fond de la soufflerie. Nous disposons ainsi de bases de données importantes servant à la comparaison des résultats numériques du chapitre suivant.

Le chapitre cinq traite donc du cas du demi-cylindre d'un point de vue numérique. Une attention particulière est tout d'abord portée à l'étude et à la validation du calcul aérodynamique.

La comparaison porte à la fois sur l'écoulement moyen, avec des mesures satisfaisantes montrant un écart de 5-10 % sur l'estimation des grandeurs statistiques, et également d'un point de vue instationnaire au travers du lâcher périodique ou des allures des spectres de vitesse et de pression. Une surestimation des niveaux de pression fluctuante est cependant observée.

L'utilisation des données aérodynamiques numériques fournit, à moindre coût, une compréhension plus complète de l'écoulement qu'en exploitant uniquement les résultats expérimentaux. En particulier, la dynamique des structures cohérentes est maintenant visualisable et les interactions présentes dans le sillage sont mises en évidence.

La technique des temps avancés est ensuite appliquée pour déterminer le rayonnement de cet écoulement.

Pour prendre en compte l'influence du plan, le rayonnement est calculé en appliquant deux méthodes de résolution. D'une part, l'équation de FW-H est résolue directement avec le noyau de Green en espace libre, d'autre part la technique des images est appliquée pour éviter le calcul de l'intégrale surfacique sur le sol. Pour les hautes fréquences, les deux méthodes donnent des résultats équivalents et proches des mesures. Comme pour l'application sur le barreau 3-D, la composante HF du rayonnement est principalement produite par le terme volumique. En basse fréquence, la technique des images sous estime le rayonnement tandis que le calcul du terme surfacique permet de se rapprocher des mesures. L'origine de cet écart entre les deux méthodes n'est pas clairement identifié.

Perspectives

L'un des résultats importants de cette étude est la mise en évidence de la contribution dominante des termes volumiques (champ direct) devant les termes surfaciques (champ diffracté) dans le rayonnement haute fréquence. L'origine de ce résultat est certainement physique, mais il peut également correspondre aux limites d'exploitation de données aérodynamiques incompressibles par les méthodes analogiques. La quantification de l'influence de la partie compressible des termes sources sur le rayonnement acoustique permettrait de lever cette ambiguïté.

L'utilisation de la méthode des temps avancés semble la seule technique utilisable pour résoudre complètement les méthodes intégrales sur des configurations 3-D. En outre, l'application de cette technique à des écoulements 3-D montre que le calcul des termes volumiques de l'analogie de FW-H est *nécessaire* pour estimer correctement les rayonnements haute fréquence.

Au cours de ce travail, notre stratégie a été de stocker les champs de vitesse et de pression et d'exploiter ces données par la suite. Dans une stratégie de développement et de validation des méthodes, ce raisonnement doit être utilisé pour éviter d'effectuer un grand nombre de calculs CFD, très coûteux en terme de temps. Cependant, dans un contexte industriel, pour lequel l'homogénéité des outils numériques est primordiale à la rapidité du développement des véhicules, l'intégration de la résolution de l'équation de FW-H dans les logiciels de CFD standards pourrait être effectuée. Par la méthode des temps avancés, le rayonnement acoustique se construirait à moindre coût au fil du calcul aérodynamique.

Pour l'industrie automobile, ce travail ouvre à moyen terme de nouvelles perspectives pour le calcul des bruits d'origine aérodynamique. Les outils numériques développés peuvent servir à déterminer le rayonnement et pourraient constituer un indicateur intéressant pendant les phases de développement des accessoires. L'utilisation des méthodes intégrales dans le milieu industriel reste cependant limitée par la capacité actuelle de nos supercalculateurs. Il est donc primordial de se tourner aussi vers d'autres techniques de calcul CFD, telles que la DES¹⁶² (Detached Eddy Simulation), les couplages RANS-LES ou encore la technique des gaz sur réseau (Logiciel PowerFlow).

Nonobstant ces perspectives, le problème aéroacoustique automobile pourra être traité seulement lorsque des outils capables de déterminer le rayonnement acoustique sur les parois du véhicule, et donc dans l'écoulement, seront disponibles. De nouvelles études doivent donc encore être menées pour compléter nos travaux. A l'issue d'une telle étude, il sera alors possible d'identifier et de quantifier toutes les contributions aux bruits d'origine aérodynamique dans les véhicules.

Glossaire

ALESIA	Appropriate Large Eddy SImulation for Aeroacoustics		
BF	Basse Fréquence		
CAA	Computational AeroAcoustics		
CFD	Computational Fluid Dynamic		
CL	Couche Limite		
DC	Demi-cylindre		
DES	Detached Eddy Simulation		
DNA	Direct Numerical Acoustics		
DNS	Direct Numerical Simulation		
DSP	Densité spectrale de Puissance		
EEL	Equations d'Euler Linéarisées		
\mathbf{FRF}	Fonction de Réponse en Fréquence		
FW-H	Ffowcs Williams & Hawkings		
$_{ m HF}$	Haute fréquence		
LDV	Laser Doppler Velocimetry		
LES	Large Eddy Simulation		
MS	Méthode Spectrale		
MTA	Méthode des Temps Avancés		
MTR	Métode des Temps Retardés		
NS	Navier-Stokes		
PISO	Pressure-Implicit with Splitting of Operators		
PIV	Particule Image Velocimetry		
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes		
SD	Sous-Domaine		
SIMPLE	Semi-Implicit-Method for Pressure-Linked Equations		
SIMPLEC	SIMPLE Consistent		
SNGR	Stochastic Noise Generation and Radiation		
U-RANS	Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes		

Références

- ¹ABRAMOVITZ, M. & STEGUN, I.A., 1965, Handbook of mathematical functions, Dover, New York.
- ²ACHENBACH, E., 1968, Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross-flow up to Re = 5x10⁶, J. Fluid Mech., 34, p. 625–639.
- ³ADRIAN, R.J., 1991, Particle imaging technique for experimental fluid mechanics, Ann. Rev. Fluid Mech., 23, p. 261–304.
- ⁴BAGGETT, J., 1997, Some modeling requirements for wall models in large-eddy simulations, *Center* for Turbulence Research, Annual Research Briefs, p. 123–134.
- ⁵BAILLY, C. & COMTE-BELLOT, G., 2003, *Turbulence*, CNRS Editions.
- ⁶BAILLY, C. & JUVÉ, D., 1999, A stochastic approach to compute subsonic noise using linearized Euler's equations, AIAA Paper 1999-1872.
- ⁷BAILLY, C., LAFON, P. & CANDEL, S., 1995, A stochastic approach to compute noise generation and radiation of free turbulent flows, *AIAA Paper 1995*.
- ⁸BAILLY, C., LAFON, P. & CANDEL, S., 1996, Computation of noise generation and propagation for free and confined turbulent flow, AIAA Paper 1996.
- ⁹BASTIN, F., 1995, *Etude numérique du bruit de jet rayonné par les structures cohérentes de la turbulence*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris.
- ¹⁰BASTIN, F., LAFON, P. & CANDEL, S., 1997, Computation of jet mixing noise due to coherent structure : The plane jet case, J. Fluid Mech., **335**, p. 261.
- ¹¹BATCHELOR, G.K., 1981, An introduction to fluid dynamics, Cambridge University Press.
- ¹²BATHAM, J.P., 1973, Pressure distributions on circular cylinders at critical Reynolds number, J. Fluid Mech., 57, p. 209–228.
- ¹³BATOZ, J.L. & DHATT, G., 1990, Modélisation des structures par éléments finis Volume 1, Ed. Hermès.
- ¹⁴BEARMAN, P.W., 1969, On vortex shedding from a circular cylinder in the critical Reynolds number régime, J. Fluid Mech., 37, p. 577–585.
- ¹⁵BÉCHARA, W., LAFON, P. & CANDEL, S., 1993, Modélisation du bruit des jets turbulents libres et subsoniques à température ambiante, *Journal de Physique*, p. 653–674.
- ¹⁶BEHR, M., HASTREITER, D., MITTAL, S. & TEZDUYAR, T.E., 1995, Incompressible flow past a circular cylinder : Dependence of the computed flow field on the location of the lateral boundaries, *Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **123**, p. 309–316.
- ¹⁷BLAKE, W.K., 1981, Mechanisms of flow-induced sound and vibration, vol. 1, Academic Press, Inc.
- ¹⁸BLOOR, S., 1964, The transition to turbulence in the wake of a circular cylinder, J. Fluid Mech., 19, p. 290–304.

- ¹⁹BLOOR, S. & GERRARD, J.H, 1966, Measurements on turbulent vortices in a cylinder wake, Proc. of the Royal Society of London, A 294, p. 319–342.
- ²⁰BOGEY, C. & BAILLY, C., 2002, A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for computing the aerodynamic sound, AIAA Paper 2002-2509.
- ²¹BOGEY, C. & BAILLY, C., 2002, Three-dimensional non reflective conditions for acoustic simulations : far-field formulation and validation test cases, *Acta Acoustica*, 88(4), p. 463–471.
- ²²BOGEY, C., BAILLY, C. & JUVÉ, D., 2003, Noise investigation of a high subsonic, moderate Reynolds number jet using a compressible LES, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, **16**(4), p. 273–297.
- ²³BOUDET, J., CASALINO, D., JACOB, M. & FERRAND, P., 2003, Prediction of sound radiated by a rod using large eddy simulation, *AIAA Paper*, p. 2003–3217.
- ²⁴BRAZA, M., CHASSAING, P. & HA MINH, H., 1986, Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields in the near wake of a circular cylinder, J. Fluid Mech., 165, p. 79–130.
- ²⁵BRAZA, M., CHASSAING, P. & HA MINH, H., 1990, Prediction of large-scale transition features in the wake of a circular cylinder, *Phys. Fluids*, 2(8), p. 1461–1471.
- ²⁶BRENTNER, K.S., 1996, Numerical algorithms for acoustic integrals the devil is in details, AIAA Paper 96-1706.
- ²⁷BRENTNER, K.S., COX, J.S., RUMSEY, C.L. & YOUNIS, B.A., 1996, Computation of sound generated by flow over circular cylinders : an acoustic analogy approach, *Second Computational Aeroacoustics Workshop on Benchmark Problems*, Tallahassee FL, November.
- ²⁸BREUER, M., 1998, LES of the subcritical flow past a circular cylinder : numerical and modeling aspects, Int. J. Numer. Meth. Fluids.
- ²⁹BREUER, M., 2000, A challenging test case for LES : high Reynolds number circular cylinder flow, International Journal of Heat and Fluid Flow, p. 648–654.
- ³⁰CABOT, W., 1995, Large-eddy simulations with wall models, Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs, p. 41–50.
- ³¹CABOT, W., 1997, Wall models in large eddy simulation of separated flow, Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs, p. 97–105.
- ³²CABOT, W. & MOIN, P., 2000, Approximate wall boundary conditions in the Large-Eddy Simulation of high Reynolds number flow, *Flow, Turbulence and Combustion*, **63**, p. 269–291.
- ³³CANTWELL, B. & COLES, D., 1983, An experimental study of entrainment and transport in the turbulent near wake of a circular cylinder, J. Fluid Mech., 136, p. 321–374.
- ³⁴CASALINO, D., 2003, An advanced time approach for acoustic analogy predictions, J. Sound Vib., 261(4), p. 583–612.
- ³⁵CASTRO, I.P. & ROBINS, A.G., 1977, The flow around a surface-mounted cube in uniform and turbulent stream, J. Fluid Mech., 79, p. 307–335.

- ³⁶CHACATON, D., 2004, Modélisation aéroacoustique du bruit généré par un écoulement turbulent
 3-d autour d'un demi-cylindre, Ecole Centrale de Nantes, Technical report.
- ³⁷CHYU, C., LIN, J.C., SHERIDAN, J. & ROCKWELL, D, 1995, Kármán vortex formation from a cylinder : Role of phase-locked Kelvin-Helmholtz vortices, *Phys. Fluids*, 7(9), p. 117–137.
- ³⁸CLARK, P.J.F & RIBNER, H.S, 1969, Direct correlation of fluctuationg lift with radiated sound for an airfoil in turbulent flow, J. Acoust. Soc. Am., 46(3), p. 802–805.
- ³⁹COX, J.S., BRENTNER, K.S. & RUMSEY, C.L., 1998, Computation of vortex shedding and radiated sound for a circular cylinder : subcritical to transcritical Reynolds number, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, **12**, p. 233–253.
- ⁴⁰CRAUSSE, E., 1936, Contribution expérimentale à l'étude des phénomènes transitoires et périodiques se produisant dans les lignes de mouvement, thèse de doctorat, Thèse de Docteur ès Sciences, Toulouse.
- ⁴¹CRIGHTON, D.G., 1975, Basic principles of aerodynamic sound generation, Prog. Aerospace Sci., 16(1), p. 31–96.
- ⁴²CRIGHTON, D.G., DOWLING, A.P., FFOWCS WILLIAMS, J.E., HECKL, M. & LEPPINGTON, F.G., 1992, Modern methods in analytical acoustics : Lectures notes, Springer Verlag, London.
- ⁴³CRIGHTON, D.G. & LEPPINGTON, F.G., 1971, On the scattering of aerodynamic noise, J. Fluid Mech., 46(3), p. 577–597.
- ⁴⁴CURLE, N., 1955, The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound, Proc. of the Royal Society of London, A 231, p. 505–514.
- ⁴⁵DAHLSTROM, S., 2003, Large eddy simulation of the flow around a high-lift airfoil, thèse de doctorat, Chalmers University of Technology.
- ⁴⁶DAVIES, H.G., 1970, The radiated fields of multipole point sources near a solid spherical surface, J. Fluid Mech., 43, p. 597–606.
- ⁴⁷D.G., Crighton, 1993, Computational aeroacoustics for low Mach number flows, dans *Computational aeroacoustics*, édité par Hardin, J.C. and Hussaini, M.Y., Springer-Verlag, p. 50–68.
- ⁴⁸DI FRANCESCANTONIO, P., 1997, A new boundary integral formulation for the prediction of sound radiation, J. Sound Vib., **202**(4), p. 491–509.
- ⁴⁹DOAK, P.E., 1960, Acoustic radiation from a turbulent fluid containing foreign bodies, Proc. of the Royal Society of London, A 254, p. 129–145.
- ⁵⁰DOWLING, A.P., 1992, Vortex sound, in Modern Methods in Analytical Acoustics, Springer Verlag, London.
- ⁵¹DUCROS, F., 1995, Simulations numériques directes et des grandes échelles de couches limites compressibles, thèse de doctorat, Institut de Mécanique de Grenoble.

- ⁵²EISENLOHR, H. & ECKELMANN, H., 1989, Vortex splitting and its consequences in the vortex street wake of cylinder at low Mach number, *Phys. Fluids*.
- ⁵³EM KARNIADAKIS, G. & TRIANTAFYLLOU, G.S., 1991, Three-dimensional dynamics and transition to turbulence in the wake of bluff objects, *J. Fluid Mech.*, **238**, p. 1–30.
- ⁵⁴ETKIN, B., KORBACHER, G.K. & KEEFE, R.T., 1957, Acoustic radiation from a stationnary cylinder in a fluid stream (Aeolian tones), J. Acoust. Soc. Am., 29(1), p. 30–36.
- ⁵⁵EWERT, R., MEINKE, M. & SCHRODER, W., 2000, Aeroacoustic source terms for the linearized Euler equations, AIAA Paper 2000-2046.
- ⁵⁶EWERT, R., MEINKE, M. & SCHRODER, W., 2001, Comparison of source term formulations for a hybrid CFD/CAA method, AIAA Paper 2001-2200.
- ⁵⁷FARABEE, T.M. & CASARELLA, M.J., 1991, Spectral feature of wall pressure beneath turbulent boundary layers, *Phys. Fluids*, **3**(10), p. 2410–2420.
- ⁵⁸FARASSAT, F., 1981, Linear acoustic formulae for calculation of rotating blade noise, AIAA Journal, 19(9), p. 1122–1130.
- ⁵⁹FARASSAT, F., 1996, Introduction to generalized functions with applications in aerodynamics and aeroacoustics, NASA, Technical Report TM-110285.
- ⁶⁰FARELL, C. & BLESSMANN, J., 1983, On critical flow around smooth circular cylinder, J. Fluid Mech., 136, p. 375–391.
- ⁶¹FFOWCS WILLIAMS, J.E., 1969, Hydrodynamic noise, Ann. Rev. Fluid Mech., 1, p. 197–222.
- ⁶²FFOWCS WILLIAMS, J.E. & HALL, L.H., 1970, Aerodynamic sound generation by turbulent flow in the vicinity of a scattering half-plane, *J. Fluid Mech.*, **40**, p. 657–670.
- ⁶³FFOWCS WILLIAMS, J.E. & HAWKINGS, D.L., 1969, Sound generated by turbulence and surfaces in arbitrary motion, *Philosophical Transactions of the Royal Society*, A264(1151), p. 321–342.
- ⁶⁴FLEISCHMANN, S.T. & SALLET, D.W., 1981, Vortex shedding from cylinders and the resulting unsteady forces and flow phenomenon, *Shock and Vibration Digest*, **13**(11), p. 9–22.
- ⁶⁵FRANKE, J. & FRANK, W., 2002, Large eddy simulation of the flow past a circular cylinder at Re = 3900, J. Wing Engin. and Indus. Aero.
- ⁶⁶FROHLICH, J. & RODI, W., 2004, LES of the flow around a circular cylinder of finite height, International Journal of Heat and Fluid Flow, 25, p. 537–548.
- ⁶⁷FROHLICH, J., RODI, W., DEWAN, A. & FONTES, J., 2002, Large eddy simulation of the flow around the free end of a circular cylinder of finite height, *Dans : Hirschel, E. (Ed.), Numerical Flow Simulation III. Dans, Notes on Numerical Fluid Mechanics.*, **82**, p. 191–202.
- ⁶⁸FUJITA, H., SUZUKI, H., SAGAWA, A. & TAKAISHI, T., 2000, The aeolian tones and the surface pressure in high Reynolds number flow, AIAA Paper.

- ⁶⁹GERRARD, J.H., 1955, Measurements of the sound from circular cylinders in an air stream, Proc. of the Royal Society of London, B68, p. 453–461.
- ⁷⁰GLOERFELT, X., 2001, Bruit rayonné par un écoulement affleurant une cavité : Simulation aéroacoustique directe et application de méthodes intégrales, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon.
- ⁷¹GLOERFELT, X., BAILLY, C. & JUVÉ, D., 2001, Computation of the noise radiated by a subsonic cavity using direct simulation and acoustic analogy, AIAA Paper 2001-2226.
- ⁷²GLOERFELT, X., BAILLY, C. & JUVÉ, D., 2003, Direct computation of the noise radiated by a subsonic cavity and application of integral methods, J. Sound Vib., 266, p. 119–146.
- ⁷³GOLDSTEIN, M.E., 1976, Aeroacoustics, McGraw-Hill, New York.
- ⁷⁴GOLDSTEIN, M.E. & ROSENBAUM, B., 1973, Effect of anisotropic turbulence on aerodynamic noise, J. Acoust. Soc. Am., 54(3), p. 630–645.
- ⁷⁵HAMMACHE, M. & GHARIB, M., 1991, An experimental study of the parallel and oblique vortex shedding from circular cylinders, J. Fluid Mech., 232, p. 567–590.
- ⁷⁶HARDIN, J.C. & LAMKIN, S.L., 1984, Aeroacoustic computation of cylinder wake flow, AIAA Journal, 22, p. 51–57.
- ⁷⁷HARDIN, J.C. & POPE, D.S., 1994, An acoustic/viscous splitting technique for computational aeroacoustics, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, 5-6.
- ⁷⁸HINZE, J.O., 1959, *Turbulence*, McGraw-Hill.
- ⁷⁹HORVATH, T.J., JONES, G.S. & STAINBACK, P.C., 1986, Coherent shedding from a circular cylinder at critical, supercritical, and transcritical Reynolds number, SAE, Technical Report TP 861768, Long Beach, CA.
- ⁸⁰HOWE, M.S., 1975, Contributions to the theory of aerodynamic sound, with application to excess noise and the theory of the flute, J. Fluid Mech., **71**, p. 625–673.
- ⁸¹HOWE, M.S., 1998, Acoustics of fluid-structures interactions, Cambridge University Press.
- ⁸²HUMPHREYS, J.S., 1960, On a circular cylinder in a steady wind at transition Reynolds number, J. Fluid Mech., 9, p. 603–613.
- ⁸³HUNT, J.C.R., ABELL, C.J., PETERKA, J.A. & WOO, H., 1978, Kinematical studies of the flows around free or surface-mounted obstacles; applying topology to flow visualization, *J. Fluid Mech.*, 86, p. 179–200.
- ⁸⁴INOUE, O. & HATAKEYAMA, N., 2002, Sound generation by a two-dimensional circular cylinder in a uniform flow, J. Fluid Mech., 471, p. 285–314.
- ⁸⁵JAMES, W.D., PARIS, S.W. & G.N., Malcolm, 1980, Study of viscous crossflow effects on circular cylinders at high Reynolds number, AIAA Journal, 18(9), p. 1066–1072.

- ⁸⁶JEONG, J. & HUSSAIN, F., 1995, On the identification of a vortex, J. Fluid Mech., 285, p. 69–94.
- ⁸⁷JORDAN, S.A. & RAGAB, S.A., 1998, A large eddy simulation of the near wake of a circular cylinder, ASME Journal of Fluids Engineering, **120**, p. 243–252.
- ⁸⁸KALITZIN, G., KALITZIN, N. & WILDE, A., 2000, A factorization scheme for RANS turbulence models and SNGR predictions of trailing edge noise, AIAA Paper 2000-1982.
- ⁸⁹KATO, C., LIDA, A., FUJITA, H. & IKEGAWA, M., 1993, Numerical prediction of aerodynamic noise from low Mach number turbulent wake, AIAA Paper 1993-0145.
- ⁹⁰KAWAMURA, T., HIWADA, M. & HIBINO, T., 1984, Flow around a finite circular cylinder on a flat plate, *Bulletin of JSME*, **232**, p. 2142–2151.
- ⁹¹KIRCHHOFF, G.R., 1883, Towards a theory of light rays, Annalen der Physik und Chemie, 18, p. 663–695.
- ⁹²KOMPENHANS, J., RAFFEL, M. & WILLERT, C., 1998, Particle Image Velocimetry, a practical guide, Springer Verlag.
- ⁹³KOURTA, A., BOISSON, H.C., CHASSAING, P. & HA MINH, H., 1987, Nonlinear interaction and the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder, J. Fluid Mech., 181, p. 141–161.
- ⁹⁴KOVASZNAY, L.S.G, 1949, Hot-wire investigation of the wake behind cylinders at low Reynolds numbers, Proc. of the Royal Society of London, A 198, p. 174–90.
- ⁹⁵KRAJNOVIC, S., 2002, Large Eddy Simulations for computing the flow around vehicles, thèse de doctorat, Chalmers University of Technology.
- ⁹⁶KRAJNOVIC, S. & DAVIDSON, L., 2001, Large eddy simulation of the flow around a three-dimensional bluff body, AIAA Paper 2001-0432.
- ⁹⁷KUMARASAMY, S., KORPUS, R. & BARLOW, J.B., 1996, Computation of noise due to flow over a circular cylinder, Second Computational Aeroacoustics Workshop on Benchmark Problems, *Tallahassee FL*, *November*, Technical report.
- ⁹⁸LARSSON, J., 2002, Computational Aero Acoustics for vehicle applications, thèse de doctorat, Chalmers University of Technology.
- ⁹⁹LECLERCQ, D., 1999, Modélisation de la réponse vibro-acoustique d'une structure couplée à une cavité en présence d'un écoulement turbulent, thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne.
- ¹⁰⁰LECLERCQ, D. & BOHINEUST, X., 2002, Investigation and modelling of the wall pressure field beneath a turbulent boundary layer at low and medium frequencies, J. Sound Vib., 257(3), p. 477– 501.
- ¹⁰¹LECLERCQ, D., JACOB, M, LOUISOT, A. & TALOTTE, C., 2001, Forward-backward facing step pair :aerodynamic flow, wall pressure and acoustic characterisation, AIAA Paper 2001-2249.

- ¹⁰²LEE, S., HAN, J.O., CHOI, J.S. & RUNCHAI, A.K., 1999-7800, A large-eddy simulation of the turbulent flow in the vinicity of an upright wall-mounted half cylinder and aerodynamic sound prediction, ASME, FEDSM99.
- ¹⁰³LEE, T. & BUDWIG, R., 1991, A study of the effect of aspect ration on vortex shedding behind circular cylinder, *Phys. Fluids*, 3(2), p. 309–315.
- ¹⁰⁴LÉWY, S., 2001, Acoustique industrielle et aéroacoustique, chap. 9, p. 305–310. Collection Acoustique SFA, Hermès Science.
- ¹⁰⁵LIGHTHILL, M.J., 1952, On sound generated aerodynamically I. General theory, Proc. of the Royal Society of London, A 211, p. 564–587.
- ¹⁰⁶LIGHTHILL, M.J., 1954, On sound generated aerodynamically II. Turbulence as a source of sound, Proc. of the Royal Society of London, A 222, p. 1–32.
- ¹⁰⁷LILLEY, G.M., 1972, The generation and radiation of supersonic jet noise. Vol. IV Theory of turbulence generated jet noise, noise radiation from upstream sources, and combustion noise. Part II : Generation of sound in a mixing region, Air Force Aero Propulsion Laboratory, Technical Report AFAPL-TR-72-53, Vol. 4.
- ¹⁰⁸LILLEY, G.M., 1974, On the noise from jets, AGARD CP-131, Technical report.
- ¹⁰⁹LINKE, W., 1931, Neue messungen zur aerodynamik des zylinders, insbesondere seines reinen reibungswiderstandes, *Phys. Zr.*, **32**, p. 900.
- ¹¹⁰LOCKARD, D.P., 2000, An efficient, two-dimensional implementation of the Ffowcs Williams and Hawkings equation, J. Sound Vib., 229(4), p. 897–911.
- ¹¹¹MAGAGNATO, F., SORGUVEN, E. & GABI, M., 2003, Far field noise prediction by large eddy simulation and Ffowcs Williams Hawkings analogy, AIAA Paper, p. 2003–3206.
- ¹¹²MANKBADI, R.R., SHIH, S.H., HIXON, D.R., STUART, J.T. & POVINELLI, L.A., 1996, Extension of near field to far field jet noise prediction, AIAA Paper 96-2651.
- ¹¹³MANKBADI, R.R., SHIH, S.H., HIXON, D.R., STUART, J.T. & POVINELLI, L.A., 1996, A Surface-Integral Formulation for jet noise prediction based on pressure signal alone, J. Comput. Acous., 6(3), p. 307–320.
- ¹¹⁴MARSDEN, O., BOGEY, C. & BAILLY, C., 2004, High-order curvilinear simulations of flows around non-cartesian bodies, AIAA Paper, p. 2004–2812.
- ¹¹⁵MEIN, M., DUPUY, F. & BOHINEUST, X., 2002, Experimental characterisation of aeroacoustics sources using microphone array measurements and invers techniques., *AIAA Paper 2002-2168*.
- ¹¹⁶MICHAUX-LEBLON, N. & CADIEGUE, S., 1999, Structures tourbillonnaires générées par les plaques de garde d'un cylindre à faible nombre de Reynolds, *14e Congrès Français de Mécanique*.
- ¹¹⁷MILLER, G.D. & WILLIAMSON, C.H.K., 1994, Control of three-dimensionnal phase dynamics in a cylinder wake, *Exp. Fluids*.

- ¹¹⁸MILNE-THOMPSON, L.M., 1968, *Theoretical Hydronamics*, McMillan, London, 5th édition.
- ¹¹⁹MITTAL, R., 1996, Progress on LES of flow past a circular cylinder, *Center for Turbulence Research*, Annual Research Briefs.
- ¹²⁰MORRIS, P.J., 1994, The scattering of sound from a spacially distributed axisymmetric cylindrical source by a circular cylinder, J. Acoust. Soc. Am., 97(5), p. 2651–2656.
- ¹²¹MORSE, P.M. & INGARD, K.U., 1968, *Theoretical Acoustics*, McGraw-Hill, New York.
- ¹²²NOACK, B.R., KONIG, M. & ECKELMANN, H., 1994, Three-dimensionnal stability of the wake of a circular cylinder, *Phys. Fluids*, A(5), p. 1279.
- ¹²³OBERMEIER, F., 1985, Aerodynamic sound generation caused by viscous processes, J. Sound Vib.,
 99, p. 111–120.
- ¹²⁴OKAMOTO, S. & SUNABASHRIRI, Y., 1992, Vortex shedding from a circular cylinder of finite length placed on a ground plane, *Transactions of the ASME*, **114**, p. 512–521.
- ¹²⁵OKAMOTO, T. & YAGITA, M., 1973, The experimental investigation on the flow past a circular cylinder of finite length placed normal to the plane surface in a uniform stream, *Bulletin of JSME*, 16, p. 805–814.
- ¹²⁶PÉROT, F., AUGER, J.M., GIARDI, H., BAILLY, C. & JUVÉ, D., 2004, Computation of the noise generated by low Mach number flows around a cylinder and a wall-mounted half-cylinder, AIAA Paper 2004-2859.
- ¹²⁷PÉROT, F., GLOERFELT, X., AUGER, J.M., GIARDI, H. & BAILLY, C., 2003, Numerical prediction of the noise radiated by a cylinder, AIAA Paper 2003-3240.
- ¹²⁸PERSILLON, H., 1995, Analyse physique par simulation numérique bi- et tri-dimensionnelle de la transition laminaire-turbulente dans l'écoulement autour d'un cylindre, thèse de doctorat, INP Toulouse.
- ¹²⁹PHILLIPS, O.M., 1956, The intensity of aeolian tones, J. Fluid Mech., 1, p. 607–624.
- ¹³⁰PHILLIPS, O.M., 1960, On the generation of sound by supersonic turbulent shear layers, J. Fluid Mech., 9(1), p. 1–28.
- ¹³¹PIOMELLI, U. & BALARAS, E., 2002, Wall-Layer Models for Large-Eddy Simulation, Ann. Rev. Fluid Mech., 34, p. 349–374.
- ¹³²POPE, D.S., 1996, A viscous/acoustic splitting technique for aeolian tone prediction, Second Computational Aeroacoustics Workshop on Benchmark Problems, Tallahassee FL, November.
- ¹³³POWELL, A., 1960, Aerodynamic noise and the plane boundary, J. Acoust. Soc. Am., **32**(8), p. 982–990.
- ¹³⁴POWELL, A., 1964, Theory of vortex sound, J. Acoust. Soc. Am., **36**, p. 177–195.
- ¹³⁵PRASAD, A. & WILLIAMSON, C.H.K, 1997, The instability of the shear layer separating from a bluff body, J. Fluid Mech., 333, p. 375–402.

- ¹³⁶PRIEUR, J., 1988, Calculation of transonic rotor noise using a frequency domain formulation, AIAA Journal, 26(2), p. 156–162.
- ¹³⁷REITHMULLER, M.L., 2000, Evolution de la vélocimétrie laser par imagerie de particules, VKI, Synthèse de communication présentées en 1999 et 2000.
- ¹³⁸REVELL, J.D., PRYDZ, R.A. & HAYS, A.P., 1978, Experimental study of aerodynamic noise vs drag relationships for circular cylinders, AIAA Journal, 16(9), p. 889–895.
- ¹³⁹RIBNER, H.S., 1969, Quadrupole correlations governing the pattern of jet noise, J. Fluid Mech., **38**(1), p. 1–24.
- ¹⁴⁰RICHTER, A. & NAUDASCHER, E., 1976, Fluctuacting forces on a rigid circular cylinder in confined flow, J. Fluid Mech., 78, p. 561–576.
- ¹⁴¹RICOT, D., 2002, Simulation numérique d'un écoulement affleurant une cavité par la méthode Boltzmann sur réseau et application au toit ouvrant de véhicules automobiles, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon.
- ¹⁴²RICOT, D., MAILLARD, V. & BAILLY, C., 2001, Numerical simulation of the unsteady flow past a cavity and application to the sunroof buffeting, *AIAA Paper 2001-2112*.
- ¹⁴³RICOT, D., MAILLARD, V. & BAILLY, C., 2002, Numerical simulation of unsteady cavity flow using lattice boltzmann method, AIAA Paper 2002-2532.
- ¹⁴⁴RODI, W., FERZIGER, J.H., BREUER, M. & POURQUIÉ, M., 1997, Status of large eddy simulation : Results of a workshop, *Transactions of the ASME*, **119**, p. 248–262.
- ¹⁴⁵ROSKHO, A., 1961, Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number, J. Fluid Mech., 10, p. 345–356.
- ¹⁴⁶ROSKHO, A., 1966, On the drag and shedding frequency of two-dimensional bluff bodies, NACA, Technical Report TN 3169.
- ¹⁴⁷SARKAR, S. & HUSSAINI, M.Y., 1993, Computation of the acoustic radiation from bounded homogeneous flows, dans *Computational aeroacoustics*, édité par Hardin, J.C. and Hussaini, M.Y., Springer-Verlag, p. 335–355.
- ¹⁴⁸SARKAR, S. & HUSSAINI, M.Y., 1993, Computation of the sound generated by isotropic turbulence, ICASE Report, Technical Report 93-74.
- ¹⁴⁹SCARANO, F., 2000, Particule Image Velocimetry development and application, thèse de doctorat, von Kármán Institute for Fluid Dynamics.
- ¹⁵⁰SCHEWE, G., 1983, On the force fluctuations acting on a circular cylinder in crossflow from subcritical up to transcritical Reynolds number, J. Fluid Mech., 133, p. 265–285.
- ¹⁵¹SCHLICHTING, H., 1968, Boundary Layer Theory, McGraw-Hill, 7^{ème} édition.
- ¹⁵²SCHOFIELD, W.H. & LOGAN, E., 1990, Turbulent shear flow over surface mounted obstacles, Transactions of the ASME, 112, p. 376–385.

- ¹⁵³SEROR, C., SAGAUT, P., BAILLY, C. & JUVÉ, D., 2001, On the radiated noise computed by largeeddy simulation, *Phys. Fluids*, **12**(2), p. 476–487.
- ¹⁵⁴SHIH, W.C.L., WANG, C., COLES, D. & ROSKHO, A., 1993, Experiments on flow past rough cylinders at large Reynolds number, *J. Wing Engin. and Indus. Aero.*, **49**, p. 351–368.
- ¹⁵⁵SNARSKI, R., 2004, Flow over yawned cylinders : Wall pressure spectra and flow regimes, *Phys. Fluids*, **16**(2), p. 344–359.
- ¹⁵⁶SONG, C.C.S. & YUAN, M., 1990, Simulation of vortex-shedding flow about a circular cylinder at high Reynolds numbers, *JFE*.
- ¹⁵⁷SORGUVEN, E., MAGAGNATO, F. & GABI, M., 2003, Acoustic prediction of a cylinder and airfoil configuration at high Reynold number with LES and FW-H, *ERCOFTAC*, **58**.
- ¹⁵⁸SORGUVEN, E., MAGAGNATO, F. & GABI, M., 2003, Sound prediction of an airfoil in the wake of a cylinder, 449th EUROMECH Colloquium, Chamonix.
- ¹⁵⁹SZEPESSY, S., 1994, On the spanwise correlation of vortex shedding from a circular cylinder at high subcritical Reynolds number, *Phys. Fluids*, 6(7), p. 2406–2416.
- ¹⁶⁰TAM, C.K.W. & DONG, Z., 1995, Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a nouniform mean flow, AIAA Paper 95-007.
- ¹⁶¹TAM, C.K.W. & SHEN, H., 1993, Direct computation of nonlinear acoustic pulses using high order finite difference schemes, AIAA Paper 93-4325.
- ¹⁶²TRAVIN, A., SHUR, M., STRELETS, M. & SPALART, P., 2000, Detached eddy simulation past a circular cylinder, *Flow, Turbulence and Combustion*, 63, p. 293–313.
- ¹⁶³TREMBLAY, F., 2001, Direct and Large-Eddy Simulation of flow around a circular cylinder at subcritical Reynolds number, thèse de doctorat, Technical University of Munich.
- ¹⁶⁴UNAL, M.F. & ROCKWELL, D., 1969, On vortex formation from a cylinder.Part 1. The initial instability, J. Fluid Mech., 37, p. 577–585.
- ¹⁶⁵VARTANIAN, C., 2003, Développement de méthodes expérimentales permettant de relier la structure spatio-temporelle de l'écoulement au champ de pression pariétale, thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- ¹⁶⁶VISBAL, M.R. & GAITONDE, D.V., 1999, High-order-accurate methods for complex unsteady subsonic flows, AIAA Journal, 37(10), p. 1231–1239.
- ¹⁶⁷WANG, M., 1995, Aerodynamic sound of flow past an airfoil, Annual Briefs of Center for Turbulence research, p. 257–270.
- ¹⁶⁸WANG, M., CATALANO, P. & IACCARINO, G., 2001, Prediction of high Reynolds number flow over a circular cylinder using LES with wall modeling, *Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs*, p. 45–50.

- ¹⁶⁹WANG, M., LELE, S.K. & MOIN, P., 1996, Computation of quadrupole noise using acoustic analogy, AIAA Journal, 34(11), p. 2247–2254.
- ¹⁷⁰WEI, T. & SMITH, C.R., 1986, Secondary vortices in the wake of circular cylinders, J. Fluid Mech.,
 169, p. 513–533.
- ¹⁷¹WESTERWEEL, J., 1997, Fundamental of digital Particle Image Velocimetry, Measurements Science and Technology, 8, p. 1379–1392.
- ¹⁷²WESTERWEEL, J., 1998, Principles of PIV techniques. Application of particle image theory and practise, DLR, Göttingen, Germany, report.
- ¹⁷³WILLIAMSON, C.H.K., 1988, Defining a universal and continuous Strouhal-Reynolds number relationship for the laminar vortex shedding of a circular cylinder, *Phys. Fluids*, **31**, p. 2742.
- ¹⁷⁴WILLIAMSON, C.H.K., 1992, The natural and forced formation of spot-like vortex dislocations in the transition of a wake, J. Fluid Mech., 243, p. 393.
- ¹⁷⁵WILLIAMSON, C.H.K., 1996, Vortex dynamics in the cylinder wake, Ann. Rev. Fluid Mech., 28, p. 477–539.
- ¹⁷⁶WITKOWSKA, A., BRASSEUR, J.G. & JUVÉ, D., 1996, Numerical study of noise from isotropic turbulence, J. Comput. Acous., 5(3), p. 317–336.
- ¹⁷⁷WU, J., SHERIDAN, J., HOURIGAN, K. & SORIA, J., 1996, Shear layer vortices and longitudinal vortices in the near wake of a circular cylinder, *Experimental Thermal and Fluid Science*, **12**, p. 169–174.
- ¹⁷⁸YUDIN, E.Y., 1947, On the vortex sound of rotating rods, NACA, Technical Report 1136.
- ¹⁷⁹ZHANG, H., FEY, U., NOACK, B.R., KONIG, M. & ECKELMANN, H., 1995, On the transition of the cylinder wake, *Phys. Fluids*, 7(4), p. 779–794.