

N° d'ordre : 2010-31

ANNÉE 2010

THÈSE

présentée devant
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir
le titre de DOCTEUR
SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Gabriel REBOUL

Modélisation du bruit à large bande de soufflante de turboréacteur

Soutenue le 12 novembre 2010 devant la Commission d'Examen

JURY

Président :	Mr. Stéphane MOREAU (rapporteur)
Examineurs :	Mr. Hugues DENIAU
	Mr. Yves GERVAIS (rapporteur)
	Mr. Cyril POLACSEK
	Mr. Michel ROGER (directeur)
	Mr. Claude SENSIAU

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509
École Centrale de Lyon

Liste des personnes habilitées à diriger des recherches

École Centrale de Lyon

NOM Prénom	Corps grade	Laboratoire	Établissement
AURIOL Philippe	<i>Professeur</i>	CEGELY	ECL
BEROUAL Abderrahmane	<i>Professeur</i>	CEGELY	ECL
BURET François	<i>Maître de conférences</i>	CEGELY	ECL
JAFFREZIC-RENAULT Nicole	<i>Directeur de recherche</i>	CEGELY	CNRS/ECL
KRAHENBUHL Laurent	<i>Directeur de recherche</i>	CEGELY	CNRS/ECL
MARTELET Claude	<i>Professeur</i>	CEGELY	ECL
NICOLAS Alain	<i>Professeur</i>	CEGELY	ECL
NICOLAS Laurent	<i>Directeur de recherche</i>	CEGELY	CNRS/ECL
SIMONET Pascal	<i>Chargé de recherche</i>	CEGELY	CNRS/ECL
THOMAS Gérard	<i>Professeur</i>	CEGELY	ECL
VOLLAIRE Christian	<i>Maître de conférences</i>	CEGELY	ECL
HELLOUIN Yves	<i>Maître de conférences</i>	DER EEA	ECL
LE HELLEY Michel	<i>Professeur</i>	DER EEA	ECL
GUIRALDENQ Pierre	<i>Professeur émérite</i>	DER STMS	ECL
VINCENT Léo	<i>Professeur</i>	DER STMS	ECL
LOHEAC Jean-Pierre	<i>Maître de conférences</i>	ICJ	ECL
MAITRE Jean-François	<i>Professeur émérite</i>	ICJ	ECL
MARION Martine	<i>Professeur</i>	ICJ	ECL
MOUSSAOUI Mohand	<i>Professeur</i>	ICJ	ECL
MUSY François	<i>Maître de conférences</i>	ICJ	ECL
ROUY MIRONESCU Elisabeth	<i>Professeur</i>	ICJ	ECL
ZINE Abdel-Malek	<i>Maître de conférences</i>	ICJ	ECL

DAVID Bertrand	<i>Professeur</i>	ICTT	ECL
CALLARD Anne-Ségolène	<i>Maître de conférences</i>	INL	ECL
CLOAREC Jean-Pierre	<i>Maître de conférences</i>	INL	ECL
GAFFIOT Frédéric	<i>Professeur</i>	INL	ECL
GAGNAIRE Alain	<i>Maître de conférences</i>	INL	ECL
GARRIGUES Michel	<i>Directeur de recherche</i>	INL	CNRS/ECL
GENDRY Michel	<i>Directeur de recherche</i>	INL	CNRS/ECL
GRENET Geneviève	<i>Directeur de recherche</i>	INL	CNRS/ECL
HOLLINGER Guy	<i>Directeur de recherche</i>	INL	CNRS/ECL
JOSEPH Jacques	<i>Professeur</i>	INL	ECL
KRAWCZYK Stanislas	<i>Directeur de recherche</i>	INL	CNRS/ECL
LETARTRE Xavier	<i>Chargé de recherche</i>	INL	CNRS/ECL
MARTIN Jean-René	<i>Professeur émérite</i>	INL	ECL
O'CONNOR Ian	<i>Maître de conférences</i>	INL	ECL
PHANER-GOUTORBE Magali	<i>Professeur</i>	INL	ECL
ROBACH Yves	<i>Professeur</i>	INL	ECL
SAINT-GIRONS Guillaume	<i>Chargé de recherche</i>	INL	CNRS/ECL
SEASSAL Christian	<i>Chargé de recherche</i>	INL	CNRS/ECL
SOUTEYRAND Eliane	<i>Directeur de recherche</i>	INL	CNRS/ECL
TARDY Jacques	<i>Directeur de recherche</i>	INL	CNRS/ECL
VIKTOROVITCH Pierre	<i>Directeur de recherche</i>	INL	CNRS/ECL
CHEN Liming	<i>Professeur</i>	LIRIS	ECL
BAILLY Christophe	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL
BERTOGLIO Jean-Pierre	<i>Directeur de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
BLANC-BENON Philippe	<i>Directeur de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
BOGEY Christophe	<i>Chargé de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
CAMBON Claude	<i>Directeur de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
CARRIERE Philippe	<i>Chargé de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
CHAMPOUSSIN Jean-Claude	<i>Professeur émérite</i>	LMFA	ECL
COMTE-BELLOT Geneviève	<i>Professeur émérite</i>	LMFA	ECL
FERRAND Pascal	<i>Directeur de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
GALLAND Marie-Annick	<i>Maître de conférences</i>	LMFA	ECL
GODEFERD Fabien	<i>Chargé de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
GOROKHOVSKI Mikhail	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL
HENRY Daniel	<i>Directeur de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
JEANDEL Denis	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL
JUVE Daniel	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL
LE RIBAUT Catherine	<i>Chargé de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
LEBOEUF Francis	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL

PERKINS Richard	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL
ROGER Michel	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL
SCOTT Julian	<i>Professeur</i>	LMFA	ECL
SHAO Liang	<i>Chargé de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
SIMOENS Serge	<i>Chargé de recherche</i>	LMFA	CNRS/ECL
TREBINJAC Isabelle	<i>Maître de conférences</i>	LMFA	ECL
BENAYOUN Stéphane	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
CAMBOU Bernard	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
COQUILLET Bernard	<i>Maître de conférences</i>	LTDS	ECL
DANESCU Alexandre	<i>Maître de conférences</i>	LTDS	ECL
FOUVRY Siegfried	<i>Chargé de recherche</i>	LTDS	CNRS/ECL
GEORGES Jean-Marie	<i>Professeur émérite</i>	LTDS	ECL
GUERRET Chrystelle	<i>Chargé de recherche</i>	LTDS	CNRS/ECL
HERTZ Dominique	<i>Past</i>	LTDS	ECL
ICHCHOU Mohamed	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
JEZEQUEL Louis	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
JUVE Denyse	<i>Ingénieur de recherche</i>	LTDS	ECL
KAPSA Philippe	<i>Directeur de recherche</i>	LTDS	CNRS/ECL
LE BOT Alain	<i>Chargé de recherche</i>	LTDS	CNRS/ECL
LOUBET Jean-Luc	<i>Directeur de recherche</i>	LTDS	CNRS/ECL
MARTIN Jean-Michel	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
MATHIA Thomas	<i>Directeur de recherche</i>	LTDS	CNRS/ECL
MAZUYER Denis	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
PERRET-LIAUDET Joël	<i>Maître de conférences</i>	LTDS	ECL
SALVIA Michelle	<i>Maître de conférences</i>	LTDS	ECL
SIDOROFF François	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
SINOUE Jean-Jacques	<i>Maître de conférences</i>	LTDS	ECL
STREMSDOERFER Guy	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
THOUVEREZ Fabrice	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
TREHEUX Daniel	<i>Professeur</i>	LTDS	ECL
VANNES André-Bernard	<i>Professeur émérite</i>	LTDS	ECL

Remerciements

Même si un seul auteur est inscrit sur la première page de cette thèse, cette étude n'aurait pu exister sans l'aide d'un grand nombre de personnes. J'espère ainsi à travers les quelques mots qui vont suivre leur exprimer toute ma gratitude.

Premièrement, toute thèse nécessite un directeur de thèse, je remercie donc Michel Roger, professeur de l'Ecole Centrale de Lyon, d'avoir accepté ce rôle et ainsi d'avoir rendu possible la réalisation de cette thèse.

Un financement et un laboratoire d'accueil sont également indispensables. Je remercie donc l'Onera pour avoir financé cette thèse et en particulier l'unité ACOU du département DSN de m'avoir accueilli.

Les chemins que doivent emprunter les doctorants pendant leur périple sont dangereux et tortueux, il leur faut donc un guide. Cyril Polacsek a endossé cette responsabilité dans mon cas et je lui en suis extrêmement reconnaissant. Grâce notamment à sa disponibilité et à sa patience face à mes nombreuses sollicitations, j'ai pu apprendre énormément.

En plus de Cyril, nombreuses sont les personnes m'ayant aidé et ce, à plusieurs reprises. Je pense notamment à Yannick Rozenberg dont l'expérience sur le modèle d'Amiet fut précieuse. Daniel Mincu et Thomas Le Garrec m'ont également grandement aidé et conseillé quant à l'utilisation du code *sAbrinA*. J'ai aussi pu bénéficier des nombreux conseils de Serge Lewy. Merci à Maxime Huet, qui a non seulement dû partager son bureau avec moi et ainsi dû me supporter au quotidien mais qui m'a aussi aidé sur divers problèmes.

Pour bien travailler, il faut aussi bien rigoler. Ainsi, je remercie tous les membres de l'unité ACOU avec qui j'ai partagé les pauses cafés, les pots et les soirées bières/saucissons. Merci aussi à tous mes amis pour avoir su me faire oublier, au moins le temps d'une soirée, les intégrales triples et les erreurs de compilation.

Et puis vient le temps de l'épreuve finale, la soutenance. Je remercie Stéphane Moreau et Yves Gervais d'avoir épluché ma thèse en tant que rapporteurs. Je remercie aussi Hugues Deniau et Claude Sensiau d'avoir évalué mes travaux. Leurs remarques, conseils et questions ont ainsi contribué à améliorer ce mémoire.

Cette thèse achève mon cursus scolaire pendant lequel mes parents et ma famille n'ont cessé de me donner le soutien et la présence nécessaires à mon bonheur et à l'accomplissement de mes objectifs. Je leur en suis grandement reconnaissant et les remercie chaleureusement.

Il me reste une dernière personne à remercier, celle qui a su m'écouter, me soutenir, me remotiver ; celle qui a partagé mes doutes, mes angoisses mais aussi mes joies ; celle qui partage ma vie. Merci infiniment à toi, Stéphanie, ma femme.

Resumé

Cette thèse propose différentes méthodologies de calcul du bruit à large bande généré par l'interaction rotor-stator d'une soufflante de turboréacteur et ce de la génération des sources acoustiques jusqu'au rayonnement en champ lointain. En premier lieu, le mécanisme d'interaction rotor-stator est étudié à travers une turbulence de grille homogène et isotrope (THI) impactant un profil isolé. Le cas de l'interaction rotor-stator en milieu guidé est ensuite traité et appliqué à une maquette de compresseur axial. Enfin, la dernière partie traite de la simulation du rayonnement aval en sortie de conduit. Dans chacune de ces parties, des approches analytiques et numériques sont proposées. Les méthodes analytiques permettent une prévision rapide du problème simplifié, et les méthodes numériques permettent de lever les hypothèses au prix d'un temps de calcul plus long.

Le modèle d'Amiet est mis en oeuvre pour simuler le bruit d'interaction THI-profil à travers une expérience en soufflerie anéchoïque. Ce modèle simplifiant le profil en une plaque plane non portante, une approche numérique est également mise en place. La convection de perturbations de vitesse incidentes synthétisant une THI et impactant un profil isolé est simulée à l'aide d'un code CAA (Computational AeroAcoustics) résolvant les équations d'Euler en deux dimensions. Les différences de rayonnement entre une plaque plane et un profil cambré épais observées expérimentalement sont en partie retrouvées. Une simulation plus avancée d'un calcul LES (Large Eddy Simulation) 3D est également abordée.

Dans la deuxième partie du mémoire, le modèle d'Amiet est étendu au problème de l'interaction rotor-stator en conduit. Différentes formulations sont proposées et discutées. Elles sont appliquées au cas d'un banc d'essai du DLR (centre de recherche aérospatiale allemand) avec des données d'entrée provenant d'un calcul RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) ou bien directement de mesures. Les prévisions acoustiques ainsi obtenues sont satisfaisantes (± 2 dB avec des données d'entrée expérimentales) compte tenu de la relative simplicité des modèles. Un calcul LES est exploité pour fournir directement les sources de bruit (fluctuations de pression pariétale). Les spectres obtenus montrent des tendances similaires à ceux issus du modèle d'Amiet malgré certains phénomènes non-physiques encore présents au niveau du calcul LES.

Pour terminer, le rayonnement en champ libre est traité. Une manière simple et rapide de résoudre ce problème consiste à utiliser une intégrale de Kirchhoff, en supposant un écoulement moyen uniforme. Une comparaison avec une solution analytique (technique de Wiener-Hopf) exacte pour les mêmes conditions montre que le rayonnement du bruit large bande est bien prévu par la méthode de Kirchhoff pour des angles de rayonnement inférieurs à 90° . Cependant, pour prendre en compte la géométrie d'éjection de la nacelle et l'effet d'un écoulement hétérogène (cisaillement) sur le rayonnement en champ libre, une approche numérique est mise en place. Une technique permettant de simuler le caractère aléatoire des sources turbulentes ainsi que de satisfaire l'hypothèse de modes acoustiques incohérents est développée. Cette méthodologie est appliquée au cas simple du conduit semi-infini, puis à une tuyère réaliste. Les calculs sont validés à l'aide de solutions analytiques sur les configurations simplifiées. Une analyse critique des instabilités créées dans la couche de cisaillement et de leur influence sur les formulations intégrales couplées au calcul Euler pour obtenir le bruit en champ lointain complète ce dernier chapitre.

Abstract

This report presents several methodologies aiming to predict broadband noise generated by the interaction between the rotor and the stator of a turbofan. The main objective is to obtain a complete prediction procedure from the acoustic sources generation to the far field noise radiation. As a first step, the rotor-stator mechanism is studied as the interaction between a homogeneous and isotropic turbulence (HIT) and an isolated airfoil. Then, the ducted rotor/stator interaction case is treated. Finally, the last part is devoted to the aft radiation through the bypass duct. In each part, analytical and numerical approaches are investigated. On the one hand, analytical models allow a fast prediction but on a simplified problem, on the other hand numerical methods remove many assumptions with a longer computational time.

The Amiet theory is applied to simulate the airfoil-HIT interaction and comparisons with experimental results obtained in an anechoic wind tunnel are discussed. Since this model simplifies the airfoil to a non-lifting flat plate, a numerical approach has also been investigated using a CAA (Computational AeroAcoustics) code solving the Euler equations in two dimensions. The incoming HIT is synthesized by a sum of convected harmonic velocity perturbations injected through the inlet boundary. The acoustic radiation discrepancies between a flat plate and a lifting airfoil observed between experimental results and the Amiet theory are partly verified. Finally, the possibility to use a 3D LES (Large Eddy Simulation) is also discussed.

In the second part, the Amiet model for an isolated airfoil is extended in order to solve the turbofan interaction noise problem. Several formulations are proposed and are validated by comparisons with measurements obtained from an axial compressor test bed. Input data are provided either by a CFD (Computational Fluid Dynamics) or experiment. Acoustic results shown to be quite reasonable (± 2 dB in the later case) considering the simplicity of the model. A LES computation is also studied in order to directly obtain the acoustic sources (vane surface pressure fluctuations). The resulting acoustic spectra shape are in relatively good agreement with the Amiet model even if some non-physical phenomena are observed in the LES data.

The acoustic radiation in the free field is studied in the last part. A simple way to solve the problem is to use a Kirchhoff integral along the outlet duct section assuming an uniform mean flow. A comparison with an exact (under uniform mean flow assumption) analytical model involving a Wiener-Hopf technique demonstrates that good results can be obtained with the Kirchhoff method up to 90° of radiation angle. However, in order to take in consideration the effect of nacelle geometry and heterogeneous flow (shear) on the acoustic radiation, a numerical approach is set up. This method allows to simulate the non-deterministic and the non-coherent mode behavior of a fan broadband noise. Simplified configurations are used to partly validate these numerical simulations by comparison with analytical solutions. This approach is finally applied to a realistic nozzle case. The instability waves created in the shear layer and their effects on the integral formulations used to obtain the far field radiation are carefully analyzed.

Table des matières

Nomenclature des principales notations	1
Introduction	5
Bruit de turboréacteur	6
Sources de bruit d'une soufflante	6
Bruit de raie et bruit à large bande	6
Bruit d'interaction d'une turbulence amont avec le rotor	8
Bruit de couche limite	8
Bruit propre de profil	8
Bruit d'interaction rotor-stator	9
Objectif et plan de la thèse	9
1 Bruit de profil soumis à une turbulence incidente	13
1.1 Prévision analytique par le modèle d'Amiet	13
1.1.1 Etude bibliographique	13
1.1.2 Influence des hypothèses du modèle d'Amiet	14
1.1.3 Calcul des fluctuations de pression surfacique	17
1.1.4 Fonction de portance réduite	19
1.1.5 Spectre de turbulence	21
1.1.6 Rayonnement en champ lointain	22
1.1.7 Variation et découpage en envergure	27
1.2 Application du modèle d'Amiet	29
1.2.1 Présentation de la soufflerie	30
1.2.2 Grille de turbulence et profil aérodynamique	30
1.2.3 Rayonnement sonore	33
1.3 Prévision numérique du bruit d'interaction turbulence-profil	37
1.3.1 Prévision par résolution numérique des équations d'Euler en perturbation	38
1.3.2 Utilisation de données LES	51
1.4 Conclusion	54
2 Détermination du bruit d'interaction rotor-stator	57
2.1 Etude bibliographique	57
2.1.1 Les modèles analytiques	57
2.1.2 Les modèles numériques	58
2.2 Formulation analytique pour la propagation sonore en conduit	59

2.2.1	Formulation de Goldstein et acoustique linéaire en milieu guidé	59
2.2.2	Détermination de l'amplitude modale	64
2.3	Modélisation analytique des sources de bruit d'une interaction rotor-stator . .	65
2.3.1	Présentation du modèle	65
2.3.2	Comparaisons des différentes formulations analytiques	75
2.4	Application des modèles analytiques au cas du banc d'essai du DLR	78
2.4.1	Présentation du banc d'essai	79
2.4.2	Utilisation de données issues d'un calcul CFD de type RANS	81
2.4.3	Utilisation de données expérimentales	89
2.5	Utilisation d'un calcul LES	90
2.5.1	Description du calcul LES	91
2.5.2	Etude de la cohérence modale	97
2.5.3	Comparaison des prévisions acoustiques avec les mesures disponibles .	103
2.6	Conclusion	104
3	Rayonnement en champ lointain du bruit à large bande de soufflante	107
3.1	Calcul analytique du rayonnement en champ libre	107
3.1.1	Modèles analytiques	107
3.1.2	Intégrale de Kirchhoff	108
3.1.3	Méthode de Homicz et Lordi	111
3.1.4	Comparaison des deux approches	113
3.2	Calcul numérique de la propagation et du rayonnement d'un bruit à large bande	116
3.2.1	Méthodologie de calcul	116
3.2.2	Génération d'un mode acoustique	118
3.2.3	Génération d'un bruit à large bande	121
3.2.4	Rayonnement à partir d'une tuyère idéalisée	124
3.2.5	Cas d'une tuyère réaliste	135
3.3	Conclusion	140
	Conclusion	143
	Synthèse	143
	Perspective	145
A	Fonction de Green en conduit annulaire	147
A.1	Fonctions propres du conduit et décomposition modale	147
A.2	Fonction de Green en conduit	151
B	Fonction de portance réduite	153
C	Validation des méthodes d'extrapolation en champ lointain : cas du mono-	
	pole en écoulement	159
D	Équations d'Euler, formulation conservative en variables perturbatives	161

Nomenclature des principales notations

Lettres romaines

A_{mn}	amplitude modale du mode (m, n) ;
C_{mn}	fonction radiale du mode (m, n) ;
C_p	coefficient de pression statique ;
b	demi-corde du profil, [m] ;
$c = 2b$	corde du profil, [m] ;
c_0	vitesse du son, [m.s ⁻¹] ;
d	demi-envergure du profil, [m] ;
D_{mn}	facteur de directivité du mode (m, n) ;
$E[.]$	espérance mathématique ;
$erf[.]$	fonction erreur ;
$\mathcal{F}[.]$	fonction de Fresnel ;
f	fréquence, [Hz] ;
g	fonction de portance réduite ;
G	fonction de Green ;
k	nombre d'onde acoustique , [m ⁻¹] ;
$K(K_x, K_y, K_z)$	nombre d'onde aérodynamique dans le repère global, [m ⁻¹] ;
$K(K_\zeta, K_\eta, K_\xi)$	nombre d'onde aérodynamique dans le repère lié au profil, [m ⁻¹] ;
K_c	nombre d'onde aérodynamique de convection , [m ⁻¹] ;
K_{mn}	nombre d'onde du mode (m, n) ;
$\mathcal{K}$	énergie cinétique turbulente , [m ² .s ⁻²] ;
$\mathcal{L}$	fonction de transfert aéroacoustique ;
$\mathcal{L}_{mn}$	fonction de transfert aéroacoustique modale du mode (m, n) ;
l_η	échelle de corrélation dans la direction de l'envergure, [m] ;
$L = 2d$	envergure du profil, [m] ;
$M(M_x, M_y, M_z)$	nombre de Mach dans le repère global ;
$M(M_\zeta, M_\eta, M_\xi)$	nombre de Mach dans le repère lié au profil ;
m	ordre angulaire d'un mode ;
m_{max}	ordre angulaire maximal considéré ou propagé ;
n	ordre radial d'un mode ;
n_{max}	ordre radial maximal considéré ou propagé ;

N	vitesse de rotation du rotor ;
N_{max}	nombre maximal d'harmoniques considérés ;
$n^s(n_x^s, n_y^s, n_z^s)$	normale sortante à S en coordonnée cartésienne ;
$n^s(n_r^s, n_\theta^s, n_x^s)$	normale sortante à S en coordonnée cylindrique ;
p	fluctuation de pression, [Pa] ;
p_{rms}	pression RMS, [Pa/ $\sqrt{\text{Hz}}$] ;
P_{ref}	pression de référence, [Pa] ;
$\mathcal{R}_e$	partie réelle du variable complexe ;
R_e	rayon externe du conduit, [m] ;
R_i	rayon interne du conduit, [m] ;
S	Surface d'intégration pour l'intégrale de Kirchhoff ou de FW-H ;
S_0	distance source-observateur modifiée par l'écoulement, [m] ;
S_{pp}	densité spectrale de puissance de pression acoustique, [dB.Hz ⁻¹] ;
S_{qq}	densité interspectrale de puissance de pression surfacique, [dB.Hz ⁻¹] ;
S_{ww}	densité spectrale de puissance de puissance acoustique, [dB.Hz ⁻¹] ;
t	temps de réception, [s] ;
t_s	temps d'émission, [s] ;
TI	intensité turbulente, [%] ;
$U(U_x, U_y, U_z)$	vitesse moyenne de l'écoulement dans le repère global, [m ⁻¹] ;
$U(U_\zeta, U_\eta, U_\xi)$	vitesse moyenne de l'écoulement dans le repère lié au profil, [m ⁻¹] ;
U_c	vitesse de convection, [m.s ⁻¹] ;
V	nombre d'aubes du stator ;
$u(u_x, u_y, u_z)$	composantes cartésiennes des perturbations de vitesse dans le repère global, [m.s ⁻¹] ;
$u(u_\zeta, u_\eta, u_\xi)$	composantes cartésiennes des perturbations de vitesse dans le repère lié au profil, [m ⁻¹] ;
W_{ref}	puissance de référence, [W] ;
$X(x, y, z)$	position de l'observateur en coordonnée cartésienne, [m] ;
$X(r, \theta, x)$	position de l'observateur en coordonnée cylindrique, [m] ;
$X(D, \theta, \varphi)$	position de l'observateur en coordonnée sphérique, [m] ;
$Y(x_s, y_s, z_s)$	position de la source en coordonnée cartésienne, [m] ;
$Y(r_s, \theta_s, x_s)$	position de la source en coordonnée cylindrique, [m].
$Y^v(x_v, y_v, z_v)$	position en coordonnée cartésienne de la source virtuelle sur la surface de Kirchhoff ou de FW-H, [m] ;
$Y^v(r_v, \theta_v, x_v)$	position en coordonnée cylindrique de la source virtuelle sur la surface de Kirchhoff ou de FW-H, [m].

Lettres grecques

α_{mn}	valeur propre du conduit du mode (m, n) ;
α_r	angle d'incidence géométrique du profil ;
$\beta = \sqrt{1 - M^2}$	facteur de Lorentz (paramètre de compressibilité) ;
δ_r	angle de calage du stator ;
Δ_{mn}	paramètre de coupure du mode (m, n) ;
Δt_{max}	pas de temps maximal ;
$\Delta \eta$	pas en envergure, [m] ;

$\gamma(\Delta\eta , f)$	fonction de corrélation en envergure ;
$\Gamma[.]$	fonction gamma ;
Λ	échelle intégrale de la turbulence, [m] ;
ρ	perturbation de masse volumique, [kg.m ⁻³] ;
ϕ	potentiel de vitesse ;
$\Phi_{\xi\xi}$	spectre d'énergie des fluctuations de vitesse normal au profil, [dB.Hz ⁻¹] ;
ω	pulsation de l'onde acoustique, [s ⁻¹] ;
Ω	vitesse de rotation du rotor, [rad.s ⁻¹] ;
ζ, η, ξ	repère lié au profil ;
(ζ dans la direction de la corde et η dans la direction de l'envergure).	

Symboles

$\cdot^T$	variable totale (somme des perturbations et du champ moyen) ;
$\cdot^*$	complexe conjugué ;
$\cdot^+$	propagation sonore dans la direction aval ;
$\cdot^-$	propagation sonore dans la direction amont ;
$\cdot^r$	variable dans le repère tournant lié au rotor ;
$\hat{\cdot}$	transformée de Fourier ;
$\bar{\cdot}$	variable adimensionnée.

Acronymes

<i>CAA</i>	Computational AeroAcoustics ;
<i>CFD</i>	Computational Fluid Dynamics ;
<i>DLR</i>	Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt, centre de recherche aérospatiale allemand ;
<i>DIP</i>	Densité Interspectrale de Puissance ;
<i>DSP</i>	Densité Spectrale de Puissance ;
<i>FW – H</i>	Ffowcs-Williams & Hawkings ;
<i>ISVR</i>	Institute of Sound and Vibration Research, centre de recherche acoustique anglais ;
<i>LES</i>	Large Eddy Simulation, simulation des grandes échelles ;
<i>PPW</i>	Point Per Wavelength, nombre de point par longueur d'onde ;
<i>RANS</i>	Reynolds Averaged Navier-Stokes, équations moyennées de Navier-Stokes ;
<i>RMS</i>	Root Mean Square, racine carré des valeurs au carré moyennées ;
<i>THI</i>	Turbulence Homogène Isotrope ;
<i>TI</i>	Turbulence Intensity, intensité turbulente.

Introduction

Afin que le transport aérien puisse poursuivre son essor, la réduction du bruit des aéronefs en zone aéroportuaire est devenue une priorité. Les réglementations en matière de nuisance sonore autour des aéroports ne cessent d'être de plus en plus exigeantes puisqu'une directive européenne prévoit de réduire de 20 dB le niveau sonore admissible entre 2000 et 2020. Les avions commerciaux à réaction sont la principale cause de ces nuisances sonores. Comme le montre la figure 1, l'origine du bruit émis par un tel avion est multiple. De plus, la prédominance d'une source par rapport à une autre dépend de la phase de vol considérée. Globalement, on distingue deux sources de bruit majeures, les turboréacteurs et le bruit d'écoulement, qui résulte de la turbulence naissant de l'interaction entre l'écoulement fluide et les parois fixes de l'avion (trains d'atterrissages et ailes en configuration hypersustentée).



FIG. 1 – Sources de bruit d'un avion.

Bruit de turboréacteur

Nous nous intéressons ici au bruit de turboréacteur. Le bruit émis par les moteurs d'un avion n'a cessé de diminuer depuis les premiers moteurs civils apparus au début des années 50. Comme l'illustre la figure 2, l'apparition du moteur à double flux a eu pour avantage de diminuer l'importance du bruit de jet mais a entraîné l'émergence d'une source de bruit supplémentaire : le bruit de soufflante.

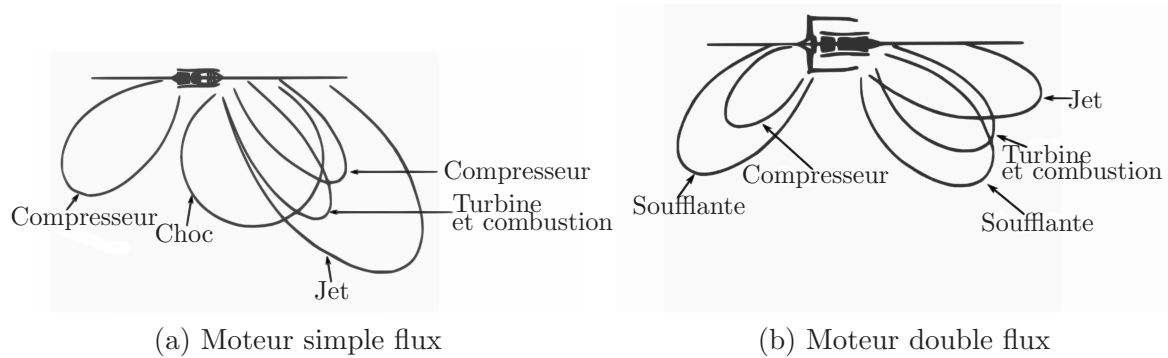


FIG. 2 – Évolution des sources de bruit d'un turboréacteur (d'après Smith [111]).

En effet, le principe du moteur à simple flux est d'accélérer très fortement une petite quantité d'air, ce qui entraîne une vitesse d'éjection très élevée et un bruit de jet dominant. En revanche, sur un moteur à double flux, une grande quantité d'air est faiblement accélérée. La soufflante aspire cette masse d'air dont une faible partie passe par le flux primaire et contribue aux cycles aérodynamiques, le reste, qui passe par le flux secondaire, est redressé par les OGV (Outlet Guide Vane). Le rapport de la masse d'air entre le flux secondaire et le flux primaire est appelé taux de dilution. Ce rapport était de 1 au début des années 70, il est de 5 actuellement et la tendance est à l'augmentation. De plus, alors que le bruit de jet rayonne majoritairement vers l'arrière, d'où son importance au décollage, le bruit de soufflante se propage vers l'aval et l'amont créant ainsi une source de bruit dominante en phase d'approche lorsque la vitesse du jet est réduite. La soufflante joue donc aujourd'hui un rôle prépondérant dans la génération du bruit d'un turboréacteur et le restera dans les années à venir.

Sources de bruit d'une soufflante

Bruit de raie et bruit à large bande

Le spectre acoustique produit par des surfaces en rotation, comme celles d'une soufflante mais aussi d'une hélice, d'un ventilateur ou bien encore d'un rotor d'hélicoptère, est généralement formé de deux composantes :

- le bruit de raie, constitué d'une série de raies à la fréquence de passage des aubes et de ses harmoniques ;
- le bruit à large bande, recouvrant l'ensemble du spectre.

La contribution harmonique est reliée aux grosses structures de l'écoulement qui possèdent une forte cohérence aube à aube. Elle est causée par une hétérogénéité de l'écoulement amont en rotation par rapport au référentiel de la roue considérée ; il s'agit là d'un phénomène complètement déterministe. Pour un stator, cette composante est due essentiellement aux sillages du rotor. Dans le cas du rotor, Il s'agit d'une distorsion de l'écoulement amont. Il peut aussi arriver que les structures turbulentes allongées par la contraction de l'écoulement soient cohérentes d'une aube à l'autre et soient à l'origine d'un pseudo-bruit de raie.

La contribution à large bande est due à la partie incohérente (ou à faible cohérence) de l'écoulement, les mécanismes mis en oeuvre sont alors aléatoires. Les phénomènes aérodynamiques turbulents produits au voisinage de la soufflante sont donc à l'origine de cette composante (figure 3).

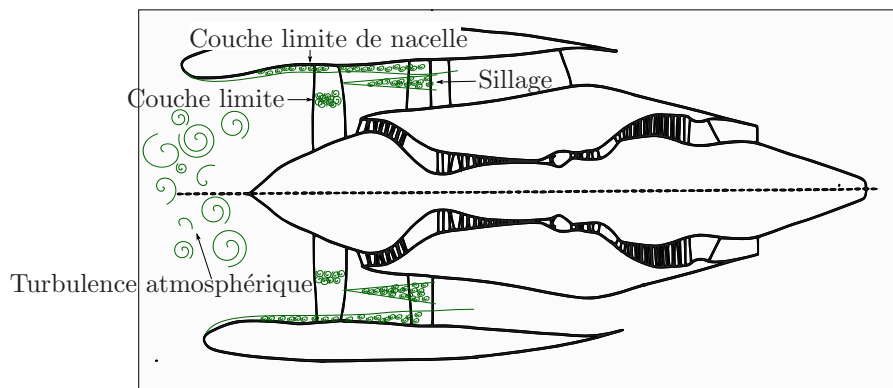


FIG. 3 – Ecoulement turbulent dans une soufflante.

On peut noter qu'une troisième composante apparaît lorsque le régime de rotation du moteur est tel que la vitesse en extrémité de pale est transsonique, ce qui arrive fréquemment au décollage et en vol de croisière. Cette contribution est caractérisée par un grand nombre de raies aux harmoniques de la fréquence de rotation de l'arbre moteur. Ce phénomène est appelé FMR (Fréquence Multiple de Rotation). Ces trois composantes sont mises en évidence sur les figures 4 et 5 illustrant des spectres typiques de soufflantes en régime sub- et transsonique.

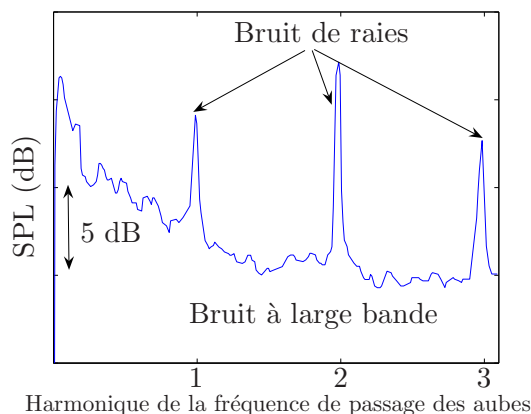


FIG. 4 – Spectre typique d'une soufflante en régime subsonique.

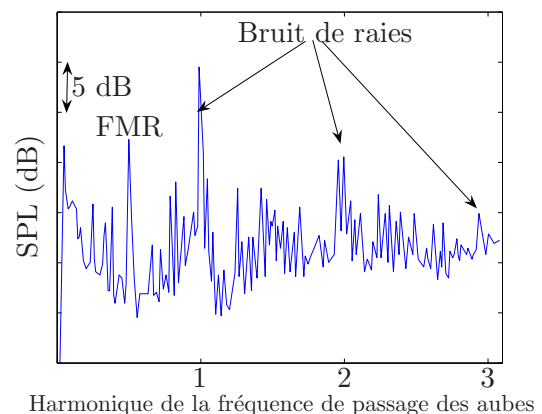


FIG. 5 – Spectre typique d'une soufflante en régime transsonique.

Bruit d'interaction d'une turbulence amont avec le rotor

Cette source de bruit est générée par l'ingestion d'une turbulence atmosphérique impactant les aubes du rotor. La variation soudaine du champ turbulent due à la présence des aubes est à l'origine du bruit (voir figure 6). Ainsi, des fluctuations de portance sur les aubes sont induites. Cette source rayonne comme une distribution de dipôles répartis sur la surface des aubes. On parle souvent de bruit de bord d'attaque, les fluctuations de charge au niveau du bord d'attaque étant dominantes (d'autant plus que la fréquence augmente).

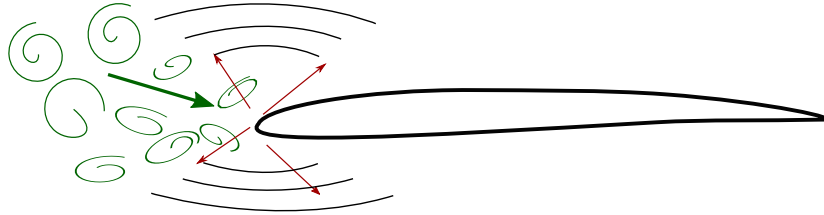


FIG. 6 – Schéma illustrant le mécanisme de création du bruit de bord d'attaque.

On notera également, la présence de sources monopolaires (également appelé bruit d'épaisseur) dû au déplacement de l'air autour des aubes. Ce terme est négligeable pour des profils d'aube minces.

Enfin, une source de bruit de nature quadripolaire peut également résulter de l'interaction de la turbulence incidente avec le champ potentiel autour des aubes. Ffowcs Williams & Hawkings [124] citent ce mécanisme comme source de bruit dans les turbomachines axiales. Cette source de bruit sera importante en régime transsonique et supersonique mais négligeable en régime subsonique.

Bruit de couche limite

La couche limite turbulente sur les parois du carter est à l'origine d'une interaction avec l'extrémité des pales du rotor. Les sources engendrées sont relativement semblables au cas précédent. Etant situées en bout de pale, où la vitesse relative est grande, elles peuvent être très efficaces [40].

Bruit propre de profil

Si la turbulence amont est relativement faible, on peut distinguer une autre source de bruit, devenant alors dominante par rapport au bruit de bord d'attaque, le bruit propre de profil ou bruit de bord de fuite. Les structures turbulentes de la couche limite créée à la surface du profil sont fortement modifiées lors de leur passage au bord de fuite en raison de la condition de Kutta (voir figures 7 et 8). Une partie de l'énergie du champ tourbillonnaire est alors dispersée dans toutes les directions sous forme d'ondes acoustiques. Les principales difficultés dans l'étude de cette source de bruit sont la faible taille et la grande sensibilité aux conditions amont des structures turbulentes mises en jeu.

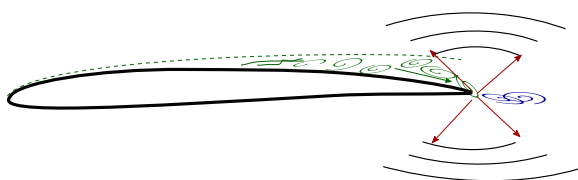


FIG. 7 – Schéma illustrant le mécanisme de création du bruit de bord de fuite.

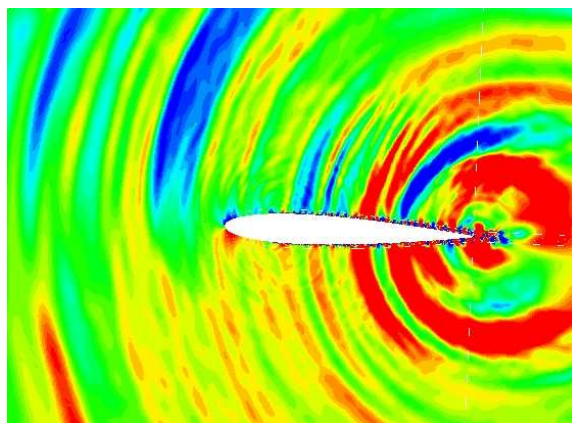


FIG. 8 – Calcul numérique du bruit de bord de fuite d'un NACA 0012 d'après Le Garrec et al. [61].

D'autres cas particuliers peuvent aussi être distingués :

- si l'angle d'attaque est suffisamment important, la couche limite se décolle et donne lieu à un lâcher de tourbillons de grandes tailles produisant du bruit à basse fréquence ;
- si le profil est tronqué, le sillage s'organise sous forme d'une allée de Von-Kármán. Le bruit produit est alors caractérisé par une raie spectrale élargie autour de la fréquence du lâcher tourbillonnaire qui dépend de l'épaisseur du bord de fuite.

Bruit d'interaction rotor-stator

Le cas de l'interaction rotor-stator est très similaire au cas de l'interaction de la turbulence atmosphérique avec le rotor. La différence majeure vient du fait que la turbulence incidente atmosphérique a été modifiée par la présence du rotor et qu'à cette turbulence dite de fond, il faut ajouter le sillage turbulent du rotor. La génération sonore vient alors de l'impact de ces deux composantes sur le stator. L'intensité turbulente en aval du rotor étant généralement élevée, cette source de bruit sera considérée comme dominante dans la suite de cette thèse.

Objectif et plan de la thèse

De nos jours, la réduction du bruit de soufflante passe principalement par des traitements acoustiques situés sur les parois de la nacelle [116]. D'autres dispositifs agissant par éjection d'air [126] ou par obstructions [89], visent à contrôler les écoulements à l'origine du bruit dans le flux secondaire du moteur. Cependant, ces dernières techniques agissent sur la composante harmonique du bruit. En effet, comme il a été observé dans les paragraphes précédents, les mécanismes à l'origine du bruit à large bande sont plus complexes puisque non-déterministes. Il convient donc dans un premier temps de mieux comprendre ces mécanismes et de développer des outils de prévision permettant non seulement de calculer le bruit à large bande émis par la soufflante, mais aussi de déterminer comment ce bruit se propage et rayonne jusqu'à un observateur placé en champ lointain. Ainsi, le but de cette thèse est de mettre en place une méthodologie de prévision du bruit à large bande dû à l'interaction rotor-stator, de la source

jusqu'au champ lointain.

Les outils usuellement utilisés aujourd'hui sont fondés sur des approches analytiques ou semi-analytiques. De Gouville [28] a proposé un modèle analytique de prévision du bruit à large bande de soufflante possédant l'avantage d'être relativement simple pour être exécuté rapidement. Cependant, ce modèle ne fournit pas le rayonnement en champ lointain et se limite à la détermination des sources et à la propagation acoustique dans la manche du turboréacteur. De plus, beaucoup d'hypothèses sur la géométrie des aubages, les spectres de turbulence et la corrélation inter-aubages ont été faites. Posson [91] a récemment amélioré ce modèle analytique en prenant notamment en compte les effets de grille. De plus, les calculs se sont avérés très lourds même s'il s'agit d'un formalisme purement analytique. Lewy [65] propose un calcul complet, comprenant la propagation en conduit ainsi que le rayonnement en champ lointain. Cependant, le modèle de sources utilisé est empirique, le modèle de rayonnement ne prend pas en compte l'hétérogénéité de l'écoulement et n'est valable que pour une manche de moteur cylindrique.

L'essor des moyens informatiques permet d'envisager l'utilisation de méthodes numériques afin de limiter le nombre d'hypothèses. Néanmoins, une méthode entièrement numérique comme pour la prédiction du bruit de jet [14] ou de profil isolé [61] n'est pas encore possible pour le bruit de soufflante compte tenu de la taille et du temps de calcul nécessaires. C'est pourquoi, l'utilisation d'outils numériques en vue de simuler le bruit de soufflante a été limitée au rayonnement d'un mode de conduit [96, 128] ou à l'interaction d'une rafale (fluctuation sinusoïdale de la vitesse) avec un stator [80].

Afin de résoudre l'ensemble du problème en utilisant les outils numériques à disposition, Polacsek et al. [88] proposent une méthodologie hybride, associant des approches analytiques et numériques. Mais leurs calculs ne traitent que la problématique du bruit de raie. Le premier objectif de cette thèse est donc de mettre en oeuvre une méthodologie semblable pour la prévision du bruit à large bande.

Cependant, il ne faut pas négliger l'intérêt des méthodes analytiques. En effet, les méthodes présentées précédemment sont difficilement industrialisables de par leur coût et leur temps d'exécution. Les méthodes analytiques peuvent donc être particulièrement utiles en phase d'avant projet et en complément des prévisions numériques. Pour cette raison, une méthodologie semi-analytique de prévision de bruit à large bande de soufflante a également été développée. A noter que dans ce cas, l'accent a été mis sur la rapidité d'exécution au détriment du nombre d'hypothèses à faire.

La première partie de la thèse est consacrée à l'étude des mécanismes générateurs de bruit lors de l'interaction rotor-stator. Ainsi, une configuration générique est proposée. La turbulence créée en aval du rotor est remplacée par une turbulence homogène et isotrope (THI). Le stator est de plus ramené à un profil isolé en champ libre. Après une étude des modèles analytiques existants pour résoudre ce problème, le modèle d'Amiet [2] est finalement retenu. Les principales limitations de ce modèle viennent de la géométrie du profil qui est supposé être une plaque plane et de la non prise en compte de la charge moyenne. Après avoir quantifié les erreurs commises à cause de ces limitations, le modèle est appliqué sur un cas concret et comparé à des mesures faites en soufflerie anéchoïque dans le cadre du projet européen FLOCON. Pour s'affranchir des hypothèses d'un modèle analytique tel que celui d'Amiet,

des méthodes numériques doivent être utilisés. Deux d'entre elles sont mises en avant dans ce mémoire. La première passe par la résolution des équations d'Euler à l'aide du code *sAbrinA*. Elle présente deux inconvénients majeurs, elle ne permet pas la prise en compte des effets de viscosité et est limitée, à l'heure actuelle, à deux dimensions. Cette approche possède cependant l'avantage d'une obtention directe du champ sonore, tout du moins en champ proche. Ainsi, les différences de comportement d'un profil épais et cambré, et d'une plaque plane par analogie avec le modèle d'Amiet sont étudiés. Pour prendre en compte les effets dus à la viscosité, l'utilisation de données provenant d'un calcul LES (Large Eddy Simulation) est envisagée et la méthodologie pour réaliser et utiliser un tel calcul est présentée.

Après une étude bibliographique, nous avons choisi d'adapter les outils mis en place dans le premier chapitre au cas d'une configuration rotor-stator. Tout d'abord, l'équation de Ffowcs-Williams et Hawkings (FW-H) valable pour la propagation en milieu guidé (équation de Goldstein [44]) est présentée. Ainsi, la seule inconnue du problème permettant la prévision du bruit généré par une interaction rotor stator est la densité interspectrale de puissance de pression surfacique sur le stator. D'un point de vue purement analytique, un modèle utilisant la théorie d'Amiet pour déterminer les fluctuations de pression surfacique sur le stator est mis en place. L'un des avantages de ce modèle est qu'il ne nécessite, comme données d'entrée, que des données moyennées de l'écoulement en amont du stator. Pour cela, un calcul de type RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes) peut être utilisé, ce dernier étant beaucoup plus rapide et moins coûteux qu'un calcul LES. Différentes formulations sont proposées et les avantages et inconvénients de chacune sont analysés. Les sources sont également obtenues par un calcul LES simulant l'interaction rotor-stator. Tout comme lors du calcul LES de l'interaction THI-profil, le domaine de calcul est faible dans la direction radiale et une méthode est mise en place pour prendre en compte à la fois la compacité des sources et la corrélation dans cette direction. Grâce aux mesures réalisées dans le cadre du programme européen PROBAND, ces deux méthodes (analytique et numérique) peuvent être validées.

Enfin, la dernière partie de cette thèse traite du rayonnement en champ libre. Dans un premier temps, une approche analytique est programmée. Une intégrale de Kirchhoff sur la section de sortie du conduit permet d'obtenir directement le rayonnement en champ lointain. La manche est alors assimilée à un conduit annulaire ou cylindrique traversé par un écoulement uniforme. L'intégrale de Kirchhoff dans ce cas, ne donne pas une solution rigoureusement exacte. Aussi, afin de valider l'applicabilité de cette méthode, une formulation analytique exacte fondée sur une technique de Wiener-Hopf est également implémentée. Enfin, pour étudier les effets de l'hétérogénéité de l'écoulement et de la géométrie sur le rayonnement d'un bruit à large bande, une méthodologie de chaînage avec un code de propagation numérique (code *sAbrinA*) est mise en oeuvre et appliquée. Les résultats en champ proche sont chaînés à un post-traitement d'extrapolation en champ lointain basé sur les formulations intégrales de Kirchhoff ou de FW-H écrites dans le domaine fréquentiel. Le recours à la CAA (Computational AeroAcoustics) permet de mettre clairement en évidence les effets de réfraction des zones de cisaillement de l'écoulement sur le rayonnement acoustique à large bande en aval du turboréacteur. De même, les effets de géométrie sont analysés en comparant une géométrie simplifiée (conduit annulaire) avec une configuration industrielle.

Les figures 9 et 10 résument et illustrent les méthodologies proposées respectivement pour une prévision hybride et une prévision entièrement analytique.

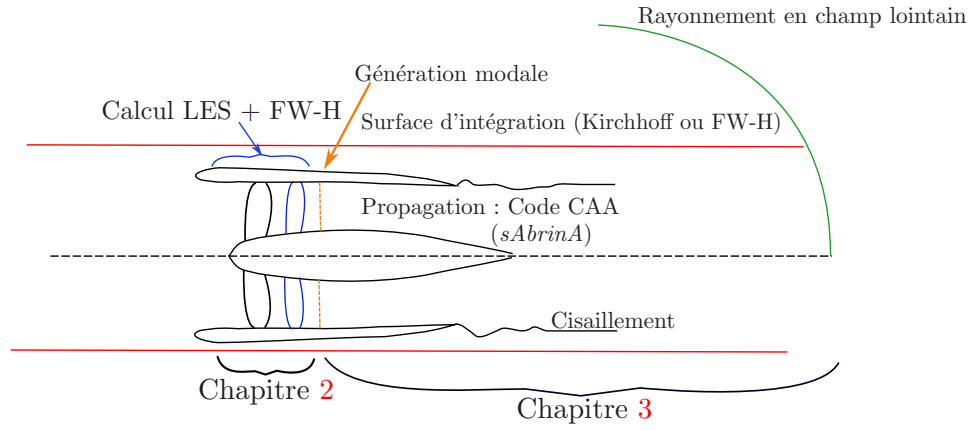


FIG. 9 – Méthodologie hybride (numérique/analytique) de prévision du bruit d'interaction rotor-stator.

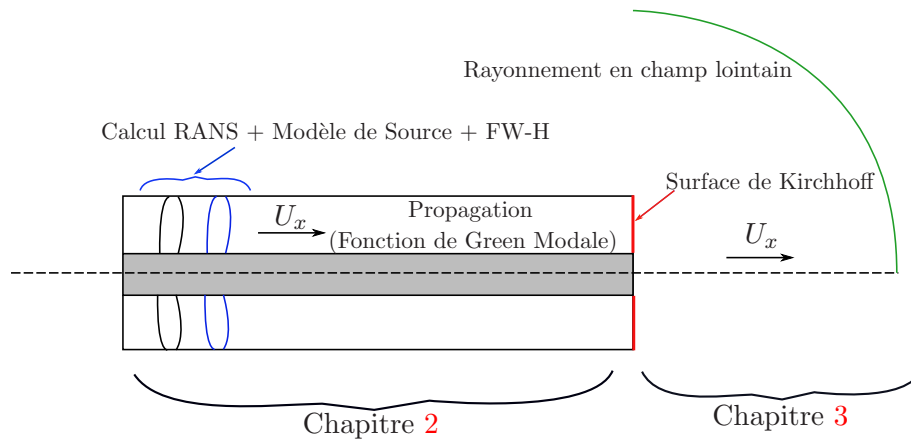


FIG. 10 – Méthodologie de prévision analytique du bruit d'interaction rotor-stator.

Chapitre 1

Bruit de profil soumis à une turbulence incidente

Avant de traiter le cas de l'interaction du sillage turbulent du rotor avec le stator ainsi que la propagation acoustique en conduit qui en résulte, ce chapitre est dédié au cas plus simple de l'impact d'une turbulence homogène et isotrope avec un profil isolé en champ libre. Dans un premier temps, la formulation analytique proposée par Amiet [2] est présentée en mettant en évidence ses avantages et ses limitations. Cette formulation est ensuite appliquée sur un cas concret et comparée dans un premier temps à des mesures expérimentales puis à une simulation numérique.

1.1 Prévision analytique par le modèle d'Amiet

1.1.1 Etude bibliographique

Les formulations visant à calculer le bruit de profil traitent généralement le problème en deux étapes. Elles modélisent dans un premier temps les fluctuations de pression surfacique sur le profil dues à une perturbation incidente, puis relient ces fluctuations à la notion de dipôle acoustique par le biais d'une analogie pour déterminer le rayonnement sonore. Pour ce faire, la turbulence impactant le profil est généralement décomposée dans les domaines spatial et temporel de Fourier. Cette perturbation est supposée figée, c'est-à-dire uniquement convectée par l'écoulement moyen, non-visqueux et dérivée d'un potentiel. Ces hypothèses sont justifiées par l'analyse linéaire de Chu et Kováznay [25]. Le profil est supposé sans épaisseur afin de pouvoir appliquer la théorie des profils minces. Sears [107] propose en premier une formulation analytique incompressible des charges induites par l'impact de turbulence sur profils fixes incompressible pour une rafale (composante de la perturbation) parallèle au profil. Paterson et Amiet [85] mettent en avant les limites de ce modèle dues aux effets de compressibilité non pris en compte, notamment en hautes fréquences. Le modèle d'Adamczyk [1] corrige ce problème et permet également de prendre en compte la flèche du profil pour des rafales obliques. Il utilise alors la méthode de Wiener-Hopf [82]. Les résultats d'Adamczyk sont retrouvés par Amiet [2] dans le cas d'un profil sans flèche en utilisant la méthode de Schwarzschild. Amiet relie alors la répartition de dipôles sur le profil au rayonnement acoustique en champ lointain à l'aide des formules du rayonnement d'un dipôle en champ

libre issues de la théorie de Curle [27]. Plus récemment, Casper et Farrassat [20] réécrivent la formulation d'Amiet dans le domaine temporel pour coupler la pression surfacique ainsi obtenue avec une intégrale de Ffowcs-Williams et Hawking [35].

Dans toutes ces approches, la géométrie réelle du profil est ignorée et ce dernier est ramené à une plaque rigide, sans épaisseur et de même corde. Afin de prendre en compte des paramètres tels que l'angle d'incidence, l'épaisseur ou la cambrure du profil, un développement des équations de l'aérodynamique instationnaire au deuxième ordre est nécessaire. Ainsi, Goldstein et Atassi [46] et Goldstein [45] utilisent la théorie de la distorsion rapide de la turbulence pour déterminer le rayonnement d'un corps de forme quelconque soumis à une perturbation de vorticit   ou d'entropie. En revanche, la r  solution du syst  me d'  quations n  cessite des outils num  riques ; de plus une divergence des r  sultats se manifeste au niveau du point d'arr  t. En 2008, Glegg [42] propose d'utiliser une m  thode aux   l  ments de fronti  re dans le domaine temporel pour d  terminer le rayonnement d'un profil    g  om  trie quelconque soumis    une turbulence incidente.

Recherchant une m  thode analytique simple et rapide, nous avons   cart   les m  thodes trop complexes et n  cessitant d'importants moyens num  riques. Le mod  le d'Amiet [6, 2] r  pond    cette exigence. Cependant un certain nombre d'hypoth  ses sont n  cessaires (incidence et charge moyenne nulles, plaque plane sans   paisseur), et il convient donc d'estimer leur influence sur la pr  cision des r  sultats.

1.1.2 Influence des hypoth  ses du mod  le d'Amiet

Param  tres g  om  triques d'un profil

Les trois grandeurs g  om  triques caract  risant un profil et dont l'influence sur le rayonnement acoustique lors d'une interaction turbulence-profil sont d  finies    la figure 1.1.

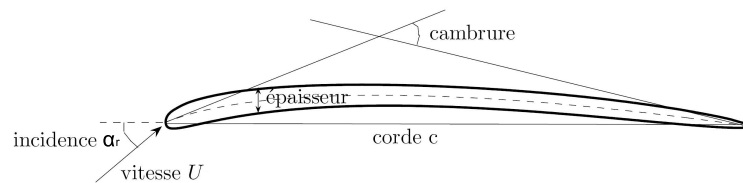


FIG. 1.1 – D  finition des param  tres g  om  triques du profil.

L'incidence ou l'angle d'attaque, α_r , d  finit l'angle que forme la direction de l'  coulement moyen avec la corde du profil. Ensuite, la ligne moyenne est ici d  finie comme le squelette du profil, autour duquel se superpose une loi d'  paisseur. Lorsque cette ligne est diff  rente de la corde, on parle de cambrure et notamment de l'angle de cambrure au bord d'attaque ou au bord de fuite. Ces angles sont d  finis entre la ligne moyenne et les tangentes au bord d'attaque et au bord de fuite du profil.

Effets de l'incidence

Paterson et Amiet [85] ont réalisé une série d'expériences sur un profil NACA 0012, de 23 cm de corde, placé dans un écoulement rendu turbulent par l'ajout d'une grille en amont du profil. Ils ont fait varier la vitesse de 40 m/s   165 m/s et l'angle d'incidence de 0    8 . Les effets de l'incidence sur le bruit rayonné apparaissent faibles (1 à 2 dB). Des essais ont également été mis en oeuvre par Moreau et al. [77] et plus récemment dans le cadre de la thèse de Yannick Rozenberg [101] à l'Ecole Centrale de Lyon. Différentes formes de profil ont été testées, dont une plaque plane, un profil NACA 0012 et un profil CD (Controlled Diffusion) utilisé comme pale de ventilateur de refroidissement moteur dans le secteur automobile. La figure 1.2 démontre bien que les effets induits par un changement d'angle d'incidence sont du second ordre indépendamment de la géométrie (  part la présence de bruit quasi-tonal d  à un lâcher de tourbillons dans le cas de la plaque plane, en raison d'un bord de fuite épais).

A noter également, l'étude numérique proposée par Glegg [43] qui remarque que la portance instationnaire sur le profil n'est pas modifiée par la variation d'incidence lors de l'interaction d'un vortex avec un profil. Il a plus récemment étendu cette méthode au cas d'un bruit à large bande [42] et confirme les observations précédentes. On peut donc conclure qu'au premier ordre, les effets dus à l'angle d'incidence peuvent être négligé.

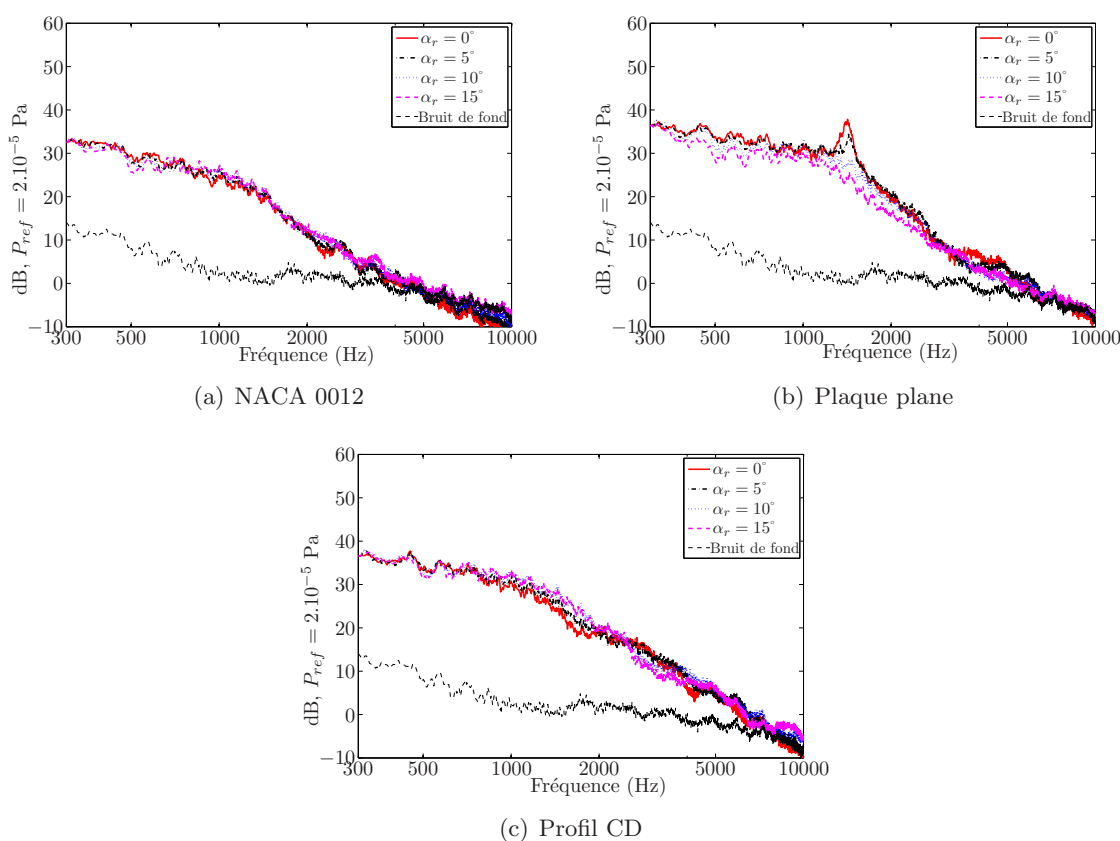


FIG. 1.2 – Spectre du bruit rayonné par 3 profils différents placés dans un écoulement turbulent à 20 m/s avec un angle d'écoute de 90  par rapport à la corde des profils. Résultats expérimentaux d'après Rozenberg [101].

Effets de la cambrure

Peu de résultats expérimentaux ou numériques sont disponibles dans la littérature mis à part ceux de Moreau et al. [77] qui proposent une correction en modifiant la direction des efforts surfaciques en fonction de la géométrie. L'écart reste cependant assez faible (de l'ordre de 1 ou 2 dB) pour un angle de cambrure variant de 12° à 24° . Ces effets ne paraissent pas non plus prépondérants dans l'optique d'obtenir une première estimation par une formulation analytique simple.

Effets d'épaisseur

Au voisinage du bord d'attaque, les lignes de courant de l'écoulement moyen sont modifiées, provoquant une distorsion des rafales turbulentes incidentes. Le bruit rayonné s'en trouve ainsi modifié notamment en hautes fréquences et à faible vitesse. Ce phénomène est visible sur la figure 1.3 issue de Paterson et Amiet [85], où les mesures du rayonnement d'un NACA 0012 sont comparées aux calculs théoriques pour une plaque plane.

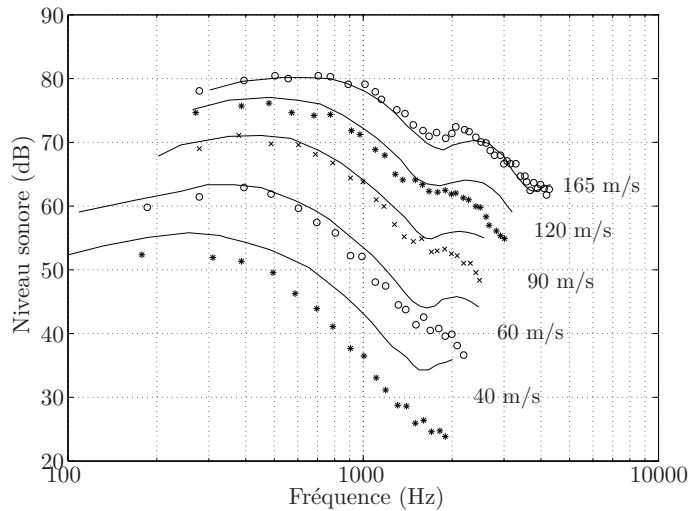


FIG. 1.3 – Résultats obtenus par Paterson et Amiet [85] pour le rayonnement d'un NACA 0012 placé dans un écoulement turbulent. Mesures (symboles) et modélisation utilisant l'équation 1.46 (ligne continu).

Le modèle surestime le bruit rayonné en particulier en hautes fréquences et à basse vitesse. Des résultats similaires sont présentés par Moreau et al. [77] à partir d'une compilation de mesures issues de trois équipes de recherche (Oerlemans et Migliore [83], Paterson et Amiet [85] et Olsen et Wagner [84]). Les auteurs démontrent alors une réduction quasi-linéaire du niveau sonore en fonction de la fréquence et de l'épaisseur. La réduction est d'autant plus forte que la vitesse de l'écoulement amont diminue. A noter également l'importance de l'échelle intégrale par rapport à l'épaisseur. D'un point de vue plus numérique, on citera les travaux de Grace [47] sur l'interaction d'un vortex avec un profil. Elle y démontre une diminution de la charge instationnaire du profil avec l'augmentation de l'épaisseur. Les observations de Glegg et al. [43] et [42] vont également dans ce sens.

Au vu des résultats exposés précédemment, le modèle proposé par Amiet semble être un très bon compromis entre la simplicité de programmation, d'utilisation et la robustesse. Hormis l'épaisseur, les paramètres de dessin du profil n'ont finalement que peu d'influence sur le rayonnement acoustique final. Ce modèle est présenté plus en détails afin d'être utilisé aux sections suivantes.

1.1.3 Calcul des fluctuations de pression surfacique

Le modèle de réponse instationnaire du profil est basé sur les théories linéarisées des profils minces et l'acoustique linéaire. Le profil est donc supposé plan, sans épaisseur ni incidence. La perturbation est convectée par l'écoulement et supposée figée (échelle de temps caractéristique grande devant la convection). Le repère local (ζ, η, ξ) a pour origine le centre du profil. ζ , η et ξ sont orientés respectivement selon la corde ($c = 2b$), l'envergure ($L = 2d$) et la normale au profil. Le vecteur vitesse est ainsi défini par $\vec{U} = (U_\zeta, 0, 0)$. De la même manière, on définit le nombre de Mach par $\vec{M} = (M_\zeta = U_\zeta/c_0, 0, 0)$. Le saut de pression instationnaire à la surface d'une plaque plane d'envergure infinie produit par une rafale sinusoïdale convectée à la vitesse U_ζ , d'amplitude w_0 et de la forme $u_\xi = w_0 e^{i(\omega t - K_\zeta \zeta - K_\eta \eta)}$ s'écrit :

$$\Delta p(\zeta, \eta, t) = 2\pi\rho_0 U_\zeta w_0 g(\zeta, K_\zeta, K_\eta) e^{i(\omega t - K_\zeta \zeta - K_\eta \eta)} \quad (1.1)$$

K_ζ et K_η sont respectivement les nombres d'onde dans le plan de la corde et de l'envergure. Ces notations sont reprises sur la figure 1.4. $g(\zeta, K_\zeta, K_\eta)$ est la fonction de portance réduite, elle correspond à une fonction de transfert entre la turbulence incidente et la pression à la surface du profil.

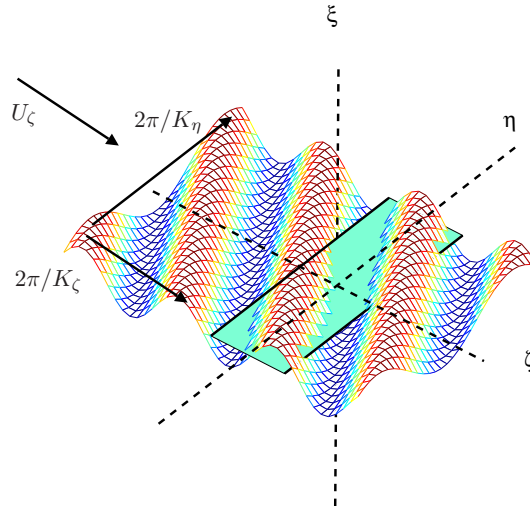


FIG. 1.4 – Repère utilisé pour le modèle de bruit d'interaction turbulence-profil.

L'hypothèse de turbulence figée impose $K_\zeta = \omega/U_\zeta$, ainsi, en considérant l'ensemble des nombres d'onde, on obtient :

$$\Delta p(\zeta, \eta, t) = 2\pi\rho_0 U_\zeta \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{u}_\xi(K_\zeta, K_\eta) g(\zeta, K_\zeta, K_\eta) e^{i(K_\zeta U_\zeta t - K_\eta \eta)} dK_\zeta dK_\eta \quad (1.2)$$

où $\hat{u}_\xi$ est la double transformée de Fourier spatiale de la perturbation incidente normale au profil. La transformée de Fourier temporelle de l'expression précédente peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} \Delta \hat{p}(\zeta, \eta, \omega) &= 2\pi\rho_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{u}_\xi(K_\zeta, K_\eta) g(\zeta, K_\zeta, K_\eta) e^{-iK_\eta \eta} \\ &\quad \left(\frac{U_\zeta}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(K_\zeta U_\zeta - \omega)t} dt \right) dK_\zeta dK_\eta \end{aligned} \quad (1.3)$$

En reconnaissant la transformée de Fourier de la distribution de Dirac :

$$\Delta \hat{p}(\zeta, \eta, \omega) = 2\pi\rho_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{u}_\xi(\omega/U_\zeta, K_\eta) g(\zeta, \omega/U_\zeta, K_\eta) e^{-iK_\eta \eta} dK_\eta \quad (1.4)$$

Dorénavant, on notera, $K_c = \omega/U_c$, le nombre d'onde aérodynamique de convection où U_c est la vitesse de convection de la turbulence figée. Dans le cas d'une interaction turbulence-profil, U_c est égale à la vitesse de l'écoulement amont, U_ζ dans ce cas. La turbulence étant un phénomène aléatoire, nous introduisons des paramètres statistiques. Ainsi, l'espérance mathématique est notée $E[.]$ et la densité interspectrale de puissance (DIP) du saut de pression s'écrit :

$$\begin{aligned} S_{qq}^\Delta(\zeta, \zeta', \eta, \eta', \omega) &= (2\pi\rho_0)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E \left[\hat{u}_\xi(K_c, K_\eta) \hat{u}_\xi^*(K_c, K'_\eta) \right] \\ &\quad g(\zeta, K_c, K_\eta) g^*(\zeta', K_c, K'_\eta) e^{-i(K_\eta \eta - K'_\eta \eta')} dK_\eta dK'_\eta \end{aligned} \quad (1.5)$$

Or, pour une turbulence homogène, l'orthogonalité des nombres d'ondes de la turbulence conduit à la propriété :

$$E \left[\hat{u}_\xi(K_c, K_\eta) \hat{u}_\xi^*(K_c, K'_\eta) \right] = U_c \delta(K_\eta - K'_\eta) \Phi_{\xi\xi}(K_c, K_\eta) \quad (1.6)$$

où $\Phi_{\xi\xi}$ est le spectre bidimensionnel de la turbulence. On en déduit finalement :

$$S_{qq}^\Delta(\zeta, \zeta', \eta, \eta', \omega) = (2\pi\rho_0)^2 U_c \int_{-\infty}^{+\infty} g(\zeta, K_c, K_\eta) g^*(\zeta', K_c, K_\eta) \Phi_{\xi\xi}(K_c, K_\eta) e^{-iK_\eta(\eta - \eta')} dK_\eta \quad (1.7)$$

Il peut être préférable d'exprimer S_{qq} en fréquence plutôt qu'en fréquence angulaire ; on a alors la relation :

$$S_{qq}^\Delta(\zeta, \zeta', \eta, \eta', f) = 2\pi S_{qq}^\Delta(\zeta, \zeta', \eta, \eta', \omega) \quad (1.8)$$

De plus, cette équation est valable pour le saut de pression Δp . En notant simplement que pour une plaque plane, on a la relation $\Delta p = 2p$, la DIP de pression surfacique est égale à :

$$S_{qq}(\zeta, \zeta', \eta, \eta', f) = \frac{1}{4} S_{qq}^\Delta(\zeta, \zeta', \eta, \eta', f) \quad (1.9)$$

1.1.4 Fonction de portance réduite

Seule la méthodologie pour obtenir l'expression de la fonction de portance réduite, ainsi que la formulation finale sont présentées ici. Des détails supplémentaires sont donnés en annexe B.

Le problème consiste à déterminer le potentiel satisfaisant l'équation d'ondes convectées :

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 \phi}{Dt^2} = 0 \quad (1.10)$$

$\frac{D}{Dt}$ est la dérivée convective pour un écoulement aligné avec la corde :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_\zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad (1.11)$$

A cela s'ajoutent les conditions aux limites suivantes :

- potentiel de vitesse nul en amont dans le prolongement du profil ;
- vitesse normale nulle sur le profil ;
- différence de pression nulle entre intrados et extrados au bord de fuite et dans le sillage, conformément à la condition de Kutta.

On définit également les variables adimensionnées suivantes :

$$\begin{aligned} \bar{\zeta} &= \frac{\zeta}{b}; \bar{\eta} = \frac{\eta\beta}{b}; \bar{\xi} = \frac{\xi\beta}{b}; \\ \bar{K}_i &= K_i b; \sigma = \frac{\bar{K}_\zeta}{\beta^2}; \mu = \sigma M_\zeta; \\ \beta^2 &= 1 - M_\zeta^2; \kappa^2 = \mu^2 - \frac{\bar{K}_\eta^2}{\beta^2}; \\ \Phi(\bar{\zeta}, \bar{\xi}) &= \phi(\zeta, \eta, \xi, t) e^{-i\omega t + i[-\mu M_\zeta \bar{\zeta} + \bar{K}_\eta \bar{\eta}/\beta]}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

On peut donc écrire l'équation d'onde sous la forme :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \bar{\zeta}^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \bar{\xi}^2} + \kappa^2 \Phi = 0 \quad (1.13)$$

En fonction du signe de κ^2 , c'est à dire en fonction de la valeur de $\bar{K}_\eta$ par rapport à $\mu\beta$, la nature du problème est modifiée. Si $\bar{K}_\eta \leq \bar{K}_\zeta M_\zeta / \beta$, l'équation différentielle est hyperbolique et la rafale est dite supercritique. A l'inverse, la rafale est dite subcritique et l'équation d'onde est elliptique. Dans ce dernier cas, les ondes seront évanescentes dans le cas d'un profil à envergure infinie, mais il sera nécessaire de prendre en compte ces rafales dans le cas d'une envergure limitée.

Le problème ainsi posé ne peut être résolu analytiquement. Amiet [4] propose donc de le résoudre de manière itérative. On détermine dans un premier temps le potentiel satisfaisant l'équation d'ondes et la condition de paroi rigide sur une plaque infinie. Le problème est ensuite résolu successivement par demi-plans. Tout d'abord, le potentiel est annulé en amont et la plaque est assimilée à un demi plan infini aval. Ce système est alors résolu par la méthode de Schwarzschild [105]. De la même manière, un deuxième potentiel est déterminé

pour satisfaire la condition de Kutta en supposant un demi plan infini amont. Le lien entre le potentiel et les fluctuations de charge est finalement donné par la relation :

$$p(\zeta, \eta, 0, t) = -\rho_0 \frac{D\Phi}{Dt} \quad (1.14)$$

Ainsi, les fluctuations de pression surfacique générées par une rafale supercritique sur une plaque semi-infinie en aval sont données par :

$$p_1(\zeta, \eta, 0, t) = \rho_0 \omega_0 U_\zeta \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{\pi(\bar{\zeta} + 1)(\bar{K}_\zeta + \beta^2 \kappa)}} e^{i[(\mu M_\zeta - \kappa)(\bar{\zeta} + 1) + \omega t - K_\eta \eta]} \quad (1.15)$$

La correction de bord de fuite permettant de satisfaire la condition de Kutta s'écrit :

$$p_2(\zeta, \eta, , 0, t) = -\frac{\rho_0 \omega_0 U_\zeta}{\sqrt{2\pi(\bar{K}_\zeta + \beta^2 \kappa)}} e^{i[(\mu M_\zeta - \kappa)(\bar{\zeta} + 1) - \pi/4 + \omega t - K_\eta \eta]} \{1 - (1 + i)\mathcal{F}^*[2\kappa(1 - \bar{\zeta})]\} \quad (1.16)$$

$\mathcal{F}[\cdot]$ est l'intégrale de Fresnel définie par :

$$\mathcal{F}[x] = C(x) + iS(x) = \int_0^x \frac{e^{it}}{\sqrt{2\pi t}} dt \quad (1.17)$$

Des itérations supplémentaires peuvent être envisagées mais la complexité des systèmes à résoudre et les applications pratiques enseignent que les deux premières itérations suffisent. Pour une rafale subcritique, les pressions p_1 et p_2 s'écrivent :

$$p'_1(\zeta, \eta, 0, t) = \rho_0 \omega_0 U_\zeta \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{\pi(\bar{\zeta} + 1)(\bar{K}_\zeta - i\beta^2 \kappa')}} e^{i[(\mu M_\zeta + i\kappa')(\bar{\zeta} + 1) + \omega t - K_\eta \eta]} \quad (1.18)$$

et

$$p'_2(\zeta, \eta, 0, t) = -\frac{\rho_0 \omega_0 U_\zeta}{\sqrt{2\pi(\bar{K}_\zeta - i\beta^2 \kappa')}} e^{i[(\mu M_\zeta + i\kappa')(\bar{\zeta} + 1) - \pi/4 + \omega t - K_\eta \eta]} \left\{1 - \operatorname{erf} \left[\sqrt{2\kappa'(1 - \bar{\zeta})} \right] \right\} \quad (1.19)$$

avec $\kappa'^2 = -\kappa^2$ et $\kappa' = -i\kappa$.

De plus, la fonction erf est l'intégrale suivante :

$$\operatorname{erf}[x] = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (1.20)$$

Rappelons que la fonction de portance réduite, $g = g_1 + g_2$ est déterminée par :

$$g(\zeta, K_\zeta, K_\eta) = \frac{p(\zeta, \eta, 0, t)}{\pi \rho_0 U_\zeta \omega_0} e^{-i\omega t + iK_\eta \eta} \quad (1.21)$$

Ainsi, si $\bar{K}_\eta \leq \bar{K}_\zeta M_\zeta / \beta$:

$$g_1(\bar{\zeta}, K_\zeta, K_\eta) = \frac{e^{-i\pi/4}}{\pi \sqrt{\pi(\bar{\zeta} + 1)(\bar{K}_\zeta + \beta^2 \kappa)}} e^{-i[(\kappa - \mu M_\zeta)(\bar{\zeta} + 1)]} \quad (1.22)$$

et

$$g_2(\bar{\zeta}, K_\zeta, K_\eta) = -\frac{e^{-i\pi/4}}{\pi\sqrt{2\pi(\bar{K}_\zeta + \beta^2\kappa)}} e^{-i[(\kappa - \mu M_\zeta)(\bar{\zeta} + 1)]} \left\{ 1 - (1 + i)\mathcal{F}^*[2\kappa(1 - \bar{\zeta})] \right\} \quad (1.23)$$

sinon,

$$g'_1(\bar{\zeta}, K_\zeta, K_\eta) = \frac{e^{-i\pi/4}}{\pi\sqrt{\pi(\bar{\zeta} + 1)(\bar{K}_\zeta - i\beta^2\kappa')}} e^{[(-\kappa' + i\mu M_\zeta)(\bar{\zeta} + 1)]} \quad (1.24)$$

et

$$g'_2(\bar{\zeta}, K_\zeta, K_\eta) = -\frac{e^{-i\pi/4}}{\pi\sqrt{2\pi(\bar{K}_\zeta - i\beta^2\kappa)}} e^{[(-\kappa' + i\mu M_\zeta)(\bar{\zeta} + 1)]} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[\sqrt{2\kappa'(1 - \bar{\zeta})} \right] \right\} \quad (1.25)$$

1.1.5 Spectre de turbulence

Si le spectre de turbulence incidente n'est pas connu, il est possible d'utiliser des spectres empiriques comme ceux de Liepmann ou de Von-Kármán [50]. Ces spectres font l'hypothèse d'une turbulence homogène et isotrope. Le spectre de Von-Kármán, que l'on utilisera dans la suite de cette thèse, est détaillé ci-après.

Le spectre tridimensionnel d'énergie cinétique est donné par l'expression suivante :

$$E(K) = \frac{55}{9} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(5/6)}{\Gamma(1/3)} \frac{\bar{u}^2}{k_e} \frac{\check{K}^4}{[1 + \check{K}^2]^{17/6}}$$

avec, $\check{K} = \frac{K}{k_e}$ et $k_e = \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(5/6)}{\Gamma(1/3)\Lambda}$. Λ est l'échelle intégrale de la turbulence et $\Gamma[\cdot]$ désigne la fonction gamma. Le spectre d'énergie de la composante de vitesse verticale (normale au profil) est alors :

$$\Phi_{\xi\xi}(K_\zeta, K_\eta, K_\xi) = \frac{E(K)}{4\pi K^2} \left(1 - \frac{K_\xi^2}{K^2} \right)$$

En intégrant par rapport à K_ξ , on obtient le spectre bidimensionnel :

$$\Phi_{\xi\xi}(K_\zeta, K_\eta) = \frac{4\bar{u}^2}{9\pi k_e^2} \frac{(\check{K}_\zeta^2 + \check{K}_\eta^2)}{(1 + \check{K}_\zeta^2 + \check{K}_\eta^2)^{7/3}} \quad (1.26)$$

De manière analogue, l'intégration suivant K_η , donne :

$$\Phi_{\xi\xi}(K_\zeta) = \frac{\bar{u}^2\Lambda}{2\pi} \frac{(1 + 8/3\check{K}_\zeta^2)}{(1 + \check{K}_\zeta^2)^{11/6}} \quad (1.27)$$

On peut alors définir l'interspectre des fluctuations de vitesse normale en deux points séparés de r , par la transformée de Fourier spatiale de $\Phi_{ww}(K_\zeta, K_\eta)$:

$$\begin{aligned} R_{\xi\xi}(K_\zeta, r) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\xi\xi}(K_\zeta, K_\eta) e^{iK_\eta r} dk_\eta \\ &= \frac{2^{1/6}}{\Gamma(5/6)} (r^*)^{5/6} \left[K_{5/6}(r^*) - \frac{3r^*}{3 + 8\check{K}_x^2} K_{1/6}(r^*) \right] R_{\xi\xi}(K_\zeta, 0) \end{aligned}$$

où $r^* = rk_e \sqrt{1 + \check{K}_\zeta^2}$ et $R_{\xi\xi}(K_\zeta, 0) = \Phi_{\xi\xi}(K_\zeta)$. Les fonctions $K_{1/6}$ et $K_{5/6}$ désignent des fonctions de Bessel de seconde espèce modifiées et d'ordre respectivement 1/6 et 5/6.

Enfin, $l_\eta(\omega)$, l'échelle de corrélation dans la direction de l'envergure, est donnée (pour un spectre de Von-Kármán) par :

$$l_\eta(\omega) = \frac{\int_0^\infty R_{\xi\xi}(K_\zeta, r) dr}{R_{\xi\xi}(K_\zeta, 0)} = \frac{\pi \Phi_{\xi\xi}(K_\zeta, 0)}{R_{\xi\xi}(K_\zeta, 0)}$$

$$l_\eta(\omega) = \frac{8\Lambda}{3} \left[\frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(5/6)} \right]^2 \frac{\check{K}_\zeta^2}{(3 + 8\check{K}_\zeta^2) \sqrt{1 + \check{K}_\zeta^2}} \quad (1.28)$$

1.1.6 Rayonnement en champ lointain

Analogie acoustique de Ffowcs-Williams et Hawkins

L'équation de Ffowcs-Williams et Hawkins [35] (FW-H) est une recombinaison exacte des équations de la mécanique des fluides sous la forme d'une équation des ondes inhomogène faisant apparaître deux termes sources surfaciques et un terme source volumique. Une solution intégrale est alors obtenue par convolution avec la fonction de Green en espace libre. La formulation présentée ici est écrite dans le domaine spectral. On résout ainsi une équation de Helmholtz inhomogène pour chaque fréquence, en évitant l'évaluation explicite des temps retardés, qui est souvent une étape délicate du calcul intégral. La formulation complète dans le domaine fréquentiel, valable pour un mouvement rectiligne de la surface et du volume source, s'écrit (en utilisant la convention d'Einstein) dans le cas général :

$$\hat{p}(\vec{X}, \omega) = I_T + I_L + I_Q \quad (1.29)$$

I_Q représente le terme monopolaire et s'écrit :

$$I_Q = \int_S i\omega \hat{Q}_n(\vec{Y}, \omega) \hat{G}(\vec{X}, \omega | \vec{Y}) dS$$

avec, $\hat{Q}_n(\vec{Y}, \omega) = (\rho^T u_i^T + \rho_0 U_i) n_i^s$.

I_L est le terme de charge (dipolaire) :

$$I_L = \int_S \hat{F}_i(\vec{Y}, \omega) \frac{\partial \hat{G}(\vec{X}, \omega | \vec{Y})}{\partial y_i} dS$$

avec, $\hat{F}_i(\vec{Y}, \omega) = (p^T \delta_{ij} + \rho^T (u_i^T - 2U_i) u_j^T + \rho_0 U_i U_j) n_j^s$.

Finalement le dernier terme, I_T correspond à la contribution des quadripôles :

$$I_T = \int_V T_{ij}(\vec{Y}, \omega) \frac{\partial^2 \hat{G}(\vec{X}, \omega | \vec{Y})}{\partial y_i \partial y_j} dV$$

où $T_{ij}(\vec{Y}, \omega)$ est le tenseur de Lighthill [67, 68].

G est la fonction de Green (solution de l'équation de Helmholtz convectée) en champ libre soit :

$$\left\{ \Delta - \frac{1}{c_0^2} \frac{D^2}{Dt^2} \right\} G(\vec{X}, t | \vec{Y}, t_s) = -\delta(\vec{X} - \vec{Y}) \delta(t - t_s) \quad (1.30)$$

Dans ce cas d'application, la surface d'intégration a un mouvement de translation dans la direction axiale. Ainsi, la fonction de Green en champ libre s'écrit :

$$\hat{G}(\vec{X}, \omega | \vec{Y}) = \frac{1}{4\pi S_0} e^{-ik(S_0 - M_x(x - x_s))/\beta^2} \quad (1.31)$$

avec, $S_0^2 = \beta^2(z - z_s)^2 + \beta^2(y - y_s)^2 + (x - x_s)^2$ et $k = \omega/c_0$, le nombre d'onde acoustique. $\vec{X} = (x, y, z, t)$ et $\vec{Y} = (x_s, y_s, z_s, t_s)$ sont respectivement les coordonnées des points d'observation et des points sources. Les variables totales (sommes des perturbations et du champ moyen) sont notées à l'aide de l'exposant τ , ainsi $u^\tau = u + U$. ρ_0 est la densité en champ lointain. Seul le bruit de charge est considéré, c'est-à-dire les sources de nature dipolaire. De plus, la surface d'intégration étant solide, les termes de vitesse sont nuls et l'intégrale de FW-H se simplifie :

$$\hat{p}(\vec{X}, \omega) = \int_S \hat{p}(\vec{Y}, \omega) n_i^s \frac{\partial \hat{G}(\vec{X}, \omega | \vec{Y})}{\partial y_i} dS \quad (1.32)$$

Ainsi, sous forme développée :

$$\begin{aligned} \hat{p}(\vec{X}, \omega) = & \int_S \hat{p}(\vec{Y}, \omega) \left(\frac{ik((x - x_s) - M_x S_0)}{\beta^2 S_0} + \frac{x - x_s}{S_0^2} \right) \hat{G}(\vec{X}, \omega | \vec{Y}) n_x^s \\ & + \hat{p}(\vec{Y}, \omega) \left(\frac{ik(y - y_s)}{S_0} + \frac{\beta^2(y - y_s)}{S_0^2} \right) \hat{G}(\vec{X}, \omega | \vec{Y}) n_y^s \\ & + \hat{p}(\vec{Y}, \omega) \left(\frac{ik(z - z_s)}{S_0} + \frac{\beta^2(z - z_s)}{S_0^2} \right) \hat{G}(\vec{X}, \omega | \vec{Y}) n_z^s dS \end{aligned} \quad (1.33)$$

Formulation tridimensionnelle d'Amiet

Pour relier l'interspectre de la pression surfacique, S_{qq} , à la pression acoustique rayonnée, Amiet utilise la théorie de Curle [27] selon laquelle le rayonnement acoustique est le même que celui obtenu en distribuant sur la surface des dipôles d'amplitude égale à la force exercée sur la plaque, ce qui correspond au terme de bruit de charge de l'équation de FW-H. Différentes simplifications sont apportées en considérant le point d'observation en champ lointain et en utilisant le fait que le profil est une plaque plane dans le plan xy . Ainsi, seuls les efforts normaux au profil sont pris en compte. Toutes simplifications faites, la pression acoustique d'un dipôle placé en $(\zeta, \eta, 0)$ est donnée par :

$$\hat{p}(\vec{X}, \omega) = \frac{ikz\Delta\hat{p}(\zeta, \eta, \omega)}{4\pi S_0^2} e^{i\omega(t + \frac{M_\zeta(x - \zeta) - S_0}{c_0\beta^2} + \frac{x\zeta + y\eta\beta^2}{c_0\beta^2 S_0})} \quad (1.34)$$

en simplifiant S_0 par : $S_0 \approx \sqrt{x^2 + \beta^2(y^2 + z^2)}$, sachant que le repère (x, y, z) a pour origine le centre du profil.

En intégrant l'équation 1.34 sur toute la surface du profil, en multipliant par le complexe conjugué et en calculant l'espérance mathématique, on peut déterminer la DSP du bruit rayonné en champ lointain. Cette DSP, notée S_{pp} , est donnée par :

$$S_{pp}(\vec{X}, \omega) = \left(\frac{kz}{4\pi S_0^2} \right)^2 \int \int \int \int S_{qq}^\Delta(\zeta, \zeta', \eta, \eta', \omega) e^{i \frac{k}{S_0} \left[\frac{(\zeta - \zeta')(x - M_\zeta S_0)}{\beta^2} - y(\eta' - \eta) \right]} d\zeta d\zeta' d\eta d\eta' \quad (1.35)$$

En remplaçant, S_{qq}^Δ par son expression, on obtient la forme développée suivante :

$$\begin{aligned} S_{pp}(\vec{X}, \omega) &= \left(\frac{\rho_0 kz}{2S_0^2} \right)^2 U_c \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_{\xi\xi}(K_c, K_\eta) \\ &\quad \left[\int \int_{-d}^d e^{-i \left(\frac{ky}{S_0} - K_\eta \right) (\eta' - \eta)} d\eta d\eta' \right] \\ &\quad \left\{ \int_{-b}^b g(\zeta, K_c, K_\eta) e^{i\zeta \frac{k(x - M_\zeta S_0)}{\beta^2 S_0}} d\zeta \right\} \\ &\quad \left\{ \int_{-b}^b g^*(\zeta', K_c, K_\eta) e^{-i\zeta' \frac{k(x - M_\zeta S_0)}{\beta^2 S_0}} d\zeta' \right\} dK_\eta \end{aligned} \quad (1.36)$$

Toutes les intégrales précédemment explicitées peuvent être résolues analytiquement. Pour l'intégration selon ζ , on définit la fonction de transfert aéroacoustique totale :

$$\mathcal{L}(x, K_c, K_\eta) = \int_{-1}^1 g(\bar{\zeta}, K_c, K_\eta) e^{-i \frac{kb\bar{\zeta}}{\beta^2} (M_\zeta - x/S_0)} d\bar{\zeta} \quad (1.37)$$

soit,

$$\mathcal{L}(x, K_c, K_\eta) = \frac{1}{b} \int_{-b}^b g(\zeta, K_c, K_\eta) e^{-i \frac{k\zeta}{\beta^2} (M_\zeta - x/S_0)} d\zeta \quad (1.38)$$

Comme la fonction de portance réduite, la fonction de transfert aéroacoustique peut être divisée en deux contributions, telles que $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2$. $\mathcal{L}_1$ est la contribution principale du bord d'attaque, et $\mathcal{L}_2$ est la correction au premier ordre due à la présence du bord de fuite. Pour une rafale supercritique ($K_\eta < \frac{M_\zeta K_c}{\beta}$), l'intégrale 1.37 donne :

$$\mathcal{L}_1(x, K_c, K_\eta) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2}{(\bar{K}_c + \beta^2 \kappa) H_1}} \mathcal{F}^*(2H_1) e^{iH_2} \quad (1.39)$$

et

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2(x, K_c, K_\eta) &= \frac{1}{\pi H_1 \sqrt{2\pi(\bar{K}_c + \beta^2 \kappa)}} e^{iH_2} \left\{ i(1 - e^{-i2H_1}) \right. \\ &\quad \left. + (1 - i) \left[\mathcal{F}^*(4\kappa) - \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + \bar{\mu}x/S_0}} e^{-2iH_1} \mathcal{F}^*(2(\kappa + \bar{\mu}x/\sigma)) \right] \right\} \end{aligned} \quad (1.40)$$

avec $H_1 = \kappa - \mu x/S_0$, $H_2 = \mu(M_\zeta - xS_0) - \pi/4$.

Dans le cas d'une rafale subcritique ($K_\eta \geq \frac{M_\zeta K_c}{\beta}$), la fonction de transfert aéroacoustique s'écrit :

$$\mathcal{L}'_1(x, K_c, K_\eta) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2}{(\bar{K}_c - i\beta^2 \kappa')(i\kappa' - \mu x/S_0)}} \mathcal{F}(2(i\kappa' - \mu x/S_0)) e^{iH_2} \quad (1.41)$$

et

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_2(x, K_c, K_\eta) = & \frac{i}{\pi H_1 \sqrt{2\pi(\bar{K}_c - i\beta^2 \kappa')}} e^{iH_2} \left\{ 1 - e^{-2H_3} - \operatorname{erf}(\sqrt{4\kappa'}) \right. \\ & \left. + 2e^{-2H_3} \sqrt{\frac{\kappa'}{i\kappa' + \mu x/S_0}} \mathcal{F}(2(i\kappa' - \mu x/S_0)) \right\} \end{aligned} \quad (1.42)$$

avec $H_3 = \kappa' - i\mu x/S_0$.

De même, la double intégrale selon l'envergure peut se calculer séparément et vaut :

$$\int \int_{-d}^d e^{-i\left(\frac{ky}{S_0} - K_\eta\right)(\eta' - \eta)} d\eta d\eta' = 4 \frac{\sin^2 \left[\left(\frac{ky}{S_0} - K_\eta \right) d \right]}{\left(\frac{ky}{S_0} - K_\eta \right)^2} \quad (1.43)$$

Ce qui permet d'écrire finalement S_{pp} sous la forme :

$$S_{pp}(\vec{X}, \omega) = \left(\frac{kz\rho_0 b}{S_0^2} \right)^2 U_c d \pi \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\sin^2 \left(d \left(\frac{ky}{S_0} - K_\eta \right) \right)}{\pi d \left(\frac{ky}{S_0} - K_\eta \right)^2} \right] |\mathcal{L}(x, K_c, K_\eta)|^2 \Phi_{\xi\xi}(K_c, K_\eta) dK_\eta \quad (1.44)$$

Formulation bidimensionnelle

Jusqu'à présent l'analyse est rest e générale ; les équations 1.36 et 1.44 sont strictement équivalentes et aucune hypothèse supplémentaire n'a été faite. Cependant, l'équation 1.44 peut se simplifier si l'on suppose que le profil possède une envergure infinie. La formulation devient alors bidimensionnelle. En effet, nous savons que :

$$\begin{aligned} \lim_{L \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sin^2 \left(d \left(\frac{ky}{S_0} - K_\eta \right) \right)}{\pi d \left(\frac{ky}{S_0} - K_\eta \right)^2} \right) &= \lim_{L \rightarrow +\infty} \left(\frac{d}{\pi} \sin^2 \left[d \left(\frac{ky}{S_0} - K_\eta \right) \right] \right) \\ &= \delta \left(\frac{ky}{S_0} - K_\eta \right) \end{aligned} \quad (1.45)$$

Cette simplification supprime l'intégrale suivant le nombre d'onde aérodynamique transversal, ce qui allège grandement le calcul. On obtient ainsi :

$$S_{pp}(\vec{X}, \omega) = \left(\frac{kz\rho_0 b}{S_0^2} \right)^2 U_c d \pi \left| \mathcal{L}(x, K_c, \frac{ky}{S_0}) \right|^2 \Phi_{\xi\xi}(K_c, \frac{ky}{S_0}) \quad (1.46)$$

De plus, si l'observateur est situé sur le plan $y = 0$, alors on peut approcher la solution en considérant que seules les rafales parallèles au profil ($K_\eta = 0$), contribuent à la production sonore. Il vient alors :

$$S_{pp}(x, 0, z, \omega) = \left(\frac{kz\rho_0 b}{S_0^2} \right)^2 U_c d\pi |\mathcal{L}(x, K_c, 0)|^2 \Phi_{\xi\xi}(K_c, 0) \quad (1.47)$$

On peut également introduire l'échelle de corrélation transversale, $l_\eta(\omega)$, et S_{pp} s'écrit alors :

$$S_{pp}(x, 0, z, \omega) = \left(\frac{kz\rho_0 U_c b}{S_0^2} \right)^2 d |\mathcal{L}(x, K_c, 0)|^2 l_\eta(\omega) \Phi_{\xi\xi}(\omega) \quad (1.48)$$

où $\Phi_{\xi\xi}(\omega) = \Phi_{\xi\xi}(K_c)/U_c$ est le spectre des fluctuations de vitesse normale.

La formulation 1.46 a été abondamment utilisée pour sa simplicité par rapport à la formulation tridimensionnelle (1.36). Nous avons donc cherché à quantifier l'erreur commise en fonction de l'allongement (L/c) en comparant les résultats fournis par les deux expressions. Les résultats sont reportés sur la figure 1.5

On utilise les paramètres suivants :

$$-M_\zeta = U_c/c_0 = 0,261;$$

$$-c = 0,233 \text{ m};$$

$$-TI = \sqrt{\frac{u^2}{U_c^2}} = 4,4 \text{ } \%;$$

$$-\Lambda = 0,03 \text{ m};$$

$$-\vec{X} = (0; 0; 2,25);$$

$$-L/c = (0,5; 1; 2; 4; 8);$$

La convergence des deux solutions est bien observée avec l'augmentation de l'allongement. On peut ainsi conclure que la formulation bidimensionnelle fournit une solution satisfaisante à partir d'un allongement de 2 ou 3. Pour des allongements supérieurs à 4, les deux formulations sont équivalentes.

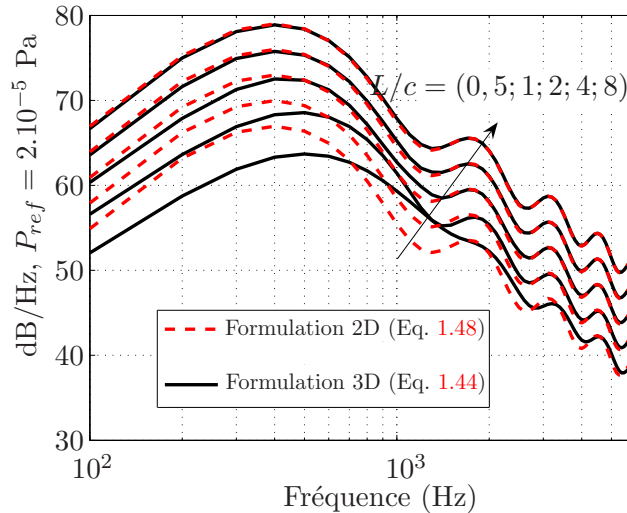


FIG. 1.5 – Evolution de la DSP de pression acoustique en champ lointain en fonction de l'allongement du profil, $L/c = (0, 5; 1; 2; 4; 8)$.

1.1.7 Variation et découpage en envergure

Jusqu'à présent, la turbulence incidente a été supposée homogène dans la direction de l'envergure. Pour diverses applications, il peut être intéressant de faire évoluer les caractéristiques de la turbulence incidente en fonction de l'envergure du profil. Pour ce faire, des tranches de profil peuvent être suffisamment grandes pour être considérées indépendamment (en fonction des échelles de corrélation). Ainsi, la contribution de chaque tranche peut être sommée de manière incohérente. Pour valider cette approche, on considère le profil et les grandeurs aérodynamiques moyennes de la turbulence définies précédemment (figure 1.5) avec une envergure fixée à $L = 0,53$ m (cas similaire à [85]). La turbulence est maintenue constante en fonction de l'envergure, le but étant d'obtenir le même résultat pour une aile découpée et une aile entière.

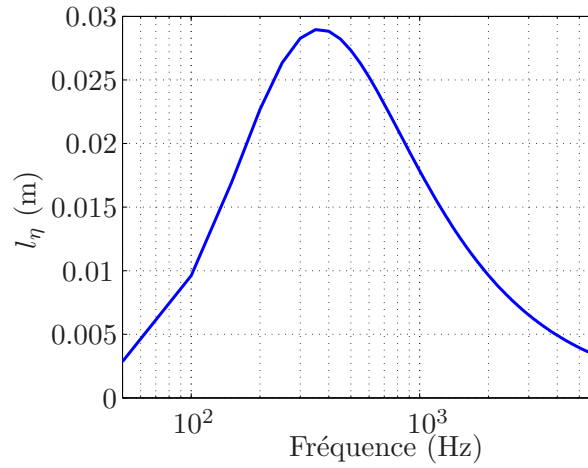


FIG. 1.6 – Echelle de corrélation transversale obtenue par application de l'équation 1.28.

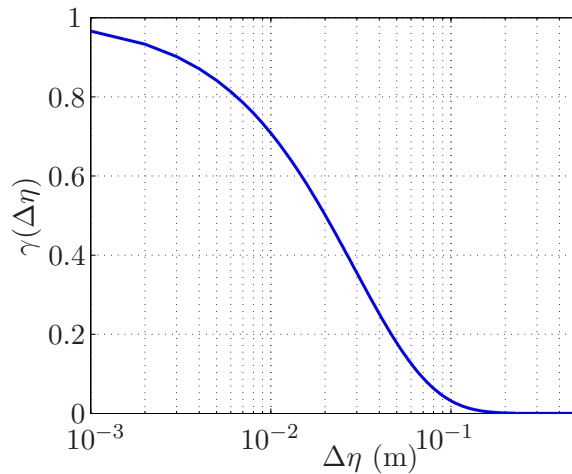


FIG. 1.7 – Fonction de corrélation transversale, $e^{\frac{-|\Delta\eta|}{l_{\eta}^{max}}}$, ($l_{\eta}^{max} = 0,029$ m).

Dans un premier temps, on cherche à déterminer la taille minimale ($\Delta\eta$) des tranches

nécessaires pour pouvoir les considérer indépendamment. En appliquant l'équation 1.28, on obtient alors le résultat présenté sur la figure 1.6 pour l'échelle de corrélation transversale l_η . La longueur maximale, $l_{\eta max}$, ainsi obtenue est ici de 0,029 m. De plus, la fonction de corrélation peut traditionnellement être approchée par une gaussienne : $\gamma(|\Delta\eta|, f) = e^{\frac{-|\Delta\eta|^2}{l_\eta^2(f)}}$. La figure 1.7 représente cette fonction pour $l_{\eta max}$. Ainsi, pour que deux tronçons soient parfaitement décorrélés l'un de l'autre, il faut que $\gamma(|\Delta\eta|)$ tende vers zéro. D'après la figure 1.7, il faut que la longueur des tronçons soit approximativement cinq fois supérieure à la longueur de corrélation maximale. Ceci donne dans notre cas, une longueur minimale de 0,145 m. Ainsi, l'envergure du profil ne peut être rigoureusement découpée qu'en trois tranches. Les deux formulations 1.48 et 1.44 sont donc appliquées sur des tranches de 0,176 m d'envergure et la contribution de chacune de ces tranches est sommée de manière incohérente. Les résultats ainsi obtenus sont illustrés sur la figure 1.8 où N_{tr} est le nombre de tranches considérées.

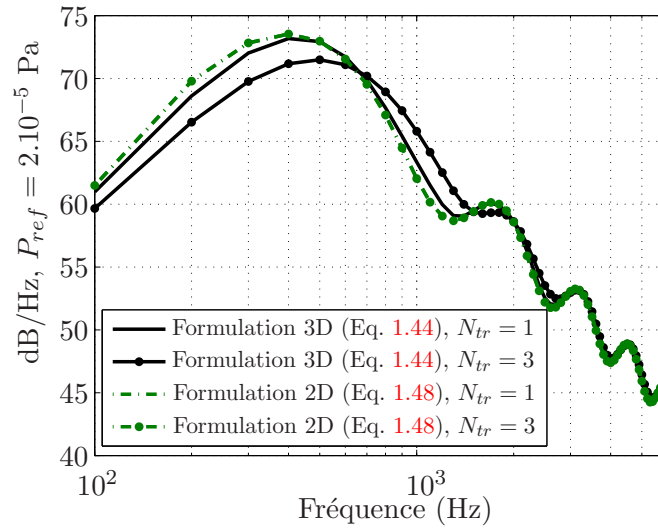


FIG. 1.8 – Effets du découpage en tronçons sur le calcul du rayonnement sonore.

La méthode semble parfaitement fonctionner lorsque la formulation bidimensionnelle est utilisée, ce qui paraît logique puisque la prise en compte de la longueur de l'envergure est purement linéaire dans ce cas. De plus, s'agissant d'une formulation bidimensionnelle, la corrélation en envergure n'intervient pas et le profil peut être découpé autant de fois que nécessaire en fonction de la variation des données. En revanche, des écarts importants sont visibles avec la formulation tridimensionnelle, même si les critères de corrélation entre chaque tronçon sont largement respectés. Cette erreur a déjà été notée par Rozenberg [101] et Christophe et al. [24, 23]. De plus, les écarts croissent avec le nombre de tronçons utilisés. On peut expliquer physiquement cette erreur par la non-prise en compte des termes croisés lorsqu'une même rafale impacte des tronçons différents. Mathématiquement, cela se traduit par l'inégalité suivante :

$$\begin{aligned}
 \left| \int_{-d}^d e^{-i\left(\frac{ky}{s_0} - K_\eta\right)\eta} d\eta \right|^2 &= \left| \sum_{n=1}^{N_{tr}} \int_{-d+(n-1)\delta\eta}^{-d+(n)\delta\eta} e^{-i\left(\frac{ky}{s_0} - K_\eta\right)(\eta-\eta')} d\eta \right|^2 \\
 &\neq \sum_{n=1}^{N_{tr}} \left| \int_{-d+(n-1)\delta\eta}^{-d+(n)\delta\eta} e^{-i\left(\frac{ky}{s_0} - K_\eta\right)(\eta-\eta')} d\eta \right|^2
 \end{aligned} \quad (1.49)$$

La formulation en sinus cardinal (tridimensionnelle) ne peut pas être utilisée dans ce cas, à moins que chaque tronçon ait un allongement assez important pour que le sinus cardinal tende vers un Dirac. Dans le cas présent, l'allongement de chaque tranche est approximativement égal à 0,76, d'où une erreur relativement importante d'après la figure 1.5. La figure 1.9 représente les résultats issus des mêmes calculs, mais pour lesquels chaque tronçon possède un allongement égal à 4. La convergence des résultats obtenus par les deux formulations confirme ce point de discussion.

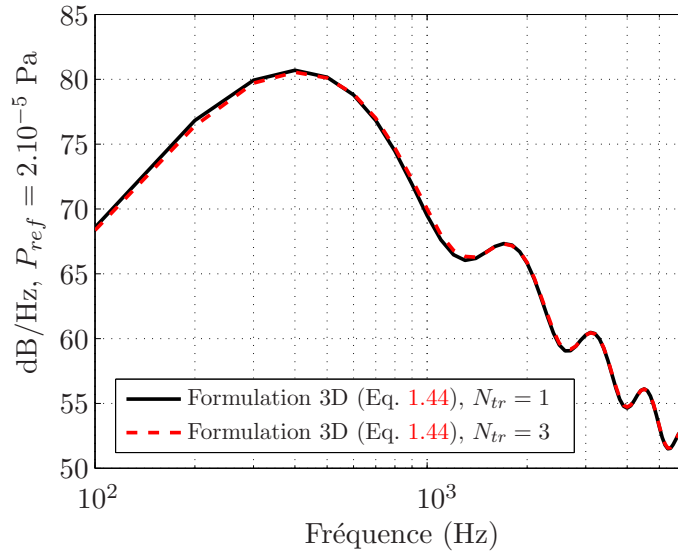


FIG. 1.9 – Effets du découpage en tronçons sur le rayonnement en champ lointain d'un profil à grand allongement ($L/c = 12$).

Par la suite, lors d'une interaction entre un profil et une turbulence dont les caractéristiques présentent de fortes variations en envergure et nécessitant un calcul par bandes, la formulation bidimensionnelle est à privilégier. Dans le cas contraire, la formulation tridimensionnelle est plus rigoureuse.

1.2 Application du modèle d'Amiet

Dans le cadre du projet européen FLOCON, des mesures aérodynamique et acoustique d'une interaction entre une turbulence homogène, isotrope et un profil isolé ont été réalisées dans une soufflerie anéchoïque. Avant de traiter ce même cas par une approche numérique, nous proposons d'appliquer dans un premier temps le modèle d'Amiet.

1.2.1 Présentation de la soufflerie

Une soufflerie à veine ouverte a récemment été développée et testée par Chong et al. [22] à l'ISVR (Institut of Sound and Vibration Research). La figure 1.10 fournit un schéma de l'installation. L'apport en air est assuré par un compresseur centrifuge dont le bruit est atténué par une série de silencieux. Le niveau de turbulence est diminué jusqu'à 0,45 % dans le plan de sortie de la tuyère grâce à une série de grilles et de nids d'abeille. Les vitesses d'éjection de l'écoulement (U_ζ) ainsi obtenues varient entre 10 et 120 m/s. Cependant, la vitesse est ici limitée à 60 m/s car le bruit de fond (notamment le bruit de jet en sortie de tuyère) devient trop important pour des vitesses d'éjection supérieures.

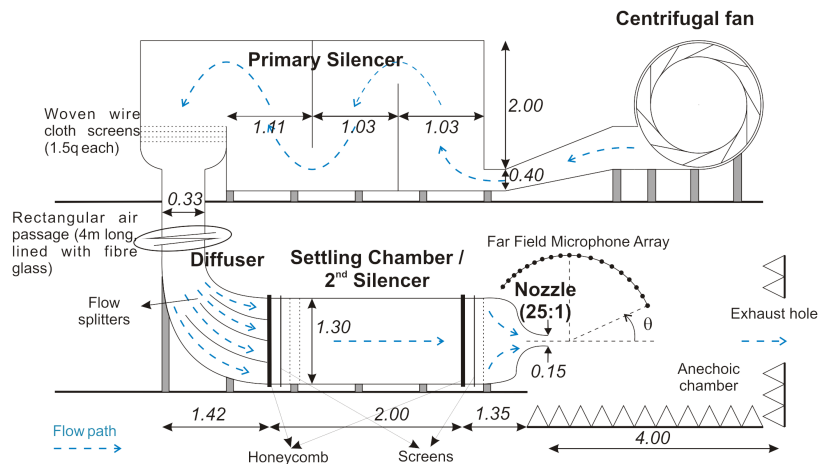


FIG. 1.10 – Schéma de la soufflerie anéchoïque de l'ISVR, d'après [22].

Le rapport de contraction de la tuyère ainsi que les plaques latérales supportant la maquette assurent un écoulement quasi-bidimensionnel. Comme illustré sur la figure 1.11, la maquette est placée dans une large chambre traitée acoustiquement où est placée (à 1,2 m du profil) une série de microphones pour mesurer le rayonnement sonore en champ lointain. D'un point de vue aérodynamique, en plus des capteurs de pression statique sur le profil, des fils chauds sont utilisés pour mesurer les fluctuations de vitesse en amont et en aval du profil.

1.2.2 Grille de turbulence et profil aérodynamique

L'un des objectifs principaux du projet FLOCON est l'étude de traitements de bord d'attaque et de bord de fuite de profils visant à réduire l'émission sonore. Ces traitements sont appliqués sur un profil NACA 651210. La géométrie de ce profil est présentée sur la figure 1.12.

La corde du profil est de 15 cm et l'envergure de 45 cm. Il s'agit d'un profil portant, non symétrique possédant une épaisseur maximale de 12 % de la corde. Ce type de profil est représentatif d'un rotor de turbomachine. En revanche, un tel profil viole en partie les hypothèses de plaque plane mince et non chargée du modèle d'Amiet.

Le niveau de turbulence en sortie de tuyère est de 0,45 % ce qui n'est pas suffisant pour que le mécanisme du bruit de bord d'attaque soit prépondérant. Ainsi, une grille de turbulence est positionnée en amont du profil pour augmenter le niveau de turbulence et garantir

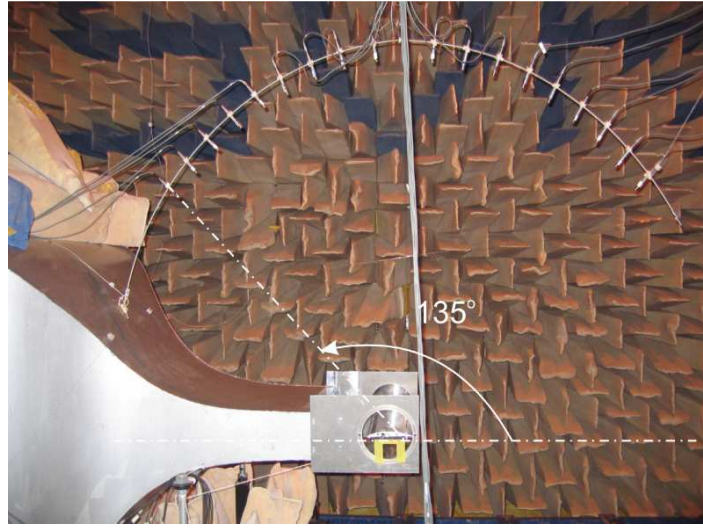


FIG. 1.11 – Série de microphones en champ lointain dans la chambre anéchoïque de l'ISVR.

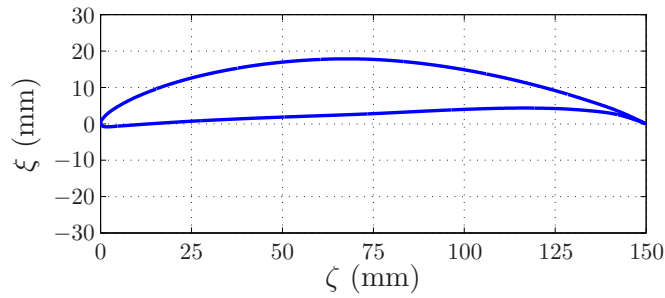


FIG. 1.12 – Géométrie du profil NACA 651210.

une turbulence homogène et isotrope. La principale difficulté est de déterminer le bon compromis entre le bruit propre de la grille et le niveau de turbulence généré. Une grille en bois à barreaux de section carrée est placée dans la contraction comme illustré sur la figure 1.13 à une distance égale à 4,2 fois la longueur de corde du profil.



FIG. 1.13 – Vues de la grille de turbulence de l'intérieur de la veine à gauche et de l'extérieur à droite (soufflerie anéchoïque de l'ISVR).

En fonction des paramètres d et M (voir figure 1.14) différentes valeurs de l'échelle intégrale et du niveau de turbulence peuvent être obtenues. Deux grilles ont ainsi été utilisées

avec les caractéristiques résumées dans le tableau 1.1.

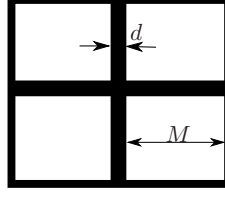


FIG. 1.14 – Paramètres géométriques définissant une grille de turbulence.

TAB. 1.1 – Caractéristiques des grilles de turbulence.

	d (mm)	M (mm)	Λ (mm)	TI (%)
Grille 1	12	34	6	2,5
Grille 2	8,5	22	5	2,1

Pour satisfaire l'hypothèse de turbulence homogène et isotrope au moment de l'impact avec le profil, il faudrait idéalement vérifier que les fluctuations de vitesse longitudinale et normale au profil sont identiques. Cependant, les fils chauds utilisés ne permettent que de mesurer la vitesse longitudinale. Ainsi, pour vérifier l'isotropie, les spectres de vitesse longitudinale obtenus expérimentalement sont comparés au spectre semi-empirique monodimensionnel de Von-Kármán, $\Phi_{\zeta\zeta}$, défini par l'équation 1.50. On calibrera donc par la suite, $\Phi_{\xi\xi}$, nécessaire pour appliquer le modèle d'Amiet à l'aide de $\bar{u}^2$ et Λ issues de $\Phi_{\zeta\zeta}$.

$$\Phi_{\zeta\zeta}(K_\zeta) = \frac{\bar{u}^2 \Lambda}{\pi} \frac{1}{(1 + \check{K}_\zeta^2)^{5/6}} \quad (1.50)$$

Le résultat de cette comparaison pour un écoulement à 20, 40 et 60 m/s est reporté sur les figures 1.15(a) et 1.15(b). A noter que, les niveaux et les fréquences ont été divisés par la vitesse de convection pour vérifier la similitude des spectres.

Un très bon accord est observé pour les mesures faites aux vitesses élevées et ce pour les deux grilles. L'autosimilarité des spectres est bien retrouvée, en particulier pour la grille 1. En revanche, pour un écoulement de 20 m/s le spectre de Von-Kármán ne décroît pas assez vite. Un comportement similaire a déjà été noté par Moreau et Roger [76]. Ils proposent alors la correction suivante :

$$\Phi_{\zeta\zeta}^c(K_\zeta) = \Phi_{\zeta\zeta}(K_\zeta) e^{-\beta_0 \check{K}_\zeta}$$

Les figures 1.16(a) et 1.16(b) exposent la comparaison de $\Phi_{\zeta\zeta}$ mesuré et le spectre de Von-Kármán corrigé avec $\beta_0 = 0,06$ pour la grille 1 et 0,1 pour la grille 2. Un meilleur accord est ainsi nettement obtenu.

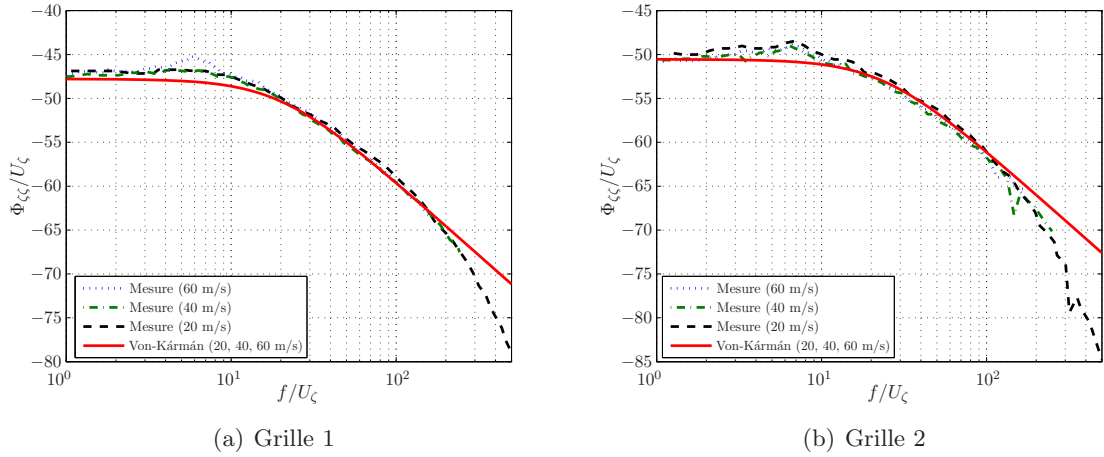


FIG. 1.15 – DSP de vitesse longitudinale pour $U_\zeta=20, 40, 60$ m/s. Comparaison du spectre de Von-Kármán avec des mesures faites en aval d'une grille de turbulence.

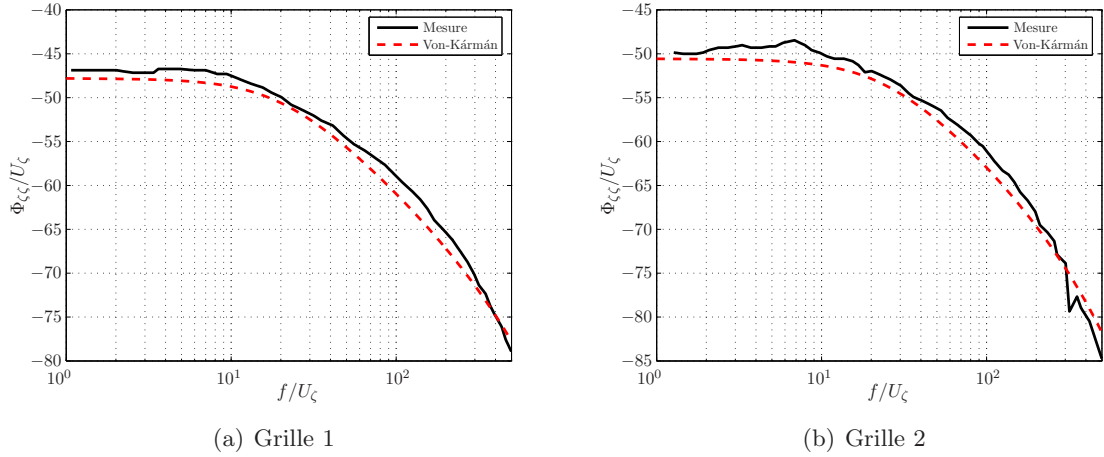
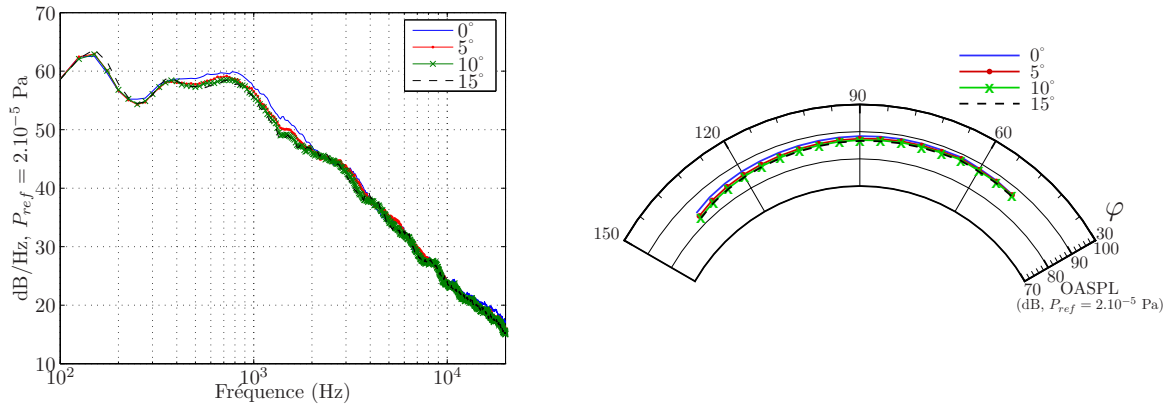


FIG. 1.16 – DSP de vitesse longitudinale pour $U_\zeta=20$ m/s. Comparaison du spectre de Von-Kármán corrigé avec des mesures faites en aval d'une grille de turbulence.

1.2.3 Rayonnement sonore

Dans cette section et les suivantes, seule la grille 1 est considérée. Même si l'influence de l'angle d'attaque a été démontrée comme faible (cf. section 1.1.2), on propose de vérifier ce fait sur cette configuration. Les figures 1.17(a) et 1.17(b) exposent les niveaux de bruit rayonné à 90° et la directivité entre 45° et 135° lorsque la vitesse de l'écoulement est égale à 60 m/s pour des angles d'incidence allant de 0° à 15° .

Ces résultats confirment l'effet négligeable de l'angle d'attaque géométrique (cf. section 1.1.2), noté α_r , et en conséquence du chargement du profil sur le bruit rayonné. Les écarts les plus importants sont obtenus entre les mesures faites à incidence nulle et avec $\alpha_r = 5^\circ$. Ceci est en partie expliqué par un décollement situé sur l'intrados au niveau du bord d'attaque, présent à 0° d'incidence et pouvant augmenter la génération sonore.


 (a) DSP de pression rayonné pour un angle d'écoute de 90°

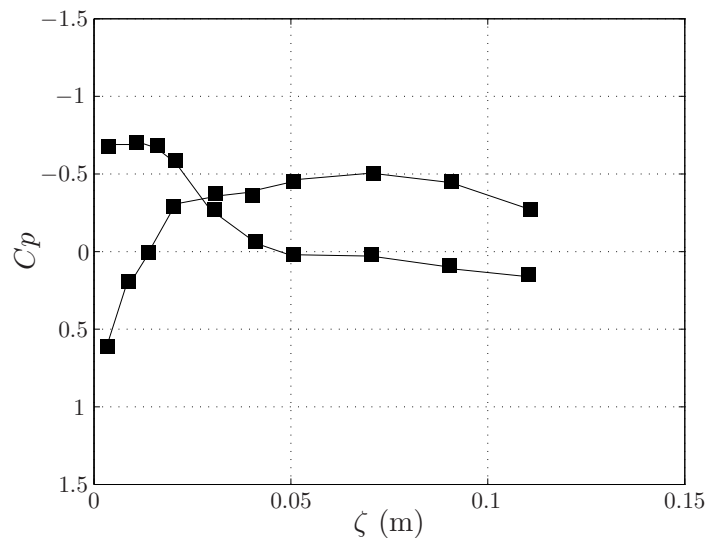
(b) Directivité du bruit rayonné à 1,2 m

 FIG. 1.17 – Effet de l'angle d'attaque sur le bruit rayonné d'un profil NACA 651210 placé dans un écoulement turbulent ($U_\infty = 60$ m/s). Mesure réalisée au dessus du profil.

Ce décollement est bien illustré sur la figure 1.18 (plateau du niveau entre 0 et 0,025 approximativement) exposant la distribution du coefficient de pression (C_p) le long du profil déterminée par des capteurs de pression statique. Pour rappel, le coefficient de pression est défini par :

$$C_p = \frac{P - P_0}{\frac{1}{2}\rho_0 U_\infty^2} \quad (1.51)$$

où l'indice 0 indique que les grandeurs sont prises en amont, loin du profil.


 FIG. 1.18 – Distribution de C_p le long du profil obtenue expérimentalement.

D'après la figure 1.17(b), l'effet du décollement sur le rayonnement acoustique est d'autant

plus important que l'angle de rayonnement augmente.

Les prévisions acoustiques sont obtenues grâce à la formulation tridimensionnelle du modèle d'Amiet (équation 1.44). Les résultats, ainsi que les mesures correspondantes, sont présentés sur la figure 1.19. Il s'agit des DSP de pression rayonnée à 90° pour les trois conditions d'écoulement. A noter que la prévision pour un écoulement à 20 m/s est effectuée sans correction exponentielle sur le spectre de Von-Kármán (voir paragraphe précédent). De plus, le nombre de Mach en sortie de tuyère atteignant 0,176, les effets de réfraction par la couche de cisaillement lors de la mesure ne sont pas négligeables. Ainsi, les résultats provenant des expériences sont corrigés en terme de niveaux et d'angles. Les corrections utilisées sont celles proposées par Amiet [5] pour le cas d'une couche de cisaillement plane.

Les tendances observées correspondent bien aux résultats obtenus par Amiet (figure 1.3) sur un NACA 0012, le modèle surestime les hautes fréquences. En revanche, l'effet de la vitesse de convection (écarts plus important à basse vitesse) est moins évident, mise à part entre 1000 et 3000 Hz. En revanche, une nette sous estimation est visible en basses fréquences. Pour les fréquences inférieures à 500 Hz, les mesures peuvent être mises en doute. Cependant, cette sous estimation qui croît avec la vitesse de convection est visible dès 1000 Hz à partir de 40 m/s. On peut en déduire qu'une autre source de bruit est présente dans l'expérience à ces fréquences. On constate que ces fréquences (entre 400 et 2000 Hz) correspondent à celles où les écarts sont visibles entre les mesures faites pour un profil sans incidence ou à 5° sur la figure 1.17(a).

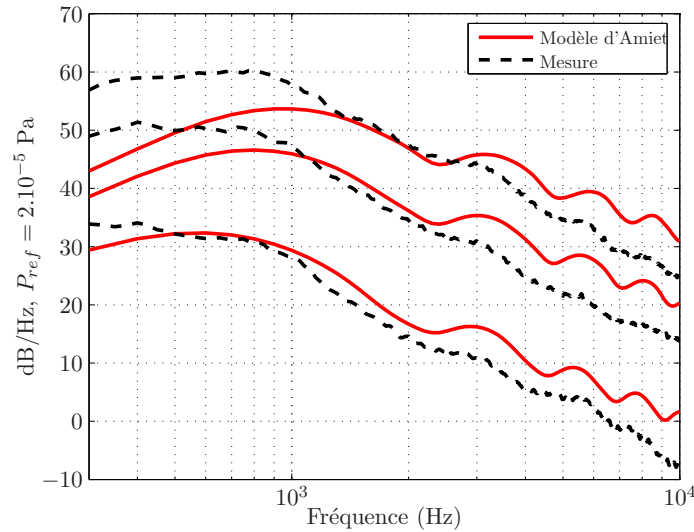


FIG. 1.19 – Comparaison du modèle d'Amiet avec des mesures du rayonnement acoustique d'un profil NACA 651210 placé dans un écoulement turbulent. DSP de pression rayonnée dans le plan médian avec un angle d'écoute de 90° pour $U_c=20, 40, 60$ m/s (courbes de bas en haut).

Ainsi, la figure 1.20 présente la comparaison entre les résultats issus du modèle d'Amiet et les mesures réalisées pour un profil avec un angle d'attaque de 5° . L'accord entre les mesures et le modèle analytique est ainsi légèrement amélioré à 40 et 60 m/s entre 400 et 2000 Hz. En revanche, des différences plus importantes sont notables en hautes fréquences pour une

vitesse de 20 m/s.

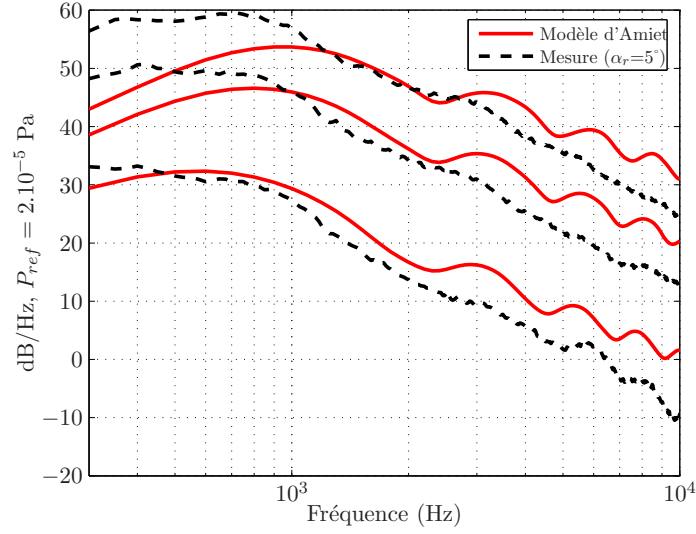


FIG. 1.20 – Comparaison du modèle d’Amiet avec des mesures du rayonnement acoustique d’un profil NACA 651210 placé dans un écoulement turbulent avec 5° d’angle d’incidence. DSP de pression rayonnée dans le plan médian avec un angle d’écoute de 90° pour $U_\infty=20, 40, 60$ m/s (courbes de bas en haut).

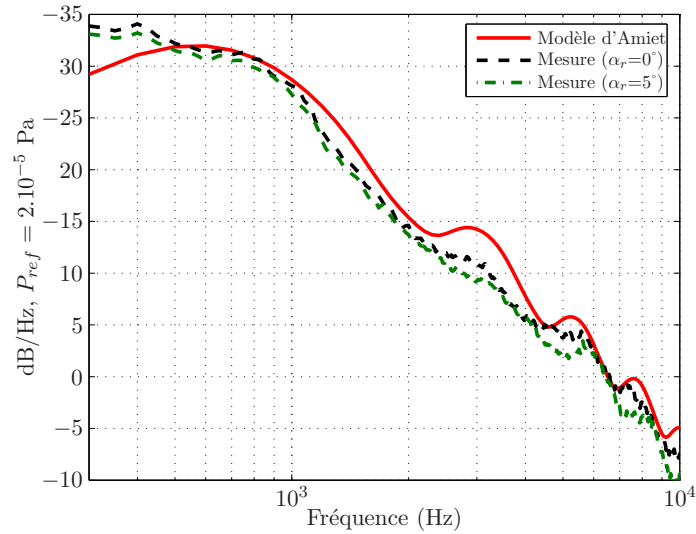


FIG. 1.21 – Comparaison du modèle d’Amiet (avec correction du modèle de Von-Kármán) avec des mesures du rayonnement acoustique d’un profil NACA 651210 placé dans un écoulement turbulent. DSP de pression rayonnée dans le plan médian avec un angle d’écoute de 90° pour $U_\infty=20$ m/s.

Comme pour le spectre de vitesse incidente, le résultat peut être grandement amélioré en hautes fréquences et basse vitesse (comme exposé sur la figure 1.21) grâce à la correction proposée au paragraphe précédent. Le spectre de Von-Kármán utilisé en entrée du modèle

d'Amiet devient donc :

$$\phi_{\xi\xi}(K_\zeta, K_\eta) = \phi_{\xi\xi}(K_\zeta, K_\eta) e^{-\beta_0 \tilde{K}_\zeta}$$

avec $\beta_0 = 0,06$ dans ce cas. On fait donc l'hypothèse que le traitement appliqué sur les fluctuations de vitesse longitudinale peut également être utilisé sur les fluctuations de vitesse normale et de la même manière pour tous les nombres d'ondes transversaux (K_η).

L'analyse est poursuivie sur les directivités obtenues (figure 1.22) en intégrant les niveaux des DSP entre 500 Hz et 10 kHz. Pour le cas à basse vitesse, la correction sur $\phi_{\xi\xi}$ est appliquée. Tout comme pour les DSP à 90  (figure 1.19), les directivités mesurées lorsque le profil est positionné avec un angle d'incidence de 5  sont en meilleur accord avec la théorie d'Amiet qu'à incidence nulle. Ce phénomène est plus marqué pour les angles de rayonnement importants. C'est d'ailleurs à ces mêmes angles que les écarts sont les plus grands sauf lorsque l'écoulement est   20 m/s où un très bon accord avec les mesures est obtenu (avec correction sur le spectre de turbulence incidente). Enfin, à 90  le niveau intégré du bruit mesuré varie avec une loi en $U_\zeta^{6,1}$. Cependant, cette loi d'évolution est faite sur les niveaux intégrés qui sont dominés par les basses fréquences, c'est pourquoi cette valeur est donc proche de celle du dipôle compact suivant une loi en U_ζ^6 . La même analyse à une fréquence élevée donnerait certainement une loi plus proche de U_ζ^5 , loi que suit le niveau intégré obtenu par le modèle d'Amiet   90 .

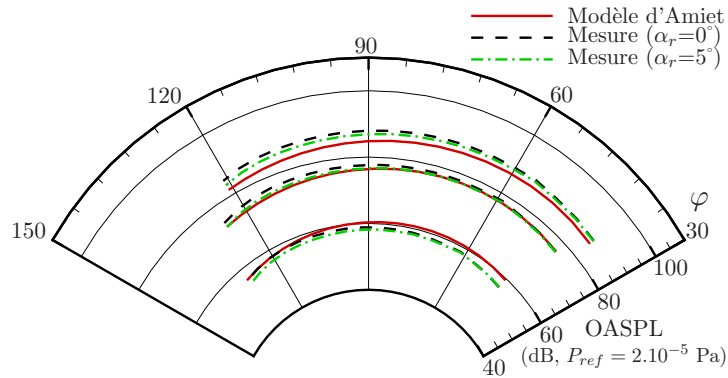


FIG. 1.22 – Comparaison du modèle d'Amiet avec des mesures du rayonnement acoustique d'un profil NACA 651210 placé dans un écoulement turbulent. Directivité à 1,2 m au dessus du profil pour $U_\zeta=20, 40, 60$ m/s (courbes de bas en haut).

1.3 Prévision numérique du bruit d'interaction turbulence-profil

Le problème du bruit généré par l'interaction d'une turbulence avec un profil a été résolu analytiquement dans la section précédente. Cependant, l'hypothèse de profil mince (plaque plane) a dû être considérée et une comparaison avec des mesures réalisées sur un profil épais et cambré a montré des différences dans le bruit rayonné. On peut donc envisager l'utilisation de méthodes numériques pour s'affranchir de ces hypothèses. Deux approches sont considérées ici. La première consiste à résoudre numériquement les équations d'Euler en utilisant le code *sAbrinA* [97] de l'Onera. Néanmoins, les effets de viscosité sont alors négligés et les conditions

aux limites nécessaires à la réalisation d'un tel calcul ne sont implantées (à l'heure actuelle) qu'en deux dimensions. Ainsi, pour prendre en compte ces effets de viscosité, l'utilisation de données provenant d'un calcul LES tridimensionnel est envisagée.

1.3.1 Prévision par résolution numérique des équations d'Euler en perturbation

Le code *sAbrinA*

Le code *sAbrinA* résout les équations non-linéaires d'Euler en perturbation (cf. annexe D) avec un schéma aux différences finies centré d'ordre 6 en espace et un schéma explicite de Runge Kutta compact d'ordre 3 en temps. Un filtre linéaire et symétrique d'ordre 10 est appliqué à chaque pas de temps pour éviter l'apparition de hautes fréquences parasites. Le code permet de travailler avec des maillages multidimensionnels, multiblocs et structurés. Une condition classique de glissement est imposée sur les parois solides. Dans le but de s'affranchir de réflexions numériques aux frontières du domaine de calcul, un traitement particulier doit être mis en place. Une première approche est basée sur le principe de la diminution de l'ordre spatial des schémas aux différences finies pour la dérivation et le filtrage dans les cellules fantômes du code ainsi qu'un étirement progressif des dernières mailles du maillage. Cependant, cette technique n'est pas adaptée dans le cas d'une perturbation de vitesse (mode hydrodynamique). Ainsi, les conditions de rayonnement et de sortie de Tam [117, 114, 115] ont été implémentées dans une version 2D du code *sAbrinA* [26]. Des conditions de ce type possède l'avantage supplémentaire de pouvoir être utilisée comme des conditions d'entrée.

Méthodologie de calcul

La méthode utilisée est basée sur une décomposition en rafales (perturbations de vitesse sinusoïdale) de la turbulence incidente. Ces rafales sont ensuite injectées en entrée du domaine de calcul. A noter que ce problème a déjà fait l'objet de nombreuses publications [106, 51, 31]. La condition de rayonnement de Tam basée sur l'expression asymptotique des équations d'Euler en champ lointain permet l'injection de perturbations de vitesse et la sortie d'ondes acoustiques sans réflexion. Toutefois, elle n'est pas adaptée à la sortie de fluctuations de vitesse tourbillonnaires. Pour remédier à ce problème, on utilisera la condition de sortie de Tam développée dans ce but. L'application de ces conditions aux limites est présentée sur la figure 1.23. La turbulence est synthétisée à l'aide de modes de Fourier en ne considérant que les rafales parallèles à l'envergure du profil. Le calcul étant bidimensionnel, l'amplitude de chaque sinusoïde est calibrée à partir du spectre monodimensionnel de Von-Kármán donné par l'équation 1.27. La perturbation injectée est alors de la forme :

$$u_y = \sum_{i=1}^{N_{max}} \sqrt{\Phi_{yy}(K_{x,i})\Delta K_x} \cos[K_{x,i}(x - U_x t) + \phi_i] \quad (1.52)$$

où ϕ_i est une phase tirée aléatoirement entre 0 et 2π , $K_{x,i} = i\Delta K_x$ et $\Delta K_x = K_{x,N_{max}}/N_{max}$.

L'hypothèse de Taylor (turbulence gelée) permet de relier directement ω et K_x . Ce type de calcul, malgré sa simplicité apparente, devrait permettre d'étudier les différences de comportement entre un profil mince (plaque plane) et un profil épais et cambré lors d'une interaction

avec une THI incidente. Par ailleurs, si la distance source-observateur est petite devant l'envergure du profil le rayonnement 3D peut être assimil    un rayonnement 2D. Ce fait sera v rifi   dans un deuxième temps. En considérant les paramètres issus du tableau 1.1 pour le calcul du spectre de turbulence incidente, le calcul 2D devrait être en mesure de fournir une prévision représentative des essais en soufflerie.

Plaque plane soumise à des rafales multiples

Si le problème  tudi   reste dans le domaine linéaire, il est possible de retrouver numériquement la solution d'Amiet. Le domaine spectral des rafales est limit   entre 300 et 5000 Hz avec un pas de 100 Hz (soit 48 rafales inject  es). Le domaine (voir figure 1.23) est limit    un carr   de 80 cm de cot  , le rayonnement acoustique ne sera donc visible qu'en champ proche.

A noter que le critère dimensionnant la taille de maille n'est pas la longueur d'onde acoustique, mais la longueur d'onde des rafales incidentes, ce qui constitue un critère beaucoup plus contraignant surtout lorsque le nombre de Mach est faible. La plus grande taille de maille sera donc limit    un dixième de la plus petite longueur d'onde aérodynamique. Le maillage est, de plus, extrêmement raffin   au niveau du bord d'attaque du profil. Le maillage bidimensionnel atteint alors 1,3 millions de points. Le pas de temps est fix    0,15 microsecondes, le nombre de CFL (Courant-Friedrich-Lewy) est ainsi égal    0,75. Pour rappel, le CFL est défini par :

$$CFL = \Delta t_{max} |C_0 + U_i \Delta x_i| \quad (1.53)$$

Ce paramètre doit être inférieur    1 pour assurer une bonne stabilit   du calcul. La plaque plane est cr   e par application d'un condition aux limites de paroi sur une ligne de maillage plac    au centre du domaine et mesurant 15 cm afin de rester en accord avec les applications du projet FLOCON. De même, l'écoulement porteur est uniforme dans la direction axiale avec une vitesse de 60 m/s et les valeurs d'intensit   turbulente et d'échelle intégrale sont respectivement de 2,5 % et 6 mm.

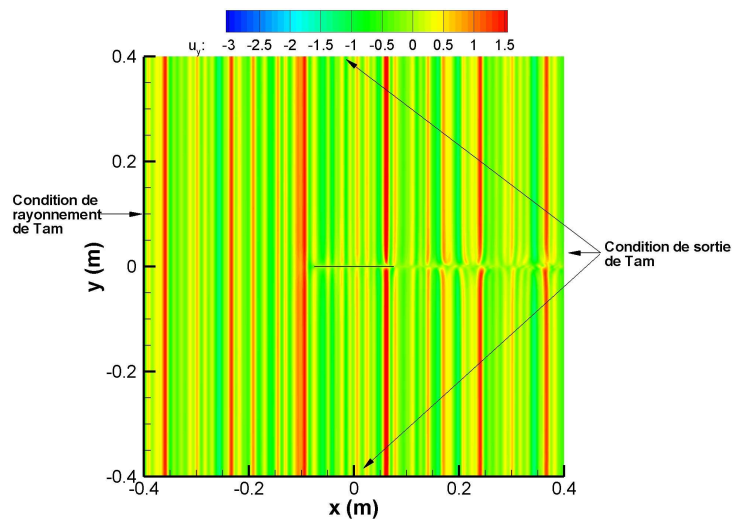


FIG. 1.23 – Perturbations de vitesse (en m/s) impactant une plaque plane sans épaisseur.

La figure 1.23 présente les perturbations de vitesse normale au profil ainsi que l'emplacement des différentes conditions aux limites. De plus, les perturbations de pression générées par la plaque plane soumise ces excitations de vitesse sont illustrées la figure 1.24.

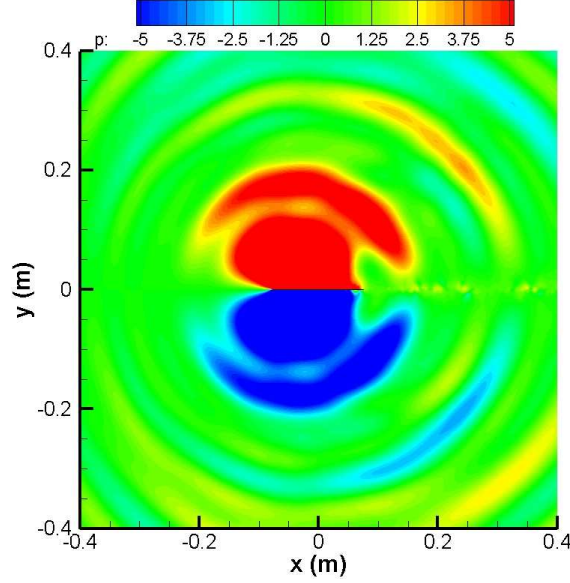


FIG. 1.24 – Perturbations de pression (en Pa) due à l'interaction de fluctuations de vitesse avec une plaque plane sans épaisseur.

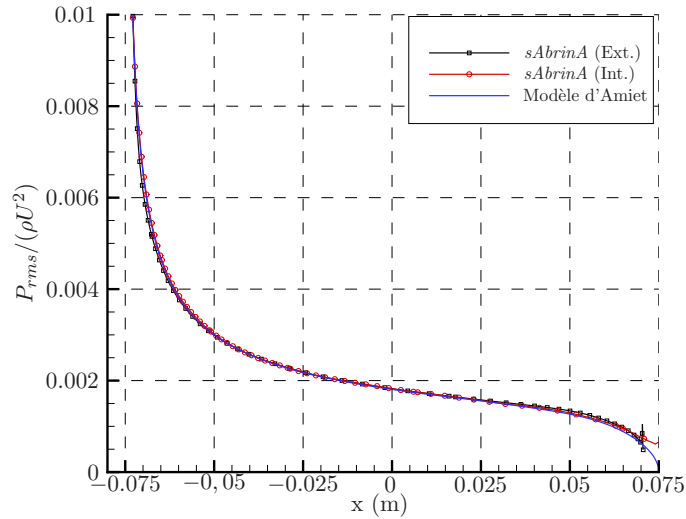


FIG. 1.25 – Valeur RMS de pression adimensionnée sur l'intrados et l'extrados d'une plaque plane soumise des perturbations de vitesse.

Dans un premier temps, il est possible de ne s'intéresser qu'à la pression surfacique sur le profil et de comparer le résultat numérique avec l'équation 1.1 provenant de la théorie

d'Amiet avec $w_0 = \sqrt{\Phi_{zz}(K_{x,i})\Delta K_x}$. La figure 1.25 présente cette comparaison et illustre un très bon accord entre les résultats analytiques et numériques mis à part au niveau du bord de fuite à cause du sillage créé derrière le profil lors de la simulation. Cette figure permet également de vérifier que la plaque plane n'est pas chargée, les niveaux obtenus sur l'intrados et l'extrados étant identiques.

Pour effectuer la même comparaison au niveau du rayonnement acoustique, une version bidimensionnelle de l'équation FW-H a dû être écrite en remplaçant la fonction de Green tridimensionnelle par son équivalence en deux dimensions. La fonction de Green bidimensionnelle et sa dérivée dans la direction normale (la seule nous intéressant dans le cadre de la plaque plane) sont rappelées ci-après :

$$\hat{G}^{2d}(\vec{X}, \omega | \vec{Y}) = \frac{i}{4\beta} H_0^{(2)} \left(\frac{kS_0}{\beta^2} \right) e^{i \frac{kM_x}{\beta^2} (x-x_s)} \quad (1.54)$$

$$\frac{\partial \hat{G}^{2d}(\vec{X}, \omega | \vec{Y})}{\partial y} = \frac{i}{4\beta} H_1^{(2)} \left(\frac{kS_0}{\beta^2} \right) \frac{k(y-y_s)}{S_0} e^{i \frac{kM_x}{\beta^2} (x-x_s)} \quad (1.55)$$

où les fonctions $H_0^{(2)}$ et $H_1^{(2)}$ sont respectivement les fonctions de Hankel de deuxième espèce au premier et deuxième ordres.

Les directivités (niveaux intégrés entre 300 et 5000 Hz)   un rayon de 35 cm obtenues analytiquement et directement par *sAbrinA* sont comparées sur la figure 1.26. Les résultats se superposent parfaitement mis à part dans le sillage de la plaque où les instabilités hydrodynamiques visibles sur la figure 1.24 créent des variations de pression.

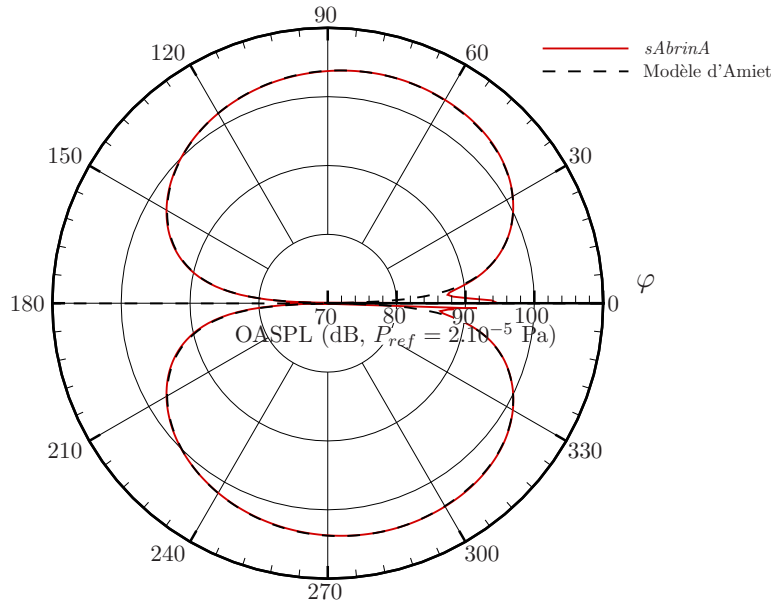


FIG. 1.26 – Directivité à 0,35 m du champ acoustique rayonné due à l'interaction de perturbations de vitesse avec une plaque plane sans épaisseur.

Cette comparaison est complétée par la figure 1.27 présentant les DSP de pression rayonnée   90  et montrant une très bonne concordance des deux solutions. On constate cependant

une sous estimation de la simulation en hautes fréquences due certainement à la dispersion numérique.

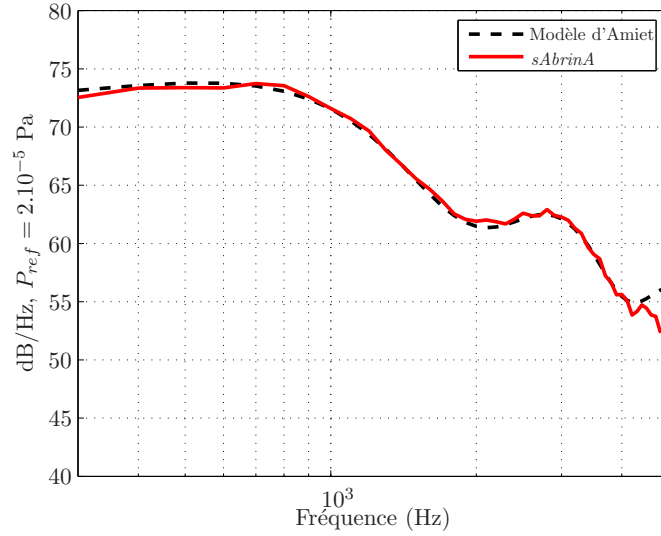


FIG. 1.27 – DSP de pression acoustique due à l'interaction de perturbations de vitesse avec une plaque plane sans épaisseur.

Application au profil « FLOCON »

La méthode est appliquée sur le profil NACA 651210 du projet FLOCON. Les caractéristiques générales du maillage de la plaque plane sont conservées. Une partie du maillage est visible sur la figure 1.28.

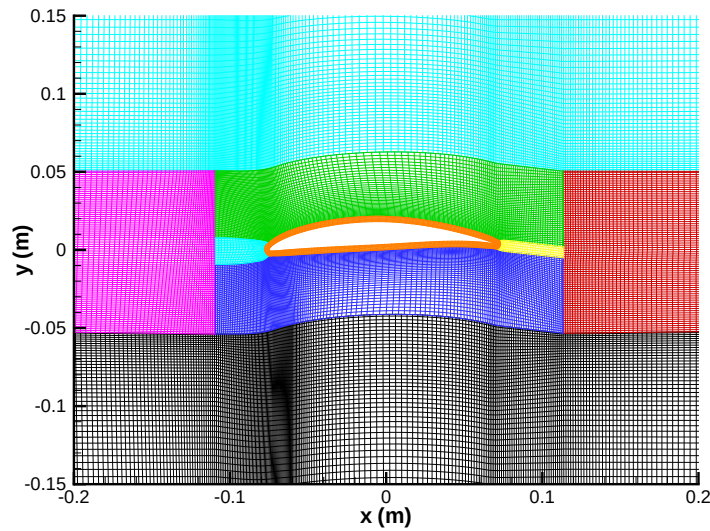


FIG. 1.28 – Portion du maillage multibloc autour du profil NACA 651210 (1 point sur 4).

Dans un premier temps, un champ moyen uniforme ($U_x = U_\zeta = 60$ m/s) est imposé de manière analogue au cas de la plaque plane de sorte que seule la modification géométrique est prise en compte. Cette application est rendue possible par le découplage existant en le champ moyen et les perturbations lors de la résolution des équations d'Euler dans le code *sAbrinA*. Les figures 1.29(a) et 1.29(b) présentent les champs de pression et de vitesse.

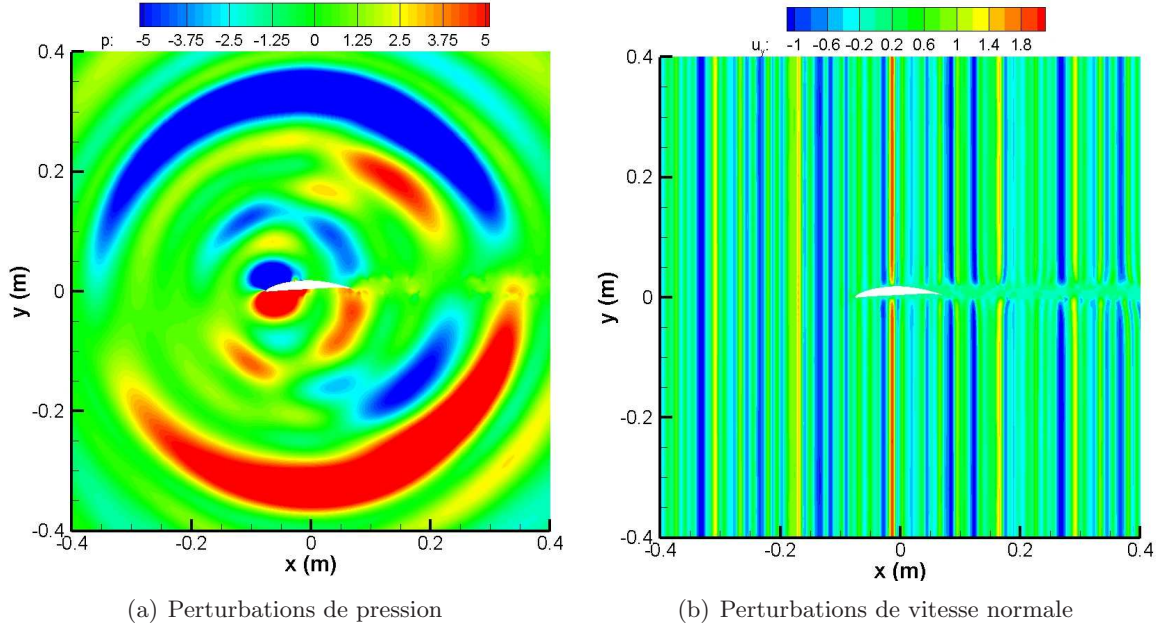


FIG. 1.29 – Perturbations de pression (en Pa) et de vitesse normale (en m/s) portées par un écoulement uniforme lors d'une interaction turbulence-profil.

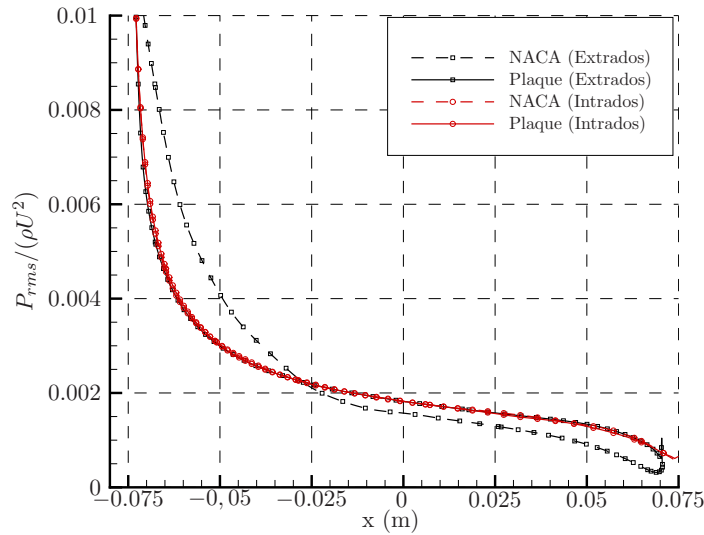


FIG. 1.30 – Valeur RMS de pression adimensionnée sur l'intrados et l'extrados d'un profil NACA 651210 et d'une plaque plane soumis à des perturbations de vitesse normale convectées uniformément.

Les résultats sur le cas du profil NACA et de la plaque plane sont comparés en terme de pression surfacique (figure 1.30), directivité (figure 1.31) et DSP de pression à 90° (figure 1.32).

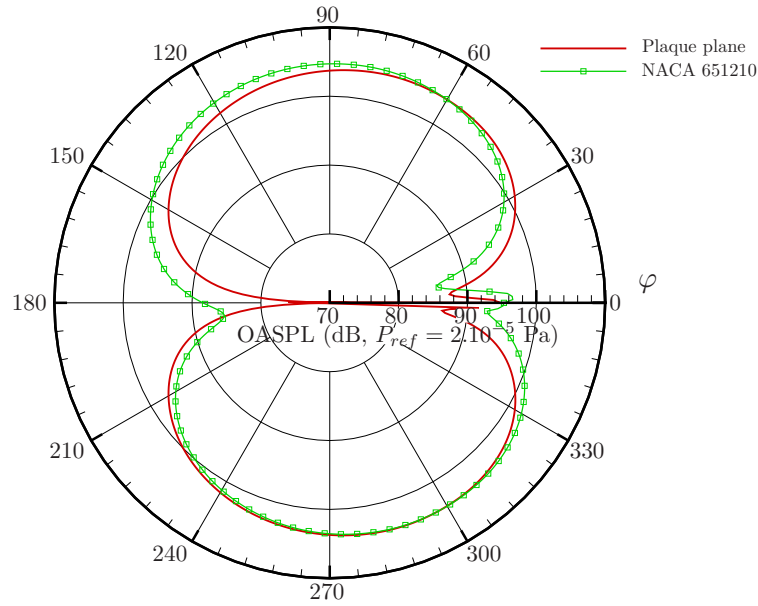


FIG. 1.31 – Directivité du champ acoustique rayonné par un profil NACA 651210 et une plaque plane soumis à des perturbations de vitesse normale convectées uniformément.

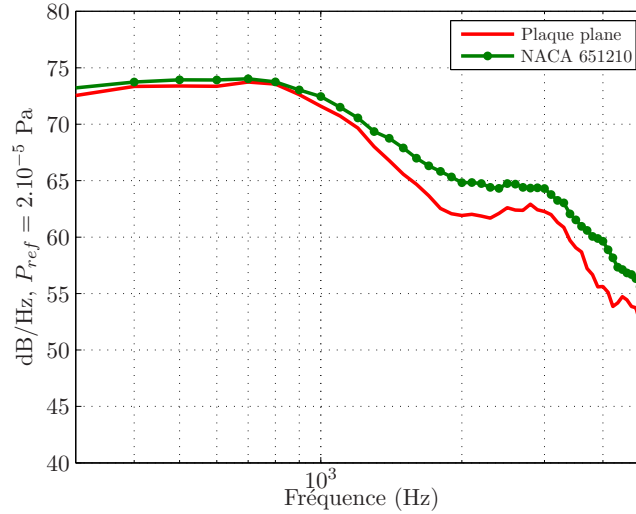


FIG. 1.32 – DSP de pression rayonnée par un profil NACA 651210 et une plaque plane soumis à des perturbations de vitesse normale convectées uniformément.

L'intrados du NACA étant quasiment plat, la pression surfacique est semblable à celle de la plaque plane. Des différences plus importantes sont visibles sur l'extrados. La même observation est faite sur la directivité, les rayonnements obtenus vers le bas étant très proches alors que des écarts plus importants sont visibles pour le rayonnement vers le haut, en particulier dans la direction aval. On en déduit que l'effet de cambrure généré par l'extrados du

profil, n'influe pas (ou peu) les fluctuations de pression pariétale sur l'intrados et le rayonnement acoustique en dessous du profil. Ces écarts de directivité vers l'aval ont également été observés expérimentalement (cf. figure 1.22). Cependant, la répartition de l'énergie dans le domaine spectral, observable grâce à la DSP de pression, est différente de ce qui a été observé expérimentalement. Les mesures ont montré un rayonnement plus important de la plaque plane dans les hautes fréquences mais des niveaux plus élevés en basse fréquence près du maximum de bruit pour le profil NACA. Numériquement, les niveaux en basses fréquences sont semblables mais le profil NACA génère plus de bruit dans la partie haute fréquence du spectre. Ces écarts peuvent s'expliquer soit par l'absence d'effet 3D soit par la non prise en compte de l'écoulement moyen réaliste.

Dans le cadre du projet FLOCON, un calcul RANS a été réalisé par le CERFACS avec le code *elsA*. Nous avons utilisé ce calcul comme un champ porteur pour le calcul Euler. Le profil est positionné dans le jet de la soufflerie comme illustré sur la figure 1.33. La prise en compte du jet dans le calcul RANS a permis de retrouver avec précision les coefficients de pression statique mesurés en soufflerie (cf. figure 1.34).

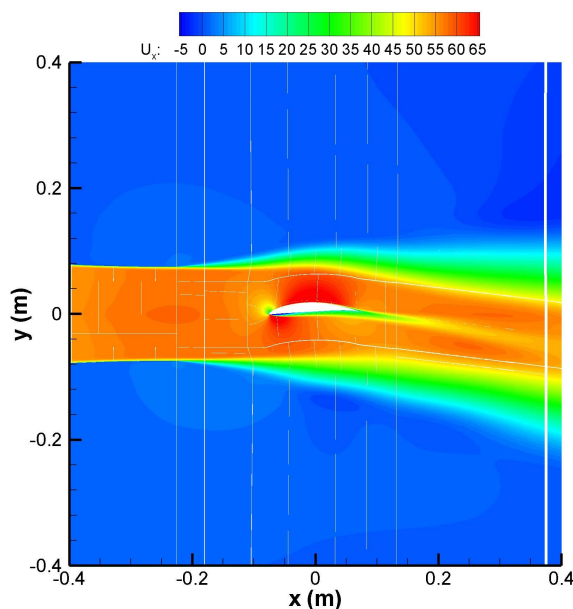


FIG. 1.33 – Champ moyen de vitesse axiale prévu à l'aide d'un calcul  rodynamique RANS.

Néanmoins, ce champ porteur amène plusieurs inconvénients majeurs. Prem rement, la forte discontinuité au niveau de la condition aux limites d'injection dans la direction axiale mais également normale pose problème. De plus, l'écoulement étant au repos à l'extérieur du jet, nous ne sommes plus dans les mêmes conditions que lors des calculs précédents. Ainsi, le champ porteur a été modifié de manière à retrouver les conditions de champ uniforme à partir d'une certaine distance axiale et normale. Le champ moyen de vitesse axiale ainsi obtenu est présenté sur la figure 1.35.

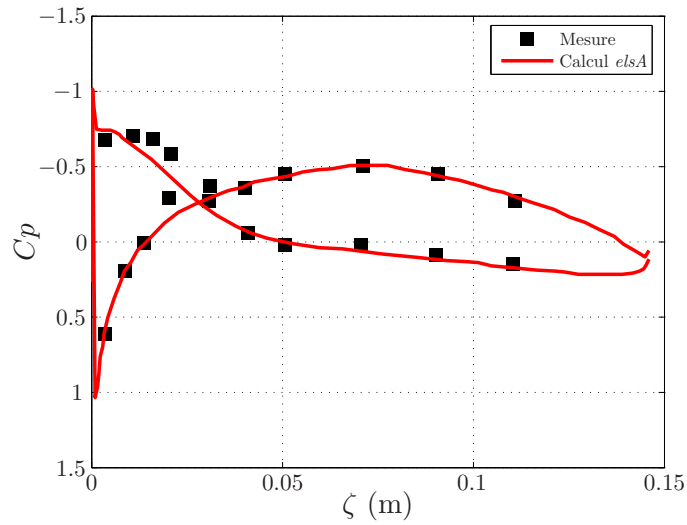
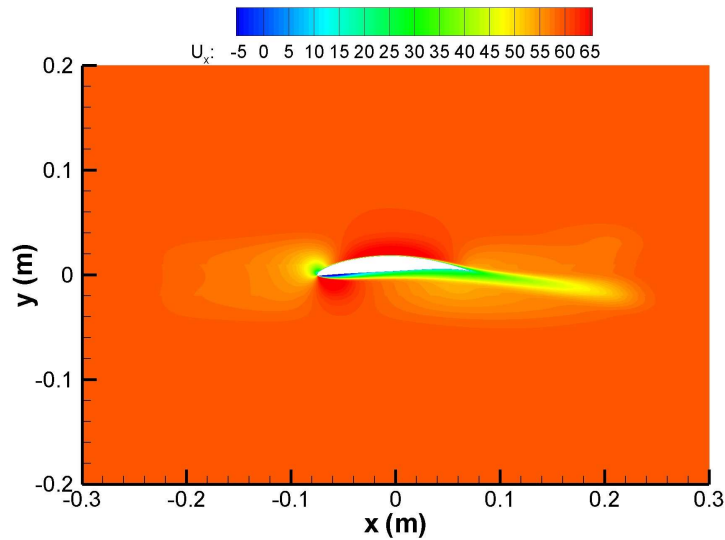

 FIG. 1.34 – Distribution de C_p le long du profil.


FIG. 1.35 – Champ moyen de vitesse axiale modifié (en m/s).

Cet écoulement est ensuite interpolé sur le maillage du calcul Euler. On notera qu'en raison des effets d'accélération autour du profil, le pas de temps est abaissé à 0.1 microsecondes pour maintenir une faible valeur du CFL. Les perturbations de vitesse et de pression sont présentées ci-après sur les figures 1.36(a) et 1.36(b).

On constate sur la figure 1.36(a) que les rafales sont bien déformées sous l'effet du champ moyen, notamment de la couche limite. A noter qu'une faible valeur positive de la vitesse axiale a été conservée à la paroi pour permettre la convection des rafales. De plus, les modes tourbillonnaires créés dans ce cas sont beaucoup plus importantes dans le sillage d'une part, mais également au niveau du décollement près du bord d'attaque et le long du profil. Ces modes de vorticités sont visibles également sur le champ de pression (figure 1.36(b)). Les modes tourbillonnaires correspondants sont dus au fort cisaillement présent dans le champ

porteur et sont peut-être artificiellement grossis par le caractère bidimensionnel de la simulation. Nous reviendrons sur la formation de ces instabilités dans le chapitre 3, mais on peut d'ores et déjà affirmer que ces modes instables ne créent pas de rayonnement acoustique notable. Cependant, des sources de bruit supplémentaires sont présentes dans ce calcul.

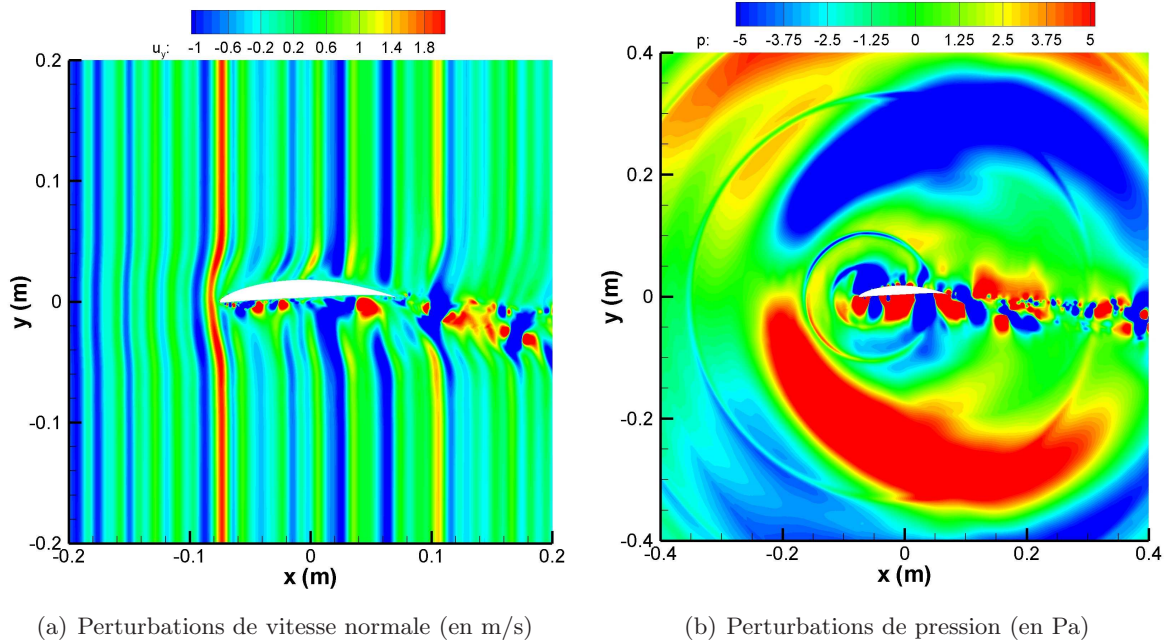


FIG. 1.36 – Perturbations de pression et de vitesse normale portées par un écoulement issu d'un calcul RANS lors d'une interaction turbulence-profil.

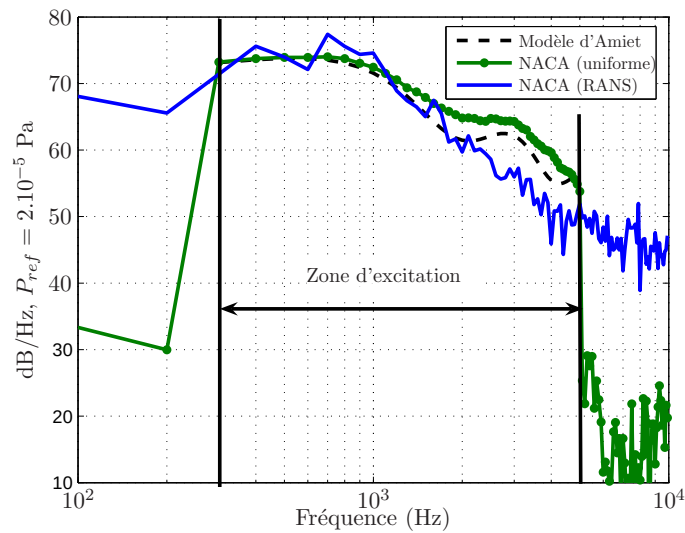


FIG. 1.37 – Effets de la modification du champ porteur (uniforme ou issu d'un calcul RANS) sur la DSP de pression rayonnée par un profil NACA 651210 soumis à des perturbations de vitesse normale.

Ce constat peut être fait en comparant les figures 1.36(b) et 1.29(a) et est confirmé par la figure 1.37 sur laquelle les DSP de pression à 0, 35 m et 90° sont tracées pour les deux types d'écoulement porteur et pour le modèle d'Amiet. Des niveaux de pression non négligeables sont visibles en dehors de la zone d'excitation des rafales (300-5000 Hz). A noter qu'en raison du caractère aléatoire de ces sources, un signal plus long a été exploité afin d'effectuer un moyennage statistique. Les niveaux entre 300 et 1000 Hz sont peu affectés par le changement d'écoulement porteur, en revanche, les hautes fréquences sont nettement atténuées. Sur cette gamme de fréquence, les résultats se rapprochent des observations expérimentales faites précédemment (cf. figure 1.20). Une part importante du comportement acoustique en excitation turbulente est donc associée à l'aérodynamique propre du profil.

Les fluctuations de pression pariétale sont dominées par les instabilités hydrodynamiques impactant le profil et entraîne des niveaux très importants par rapport à la théorie linéaire. Même si l'on sait que ces instabilités ne rayonnent pas directement, il en est autrement lors d'impacts sur les parois du profil. Ceci pouvant expliquer l'origine des rayonnements acoustiques secondaires.

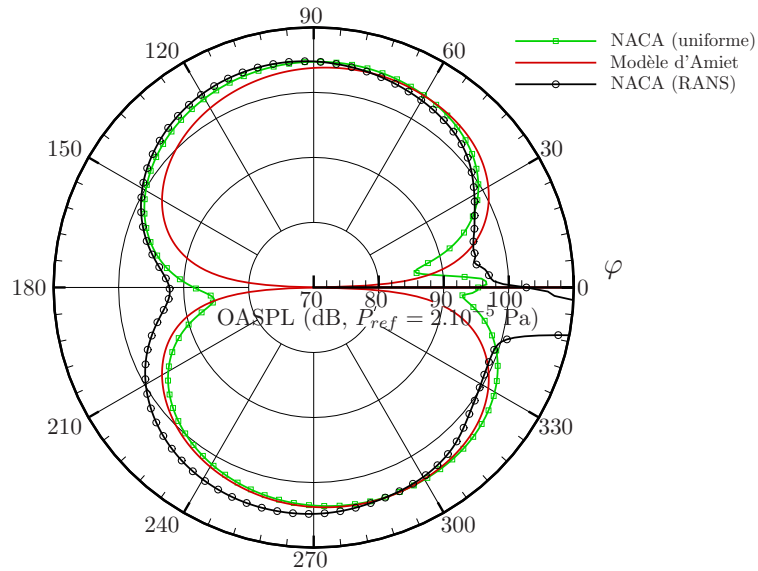


FIG. 1.38 – Effets de la modification du champ porteur (uniforme ou issu d'un calcul RANS) sur la directivité du champ acoustique rayonné par un profil NACA 651210 soumis à des perturbations de vitesse normale.

Finalement, la figure 1.38 présente les directivités obtenues analytiquement pour une plaque plane et numériquement pour le profil NACA 651210 en écoulement uniforme et selon la simulation RANS. Les différences induites par l'utilisation d'un écoulement hétérogène sur la directivité sont relativement faibles, mise à part en amont, coté intrados, où les modes de vorticité créés par le décollement interagissent fortement avec le profil. Cependant, ces résultats ont été obtenus par moyenne temporelle sur la même durée (0,01 s). Les fréquences inférieures à 300 Hz et supérieures à 5000 Hz sont donc prises en compte et équilibrent la baisse de niveau entre 1000 et 5000 Hz prédite par le calcul avec écoulement RANS.

Comparaison des rayonnements acoustiques 2D et 3D

Les simulations 2D peuvent fournir une assez bonne estimation du problème étudié dans la soufflerie de l'ISVR en se plaçant dans des conditions pour lesquelles les effets 3D sont faibles. Les fluctuations de pression calculées sur le profil 2D peuvent être dupliquées en envergure pour se ramener à la configuration tridimensionnelle. Ainsi, les rayonnements acoustiques bidimensionnels obtenus précédemment sont multipliés (pour les DSP de pression) par la longueur de l'envergure au carré (sources entièrement corrélées en envergure). Cette approximation est a priori valable lorsque la distance source-observateur est faible devant la longueur de l'envergure. L'analyse suivante vise à valider cette hypothèse. Les DSP de pression acoustique sont calculées pour différentes distances profil-observateur (notées r) et pour un observateur centré sur l'envergure du profil à 90° . Trois formulations différentes sont utilisées :

- La première formulation (notée formulation CP, pour Champ Proche) généralise le résultat d'Amiet en incluant les terme de champ proche et la non-compacité des sources en envergure. Ainsi, la DSP de pression acoustique est donnée par :

$$S_{pp}(\vec{X}, \omega) = (2\pi\rho_0)^2 U_c \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_{\xi\xi}(K_c, K_\eta) \left| \mathcal{I}(\vec{X}, \vec{Y}, K_c, K_\eta) \right|^2 dK_\eta \quad (1.56)$$

où $\mathcal{I}$ est définie par l'intégrale :

$$\mathcal{I}(\vec{X}, \vec{Y}, K_c, K_\eta) = \int_{-d}^d \int_{-b}^b g(\zeta, K_c, K_\eta) \left[\left(\frac{ik(z - \xi)}{S_0} + \frac{\beta^2(z - \xi)}{S_0^2} \right) \hat{G}(\vec{X}, \omega | \vec{Y}) \right] d\zeta d\eta \quad (1.57)$$

Cette intégrale est obtenue numériquement et les contraintes de discrétisation du maillage nécessaire à la bonne résolution de ce type d'intégrale seront précisées au chapitre 2. A noter cependant que 150 points ont été utilisés pour la discrétisation en corde avec un raffinement au bord d'attaque. La taille de la première maille est de 3×10^{-7} m et la progression géométrique est de 1,072. L'envergure a été discrétisée à l'aide de 100 points equi-répartis.

- La deuxième formulation (notée formulation CL, pour Champ Lointain) est donnée par l'équation 1.44 et correspond au résultat obtenu par Amiet.

- La dernière (notée formulation 2D) est la formulation de FW-H avec une fonction de Green 2D présentée et utilisée précédemment. Une correction de $20\log(L)$ a été ajouté sur le niveau en dB. A noter qu'un facteur 2 est également nécessaire pour prendre la contribution des rafales distribuées sur les fréquences négatives, ce facteur étant ignoré par symétrie dans l'équation 1.52.

La figure 1.39 présente les résultats pour $r = 1, 2$ m correspondant à la distance des micros des mesures dans la soufflerie de l'ISVR.

L'approximation en champ lointain formulée par Amiet est valide dans ce cas, les formulations CP et CL aboutissant au même résultat. En revanche, l'observateur n'est pas assez proche du profil pour obtenir une décroissance du niveau acoustique en $1/\sqrt{r}$, d'où la forte surestimation de la formulation 2D.

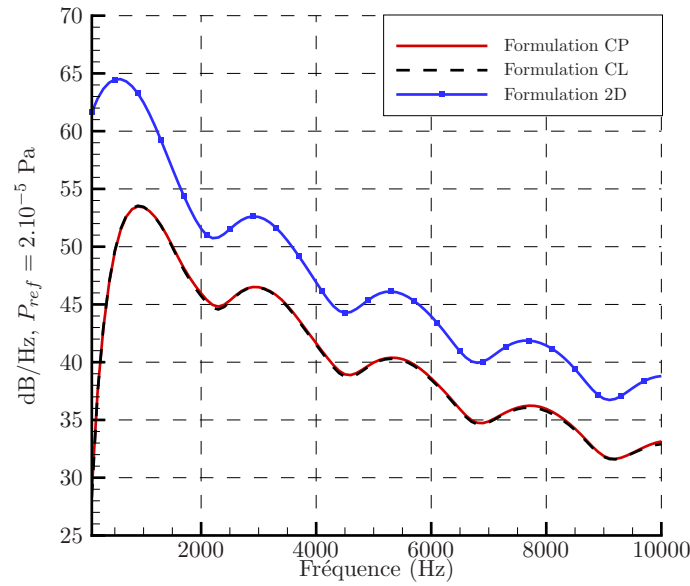


FIG. 1.39 – DSP de pression acoustique pour un angle d'écoute de 90° et une distance de 1,2 m.

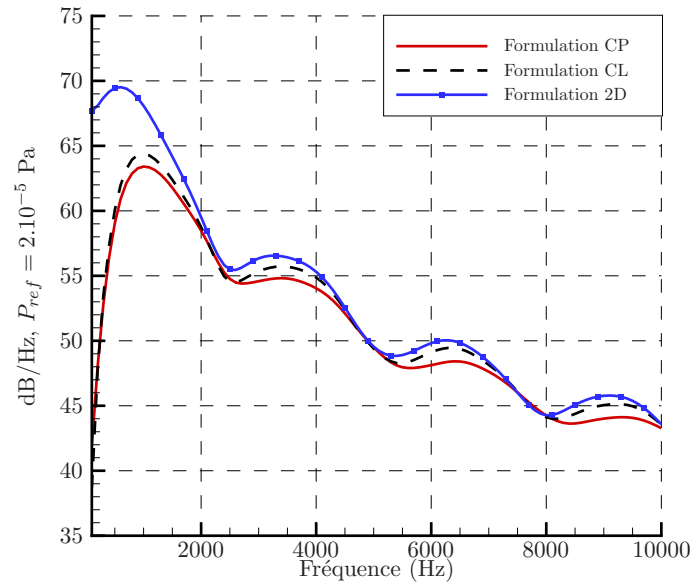


FIG. 1.40 – DSP de pression acoustique pour un angle d'écoute de 90° et une distance de 0,35 m.

Les résultats illustrés sur la figure 1.40 sont obtenus pour la distance considérée lors de l'analyse des résultats numériques 2D, soit $r = 0,35$ m. En dehors des basses fréquences ($f < 1000$ Hz), les trois formulations fournissent des prévisions relativement proches. L'observateur est suffisamment éloigné du profil pour que les résultats issus des formulations CP et CL

ne présentent pas trop d'écarts, mais suffisamment proche pour obtenir un rayonnement à caractère bidimensionnel.

Enfin, pour une distance source-observateur très faible ($r = 0,1$ m), l'approximation faite par Amiet est en défaut comme le montre la figure 1.41. En ce qui concerne la formulation bidimensionnelle, les écarts observés en basse fréquence sont réduits.

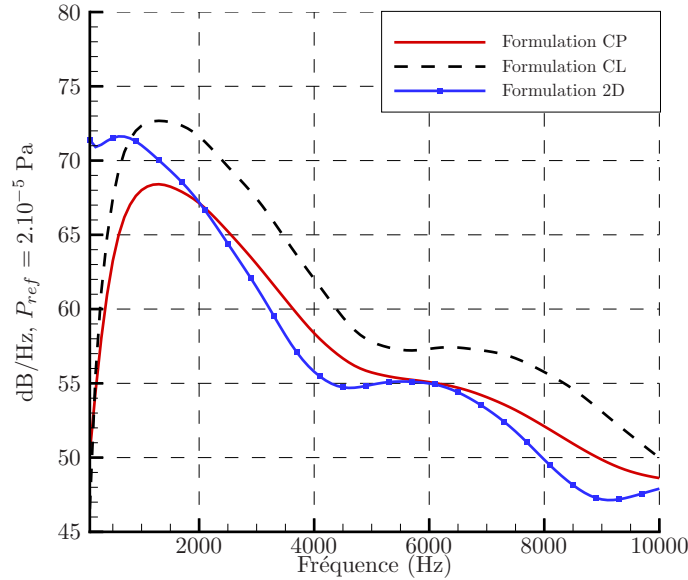


FIG. 1.41 – DSP de pression acoustique pour un angle d'écoute de 90° et une distance de 0,1 m.

En conclusion, cette étude numérique réalisée avec une approche bidimensionnelle a donc permis de mettre en évidence les effets de géométrie (épaisseur et cambrure du profil), ainsi que les effets d'hétérogénéité de l'écoulement porteur sur le rayonnement acoustique dû à l'interaction de perturbations de vitesse avec un profil. Les modifications du rayonnement acoustique observées sont globalement en accord avec les mesures expérimentales. Par ailleurs, le calcul 2D a permis de fournir une prévision en bon accord avec les prévisions tridimensionnelles lorsque les termes de champ proche sont inclus et à condition que la distance source-observateur soit faible.

1.3.2 Utilisation de données LES

Les travaux présentés dans cette section s'inscrivent également dans le cadre du projet européen FLOCON. A ce propos, une collaboration entre le CERFACS et l'Onera a été mise en place. Le calcul LES présenté par la suite a ainsi été réalisé par le CERFACS, l'exploitation acoustique étant à la charge de l'Onera. Malheureusement, le calcul n'étant pas fini au moment de la rédaction de ce mémoire seule la méthodologie de calcul et de post-traitement acoustique est présentée.

Stratégie de calcul

La simulation aérodynamique des grandes échelles (LES en anglais pour Large Eddy Simulation) pour la prévision du rayonnement acoustique d'un profil a principalement été utilisée pour le bruit de bord de fuite. Ainsi, on peut citer les travaux de Manoha et al. [71], Le Garrec et al. [61], mais également de Wang et al. [121] et de Winkler et al. [125] dont la configuration de calcul est proche de celle considérée ici. En effet, il s'agit d'un profil de pale de ventilateur positionné en sortie d'une tuyère d'une soufflerie à veine ouverte. La stratégie de calcul consiste à chaîner un calcul de type RANS avec un calcul LES pour un écoulement incompressible. Le domaine de calcul contient la tuyère mais seul le profil est placé dans la zone LES. Des analogies acoustiques comme celle de Curle sont ensuite utilisées pour déterminer le bruit rayonné. Une stratégie identique à celle de Winkler et al. est retenue mais adaptée à un écoulement compressible. De plus, le nombre de Reynolds basé sur la corde est ici de $6,5 \times 10^{-5}$ contre $1,9 \times 10^{-5}$ dans la configuration de Winkler et al.. En effet, d'après Moreau et al. [75], l'influence de la tuyère sur les résultats aérodynamiques est importante. Cependant, une approche hybride (RANS/LES) doit être employée car la tuyère ne peut pas être incluse dans le calcul LES pour des raisons de temps de calcul. Néanmoins, une difficulté supplémentaire, dans notre cas, provient de la grille de turbulence absente dans les calculs de Winkler et al.. La grille étant éloignée du profil de plus de quatre cordes, inclure cette dernière dans le domaine LES n'est pas réalisable en termes de taille de maillage et de temps de calcul. Ainsi, une condition spécifique en entrée du calcul LES, permettant d'imposer une turbulence homogène et isotrope, est utilisée. Cette condition d'injection de turbulence est une généralisation au cas 3D de l'approche bidimensionnelle mise en oeuvre dans *sAbrinA*.

Le code utilisé est le code *elsA* de l'Onera. Un schéma d'ordre élevé (ordre 6 dans la direction de convection de l'écoulement) spécialement développé pour des applications d'aéroacoustique [92] est utilisé. Un schéma de Runge Kutta optimisé [13] est utilisé pour l'intégration temporelle et le modèle de sous-maille de WALE (Wall Adapting Local Eddy-viscosity) [81] est employé.

Maillage

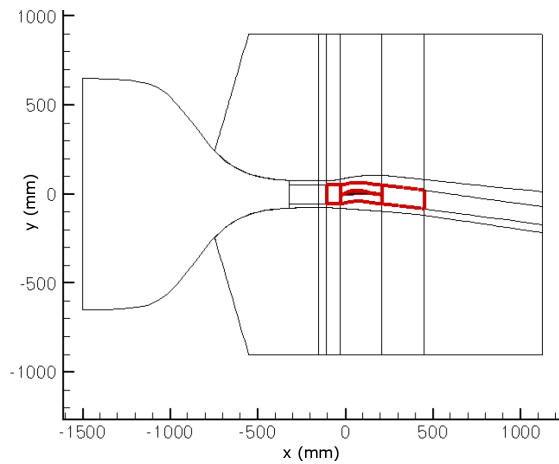


FIG. 1.42 – Domaine complet d'un calcul RANS/LES d'interaction turbulence-profil.

La figure 1.42 présente l'ensemble du domaine de calcul. Les lignes épaisses tracées autour du profil délimitent la zone de calcul LES imbriquée dans le maillage RANS. Le maillage du domaine complet est représenté sur la figure 1.43(a). Le nombre de points dans un plan xy est de 950000, dont 290000 pour la zone LES. Le maillage sur ce domaine ainsi que ses dimensions sont présentés sur la figure 1.43(b). A noter que les mailles de la zone LES ne sont pas étendues en amont et un raccord de type non-conforme est réalisé avec le maillage RANS. En revanche, une interface complètement conforme est faite dans les autres directions.

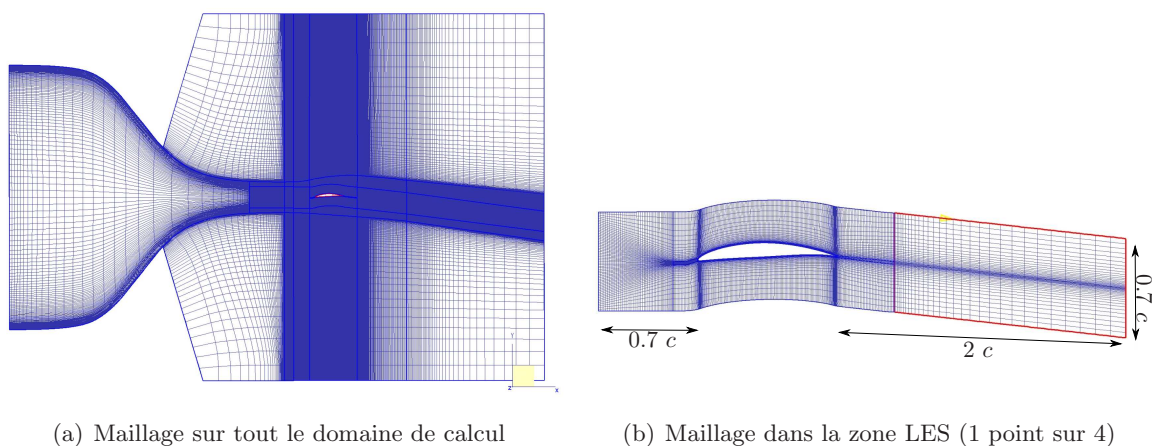


FIG. 1.43 – Illustration du maillage utilisé pour réaliser un calcul RANS/LES d'interaction turbulence-profil.

Un calcul entièrement RANS a été réalisé notamment pour vérifier les tailles de mailles adimensionnées à la paroi (notées Δx^+ , Δy^+ , Δz^+). Ainsi, la valeur moyenne de Δy^+ est de 0.8 avec une valeur maximale de 2.6 au niveau du point d'arrêt. Ce maillage bidimensionnel est extrudé sur 100 plans de sorte que Δz^+ soit compris entre 25 et 40. Ainsi, les critères classiques en terme de taille de maille pour un calcul LES [39] sont respectés.

Conditions aux limites

Les conditions aux limites utilisées en bordure du domaine RANS, appelées NSCBC dans *elsA*, sont basées sur les caractéristiques et utilisent le même formalisme que Kim et Lee [57]. Des conditions de vitesse subsonique sont imposées en entrée et en sortie du domaine de calcul.

Les conditions aux limites de Tam sont une nouvelle fois utilisées pour le domaine LES. Elles permettent dans ce cas d'imposer le champ obtenu par le calcul RANS en bordure du calcul LES.

Injection de la turbulence

Comme indiqué précédemment, la grille de turbulence en amont du profil n'est pas incluse dans le calcul. Ainsi, une approche semblable à celle utilisée dans le code *sAbrinA* (décomposition en modes Fourier) est mise en place en la généralisant à un cas 3D. Un spectre de turbulence, issu des données expérimentales, est injecté en entrée du domaine de

calcul. De nouveau, afin de préserver une bonne corrélation temporelle, la turbulence est supposée figée. Elle est générée dans un domaine amont puis injectée dans le domaine de calcul.

La figure 1.44 présente le champ de dilations émis par le profil soumis à cette turbulence. Cette illustration a été obtenue à partir d'un calcul préliminaire non exploitable d'un point de vue acoustique.

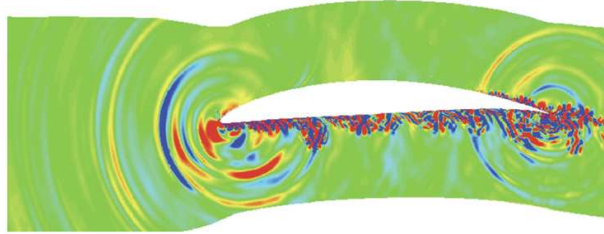


FIG. 1.44 – Champ de dilation créé par un profil soumis à une THI (Calcul LES du CER-FACS).

Exploitation acoustique

Afin de déterminer le rayonnement acoustique du profil, l'analogie acoustique de FW-H pourra une nouvelle fois être utilisée. Contrairement au modèle d'Amiet, où des simplifications sont appliquées (observateur en champ lointain et profil assimilé à une plaque plane), la formulation complète (fournie par l'équation 1.33) est utilisée en récupérant directement les fluctuations de pression à la surface du profil ou encore sur une surface fermée entourant le profil (terme de charge de l'équation 3.22). A noter que, dans ce dernier cas, les fluctuations de vitesse et de densité sont nécessaires en plus des fluctuations de pressions.

Puisque le calcul LES est limité à une fine bande en envergure, un modèle est nécessaire pour prendre en compte la corrélation dans cette direction. En effet, lorsque les données sont dupliquées, les résultats sont surestimés si l'intégration est faite de manière cohérente puisque les sources sont alors complètement corrélées. En revanche, une sommation incohérente de la contribution de chaque tranche entraîne une sous-estimation si ces tranches ne sont pas assez grandes pour être totalement décorrélées. Différentes approches plus ou moins complexes comme celle de Kato et al. [56] peuvent être employées mais elles sont toutes basées sur l'échelle de corrélation en envergure qu'il faut déterminer expérimentalement ou empiriquement. Ces méthodes sont présentées plus en détails et appliquées au chapitre 2 où un calcul LES d'interaction rotor-stator également réalisé sur une tranche réduite est exploité.

1.4 Conclusion

Le mécanisme d'interaction rotor-stator dont traite ce mémoire a été simplifié dans ce chapitre à l'impact d'une turbulence homogène et isotrope sur un profil isolé en champ libre. Ce problème générique a pu être étudié par différentes approches : analytique, expérimentale et finalement numérique. Dans un premier temps, le modèle d'Amiet a été retenu pour sa simplicité et compte tenu des bons résultats obtenus dans la littérature, mais aussi parce qu'il utilise une analogie acoustique permettant une prévision du champ rayonné en deux temps

(pression surfacique puis rayonnement acoustique). Dans ce cas, le profil est supposé être une plaque plane fine, non portante. Cependant, une étude bibliographique montre que les effets de l'incidence du profil sont du second ordre et que l'épaisseur du profil a une influence en hautes fréquences et basses vitesses. Ces observations sont également vérifiées en comparant les résultats issus du modèle d'Amiet à des mesures réalisées dans le cadre du projet FLOCON où un profil portant et épais (NACA 651210) a été soumis à une turbulence homogène et isotrope générée par une grille.

Dans une dernière partie, les réponses différentes d'une plaque plane et du profil NACA 651210 ont été étudiées numériquement. Une méthode « idéale » aurait été de simuler l'interaction turbulence-profil à l'aide d'un calcul LES, fournissant ainsi directement les fluctuations de pression surfacique nécessaires à l'application d'une analogie acoustique telle que celle de Ffowcs Williams & Hawkings. Un tel calcul est actuellement en cours de réalisation au CERFACS en collaboration avec l'Onera dans le cadre du projet européen FLOCON. Cependant, la complexité et le temps de calcul n'ont pas permis une restitution assez rapide des résultats pour qu'une analyse acoustique soit effectuée. Ainsi, seule la méthodologie du calcul LES et de post-traitement acoustique a été présentée.

En revanche, un calcul Euler bidimensionnel a pu être mené et la réponse d'une plaque plane et du profil NACA 651210 à des fluctuations de vitesse normale au profil distribuées en modes de Fourier synthétisant une THI a été étudiée. Dans un premier temps, la pression surfacique et le rayonnement acoustique de la plaque plane obtenus numériquement ont été validés par comparaison avec le modèle d'Amiet.

Puis le cas de la plaque plane et du profil NACA ont été comparés. Dans un premier temps, un écoulement porteur uniforme est imposé autour du profil. Des différences relativement importantes sont visibles au dessus et en aval du profil. En revanche, peu d'écarts sont visibles coté intrados. En effet, le profil est quasiment plat sur l'intrados et le rayonnement ainsi que les fluctuations de pression pariétale sont équivalentes à celles d'une plaque plane. Ainsi, on en déduit que l'effet de cambrure généré par l'extrados du profil, n'influe pas (ou peu) les fluctuations de pression pariétale sur l'intrados et le rayonnement acoustique en dessous du profil.

Dans un deuxième temps, un champ porteur dérivant d'un calcul RANS a été utilisé. Les forts cisaillements présents dans la couche limite et dans les décollements génèrent des modes hydrodynamiques. Une DSP montre l'apparition de sources de bruit supplémentaires, qui ne sont pas directement dues à l'interaction rafales/profil. L'hypothèse selon laquelle ce rayonnement est dû à l'interaction des instabilités avec le profil a été avancée. La DSP de pression montre une diminution des niveaux en hautes fréquences par rapport au rayonnement d'une plaque. Cette dernière observation est en accord avec ce qui est observé expérimentalement.

Un champ porteur ne présentant pas de décollement pourrait être intéressant. On peut donc envisager l'utilisation d'un champ porteur non-visqueux pour s'affranchir du problème de couche limite, ou bien encore effectuer le calcul à une incidence non nulle pour éviter le décollement au niveau du bord d'attaque puisque l'on sait que l'influence de l'angle d'incidence sur le rayonnement d'une interaction THI/profil est faible. A noter que cette méthode sera prochainement étendue en trois dimensions pour rendre la simulation plus réaliste notamment en injectant des rafales dont les longueurs d'onde en envergure sont non-nulles.

De plus, une analyse supplémentaire a montré que le rayonnement acoustique en un point

d'observation proche du profil (comme lors des calculs numériques) présente les mêmes caractéristique qu'un rayonnement bidimensionnel.

Ce chapitre a donc permis d'identifier les avantages et limitations de différentes méthodes visant à prédire le rayonnement sonore dû à l'impact d'une turbulence homogène et isotrope sur un profil isolé en champ libre. Nous allons voir par la suite comment utiliser ces méthodes pour la prévision du bruit d'interaction rotor-stator en milieu guidé.

Chapitre 2

Détermination du bruit d'interaction rotor-stator

Des outils visant à prévoir le bruit créé par l'interaction d'une THI avec un profil placé en champ libre ont été mis en place dans le chapitre précédent. Ainsi, le but de ce chapitre est d'adapter ces méthodes pour la prévision du bruit d'interaction rotor-stator en conduit. Après avoir justifié les choix faits dans cette thèse en ce qui concerne les méthodes de prévisions utilisées, les notions d'acoustique linéaire en milieu guidé nécessaires sont présentées et l'intégrale de Ffowcs-Williams et Hawkings est modifiée pour être adaptée à la propagation en conduit. Les sources de bruit sont ensuite déterminées grâce à des approches analytique et numérique. Les méthodes programmées sont finalement appliquées à une maquette du banc d'essai du DLR (centre de recherche aérospatiale allemand) et les prévisions sont confrontées aux mesures aérodynamiques et acoustiques disponibles.

2.1 Etude bibliographique

2.1.1 Les modèles analytiques

On souhaite mettre en place un outil de prévision pouvant être chaîné avec une méthode de rayonnement analytique ou numérique. Dans cette optique, le modèle doit permettre d'obtenir le champ acoustique dans le conduit sous forme modale. Le recours à une analogie acoustique, utilisant une décomposition modale de la pression, comme la formulation de Golstein [44] a de ce fait été retenu. Ainsi, les modèles utilisant la fonction de réponse de cascade de Smith [112] obtenue par une méthode de surface portante avec une technique de collocation ne sont pas adaptés. En effet, le résultat est, dans ce cas, directement obtenu sous forme d'une puissance acoustique sans information sur le contenu modal de la pression. On citera parmi ces derniers, Whitehead [123] avec le code LINSUB, ainsi que Cheong et al. [21]. Les développements de ce dernier ayant été récemment utilisés par Jurdic et al. [55] en utilisant des données d'entrée d'un calcul RANS.

Ventres et al. [119] ont proposé un modèle dans le début des années 80, pour le bruit de raies, le bruit à large bande du rotor et le bruit d'interaction des sillages du rotor avec les aubes du stator. La fonction de Green en conduit infini formalisée par Goldstein est dans ce cas couplée avec un modèle de réponse de grille d'aubes bidimensionnel obtenu en utilisant

la méthode de Wiener-Hopf. Il utilise également une approche par bande pour prendre en compte la variation de la géométrie et de l'écoulement dans la direction de l'envergure. Cette même méthode est reprise par Nallasamy et Envia [79] en alimentant le modèle grâce à une simulation des équations moyennées de Navier-Stokes des sillages du rotor. Hanson et Haron [49] ont mis en place un autre modèle pour calculer le bruit d'une grille d'aubes déroulée soumise à une excitation tridimensionnelle prenant en compte l'hétérogénéité radiale de l'écoulement. Ils utilisent alors la fonction de réponse de cascade développée par Glegg [41]. En revanche, ces modèles ne permettent pas l'obtention des fluctuations de charge sur le profil. Posson [91] a récemment développé un modèle utilisant également la fonction de réponse de Glegg mais, à la manière de Ventres, qui relie les fluctuations de portance à la propagation sonore avec une analogie acoustique. Ce modèle, très complet, semble être adapté à notre problématique. Cependant, l'implémentation d'une telle formulation est complexe et le calcul acoustique est très long pour une méthode analytique. C'est pourquoi, nous privilégierons les approches numériques pour s'affranchir d'un très grand nombre d'hypothèses quitte à avoir des temps de restitution plus longs.

Afin de simplifier fortement la formulation mathématique, une solution consiste à ne pas utiliser une fonction de transfert aéroacoustique valable pour une grille d'aubes mais, comme le modèle d'Amiet, une fonction de transfert pour un profil isolé. En effet, si le nombre d'aubes du stator et l'espacement inter-aube sont relativement grands, l'interaction des aubes entre elles peut être négligée. Parmi ces modèles sans effet de grille, on citera celui de Glegg [40] utilisant la formulation de Goldstein pour la propagation en conduit. Les sources sont supposées compactes en corde et radialement. Ce modèle est appliqué dans le cas d'une interaction de la couche limite de carter avec le rotor et de l'interaction du sillage de rotor avec le stator. De Gouvillie [28] utilise également le formalisme de Goldstein pour la propagation dans un conduit annulaire infini. Il obtient les fluctuations de charges instationnaires à l'aide des fonctions de réponse d'un profil isolé d'Adamczyk [1]. Afin d'utiliser les acquis du premier chapitre, on retiendra l'approche de De Gouvillie mais en utilisant le modèle d'Amiet au lieu de celui d'Adamczyk et en se limitant au cas d'une turbulence homogène et isotrope et à un profil sans flèche.

2.1.2 Les modèles numériques

Contrairement à la section précédente, on s'intéresse ici uniquement aux méthodes numériques de prévision de bruit à large bande d'une interaction rotor-stator. Les ressources informatiques nécessaires permettant d'envisager l'utilisation de calcul tel que la LES étant récentes, les premiers modèles de prévision numérique utilisent les équations d'Euler. Ainsi, Atassi et al. [8] développent une méthode semi-numérique pour traiter l'interaction de perturbations incidentes en écoulement moyen tournant avec une grille d'aubes annulaire non chargée. Il utilise, dans un premier temps, une perturbation harmonique puis, dans un second temps, une perturbation à large bande [10]. A noter que Atassi et Vinogradov [9] ont récemment pris en compte l'anisotropie de la turbulence. Les équations d'Euler sont également résolues numériquement (comme il a été fait dans ce mémoire au chapitre 1) par Verdon et Hall [120] pour prendre en compte la géométrie et un écoulement non-uniforme en 2D puis en 3D [74] avec le code LINFLUX. On citera également le code CAA, BASS, utilisant des schémas

d'ordre élevé pour résoudre les équations d'Euler non-linéarisées en deux [80] ou trois dimensions [109]. Cependant, ces méthodes sont encore limitées à des perturbations harmoniques et non à large bande et les développements nécessaires pour réaliser de tels calculs ne sont pas encore disponibles dans *sAbrinA*.

De plus, toutes ces méthodes ne prennent pas en compte les effets de viscosité issus d'un calcul CFD de sillage du rotor. Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, un calcul LES permet d'obtenir directement les fluctuations de pression à la surface du profil sans hypothèse majeure. La LES constitue donc un choix idéal et une alternative prioritaire aux modèles analytiques. En 2003, Raverdy et al. [93] ont simulé l'écoulement autour d'une aube de turbine basse pression à l'aide d'une LES compressible. Un calcul LES est également utilisé pour calculer l'interaction d'une turbulence homogène isotrope (implantée en condition limite) avec une cascade de plaques planes par Salem-Said et al. [103]. Carolus et al. [16] et Reese et al. [98] propose un calcul LES de l'interaction d'une grille avec un rotor. Le domaine est entièrement simulé (grille incluse) et les résultats sont satisfaisants même si l'utilisation d'un maillage non suffisamment raffiné limite la simulation à la résolution des très grosses structures aérodynamiques. Le post-traitement acoustique consiste à utiliser directement la pression surfacique sur les profils comme source dans un modèle analytique bidimensionnel de propagation en conduit. Li et al. [66] ont présenté en 2009 les premiers résultats d'un calcul LES 3D de l'écoulement autour d'un rotor caréné, mais la simulation n'était pas entièrement convergée. Enfin, Ashcroft et Nurnberger [7] ont comparé un calcul LES et DES. Les simulations sont tridimensionnelles même si la corde du stator est réduite de 33% et le nombre d'aubes du stator et du rotor sont supposés égaux. Le maillage LES atteint 100 millions de points. Aucun post-traitement acoustique n'a été présenté à ce jour. Bien que plus coûteuse en temps de calcul, il en résulte que la LES semble plus appropriée que la DES pour ces applications. On peut donc mettre en oeuvre une méthodologie analogue à celle présentée dans le chapitre I, à savoir utiliser une analogie acoustique en récupérant directement les fluctuations de pression surfacique à l'aide du calcul LES.

Chacune des deux approches considérées ici (analytique ou numérique) utilise l'équation de Goldstein. Seul le moyen d'obtention des efforts surfaciques varie, à savoir le modèle d'Amiet dans un cas et la LES dans l'autre. Cette équation et les notions qui y sont liées sont donc explicitées dans un premier temps.

2.2 Formulation analytique pour la propagation sonore en conduit

2.2.1 Formulation de Goldstein et acoustique linéaire en milieu guidé

L'équation de Goldstein

L'équation de Goldstein [44] s'obtient à partir de l'équation de Ffowcs-Williams et Hawkins en considérant non pas une fonction de Green en champ libre, mais une fonction de Green valable dans la manche, incluant l'effet de guide d'onde du conduit (supposé à paroi rigide et de forme annulaire ou cylindre de rayons constants) et les effets de convection d'un écoulement moyen uniforme. Compte tenu de la nature des sources de bruit dominantes, dis-

cutées en introduction, on néglige les termes quadripolaires et monopolaires, pour ne retenir que le terme de charge comme dans le cas de l'interaction THI-profil du chapitre 1. Pour rappel, l'équation de Ffowcs-Williams et Hawkins ne prenant en compte que le bruit de charge sur une surface solide s'écrit (voir la section 1.3.2 du chapitre 1) :

$$\hat{p}(\vec{X}, f) = \int_S \hat{p}(\vec{Y}, f) n_i^s \frac{\partial \hat{G}(\vec{X}, f | \vec{Y})}{\partial y_i} dS \quad (2.1)$$

On définit les coordonnées de l'observateur et de la source dans un repère cylindrique par :

$$\text{Observateur}(\vec{X}) : \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ x \\ t \end{pmatrix} \quad \text{Source}(\vec{Y}) : \begin{pmatrix} r_s \\ \theta_s \\ x_s \\ t_s \end{pmatrix}$$

Il faut donc expliciter la fonction de Green en milieu guidé.

Mode propre de conduit et décomposition modale

Seules les étapes principales des démonstrations aboutissant à la décomposition modale du champ acoustique ainsi que la fonction de Green en conduit sont présentées ici. Pour plus de détails, le lecteur est invité à consulter l'annexe A.

Les principales hypothèses sont :

- la manche du conduit secondaire est approximée à un conduit annulaire semi-infini de rayon interne R_i et externe R_e ;
- les parois sont considérées rigides ;
- l'écoulement est purement axial et uniforme avec une vitesse U_x et un nombre de Mach M_x .

Le conduit est un guide d'onde dans lequel la propagation acoustique est décrite par une décomposition modale. Ces modes ont été introduits par Tyler et Sofrin [118] au début des années 60. L'équation d'onde avec écoulement uniforme en absence de source que vérifie la pression acoustique $p^\pm(\vec{X}, t)$ (le signe + dénote la propagation aval et le - la propagation amont) s'écrit :

$$\left\{ \Delta - M_x^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2 \frac{M_x}{c_0} \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} p^\pm(\vec{X}, t) = 0 \quad (2.2)$$

On en déduit l'équation de Helmholtz par transformée de Fourier temporelle de l'équation d'onde. Une formulation adimensionnée de l'équation de Helmholtz sera utilisée, elle s'écrit alors :

$$\left\{ \Delta - M_x^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2iM_x \bar{k} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{k}^2 \right\} \hat{p}^\pm(\vec{X}, f) = 0 \quad (2.3)$$

avec $\bar{\omega} = \omega R_e$ et $\bar{k} = \bar{\omega}/c_0$.

Cette équation est résolue grâce à une méthode de séparation des variables (détails en annexe A). Tous calculs faits, on obtient :

$$\hat{p}^\pm(\vec{X}, f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}^\pm C_{mn}(r) e^{-i(m\theta + k_{mn}^\pm x)} \quad (2.4)$$

$k_{mn}^{\pm}$ est le nombre d'onde axial pour un mode d'ordre angulaire m et d'ordre radial n :

$$\bar{k}_{mn}^{\pm} = \frac{-M_x \bar{k} \pm \Delta_{mn}}{\beta^2} \quad (2.5)$$

où Δ_{mn} est le paramètre de coupure du mode défini par :

$$\Delta_{mn}^2 = \bar{k}^2 - \beta^2 \alpha_{mn}^2 \quad (2.6)$$

et $\bar{k}_{mn}^{\pm} = k_{mn}^{\pm} R_e$.

Enfin, α_{mn} est le nombre d'onde transversal, C_{mn} est la fonction radiale et A_{mn} est l'amplitude modale du mode (m, n) . Les expressions de α_{mn} et de C_{mn} sont données en annexe. Δ_{mn} est appelé paramètre de coupure car sa valeur détermine si le mode correspondant est coupé ou propagatif. En effet, si Δ_{mn} est réel alors la propagation du mode se fait sans atténuation, on parle alors de mode propagatif. En revanche, si Δ_{mn} est imaginaire, le nombre d'onde, k_{mn} , est complexe. Le mode (m, n) est coupé et sa propagation se fait avec une atténuation exponentielle. Une fréquence de propagation peut alors être définie :

$$\bar{f}_c = \frac{\beta \alpha_{mn} c_0}{2\pi} \quad (2.7)$$

Sous forme dimensionnée, on a : $f_c = \bar{f}_c / R_e$.

Fonction de Green en conduit

La fonction de Green est conservée par translation, ainsi on peut la noter, $\bar{G}(\vec{X}, \tau | \vec{Y})$ avec $\tau = t - t_s$ et sa transformée de Fourier $\hat{G}(\vec{X}, f | \vec{Y})$. Elle satisfait la relation suivante :

$$\left\{ \Delta - M_x^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2i M_x \bar{k} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{k}^2 \right\} \hat{G}(\vec{X}, f | \vec{Y}) = \bar{\delta}(\vec{X} - \vec{Y}) \quad (2.8)$$

On utilise une nouvelle fois la méthode de séparations de variables (cf. annexe A) pour obtenir finalement :

$$\hat{G}(\vec{X}, f | \vec{Y}) = \frac{-i}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_{mn}(\bar{r}) C_{mn}(\bar{r}_s)}{\Delta_{mn} \Gamma_{mn}} e^{-i(m(\theta - \theta_s) + \bar{k}_{mn}^{\pm}(x - x_s))}$$

Les fonctions radiales, C_{mn} , sont normalisées [99] de sorte que $\Gamma_{mn} = 2\pi$. Ainsi, sous forme dimensionnée ($\bar{\delta} = R_e \delta$) la fonction de Green s'écrit :

$$\hat{G}(\vec{X}, f | \vec{Y}) = \frac{-i}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_{mn}(r) C_{mn}(r_s)}{\Delta_{mn} 2\pi R_e} e^{-i(m(\theta - \theta_s) + k_{mn}^{\pm}(x - x_s))} \quad (2.9)$$

Intensité acoustique dans un conduit

La caractérisation des sources de bruit dans un conduit fait souvent appel au calcul de la puissance acoustique. Afin de déterminer cette puissance, il faut préalablement connaître l'intensité acoustique. L'intensité acoustique axiale, $I^{\pm}(\vec{X}, t)$, est donnée par Goldstein [44] :

$$I^\pm(\vec{X}, t) = \left(\frac{p^\pm(\vec{X}, t)}{\rho_0} + U_x u^\pm(\vec{X}, t) \right) \left(\rho_0 u^\pm(\vec{X}, t) + U_x p^\pm(\vec{X}, t) \right) \quad (2.10)$$

Pour un fluide isentropique, $p = c_0^2 \rho$, dans le domaine fréquentiel, on obtient :

$$\begin{aligned} \hat{I}^\pm(\vec{X}, f) &= (1 + M_x^2) \hat{p}^{*\pm}(\vec{X}, f) \hat{u}^\pm(\vec{X}, f) + \rho_0 c_0 M_x \left| \hat{u}^\pm(\vec{X}, f) \right|^2 \\ &\quad + \frac{M_x}{\rho_0 c_0} \left| \hat{p}^\pm(\vec{X}, f) \right|^2 \end{aligned}$$

On peut alors décomposer la pression et la vitesse sur la base des modes propres du conduit :

$$\begin{aligned} \hat{p}^\pm(\vec{X}, f) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}^\pm C_{mn}(r) e^{-i(m\theta + k_{mn}^\pm x)} \\ \hat{u}^\pm(\vec{X}, f) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} U_{mn}^\pm C_{mn}(r) e^{-i(m\theta + k_{mn}^\pm x)} \end{aligned}$$

L'expression complète donne finalement :

$$\begin{aligned} \hat{I}^\pm(\vec{X}, f) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn}(r)^2 \left[(1 + M_x^2) A_{mn}^\pm U_{mn}^\pm \right. \\ &\quad \left. + \rho_0 c_0 M_x |U_{mn}^\pm|^2 + \frac{M_x}{\rho_0 c_0} |A_{mn}^\pm|^2 \right] \end{aligned} \quad (2.11)$$

Puissance acoustique dans un conduit

La puissance efficace s'obtient en intégrant l'intensité sur la section du conduit.

$$W(f)^\pm = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_e} \pm \hat{I}^\pm(\vec{X}, f) r dr d\theta \quad (2.12)$$

Pour calculer cette intégrale, on utilise la propriété d'orthogonalité des modes (voir équation (A.19)), ce qui donne :

$$\begin{aligned} W(f)^\pm &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \pm 2\pi R_e^2 \left[(1 + M_x^2) A_{mn}^\pm(f) U_{mn}^\pm(f) + \rho_0 c_0 M_x |U_{mn}^\pm(f)|^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{M_x}{\rho_0 c_0} |A_{mn}^\pm(f)|^2 \right] \end{aligned} \quad (2.13)$$

La pression et la vitesse sont reliées par l'équation de quantité de mouvement dans la direction axiale :

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p(\vec{X}, t)}{\partial x} + \frac{\partial u(\vec{X}, t)}{\partial t} + U_x \frac{\partial u(\vec{X}, t)}{\partial x} = 0$$

Dans le domaine fréquentiel, cette équation s'écrit :

$$\frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{\partial \hat{p}(\vec{X}, f)}{\partial x} = -ik \hat{u}(\vec{X}, f) - M_x \frac{\partial \hat{u}(\vec{X}, f)}{\partial x}$$

En introduisant la décomposition modale, en multipliant par $\psi_{mn}^*(r, \theta) = C_{mn}(r)e^{im\theta}$, en intégrant sur la section du conduit et en tenant compte de la propriété d'orthogonalité des modes, on obtient la relation entre les amplitudes modales de la vitesse et de la pression :

$$U_{mn}^\pm(f) = \frac{A_{mn}^\pm(f)}{\rho_0 c_0} \frac{k_{mn}^\pm}{k - M_x k_{mn}^\pm} \quad (2.14)$$

L'introduction de cette expression dans l'équation (2.13), en ne prenant en compte que les modes propagatifs (la contribution des modes coupés étant nulle), conduit à l'expression finale de la puissance efficace :

$$W(f)^\pm = \sum_{m=-m_{max}}^{m_{max}} \sum_{n=0}^{n_{max}} \frac{2\pi R_e^2}{\rho_0 c_0} \frac{k(\beta^2 k_{mn}^\pm + M_x k)}{(k - M_x k_{mn}^\pm)^2} |A_{mn}^\pm(f)|^2 \quad (2.15)$$

Densité spectrale de puissance

Les phénomènes physiques mis en jeu ici sont de nature turbulente et par conséquent aléatoires. Ainsi, la caractérisation fréquentielle du bruit de soufflante est estimée au moyen d'une densité spectrale de puissance. La fonction d'autocorrelation d'un signal stationnaire $x(t)$ s'écrit :

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt \quad (2.16)$$

La densité spectrale de puissance, $S_{xx}(f)$, est alors définie par :

$$R_{xx}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f)df \quad (2.17)$$

et

$$S_{xx}(f) = E[\hat{x}(f)\hat{x}^*(f)] \quad (2.18)$$

Ainsi, la DSP calculée pour la pression en un point d'observation, $\vec{X}$, en ne considérant que les modes propagatifs, s'obtient de la manière suivante :

$$S_{pp}^\pm(\vec{X}, f) = E \left[\left\{ \sum_{m=-m_{max}}^{m_{max}} \sum_{n=0}^{n_{max}} \hat{p}_{mn}^\pm(\vec{X}, f) \sum_{m=-m_{max}}^{m_{max}} \sum_{n=0}^{n_{max}} \hat{p}_{mn}^{*\pm}(\vec{X}, f) \right\} \right] \quad (2.19)$$

En supposant que les modes sont incohérents entre eux, on peut définir une densité spectrale de puissance modale, S_{mn} :

$$S_{mn}^\pm(\vec{X}, f) = E \left[\left| A_{mn}^\pm(f) C_{mn}(r) e^{-i(m\theta + k_{mn}^\pm x)} \right|^2 \right] = E \left[|A_{mn}^\pm(f) C_{mn}(r)|^2 \right] \quad (2.20)$$

La relation entre S_{pp} et S_{mn} est alors la suivante :

$$S_{pp}^\pm(\vec{X}, f) = \sum_{m=-m_{max}}^{m_{max}} \sum_{n=0}^{n_{max}} S_{mn}^\pm(\vec{X}, f) \quad (2.21)$$

De la même manière, on peut déterminer une densité spectrale de puissance de la puissance acoustique en conduit. Ce qui donne, en conservant l'hypothèse d'incohérence modale :

$$S_{ww}^{\pm}(f) = \sum_{m=-m_{max}}^{m_{max}} \sum_{n=0}^{n_{max}} \frac{2\pi R_e^2}{\rho_0 c_0} \frac{k(\beta^2 k_{mn}^{\pm} + M_x k)}{(k - M_x k_{mn}^{\pm})^2} E \left[|A_{mn}^{\pm}(f)|^2 \right] \quad (2.22)$$

A noter que ces expressions sont valables pour une aube du rotor ou du stator. En faisant l'hypothèse selon laquelle chaque aube est indépendante, le résultat final est obtenu en multipliant par le nombre d'aubes considérées. La résolution des équations 2.21 et 2.22 implique donc la connaissance de la DSP de l'amplitude modale $E \left[|A_{mn}(f)|^2 \right]$ uniquement. La détermination de cette grandeur fait l'objet de la section suivante.

2.2.2 Détermination de l'amplitude modale

Dans un premier temps, la formulation sera écrite pour le rotor (sources en rotation), puis on traitera le cas du stator de la même manière en considérant les sources immobiles. La surface S a un mouvement de rotation à la vitesse angulaire $\Omega = 2\pi N$. Il convient donc de définir un nouveau repère tournant autour de l'axe x à cette même vitesse. Dans ce repère, le point source sera noté $\vec{Y}^r$ avec pour coordonnées $(r_s^r, \theta_s^r = \theta_s - \Omega t_s, x_s^r)$. Les sources étant en rotation, il faut introduire un effet Doppler [28, 64] (décalage des fréquences sources). Ainsi, la pression au point d'observation $\vec{X}$ dans le conduit s'écrit en introduisant l'expression de la fonction de Green (équation 2.9) dans l'intégrale 2.1 :

$$\begin{aligned} \hat{p}^{\pm}(\vec{X}, f) &= \frac{1}{2i} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{S(\vec{Y}^r)} \hat{p}(\vec{Y}^r, f - mN) n_i^s \frac{\partial}{\partial y_i} \left\{ \frac{C_{mn}(r_s^r)}{\Delta_{mn}\Gamma_{mn}} \right. \\ &\quad \left. C_{mn}(r) e^{-i(m(\theta - \theta_s^r) + k_{mn}^{\pm}(x - x_s^r))} \right\} dS(\vec{Y}^r) \end{aligned} \quad (2.23)$$

En utilisant la formule de décomposition modale de la pression (voir équation 2.4), on fait apparaître par identification l'expression de l'amplitude modale :

$$\begin{aligned} A_{mn}^{\pm}(f) &= \frac{1}{2i} \int_{S(\vec{Y}^r)} \hat{p}(\vec{Y}^r, f - mN) n_i^s \frac{\partial}{\partial y_i} \left\{ \frac{C_{mn}(r_s^r)}{\Delta_{mn}\Gamma_{mn}} \right. \\ &\quad \left. e^{i(m(\theta_s^r) + k_{mn}^{\pm}(x_s^r))} \right\} dS(\vec{Y}^r) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Les efforts radiaux sont généralement du second ordre par rapport aux efforts axiaux et normaux. Ainsi, cette composante est négligée. En coordonnées cylindriques, les dérivées axiales et angulaires de la fonction de Green s'écrivent :

$$\frac{\partial \hat{G}(\vec{X}, f | \vec{Y})}{\partial x_s^r} = i k_{mn}^{\pm} \hat{G}(\vec{X}, f | \vec{Y})$$

et

$$\frac{\partial \hat{G}(\vec{X}, f | \vec{Y})}{r_s^r \partial \theta_s^r} = i \frac{m}{r_s^r} \hat{G}(\vec{X}, f | \vec{Y})$$

On notera par la suite :

$$R_{mn}^{\pm}(\vec{Y}^r, f) = (k_{mn}^{\pm} n_x^s + \frac{mn_{\theta}^s}{r_s^r}) C_{mn}(r_s^r) e^{i(m\theta_s^r + k_{mn}^{\pm} x_s^r)} \quad (2.25)$$

Ce qui permet d'écrire, l'amplitude modale sous forme condensée :

$$A_{mn}^{\pm}(f) = \frac{1}{2\Delta_{mn}\Gamma_{mn}} \int_{S(\vec{Y}^r)} \hat{p}(\vec{Y}^r, f - mN) R_{mn}^{\pm}(\vec{Y}^r, f) dS(\vec{Y}^r) \quad (2.26)$$

Dans le cas du stator (cas que l'on considérera dans la suite de cette thèse), l'expression de la pression et de l'amplitude modale sont données avec $N = 0$:

$$A_{mn}^{\pm}(f) = \frac{1}{2\Delta_{mn}\Gamma_{mn}} \int_{S(\vec{Y})} \hat{p}(\vec{Y}, f) R_{mn}^{\pm}(\vec{Y}, f) dS(\vec{Y}) \quad (2.27)$$

Avec l'hypothèse d'incohérence modale, nous avons vu qu'il est intéressant d'exprimer l'espérance mathématique de $|A_{mn}^{\pm}(f)|^2$:

$$\begin{aligned} E[|A_{mn}^{\pm}(f)|^2] &= \frac{1}{4|\Delta_{mn}|^2 \Gamma_{mn}^2} \int_{S(\vec{Y})} \int_{S(\vec{Y}')} S_{qq}(\vec{S}(\vec{Y}), \vec{S}(\vec{Y}'), f) \\ &\quad R_{mn}^{\pm}(\vec{Y}, f) R_{mn}^{\pm*}(\vec{Y}', f) dS(\vec{Y}) dS(\vec{Y}') \end{aligned} \quad (2.28)$$

avec pour rappel :

$$S_{qq}(\vec{S}(\vec{Y}), \vec{S}(\vec{Y}'), f) = E[\hat{p}(\vec{Y}, f) \hat{p}^*(\vec{Y}', f)]$$

La dernière inconnue est la densité interspectrale de puissance de pression surfacique du stator que l'on va chercher à déterminer analytiquement ou numériquement par la suite.

2.3 Modélisation analytique des sources de bruit d'une interaction rotor-stator

La section précédente a montré comment déterminer le bruit généré par une interaction rotor-stator en utilisant la formulation de Goldstein. Cela requiert la détermination de la DSP de l'amplitude modale directement reliée à la densité interspectrale de puissance de la pression surfacique, S_{qq} . Ainsi, l'équation 2.28 est générale et ne fait pas d'hypothèse sur la manière d'obtenir S_{qq} . Afin de déterminer cette grandeur, il est proposé dans cette section d'utiliser le modèle d'Amiet (en l'adaptant) déjà étudié à la section 1.1. A noter que par la suite, seul le cas d'une propagation vers aval et de la détermination des fluctuations de pression sur le stator seront envisagés.

2.3.1 Présentation du modèle

L'expression de la densité spectrale de puissance de l'amplitude modale a été établie à la section 2.2.2. En reprenant le formalisme du modèle d'Amiet (cf. section 1.1) avec les

coordonnées locales du profil (ζ, η, ξ) , l'équation 2.28 s'écrit :

$$E \left[|A_{mn}(\omega)|^2 \right] = \frac{1}{4 |\Delta_{mn}|^2 \Gamma_{mn}^2} \int_{S(\vec{Y})} \int_{S(\vec{Y}')} E \left[R_{mn}(\vec{Y}, \omega) \Delta \hat{P}(\zeta, \eta, \omega) \right. \\ \left. \left(R_{mn}(\vec{Y}', \omega) \Delta \hat{P}(\zeta', \eta', \omega) \right)^* \right] dS(\vec{Y}) dS(\vec{Y}') \quad (2.29)$$

L'utilisation du modèle d'Amiet permet une détermination rapide des fluctuations de pression surfacique mais implique également un certain nombre d'hypothèses supplémentaires :

- le stator est supposé être une plaque plane, sans flèche ($\eta = r$), ni dévers ;
- la turbulence générée par le rotor est supposée être homogène, isotrope et uniforme dans la direction azimutale. Le problème de l'hétérogénéité radiale sera traité par la suite.
- chaque aube du stator est supposée indépendante.

En utilisant l'équation 1.4 de la section 1.1 et en l'injectant dans l'équation 2.29, on obtient la formulation suivante pour la DSP de l'amplitude modale :

$$E \left[|A_{mn}(\omega)|^2 \right] = \frac{(\pi \rho_0)^2}{|\Delta_{mn}|^2 \Gamma_{mn}^2} \int_{S(\vec{Y})} \int_{S(\vec{Y}')} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \\ E \left[R_{mn}(\vec{Y}, \omega) \hat{u}_\xi(K_c, K_\eta) g(\zeta, K_c, K_\eta) e^{-iK_\eta \eta} \right. \\ \left. \left(R_{mn}(\vec{Y}', \omega) \hat{u}_\xi(K_c, K'_\eta) g(\zeta', K_c, K'_\eta) e^{-iK'_\eta \eta'} \right)^* \right] dK_\eta dK'_\eta dS(\vec{Y}) dS(\vec{Y}')$$

$\hat{u}_\xi(K_c, K_\eta)$ étant la seule grandeur non déterministe de cette équation, on peut utiliser l'équation 1.6. Ainsi, on obtient :

$$E \left[|A_{mn}(\omega)|^2 \right] = \frac{(\pi \rho_0)^2 U_c}{|\Delta_{mn}|^2 \Gamma_{mn}^2} \int_{S(\vec{Y})} \int_{S(\vec{Y}')} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\xi\xi}(K_c, K_\eta) \left[R_{mn}(\vec{Y}, \omega) g(\zeta, K_c, K_\eta) \right. \\ \left. \left(R_{mn}(\vec{Y}', \omega) g(\zeta', K_c, K'_\eta) \right)^* \right] e^{iK_\eta(\eta' - \eta)} dK_\eta dS(\vec{Y}) dS(\vec{Y}') \quad (2.30)$$

Le profil étant droit, on peut définir la normale au profil, n^s , tel que, $n^s = (0, -\cos\delta_r, \sin\delta_r)$. De plus, on peut poser $\varphi_{mn}(\eta)\zeta = (\frac{m\sin\delta_r}{\eta} + k_{mn}\cos\delta_r)\zeta = m\theta_s + k_{mn}x_s$, où δ_r est l'angle de calage du stator défini sur la figure 2.1.

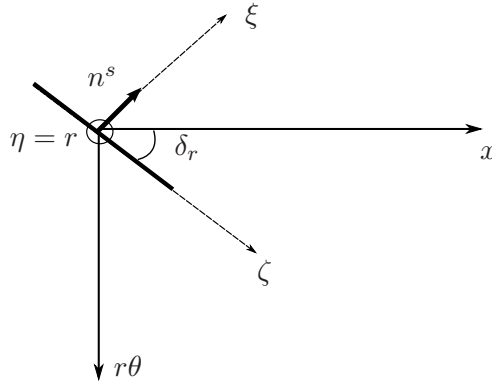


FIG. 2.1 – Repère utilisé pour le modèle de bruit d'interaction rotor-stator.

L'équation 2.30 peut alors être développée en fonction des intégrales dans la direction de la corde et de l'envergure :

$$\begin{aligned}
 E \left[|A_{mn}(\omega)|^2 \right] &= \frac{(\pi \rho_0)^2 U_c}{|\Delta_{mn}|^2 \Gamma_{mn}^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\xi\xi}(K_c, K_\eta) \\
 &\int_{-d}^d \left(k_{mn} \sin \delta_r - \frac{m \cos \delta_r}{\eta} \right) C_{mn}(\eta) e^{-i K_\eta \eta} \\
 &\int_{-b}^b g(\zeta, K_c, K_\eta) e^{-i \varphi_{mn}(\eta) \zeta} d\zeta d\eta \\
 &\int_{-d}^d \left(k_{mn} \sin \delta_r - \frac{m \cos \delta_r}{\eta'} \right) C_{mn}(\eta') e^{i K_\eta \eta'} \\
 &\int_{-b}^b g(\zeta', K_c, K_\eta) e^{i \varphi_{mn}(\eta') \zeta'} d\zeta' d\eta' dK_\eta
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

L'intégrale selon ζ peut se résoudre analytiquement. On définit alors une fonction de transfert aéroacoustique modale :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{mn}(\eta, K_c, K_\eta) &= \frac{1}{b} \int_{-b}^b g(\zeta, K_c, K_\eta) e^{i \varphi_{mn}(\eta) \zeta} d\zeta \\
 &= \int_0^2 g(\bar{y}_1, K_c, K_\eta) e^{i b \varphi_{mn}(\eta) (\bar{y}_1 - 1)} d\bar{y}_1
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

où $y_1 = \zeta - b$, de telle manière à centrer le repère sur le bord d'attaque du profil. Cette intégrale est similaire à celle résolue par Amiet (cf. équation 1.37) avec un terme de phase différent.

Pour le terme de bord d'attaque et pour une rafale supercritique, l'intégrale suivante doit être résolue :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{mn}^1(\eta, K_c, K_\eta) &= \int_0^2 g_1(\bar{y}_1, K_c, K_\eta) e^{i b \varphi_{mn}(\eta) (\bar{y}_1 - 1)} d\bar{y}_1 \\
 &= \int_0^2 \frac{e^{-i\pi/4}}{\pi \sqrt{(K_c + \beta^2 \kappa) \pi \bar{y}_1}} e^{i [b \varphi_{mn}(\eta) (\bar{y}_1 - 1) - \bar{y}_1 (\kappa - M_\zeta \mu)]} d\bar{y}_1
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

En posant $\theta_1 = \kappa - M_\zeta \mu - b \varphi_{mn}(\eta)$ et $\theta_2 = -b \varphi_{mn}(\eta) - \pi/4$, il vient :

$$\mathcal{L}_{mn}^1(\eta, K_c, K_\eta) = \frac{\sqrt{2} e^{i\theta_2}}{\pi \sqrt{(K_c + \beta^2 \kappa)}} \int_0^2 \frac{e^{-i(\theta_1 \bar{y}_1)}}{\sqrt{2\pi \bar{y}_1}} d\bar{y}_1$$

Le changement de variable, $X = \theta_1 \bar{y}_1$ donne :

$$\mathcal{L}_{mn}^1(\eta, K_c, K_\eta) = \frac{\sqrt{2} e^{i\theta_2}}{\pi \sqrt{(K_c + \beta^2 \kappa)}} \int_0^{2\theta_1} \frac{e^{-iX}}{\sqrt{2\pi X}} \frac{\sqrt{\theta_1}}{\theta_1} d\bar{y}_1$$

On reconnaît une intégrale de Fresnel, ce qui permet d'écrire finalement :

$$\mathcal{L}_{mn}^1(\eta, K_c, K_\eta) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2}{(\bar{K}_c + \beta^2 \kappa) \theta_1}} e^{i\theta_2} \mathcal{F}^*[2\theta_1] \quad (2.34)$$

Pour une rafale subcritique, l'intégrale se résoud de manière entièrement analogue, ce qui donne :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mn}^1(\eta, K_c, K_\eta) &= \int_0^2 g'_1(\bar{y}_1, K_c, K_\eta) e^{ib\varphi_{mn}(\eta)(\bar{y}_1-1)} d\bar{y}_1 \\ &= \int_0^2 \frac{e^{-i\pi/4}}{\pi \sqrt{(\bar{K}_c - i\beta^2 \kappa') \pi \bar{y}_1}} e^{[\bar{y}_1(iM_\zeta \mu - \kappa') + ib\varphi_{mn}(\eta)(\bar{y}_1-1)]} d\bar{y}_1 \\ &= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2}{(\bar{K}_c - i\beta^2 \kappa') \theta'_1}} e^{i\theta_2} \mathcal{F}[2\theta'_1] \end{aligned} \quad (2.35)$$

avec $\theta'_1 = i\kappa' + M_\zeta \mu + b\varphi_{mn}(\eta)$.

Traisons maintenant le terme correctif du bord de fuite. Pour une rafale supercritique, la fonction de transfert modale se traduit par l'intégrale suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mn}^2(\eta, K_c, K_\eta) &= \int_0^2 g_2(\bar{y}_1, K_c, K_\eta) e^{ib\varphi_{mn}(\eta)(\bar{y}_1-1)} d\bar{y}_1 \\ &= - \int_0^2 \frac{e^{-i\pi/4}}{\pi \sqrt{(\bar{K}_c + \beta^2 \kappa) 2\pi}} \{1 - (1+i)\mathcal{F}^*[2\kappa(2-\bar{y}_1)]\} \\ &\quad e^{i[b\varphi_{mn}(\eta)(\bar{y}_1-1) - \bar{y}_1(\kappa - M_\zeta \mu)]} d\bar{y}_1 \\ &= \frac{e^{i\theta_2}}{\pi \sqrt{2\pi(\bar{K}_c + \beta^2 \kappa)}} \left\{ \int_0^2 (1+i)\mathcal{F}^*[2\kappa(2-\bar{y}_1)] e^{-i\theta_1 \bar{y}_1} d\bar{y}_1 \right. \\ &\quad \left. - \int_0^2 e^{-i\theta_1 \bar{y}_1} d\bar{y}_1 \right\} \end{aligned} \quad (2.36)$$

En résolvant la deuxième intégrale et en posant $X = 2 - \bar{y}_1$, il vient :

$$\mathcal{L}_{mn}^2(\eta, K_c, K_\eta) = \frac{e^{i\theta_2}}{\pi \sqrt{2\pi(\bar{K}_c + \beta^2 \kappa)}} \left\{ (1+i)e^{-i2\theta_1} \int_0^2 \mathcal{F}^*[2\kappa X] e^{i\theta_1 X} dX + \frac{i}{\theta_1} (1 - e^{-i2\theta_1}) \right\}$$

La première intégrale se résout en utilisant une intégration par parties :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mn}^2(\eta, K_c, K_\eta) &= \frac{e^{i\theta_2}}{\pi \sqrt{2\pi(\bar{K}_c + \beta^2 \kappa)}} \left\{ \frac{(1+i)}{i\theta_1} e^{-i2\theta_1} \left[\mathcal{F}^*[4\kappa] e^{i2\theta_1} - \sqrt{2\kappa} \int_0^2 \frac{e^{-i(2\kappa-\theta_1)X}}{\sqrt{2\pi X}} dX \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{i}{\theta_1} (1 - e^{-i2\theta_1}) \right\} \end{aligned}$$

Une intégrale de Fresnel peut être mise en évidence en effectuant le changement de variable, $Y = (2\kappa - \theta_1)X$ dans l'intégrale restante :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mn}^2(\eta, K_c, K_\eta) &= \frac{e^{i\theta_2}}{\pi\theta_1\sqrt{2\pi(\bar{K}_c + \beta^2\kappa)}} \left\{ (1-i) \left[\mathcal{F}^*[4\kappa] - \sqrt{\frac{2\kappa}{2\kappa - \theta_1}} e^{-i\theta_1} \mathcal{F}^*[2(2\kappa - \theta_1)] \right] \right. \\ &\quad \left. + i \left(1 - e^{-i2\theta_1} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.37)$$

Enfin, pour une rafale subcritique, l'intégrale s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mn}^{\prime 2}(\eta, K_c, K_\eta) &= \int_0^2 g_2'(\bar{y}_1, K_c, K_\eta) e^{ib\varphi_{mn}(\eta)(\bar{y}_1-1)} d\bar{y}_1 \\ &= - \int_0^2 \frac{e^{-i\pi/4}}{\pi\sqrt{(\bar{K}_c - i\beta^2\kappa')2\pi}} \left\{ 1 - \operatorname{erf}[\sqrt{2\kappa'(2 - \bar{y}_1)}] \right\} \\ &\quad e^{\bar{y}_1(iM_\zeta\mu - \kappa') + ib\varphi_{mn}(\eta)(\bar{y}_1-1)} d\bar{y}_1 \\ &= \frac{e^{i\theta_2}}{\pi\sqrt{2\pi(\bar{K}_c - i\beta^2\kappa')}} \left\{ \int_0^2 \operatorname{erf}[\sqrt{2\kappa'(2 - \bar{y}_1)}] e^{-i\theta_1'\bar{y}_1} d\bar{y}_1 \right. \\ &\quad \left. - \int_0^2 e^{-i\theta_1'\bar{y}_1} d\bar{y}_1 \right\} \end{aligned} \quad (2.38)$$

où $\theta_1' = -M_\zeta\mu - i\kappa' - b\varphi_{mn}(\eta)$. On pose ensuite $X = 2 - \bar{y}_1$, ce qui donne :

$$\mathcal{L}_{mn}^{\prime 2}(\eta, K_c, K_\eta) = \frac{e^{i\theta_2}}{\pi\sqrt{2\pi(\bar{K}_c - i\beta^2\kappa')}} \left\{ e^{-i2\theta_1} \int_0^2 \operatorname{erf}[\sqrt{2\kappa'X}] e^{i\theta_1'X} dX + \frac{i}{\theta_1'} [1 - e^{-i2\theta_1'}] \right\}$$

Une intégration par parties est une nouvelle fois utilisée :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mn}^{\prime 2}(\eta, K_c, K_\eta) &= \frac{e^{i\theta_2}}{\pi\sqrt{2\pi(\bar{K}_c - i\beta^2\kappa')}} \left\{ \frac{-ie^{-i2\theta_1}}{\theta_1'} \operatorname{erf}[\sqrt{4\kappa'}] \right. \\ &\quad \left. + \frac{i}{\theta_1'} 2\sqrt{\kappa'} \int_0^2 \frac{e^{iX(\theta_1' + 2i\kappa')}}{\sqrt{2\pi\kappa'X}} dX + \frac{i}{\theta_1'} [1 - e^{-i2\theta_1'}] \right\} \end{aligned}$$

On peut faire apparaître une intégrale de Fresnel à l'aide du changement de variable, $Y = X\theta_3$ avec $\theta_3 = \theta_1' + 2i\kappa'$, ce qui permet d'obtenir le résultat final :

$$\mathcal{L}_{mn}^{\prime 2}(\eta, K_c, K_\eta) = \frac{ie^{i\theta_2}}{\theta_1'\pi\sqrt{2\pi(\bar{K}_c - i\beta^2\kappa')}} \left\{ 1 - e^{-i2\theta_1'} - \operatorname{erf}[\sqrt{4\kappa'}] + 2e^{-i2\theta_1'} \sqrt{\frac{\kappa'}{\theta_3}} \mathcal{F}[2\theta_3] \right\} \quad (2.39)$$

Dans tous les cas (types de rafales et contributions), on retrouve bien les résultats d'Amiet pour $\varphi_{mn} = \frac{k(x - M_\zeta S_0)}{\beta^2 S_0}$.

On peut finalement écrire la DSP de l'amplitude modale de la manière suivante :

$$\begin{aligned} E \left[|A_{mn}(\omega)|^2 \right] &= \frac{(\pi\rho_0 b)^2 U_c}{|\Delta_{mn}|^2 \Gamma_{mn}^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\xi\xi}(K_c, K_\eta) \\ &\quad \int_{-d}^d \left(k_{mn}n_x + \frac{mn_\theta}{\eta} \right) C_{mn}(\eta) e^{-iK_\eta\eta} \mathcal{L}_{mn}(\eta, K_c, K_\eta) d\eta \\ &\quad \int_{-d}^d \left(k_{mn}n_x + \frac{mn_\theta}{\eta'} \right) C_{mn}(\eta') e^{iK_\eta\eta'} \mathcal{L}_{mn}^*(\eta', K_c, K_\eta) d\eta' dK_\eta \end{aligned} \quad (2.40)$$

Détermination numérique des intégrales surfaciques

Pour résoudre les équations 2.30 et 2.40, il est nécessaire de calculer les intégrales numériquement. Il est donc intéressant d'effectuer préalablement des études de convergence en maillage. Traitons dans un premier temps les intégrales dans la direction de l'envergure. Pour cela, trois différents maillages sont utilisés pour résoudre l'équation 1.43 rappelée ci-après :

$$\int_{-d}^d \int_{-d}^d e^{-i\left(\frac{ky}{S_0} - K_\eta\right)(\eta' - \eta)} d\eta d\eta' = 4 \frac{\sin^2 \left[\left(\frac{ky}{S_0} - K_\eta \right) d \right]}{\left(\frac{ky}{S_0} - K_\eta \right)^2}$$

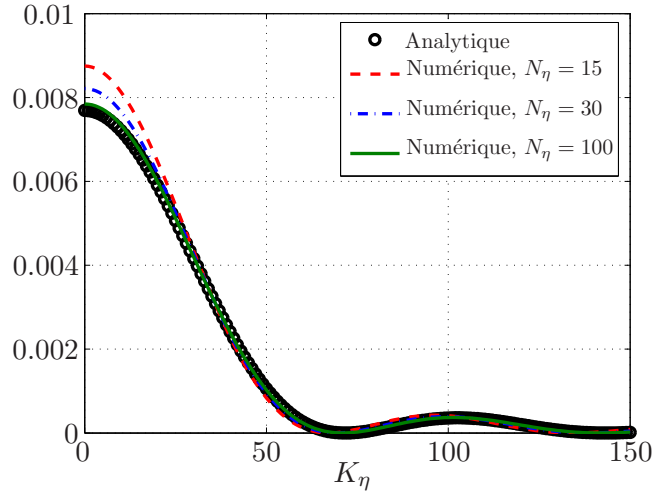


FIG. 2.2 – Convergence de maillage pour la résolution numérique de l'intégrale 1.43.

Les points sont répartis uniformément et leur nombre selon l'envergure, N_η , varie entre 15 et 100. Une envergure de 9 cm est choisie pour ce cas test. La figure 2.2 illustre les résultats ainsi obtenus. Même si quelques écarts sont visibles avec 30 ou 100 points, on constate en pratique que les niveaux sonores restent quasi-constants à partir de 30 points.

En ce qui concerne l'intégrale selon les nombres d'ondes K_η , aucune solution de référence n'existe ; ainsi, une étude de convergence doit être réalisée pour chaque cas.

Dans le cas de l'équation 2.40, ces deux intégrales sont les seules à devoir être résolues numériquement. Cependant, dans la pratique, la résolution de l'équation 2.30 est plus rapide que celle de l'équation 2.40. En effet, la résolution de l'équation 2.40 nécessite l'appel aux fonctions de Fresnel ou à la fonction erreur à de très nombreuses reprises. Ceci est dû au caractère modal de la fonction de transfert aéroacoustique et à sa dépendance en envergure. En revanche, dans le cas de l'équation 2.30, la fonction de portance réduite est certes déterminée pour tous les points nécessaires à la résolution numérique de l'intégrale selon la corde, mais ce calcul n'est fait qu'une seule fois. Ainsi, une étude sur le maillage à adopter pour la résolution numérique de l'intégrale selon ζ est proposée.

La résolution numérique de $\mathcal{L}^0(K_c, K_\eta)$, correspondant à l'équation 2.32 avec $\varphi_{mn} = 0$, est effectuée pour trois maillages avec un nombre de points, N_ζ , allant de 15 à 100. Dans un premier temps, la répartition des points est faite de manière uniforme. Le profil de corde

$c = 0,10$ m est placé dans un écoulement de 40 m/s. Le calcul est fait pour trois nombres d'ondes aérodynamiques différents : 0, 50 et 100. Les résultats ainsi obtenus sont présentés sur la figure 2.3 et ne sont pas satisfaisants. Même avec un nombre de points égal à 100, des écarts relativement importants sont visibles.

Cependant, sachant que, lors d'une interaction turbulence-profil, les niveaux de charges instationnaires sont concentrés au niveau du bord d'attaque, différents maillages sont testés avec un raffinement près du bord d'attaque et une progression géométrique.

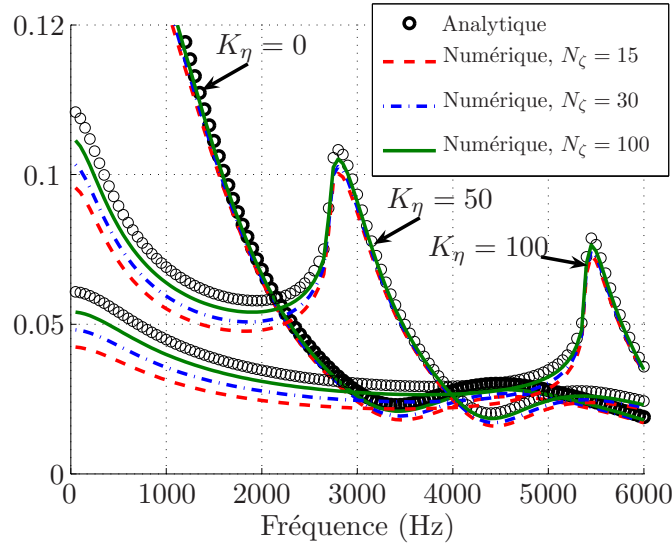


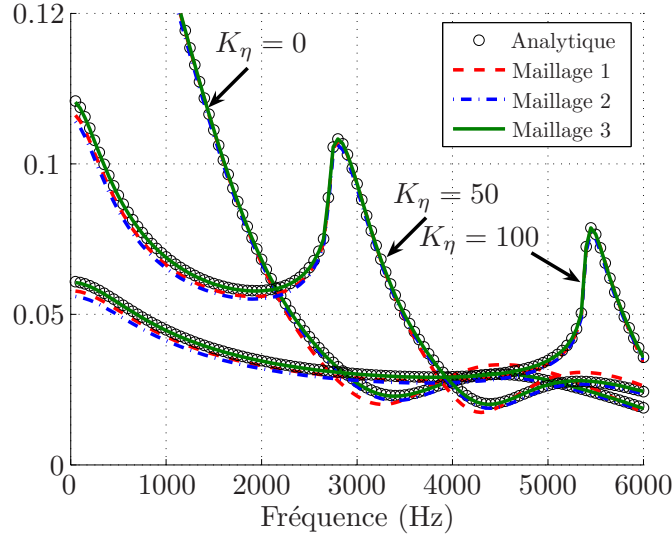
FIG. 2.3 – Convergence de maillage pour la résolution numérique de $\mathcal{L}^0(K_c, K_\eta)$.

	N_ζ	q	$\Delta\zeta_1$
Maillage 1	15	1,15	2
Maillage 2	30	1,11	0,5
Maillage 3	100	1,09	0,001

TAB. 2.1 – Caractéristiques des différents maillages.

Les caractéristiques des trois nouveaux maillages sont résumées dans le tableau 2.1, où q est la raison géométrique et $\Delta\zeta_1$ est la taille du premier élément en pourcentage de corde. La figure 2.4 expose les résultats de cette analyse.

Au regard des résultats obtenus, cette technique de maillage semble être adéquate. En effet, même si quelques écarts subsistent, les solutions sont satisfaisantes à partir de 30 points. Avec le Maillage 3, comprenant 100 points, l'accord entre la résolution analytique et numérique est parfait. Le maillage à 15 points présente des écarts plus importants, en particulier au niveau des rebonds secondaires en hautes fréquences. Il s'agit là d'effets de compacité, accentués sur la figure 2.5, qui expose les valeurs prises par $\mathcal{L}^0$ pour une corde deux fois plus grande. Le Maillage 2 fournit encore des résultats corrects. En revanche, les erreurs sont plus importantes lors de l'utilisation du Maillage 1.


 FIG. 2.4 – Utilisation de maillages optimisés pour la résolution numérique de $\mathcal{L}^0(K_c, K_\eta)$.

Source acoustiquement compacte en corde et en envergure

Le but ici est de simplifier l'expression 2.40 en introduisant des hypothèses sur la compacité acoustique des sources. Ainsi, si les effets constatés sont faibles, le temps de restitution des résultats pourra être diminué. Si au lieu de considérer une répartition de dipôles à la surface du profil, on ne considère qu'un point source, alors dans ce cas R_{mn} ne dépend plus de la position sur le profil et peut être sorti des intégrales surfaciques, ce qui donne :

$$E \left[|A_{mn}(\omega)|^2 \right] = \frac{(\pi \rho_0)^2 U_c}{|\Delta_{mn}|^2 \Gamma_{mn}^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\xi\xi}(K_c, K_\eta) \left| R_{mn}(\vec{Y}_c, \omega) \right|^2 \int_{\zeta} \int_{\zeta'} g(\zeta, K_c, K_\eta) g^*(\zeta', K_c, K_\eta) d\zeta d\zeta' \int_{\eta} \int_{\eta'} e^{ik_\eta(\eta' - \eta)} d\eta d\eta' dK_\eta \quad (2.41)$$

$\vec{Y}_c(\zeta_c, \eta_c, \xi_c)$ est la position du point source dans le conduit. On peut, comme précédemment, intégrer analytiquement dans la direction de la corde :

$$E \left[|A_{mn}(\omega)|^2 \right] = \frac{(\pi \rho_0 b)^2 U_c}{|\Delta_{mn}|^2 \Gamma_{mn}^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\xi\xi}(K_c, K_\eta) \left| R_{mn}(\vec{Y}_c, \omega) \right|^2 |\mathcal{L}^0(K_c, K_\eta)|^2 \int_{\eta} \int_{\eta'} e^{ik_\eta(\eta' - \eta)} d\eta d\eta' dK_\eta \quad (2.42)$$

Comme dans le cas du profil en champ libre, l'intégration selon η peut également être faite analytiquement :

$$E \left[|A_{mn}(\omega)|^2 \right] = \frac{4\pi d(\pi \rho_0)^2 U_c}{|\Delta_{mn}|^2 \Gamma_{mn}^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\xi\xi}(K_c, K_\eta) \left| R_{mn}(\vec{Y}_c, \omega) \right|^2 |\mathcal{L}^0(K_c, K_\eta)|^2 \frac{\sin^2(K_\eta d)}{\pi d(K_\eta)^2} dK_\eta \quad (2.43)$$

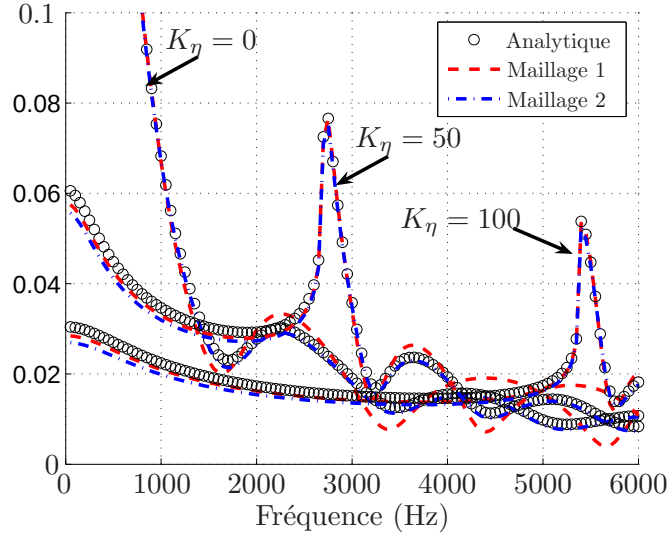


FIG. 2.5 – Utilisation de maillages optimisés pour la résolution numérique de $\mathcal{L}^0(K_c, K_\eta)$ ($c = 2c$).

En utilisant une hypothèse de grande envergure, le sinus cardinal tend vers un Dirac pour obtenir la formulation bidimensionnelle suivante :

$$E \left[|A_{mn}(\omega)|^2 \right] = \frac{4\pi d(\pi\rho_0 b)^2 U_c}{|\Delta_{mn}|^2 \Gamma_{mn}^2} \Phi_{\xi\xi}(K_c, 0) \left| R_{mn}(\vec{Y}_c, \omega) \right|^2 \left| \mathcal{L}^0(K_c, 0) \right|^2 \quad (2.44)$$

Source acoustiquement compacte en envergure et non-compacte en corde

Le paragraphe précédent a montré que l'hypothèse de compacité en envergure permet plus de simplification que celle dans la direction de la corde. Ainsi, une solution intermédiaire entre les équations 2.44 et 2.40 consiste à modéliser une source compacte en envergure tout en conservant les effets de non-compacité en corde. Les sources sont alors caractérisées par une répartition linéique à la position radiale η_c . Dans ce cas, l'amplitude modale est donnée par l'équation 2.45 :

$$E \left[|A_{mn}(\omega)|^2 \right] = \frac{4\pi d(\pi\rho_0 b)^2 U_c}{|\Delta_{mn}|^2 \Gamma_{mn}^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\xi\xi}(K_c, K_\eta) \int_{\zeta} \int_{\zeta'} (R_{mn}(\eta_c, \zeta, \omega) g(\zeta, K_c, K_\eta)) (R_{mn}(\eta_c, \zeta', \omega) g(\zeta', K_c, K_\eta))^* d\zeta d\zeta' \frac{\sin^2(k_\eta d)}{\pi d(K_\eta)^2} dK_\eta \quad (2.45)$$

En faisant apparaître la fonction de transfert aéroacoustique modale, $\mathcal{L}_{mn}(\eta_c, K_c, K_\eta)$, on obtient :

$$E \left[|A_{mn}(\omega)|^2 \right] = \frac{4\pi d(\pi\rho_0 b)^2 U_c}{|\Delta_{mn}|^2 \Gamma_{mn}^2} \left[\left(k_{mn} \sin \delta_r - \frac{m \cos \delta_r}{\eta_c} \right) C_{mn}(\eta_c) \right]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\xi\xi}(K_c, K_\eta) |\mathcal{L}_{mn}(\eta_c, K_c, K_\eta)|^2 \frac{\sin^2(K_\eta d)}{\pi d(K_\eta)^2} dK_\eta \quad (2.46)$$

La formulation 2D s'écrit alors :

$$E \left[|A_{mn}(\omega)|^2 \right] = \frac{4\pi d(\pi \rho_0 b)^2 U_c}{|\Delta_{mn}|^2 \Gamma_{mn}^2} \left[\left(k_{mn} \sin \delta_r - \frac{m \cos \delta_r}{\eta_c} \right) C_{mn}(\eta_c) \right]^2 \Phi_{\xi\xi}(K_c, 0) |\mathcal{L}_{mn}(\eta_c, K_c, 0)|^2 \quad (2.47)$$

Cette dernière formulation possède certains avantages. Premièrement, l'intégrale sur les nombres d'ondes, très coûteuse en temps de calcul, est évitée. Deuxièmement, la formulation prend en compte les effets de compacité selon la corde. De plus, le modèle étant bidimensionnel, les valeurs paramétriques du problème peuvent varier dans la direction radiale en découpant le profil en tranches, comme dans le cadre d'un profil isolé (voir section 1.1.7). Cette approche permet de prendre en compte la compacité en envergure au niveau des opérateurs de propagation. Le seul point négatif vient de l'hypothèse d'une envergure infiniment grande par tranches. Ainsi, les rafales subcritiques, dont l'importance dans le cas d'un profil à faible allongement a été soulignée au chapitre 1, sont négligées.

Points singuliers de la fonction de Green

Le calcul de la fonction de Green en conduit annulaire (ou cylindrique) présente des singularités lorsque l'on cherche à prévoir la propagation d'un mode à une fréquence égale à sa fréquence de coupure. En effet, le discriminant Δ_{mn} tend vers zéro au dénominateur lorsque le mode est coupé. En conséquence, même si les modes coupés ne sont pas résolus, les modes très proches de la fréquence de coupure présentent des niveaux anormalement élevés. On peut mettre en évidence ce phénomène par application de la formulation 2.44. On considère un conduit cylindrique ayant un rayon de 0,25 m. On suppose que la turbulence incidente est uniforme radialement et azimutalement et définie à l'aide d'un spectre de Von-Kármán avec les caractéristiques suivantes :

- $U_c = 40$ m/s ;
- $TI = 5$ % ;
- $\Lambda = 0,006$ m.

Les profils du stator sont assimilés à une plaque plane de 0,10 m et d'envergure 0,09 m avec un angle de calage 15° . La vitesse axiale dans le conduit pour la propagation est de 14 m/s et un stator à 16 aubes est considéré. Ces valeurs correspondent aux grandeurs caractéristiques du banc d'essai du DLR. On observe alors clairement sur la figure 2.6 de nombreux pics qui émergent du spectre à large bande.

Le traitement proposé ici consiste à modifier la fréquence de coupure de manière à ne pas prendre en compte les modes proches de la coupure, ces derniers ne contribuant que faiblement au niveau sonore total. Ainsi, l'expression, $f < f_c$, devient, $f - f_c < \Delta f$. Une approche similaire a notamment été utilisée par Doak [32]. Cependant, le limiteur Δf doit être choisi avec précaution. Comme le montre la figure 2.7, un limiteur trop faible ($\Delta f = 20$ Hz) ne supprime pas suffisamment les raies ; en revanche une correction trop importante comme ici avec $\Delta f = 200$ Hz, entraîne une forte diminution du niveau. Une solution optimale correspond à un filtrage avec $\Delta f = 50$ Hz, supprimant la majorité des pics, sans modifier significativement le niveau global. Pour traiter ce problème, on peut également citer la technique de Lane [60]

qui introduit un terme de viscosité dans l'équation d'onde pour dissiper ces divergences.

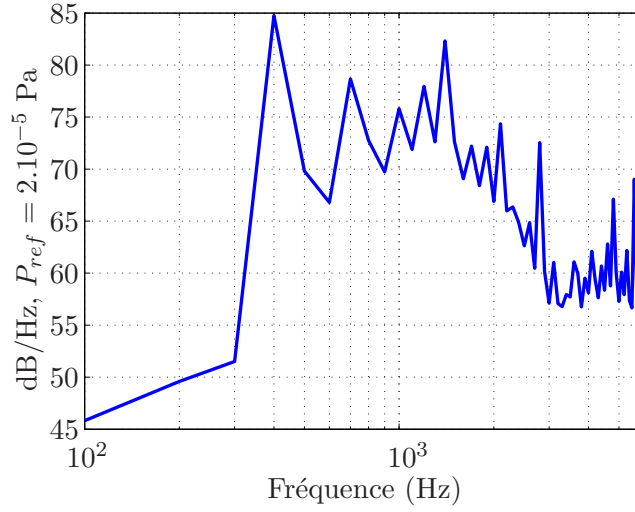


FIG. 2.6 – DSP de pression au carter sans traitement des modes proches de la coupure obtenue par application de la formulation 2.44.

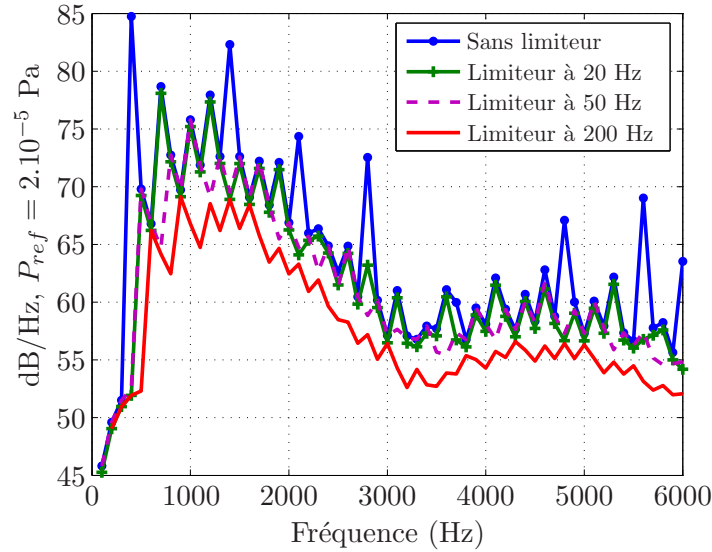


FIG. 2.7 – DSP de pression au carter avec traitement des modes proches de la coupure obtenue par application de la formulation 2.44.

2.3.2 Comparaisons des différentes formulations analytiques

Les différentes formulations précédemment explicitées sont comparées entre elles pour étudier notamment les divers effets de compacité et mettre en avant les compromis les plus adéquats vis-à-vis du temps de calcul et de la précision des résultats. Dans cette section, les caractéristiques du conduit, de la turbulence incidente et du stator sont identiques à celles utilisées précédemment. Pour les formulations compactes, la source est placée au centre du

profil.

Effets de l'hypothèse de compacité en corde

Les figures 2.8(a) et 2.8(b) présentent les résultats de l'application des formulations 2.44 (formulation 2D compacte), 2.43 (formulation 3D compacte), 2.47 (formulation 2D non compacte) et 2.46 (formulation 3D non compacte). Les quatre formulations comparées ici supposent toutes des sources compactes selon η . L'étude vise à quantifier les effets des différentes approches sur l'estimation de la DSP de pression (figure 2.8(a)) et de puissance acoustique (figure 2.8(b)) dans le conduit.

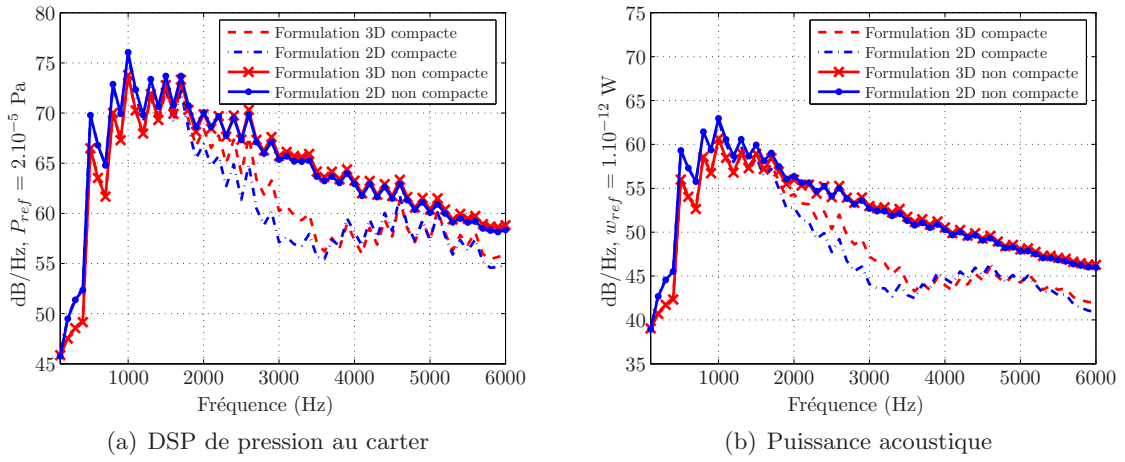


FIG. 2.8 – Effets de la compacité en corde sur les prévisions acoustiques en conduit.

On constate tout d'abord que les effets introduits par ces différentes formulations agissent d'une manière similaire sur la puissance et la pression. Ensuite, les différences entre la formulation 2D et la formulation 3D sont semblables à celles déjà observées en champ libre, à savoir une surestimation en basse fréquence du modèle 2D et une convergence des résultats en haute fréquence. De plus, les effets de compacité sont très importants aux moyennes et hautes fréquences et sont visibles à partir de 1000 Hz. La figure 2.9 compare les formulations compacte et non compacte bidimensionnelles pour différentes grandeurs de corde. Lorsque la corde est très petite, les résultats confirment l'équivalence des deux formulations. Une augmentation de la taille de la corde entraîne des écarts de plus en plus importants et à des fréquences de plus en plus faibles. Pour la formulation compacte, un certain nombre de rebonds sont visibles. Ils correspondent à la longueur d'onde de la corde et à ses harmoniques. En effet, même si la formulation est compacte au niveau de la fonction de Green, la fonction de transfert aéroacoustique étant définie dans le domaine complexe, le terme $\mathcal{L}^0(K_c, K_\eta)$ prend en compte certains effets de phase. Ceci est confirmé sur les figures 2.4 et 2.5 où ces effets sont également présents. En revanche, la prise en compte des termes de phase modaux dans le calcul de la fonction de transfert aéroacoustique tend à lisser ces interférences. On peut également remarquer que tous les calculs semblent converger en haute fréquence, indépendamment de la formulation ou de la taille de la corde.

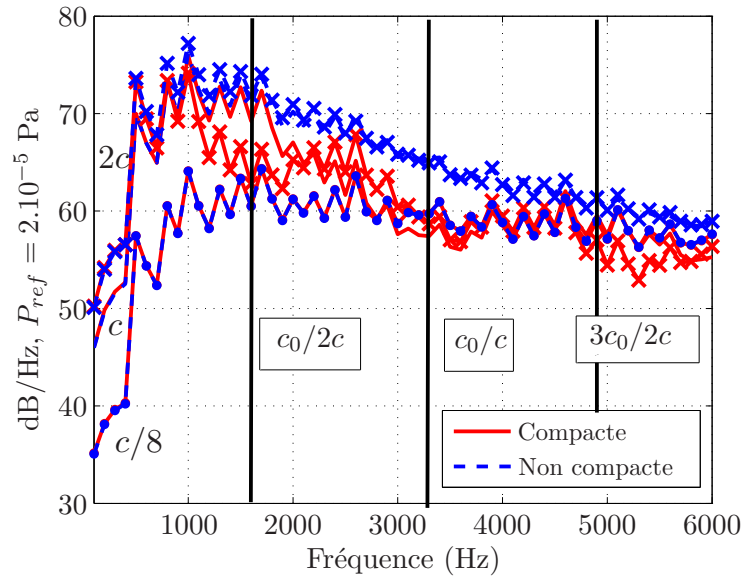


FIG. 2.9 – DSP de pression en fonction de la taille de la corde ($- \bullet - c/8$; $- \times - 2c$). Application des formulations 2.44 (formulation 2D compacte) et 2.47 (formulation 2D non compacte).

Effets de la compacité en envergure

En comparant les résultats des formulations 2.30 et 2.45, les effets dus à la compacité des sources dans la direction radiale peuvent être étudiés. Les figures 2.10(a) et 2.10(b) montrent une augmentation du niveau en haute fréquence. Cependant, l'effet semble plus marqué sur la prévision de pression que sur celle de la puissance. Ceci peut être expliqué par le fait que la puissance est issue d'une grandeur (intensité) intégrée sur une section du conduit ; elle est donc certainement moins sensible à la position de la source par rapport à l'observateur. La convergence parfaite des résultats issus des deux formulations est également vérifiée en réduisant l'envergure du stator.

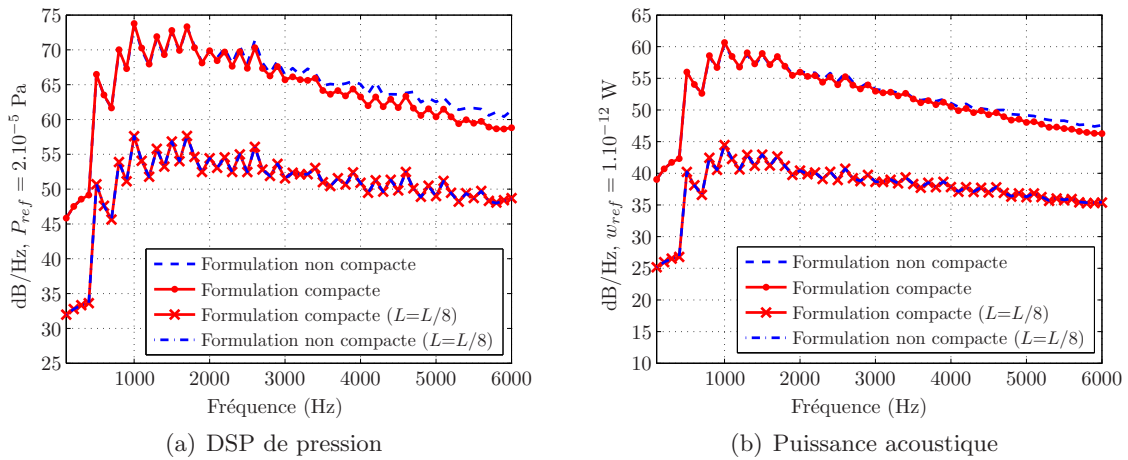


FIG. 2.10 – Effets de la compacité en envergure sur les prévisions acoustiques en conduit.

Découpage en envergure

Comme démontré à la section 1.1.7, seules les formulations bidimensionnelles utilisant une fonction Dirac peuvent être considérées avec un découpage en tronçons du profil, dans le but d'introduire une variation des données dans la direction de l'envergure.

Les données aérodynamiques et géométriques sont alors moyennées par tronçons et la contribution de chaque tronçon est sommée de manière incohérente. De plus, puisque η_c varie à chaque tranche, certains effets de non-compacité peuvent être introduits. On peut donc observer ces effets de non-compacité en envergure en faisant varier le nombre de tronçons pour des valeurs de turbulence et de longueur de corde constantes radialement.

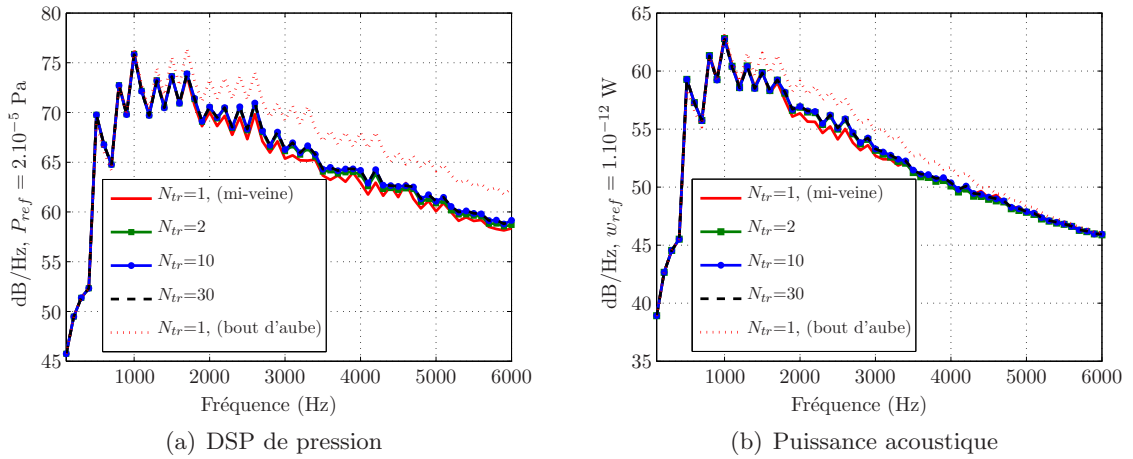


FIG. 2.11 – Effets du découpage en envergure sur les prévisions acoustiques en conduit.

Premièrement, on constate que les différences sont fortement dépendantes de la position radiale des sources. Lorsque une seule tranche est utilisée et que cette tranche est positionnée au centre de la veine, peu d'écarts sont observés entre les solutions obtenues avec 2, 10 ou 30 tranches réparties uniformément. En revanche, si cette tranche est placée près du carter, le niveau augmente de manière significative. De plus, les effets sont beaucoup plus faibles sur l'estimation de la puissance. En effet, la remarque faite à ce sujet au paragraphe précédent est encore valable. Il faut toutefois faire attention à discerner ce cas de celui présenté aux figures 2.10(a) et 2.10(b) : ici, les tronçons, bien que positionnés à des hauteurs de veine différentes, sont indépendants les uns des autres. Les effets de compacité sont uniquement dus à la position des sources dans la veine. Ceci explique la forte dépendance de la position de la source lorsque N_{tr} est petit. Cette étude permet ainsi de déterminer le nombre de tranches à partir duquel l'envergure est suffisamment discrétisée. Pour cette configuration, une solution satisfaisante est obtenue à partir de 10 tronçons.

2.4 Application des modèles analytiques au cas du banc d'essai du DLR

Parmi les différentes formulations développées dans la section précédente, deux d'entre elles ont été mises en avant.

La première, donnée par l'équation 2.30, que l'on notera formulation g (en référence à la fonction de portance réduite) par la suite, est une formulation entièrement non compacte avec une fonction de transfert aéroacoustique tridimensionnelle prenant en compte les rafales subcritiques. Ainsi, aucune hypothèse sur la taille de l'envergure n'est faite. En revanche, les données d'entrée doivent être uniformes selon l'envergure.

La deuxième formulation, que l'on notera formulation d (en référence à la fonction de Dirac), est donnée par l'équation 2.47. Cette formulation est une simplification de la première ; elle permet une prévision beaucoup plus rapide, et permet par ailleurs de prendre en compte l'évolution radiale des paramètres du problème (géométrie du profil et turbulence). Cependant, cette dernière formulation est bidimensionnelle. Ainsi, chaque élément de surface est supposé avoir une envergure infinie et les sources sont supposées compactes dans la direction de l'envergure. Cette section vise à appliquer ces deux formulations sur un cas concret de maquette simplifiée de rotor-stator en conduit appartenant au DLR (projets européens PROBAND et FLOCON) et ce pour différentes conditions de fonctionnement.

2.4.1 Présentation du banc d'essai

Caractéristiques du banc

La figure 2.12 représente une vue schématique du banc d'essai du DLR [55, 34]. Ce banc vise à simuler expérimentalement une interaction rotor-stator dans un conduit semi-infini. La géométrie du conduit est annulaire au niveau des roues, avec un rayon externe de 226,5 mm et un ratio R_e/R_i de 0,613. En aval, la géométrie du conduit devient cylindrique, avec un rayon augmentant jusqu'à 250 mm. La sortie du conduit est traitée (revêtement acoustique) de manière à minimiser les réflexions et simuler un conduit infiniment long.

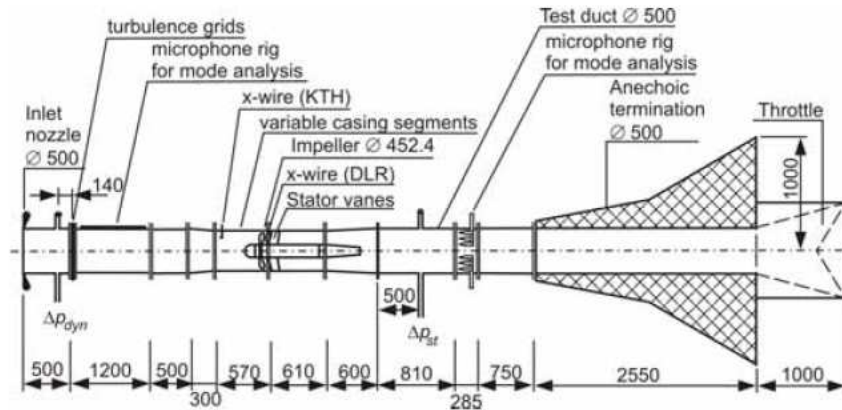


FIG. 2.12 – Schéma du banc d'essai du DLR avec son instrumentation (dimensions en mm).

La roue motrice est constituée d'un rotor de 24 pales et d'un stator de 16 ou 32 aubes de 87,7 mm d'envergure. Les caractéristiques géométriques de la configuration à 16 aubes sont résumées sur la figure 2.13. Dans le cas du stator à 32 aubes, la corde est divisée par deux pour conserver une solidité constante. L'angle d'attaque varie linéairement du pied à la tête du profil entre $42,2^\circ$ et $36,9^\circ$. D'après l'analyse faite au chapitre précédent, l'épaisseur du profil est l'hypothèse la plus restrictive du modèle d'Amiet. Cette hypothèse du modèle

analytique est bien vérifiée ici puisque le profil du stator est de faible épaisseur.

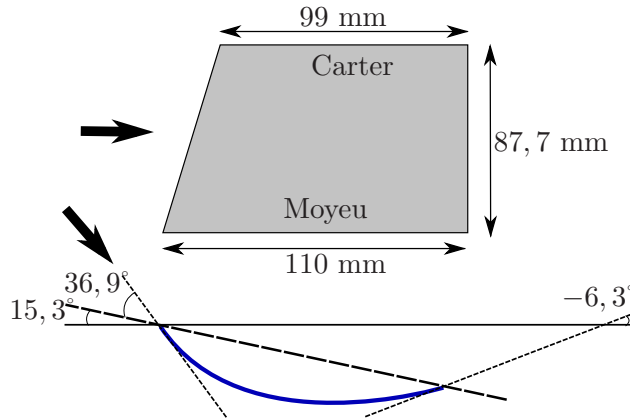


FIG. 2.13 – Géométrie du stator du banc DLR (V=16). Vue schématique de côté (en haut) et profil en bout d'envergure (en bas).

Moyens de mesure et données disponibles

Un certain nombre de mesures ont été réalisées au cours du projet européen PROBAND et peuvent donc être utilisées pour valider les prévisions aérodynamiques et acoustiques. À noter que les données aérodynamiques disponibles en aval du stator peuvent également être utilisées comme données d'entrée des modèles acoustiques. Les mesures de pression acoustique et la détermination de la puissance en conduit sont réalisées à l'aide du peigne de microphones présenté sur la figure 2.14. La puissance acoustique dans le conduit est obtenue en appliquant la méthode proposée par Enghardt et al. [34], qui suppose notamment les modes incohérents.

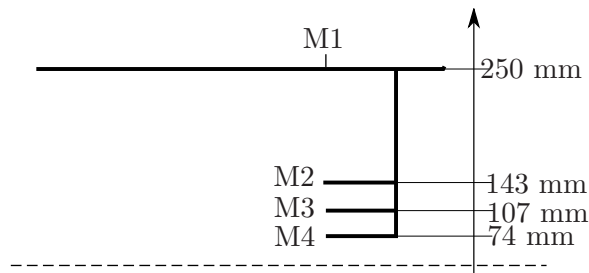


FIG. 2.14 – Position radiale des microphones du banc DLR.

En ce qui concerne les grandeurs aérodynamiques, différentes mesures ont été réalisées dans des sections planes entre les étages du rotor et du stator grâce à des fils chauds à deux composantes. 40 points sont disponibles radialement, avec une répartition non uniforme, afin d'avoir une mesure plus fine en pied et en tête de pale. 936 mesures dans des plans azimutaux ont été faites ce qui permet d'avoir 39 points entre deux sillages. Les mesures ont été moyennées sur 200 rotations.

2.4.2 Utilisation de données issues d'un calcul CFD de type RANS

Bien que les modèles présentés dans cette section soient analytiques, le spectre de fluctuation de vitesse incidente doit être déterminé. Pour cela, le spectre semi-empirique de Von-Kármán est utilisé. Cependant, un certain nombre de données sont nécessaires pour calibrer ce spectre :

- la vitesse de convection, U_c ;
- l'intensité turbulente, $TI = \frac{\sqrt{2/3\mathcal{K}}}{U_s}$ où $\mathcal{K}$ est l'énergie cinétique et U_s est la norme de la vitesse absolue ;
- l'échelle intégrale, Λ .

Ces données doivent être déterminées juste en amont du stator. Bien qu'il soit possible de modéliser la distribution spatiale du sillage en fonction de l'azimuth comme proposé par Nallasamy et al. [79] et Jurdic et al. [54], les données d'entrée sont supposées uniformes azimuthalement. Cette moyenne azimuthale préserve l'énergie totale mais la répartition de cette énergie dans l'espace fréquentiel est certainement affectée à cause des échelles intégrales différentes du sillage et de la turbulence de fond. Cependant, cette hypothèse semble toutefois raisonnable lorsque, comme ici, un modèle de réponse de profil isolé est utilisé, à l'inverse d'un modèle de réponse de grille pour laquelle les relations de phase d'une aube à l'autre jouent un rôle important. Une première manière de déterminer ces données consiste à utiliser un calcul aérodynamique de type RANS.

Description du calcul RANS

Dans le cadre du projet européen FLOCON, des calculs RANS stationnaires, tridimensionnels dans le repère du rotor ont été réalisés avec le code de CFD *elsA* par Raphael Barrier au sein du département d'aérodynamique appliqué de l'Onera. Un schéma du second ordre centré de Jameson pour la discrétisation spatiale et un schéma d'Euler décentré du premier ordre en temps ont été utilisés. Le modèle de turbulence utilisé est le modèle K-L de Smith [110]. Le maillage multiblocs est structuré et est composé d'un million d'éléments. Il s'étend sur un canal inter-aubes du rotor possédant 24 pales et sur trois cordes en aval.

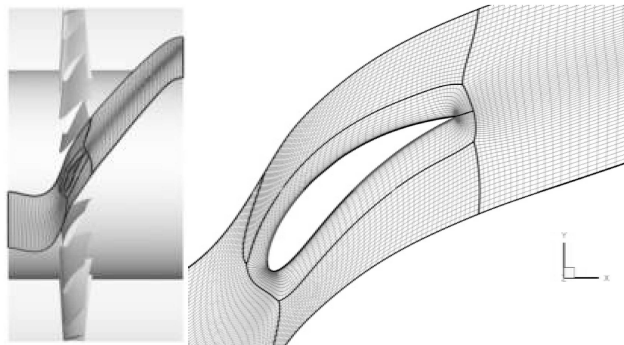


FIG. 2.15 – Maillage du calcul RANS. Vue d'ensemble du canal inter-aube (à gauche) et du rotor (à droite).

La taille de la première maille est telle que Δy^+ est proche de 1 sur toute la surface du rotor. Le maillage est visualisé sur la figure 2.15.

Deux plans de sortie ont été créés, comme représenté sur la figure 2.16, le premier à 11,5 mm du rotor, pour les comparaisons avec les mesures disponibles que l'on notera X2 et un autre au plus près du bord d'attaque du stator pour l'exploitation acoustique. A noter également que le stator n'est pas inclus dans le calcul ; les effets potentiels induits par ce dernier sont donc négligés.

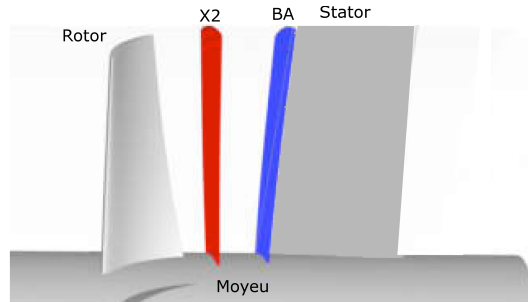


FIG. 2.16 – Plans d'extraction des données du calcul RANS.

Comparaison des données aérodynamiques expérimentales et numériques

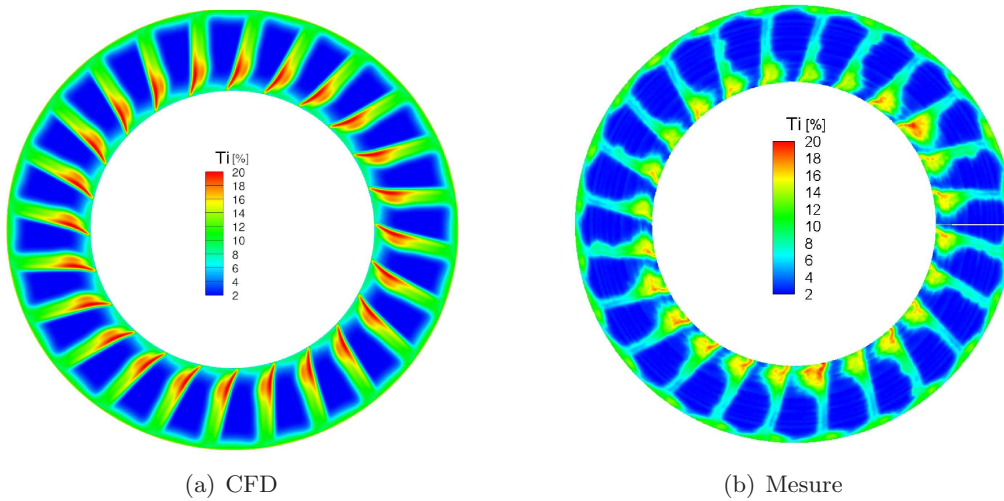


FIG. 2.17 – Comparaison du taux de turbulence dans la section X2 prévu par le calcul CFD et mesuré au banc d'essai.

Les analyses sont faites sur les données précédemment explicitées et nécessaires à la réalisation des prévisions acoustiques. En ce qui concerne la vitesse de convection, il a été fait le choix de la considérer égale à la vitesse absolue dans le repère du stator. En effet, si le point de fonctionnement de l'étage rotor-stator est adapté, alors l'écoulement doit impacter le bord d'attaque du stator sans incidence, ce qui correspond aux conditions d'utilisation du modèle d'Amiet. Le point de fonctionnement choisi est caractérisé par une vitesse en entrée de 13 m/s, un nombre de Mach en bout de pale de 0,220. Le taux de compression est de 1,014

et la vitesse de rotation du rotor est de 3238 tr/mn.

La figure 2.17 compare la mesure et le calcul de TI dans la section $X2$. Comme le montre le profil radial obtenu après une moyenne azimutale des données et présenté sur la figure 2.18, la veine peut clairement être divisée en trois parties. Cette division est également retrouvée par le calcul CFD mais de manière moins marquée. La partie basse de la veine est caractérisée par un fort décollement au niveau du pied de pale qui est sous-estimé par le calcul. En revanche, on observe une surestimation du taux de turbulence dans toute la partie centrale de la veine. Enfin, dans la dernière partie, le tourbillon en tête de pales est bien traduit par la forte augmentation de TI . Ce dernier décollement semble bien résolu par le calcul.

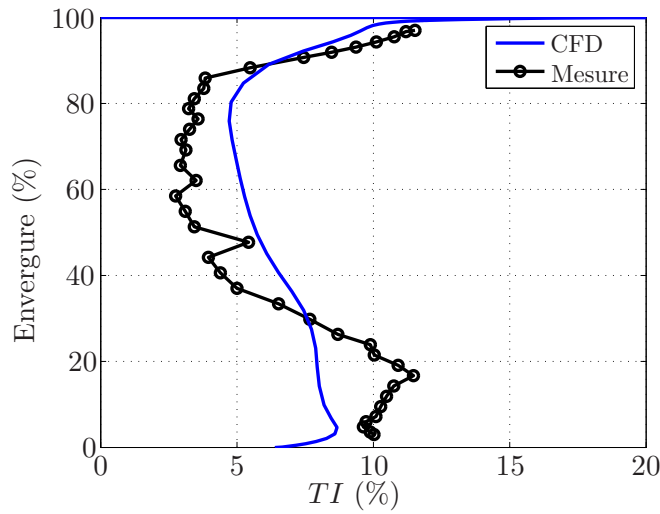


FIG. 2.18 – Profil radial du taux de turbulence dans la section $X2$ prévu par le calcul CFD et mesuré au banc d'essai.

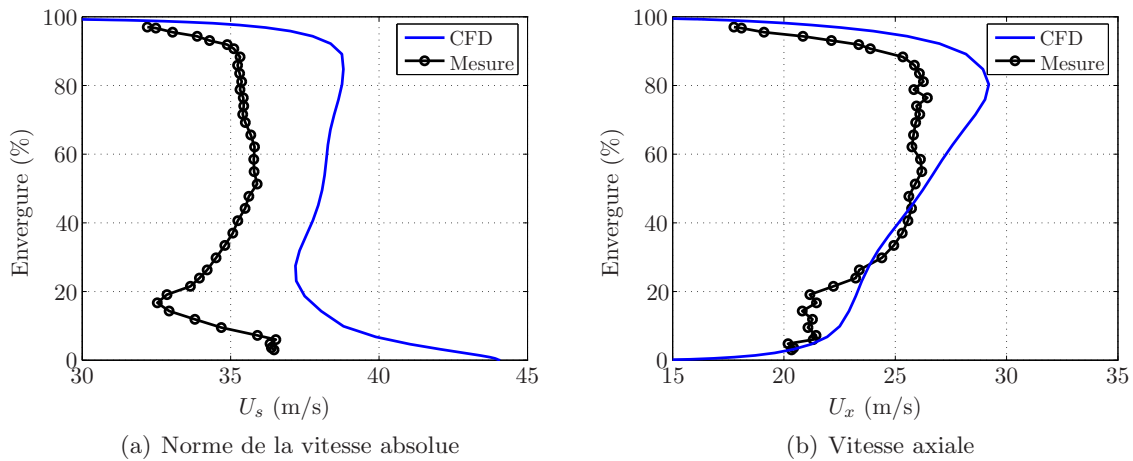


FIG. 2.19 – Comparaison des profils radiaux de vitesse moyenne absolue et axiale dans la section $X2$ prévus par le calcul CFD et mesurés au banc d'essai.

Les figures 2.19(a) et 2.19(b) représentent les profils radiaux de la norme de la vitesse absolue et de la vitesse axiale.

Le profil de U_s montre une surestimation du calcul que l'on retrouve également sur le profil de vitesse axiale. Cependant, en intégrant la vitesse sur la section, le calcul RANS fournit une estimation correcte du débit théorique contrairement à la mesure. Il s'agit peut être d'un problème de calibration de la sonde qui ne devrait pas affecter la mesure de l'intensité turbulente puisqu'il s'agit d'un rapport de vitesses.

Enfin, la dernière grandeur à analyser est l'échelle intégrale. Contrairement au calcul CFD, elle n'est pas fournie directement par la mesure. On utilise alors la loi semi-empirique de Ganz et al. [38] telle que :

$$\Lambda = 0,2W_k \quad (2.48)$$

où $W_k = A/d_k$ est la largeur du sillage. A est l'aire du sillage et d_k le déficit du sillage définis par :

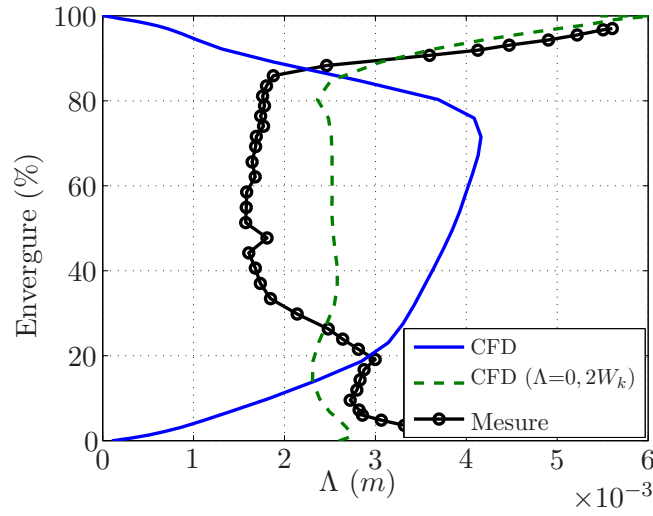
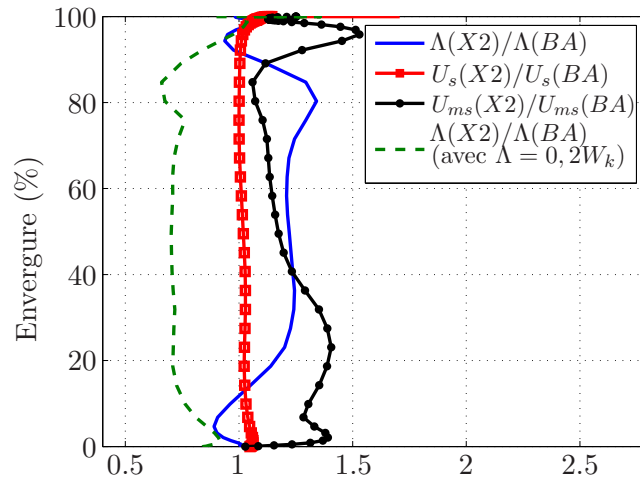
$$A = \int_{-s/2}^{s/2} U_{smax}^r - U_s^r(y) dy \quad (2.49)$$

$$s = 2\pi r/B \quad (2.50)$$

$$d_k = U_{smax}^r - U_{smin}^r \quad (2.51)$$

La norme de la vitesse dans le repère relatif est notée U_s^r .

La même méthode est également appliquée aux résultats du calcul RANS. Ces données sont reportées sur la figure 2.20. Les profils obtenus en utilisant la loi semi-empirique montrent le bon comportement du calcul RANS, avec une légère surestimation des niveaux d'une manière générale. En revanche, la prévision directe de Λ par le code *elsA* fournit une estimation différente. Les longueurs sont beaucoup plus faibles, en particulier dans la zone des tourbillons marginaux en tête et pied de pales. Ces différences s'expliquent principalement par le fait que la loi telle que $\Lambda = 0,2W_k$ est valable uniquement dans le cas d'un sillage et ne s'applique pas pour la turbulence de fond ou pour des décollements secondaires. Les décollements se caractérisent par une augmentation de la largeur du sillage, d'où une augmentation de l'échelle intégrale par la loi semi-empirique. En revanche, le calcul RANS prévoit une diminution de Λ dans ces régions à cause de la présence de la paroi du conduit et de la couche limite qui en résulte.


 FIG. 2.20 – Profil radial de l'échelle intégrale dans la section $X2$.

 FIG. 2.21 – Profil radial de l'évolution des grandeurs aérodynamiques entre $X2$ et BA .

Comme illustré sur la figure 2.16, un plan d'extraction est situé au plus proche du bord d'attaque. Ce sont les données provenant de ce plan qui sont utilisées comme données d'entrée du calcul acoustique. On peut donc étudier l'évolution des grandeurs aérodynamiques vers l'aval en calculant le rapport de certaines grandeurs extraites dans les différents plans. La figure 2.21 expose le rapport de Λ , $U_{ms} = \bar{u}^2 = 2/3\mathcal{K}$ et U_s entre $X2$ et le bord d'attaque du stator noté BA . Comme attendu, la norme de la vitesse, et plus généralement l'écoulement moyen, varie très peu dans la direction axiale. On constate également une diminution de l'intensité turbulente avec la distance axiale, conforme aux résultats empiriques.

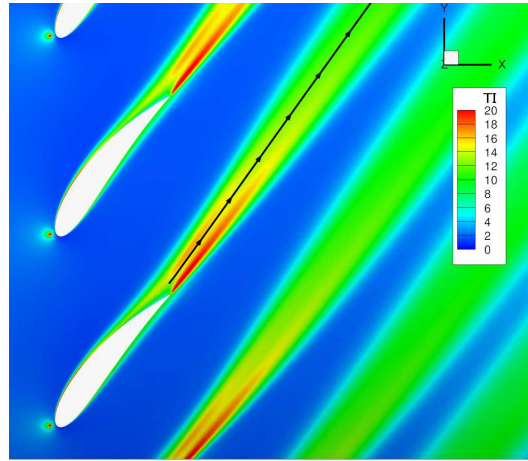
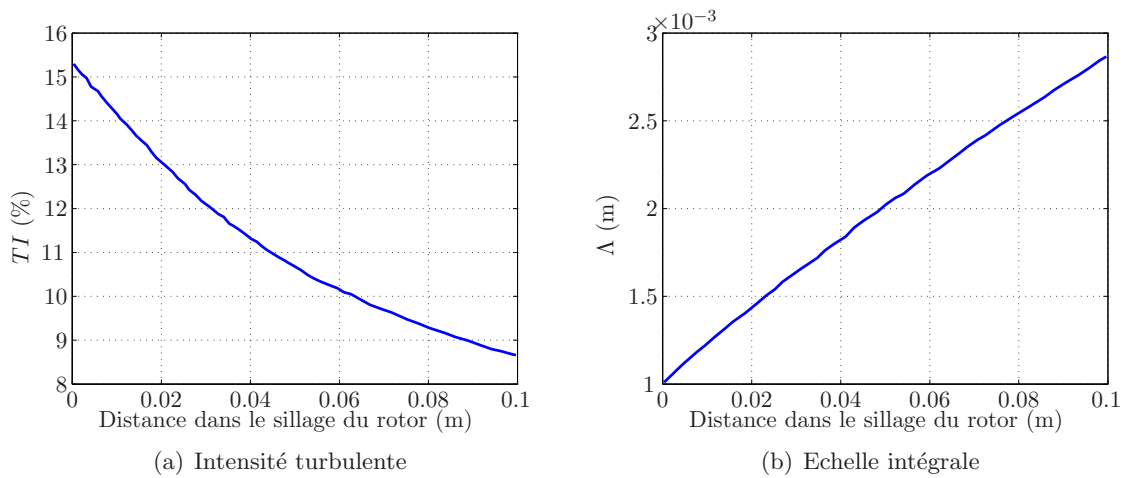


FIG. 2.22 – Ligne d'extraction des données dans le sillage du rotor à mi-hauteur de veine.

Cependant, les prévisions empiriques et numériques de l'échelle intégrale évoluent de manière opposée. L'élargissement du sillage vers l'aval engendre logiquement une augmentation de l'échelle intégrale par la loi empirique. Or, la prévision directe de Λ par la CFD est caractérisée par une diminution de l'échelle intégrale. C'est pourquoi, une analyse complémentaire a été réalisée en extrayant les données en suivant le sillage à mi-hauteur de veine comme exposé sur la figure 2.22.

Les résultats sont présentés sur les figures 2.23(a) et 2.23(b) respectivement pour l'intensité turbulente et l'échelle intégrale. La diminution du taux de turbulence vers l'aval est bien retrouvée. La même tendance est donc observée entre les données moyennées azimuthalement et les données dans le sillage. Dans le cas de l'échelle intégrale, on observe une augmentation en accord avec la loi empirique. Ce dernier point confirme que la relation $\Lambda = 0,2W_k$ n'est valable que dans le sillage. La diminution de l'échelle intégrale dans la direction aval constatée après une moyenne azimuthale est donc certainement due à la prise en compte de la turbulence de fond. Cette analyse démontre que la prise en compte de la distribution spatiale du sillage est peut-être nécessaire.


 FIG. 2.23 – Evolution de TI et Λ dans le sillage en aval du rotor.

Prévisions acoustiques

Les modèles d et g sont maintenant appliqués à partir des données précédemment analysées. Cependant, une question s'est posée sur la fonction de Green à utiliser, le conduit du banc d'essai étant annulaire puis cylindrique. En effet, les modèles analytiques développés ici sont valables uniquement pour des conduits à rayons constants. En dehors de l'utilisation d'une méthode numérique, qui sera traité au chapitre 3, Rienstra [100] propose une méthode semi-analytique pour résoudre ce problème, à condition que la variation de géométrie soit lente. Ici, le cas d'un conduit cylindrique a été retenu pour extraire les données aux mêmes rayons que les micros, ces derniers étant positionnés dans la partie cylindrique du banc (cf. figure 2.14). Cependant, la position des sources (et donc du profil) est conservée comme si le conduit restait annulaire, c'est à dire dans la partie haute de la veine. La première configuration choisie est caractérisée par un stator à 32 aubes. Le rapport de pression étant faible et les sections d'entrée et de sortie quasiment identiques, la vitesse axiale pour la propagation en aval est choisie égale à celle d'entrée, à savoir 13 m/s.

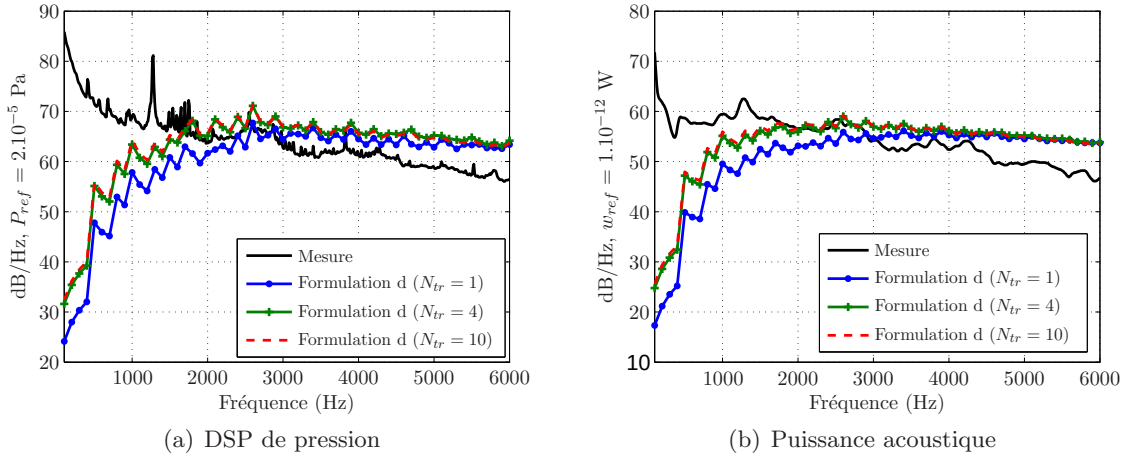
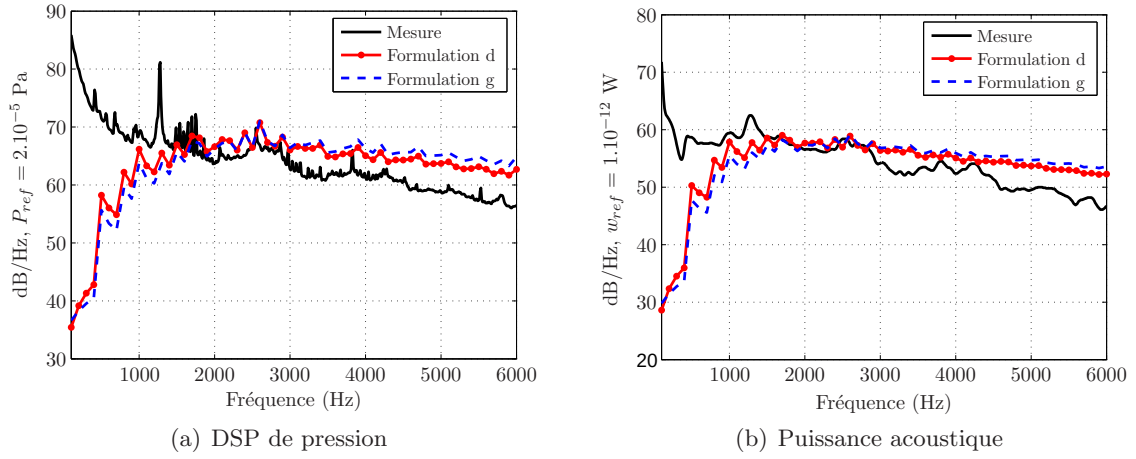
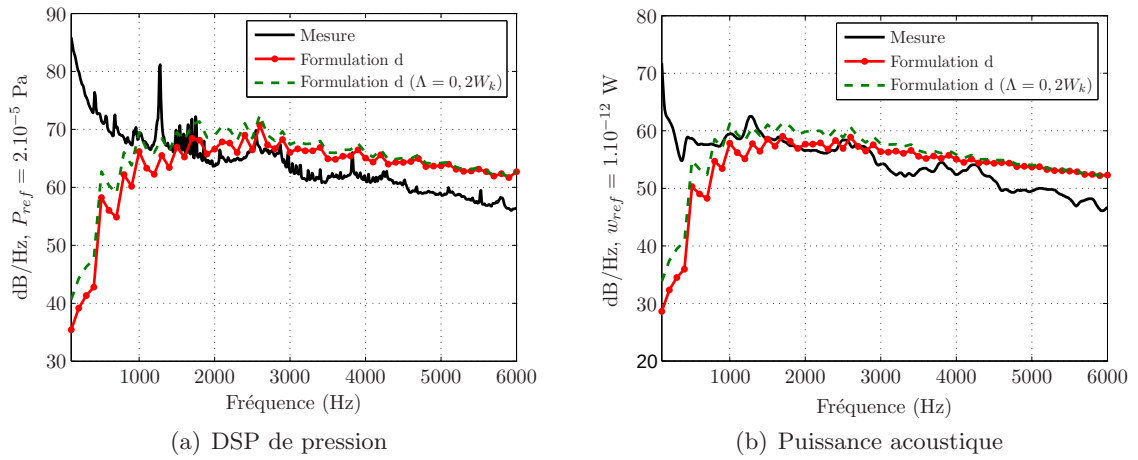


FIG. 2.24 – Effets de l'hétérogénéité en envergure de l'écoulement en amont du stator sur les prévisions du bruit d'interaction rotor-stator.

Dans un premier temps, le nombre de tronçons utilisé avec la formulation d est à déterminer en réalisant le calcul avec un découpage plus ou moins important. Ceci permettra également de juger de l'influence de la variation en envergure des données aérodynamiques dans ce cas. À noter que sur chaque tronçon, les données d'entrée aérodynamiques et géométriques (corde) sont moyennées. Les figures 2.24(a) et 2.24(b) représentent, pour différentes valeurs de N_{tr} , la DSP de pression moyennée sur quatre micros radialement distribués conformément à la figure 2.14, ainsi que le spectre de puissance acoustique en aval du stator. Ce spectre de puissance a fait l'objet d'un filtrage fréquentiel permettant notamment de ne conserver que la partie large bande du spectre en supprimant la partie tonale. L'influence du découpage est important en basse fréquence et semble améliorer le résultat par rapport aux mesures. Une valeur de N_{tr} supérieure à 10 n'est pas nécessaire puisque très peu d'écart sont déjà observables entre $N_{tr} = 4$ et $N_{tr} = 10$. La comparaison des formulations d et g peut alors être faite ; cette comparaison est exposée sur les figures 2.25(a) et 2.25(b).


 FIG. 2.25 – Comparaison des formulations *d* et *g*.

En plus d'un temps de calcul beaucoup plus faible, la formulation *d* fournit une meilleure estimation du bruit propagé dans le conduit, notamment en ce qui concerne les niveaux en basses fréquences et la pente des spectres en hautes fréquences. D'après les analyses faites précédemment, les écarts en basses fréquences proviennent, d'une part de l'hypothèse de grande envergure et, d'autre part, de la variation en envergure des données d'entrée. Ces deux effets tendent à augmenter le niveau des basses fréquences (voir figures 2.24(a) et 2.8(a)). En revanche, les effets de non-compacité en envergure augmentent le niveau des hautes fréquences (voir figure 2.10(a)). Cependant, les deux formulations surestiment les niveaux sur une large partie du spectre. En effet, le niveau sonore est principalement piloté par l'intensité de la turbulence incidente. Le fait que le niveau intégré de l'intensité turbulente dans le plan *BA* soit surestimé par le calcul CFD (respectivement 7,5% pour la CFD et 6% pour la mesure), explique en partie la surestimation des niveaux acoustiques. La forte sous-estimation, visible en très basses fréquences, est vraisemblablement due à la présence d'une source de bruit secondaire autre que l'interaction rotor-stator lors de la mesure.


 FIG. 2.26 – Prévisions acoustique obtenues en utilisant un calcul RANS et la loi $\Lambda = 0,2W_k$.

Jusqu'à présent la valeur de Λ utilisée était celle directement fournie par le calcul RANS. Les résultats d'un autre calcul sont présentés sur les figures 2.26(a) et 2.26(b) en utilisant l'estimation empirique de l'échelle intégrale. Une augmentation des niveaux en basses fréquences est logiquement obtenue puisque la prévision de Λ par la loi empirique augmente la valeur de cette dernière. Ainsi, on constate que l'allure et la pente du spectre semblent s'en trouver améliorées. En pratique, on choisira donc plutôt l'estimation de l'échelle intégrale à partir du sillage issue du calcul comme donnée d'entrée du calcul acoustique.

2.4.3 Utilisation de données expérimentales

Les données expérimentales (ayant servies précédemment pour valider les calculs aérodynamiques) peuvent également être utilisées pour les prévisions acoustiques. Cependant, les données étant disponibles uniquement dans le plan $X2$, elles doivent être extrapolées jusqu'au bord d'attaque du stator. Ainsi, les évolutions calculées à partir du calcul RANS et présentées sur la figure 2.21 sont utilisées. En ce qui concerne l'échelle intégrale, seule la loi $\Lambda = 0,2W_k$ peut alors être utilisée. Les figures 2.27(a) et 2.27(b) présentent les résultats fournis par cette approche.

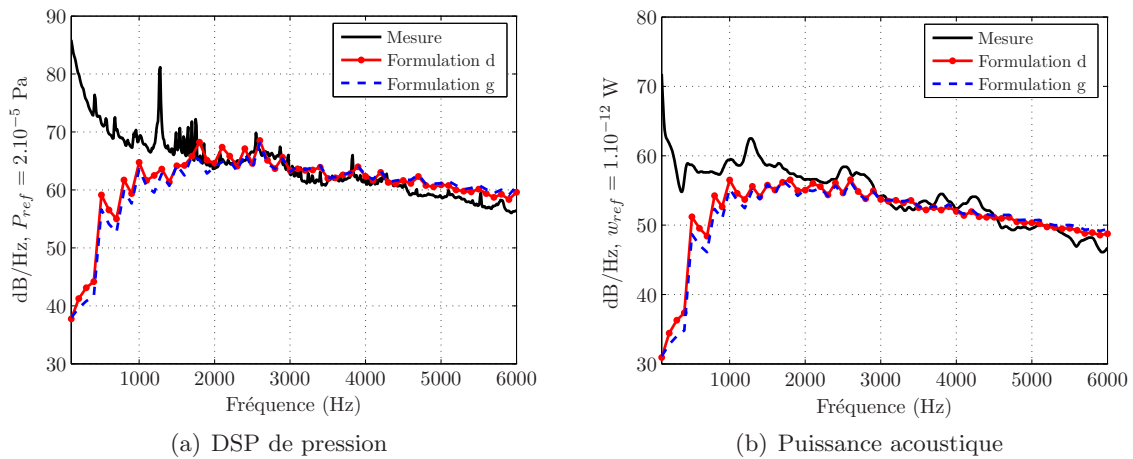


FIG. 2.27 – Prévisions du bruit d'interaction rotor-stator obtenues à partir de données expérimentales.

Tout d'abord, on constate que les écarts entre les formulations d et g sont légèrement plus faibles en utilisant ces données plutôt que les données obtenues numériquement. La formulation d prévoit bien les niveaux et la pente des spectres sur une large gamme de fréquence. Au regard de la pente des spectres et de la position du maximum, l'estimation de l'échelle intégrale via la loi empirique semble satisfaisante.

Le même calcul a été réalisé sur la deuxième configuration, avec un nombre d'aubes du stator égal à 16. Les résultats des prévisions devraient ainsi être améliorés. En effet, le nombre d'aubes du stator étant plus faible, les effets de grille, négligés ici, seront diminués. Cependant, n'ayant pas de calcul RANS disponible sur cette configuration, l'extrapolation des données entre $X2$ et BA est faite avec les mêmes rapports que précédemment. Les données d'entrée de l'écoulement amont entre les deux configurations sont du même ordre de grandeur.

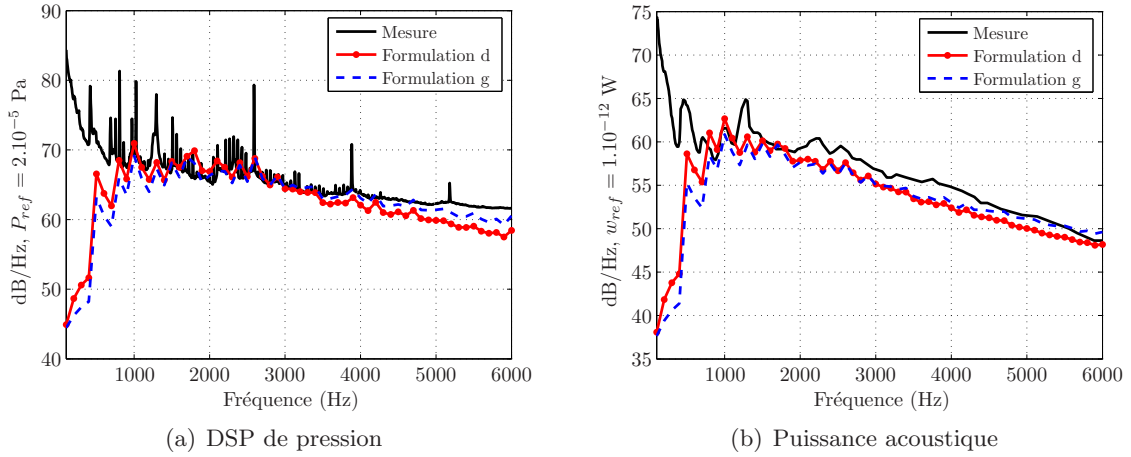


FIG. 2.28 – Prévisions du bruit d'interaction rotor-stator à partir de données expérimentales (configuration 2).

Les figures 2.28(a) et 2.28(b) illustrent les résultats obtenus pour la DSP de puissance et de pression, et ceux pour les deux formulations. Finalement, les erreurs par rapport aux mesures et les écarts entre les formulations sont du même ordre de grandeur que ceux obtenus sur la première configuration avec une légère sous estimation dans ce cas. Même si la formulation d peut être résolue très rapidement, il est difficile d'affirmer qu'une formulation fournie de meilleures prévisions qu'une autre et un choix devra être fait en fonction de la configuration de calcul (allongement et hétérogénéité de l'écoulement amont principalement). Il serait donc intéressant d'appliquer ces formulations sur un cas plus représentatif d'une soufflante moderne de turboréacteur comme le cas SDT (Source Diagnostic Test) de la NASA [127] et d'effectuer des comparaisons avec des modèles plus évolués prenant en compte la réponse aéroacoustique de la grille d'aubes complète et la distribution spatiale du sillage comme celui proposé par Posson [91].

2.5 Utilisation d'un calcul LES

Nous avons, lors du premier chapitre, envisagé l'utilité d'un calcul LES dans la prévision du bruit d'interaction turbulence-profil. En effet, les fluctuations de pression à la surface d'un profil créées par une turbulence incidente peuvent alors être directement intégrées dans l'analogie de FW-H. Le but de cette section est d'utiliser la même approche dans le cadre d'une interaction rotor-stator. Ainsi, la densité interspectrale de puissance S_{qq} de l'équation 2.28 est directement déterminée à partir des données LES.

Lors du projet européen PROBAND, un calcul LES sur une configuration simplifiée d'interaction rotor-stator a été réalisé à l'ONERA à l'aide du code *elsA* par Sébastien Heib. Cette simulation est utilisée ici pour effectuer une prévision acoustique du bruit généré. La configuration du calcul correspond au deuxième cas étudié dans la section précédente (stator à 16 aubes et $N = 3182$ tr/mn).

Dans un premier temps, le calcul LES est présenté en termes de schéma et de maillage. Ensuite, le fait de connaître directement la pression surfacique nous permet d'étudier la

cohérence modale et de vérifier si les modes sont bien indépendants les uns des autres comme dans les hypothèses de calcul de bruit à large bande. Les méthodes présentées au chapitre 1 pour s'affranchir de la limitation de l'étendue radiale du domaine de calcul sont déployées et étendues pour prendre en compte la non-compacité des sources. Enfin, les résultats obtenus seront comparés à des mesures et aux résultats obtenus par la théorie d'Amiet.

2.5.1 Description du calcul LES

Schéma et code de calcul

Le code CFD *elsA* de l'ONERA a été utilisé pour la réalisation de ces calculs LES. Les flux Eulérien sont résolus par un schéma de Jameson et les flux visqueux par un schéma centré d'ordre 2. L'intégration en temps est réalisée par un schéma de Gear et une méthode d'approximation de Newton est utilisée pour résoudre les termes non-linéaires. A chaque itération, une méthode implicite de Gauss-Siedel inverse le système linéaire, ce qui permet d'obtenir un CFL de l'ordre de 20. Enfin, le modèle WALE [81] est utilisé comme modèle de sous maille.

Définition du maillage

Comme déjà précisé précédemment, le code *elsA* résout les écoulements sur des maillages structurés multidomaines. Le maillage utilisé dans ce calcul possède plus de 12 millions de points. Une vue d'ensemble de ce maillage est visible sur la figure 2.29 et des vues détaillées sont représentées sur la figure 2.30. Des critères concernant la taille des mailles ($\Delta x, \Delta y, \Delta z$) sont imposés. Ainsi, les conditions suivantes sont respectées :

$$\Delta x^+ \leq 40; \Delta y^+ \leq 2; \Delta z^+ \leq 20$$

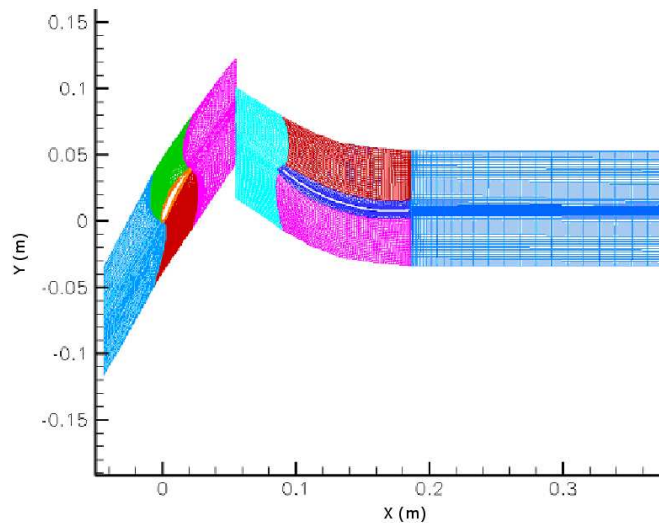


FIG. 2.29 – Maillage (vue d'ensemble) pour un calcul LES d'interaction rotor-stator.

Il s'agit là d'un calcul 2,5D, c'est à dire que le maillage présenté sur les figures 2.29 et 2.30 est dupliqué en envergure sur 4,32 mm avec 37 plans, soit environ 5% de l'envergure totale. Cette tranche est située radialement en tête de pale. Une vue tridimensionnelle de la section du stator simulée est visible sur la figure 2.31. Le nombre de Reynolds basé sur la corde du rotor est égal à 220000. Les conditions aux limites latérales sont assurées par des parois glissantes. Le recours à une telle condition aux limites facilite la mise en oeuvre du calcul LES mais semble incompatible avec la faible étendue radiale considérée ; on peut donc s'attendre à une solution présentant une forte cohérence d'ores et déjà discutable. La vitesse à l'infini amont est imposée comme la condition limite d'entrée et la pression statique en aval comme condition de sortie.

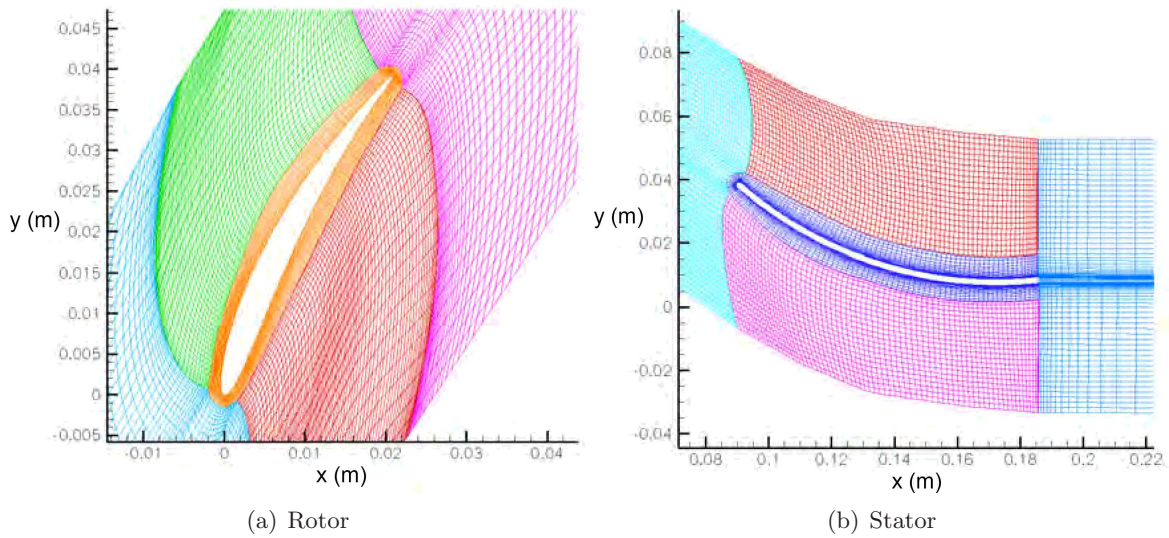


FIG. 2.30 – Détail du maillage utilisé pour un calcul LES d'interaction rotor-stator (1 point sur 4).

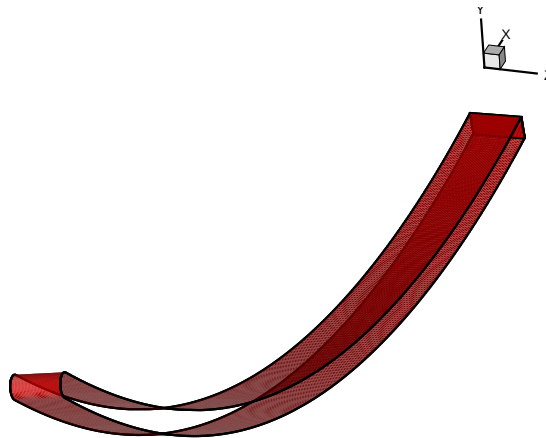


FIG. 2.31 – Vue tridimensionnelle du tronçon de stator sur lequel est effectué un calcul LES d'interaction rotor-stator.

Enfin, une dernière simplification nécessaire concerne le nombre de pales du rotor qui est diminué de telle sorte qu'il soit égal au nombre d'aubes du stator (16). Cette simplification permet de réaliser un calcul 1 : 1 qui limite le domaine de calcul à un canal inter-aube mais modifie la fréquence de passage des aubes et donc le bruit tonal qui en résulte. Ainsi, la fréquence de passage des aubes diminue de 1300 à 800 Hz. En revanche le bruit à large bande ne devrait pas être significativement modifié si l'on suppose que les phénomènes turbulents sont décorrélés d'une aube à l'autre.

Résultats aérodynamiques

Pour simuler un passage d'une pale du rotor, 31 heures de calcul sur un ordinateur vectoriel de type NEC-SX8 sont nécessaires. La figure 2.32 illustre le critère Q (différence entre le tenseur des déformations et le tenseur de rotation du gradient de vitesse) permettant de visualiser les structures cohérentes dans le sillage du rotor venant impacter le stator. Sur la figure 2.32, cette grandeur est colorée par l'entropie.

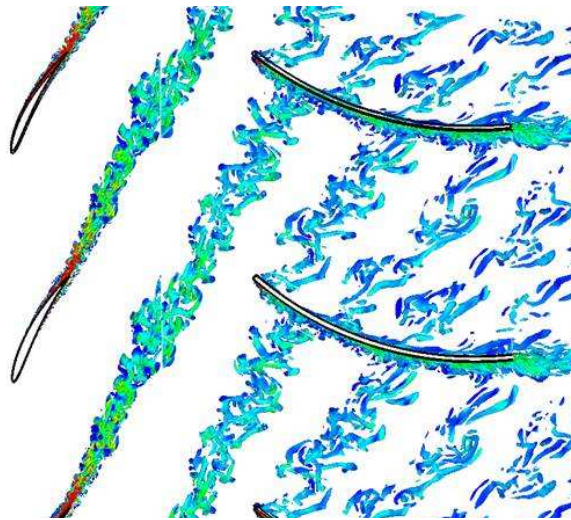


FIG. 2.32 – Critère Q coloré par l'entropie lors de l'interaction rotor-stator obtenue par un calcul LES.

Une analyse préliminaire des résultats est réalisée en stockant la pression surfacique sur 20 points du stator dont la position est précisée sur la figure 2.33. Le pas de temps du calcul aérodynamique est de $1,3 \times 10^{-7}$ s et 1 pas de temps sur 10 a été stocké sur une durée totale de 31,2 ms pour l'exploitation acoustique.

Les signaux temporels, ainsi que les DSP de pression surfacique pour certains des points sont représentés sur la figure 2.34. Les DSP ont été obtenues par la méthode du périodogramme en divisant le signal en 10 blocs se recouvrant légèrement (30%). Le pas fréquentiel ainsi obtenu est de 256 Hz. Même si ce pas fréquentiel peut paraître grand, il est suffisant en pratique pour estimer le bruit à large bande d'une interaction rotor-stator caractérisé par un spectre relativement plat.

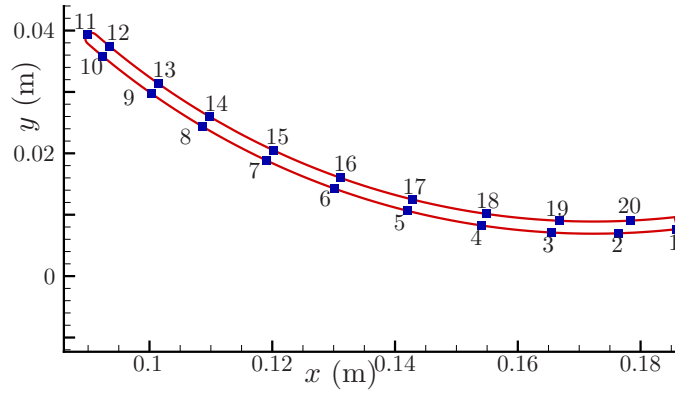


FIG. 2.33 – Localisation des points d'extraction de la pression surfacique sur le stator.

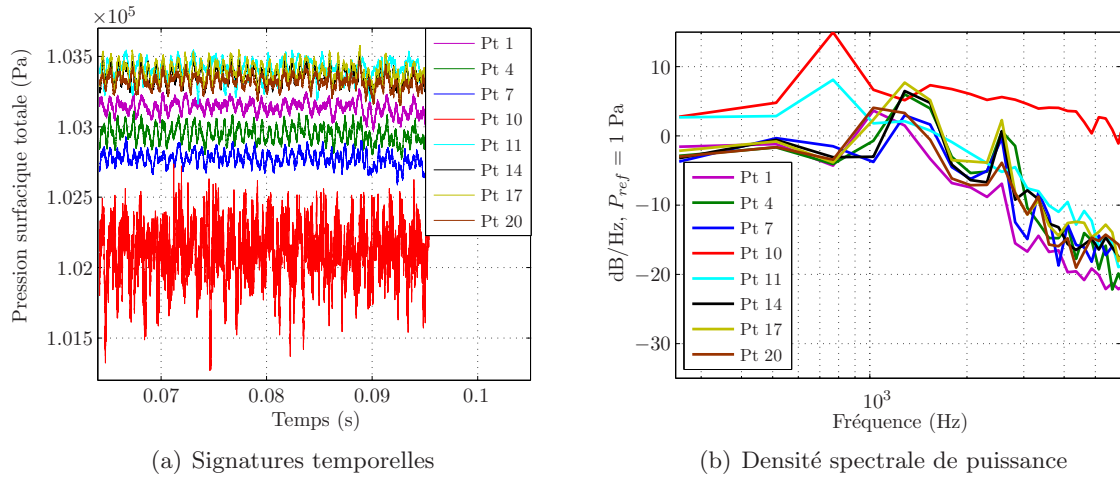


FIG. 2.34 – Pressions surfaciques dans les domaines temporel et fréquentiel.

Les fortes fluctuations de pression instationnaire (figure 2.34(a)) et le niveau élevé du spectre correspondant (figure 2.34(b)) indiquent que le point 10 est singulier. L'écoulement en ce point est décollé mais semble rattaché plus en aval. Ce phénomène est confirmé sur la figure 2.35 représentant la pression surfacique sur l'extrados du profil à un instant donné, près du bord d'attaque. La zone de basse pression proche du bord d'attaque représente la zone de décollement. Ce type de décollement laminaire près du bord d'attaque est fréquent dans le cas de profil mince à basse vitesse. On retrouve ainsi ce phénomène dans les calculs de Wang et al. [121] et les mesures de Moreau et Roger [102].

La fréquence de passage des aubes (800 Hz) n'est pas visible sur tous les points. Elle n'apparaît clairement que pour les points près du bord d'attaque là où les niveaux de fluctuation sont plus importants. En revanche, d'autres raies toujours inexplicées émergent du spectre. Des phénomènes de battement dus à des réflexions numériques sur les frontières amont et/ou aval du domaine de calcul sont suspectés de même qu'un phénomène de lâcher tourbillonnaire dans le sillage du rotor. Enfin, les variations de pression moyenne entre intrados et extrados traduisent un léger chargement du stator. A l'exception des cas particuliers des points 10 et 11, les DSP restent relativement semblables entre les différents points d'extraction même

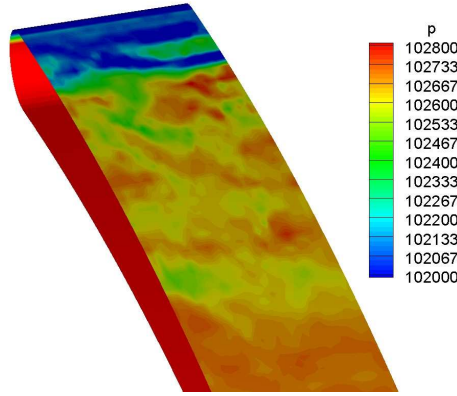


FIG. 2.35 – Visualisation de la pression surfacique totale (en Pa) instantanée sur l'aube du stator (extrados) fournie par un calcul LES d'une interaction rotor-stator.

lorsque l'on s'éloigne du bord d'attaque. Cette observation est contraire à ce qui est observé (cf. expérience de Mish et al. [73] et de Paterson et al. [85]) lors d'une interaction THI-profil. Une forte décroissance des niveaux est attendue et prévue par la théorie et a été également retrouvée au chapitre 1 par des méthodes analytique et numérique. Pour illustrer davantage ce phénomène, les figures suivantes comparent les DSP de pression surfacique obtenues directement avec la LES à celles obtenues analytiquement avec la théorie d'Amiet dont l'expression de la DIP est rappelée ci-après :

$$S_{qq}(\zeta, \zeta', \eta, \eta', f) = 2\pi(\pi\rho_0)^2 U_c \int_{-\infty}^{+\infty} g(\zeta, K_\zeta, K_\eta) g^*(\zeta', K_\zeta, K_\eta) \Phi_{\xi\xi}(K_\zeta, K_\eta) e^{iK_\eta(\eta' - \eta)} dK_\eta \quad (2.52)$$

La DSP en un point est obtenue avec $\zeta = \zeta'$ et $\eta = \eta'$. Les données d'entrée pour obtenir S_{qq} à partir de l'équation 2.52 sont les mesures disponibles, déjà utilisées dans la section 2.4.3 pour la deuxième configuration (figure 2.28(a) et 2.28(b)). La comparaison est faite pour différents points (indiqués en pourcentage sur les figures) dans la direction de la corde. Dans le cas du calcul LES, les points sont positionnés sur l'intrados. La comparaison n'est donc pas parfaitement rigoureuse mais elle permet de dégager les tendances. D'abord, l'analyse est effectuée (figure 2.36(a)) en utilisant les données moyennées sur toute l'envergure. Puis, les données moyennées sur une tranche de 8 mm en bout d'aube sont utilisées et les résultats sont présentés sur la figure 2.36(b), cette position correspondant à celle du calcul LES.

Cependant les tourbillons marginaux en bout de pales influent énormément sur la mesure alors qu'ils ne sont pas présents dans le calcul LES. Ainsi, la même analyse est faite sur la figure 2.36(c) à l'aide des données en milieu de veine, où l'écoulement est peu influencé par les tourbillons de pied et de bout de pale. Pour compléter l'analyse, la figure 2.36(d) représente la situation en pied de pale. La répartition quasi-uniforme de la charge dans la direction de la corde peut être reliée aux problèmes de ce calcul déjà évoqués précédemment (phénomène de battement). Il peut également s'agir du développement de la couche limite turbulente qui n'est pas prévue par la théorie et qui serait plus efficace que dans le cas d'une interaction THI-profil classique. Cependant, on remarque qu'indépendamment des données d'entrée, les

pentés des spectres numériques et analytiques en hautes fréquences sont similaires.

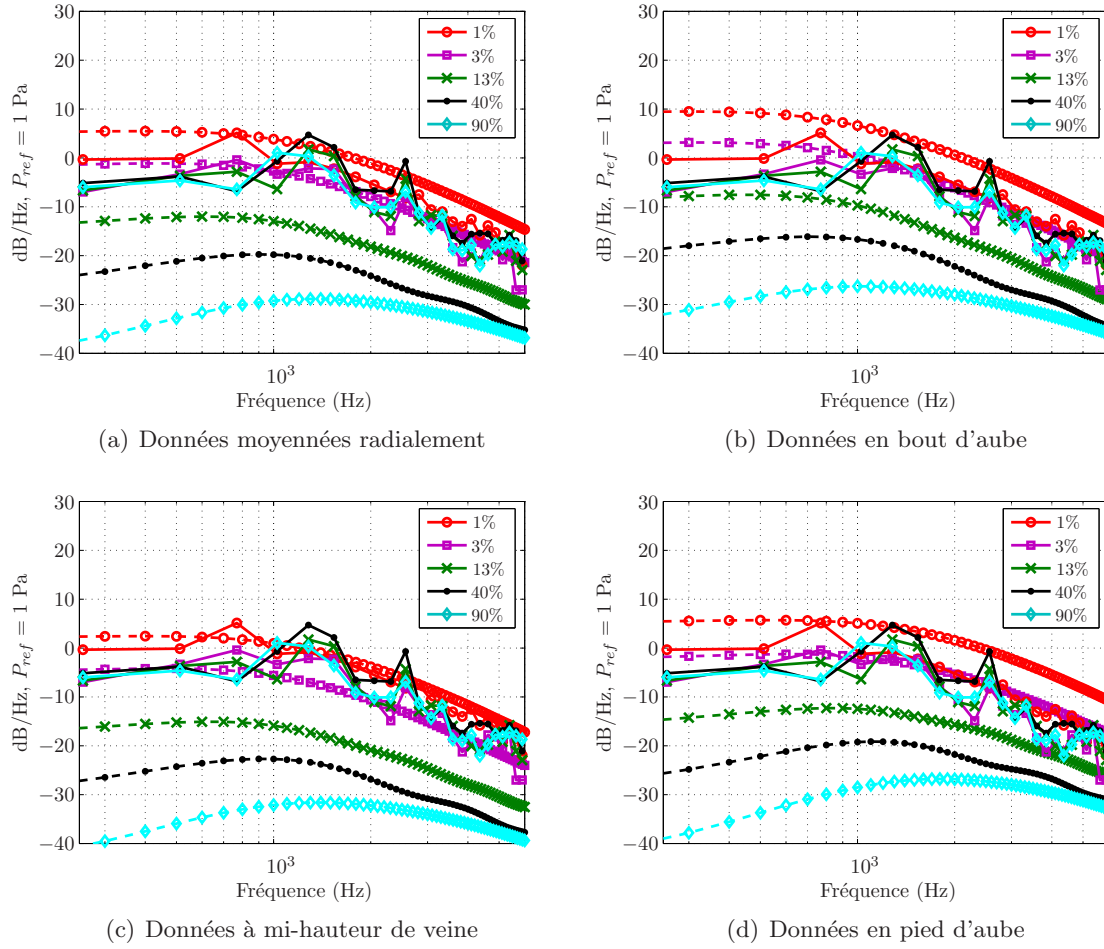


FIG. 2.36 – DSP de pression surfacique sur le stator : calcul LES en traits pleins, calcul théorique en traits discontinus.

Les cartographies de la figure 2.37 montrent l'espace des nombres d'onde et des fréquences obtenu à l'aide d'un calcul de matrice interspectrale. L'analyse est faite sur les points 12 à 20 sur l'intrados et 10 à 1 sur l'extrados. Grâce à cette analyse, il est possible de mettre en évidence les vitesses de convection hydrodynamique (U_c) et acoustique ($U_c - c_0$ vers l'amont et $U_c + c_0$ vers l'aval).

Les vitesses acoustiques sont bien mise en évidence, en particulier sur l'intrados. Ces vitesses peuvent être estimées grâce à la pente des maxima (traits noirs). Cependant, à cause d'une distance d'analyse trop courte (taille réduite du profil), la résolution sur les nombres d'onde est trop faible et la prévision n'est pas suffisamment précise. De plus, un certain nombre de fréquences et notamment la raie très énergétique à 1500 Hz sont centrées en $K = 0$. Ceci traduit une vitesse de convection infinie qui confirme le caractère non-physique du phénomène lié. Par ailleurs, la vitesse de convection hydrodynamique n'est pas clairement visible. Plusieurs raisons peuvent expliquer cela. Premièrement, l'énergie est répartie sur un

grand nombre de fréquences à cause de la variation de vitesse entre le bord d'attaque et le bord de fuite. De plus, la vitesse de convection des structures hydrodynamiques dans la couche limite est très faible, une pente très importante est donc attendue. Une telle pente est plus facilement visualisable pour des nombres d'onde élevés, ce qui nécessite une meilleure résolution spatiale. Enfin, la simulation crée certainement du bruit numérique qui parasite la lecture.

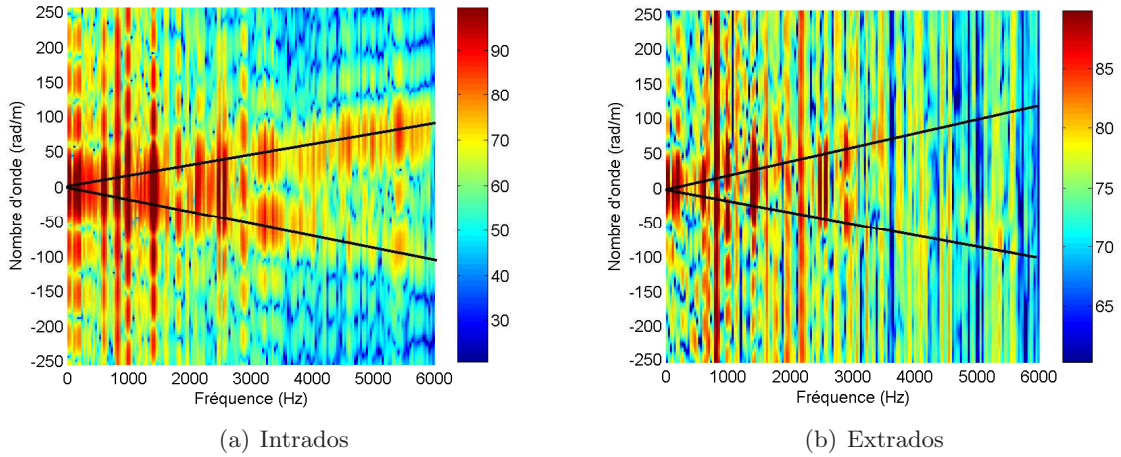


FIG. 2.37 – Cartographie nombre d'onde-fréquence réalisée à la surface du stator.

2.5.2 Etude de la cohérence modale

Une hypothèse couramment utilisée lorsque l'on étudie la composante à large bande du bruit de soufflante consiste à considérer les modes de manière incohérente à cause du caractère non-déterministe des phénomènes mis en jeu. Cette hypothèse a d'ailleurs été utilisée précédemment dans la mise en place du modèle analytique à la section 2.3. Pour rappel, la DSP de pression acoustique en prenant la compte la cohérence modale s'écrit :

$$S_{pp}(f) = V \times E \left[\sum_{mn} \hat{p}_{mn}(f)^* \sum_{m'n'} \hat{p}_{m'n'}(f) \right] \quad (2.53)$$

Avec l'hypothèse d'incohérence modale, l'expression devient :

$$S_{pp}(f) = V \times \sum_{mn} E \left[|\hat{p}_{mn}(f)|^2 \right] \quad (2.54)$$

Le fait de connaître directement la pression surfacique dans le domaine temporel grâce à la LES permet d'effectuer la prévision acoustique à l'aide de ces deux formulations et ainsi de vérifier la validité de cette hypothèse. Le calcul LES n'étant réalisé que sur une fine tranche en envergure, une simple duplication des données dans la direction radiale est réalisée dans un premier temps afin d'avoir des données sur une envergure complète. D'autres méthodes seront proposées par la suite permettant notamment de prendre en compte des effets de corrélation radiale plus réalistes. L'étendue radiale de la tranche de calcul étant de 4,32 mm, elle est donc dupliquée 20 fois ce qui correspond à une envergure de 86,4 mm. La surface du stator

est donc légèrement plus faible qu'expérimentalement puisque l'envergure est normalement de 87,7 mm. De plus, la corde augmente linéairement vers le pied de pale (voir figure 2.13). Pour une plaque plane basée sur la corde locale, cela correspond à une différence d'environ 6 cm² que l'on néglige en conséquence. Lors de la réalisation du calcul, l'effort a été concentré sur la résolution des problèmes soulevés précédemment. Ainsi, les seuls points d'extraction de données disponibles sont ceux présentés sur la figure 2.33.

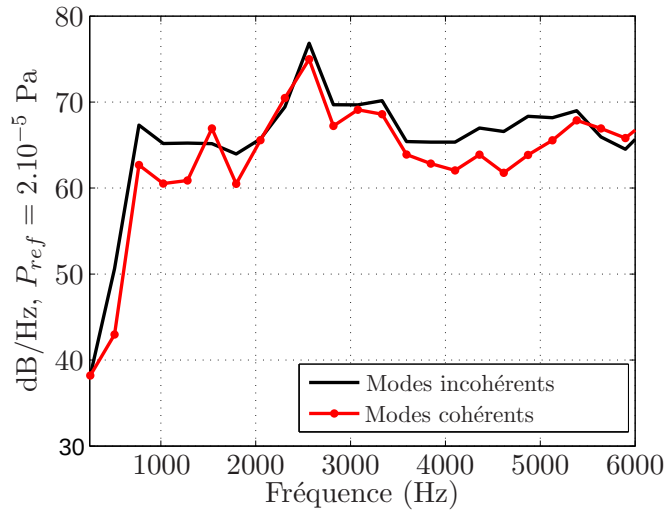


FIG. 2.38 – DSP de pression acoustique au carter due à une interaction rotor-stator avec ou sans corrélation modale.

En appliquant les équations précédentes, on obtient les résultats présentés à la figure 2.38 pour la DSP de pression acoustique au carter à 1 m de la source.

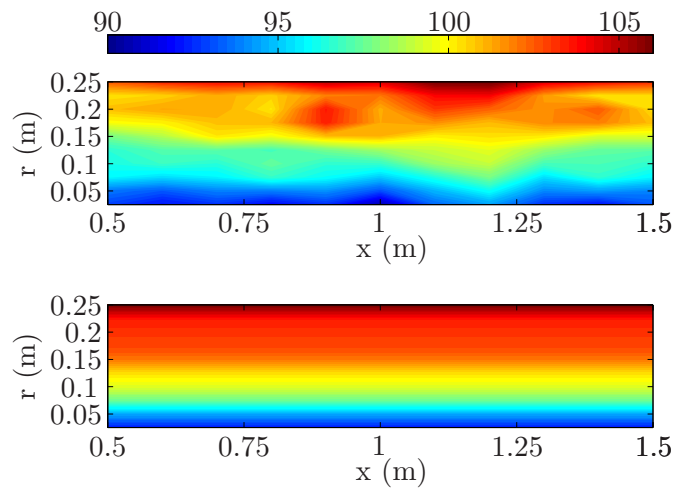


FIG. 2.39 – Niveaux intégrés [250 Hz - 6 KHz] de pression en dB dans une section du conduit - Modes cohérents (haut) et incohérents (bas)

Même si les différences de niveau peuvent être assez élevées à certaines fréquences, les spectres ont une allure similaire. La propagation modale de manière non-déterministe tend à

minimiser la contribution des termes croisés de l'équation 2.53 ce qui permet la convergence des résultats entre les deux méthodes. Cependant, ces prévisions dépendent également de la position axiale et radiale du point d'observation. C'est pourquoi, la même comparaison est faite sur les niveaux intégrés dans une section longitudinale du conduit sur la figure 2.39. La solution issue de la formulation avec modes incohérents (équation 2.54) est indépendante de la direction axiale. La même indépendance azimutale est également prévisible. Une tendance similaire est vérifiée lorsque la cohérence modale est préservée. Ces résultats confirment la validité de l'hypothèse d'incohérence modale. De plus, le fait d'avoir dupliqué les données radialement et de disposer d'un temps de simulation relativement court (nombre de moyennes pour le calcul du périodogramme limité à 10 en pratique) tend à surestimer la contribution des termes croisés. En définitive, on retiendra cette hypothèse pour deux raisons : premièrement, cette hypothèse est utilisée dans [34] pour déterminer la puissance acoustique à laquelle sont comparés nos calculs ; deuxièmement, cette hypothèse est adoptée dans la majorité des modèles analytiques y compris celui présenté dans cette thèse.

Puisque le calcul LES est limité à une fine bande en envergure, un modèle est nécessaire pour prendre en compte la corrélation dans la direction radiale. En effet, lorsque les données sont dupliquées, les résultats sont surestimés si l'intégration est faite de manière cohérente puisque les sources sont alors complètement corrélées. En revanche, une sommation incohérente de la contribution de chaque tranche entraîne une sous-estimation si ces tranches ne sont pas assez grandes pour être totalement décorrélées. Ainsi, différentes approches sont proposées ci-après.

Modèle de Kato

Cette approche, proposée par Kato et al. [56] pour déterminer le rayonnement acoustique d'un long cylindre à l'aide d'un calcul LES, peut être considérée comme étant la plus simple. La DSP de pression acoustique (S_{pp}^j) est déterminée pour une seule tranche et est corrigée par la suite de la manière suivante :

$$S_{pp}(f) = S_{pp}^j(f) + 10\log\left(\frac{L}{\Delta r}\right) \quad \text{pour } l_\eta(f) \leq \Delta r \quad (2.55a)$$

$$S_{pp}(f) = S_{pp}^j(f) + 20\log\left(\frac{L}{\Delta r}\right) \quad \text{pour } l_\eta(f) \geq L \quad (2.55b)$$

$$S_{pp}(f) = S_{pp}^j(f) + 20\log\left(\frac{l_\eta(f)}{\Delta r}\right) + 10\log\left(\frac{L}{l_\eta(f)}\right) \quad \text{pour } \Delta r < l_\eta(f) < L \quad (2.55c)$$

Pour le calcul de l'échelle de corrélation en envergure, $l_\eta(f)$, on peut par exemple utiliser l'équation 1.28, ou encore l'expression proposée par Lynch et al. [70] permettant de prendre en compte facilement l'anisotropie de la turbulence. La connaissance des valeurs de Λ et U_c est alors nécessaire. On utilise ici des données expérimentales moyennées dans la direction de l'envergure, comme à la section 2.4, soit $\Lambda = 4,7$ mm et $U_c = 40,05$ m/s. La figure 2.40 présente le résultat de l'équation 1.28 avec ces paramètres.

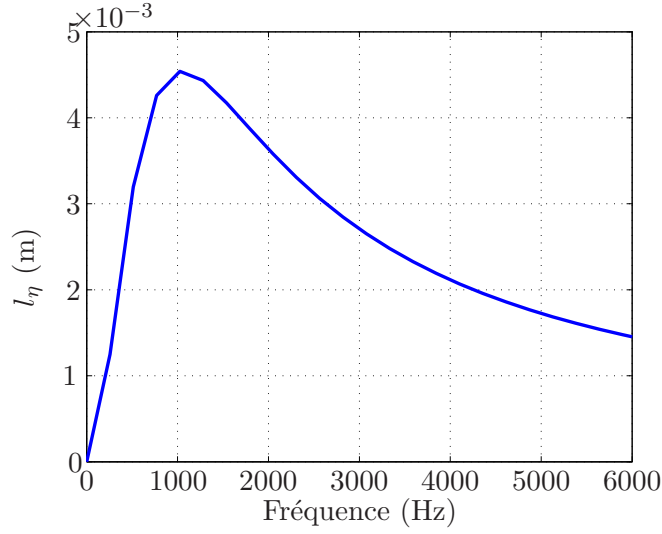


FIG. 2.40 – Longueur de corrélation en envergure obtenue grâce à l'équation 1.28.

Amélioration du modèle de Kato

Au lieu d'utiliser une correction asymptotique comme celle proposée par Kato, une fonction de corrélation, γ , peut être modélisée par une fonction exponentielle :

$$\gamma(r_i, f) = e^{\frac{-|r_i|}{l_\eta(f)}} \quad (2.56)$$

La correction s'écrit alors :

$$S_{pp}(f) = S_{pp}^j(f) + 10 \log \left(\sum_{i=1}^{N_{tr}} \sum_{k=1}^{N_{tr}} \gamma(r_i, f) \right) \quad (2.57)$$

avec $r_i = (i - k)\Delta r$ et $N_{tr} = L/\Delta r$.

L'équation 2.57 a récemment été utilisée par Seo et al. [108] également dans le cadre du rayonnement d'un cylindre en champ libre. La figure 2.41 présente la DSP de pression acoustique au carter avec les deux corrections proposées jusqu'à présent. La bande de référence (S_{pp}^j) est placée en bout de pale que l'on notera $j = 1$, avec N_{tr} toujours égal à 20.

La correction de Kato pour des bandes incohérentes (équation 2.55(a)) s'applique sur presque tout le spectre car ici Δr est plus grand que $l_\eta(f)$, excepté entre 500 et 1500 Hz. La figure 2.42 illustre la correction en dB ($S_{pp} - S_{pp}^1$) pour $N_{tr} = 20$ et explique les écarts observés entre les deux méthodes. En effet, la correction gaussienne agit encore même si Δr est plus grand que $l_\eta(f)$, comme déjà constaté à la section 1.1.7.

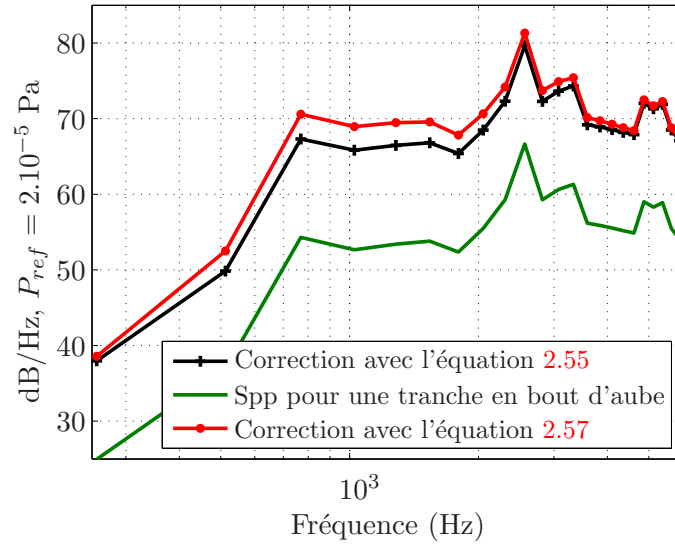


FIG. 2.41 – DSP de pression en fonction des corrections utilisées pour étendre l'envergure de calcul.

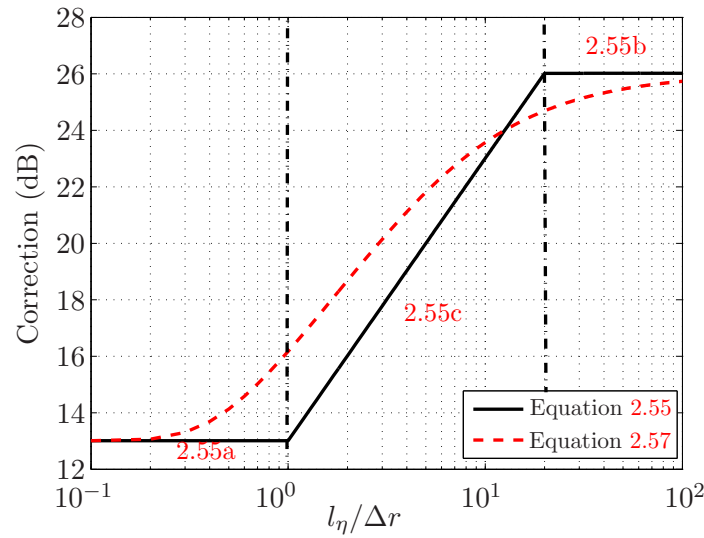


FIG. 2.42 – Comparaison des corrections asymptotique et gaussienne pour l'extension en envergure des données LES.

Effet de compacité

Les deux approches précédentes ont été appliquées dans le cadre d'un rayonnement en champ libre et lointain assumant ainsi des sources compactes. Une amélioration consiste donc à dupliquer la bande de calcul LES selon l'envergure avec une sommation cohérente ou incohérente de ces tranches en supposant donc des données d'entrée constantes en fonction de l'envergure. La figure 2.43 compare cette technique avec une sommation incohérente et

une correction basée sur l'équation 2.55(a). Une correction supplémentaire non abordée ici pourrait consister à introduire un facteur d'amplitude déterminé à l'aide de données issues de mesures ou un calcul RANS.

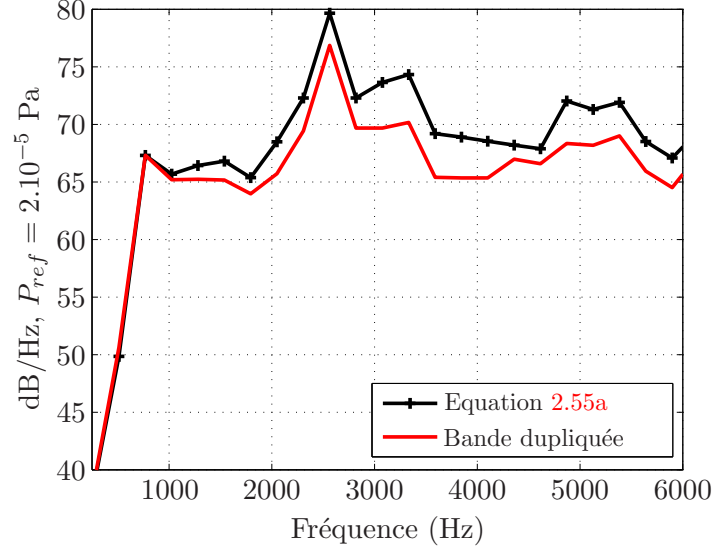


FIG. 2.43 – Comparaison entre la DSP obtenue grâce à une duplication de la tranche de calcul LES et celle obtenue avec la tranche de calcul et la correction de Kato.

Cette comparaison est semblable à celle réalisée à la section 2.3.2. La même tendance y est observée, à savoir une nette augmentation du niveau lorsque l'on utilise une seule tranche en tête d'aube. Ainsi, il peut être intéressant d'introduire les effets de corrélation tout en dupliquant les données pour conserver les effets de non-compacité. Comme proposé par Pérot et al. [86], on peut écrire la DSP de la manière suivante :

$$S_{pp}(f) = \sum_{i=1}^{N_{tr}} E[p_i^2] + 2 \sum_{i=1}^{N_{tr}} \sum_{j=i+1}^{N_{tr}} E[Re(p_i p_j^*)] \quad (2.58)$$

Le second terme, correspondant aux termes croisés, est alors inconnu. Il peut être modélisé en suivant l'approche suivante :

$$E [Re(p_i p_j^*)] = \gamma(r_i, f) E [Re(p_i p_j^*)]_L \quad (2.59)$$

Le terme entre crochet avec l'indice L est le terme de corrélation avec la duplication de la tranche de calcul. Cette correction est très proche de celle de Seo mais permet en plus d'avoir des sources non-compactes. On obtient finalement les résultats à la figure 2.44. Les effets de la corrélation radiale obtenue par la fonction gaussienne et illustrés sur la figure 2.41 sont bien mis en évidence en plus des effets de non-compacité.

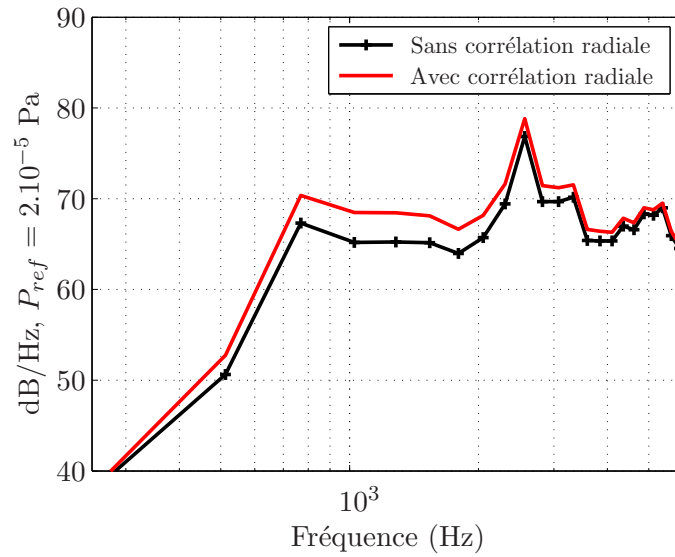


FIG. 2.44 – DSP de pression acoustique obtenue en utilisant la duplication des sources en envergure avec ou sans corrélation.

2.5.3 Comparaison des prévisions acoustiques avec les mesures disponibles

La figure 2.45 résume les prévisions de la puissance et de la DSP de pression en conduit. Ces résultats sont obtenus grâce aux données LES post-traitées avec l'équation 2.58. Ils sont comparés aux données expérimentales du banc d'essai du DLR.

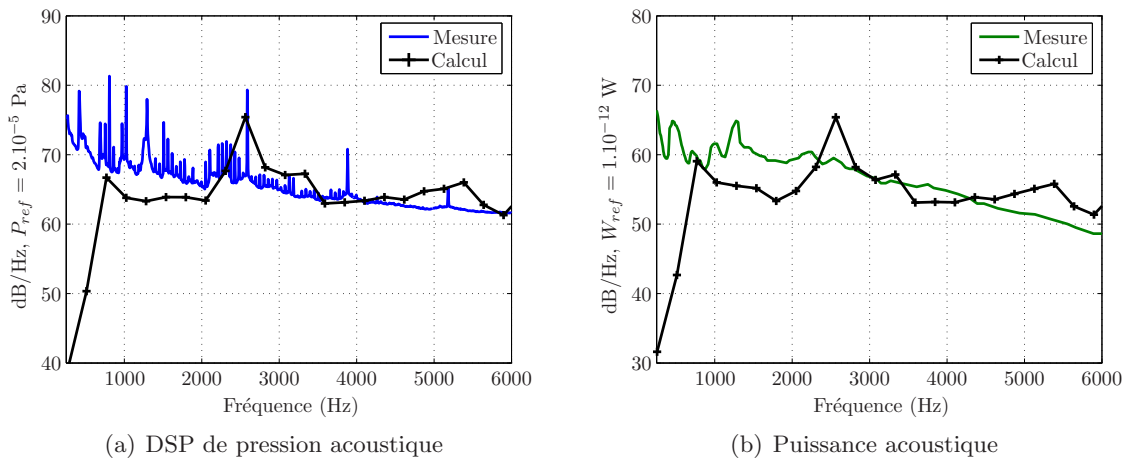


FIG. 2.45 – Comparaison entre la prévision du bruit d'interaction rotor-stator obtenue à partir de données issues d'un calcul LES et les mesures provenant du banc d'essai du DLR.

Ainsi, une estimation satisfaisante du niveau de bruit est obtenue. Les niveaux prédits sont en accord avec la mesure sur une large bande de fréquence malgré une pente de décroissance des spectres moins importante. Les raies parasites déjà présentes sur les DSP de pression surfacique sont encore visibles. Cependant, à cause des termes de phase, la raie à environ 1500 Hz n'est plus visible ; en revanche la raie à 2500 Hz devient prédominante. On peut

également voir la fréquence de passage des aubes à 800 Hz.

En plus de la comparaison avec les mesures, l'estimation de la DSP de pression acoustique en conduit obtenue grâce au calcul LES est comparée sur la figure 2.46 à l'approche analytique développée dans la section 2.3.

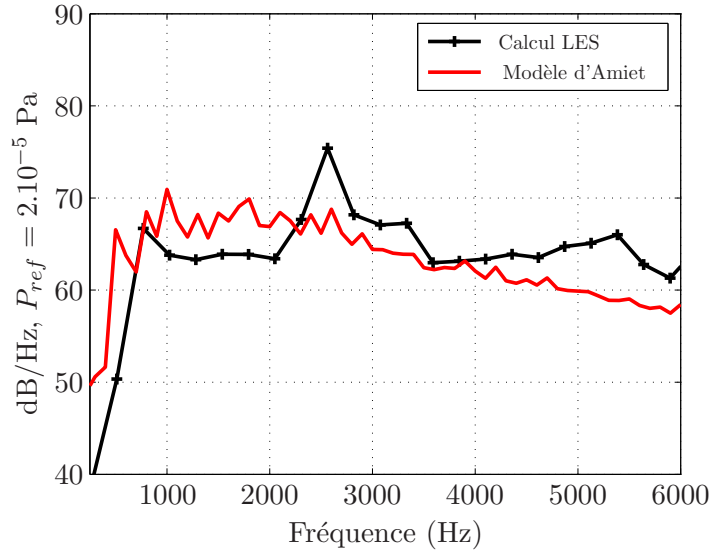


FIG. 2.46 – Comparaison des approches numérique (LES) et analytique (modèle d'Amiet) pour prévoir la DSP de pression générée par une interaction rotor-stator.

En dehors des raies parasites et d'une pente légèrement moins importante, les résultats obtenus lorsque les données LES montrent une tendance identique aux prévisions fournies par la théorie d'Amiet (avec données moyennées). Ce résultat peut sembler surprenant puisque à la vue des DSP de pression surfacique reportées sur les figures 2.36(a) à 2.36(d), on devrait s'attendre à des niveaux plus importants lors de l'utilisation de données LES. Les explications les plus probables sont les suivantes : premièrement, avec les termes de phase dans la direction de la corde lors de l'intégration, les phases issues du LES contribuant sans doute (dans le cas présent) à réduire plus fortement le niveau que celles issues de la formulation d'Amiet ; deuxièmement, la cohérence radiale des sources obtenue analytiquement semble être plus importante que celle issue des données LES même lorsque celle-ci est reconstruite à partir des modèles semi-empiriques. A ceci, il faut également rajouter le fait que les données LES sont disponibles sur une surface légèrement plus faible (cf. paragraphe 2.5.2).

2.6 Conclusion

Ce chapitre a permis la mise en place d'outils pour prévoir le bruit généré par l'interaction du sillage turbulent d'un rotor avec un stator. Après une étude bibliographique, deux méthodes (une analytique et une semi-numérique) ont été retenues. Elles s'appuient toutes les deux sur une analogie acoustique, l'intégrale de FW-H, adaptée à la propagation en conduit (équation de Goldstein). Seule la manière d'obtenir les sources de bruit, à savoir la pression instationnaire à la surface des aubes du stator, diffère d'une méthode à l'autre. Cette approche

avait déjà été retenue au premier chapitre. Ainsi dans un but analogue, le modèle d'Amiet avec des données issues d'un calcul RANS et le calcul LES direct permettent de déterminer les sources dipolaires du terme de bruit de charge de l'équation de FW-H. L'application de ces méthodes au cas du banc d'essai du DLR a permis d'effectuer des comparaisons avec des mesures disponibles. Deux formulations utilisant le modèle d'Amiet ont été mises en avant : l'une est bidimensionnelle avec une approche par bandes prenant en compte l'évolution radiale des paramètres de calcul et l'autre est tridimensionnelle mais restreinte à des données d'entrée uniformes radialement. Les deux formulations ont fourni des résultats satisfaisants compte tenu de la relative simplicité des modèles. Cependant, l'approche bidimensionnelle semble plus intéressante grâce à un temps de restitution plus faible.

Dans un deuxième temps, un calcul LES a été utilisé. L'envergure simulée du calcul étant limitée, une méthode d'extrapolation des données dans la direction radiale a été mise en place afin de restituer au mieux les effets de non-compacité et de corrélation des sources turbulentes. Grâce à l'obtention directe des sources par le calcul LES, l'hypothèse d'incohérence modale classiquement adoptée a pu être vérifiée. L'approche numérique a fourni de bons résultats malgré plusieurs anomalies restant à élucider au niveau du calcul LES (raies parasites, vitesse de convection inaccessible, répartition quasi-uniforme de la pression suivant la corde). De plus, on pourra regretter le manque de données disponibles pour pouvoir effectuer d'avantage d'analyses.

Le problème de la génération des sources et du champ acoustique dans la manche a été traité dans ce chapitre. Nous allons maintenant nous intéresser au problème du rayonnement en champ libre et plus particulièrement vers l'aval. Ceci fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 3

Rayonnement en champ lointain du bruit à large bande de soufflante

Générées par les sources turbulentes au niveau de la soufflante, les ondes acoustiques se propagent dans la manche puis sortent de la tuyère dans un milieu hétérogène. Le bruit rayonne ensuite en champ lointain où l'écoulement moyen est uniforme et les fluctuations de pression régies par l'équation des ondes convectées. Le chapitre précédent était dédié à la détermination des sources de bruit et à la propagation de ce bruit dans un conduit annulaire semi-infini en supposant un écoulement moyen uniforme. Dans cette dernière partie, des outils analytiques mais aussi numériques sont mis en place pour prévoir le rayonnement à large bande jusqu'à un observateur en champ lointain.

3.1 Calcul analytique du rayonnement en champ libre

3.1.1 Modèles analytiques

L'approche la plus simple pour déterminer le rayonnement acoustique en sortie d'un conduit consiste à supposer une sortie bafflée (sortie encastrée dans un plan parfaitement rigide), comme le suggèrent Tyler et Sofrin [118] en utilisant une intégrale de Rayleigh. Cette méthode peut facilement être améliorée grâce à une intégrale de Kirchhoff, comme proposée par Lewy [65]. Un écoulement uniforme peut alors être pris en compte et l'hypothèse du conduit bafflé supprimée. Cependant, ces méthodes ne prennent pas en compte les réflexions en fin de conduit et sont en défaut pour des angles de rayonnement supérieurs à 90° . Il faut donc calculer de manière exacte les réflexions en fin de conduit et la diffraction des ondes acoustiques par la lèvre. A la fin des années 50, Levine et Schwinger [63] développèrent une méthode analytique pour déterminer le rayonnement exact d'une onde plane par un conduit cylindrique sans écoulement en utilisant la technique de Wiener-Hopf. La majorité des modèles proposés par la suite sont alors réalisés grâce à cette technique. Homicz et Lordi [53] étendent la méthode aux modes tournants et utilisent une transformation de Prandtl-Glauert pour prendre en compte les effets d'un écoulement uniforme. On peut aussi citer les modèles utilisant des hypothèses au niveau de la factorisation du noyau de Wiener-Hopf, comme celui de Savkar et Edelfelt [104] avec l'approximation de Carrier-Koiter [17], ou bien encore Hocter [52] avec la fonction U de Weinstein [122]. Rienstra [99] détermine le rayonnement en sortie

d'un conduit annulaire (avec un corps central infini) en écoulement uniforme. Contrairement au modèle de Homicz et Lordi, le modèle de Rienstra prend en compte la nappe de vorticité créée par les ondes acoustiques au passage du bord de fuite pour le cas d'un rayonnement vers l'aval. L'importance de cette nappe de vorticité a été démontrée par Munt [78] dans le cas d'un cylindre, son modèle pouvant notamment prendre en compte un cisaillement de l'écoulement. Le modèle de Munt a ensuite été étendu par Gabard et Astley [36] pour un conduit annulaire avec un corps central infini ; ce dernier pouvant étudier la création des instabilités de la nappe de vorticité dues à la discontinuité de vitesse. A noter que tous les modèles cités ici utilisent comme donnée d'entrée l'amplitude du mode incident. On souhaite bénéficier d'un modèle de prévision fiable et rapide tant du point de vue de l'exécution que de la mise en oeuvre. Ainsi, l'approche fondée sur la méthode de Kirchhoff a été retenue. Afin de déterminer l'erreur faite en utilisant l'approximation de Kirchhoff, la formulation de Homicz et Lordi a également été programm e. Dans un premier temps, les deux formulations seront présentées s par ement, puis finalement comparées en utilisant les données d'entrée issues des calculs du chapitre précédent.

3.1.2 Intégrale de Kirchhoff

La méthode de Kirchhoff consiste à remplacer les sources réelles par des sources virtuelles, Y^v , placées sur une surface fermée, entourant l'ensemble du volume où sont situées les sources réelles. Dans le cas du rayonnement en sortie d'un conduit, les sources ne sont connues qu'à l'intérieur et sur la section de sortie du conduit. Ainsi, la surface de Kirchhoff, S , est limitée à l'embouchure du conduit et en conséquence n'englobe pas toutes les sources. Certaines sources de bruit sont donc manquantes et les phénomènes de diffraction des ondes acoustiques par les lèvres du conduit sont mal prédits entraînant des erreurs pour les angles de rayonnement important, c'est à dire pour $\varphi > 90^\circ$. Une autre hypothèse est l'uniformité de l'écoulement moyen interne (dans le conduit) et externe. En conséquence, les effets du cisaillement de l'écoulement, important à l'éjection, ne peuvent pas être pris en compte. De plus, l'action de la nappe de vorticité créée par les ondes acoustiques au passage du bord de fuite est également négligée. A noter que ces deux derniers effets (cisaillement et nappe de vorticité) ne sont pas non plus inclus dans la méthode de Homicz et Lordi également utilisée par la suite. La figure 3.1 précise les notations utilisées dans cette section.

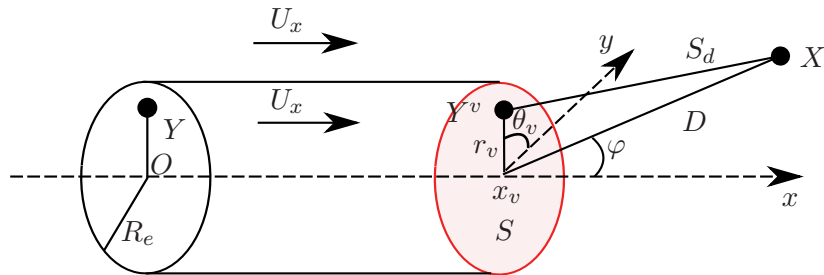


FIG. 3.1 – Définition des notations pour la problématique du rayonnement en sortie d'un conduit.

La pression sur la surface virtuelle, pour un conduit annulaire ou cylindrique, s'écrit :

$$p(\vec{Y}^v, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} C_{mn}(r_v) e^{-i(m\theta_v + K_{mn}x_v - \omega t)} \quad (3.1)$$

L'intégrale de Kirchhoff écrite dans le domaine fréquentiel [88] est donnée par :

$$p(\vec{X}, t) = \frac{1}{4\pi S_0} \int_S \left[M_x^2 n_x^s \frac{\partial \hat{p}(\vec{Y}^v, \omega)}{\partial x} - \frac{\partial p(\vec{Y}^v)}{\partial n^s} + p(\vec{Y}^v) \right. \\ \left. \left\{ ik \left(M_x n_x^s + \frac{n_i^s (X_i - Y_i^v)}{S_0} \right) + \beta^2 \frac{n_i^s (X_i - Y_i^v)}{S_0^2} \right\} \right] e^{i(\omega t - k\sigma)} dS \quad (3.2)$$

Les ondes acoustiques dans un milieu en translation uniforme se propagent en fonction des distances modifiées S_0 et σ définies ci-après :

$$S_0^2 = \beta^2(z - z_v)^2 + \beta^2(y - y_v)^2 + (x - x_v)^2 \quad (3.3)$$

$$\sigma = \frac{S_0 - M_x(x - x_v)}{\beta^2}$$

On introduit le coefficient ϵ , où $\epsilon = 1$ pour un rayonnement vers l'aval et $\epsilon = -1$ vers l'amont. De cette manière le nombre de Mach reste positif pour les deux configurations. Pour une surface de Kirchhoff égale au plan de sortie du conduit normal à l'axe x , les simplifications suivantes peuvent être faites :

- $(x - x_v) = \epsilon D \cos \varphi$
- $\vec{n}^k = (1, 0, 0)$

L'équation 3.2 se simplifie alors ainsi :

$$p(\vec{X}, t) = \frac{1}{4\pi S_0} \int_S \left[-\beta^2 \frac{\partial \hat{p}(\vec{Y}^v, \omega)}{\partial x} + p(\vec{Y}^v) \left\{ ik \left(M_x + \frac{x}{S_0} \right) + \beta^2 \frac{x}{S_0^2} \right\} \right] e^{i(\omega t - k\sigma)} dS$$

En remplaçant l'expression de la pression sur la surface de Kirchhoff (équation 3.1) et en calculant la dérivée axiale de la pression, il vient :

$$p(\vec{X}, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i A_{mn}}{4\pi S_0} \int_S \left[\beta^2 K_{mn} + k \left(M_x + \frac{x}{S_0} \right) + \beta^2 \frac{x}{S_0^2} \right] \\ C_{mn}(r_v) e^{i(\omega t - k\sigma - m\theta_v - K_{mn}x_v)} dS \quad (3.4)$$

En se plaçant en champ lointain, des simplifications supplémentaires sont possibles. Rappelons que le champ lointain répond à trois critères :

- distance très supérieure à la longueur d'onde, soit $kS_d \gg 1$;
- distance très supérieure à la dimension de la source, soit $S_d \gg R_e$;

- condition de Fraunhofer, soit $d \gg R_e^2/\lambda$.

Ainsi, en se limitant au développement limité au premier ordre en r_v/D , S_0 peut être approximée par :

$$S_0 \approx \beta_\varphi D - \frac{\beta^2}{\beta_\varphi} r_v \sin\varphi \cos\theta$$

σ devient alors :

$$\sigma \approx D' - \frac{r_v}{\beta_\varphi} \sin\varphi \cos\theta$$

où il a été posé :

$$D' = \frac{\beta_\varphi - \epsilon M_x \cos\varphi}{\beta^2} D$$

Des simplifications supplémentaires peuvent être faites. Premièrement, le dernier terme entre crochets, $\beta^2 x/S_0^2$, dont l'influence est faible en champ lointain peut être supprimé. De plus, S_0 peut être approximé à l'ordre zéro ($S_0 \approx \beta_\varphi D$) au dénominateur, mais l'approximation au premier ordre est conservée dans le terme de phase. Ainsi, l'expression de la pression rayonnée devient :

$$p(\vec{X}, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \int_S \frac{i P_o}{\pi D} C_{mn}(r_v) e^{i(\omega t - k D' - K_{mn} x_v - m \theta_v + (k r_v / \beta_\varphi) \sin\varphi \cos\theta_v)} r_v dr_v d\theta_v$$

avec,

$$P_o = \frac{A_{mn}}{4\beta_\varphi} \left[\beta^2 K_{mn} - \left(\frac{\epsilon \cos\varphi}{\beta_\varphi + M_x} \right) k \right]$$

L'intégrale en θ_v peut être résolue grâce à la relation suivante :

$$\int_0^{2\pi} e^{i U \cos\theta \pm i m \theta} d\theta = 2\pi i^m J_m(U)$$

où J_m est une fonction de Bessel du première espèce et d'ordre m , ici $U = (k r_v / \beta_\varphi) \sin\varphi$, d'où :

$$p(\vec{X}, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^{m+1} 2 P_o}{R_e D} e^{i(\omega t - k D' - K_{mn} x_v)} \int_{R_i}^{R_e} C_{mn}(r_v) J_m\left(\frac{k r_v \sin\varphi}{\beta_\varphi}\right) r_v dr_v \quad (3.5)$$

Cette dernière intégrale peut être calculée analytiquement dans le cas d'un conduit cylindrique en utilisant une intégrale de Lommel, mais afin de pouvoir étendre facilement le calcul au cas d'un conduit annulaire, on propose de déterminer numériquement cette intégrale.

3.1.3 Méthode de Homicz et Lordi

La formulation analytique proposée par Homicz et Lordi [53] est utilisée ici afin de quantifier les erreurs engendrées par l'intégrale de Kirchhoff. Homicz et Lordi ont utilisé la technique de Wiener Hopf pour résoudre le problème du rayonnement d'un mode acoustique en sortie d'un cylindre. Seul les modes non coupés sont considérés et le champ rayonné est supposé être lointain. Dans un premier temps, le calcul est considéré pour un fluide au repos ($M_x = 0$). Ainsi, la pression rayonnée s'écrit :

$$p(\vec{X}, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} D_{mn} \frac{e^{i(\omega t - kD - k_{mn}x_v)}}{D} \quad (3.6)$$

D_{mn} est le facteur de directivité, dont la norme s'écrit :

$$|D_{mn}| = \left| \frac{J_m(\alpha_{mn}) K_{mn}}{k \cos \varphi - K_{mn}} \right| \sqrt{\frac{R_e^2 \left(\frac{\alpha_{mn}}{R_e} \right)^2 - m^2}{\pi \left(\frac{\alpha_{mn}}{R_e} \right)^2}} \sin \Omega(k R_e \sin \varphi) \prod_{j=1 \neq n}^{n_{max}} \frac{K_{mj} + K_{mn}}{K_{mj} - K_{mn}} \sqrt{\prod_{q=1}^{n_{max}} \frac{K_{mq} - k \cos \varphi}{K_{mq} + k \cos \varphi}} e^{0,5 R_e [F(K_{mn}) - F(k \cos \varphi)]} \quad (3.7)$$

avec,

$$\mathcal{R}_e F(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_{-k}^k \frac{\Omega(\nu) d\nu}{w - \tau} \quad (3.8)$$

$$\Omega(\nu) = \tan^{-1} \frac{Y'_m(\nu)}{J'_m(\nu)} - \frac{\pi}{2} \quad (3.9)$$

$$\nu = \mathcal{R}_e \sqrt{k^2 - w^2}$$

où $\mathcal{R}_e$ désigne la partie réel. L'intégrale de l'équation 3.8 doit être prise au sens de la valeur principale de Cauchy. De plus, l'équation 3.9 correspond à la phase de la dérivée de la fonction de Hankel et doit être calculée sans discontinuité. L'intégrale numérique au sens de Cauchy a été validée en résolvant l'intégrale suivante :

$$I = \int_1^5 h(x) dx$$

et

$$h(x) = \frac{1}{x - 2}$$

En appliquant le théorème de la valeur principale de Cauchy, on obtient $I = \ln 3 = 1,1$. L'intégration est divisée en deux (comme l'illustre la figure 3.2), $I = I1 + I2$, avec :

$$I1 = \int_1^{2-\epsilon} h(x) dx$$

$$I2 = \int_{2+\epsilon}^5 h(x)dx$$

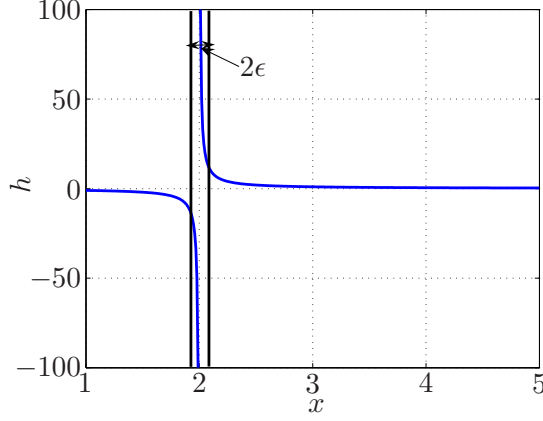


FIG. 3.2 – Exemple de résolution d’une intégrale au sens de la valeur principale de Cauchy. Avec $\epsilon = 0,05$ et $dx = 0,01$ (dx doit être petit devant ϵ), on obtient numériquement $I = 1,098$.

En analysant l’expression 3.7, il est possible de déterminer des relations simples pour calculer les angles d’extinctions, φ_z , et l’angle du lobe principal, φ_p :

$$kR_e \sin \varphi_z = \alpha_{mj}, j \neq m \quad (3.10)$$

$$kR_e \sin \varphi_p = \alpha_{mn} \quad (3.11)$$

Le calcul avec un écoulement uniforme est possible en utilisant le changement de variable de Prandtl-Glauert tel que :

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= x/\beta; \tilde{k} = k/\beta; \tilde{D} = D\beta_\varphi/\beta; \\ \cos \tilde{\varphi} &= \cos \varphi/\beta_\varphi; \sin \tilde{\varphi} = \beta \sin \varphi/\beta_\varphi. \end{aligned}$$

Un terme de phase, $e^{-i\tilde{k}M_x\tilde{x}}$, doit également être ajouté à l’expression 3.6. A noter que pour le cas de l’entrée d’air, le nombre de Mach doit être pris négatif et le facteur de directivité est donné par :

$$\tilde{D}_{mn} = D_{mn} \frac{1 - M_x \cos \varphi}{1 - M_x \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_{mn}}{kR_e}\right)^2}} \quad (3.12)$$

Comme souligné par Rienstra [99], ce changement de variable est parfaitement justifié lorsque l’écoulement rentre dans le conduit (cas de l’entrée d’air). Dans le cas de l’éjection, l’absorption des ondes acoustiques due à la création d’une nappe de vorticité en aval du bord de fuite du conduit (par application de la condition de Kutta) n’est pas prise en compte. Cependant, Rienstra, démontre une diminution maximale de l’ordre de 0,4 dB et ce pour des angles de rayonnement très élevés, le lobe de directivité principal du mode en question n’étant pas affecté.

3.1.4 Comparaison des deux approches

Les deux méthodes sont appliquées au cas concret du banc d'essai du DLR. Même si aucune mesure en champ libre n'est disponible, cela permet d'utiliser des données d'entrée réalistes. Les sources sont déterminées à partir d'un calcul LES comme exposé dans la section 2.5. S'agissant de données large bande, l'amplitude modale, qui est la seule inconnue pour déterminer le rayonnement d'un mode, est ici une densité spectrale à laquelle est rajoutée une phase aléatoire. De plus, on considère les modes incohérents. Ainsi le calcul est fait mode par mode et une somme quadratique est réalisée pour obtenir le résultat final. Le nombre de Mach de l'écoulement vers l'aval reste identique à celui de la section 2.5, soit 0,04. Le calcul est fait à une distance $D = 10R_e$, c'est à dire suffisamment loin pour que l'approximation en champ lointain soit valable. Les niveaux intégrés de pression acoustique rayonnée en champ lointain sont reportés sur la figure 3.3.

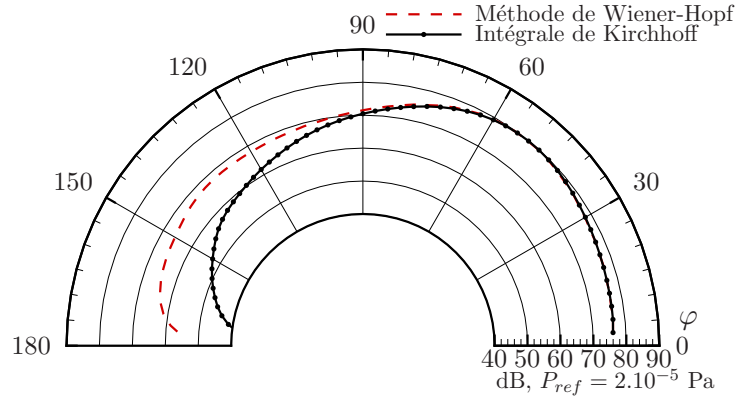


FIG. 3.3 – Directivité en champ lointain ($D = 10R_e$) du bruit d'interaction rotor-stator en aval d'un conduit cylindrique.

Un très bon accord est obtenu de $\varphi = 0^\circ$ à 90° . Pour des angles plus importants, les niveaux obtenus par la méthode de Kirchhoff sont sous estimés à cause d'une surface d'intégration limitée à la section de sortie du conduit, alors qu'elle devrait normalement englober toutes les sources (ce qui est dans ce cas impossible en pratique).

La figure 3.4 compare les niveaux de puissance incidente interne avec les niveaux de puissance externe pour l'intégrale de Kirchhoff ou la méthode de Homicz et Lordi obtenus grâce à l'équation suivante :

$$S_{ww}(f)|_{free} = \frac{2\pi D^2}{\rho_0 c_0} \int_0^\pi (1 + M_x \cos \varphi)^2 \left| \hat{p}(\vec{X}, f) \right|^2 \sin \varphi d\varphi \quad (3.13)$$

A l'exception des plus basses fréquences, le calcul de la puissance rayonnée sur la figure 3.4 montre des niveaux sonores très proches entre les deux méthodes. Ainsi, la contribution du rayonnement aux angles élevés est suffisamment faible pour n'influencer que très peu la puissance rayonnée. A noter également que la conservation de l'énergie entre l'intérieur et l'extérieur du conduit est bien observée sur une large gamme de fréquence. En basse fréquence, une diminution de la puissance externe est logiquement observée à cause des réflexions en

sortie de conduit prises en compte par la méthode exacte. Paradoxalement, la même tendance est observée avec l'intégrale de Kirchhoff, ce qui paraît plus surprenant étant donné que l'intégrale de Kirchhoff n'est pas censée prendre en compte ces réflexions, les sources virtuelles utilisées correspondant à la pression dans une section d'un conduit infini.

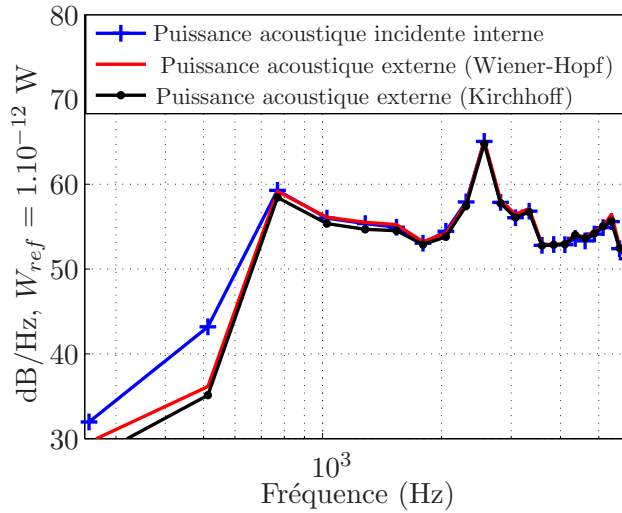


FIG. 3.4 – Niveaux de puissance interne et rayonnée en aval d'un conduit cylindrique.

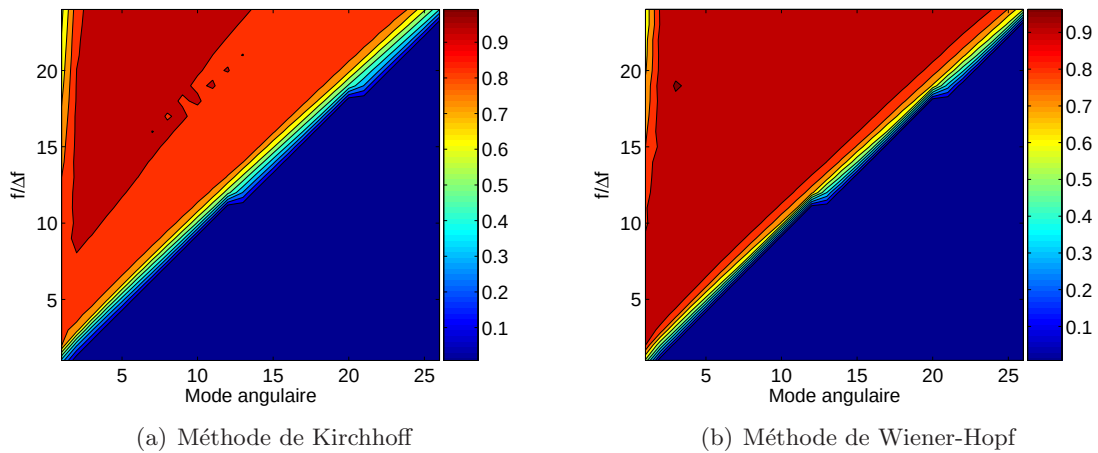


FIG. 3.5 – Rapport de puissance interne et rayonnée en aval d'un conduit cylindrique en fonction du mode angulaire et de la fréquence.

Les figures 3.5(a) et 3.5(b) représentent le rapport entre la puissance incidente interne et la puissance transmise pour les deux méthodes. Une valeur nulle signifie que le mode est coupé ; de même, un rapport égal à un correspond à un transfert total de l'énergie. L'analyse est effectuée sur toutes les fréquences et pour le premier mode radial de tous les modes angulaires. Même si des écarts sont visibles, les deux solutions sont très proches. L'intégrale de Kirchhoff semble donc d'une certaine manière prendre en compte la transmission de puissance en sortie du conduit. Cette propriété de la méthode peut se démontrer facilement pour un problème

monodimensionnel mais sa généralisation au cas tridimensionnel n'est pas démontrée à ce jour. On note cependant, que d'une manière générale l'intégrale de Kirchhoff transmet moins de puissance que la méthode exacte, certainement à cause de la sous-estimation observée pour $\varphi > 90^\circ$.

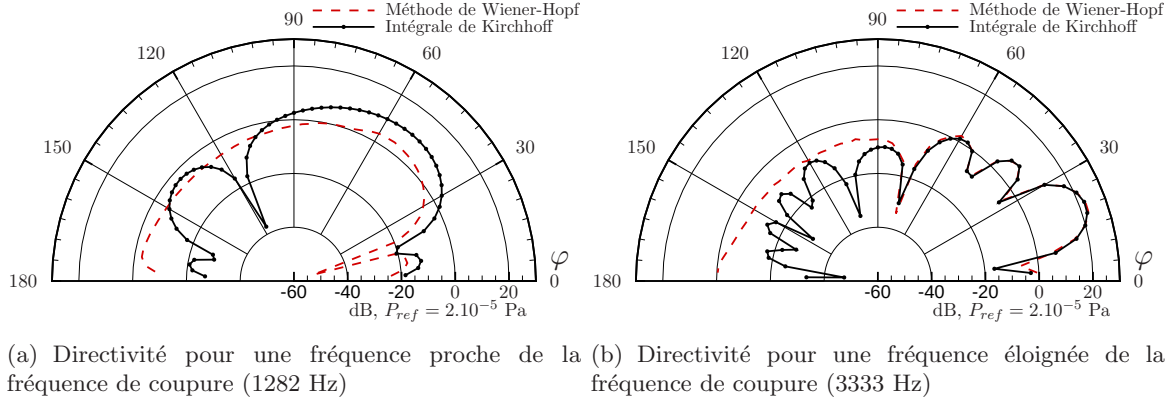


FIG. 3.6 – Directivité en champ lointain du mode (1,2) en aval d'un conduit cylindrique.

Néanmoins, cette tendance semble s'inverser près de la fréquence de coupure du mode comme exposé sur les figures 3.6(a) et 3.6(b) qui mettent en évidence la contribution du mode (1,2) respectivement proche (transmission faible) et loin (transmission quasi-totale) de la fréquence de coupure, sachant que la fréquence de coupure de ce mode est ici de 1145 Hz. Toutefois, la contribution des modes près de la fréquence de coupure est faible et ils sont, de plus, peu nombreux (d'autant plus qu'ils ont été filtrés pour limiter les divergences de la fonction de Green en conduit).

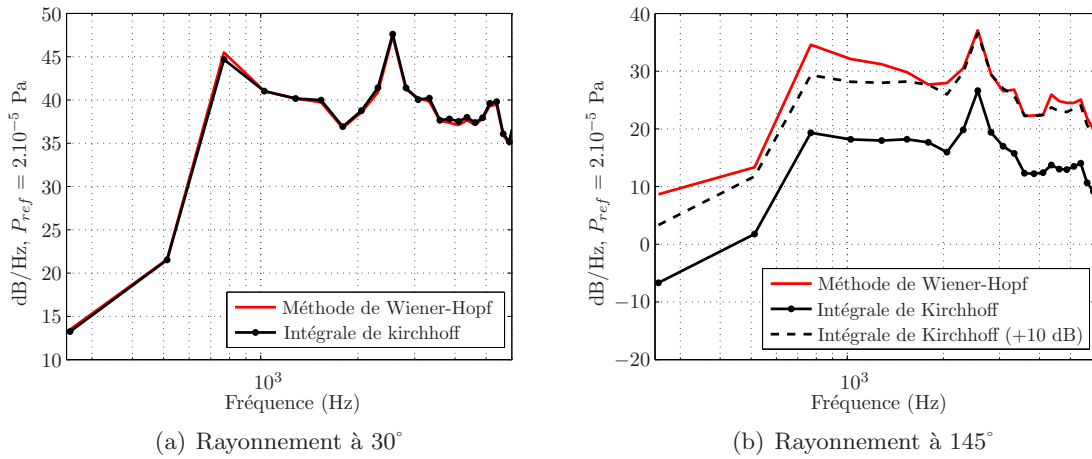


FIG. 3.7 – DSP de pression acoustique rayonnée en champ lointain ($D = 10R_e$) en aval d'un conduit cylindrique.

La figure 3.7(a) présente la DSP de pression acoustique rayonnée à 30° . Comme pour les niveaux intégrés, les deux méthodes convergent parfaitement. En revanche, à 145° , l'écart est très important en particulier en basse fréquence. Ce point est mis en avant sur la courbe en

pointillés de la figure 3.7(b) représentant la DSP obtenue avec Kirchhoff à laquelle 10 dB ont été rajoutés. Ces écarts en basse fréquence, déjà visibles sur la figure 3.4, sont dus à une mauvaise estimation du mode plan (cf. figure 3.8). En effet, il est le seul mode propagatif à la première fréquence (256 Hz) et seulement trois modes sont passants sur la deuxième.

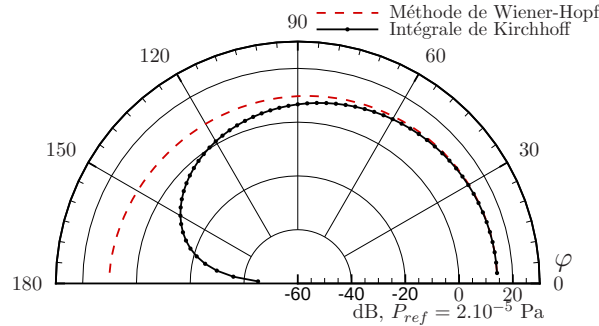


FIG. 3.8 – Directivité en champ lointain du mode (0,1) en aval d'un conduit cylindrique.

En conclusion, le méthode de Kirchhoff semble très intéressante pour prévoir le rayonnement d'un bruit à large bande à forte densité modale jusqu'à un angle de rayonnement de 90°, notamment grâce à une prise en compte partielle de la réflexion en sortie de conduit. Cependant, compte tenu des hypothèses formulées sur l'hétérogénéité de l'écoulement et l'application de la condition de Kutta, ces deux méthodes doivent être appliquées de préférence sur des cas de rayonnement amont. Pour le rayonnement vers l'aval, des méthodes analytiques plus complexes ou des méthodes numériques doivent être employées.

3.2 Calcul numérique de la propagation et du rayonnement d'un bruit à large bande

3.2.1 Méthodologie de calcul

La section précédente traite des méthodes permettant de calculer la propagation et le rayonnement en champ lointain pour des écoulements uniformes et des géométries simplifiées de manière analytique. Afin de prendre en compte les effets dus à un écoulement hétérogène et à une géométrie réaliste, on se propose d'utiliser une méthode numérique à l'aide d'un code CAA (Computational Aeroacoustics). A noter que cette section a fait l'objet d'une publication dans l'AIAA Journal [94]. Même si comme nous l'avons vu à la section 3.1, les formulations analytiques avancées [36, 29] peuvent traiter le cas du rayonnement aval avec écoulement cisailé, ce type de méthode reste limité à des géométries à section constante et un champ de vitesse moyen approché par deux écoulements uniformes et parallèles, possédant chacun des grandeurs aérodynamiques spécifiques et constantes (Mach, densité, pression...). Cependant, l'utilisation de la CAA pour la problématique du rayonnement sonore en sortie (ou entrée) de turboréacteur est de nos jours principalement limitée à l'étude du bruit tonal [129, 15, 88, 18]. Le but est ici de mettre en place une méthodologie permettant l'étude d'un bruit à large bande.

La méthode hybride proposée est schématisée à la figure 3.9. Comme point de départ, on suppose connue la DSP de l'amplitude modale dans le conduit, $E(|A_{mn}|^2)$. Cette grandeur peut être déterminée par un modèle de source (comme développé précédemment au chapitre 2). Cependant, on peut également envisager l'utilisation de données expérimentales fournissant une DSP de pression acoustique dans le conduit (que l'on peut obtenir plus facilement de manière expérimentale qu'une amplitude modale). Cette DSP peut alors être distribuée sur les différents modes en supposant une equi-répartition de l'énergie. Ces modes sont ensuite « injectés » avec une phase aléatoire dans une section du conduit (plan source) du calcul CAA. Une moyenne d'ensemble sur plusieurs réalisations indépendantes (avec des séquences de phases aléatoires différentes) est finalement réalisée pour reproduire le comportement aléatoire des sources turbulentes. Pour obtenir la solution en champ lointain, le champ proche est extrapolé à l'aide d'une méthode intégrale comme celle de Kirchhoff ou de Ffowcs-Williams et Hawkins (formulation en surface perméable). Comme au chapitre 1, le code CAA utilisé est le code *sAbrinA*. A noter que ce code a déjà été intensivement utilisé pour des applications en turbomachine dans le passé [88, 96, 95].

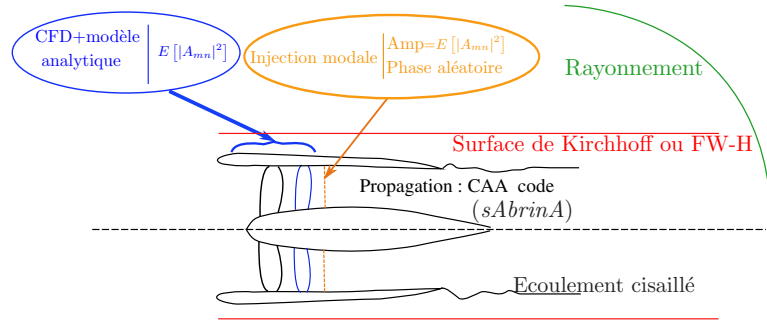


FIG. 3.9 – Vision schématique de la méthodologie de prévision numérique du rayonnement à large bande d'une soufflante.

Ici, on s'intéresse uniquement au rayonnement aval pour lequel l'approche numérique est justifiée en raison des effets de réfraction importants à travers les couches de cisaillement entre les écoulements des conduits primaire et secondaire.

Cette section s'organise comme ceci : la première section 3.2.2 traite de la génération de modes acoustiques de conduit dans le code *sAbrinA*. Ensuite, dans la section 3.2.3, la méthode de génération d'une source de bruit à large bande « équivalente » est mise en place et validée par rapport à une solution analytique décrivant la propagation en conduit semi-infini avec un écoulement uniforme. On s'intéresse plus particulièrement à la convergence du résultat en fonction du nombre de réalisations. Par la suite, l'implantation dans *sAbrinA* et la validation du calcul CAA sont effectués sur le même cas test. Le rayonnement aval d'une tuyère idéalisée proposé et résolu semi-analytiquement par Gabard et Ashley [37] est ensuite considéré. Le cas d'un mode unique est d'abord traité pour effectuer une validation avec les solutions de Gabard et Ashley, puis le même cas test est étendu au rayonnement d'un bruit à large bande (multi-modes, multi-fréquences). Une attention particulière est portée sur la création de modes d'instabilités dans la couche de cisaillement et sur l'extrapolation de la pression acoustique en champ lointain dans ce cas. Enfin, la dernière section 3.2.5 propose une première application sur une géométrie réaliste de tuyère double flux pour laquelle le

champ moyen est fourni par un calcul RANS. Une tuyère idéalisée basée sur les mêmes caractéristiques que la tuyère réaliste est également étudiée afin de mettre en évidence les limitations respectives des deux approches (solutions analytique et numérique).

3.2.2 Génération d'un mode acoustique

Deux manières de générer des modes de Fourier-Bessel sont implantées dans *sAbrinA*; leurs avantages et inconvénients sont discutés dans la suite.

Méthode d'injection modale

Il s'agit d'une condition aux limites écrite sur le champ total. Les formulations analytiques des variables conservatives (ρ , ρu_x , ρu_y , ρu_z , ρE) sous forme modale (comme l'équation 2.4 pour la pression) sont imposées dans les mailles fictives en prenant en compte les termes de phase. Ainsi, on obtient un bon contrôle sur la forme et l'intensité du mode que l'on veut générer. Cependant, cette méthode possède plusieurs défauts. Tout d'abord, le plan source où sont générés les modes ne permet de gérer que des ondes incidentes et non pas les ondes réfléchies à cause d'une rupture d'impédance (traitement de paroi ou sortie en bout de conduit). L'amplitude des ondes réfléchies dans les mailles fictives est imposée à zero, et cette violente transition génère des réflexions purement numériques. En conséquence, les ondes stationnaires présentes dans le conduit ne sont pas simulées correctement et induisent une mauvaise prévision du niveau sonore rayonné. Ce phénomène a bien été mis en avant par Polacsek et al. [90]. Un autre point négatif vient du fait qu'il n'est pas possible (à l'heure actuelle) de générer des modes coupés. Or, la contribution de modes proches de la coupure peut être non négligeable sur une certaine distance dans le conduit.

Sources équivalentes

La deuxième approche pour générer un mode de conduit est complètement différente de l'injection modale via une condition aux limites car ce sont les termes sources (termes de droite des équations d'Euler) qui sont mis à contribution. Cette méthode proposée par Polacsek et al. [88, 90, 87] utilise le fait que l'amplitude modale peut être générée par le biais d'une distribution de points sources j (monopôles) aux positions radiales r_{eq}^j .

$$[q(r_{eq}^j)] [P_{mn}(r_{eq}^j)] = [A_{mn}] \quad (3.14)$$

P_{mn} représente une solution élémentaire pour un conduit annulaire infini en présence d'un monopôle j . Elle est reliée à la fonction de Green modale, G_{mn} , par l'expression suivante :

$$P_{mn}(r_{eq}^j) = \frac{D}{dt} [G_{mn}(r_{eq}^j, t)] = i(\omega \pm c_o M_x K_{mn}) G_{mn}(r_{eq}^j)$$

On obtient donc les sources équivalentes en résolvant le système matriciel suivant :

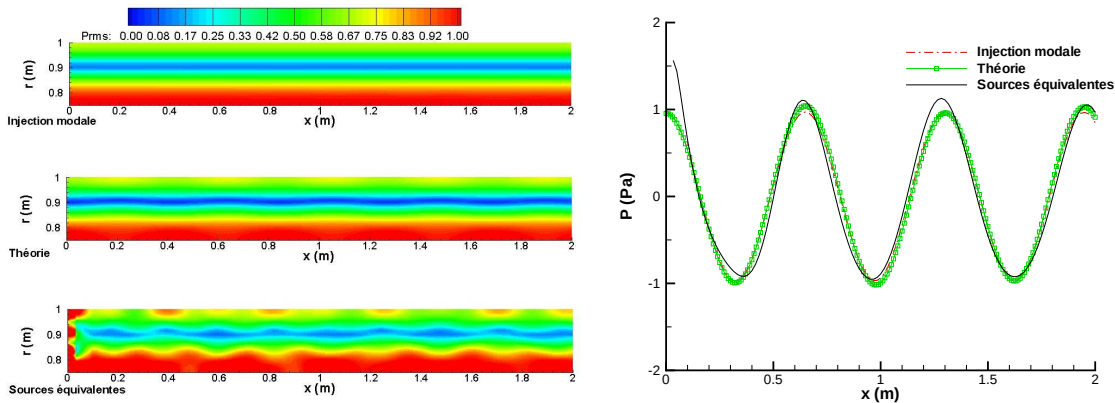
$$[q(r_{eq}^j)] = [A_{mn}(r_{eq}^j)]^{-1} [P_{mn}] \quad (3.15)$$

A noter que le système peut être résolu si $j_{max} \geq n_{max}$. Ces monopôles équivalents sont implantés numériquement dans le code *sAbrinA* en approximant la fonction de Dirac par une

gaussienne correctement calibrée. Puisqu'il ne s'agit pas d'une condition limite, la propagation du mode peut être simulée simultanément vers l'amont et l'aval. De même, les ondes réfléchies en fin de conduit peuvent poursuivre librement leur propagation vers l'amont et finalement être amorties par le « stretching » du maillage. Enfin, à noter qu'il est également possible de générer des modes coupés.

Comparaison des deux approches

On se propose ici de comparer les deux approches dans le cas d'un conduit annulaire infini. Le conduit est caractérisé par un rayon interne de 0,75 m et externe de 1 m. L'écoulement est uniforme à $Mach=0,45$ et la propagation est faite vers l'aval. Différentes configurations modales sont testées à une fréquence de 1624 Hz ($kR_e = 30$). Premièrement, on considère un mode simple de rang angulaire $m = 17$ et radial $n = 2$. Les figures 3.10(a) et 3.10(b) représentent respectivement les niveaux de pression RMS dans une section longitudinale du conduit et la pression au carter à un instant donné. Ensuite, les mêmes grandeurs sont exposées sur les figures 3.11(a) et 3.11(b) pour tous les modes radiaux propagatifs du mode angulaire 17 (de $n = 1$ à 3). Finalement, l'analyse est reconduite pour tous les modes propagatifs de $m = 0$ à 17 et les modes radiaux de $n = 1$ à 3 sur les figures 3.12(a) et 3.12(b).

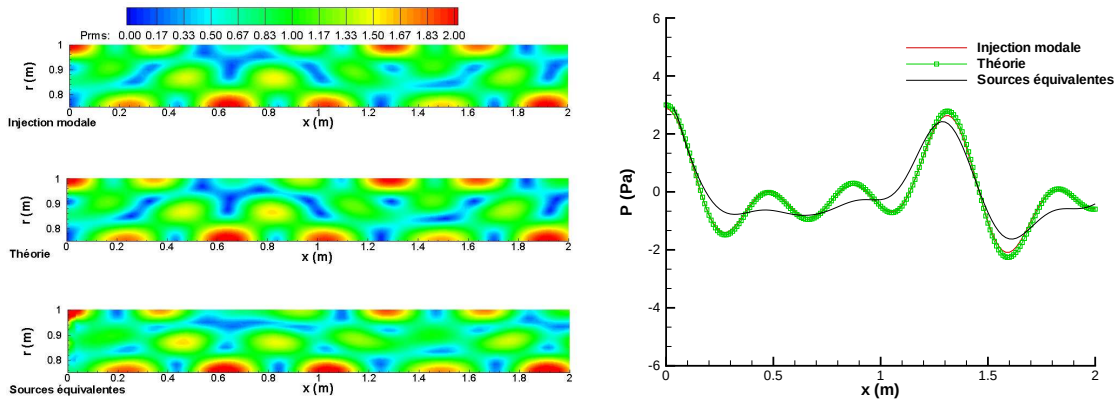


(a) Valeur RMS de pression acoustique dans une section longitudinale du conduit

(b) Perturbation de pression au carter en $\theta = 0^\circ$

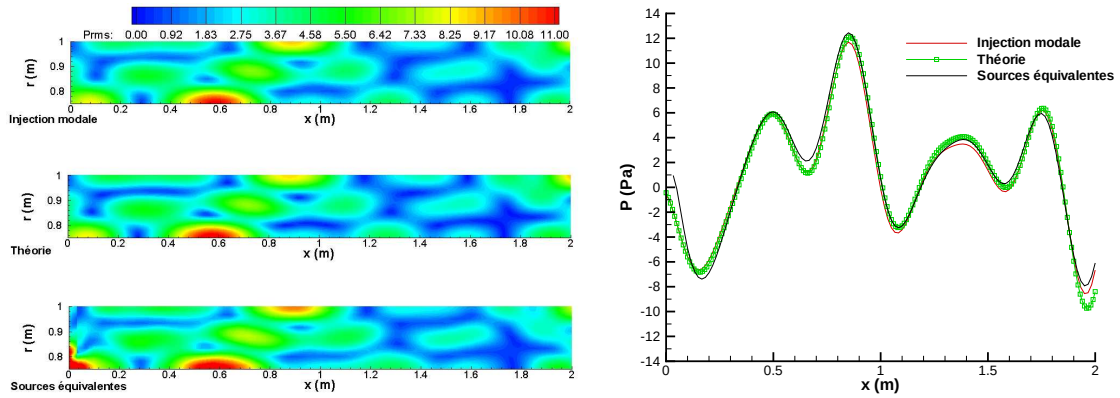
FIG. 3.10 – Comparaison des différentes méthodes de génération de modes de conduit du code *sAbrinA* : Mode (17,2).

Tout d'abord, on constate que la méthode d'injection modale fournit de très bons résultats indépendamment de la configuration modale. De plus, cette méthode permet une convergence des résultats plus rapide que celle fondée sur les sources équivalentes. Ce dernier point n'est pas négligeable dans le cadre d'un calcul nécessitant un temps de calcul important. De plus, la méthode des sources équivalentes montre plus de difficultés à générer un mode simple. En effet, l'activation d'un monopôle dans un conduit génère l'ensemble des modes propagatifs à la fréquence considérée, ce qui introduit des erreurs numériques non négligeables si la matrice d'inversion est mal conditionnée. Pour ne générer qu'un mode, il faut donc annuler tous les modes que l'on ne veut pas créer. Bien que les résultats de pression instantanée obtenus avec



(a) Valeur RMS de pression acoustique dans une section longitudinale du conduit

 (b) Perturbation de pression au carter en $\theta = 0^\circ$

 FIG. 3.11 – Comparaison des différentes méthodes de génération de modes de conduit du code *sAbrinA* : Modes (17, 1 – 3).


(a) Valeur RMS de pression acoustique dans une section longitudinale du conduit

 (b) Perturbation de pression au carter en $\theta = 0^\circ$

 FIG. 3.12 – Comparaison des différentes méthodes de génération de modes de conduit du code *sAbrinA* : Modes (0 – 17, 1 – 3).

les sources équivalentes ne sont pas très satisfaisants sur la figure 3.11(b), la cartographie des niveaux RMS montre une amélioration des erreurs par rapport au cas où seul le mode (17, 2) est propagé. Enfin, dans le dernier cas, pour lequel un grand nombre de modes est généré, la méthode des sources équivalentes donne des résultats quasi-identiques à l'injection modale. Néanmoins, même si dans le cas d'un rayonnement à large bande un grand nombre de modes est propagé, ce qui semble mieux satisfaire à l'utilisation fiable de l'approche avec sources équivalentes, la méthode de l'injection modale a finalement été retenue ici pour plusieurs raisons. Premièrement, les validations concernant la génération de bruit à large bande sont faites en conduit infiniment long, où les problèmes de réflexion n'interviennent pas. De plus, les validations numériques concernant le rayonnement sont focalisées sur des modes isolés, ce qui, compte tenu des résultats précédents, est défavorable à l'utilisation des sources équivalentes.

3.2.3 Génération d'un bruit à large bande

Validation analytique

La principale difficulté pour générer un bruit à large bande dans un code CAA en utilisant des sources harmoniques (approche modale) est de gérer le caractère aléatoire de la turbulence. Si plusieurs modes sont générés en même temps, la contribution de chaque mode sera intrinsèquement ajoutée de manière cohérente dans le processus numérique. Par ailleurs la solution obtenue sera par définition périodique. En pratique, le spectre à large bande est estimé à l'aide d'un échantillonnage sur quelques bandes de fréquence sélectionnées. Une approche simple permettant d'obtenir une incohérence modale avec exactitude consisterait à effectuer un calcul par mode et à additionner le résultat de chaque simulation de manière incohérente. C'est ce qui est fait dans les approches analytiques (cf. section 3.1), mais cette méthode n'est pas envisageable numériquement si plusieurs centaines de modes doivent être considérés. L'approche proposée ici est d'associer une phase aléatoire à chaque mode acoustique et de réaliser des simulations indépendantes avec des tirages de phase différents. Une telle approche a déjà été utilisée pour générer des modes incohérents sur une fréquence [62] et pour créer une turbulence homogène et isotrope en entrée d'un calcul LES [103]. De plus, en annexe de leur publication, Lafronza et al. [59] comparent les deux approches (somme incohérente et phase aléatoire) dans le cas de l'atténuation sonore par des traitements de paroi. Leur étude met en évidence de faibles écarts entre les deux méthodes.

Dans un premier temps, la méthodologie est validée par rapport à la solution théorique du champ sonore dans un conduit annulaire semi-infini avec un écoulement uniforme. Comme donnée d'entrée, on définit une DSP, $S(f)$, représentative d'un spectre de turbulence :

$$S(f) = \frac{1}{1 + (f/f_0)^\alpha} \quad (3.16)$$

f_0 et α sont fixés respectivement à 1500 et 2. $S(f)$ est tracée en trait épais sur la figure 3.13(a). Cette DSP est la solution de référence, supposant des modes parfaitement incohérents, de sorte que les niveaux RMS de pression dans le conduit sont constants dans les directions radiales et angulaires. En faisant l'hypothèse de l'équi-répartition de l'énergie entre les modes, la DSP de l'amplitude modal, $E(|A_{mn}(f)|^2)$, en Pa^2/Hz , est directement reliée au nombre de modes propagatifs $N_{mod}(f)$:

$$E(|A_{mn}(f)|^2) = \frac{S(f)}{N_{mod}(f)C_{mn}(r_s)^2} \quad (3.17)$$

Dans les sections suivantes, r_s est choisi égal au rayon externe du conduit. On utilise la DSP de pression acoustique au carter car une telle donnée peut en pratique être obtenue facilement à partir de mesures conventionnelles, contrairement à la DSP de l'amplitude modale. Néanmoins, la majorité des modèles analytiques peuvent fournir $E(|A_{mn}(f)|^2)$ et cette grandeur pourrait alors être utilisée directement sans faire d'hypothèse sur la répartition énergétique des modes. L'amplitude modale (valeur complexe), $A_{mn}^k(f)$, pour une réalisation k , est calculée en utilisant une phase aléatoire, ϕ_{mn}^k uniformément distribuée entre 0 et 2π , avec $k = 1 \dots N_k$, N_k étant le nombre de réalisations. Ainsi, elle s'écrit :

$$A_{mn}^k(f) = \sqrt{E(|A_{mn}(f)|^2)} e^{i\phi_{mn}^k} \quad (3.18)$$

L'expression analytique de la pression acoustique dans le conduit s'écrit alors :

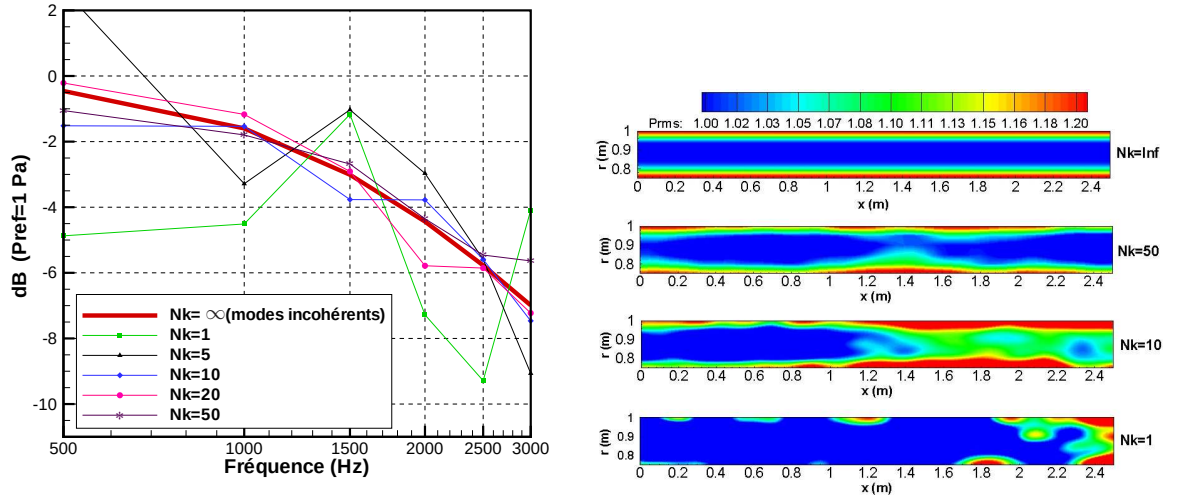
$$\hat{p}^k(\vec{X}, f) = \sum_m \sum_n A_{mn}^k(f) C_{mn}(r) e^{-i(k_{mn}x + m\theta)} \quad (3.19)$$

Par rigueur, $S(f)$ est supposée être définie avec un pas fréquentiel de 1 Hz, de sorte que p^k est exprimée en Pa. Enfin, la moyenne statistique sur les N_k réalisations donne une estimation de la DSP de pression acoustique re-générée, S_{pp} :

$$S_{pp}(\vec{X}, f) = \frac{1}{N_k} \sum_{k=1}^{N_k} |\hat{p}^k(\vec{X}, f)|^2 \quad (3.20)$$

La géométrie du conduit et l'écoulement moyen considérés pour ce cas de validation sont identiques à ceux de la section précédente. L'analyse est effectuée sur six bandes de fréquence ($\Delta f = 500$ Hz) centrées entre 500 Hz et 3 kHz, en incluant tous les modes propagatifs, soit 635 modes au total. La figure 3.13(a) présente la DSP de pression au carter, à $x = 0,5$ m, pour différents nombres de réalisations. $N_k = \infty$ traduit la solution de référence obtenue en sommant les modes de manière incohérente. Comme attendu, la convergence de la solution augmente avec N_k . Des erreurs statistiques importantes de plus de 5 dB sont visibles pour $N_k = 1$, l'erreur devenant plus acceptable à partir de $N_k = 10$. Une très bonne convergence est obtenue pour $N_k = 50$.

La figure 3.13(b) représente le champ RMS de pression (p_{rms}) dans une section longitudinale du conduit, soulignant la dépendance axiale du résultat pour les faibles valeurs de N_k en comparaison avec la solution de référence ($N_k = \infty$), constante dans cette direction. La même tendance, en terme de convergence des résultats par rapport au nombre de réalisations est obtenue, le cas $N_k = 50$ donnant la meilleure précision.



(a) DSP de pression acoustique au carter en $\theta = 0^\circ$ et (b) Valeur RMS de pression acoustique (en Pa) dans une section longitudinale du conduit

FIG. 3.13 – Niveau sonore en conduit en moyennant avec N_k réalisations.

Puisque le terme de phase est une variable aléatoire, la variabilité entre $S(f)$ et $S_{pp}(f)$ en fonction de N_k peut être estimée, comme indiqué sur la figure 3.14.

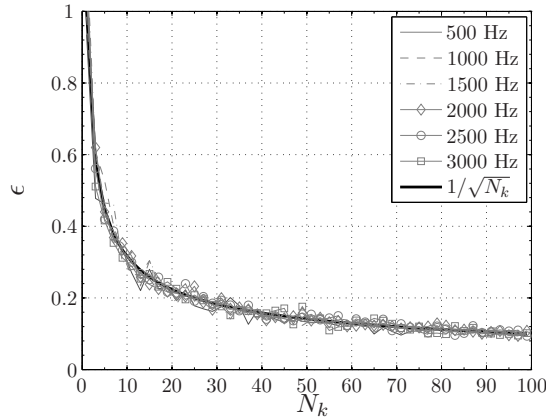


FIG. 3.14 – Erreur statistique entre les spectres génériques et re-générés en fonction du nombre de réalisation.

La convergence est similaire à la loi classique en $1/\sqrt{N_k}$. Ce dernier résultat fournit donc une bonne validation de la méthode. On notera également que l'erreur est indépendante de la fréquence et en conséquence du nombre de modes passants.

En résumé, dans ce cas test où plus de 600 modes sont propagés, la méthode proposée permet d'obtenir un très bon résultat avec moins de 50 réalisations (au lieu des 600 nécessaires si une sommation incohérente de chaque mode était considérée). Cependant, dans la perspective d'applications industrielles, 50 réalisations restent encore un peu trop élevées et 10 tirages paraissent plus réalisables. Même si l'erreur reste relativement élevée (environ 30%), on choisira $N_k = 10$ dans les sections suivantes. Il ne s'agit pas là d'une méthode exacte, mais on peut également se demander si le bruit large bande est en réalité parfaitement incohérent. Enfin, il peut peut-être souligner que seules les valeurs quadratiques peuvent être étudiées.

Implantation et validation numérique

Le cas du conduit annulaire semi-infini est encore considéré avec le même spectre générique, les mêmes conditions aérodynamiques et la même géométrie que dans la section 3.2.3. Certains modes très près de la fréquence de coupure possèdent une longueur d'onde très grande et la condition de conduit infini est de ce fait difficile à satisfaire. En conséquence, un critère de sélection basé sur la longueur d'onde a dû être mis en place. La plus grande longueur d'onde acceptée est ainsi fixée à 5 m, ce qui au final ne concerne qu'un nombre restreint de modes. Ainsi, 506 modes (au lieu de 635) sont considérés avec $m_{max} = 51$ et $n_{max} = 5$, respectivement pour l'ordre maximal des modes angulaires et radiaux. En vue de la prévision de rayonnement en champ libre (cf. sections suivantes), cette limitation présente l'avantage supplémentaire de diminuer le risque d'ondes réfléchies en fin de conduit (mal gérées par la condition d'injection modale utilisée). Puisque des modes de rangs angulaires différents sont propagés en même temps, le calcul doit être complètement tridimensionnel car on ne peut pas tirer avantage de l'axisymétrie des modes en utilisant une méthode 2.5D

récemment développée [30] ou un calcul 3D par secteur avec une condition de périodicité azimutale. La méthodologie est appliquée avec une moyenne sur dix réalisations ($N_k = 10$).

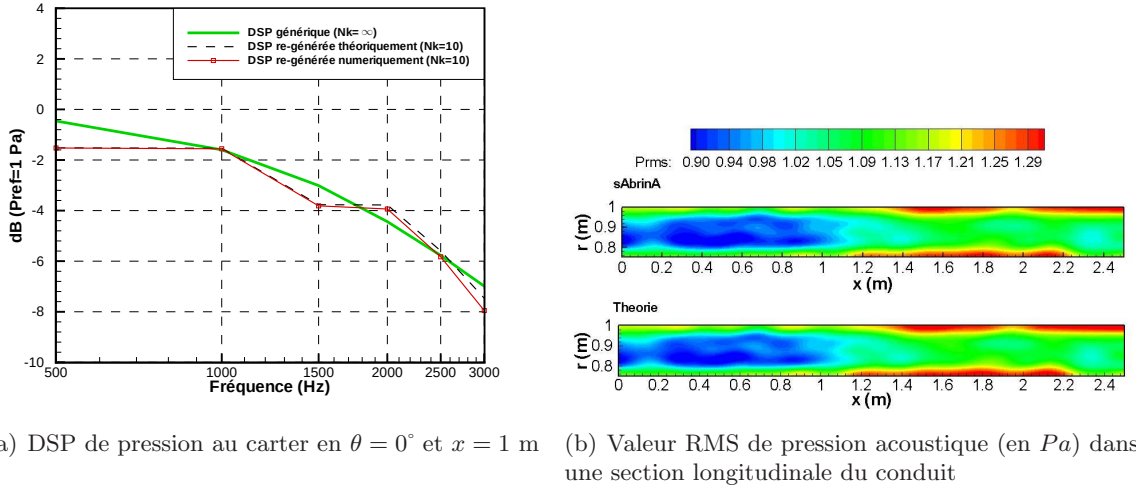


FIG. 3.15 – Niveau sonore en conduit obtenu numériquement et théoriquement en moyennant sur 10 réalisations.

Les figures 3.15(a) et 3.15(b) montrent respectivement la DSP de pression au carter et les niveaux de pression RMS sur une section longitudinale du conduit. Les prévisions numérique et théorique sur la figure 3.15(a) sont en accord en dehors d'une légère déviation de 0,4 dB visible pour la plus haute fréquence (3 kHz). Les niveaux intégrés de la figure 3.15(b) sont quasiment identiques. Ces résultats confirment la capacité du code *sAbrinA* à simuler correctement la génération et la propagation des sources dites à large bande en partant d'un spectre prédéfini. Cela confirme aussi que le processus de génération de mode est complètement cohérent et que la loi de convergence établie dans la section 3.2.3 peut être obtenue numériquement.

3.2.4 Rayonnement à partir d'une tuyère idéalisée

Validation mono-mode

Un des objectifs principaux de l'utilisation d'outils numériques est l'étude des effets de réfraction du rayonnement aval d'un bruit à large bande à travers une couche de cisaillement sur le rayonnement d'un bruit à large bande. Avant de traiter le cas large bande, une validation du rayonnement d'un mode isolé sur une configuration idéalisée est proposée. Gabard et Astley [36] ont développé une formulation analytique exacte traitant le rayonnement en sortie d'un conduit annulaire semi infini et non bafflé avec un corps central infini, en utilisant la technique de Wiener-Hopf. La figure 3.16(a) décrit la configuration du problème ; le conduit supporte un jet sortant dans un écoulement externe également uniforme. Le modèle prend en compte la création d'ondes instables dans la couche de cisaillement. Ce cas fournit une représentation idéalisée d'une tuyère. Gabard et Astley [37] définissent alors une configuration de référence comme benchmark pour les codes CAA. Ce benchmark a d'ailleurs déjà été étudié par Casalino et Genito [19].

La figure 3.16(b) expose le maillage (sur une partie du domaine) du calcul *sAbrinA*. La

zone éponge (stretching) y est bien visible. Parmi les différents cas de validation possibles, celui du mode (17,2) avec une fréquence réduite $kR_e = 30$ a été choisi. Le nombre de Mach du jet (M_j) est fixé à 0,45 et le nombre de Mach externe (M_o) à 0,25. Ces conditions correspondent à une condition d'approche. La section du conduit annulaire reste identique à celle de la section 3.2.3. Le cas d'un écoulement uniforme ($M_j = M_o = 0,45$) est également traité. Bien qu'un mode unique soit généré, un calcul 3D est réalisé dans la perspective d'un calcul multi-modes. Ainsi, le maillage atteint 9 millions de points avec un nombre de points par longueur d'onde (PPW) supérieur à 10 pour les plus petites longueurs d'onde ($PPW \times \Delta x = \frac{c_0/f}{1+M_{max}}$, M_{max} étant le nombre de Mach maximal dans le domaine de calcul). Le maillage est axisymétrique avec 180 plans dans la direction azimutale. Par ailleurs, la taille des mailles est identique radialement et longitudinalement.

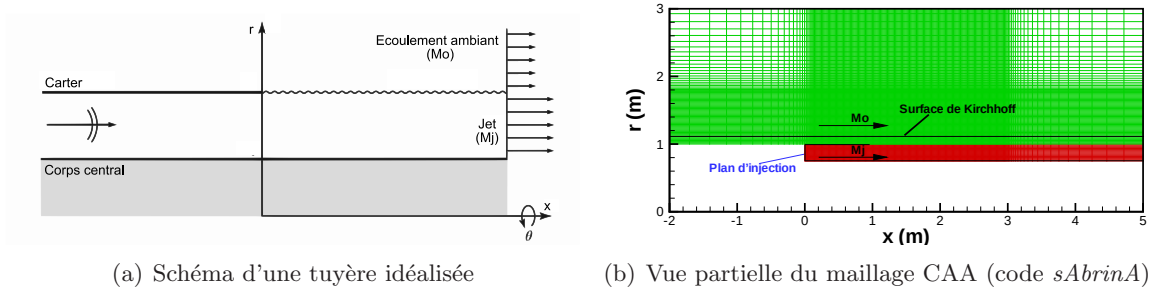


FIG. 3.16 – Description du cas d'une tuyère idéalisée.

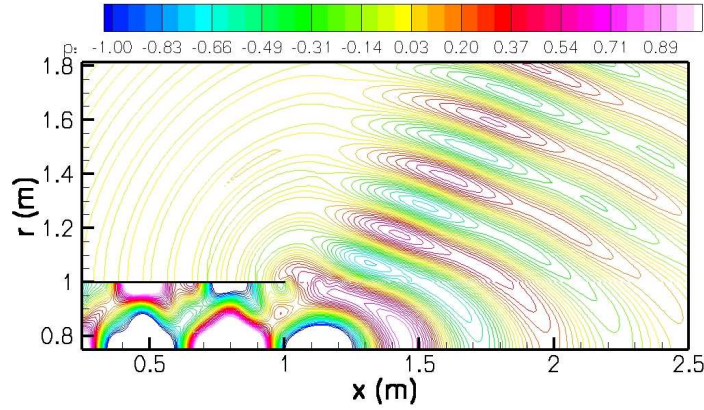


FIG. 3.17 – Perturbations de pression en champ proche du mode (17,2) en aval d'une tuyère idéalisée avec un écoulement cisailé.

Le champ proche des perturbations de pression est présenté sur la figure 3.17 et ne montre pas d'instabilités dans la couche de cisaillement comme dans la théorie [36] ou comme dans certaines simulations résolvant les équations d'Euler linéarisées [58]. En effet, derrière un bord de fuite, la condition de Kutta impose un saut de pression et ainsi force les fluctuations de vitesse à être nulles. Mais au cours de leur passage, les ondes acoustiques induisent des oscillations de vitesse. Pour maintenir cette condition de Kutta, une onde de vorticité est créée, celle-ci pouvant devenir instable en pr  sence d'un cisaillement. Pour un jet incompressible et isotherme, ayant une couche de cisaillement parall  le dans un milieu au repos, Michalke [72]

indique que la stabilité est assurée si :

$$\frac{\omega\theta_m}{U_j} > 0,25 \quad (3.21)$$

où θ_m est l'épaisseur de quantité de mouvement et U_j la vitesse dans le jet. Dans le cas présent, θ_m est nul (même si d'un point de vue numérique, la transition se fait sur une maille) et la condition de stabilité ne devrait jamais être vérifiée. La génération d'instabilités dans le maillage est en fait directement liée à la discrétisation du domaine dans la direction radiale. Plus le maillage est fin, plus le modèle numérique tend vers une couche de cisaillement à épaisseur nulle. En conséquence, plus le maillage est fin, plus la fréquence assurant la stabilité de la couche de cisaillement est élevée. Dans le cas présent, le maillage est suffisamment raffiné pour propager correctement des ondes acoustiques à la fréquence étudiée (1624 Hz), mais assez grossier pour ne pas créer de mode de vorticité instable.

Ainsi, un maillage plus fin a été testé, en diminuant par deux la taille des cellules dans la direction radiale au niveau de la couche de cisaillement. La figure 3.18 présente les perturbations de pression en champ proche obtenues avec ce maillage. Les instabilités sont bien présentes.

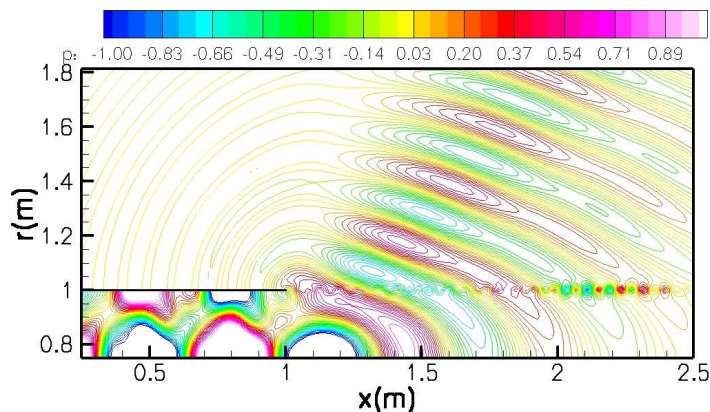


FIG. 3.18 – Perturbations de pression (mode (17,2)) en aval d’une tuyère simplifiée avec un maillage raffiné dans la couche de cisaillement.

Cependant, ces modes instables n’influent pas le rayonnement sonore, comme démontré sur la figure 3.19 présentant le profil de pression en champ proche le long d’une ligne de maillage à $r = 1,1$ m pour les deux maillages (c’est à dire avec et sans instabilité). La présence de ces modes rend néanmoins le calcul plus instable et plus long à converger ; ceci implique en pratique une diminution du nombre de CFL (Courant-Friedrich-Lewy) et donc une augmentation du temps de calcul. Elles sont clairement moins intenses que celles déterminées analytiquement par Gabard et Astley [36] ou numériquement par Kok [58]. Dans son étude, Kok [58] écrit que ses simulations pouvaient diverger à cause de l’accroissement en temps et en espace de ces instabilités. Dans notre cas, la simulation peut atteindre un état statistiquement convergé même en présence de ces instabilités. Ces différences pourraient provenir d’effets non-linéaires (dont les termes sont inclus dans le code *sAbrinA*) comme exposé par Bailly et Juvé [12]. Cependant, pour une couche de cisaillement possédant un gradient plus fort, des divergences numériques peuvent apparaître. Pour améliorer la stabilité du calcul,

une diminution du CFL ou une augmentation artificielle de l'épaisseur de la couche de cisaillement peuvent être appliquées comme proposé par Kok [58].

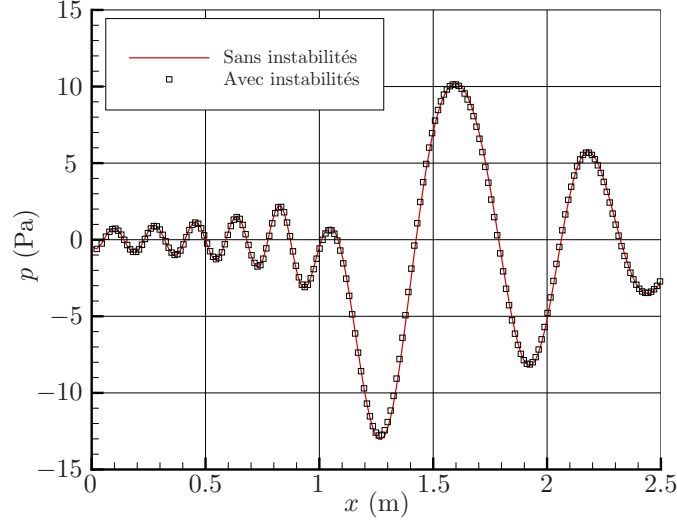


FIG. 3.19 – Comparaison de la pression en champ proche (ligne de maillage à $r = 1,1$ m en aval de la tuyère) avec et sans modes de vorticité.

La directivité en champ lointain est obtenue à l'aide d'une intégrale de Kirchhoff (voir équation 3.2) en utilisant les données en champ proche. La formulation utilisée ici est l'expression générale sans simplification, c'est-à-dire pour une surface d'intégration quelconque et en prenant en compte les termes de champ proche. A noter qu'une validation de cette méthode est proposée en annexe C. L'intégrale est écrite dans le domaine fréquentiel, ce qui permet de s'affranchir des problèmes d'interpolation et de temps retardé inhérents à l'intégration temporelle. De plus, ce calcul peut être limité aux fréquences qui nous intéressent, à savoir une seule dans le cas présent. Le champ de pression fourni par *sAbrinA* est directement transformé dans l'espace de Fourier sur trois surfaces adjacentes (pour le calcul du gradient de pression). Comme proposé initialement par Casalino et Genito [19], la surface de Kirchhoff, S , est un cylindre entourant la tuyère (voir figure 3.16(b)) avec une étendue axiale recouvrant tout le domaine de calcul. La surface n'est pas fermée aux extrémités pour ne pas violer l'hypothèse d'écoulement uniforme. Cependant, puisque l'écoulement externe est uniforme juste au delà de la couche de cisaillement, le cylindre peut être placé très près du conduit ($r = 1,1$ m), de manière à ce que la perte de sources virtuelles sur S soit minime.

La figure 3.20 compare les directivités en champ lointain obtenues numériquement (*sAbrinA*-Kirchhoff) et analytiquement (Gabard et Astley [36]). Les points d'observation sont placés en champ lointain, à $D = 100$ m du centre du plan de sortie du conduit. Pour les deux conditions d'écoulement (cisailé et uniforme), les résultats numériques sont en accord avec les solutions analytiques. On peut également noter la bonne dynamique du calcul numérique (environ 60 dB) dans les zones d'extinction.

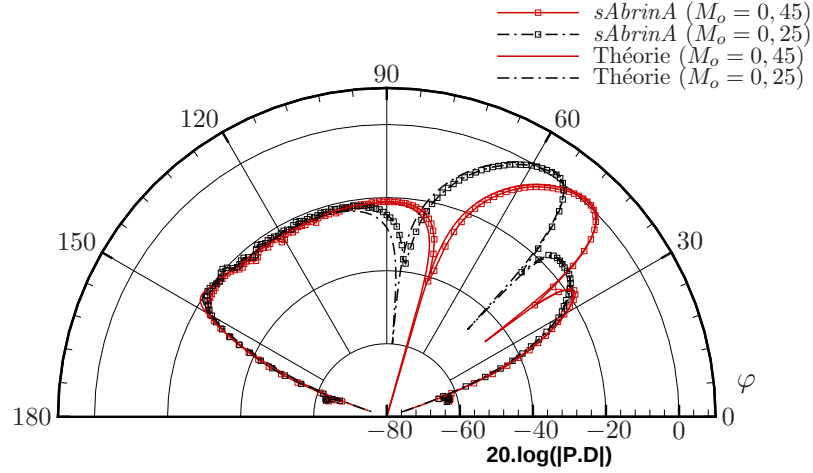


FIG. 3.20 – Validation de la directivité du mode (17,2) en champ lointain : simulation/méthode analytique exacte de Gabard et Astley.

Rayonnement d'un bruit à large bande

Le calcul mono-fréquentiel de la section précédente (3.2.4) est maintenant étendu aux sources de bruit à large bande en appliquant la méthodologie présentée à la section 3.2.3. On considère encore le cas d'un écoulement cisailé et uniforme. Comme indiqué précédemment, une limitation majeure de cette technique vient du fait que les calculs sont nécessairement tridimensionnels et donc coûteux en temps de calcul et en taille mémoire. Pour cette raison, la DSP utilisée comme donnée d'entrée (la même que dans la section 3.2.3) est limitée à 2500 Hz avec $m_{max} \leq 40$. Cependant, les modes sont suffisamment nombreux (310) pour considérer la source comme étant à large bande et permettre une analyse critique de la méthode. Un maillage de 12 millions de mailles a été créé avec un PPW égal à 9. Le pas de temps est fixé de telle manière que le nombre de CFL maximal est de 0,58. Pour atteindre une solution convergée statistiquement, le calcul itère pendant 26 et 24 fois la plus longue période pour le cas avec écoulement non-uniforme et uniforme respectivement. Le temps de calcul est alors inférieur à 20 heures sur un ordinateur NEC-SX8.

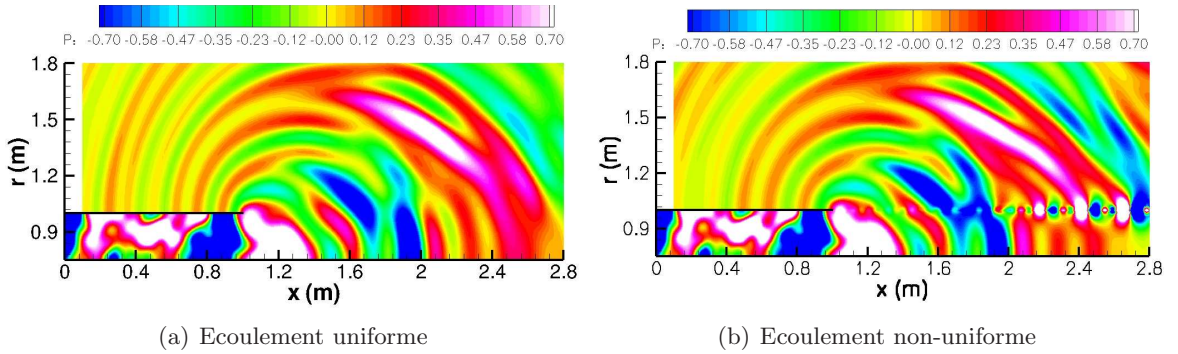


FIG. 3.21 – Champ de perturbations de pression (en Pa) due à un rayonnement acoustique à large bande en aval d'une tuyère simplifiée. Simulation pour une réalisation.

Comme mentionné précédemment, la méthode n'est pas adaptée à des exploitations dans

le domaine temporel. Cependant, il est intéressant d'effectuer une analyse temporelle pour une seule réalisation, c'est-à-dire lorsque les modes sont parfaitement cohérents entre eux. Les figures 3.21(a) et 3.21(b) présentent le champ proche des fluctuations de pression acoustique obtenu avec un écoulement cisailé ou non. La simulation avec cisaillement de l'écoulement est caractérisée par la présence d'instabilités. Sur la figure 3.22, les iso-surfaces de pression à 0,7 Pa sont tracées en même temps que le champ de perturbation dans un plan. Cette représentation est intéressante pour visualiser la forme de ces modes hydrodynamiques ; on peut d'ailleurs remarquer qu'ils ne sont pas parfaitement axisymétriques.

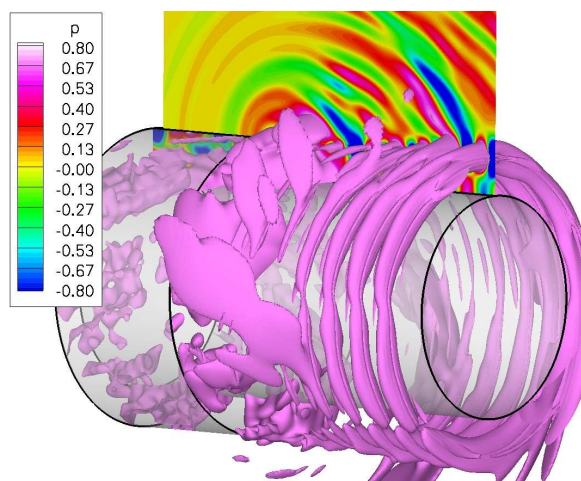


FIG. 3.22 – Visualisation des modes de vorticité créés en aval d'une tuyère (iso-surface de pression à 0,7 Pa).

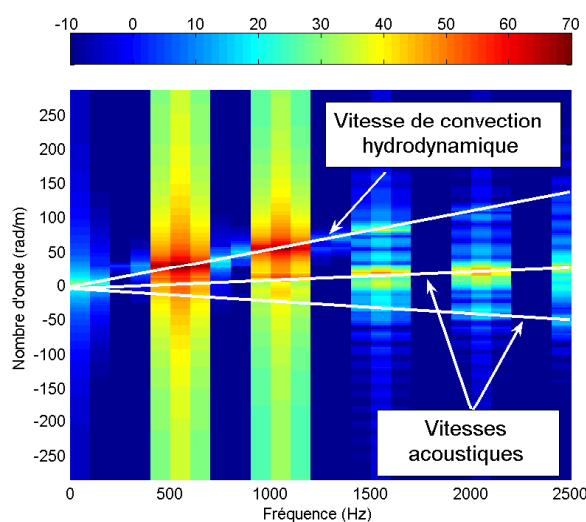


FIG. 3.23 – Cartographie dans l'espace nombre d'ondes-fréquence (dB) r  alis e dans la couche de cisaillement en aval d'une tuyère simplifiée.

Une analyse complémentaire a été r  alis e pour vérifier, entre autres, la vitesse de convection de ces instabilités en calculant un spectre dans le domaine nombre d'onde-fréquence représenté sur la figure 3.23. L'analyse est r  alis e sur une ligne de maillage localisée en

$r = 1$ m et pour $x = 0,1$ à $2,8$ m. Puisque le spectre est échantillonné sur seulement cinq fréquences, l'information est traduite de manière discontinue par des spots correspondant à chaque fréquence. Pour une meilleure visualisation, les points sont reliés entre eux par des lignes, la pente de ces lignes donnant une estimation de la vitesse de convection. Les deux vitesses acoustiques (vers l'amont ou l'aval) sont clairement mises en évidence, de même que la vitesse de convection des structures hydrodynamiques qui est calculée comme étant égale à $118,3$ m/s. Cette valeur est en accord avec la vitesse de convection théorique dans une couche de cisaillement égale à $(U_0 + U_j)/2$, c'est à dire 119 m/s dans notre cas.

De plus, la figure 3.23 souligne deux spots à 500 Hz et 1000 Hz bien plus intenses que les points en hautes fréquences pour les modes de vorticité. Ceci indique que les basses fréquences génèrent plus d'instabilités que les hautes fréquences. Cette observation est confirmée sur la figure 3.24 montrant les DSP de pression sur la ligne de cisaillement (avec ou sans cisaillement). En présence de ces modes de vorticité, le niveau de la DSP montre un gain de 23 dB à 500 Hz et de 18 dB à 1000 Hz. Les niveaux convergent pour les fréquences plus élevées. Ces résultats sont donc en accord avec les observations de Michalke [72] et avec les commentaires faits à la section 3.2.4. Toutes les fréquences devraient en théorie être excitées puisque l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche de cisaillement est nulle (voir équation 3.21). Cependant, la discrétisation radiale et le modèle numérique augmentent artificiellement l'épaisseur de la couche de cisaillement, de sorte que seules les basses fréquences (suffisamment résolues) peuvent générer des modes instables. C'est également ce que l'on a observé au chapitre 1, lors des calculs Euler d'interaction turbulence-profil, le maillage étant très raff n  pour supporter les ondes hydrodynamiques.

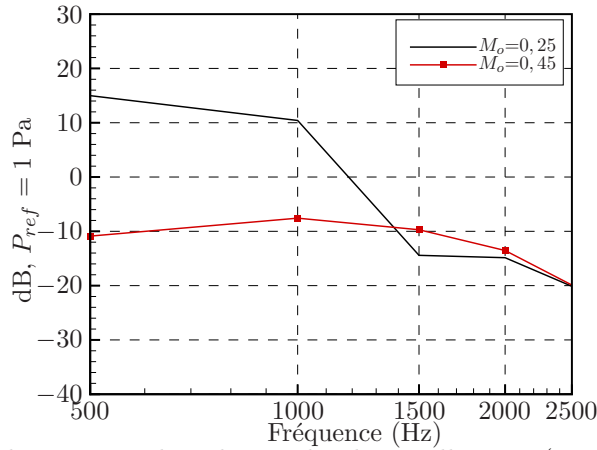


FIG. 3.24 – DSP de pression dans la couche de cisaillement ($x = 2,5$ m, $r = 1$ m).

La même simulation est réalisée en effectuant une moyenne sur 10 réalisations indépendantes. Encore une fois, il est important de préciser que N_k est limité à dix pour des raisons pratiques de temps de calcul et que la précision des estimations peut être augmentée en effectuant un plus grand nombre de réalisations. On se focalise ici davantage sur les tendances et l'applicabilité de la méthode.

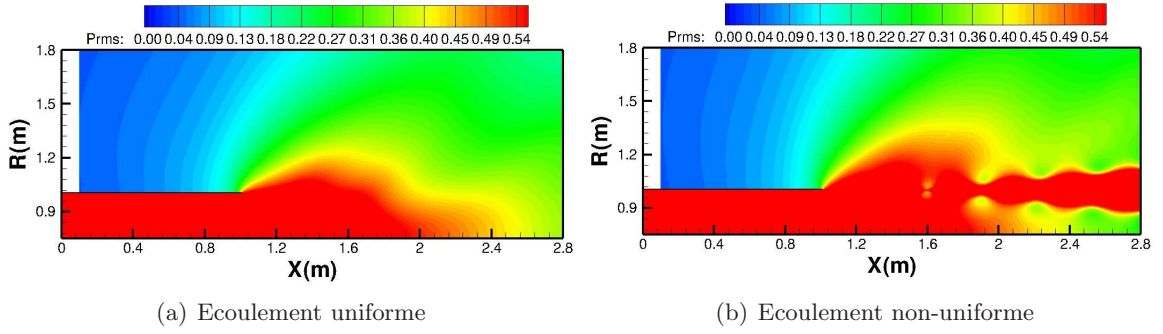


FIG. 3.25 – Niveaux de pression RMS dus à un rayonnement acoustique à large bande en aval d'une tuyère simplifiée. Résultats re-générés après une moyenne sur 10 réalisations.

Les niveaux RMS de pression ainsi obtenus en champs proche sont visibles sur les figures 3.25(a) et 3.25(b) respectivement pour les écoulements uniforme et non-uniforme. La moyenne statistique sur les réalisation tend à renforcer l'intensité du champ de vorticité ainsi que sa forme conique vers l'aval.

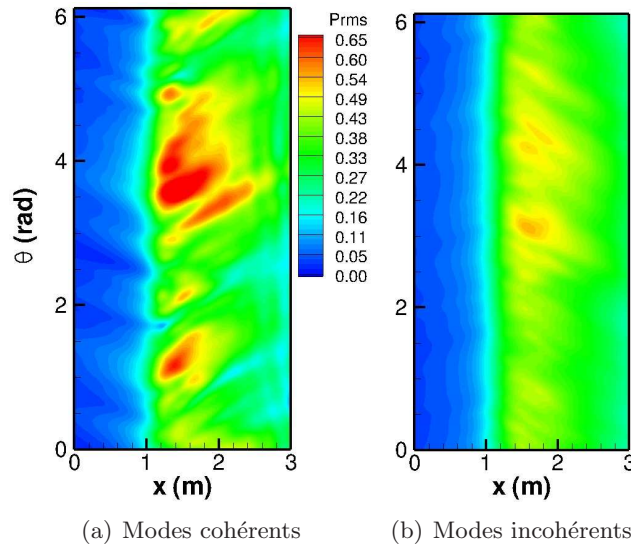


FIG. 3.26 – Champ de pression RMS (Pa) sur une surface cylindrique en champ proche.

Un moyen efficace de vérifier la convergence du calcul en terme de nombre de réalisations est de vérifier l'axisymétrie du résultat. Les figures suivantes montrent les niveaux RMS de pression calculés sur une surface cylindrique en champ proche ($r = 1,26$ m) pour une simulation où les modes sont cohérents (figure 3.26(a)) et après avoir moyenné sur 10 simulations (figure 3.26(b)). Comme attendu, la moyenne statistique conduit à des iso-contours de pression nettement plus axisymétriques.

Pour prévoir les directivités en champ lointain, on a recours à une méthode intégrale. Il est intéressant d'étudier l'effet du champ de vorticité sur la méthode de Kirchhoff. Pour ce faire, la formulation « surface perméable » de FW-H écrite dans le domaine fréquentiel [69] a été programm e afin de comparer les deux formulations. De même que pour l'intégrale

de Kirchhoff, une validation de cette formulation est proposée en annexe C. L'intégrale de FW-H est théoriquement perméable aux fluctuations de vitesse hydrodynamiques présentes dans le champ de vorticité. Elle doit permettre un positionnement flexible de la surface de contrôle comparativement à la méthode de Kirchhoff. Toutefois, il convient de rappeler que seule l'équation complète de FW-H incluant les termes sources volumiques (négligés ici) est exacte. Pour rappel, la formulation complète dans le domaine fréquentiel s'écrit :

$$\hat{p}(\vec{X}, \omega) = I_T + I_L + I_Q \quad (3.22)$$

I_Q représente le terme monopolaire est s'écrit :

$$I_Q = \int_S i\omega \hat{Q}_n(\vec{Y}^v, \omega) \hat{G}(\vec{X}, \omega | \vec{Y}^v) dS$$

avec, $\hat{Q}_n(\vec{Y}^v, \omega) = (\rho^T u_i^T + \rho_0 U_i) n_i^s$.

I_L est le terme de charge (dipolaire) :

$$I_L = \int_S \hat{F}_i(\vec{Y}^v, \omega) \frac{\partial \hat{G}(\vec{X}, \omega | \vec{Y}^v)}{\partial y_i^v} dS$$

avec, $\hat{F}_i(\vec{Y}^v, \omega) = (p^T \delta_{ij} + \rho(u_i^T - 2U_i)u_j^T + \rho_0 U_i U_j) n_j^s$.

Finalement le dernier terme, I_T correspond à la contribution des quadripôles :

$$I_T = \int_V T_{ij}(\vec{Y}^v, \omega) \frac{\partial^2 \hat{G}(\vec{X}, \omega | \vec{Y}^v)}{\partial y_i^v \partial y_j^v} dV$$

où $T_{ij}(\vec{Y}^v, \omega)$ est le tenseur de Lighthill.

$\hat{G}$ est la fonction de Green (solution de l'équation de Helmholtz convectée) en champ libre qui s'écrit pour un mouvement de translation uniforme dans la direction axiale :

$$\hat{G}(\vec{X}, \omega | \vec{Y}^v) = \frac{1}{4\pi S_0} e^{-ik(S_0 - M_x(x - x_s^v))/\beta^2} \quad (3.23)$$

Comme dans la plupart des applications, le terme quadripolaire est négligé. L'ensemble des variables de l'équation 3.22 sont des variables totales, de telle sorte que $u_i^T = u_i' + U_i$. U_i est la vitesse de déplacement de la surface de FW-H notée S ; dans notre cas $U_i = (U_x, 0, 0)$. Enfin ρ_0 est la densité en champ lointain au niveau de l'observateur. A noter, qu'il a été choisi de former les termes F_i et Q_n en temporel pour éviter d'avoir à effectuer les produits de convolution dans le domaine fréquentiel. La transformée de Fourier est alors appliquée dans un deuxième temps sur ces deux grandeurs. Les deux méthodes sont utilisées pour déterminer le rayonnement en champ proche de manière à être comparées avec la solution directe du calcul *sAbrinA*. Dans un premier temps, la configuration avec écoulement uniforme est considérée avec une surface localisée à $r = 1, 1$ m. Les résultats sont présentés sur la figure 3.27 qui montre un accord quasi-parfait entre les deux formulations. Un très bon accord avec le résultat direct est également obtenu.

A noter que contrairement aux calculs avec l'intégrale de Kirchhoff de la section précédente, la surface d'intégration est limitée axialement à la zone bien résolue du maillage. En effet, des oscillations parasites sont introduites dans la solution lorsque la zone éponge est

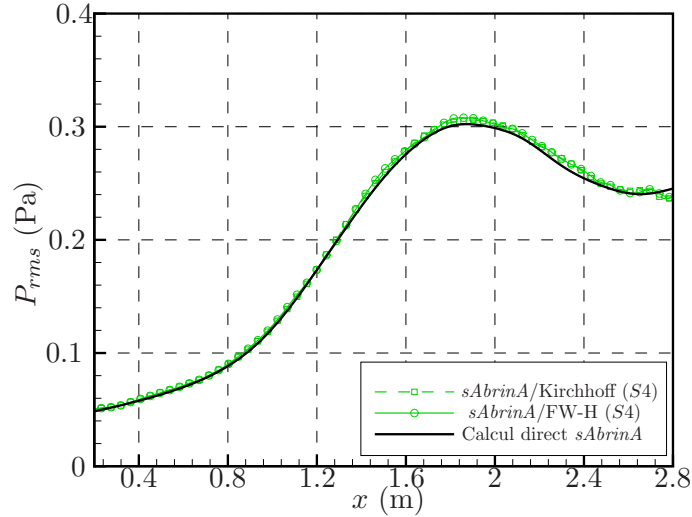


FIG. 3.27 – Comparaison du niveau de pression RMS obtenu grâce à un calcul CAA direct et un calcul CAA couplé aux formulations de Kirchhoff et FW-H. Écoulement porteur uniforme.

inclue. Ces erreurs deviennent très importantes dans le cas où des instabilités sont créées. Pour le cas avec un écoulement cisailé, différentes positions de la surface d'intégration ont été testées de près ($S4$ à $r = 1,1$ m) à loin de l'axe du conduit ($S1$ à $r = 1,33$ m). La surface $S4$ est très près du champ de vorticité et le traverse partiellement ; en conséquence, les deux formulations sont en défaut. Les fluctuations hydrodynamiques traversant la surface d'intégration entraînent une contribution des termes de charge et d'épaisseur qui est normalement annulée par le terme volumique. Ces effets sont en général négligeables, ce qui permet de ne pas calculer le terme quadripolaire. L'intégrale de Kirchhoff commence à fournir un bon résultat à partir de la surface $S3$ alors que la méthode de FW-H donne encore des écarts

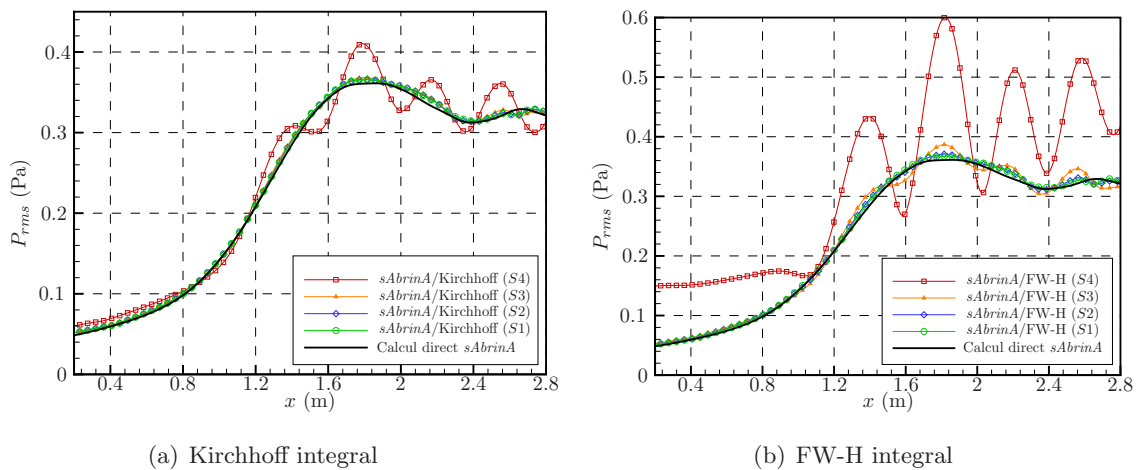


FIG. 3.28 – Comparaison du niveau de pression RMS obtenu grâce à un calcul CAA direct et un calcul CAA couplé aux formulations de Kirchhoff et FW-H.  coulement porteur non-uniforme.

importants. Ce résultat est surprenant car la méthode de FW-H est supposée permettre un choix plus flexible au niveau de la position de la surface d'intégration. Pour les deux dernières surfaces, les résultats convergent avec les deux méthodes.

Afin de comprendre pourquoi de telles erreurs sont obtenues avec l'intégrale de FW-H, diverses grandeurs sont analysées sur les différentes surfaces d'intégration. Des cartes de niveaux RMS de vitesse normale à la surface (V_n) et de pression (p_{rms}) sont présentées sur les figures 3.29(a) et 3.29(b), ainsi que la composante normale à S du gradient de pression (dp/dn) sur la figure 3.29(c).

Tout d'abord, il apparaît que le champ de vorticité impacte plus les perturbations de vitesse que de pression. Les modes de vorticité sont visibles jusqu'à la troisième surface ($S3$) sur le champ de V_n mais uniquement jusqu'à la deuxième ($S2$) sur la pression. En conséquence, l'intégrale de FWH est plus affectée, puisque les fluctuations de vitesse ne sont pas introduites dans l'intégrale de Kirchhoff. La même observation est faite sur dp/dn qui est connu comme étant le terme contribuant majoritairement au niveau de bruit rayonné via l'intégrale de Kirchhoff. En observant la figure 3.29(c), on peut remarquer qu'il n'y a pas d'augmentation de niveau due aux instabilités au-delà de la surface $S4$ (ce qui est cohérent avec le résultat de la figure 3.28(a)). Ces deux points peuvent expliquer pourquoi, pour cette configuration, l'intégrale de Kirchhoff est préférable à celle de FW-H, puisque une surface plus proche du conduit peut être utilisée. C'est donc la formulation de Kirchhoff que l'on utilisera par la suite.

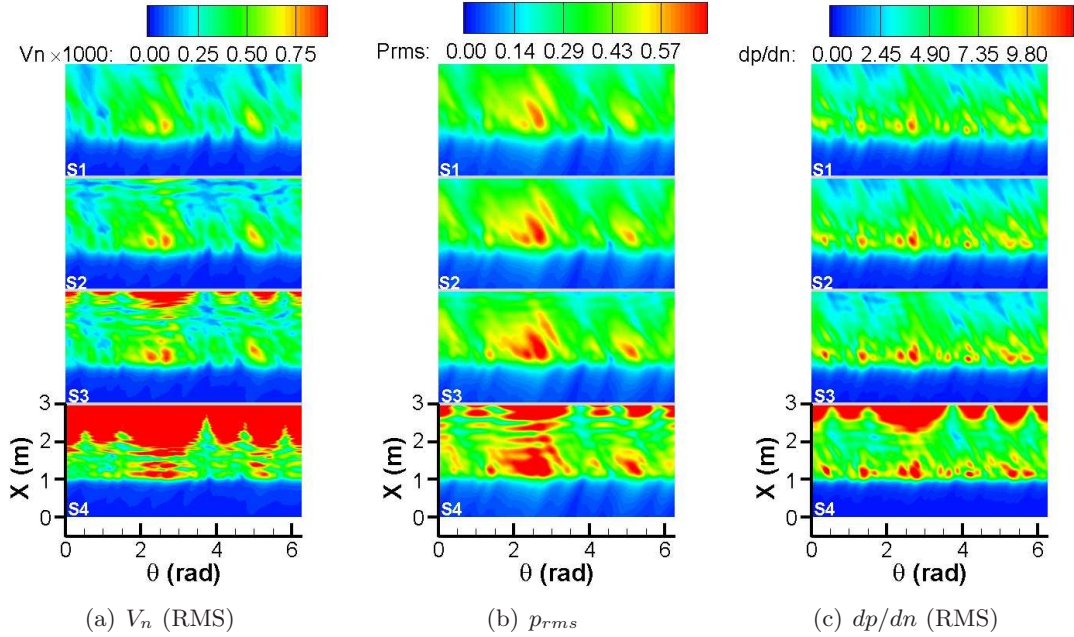


FIG. 3.29 – Effets du positionnement de la surface d'intégration de Kirchhoff et de FW-H sur les niveaux RMS de V_n , p et dp/dn en présence de modes de vorticité.

La directivité calculée pour un observateur en champ lointain situé à $D = 100$ m est présentée sur la figure 3.30(a), ainsi que la DSP de pression pour $\varphi = 45^\circ$ sur la figure 3.30(b),

pour les deux cas d'écoulement étudiés. Les résultats sont obtenus à l'aide de la méthode de Kirchhoff avec la surface $S3$. La directivité est caractérisée par un large lobe typique du rayonnement d'un bruit à large bande de turboréacteur. Les prévisions pour un observateur situé au voisinage de l'axe en amont (180°) et en aval (0°) ne sont pas portées sur la figure 3.30(a) puisque la surface n'étant pas fermée, les résultats ne sont pas corrects. La principale différence entre les cas avec et sans cisaillement est un décalage d'approximativement 10° comme montré sur la figure 3.30(a) par la courbe pointillée correspondant au résultat sans écoulement décalé de 10° . Cependant, une augmentation du niveau maximal est également observable pour un écoulement cisailé. Néanmoins, sur la figure 3.30(b), on ne constate pas d'augmentation importante (2,3 dB) du niveau en basse fréquence comme celle mise en évidence dans la couche de cisaillement lorsque les modes de vorticité sont présents (voir figure 3.24). Cela confirme une nouvelle fois que ces instabilités ont une contribution faible sur le rayonnement en champ lointain.

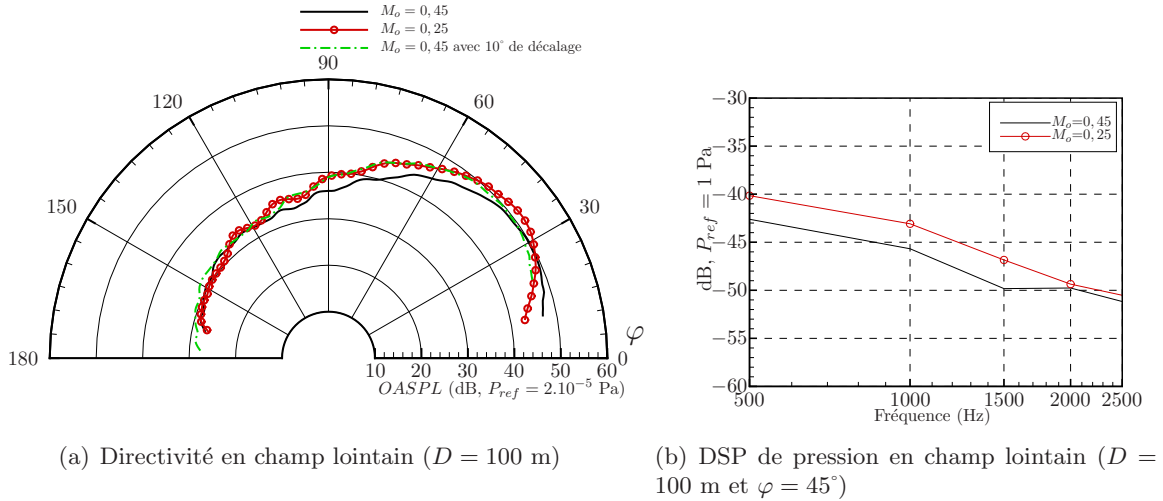


FIG. 3.30 – Prévision du rayonnement acoustique à large bande en aval d'une tuyère simplifiée. Résultats en champ lointain obtenus par un couplage *sAbrinA*/Kirchhoff.

3.2.5 Cas d'une tuyère réaliste

Une première application visant à générer du bruit à large bande sur le rayonnement aval d'une tuyère réaliste est proposée dans cette partie. Outre de démontrer que la méthode peut être appliquée sur une géométrie complexe, le but de cette partie est aussi de faire une comparaison sur la propagation et le rayonnement du bruit à large bande d'une tuyère réaliste et d'une tuyère idéalisée pour laquelle une solution semi-analytique peut être obtenue [36, 29].

La géométrie et les conditions de vol sont fournies dans le cadre d'une collaboration entre l'ONERA et Airbus-France (projet Ambiance). Le champ porteur provient d'un calcul RANS réalisé par Airbus-France avec le code *elsA*. Le point de certification choisi correspond à une condition d'approche. Les figures 3.31(a) et 3.31(b) présentent le champ moyen de vitesse axiale et de densité, mettant clairement en évidence l'hétérogénéité de l'écoulement.

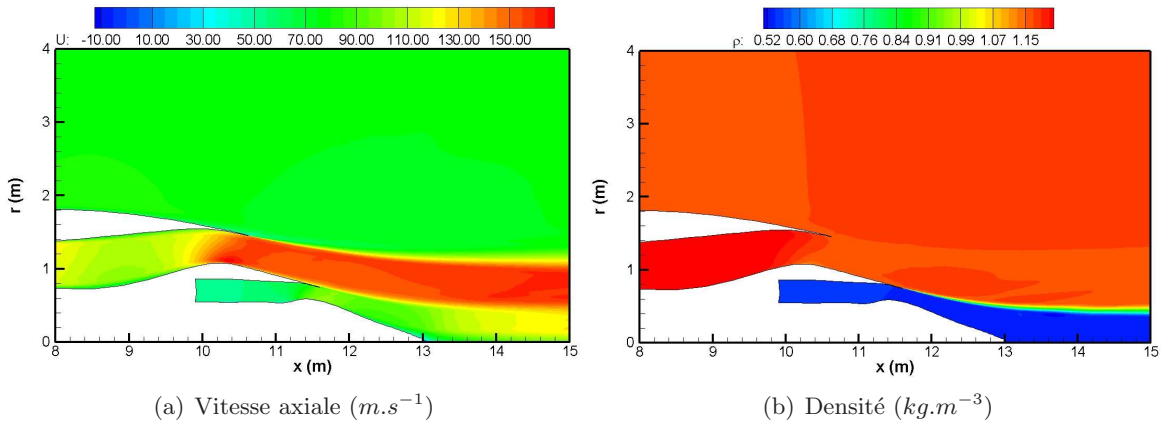


FIG. 3.31 – Champ moyen en sortie d’une tuyère double-flux en condition d’approche (Calcul RANS réalisé par Airbus-France).

Les principales caractéristiques des conditions aérodynamiques en entrée du primaire et du secondaire ainsi qu’à l’infini sont reportées dans le Tableau 3.1.

Approche	M_0	P_0 (Pa)	T_0 (K)	c_0 ($m.s^{-1}$)	ρ_0 ($kg.m^{-3}$)
Conduit secondaire	0,319	107718	306,1	350,694	1,22651
Conduit primaire	0,114	103646	664,75	516,880	0,543
Condition à l’infini	0,222	99940	297,4	345,71	1,1701

TAB. 3.1 – Principales caractéristiques aérodynamiques de vol en condition d’approche.

Le maillage utilisé pour le calcul RANS n’étant pas adapté aux calculs de propagation sonore, un nouveau maillage (figure 3.32) a été construit à partir de la géométrie de la tuyère. Le maillage est plus régulier, déaffiné au niveau de la couche limite et n’est plus composé que de trois blocs (cf. figure 3.32), ce qui facilite le couplage avec les méthodes d’extrapolation des ondes (Kirchhoff ou FW-H). L’écoulement moyen est ensuite interpolé de la grille CFD à la grille CAA avec le logiciel Tecplot. Il s’agit là encore d’un maillage 2D, le maillage 3D axisymétrique étant obtenu par une rotation azimutale, conduisant à une grille de 13 700 000 noeuds. Une difficulté majeure dans l’utilisation d’un maillage structuré de révolution provient des cellules très petites près de l’axe. Le code *sAbrinA* utilisant un schéma explicite, le nombre de CFL doit être inférieur à 1 pour respecter les critères de stabilité et de précision suffisantes. En conséquence, le pas de temps du calcul est entièrement piloté par les plus petites mailles (au voisinage de l’axe). Ainsi, pour limiter le temps de calcul, une petite partie du domaine comprenant l’axe a été supprimée. Cela ne devrait pas trop influencer les calculs puisque les niveaux sonores sont très faibles dans cette zone. Toujours dans le but de réduire le temps de calcul, le nombre de points dans le maillage est réduit en limitant la fréquence maximale des sources à 2000 Hz. Ainsi, la gamme de fréquence du spectre en entrée de calcul est de 400 Hz à 2000 Hz avec un pas de 400 Hz. Cependant, la géométrie du conduit étant plus grande que celle des sections 3.2.3 et 3.2.4, la fréquence réduite correspondante reste du même ordre de grandeur ($kR_e = 54$ au lieu de 55 pour le cas du conduit infini). Un nombre minimal de PPW de 8 (limite pour obtenir une discrétisation suffisante des opérateurs de

dérivé [113]) est assuré. Le CFL est fixé à 0,99. La simulation est conduite sur 28 fois la plus longue période (0,0025 s) pour obtenir une bonne convergence des grandeurs statistiques, le tout nécessitant 85 heures de temps CPU sur un ordinateur NEC-SX8. En ce qui concerne le contenu modal, 547 modes sont générés avec $n_{max} = 8$ et $m_{max} = 40$.

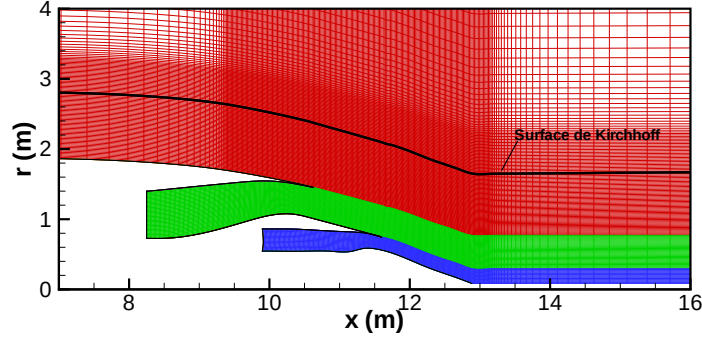


FIG. 3.32 – Vue du maillage axy-symétrique de la tuyère réaliste pour un calcul CAA.

La tuyère idéalisée est définie de manière à être le plus proche possible du cas de la tuyère « Ambiance ». Les rayons interne et externe sont égaux à ceux du plan d'entrée de la configuration réaliste, de même que les conditions aérodynamiques (voir conduit secondaire dans le tableau 3.1). Les conditions d'écoulement externe sont identiques aux conditions à l'infini de la tuyère réaliste. Les maillages en terme de PPW sont à peu près identiques, mais le pas de temps peut être augmenté puisqu'il n'y a pas de flux primaire. En conséquence, le temps de calcul nécessaire à la convergence des calculs est bien plus faible.

Analyse du champ proche

Une étude préliminaire dans le domaine temporel est effectuée pour un calcul sans moyenne (une réalisation). Les perturbations de pression simulées pour les deux configurations (idéalisée et réaliste) sont représentées sur les figures 3.33(a) et 3.33(b) au même instant.

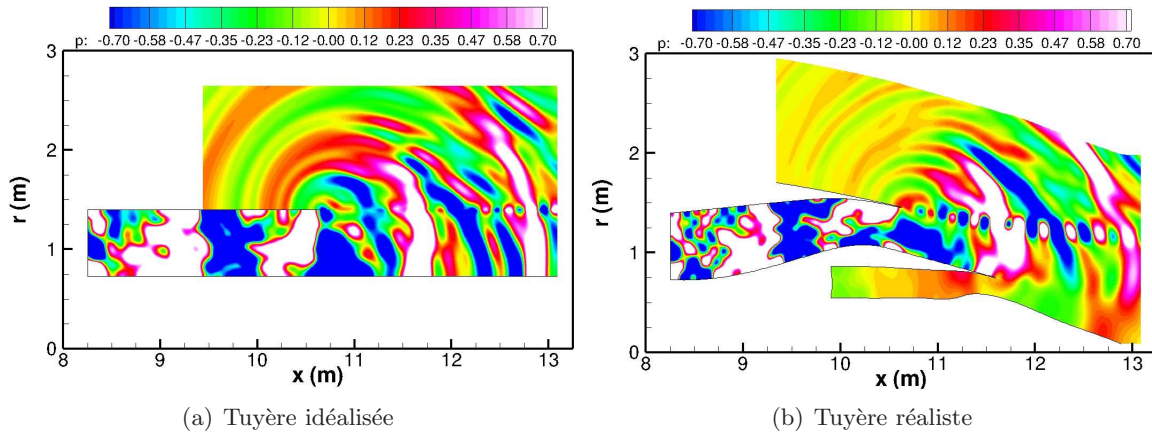


FIG. 3.33 – Champ de perturbations de pression (en Pa) d'un rayonnement acoustique à large bande en aval d'une tuyère.

On remarque qu'en dehors de la zone proche du plan d'injection, seules les basses fré-

quences sont réellement comparables. En effet, des écarts importants sont observables pour les plus hautes fréquences dus au changement de géométrie. Les modes de vorticit   apparaissent comme   tant plus intenses dans le cas de la tuy  re « Ambiance », ceci pouvant   tre expliqu   simplement par une augmentation de la vitesse d'  jection due    un r  tr  cissement de la section de sortie. Ainsi, le cisaillement est plus important, ce qui engendre de plus fortes instabilit  s. Une visualisation de ces modes de vorticit   est propos  e sur les figures 3.34(a) et 3.34(b) en tra  ant les iso-surfaces des perturbations de pression.

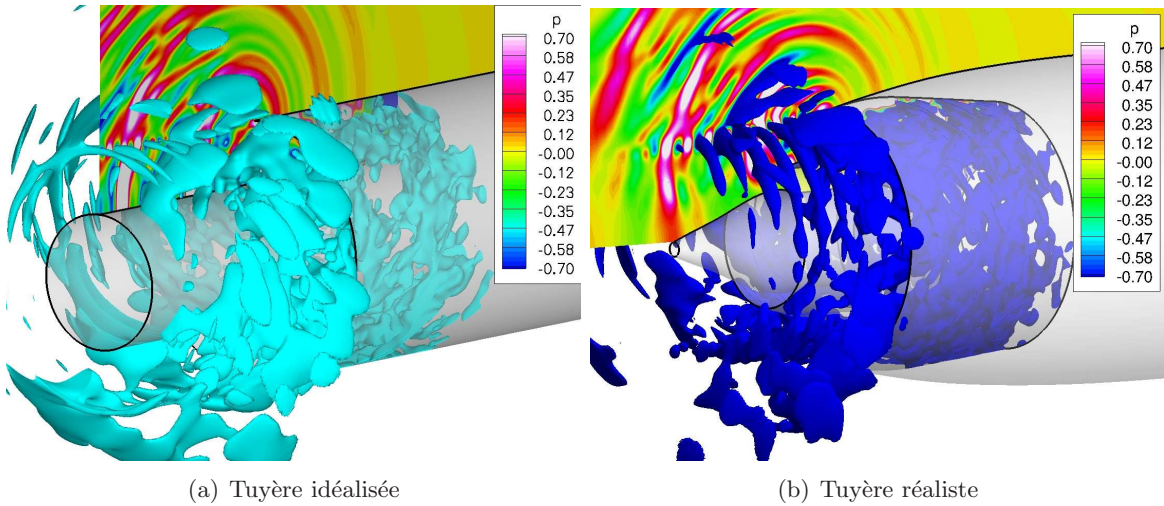


FIG. 3.34 – Visualisation des ondes de vorticit   (iso-valeur de pression    $-0,7 \text{ Pa}$) cr   es en aval d'une tuy  re.

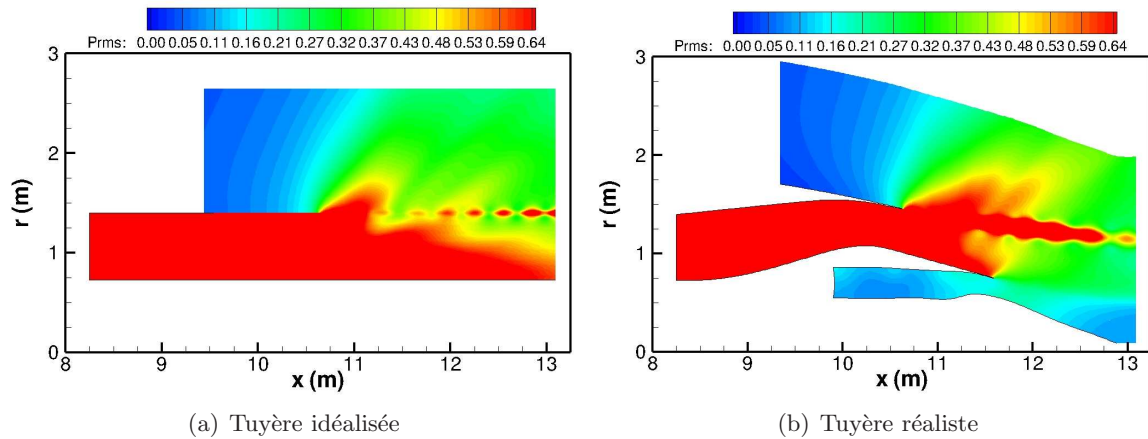


FIG. 3.35 – Niveaux de pression RMS dus    un rayonnement acoustique    large bande en aval d'une tuy  re. R  sultats re-g  n  r  s apr  s une moyenne sur 10 r  alisations.

Les instabilit  s montrent une dissym  trie plus forte que celle observ  e dans la section pr  c  dente, de sorte que pour certains angles aucune instabilit   n'est cr   e. Ces observations   tant valables pour les deux configurations, il ne s'agit donc pas d'un effet de g  om  trie. On constate   galement que la taille des modes hydrodynamiques augmente dans la direction

axiale pour la configuration simplifiée ; à l'inverse, l'évasement de la couche de cisaillement du champ moyen réaliste, dû à une augmentation de l'épaisseur de quantité de mouvement, tend à amortir les instabilités après une certaine distance. Cet effet est clairement visible sur la figure 3.35(b) où les niveaux RMS de pression sont obtenus par une moyenne sur dix réalisations. Les champs RMS sur les deux configurations (figures 3.35(a) et 3.35(b)) montrent un meilleur accord que les résultats instantanés, en particulier dans la région supérieure au delà de $r = 1,5 \text{ m}$. Cependant, dans la région du primaire, la présence du corps central infiniment long de la tuyère idéalisée entraîne de fortes réflexions conduisant à un niveau sonore plus élevé.

Résultats en champ lointain

La dernière analyse est dédiée aux prévisions en champ lointain en utilisant un chaînage entre les résultats en champ proche de *sAbrinA* et l'intégrale de Kirchhoff. Différentes positions de la surface d'intégration ont été testées par rapport à l'hétérogénéité du champ moyen. Ainsi, des conditions quasi-uniformes sont obtenues pour une position relativement éloignée de l'axe (cf. figure 3.32) pour laquelle les modes de vorticité ne sont plus présents. En ce qui concerne la tuyère simplifiée, la même position qu'à la section 3.2.4 est utilisée, c'est-à-dire à 0,18 m du carter dans la direction radiale. Cependant, la surface aurait certainement pu être rapprochée puisque les modes instables sont d'une importance moindre. Les directivités et les DSP de pression en champ lointain sont reportées sur les figures 3.36(a) et 3.36(b).

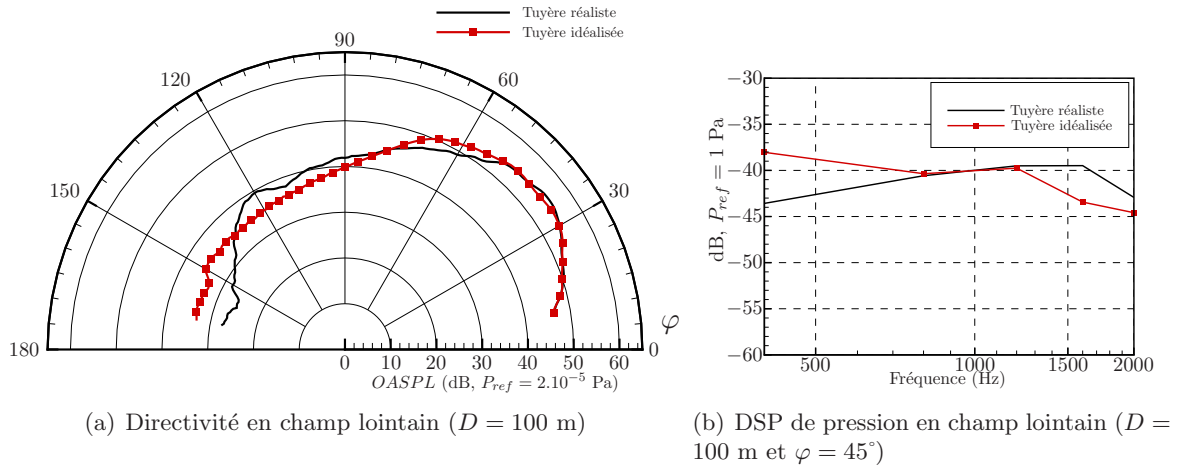


FIG. 3.36 – Prévision du rayonnement acoustique à large bande en aval d'une tuyère. Résultats en champ lointain obtenus par un couplage *sAbrinA*/Kirchhoff.

Les deux directivités sont semblables jusqu'à $\varphi = 90^\circ$. Au-delà, des différences plus importantes apparaissent. Ces écarts sont peut-être dus à des effets de réfraction qui sont sensibles à la forme des lèvres et du carter de la tuyère. En analysant la DSP, on peut constater que les niveaux de la tuyère réaliste sont plus faibles en basse fréquence mais la tendance s'inverse dans les hautes fréquences. Le niveau intégré est de ce fait relativement proche entre les deux configurations. Les différences en basses fréquences sont certainement dues à la différence de ratio carter/moyeu des deux configurations. Celui de la tuyère réaliste étant plus faible, il

en résulte une coupure plus importante (fréquence de coupure plus petite) des modes dans les basses fréquences. Il semble donc que pour cette configuration, la tuyère simplifiée soit une bonne approximation et que les méthodes analytiques reprenant ce type de configuration restent intéressantes même pour un usage industriel.

On peut finalement conclure que l'approche présentée ici est applicable à des cas industriels grâce notamment au fait que les calculs sont indépendants et peuvent être effectués en même temps, ceci réduisant considérablement le temps de calcul effectif. Toutefois, les calculs étant tridimensionnels, le temps de restitution pour une réalisation devient très important et certaines restrictions limitant la fréquence maximale résolue et le nombre de modes propagatifs doivent être introduites en pratique. Néanmoins, le spectre à large bande d'une soufflante ne présentant pas de forte irrégularité, un pas fréquentiel large (de 400 à 500 Hz) comme celui considéré dans notre étude semble assez bien adapté.

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, le dernier chaînon de notre méthodologie hybride de prévision de bruit à large bande a été traité. Il s'agit du rayonnement sonore du turboréacteur jusqu'à un observateur en champ lointain.

La première partie du chapitre a discuté la possibilité d'utiliser une intégrale de Kirchhoff ayant comme surface d'intégration la section de sortie du conduit. La manche est supposée infinie et de révolution et l'écoulement moyen uniforme. Une comparaison avec une solution analytique exacte pour les mêmes hypothèses (formulation de Homicz et Lordy [53]) a été appliquée en utilisant comme données d'entrée la DSP de l'amplitude modale obtenue au chapitre précédent. Cette comparaison montre que le rayonnement d'un bruit à large bande est bien prévu avec l'intégrale de Kirchhoff pour des angles de rayonnement inférieur à 90° . Puisque ces deux méthodes sont analytiques et possèdent un temps de calcul faible la contribution de chaque mode est calculée indépendamment puis sommée de manière incohérente.

Dans la deuxième partie, une première tentative de simuler numériquement la propagation et le rayonnement aval d'un bruit à large bande d'une soufflante de turboréacteur a été proposée. Contrairement aux formulations analytiques, les effets d'un écoulement hétérogène et d'une géométrie complexe sont pris en compte mais le caractère incohérent du bruit à large bande est plus difficile à obtenir. En effet, la réalisation d'un calcul mode par mode, associée à une sommation incohérente n'est pas réaliste lorsqu'un grand nombre de modes est considéré comme dans le cas d'un bruit à large bande.

Avant de traiter la problématique de l'injection de sources à large bande dans un code CAA résolvant numériquement les équations d'Euler, la génération de modes acoustiques avec le code *sAbrinA* a été validée. Deux méthodes ont été mises en avant : l'injection modale par condition limite ou bien à l'aide d'un terme source équivalent, chacune ayant ses avantages et ses inconvénients. Finalement, l'utilisation de conditions limites a été retenue principalement pour sa robustesse.

L'amplitude modale, qui est la donnée d'entrée du problème, est déduite de l'échantillonnage d'un spectre générique prédéfini et décomposé en série de Fourier-Bessel en assumant une équi-répartition de l'énergie entre les modes. La DSP est estimée en effectuant une moyenne sur différentes réalisations indépendantes. Ceci permet de simuler le caractère aléatoire des

sources turbulentes et la somme incohérente des modes acoustiques d'un bruit à large bande. En pratique, il a été montré que 10 réalisations permettent d'obtenir de bonnes tendances. Le cas du rayonnement d'une tuyère simplifiée a ensuite été considéré.

Dans un premier temps, la solution numérique obtenue pour un seul mode a été validée grâce à un modèle analytique. Puis, en appliquant la méthodologie précédemment décrite, le rayonnement d'un bruit à large bande a été simulé. Une attention particulière a été portée aux instabilités créées dans la couche de cisaillement. Contrairement aux divergences souvent obtenues dans ce cas avec des codes linéarisés, les termes non-linéaires simulés ici permettent d'obtenir une solution stable. Cependant, il est démontré que ces modes de vorticité ont une contribution faible sur le bruit rayonné.

Finalement, une simulation sur une tuyère réaliste en termes d'écoulement et de géométrie a été réalisée. Une configuration simplifiée correspondante (tuyère idéalisée et équivalente) a également été simulée pour comparaison. Même si les champs proches présentent des différences notables, le rayonnement en champ lointain jusqu'à un angle de rayonnement de 90° est relativement semblable. Ainsi, cette méthodologie semble être applicable sur des configurations avancées. Cependant, le caractère tridimensionnel des simulations demande d'importantes ressources informatiques. La parallélisation du code (en cours de réalisation durant la thèse) devrait permettre d'atteindre des fréquences plus hautes avec davantage de modes propagatifs sur des configurations industrielles.

Conclusion

Synthèse

Au cours de cette thèse, nous avons mis en place des outils de prévision du bruit à large bande de soufflante en vue de simuler la génération, la propagation modale dans la manche des sources de bruit et le rayonnement acoustique en champ lointain. Le mécanisme d'interaction entre une turbulence incidente (créée par le rotor) et le stator est supposé être la source de bruit prépondérante et nous nous sommes donc limités à la prévision de ce type de source. Le travail est scindé en trois parties. En premier lieu le mécanisme d'interaction rotor-stator est étudié à travers une turbulence de grille homogène et isotrope (THI) impactant un profil isolé. Le cas de l'interaction rotor-stator en milieu guidé est ensuite traité et appliqué à une maquette de compresseur axial. Enfin, la dernière partie traite de la simulation du rayonnement aval en sortie de conduit. Dans chacune de ces parties, des approches analytiques et numériques sont proposées. Les méthodes analytiques permettent une prévision rapide du problème simplifié, et les méthodes numériques permettent de lever les hypothèses au prix d'un temps de calcul beaucoup plus long.

D'un point de vue analytique, le modèle d'Amiet, assimilant le profil à une plaque plane fine et non portante, et la turbulence à une turbulence homogène et isotrope, fournit des résultats acceptables si le profil est suffisamment fin comme il a été démontré dans la littérature et dans cette thèse par comparaison à des mesures expérimentales.

Le modèle d'Amiet ayant prouvé son efficacité, ce dernier est étendu au cas d'aubages en milieu confiné moyennant un nombre important d'hypothèses, par exemple, la fonction de Green considérée est solution de l'équation d'onde convectée en conduit annulaire semi-infini. Deux formulations ont été mises en avant : l'une est bidimensionnelle avec une approche par bande permettant l'évolution radiale des paramètres de calcul et l'autre est tridimensionnelle mais restreinte à des données d'entrée uniformes radialement. Les deux formulations sont appliquées au cas du banc d'essai du DLR avec des données d'entrée provenant d'un calcul aérodynamique RANS ou bien directement de mesures. Les résultats fournis sont satisfaisants (± 2 dB avec des données d'entrée expérimentales) compte tenu de la relative simplicité des modèles. Ces deux méthodes possèdent un temps de restitution faible en particulier l'approche bidimensionnelle.

Enfin, une manière simple et rapide d'obtenir le rayonnement en champ lointain consiste à utiliser une intégrale de Kirchhoff ayant comme surface d'intégration la section de sortie du conduit. La manche est supposée infinie et de révolution et l'écoulement moyen uniforme. Une comparaison avec une solution analytique exacte pour les mêmes hypothèses (formulation de

Homicz et Lordy [53]) a été appliquée en utilisant comme données d'entrée la DSP de l'amplitude modale obtenue au chapitre 2. Cette comparaison montre que le rayonnement d'un bruit à large bande est bien prévu avec l'intégrale de Kirchhoff pour des angles de rayonnement inférieurs à 90° .

L'approche numérique permet de prendre en compte, d'une part les effets de géométrie du profil et d'écoulement non-uniforme autour de ce dernier dans le calcul des sources de bruit, et d'autre part la forme de la nacelle et l'effet d'un écoulement hétérogène (cisaillement) sur le rayonnement en champ libre.

Idéalement, dans le cadre de l'interaction THI-profil, un calcul LES incorporant la grille de génération de la turbulence pourrait fournir directement les sources de bruit (fluctuations de pression surfacique). Cependant, les coûts de calcul étant prohibitifs, la turbulence est synthétisée à l'aide de modes de Fourier (ces modes correspondent aux rafales considérées dans la théorie d'Amiet). Ces rafales peuvent ensuite être injectées en entrée du domaine de calcul. Un tel calcul est actuellement en cours de réalisation au CERFACS en collaboration avec l'Onera dans le cadre du projet européen FLOCON. Cependant, la complexité et le temps de restitution du calcul n'ont pas permis une restitution assez rapide des résultats pour effectuer les calculs acoustiques. Ainsi, seule la méthodologie de calcul et de post-traitement acoustique a été présentée.

En revanche, un calcul Euler bidimensionnel a pu être utilisé et la réponse d'une plaque plane et du profil NACA 651210 à des fluctuations de vitesse normale au profil a été étudiée. Dans un premier temps, la pression surfacique et le rayonnement acoustique de la plaque plane obtenus numériquement ont été validés par comparaison avec le modèle d'Amiet. Puis le cas de la plaque plane et du profil NACA ont été comparés. Dans un premier temps, un écoulement porteur uniforme est imposé autour du profil et des différences relativement importantes sont visibles au dessus et en aval du profil. Ces différences sont en accord avec les mesures. En revanche, on constate contrairement aux données mesurées une augmentation des hautes fréquences par rapport au rayonnement de la plaque plane. A l'inverse, peu d'écarts sont visibles coté intrados. En effet, le profil est quasiment plat sur l'intrados et le rayonnement ainsi que les fluctuations de pression pariétale sont équivalentes à celles d'une plaque plane. Dans un deuxième temps, un champ porteur dérivant d'un calcul RANS a été utilisé. Les forts cisaillements présents dans la couche limite et dans les décollements génèrent des modes hydrodynamiques. L'analyse des DSP montre l'apparition de sources de bruit supplémentaires qui ne sont pas directement dûes à l'interaction rafales/profil. L'hypothèse selon laquelle ce rayonnement est dû à l'interaction des modes tourbillonnaires avec le profil a été avancée. Contrairement au cas où un écoulement porteur uniforme est utilisé, les spectres montrent dans ce cas une diminution des niveaux en hautes fréquences par rapport au rayonnement d'une plaque. Cette dernière observation est en accord avec ce qui est observé expérimentalement et démontre l'importance de l'aérodynamique propre du profil sur le rayonnement acoustique.

Un calcul LES a pu être utilisé au chapitre 2 pour le cas de l'interaction THI-profil en champ libre, un tel calcul a pu être utilisé pour l'interaction rotor-stator. Pour limiter le temps et les coûts de calcul, l'envergure simulée est limitée. Ainsi une méthode d'extrapolation des données dans la direction radiale a été mise en place afin de restituer au mieux les effets

de non-compacité et de corrélation des sources turbulentes. Grâce à l'obtention directe des sources par le calcul LES, l'hypothèse d'incohérence modale classiquement adoptée a pu être vérifiée. L'approche numérique a fourni des résultats exploitables malgré plusieurs anomalies restant à élucider au niveau du calcul LES (raies parasites, vitesse de convection inaccessible, répartition quasi-uniforme de la pression suivant la corde).

Enfin, une première tentative pour simuler numériquement la propagation et le rayonnement aval d'un bruit à large bande d'une soufflante de turboréacteur a été proposée. La principale difficulté consiste à obtenir le caractère incohérent du bruit à large bande. En effet, la réalisation d'un calcul mode par mode (associée à une sommation incohérente) n'est pas réalisable en pratique lorsqu'un grand nombre de modes est considéré comme dans le cas d'un bruit à large bande. Avant de traiter la problématique de l'injection de sources à large bande dans un code CAA résolvant numériquement les équations d'Euler, la génération de modes acoustiques avec le code *sAbrinA* a été validée. Deux méthodes ont été mises en avant : l'injection modale par condition limite ou bien à l'aide d'un terme source équivalent, chacune ayant ses avantages et ses inconvénients. Finalement, l'utilisation de conditions limites a été retenue principalement pour sa robustesse. L'amplitude modale, qui est la donnée d'entrée du problème, est déduite de l'échantillonnage d'un spectre générique prédéfini et décomposé en série de Fourier-Bessel en supposant une équi-répartition de l'énergie entre les modes. La DSP est estimée en effectuant une moyenne quadratique sur différentes réalisations indépendantes. Ceci permet de simuler le caractère aléatoire des sources turbulentes et des modes acoustiques incohérents. En pratique, il a été montré que 10 réalisations permettent d'obtenir de bonnes tendances. Le cas du rayonnement d'une tuyère simplifiée a ensuite été considéré. Dans un premier temps, la solution numérique obtenue pour un seul mode a été validée grâce à un modèle analytique. Puis, en appliquant la méthodologie précédemment décrite, le rayonnement d'un bruit à large bande a été simulé. Une attention particulière a été portée aux instabilités créées dans la couche de cisaillement. Contrairement aux divergences souvent obtenues dans ce cas avec des codes résolvant les équations d'Euler linéarisées, les termes non-linéaires conservés ici permettent d'obtenir une solution stable. Cependant, il est démontré que ces modes de vorticité ont une contribution faible sur le bruit rayonné. L'influence de ces instabilités sur la précision des formulations intégrales permettant l'obtention du bruit en champ lointain a également été étudié. Finalement, une simulation sur une maquette de tuyère à double flux a été réalisée. Une configuration simplifiée correspondante (tuyère idéalisée) a également été simulée pour comparaison. Même si les champs proches présentent des différences notables, le rayonnement en champ lointain jusqu'à un angle de rayonnement de 90° est relativement semblable. Ainsi, cette méthodologie semble être applicable sur des configurations avancées. Cependant, le caractère tridimensionnel des simulations demande d'importantes ressources informatiques.

Perspective

Analytiquement, les améliorations possibles sont multiples mais généralement au détriment du temps de restitution. L'épaisseur du profil pourrait par exemple être pris en compte en utilisant la théorie de la distortion rapide de la turbulence. Des spectres de turbulences autres que ceux de Von-Kármán pourraient être utilisés pour obtenir une turbulence anisotrope et

une distribution non-uniforme du sillage turbulent dans la direction azimutale. Mais la modification majeure en ce qui concerne la prédiction de l'interaction rotor-stator, serait d'utiliser la fonction de réponse d'une cascade au lieu de celle d'un profil isolé. Ces modèles pourraient alors être comparés notamment en fonction du nombre d'aubes du stator sur des configurations plus représentatives d'une soufflante de turboréacteur que le banc du DLR. Pour la propagation en conduit, la fonction Green peut être modifiée pour prendre en compte un écoulement cisailé en utilisant l'équation de Pridmore-Brown. De même, des formulations analytiques plus complexes (technique de Wiener-Hopf) permettent de prévoir le rayonnement sonore en sortie de conduit en présence de traitement de paroi ou encore de cisaillement.

Numériquement, le passage en 3D devrait permettre de simuler plus finement une interaction turbulence-profil. Mais le coût du calcul va devenir très important avec un maillage pouvant rapidement atteindre 100 millions de points. Pour résoudre le problème des instabilités dans le calcul Euler, l'utilisation d'un champ porteur ne présentant pas de décollement pourrait être intéressante. On peut donc envisager, l'utilisation d'un champ porteur non-visqueux pour s'affranchir du problème de couche limite, ou bien encore, effectuer le calcul à une incidence non nulle pour éviter le décollement au niveau du bord d'attaque puisque l'on sait que l'influence de l'angle d'incidence sur le rayonnement d'une interaction THI-profil est faible. Il est possible d'envisager la simulation de l'interaction d'une turbulence avec une cascade en dupliquant le profil avec des conditions de périodicité ou bien en maillant l'aubage complet. Ces deux points font d'ailleurs l'objet d'une thèse débutant fin 2010.

Les moyens de calcul devenant de plus en plus importants, il est clair que l'utilisation de la LES est à envisager. Pour l'interaction turbulence-profil en champ libre, les données LES exploitables devraient bientôt être disponibles. Dans le cadre de l'interaction rotor-stator, un calcul sur une envergure plus étendue avec un soin particulier apporté aux conditions aux limites devrait résoudre les problèmes observés dans ce mémoire. Ainsi, davantage d'analyses pourront être réalisées. On peut également envisager de limiter le calcul LES au sillage du rotor et ainsi d'alimenter un modèle analytique comme celui développé ici. Enfin, la parallélisation du code *sAbrinA* devrait permettre d'atteindre des fréquences plus élevées avec un nombre de modes propagatifs plus important afin de prévoir le rayonnement sonore en sortie (ou entrée) de nacelle sur des configurations industrielles.

Annexe A

Fonction de Green en conduit annulaire

Les calculs menant à la notion de fonction propre et de fonction de Green en conduit sont détaillés dans cette annexe.

A.1 Fonctions propres du conduit et décomposition modale

Pour cette formulation, les hypothèses suivantes sont nécessaires :

- la manche du conduit secondaire est approximée à un conduit annulaire semi-infini de rayon interne R_i et externe R_e ;
- les parois sont considérées rigides ;
- l'écoulement est purement axial et uniforme avec une vitesse U_x et un nombre de Mach M_x .

Le conduit est un guide d'onde dans lequel la propagation acoustique est décrite par une décomposition modale. Ces modes ont été introduits par Tyler et Sofrin [118] au début des années 60. L'équation d'onde avec écoulement uniforme en absence de source que vérifie la pression acoustique, $p^\pm(\vec{X}, t)$ (le signe + dénote la propagation aval et le - la propagation amont) s'écrit :

$$\left\{ \Delta - M_x^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2 \frac{M_x}{c_0} \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} p^\pm(\vec{X}, t) = 0 \quad (\text{A.1})$$

On en déduit l'équation de Helmholtz par transformée de Fourier temporelle de l'équation d'onde. Une formulation adimensionnée de l'équation de l'Helmholtz sera utilisée, elle s'écrit alors :

$$\left\{ \Delta - M_x^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2iM_x \bar{k} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{k}^2 \right\} \hat{p}^\pm(\vec{X}, f) = 0 \quad (\text{A.2})$$

avec $\bar{\omega} = \omega R_e$ et $\bar{k} = \bar{\omega}/c_0$.

Pour résoudre cette équation, on utilise une méthode de séparation des variables. Ainsi, on décompose la pression en deux fonctions $\bar{e}(x)$ et $\psi(\bar{r}, \theta)$ tel que :

$$\hat{p}^\pm(\vec{X}, f) = \bar{e}(x) \psi(\bar{r}, \theta)$$

$\bar{r} = r/R_e$, $h = \frac{R_i}{R_e}$ est le rapport de moyeu du conduit avec $h \leq \bar{r} \leq 1$.

En injectant cette formulation de la pression dans l'équation A.2, on obtient :

$$\psi(\bar{r}, \theta) \left\{ \beta^2 \frac{d^2 \bar{e}(x)}{dx^2} - 2iM_x \bar{k} \frac{d\bar{e}(x)}{dx} + \bar{k}^2 \bar{e}(x) \right\} + \bar{e}(x) \Delta_T \psi(\bar{r}, \theta) = 0$$

$\beta = \sqrt{1 - M_x^2}$ est le facteur de Lorentz et Δ_T est le laplacien suivant $\bar{r}$ et θ . Il vient ensuite :

$$-\frac{1}{\psi(\bar{r}, \theta)} \Delta_T \psi(\bar{r}, \theta) = \frac{1}{\bar{e}(x)} \left\{ \beta^2 \frac{d^2 \bar{e}(x)}{dx^2} - 2iM_x \bar{k} \frac{d\bar{e}(x)}{dx} + \bar{k}^2 \bar{e}(x) \right\} = \alpha^2 = \text{constante}$$

d'où

$$\Delta_T \psi(\bar{r}, \theta) + \alpha^2 \psi(\bar{r}, \theta) = 0 \quad (\text{A.3})$$

et

$$\beta^2 \frac{d^2 \bar{e}(x)}{dx^2} - 2iM_x \bar{k} \frac{d\bar{e}(x)}{dx} + (\bar{k}^2 - \alpha^2) \bar{e}(x) = 0 \quad (\text{A.4})$$

Fonctions propres

On s'intéresse à la fonction $\psi(\bar{r}, \theta)$ appelée fonction propre du conduit. Elle doit être périodique selon θ , de période 2π . On a donc la décomposition suivante :

$$\psi(\bar{r}, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m(\bar{r}) e^{-im\theta} \quad (\text{A.5})$$

Or la fonction radiale $C_m(\bar{r})$ vérifie :

$$\left\{ \frac{d^2}{d\bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{d}{d\bar{r}} + \left(\alpha^2 - \frac{m^2}{\bar{r}^2} \right) \right\} C_m(\bar{r}) = 0$$

Il s'agit d'une équation de Bessel d'ordre m qui admet pour solution :

$$C_m(\bar{r}) = A_m J_m(\alpha \bar{r}) + B_m Y_m(\alpha \bar{r}) \quad (\text{A.6})$$

Avec les conditions aux limites dues à la rigidité du conduit en $r = R_i$ et $r = R_e$, on peut écrire :

$$\frac{dC_m(\bar{r})}{d\bar{r}} = 0$$

Les valeurs de α vérifiant ces conditions sont appelées valeurs propre du conduit ou nombre d'onde transversal, elles sont notées α_{mn} , m étant l'ordre de l'équation de Bessel et n correspondant au nombre de zéros de l'équation suivante :

$$J'_m(\alpha) Y'_m(\alpha h) - J'_m(\alpha h) Y'_m(\alpha) = 0 \quad (\text{A.7})$$

Ainsi,

$$C_{mn}(\bar{r}) = A_{mn}J_{mn}(\alpha_{mn}\bar{r}) + B_{mn}Y_{mn}(\alpha_{mn}\bar{r}) \quad (\text{A.8})$$

A noter que pour un conduit cylindrique (sans corps central, $R_i \rightarrow 0$). L'équation précédente se simplifie :

$$C_{mn}(\bar{r}) = A_{mn}J_{mn}(\alpha_{mn}\bar{r}) \quad (\text{A.9})$$

puisque Y_{mn} est singulière quand $r \rightarrow 0$.

Finalement :

$$\psi(\bar{r}, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn}(\bar{r}) e^{im\theta} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{mn}(\bar{r}, \theta) \quad (\text{A.10})$$

Normalisation des fonctions propres

Les fonctions propres forment un ensemble de fonctions orthogonales qui se traduit par la relation :

$$\int_h^1 \int_0^{2\pi} \psi_{mn}(\bar{r}, \theta) \psi_{m'n'}^*(\bar{r}, \theta) \bar{r} d\bar{r} d\theta = \Gamma_{mn} \delta_{mm'} \delta_{nn'} \quad (\text{A.11})$$

où Γ_{mn} est la norme de la fonction propre et δ_{ij} est le symbole de Kronecker. Ainsi, Γ_{mn} est donnée par l'intégrale :

$$\Gamma_{mn} = 2\pi \int_h^1 C_{mn}^2(\bar{r}) \bar{r} d\bar{r} \quad (\text{A.12})$$

Rienstra [99] a normalisé la fonction C_{mn} et l'a écrite sous la forme :

$$C_{mn}(r) = N_{mn}(\cos(\tau_{mn})J_m(\alpha_{mn}\bar{r}) - \sin(\tau_{mn})Y_m(\alpha_{mn}\bar{r})) \quad (\text{A.13})$$

N_{mn} est le facteur de Normalisation.

Pour $m \geq 0$ et $n \geq 1$:

$$N_{mn} = \frac{1}{2} \sqrt{2\pi} \alpha_{mn} \left[\frac{1 - m^2/\alpha_{mn}^2}{J_m'(\alpha_{mn})^2 + Y_m'(\alpha_{mn})^2} - \frac{1 - m^2/\alpha_{mn}^2 h}{J_m'(\alpha_{mn}h)^2 + Y_m'(\alpha_{mn})^2 h} \right]^{-1/2} \quad (\text{A.14})$$

et

$$\tau_{mn} = \arctan \left[\frac{J_m'(\alpha_{mn})}{Y_m'(\alpha_{mn})} \right] \quad (\text{A.15})$$

Pour $m=0$, $\alpha_{01} = 0$ et $U_{01}(r) = N_{01} = \sqrt{2}/\sqrt{1-h^2}$

Dans le cas du conduit cylindrique les expressions précédentes deviennent :

$$C_{mn}(\bar{r}) = N_{mn}J_m(\alpha_{mn}\bar{r}) \quad (\text{A.16})$$

$$N_{mn} = \left\{ \frac{1}{2} (1 - m^2/\alpha_{mn}^2) J_m(\alpha_{mn})^2 \right\}^{-1/2} \quad (\text{A.17})$$

$$U_{01} = \sqrt{2}$$

$$J'_m(\alpha_{mn}) = 0 \quad (\text{A.18})$$

Ce qui donne finalement :

$$\Gamma_{mn} = 2\pi \int_h^1 C_{mn}^2(\bar{r}) \bar{r} d\bar{r} = 2\pi \quad (\text{A.19})$$

Relation de dispersion

On décompose la pression sur la base des modes propres :

$$\hat{p}^\pm(\vec{X}, f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \bar{e}_{mn}(x) \psi_{mn}(\bar{r}, \theta)$$

On injecte cette relation dans l'équation de Helmholtz. En tenant compte de la propriété des modes propres :

$$\Delta_T \psi_{mn}(\bar{r}, \theta) + \alpha_{mn}^2 \psi_{mn}(\bar{r}, \theta) = 0,$$

on obtient :

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{mn}(\bar{r}, \theta) \left[\beta^2 \frac{d^2 \bar{e}_{mn}(x)}{dx^2} - 2iM_x \bar{k} \frac{d\bar{e}_{mn}(x)}{dx} + (\bar{k}^2 - \alpha_{mn}^2) \bar{e}_{mn}(x) \right] = 0$$

En multipliant par $\psi_{mn}^*(\bar{r}, \theta)$, en intégrant sur la surface du conduit et en utilisant l'orthogonalité des modes propres, il vient :

$$\beta^2 \frac{d^2 \bar{e}_{mn}(x)}{dx^2} - 2iM_x \bar{k} \frac{d\bar{e}_{mn}(x)}{dx} + (\bar{k}^2 - \alpha_{mn}^2) \bar{e}_{mn}(x) \quad (\text{A.20})$$

L'équation A.20 admet comme solution :

$$\bar{e}_{mn}^\pm(x) = \bar{A}_{mn}^\pm e^{-i\bar{k}_{mn}^\pm x}$$

$\bar{k}_{mn}$ est le nombre d'onde axial adimensionné et $\bar{A}_{mn}$ est l'amplitude modale adimensionnée.

La relation de dispersion est obtenue en insérant l'équation précédente dans l'équation A.20 :

$$-\beta^2 \bar{k}_{mn}^2 - 2M_x \bar{k} \bar{k}_{mn} + (\bar{k}^2 - \alpha_{mn}^2) = 0$$

C'est une équation du second degré en $\bar{k}_{mn}$ dont le discriminant réduit s'écrit :

$$\Delta_{mn}^2 = \bar{k}^2 - \beta^2 \alpha_{mn}^2 \quad (\text{A.21})$$

et les solutions sont données par :

$$\bar{k}_{mn}^\pm = \frac{-M_x \bar{k} \pm \Delta_{mn}}{\beta^2} \quad (\text{A.22})$$

Modes propagatifs et modes coupés

Δ_{mn} est appelé paramètre de coupure car sa valeur détermine si le mode correspondant est coupé ou propagatif. En effet, si Δ_{mn} est réel alors la propagation du mode se fait sans atténuation, on parle alors de mode propagatif. En revanche, si Δ_{mn} est imaginaire, le nombre d'onde, k_{mn} est complexe. Le mode (m, n) est coupé et sa propagation se fait avec une atténuation exponentielle.

- Pour un mode coupé ou évanescent :

$$\bar{k}_{mn}^{\pm} = \frac{-M_x \bar{k} \pm i \sqrt{\beta^2 \alpha_{mn}^2 - \bar{k}^2}}{\beta^2} \quad (\text{A.23})$$

- Pour un mode propagatif :

$$\bar{k}_{mn}^{\pm} = \frac{-M_x \bar{k} \pm \sqrt{\bar{k}^2 - \beta^2 \alpha_{mn}^2}}{\beta^2} \quad (\text{A.24})$$

On peut alors définir une fréquence de propagation :

$$\bar{f}_c = \frac{\beta \alpha_{mn} c_0}{2\pi} \quad (\text{A.25})$$

Sous forme dimensionnée, cela donne : $f_c = \bar{f}_c / R_e$ et $k_{mn} = \bar{k}_{mn} / R_e$.

Sous forme dimensionnée et développée, la pression dans le conduit s'écrit finalement :

$$\hat{p}^{\pm}(\vec{X}, f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} C_{mn} e^{-i(m\theta + k_{mn}^{\pm} x)} \quad (\text{A.26})$$

A.2 Fonction de Green en conduit

La fonction de Green est conservée par translation, ainsi on peut la noter, $\bar{G}(\vec{X}, \tau | \vec{Y})$ avec $\tau = t - t_s$ et sa transformée de Fourier $\hat{\bar{G}}(\vec{X}, f | \vec{Y})$. Elle satisfait la relation suivante :

$$\left\{ \Delta - M_x^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2iM_x \bar{k} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{k}^2 \right\} \hat{\bar{G}}(\vec{X}, f | \vec{Y}) = \delta(\vec{X} - \vec{Y}) \quad (\text{A.27})$$

On utilise une nouvelle fois la méthode de séparations de variables pour obtenir :

$$\hat{\bar{G}}(\vec{X}, f | \vec{Y}) = \bar{g}(x, \vec{Y}) \psi(\bar{r}, \theta)$$

L'équation A.27 devient après injection de l'équation précédente :

$$\psi(\bar{r}, \theta) \left\{ \beta^2 \frac{d^2 \bar{g}(x, \vec{Y})}{dx^2} - 2iM_x \bar{k} \frac{d\bar{g}(x, \vec{Y})}{dx} + \bar{k}^2 \bar{g}(x, \vec{Y}) \right\} + \bar{g}(x, \vec{Y}) \Delta_T \psi(\bar{r}, \theta) = \delta(\vec{X} - \vec{Y})$$

La fonction de Green peut, tout comme il a été fait pour la pression, être décomposée sur la base des modes propres :

$$\hat{\bar{G}}(\vec{X}, f | \vec{Y}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \bar{g}_{mn}(x, \vec{Y}) \psi_{mn}(\bar{r}, \theta)$$

De manière analogue à la section précédente, l'équation de Helmholtz devient :

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{mn}(\bar{r}, \theta) \left[\beta^2 \frac{d^2 \bar{g}_{mn}(x, \vec{Y})}{dx^2} - 2iM_x \bar{k} \frac{d\bar{g}_{mn}(x, \vec{Y})}{dx} + (\bar{k}^2 - \alpha_{mn}^2) \bar{g}_{mn}(x, \vec{Y}) \right] = \bar{\delta}(\vec{X} - \vec{Y})$$

On multiplie cette équation par $\psi_{mn}^*(\bar{r}, \theta)$, on intègre sur la section du conduit et en utilisant la propriété d'orthogonalité des fonctions propres, on obtient :

$$\left\{ \beta^2 \frac{d^2 \bar{g}_{mn}(x, \vec{Y})}{dx^2} - 2iM_x \bar{k} \frac{d\bar{g}_{mn}(x, \vec{Y})}{dx} + (\bar{k}^2 - \alpha_{mn}^2) \bar{g}_{mn}(x, \vec{Y}) \right\} = \frac{\psi_{mn}^*(\bar{r}_s, \theta_s)}{\Gamma_{mn}} \bar{\delta}(x - x_s)$$

On considère que le conduit est invariant par translation selon l'axe longitudinal et on pose donc $\epsilon = x - x_s$. Ceci permet d'écrire l'équation précédente sous la forme :

$$\left\{ \beta^2 \frac{d^2 \bar{g}_{mn}(\epsilon, \bar{r}_s, \theta_s)}{d\epsilon^2} - 2iM_x \bar{k} \frac{d\bar{g}_{mn}(\epsilon, \bar{r}_s, \theta_s)}{d\epsilon} + (\bar{k}^2 - \alpha_{mn}^2) \bar{g}_{mn}(\epsilon, \bar{r}_s, \theta_s) \right\} = \frac{\psi_{mn}^*(\bar{r}_s, \theta_s)}{\Gamma_{mn}} \bar{\delta}(\epsilon)$$

La transformée de Fourier selon $\epsilon = x - x_s$ s'écrit :

$$\hat{g}_{mn}(\kappa, \bar{r}_s, \theta_s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{g}_{mn}(\epsilon, \bar{r}_s, \theta_s) e^{i\kappa\epsilon} d\epsilon$$

En l'appliquant, il suit :

$$\hat{g}_{mn}(\kappa, r_s, \theta_s) = \frac{\psi_{mn}^*(\bar{r}_s, \theta_s)}{2\pi\Gamma_{mn}} \frac{1}{-\beta^2\kappa^2 - 2M\bar{k}\kappa + (\bar{k}^2 - \alpha_{mn}^2)}$$

On retrouve la relation de dispersion au dénominateur ce qui permet d'écrire :

$$\hat{g}_{mn}(\kappa, \bar{r}_s, \theta_s) = \frac{\psi_{mn}^*(\bar{r}_s, \theta_s)}{2\pi\Gamma_{mn}} \frac{1}{2\Delta_{mn}} \left(\frac{1}{\kappa - \bar{k}_{mn}^-} - \frac{1}{\kappa - \bar{k}_{mn}^+} \right)$$

Si on effectue la transformée de Fourier inverse, il vient :

$$\bar{g}_{mn}(\epsilon, \bar{r}_s, \theta_s) = \frac{\psi_{mn}^*(\bar{r}_s, \theta_s)}{4\pi\Gamma_{mn}\Delta_{mn}} \left(\frac{1}{\kappa - \bar{k}_{mn}^-} - \frac{1}{\kappa - \bar{k}_{mn}^+} \right) e^{i\kappa\epsilon} d\kappa$$

Le théorème des résidus permet finalement d'obtenir :

$$\bar{g}_{mn}(\kappa, \bar{r}_s, \theta_s) = \frac{-i\psi_{mn}^*(\bar{r}_s, \theta_s)}{2\Gamma_{mn}\Delta_{mn}} e^{-i\bar{k}_{mn}^{\pm}(x-x_s)} \quad (\text{A.28})$$

L'expression complète de la fonction de Green adimensionnée est donnée par :

$$\hat{G}(\vec{X}, f|\vec{Y}) = \frac{-i}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_{mn}(\bar{r})C_{mn}(\bar{r}_s)}{\Delta_{mn}\Gamma_{mn}} e^{-i(m(\theta-\theta_s)+\bar{k}_{mn}^{\pm}(x-x_s))} \quad (\text{A.29})$$

Enfin, sous forme dimensionnée (m^{-1} , $\bar{\delta} = R_e\delta$) et développée, avec $\Gamma_{mn} = 2\pi$ la fonction de Green s'écrit :

$$\hat{G}(\vec{X}, f|\vec{Y}) = \frac{-i}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_{mn}(r)C_{mn}(r_s)}{\Delta_{mn}2\pi R_e} e^{-i(m(\theta-\theta_s)+k_{mn}^{\pm}(x-x_s))} \quad (\text{A.30})$$

Annexe B

Fonction de portance réduite

Cette annexe a pour but de détailler la démonstration menant à la fonction de portance réduite. Cette fonction, proposée par Amiet [4, 3] dans le cadre de son modèle de prédiction de bruit d'interaction profil-turbulence permet de faire le lien entre les fluctuations de pression à la surface d'une plaque plane soumis à l'excitation d'une perturbation de la forme :

$$w = w_0 e^{i(\omega t - K_\zeta \zeta - K_\eta \eta)} \quad (\text{B.1})$$

L'origine du repère (ζ, η, ξ) est placée au centre du profil, où ζ est dans la direction de la corde et η est dans la direction de l'envergure. La pression surfacique s'écrit alors :

$$p(\zeta, \eta, t) = \pi \rho_0 U_\zeta w_0 g(\zeta, K_\zeta, K_\eta) e^{i(\omega t - K_\eta \eta)} \quad (\text{B.2})$$

On cherche donc à expliciter la fonction de portance réduite, g . Le problème consiste à déterminer le potentiel satisfaisant l'équation d'ondes convectées :

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 \phi}{Dt^2} = 0 \quad (\text{B.3})$$

où $\frac{D}{Dt}$ est la dérivée convective pour un écoulement purement axial.

A cela s'ajoute les conditions limites suivantes :

- potentiel de vitesse nul en amont du profil ;
- vitesse normale nulle sur le profil ;
- différence de pression nulle entre intrados et extrados au bord de fuite et dans le sillage, conformément à la condition de Kutta.

On définit le repère (y_1, y_2, y_3) centré sur le bord d'attaque du profil, ainsi que les variables adimensionnées suivantes :

$$\begin{aligned}
 \bar{y}_1 &= \frac{y_1}{b}; \bar{y}_2 = \frac{y_2^2 \beta}{b}; \bar{y}_3 = \frac{y_3 \beta}{b}; \\
 \bar{K}_i &= K_i b; \sigma = \frac{\bar{K}_\zeta}{\beta^2}; \mu = \sigma M_\zeta; \\
 \beta^2 &= 1 - M_\zeta^2; \kappa^2 = \mu^2 - \frac{\bar{K}_\eta^2}{\beta^2}; \\
 \Phi(\bar{y}_1, \bar{y}_3) &= \phi(y_1, y_2, y_3, t) e^{-i\omega t + i[-\mu M_\zeta \bar{y}_1 + \bar{K}_\eta \bar{y}_2 / \beta]}.
 \end{aligned}$$

On peut donc écrire l'équation d'onde sous la forme :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \bar{y}_1^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \bar{y}_3^2} + \kappa^2 \Phi = 0 \quad (\text{B.4})$$

De plus, les conditions aux limites s'expriment par :

$$\Phi(\bar{y}_1, 0) = 0 \quad \text{pour } \bar{y}_1 \leq 0 \quad (\text{B.5a})$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{y}_3} = -\frac{c\omega_0}{2\beta} e^{-i\sigma \bar{y}_1} \quad \text{pour } 0 < \bar{y}_1 \leq 2 \quad (\text{B.5b})$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{y}_1} + i\sigma \Phi = 0 \quad \text{pour } 2 < \bar{y}_1 \quad (\text{B.5c})$$

La nature de l'équation varie en fonction du signe de κ^2 , c'est à dire en fonction de la valeur de $\bar{K}_\eta$ par rapport à $\mu\beta$. Si $\bar{K}_\eta \leq \bar{K}_\zeta M_\zeta / \beta$, l'équation différentielle est hyperbolique et la rafale (composante de la turbulence incidente) est dite supercritique. A l'inverse, la rafale est dite subcritique et l'équation d'onde est elliptique. Tous d'abord, le cas des rafales supercritiques est considéré, les rafales subcritiques seront traitées dans un deuxième temps.

Le problème ainsi posé ne peut être résolu analytiquement. Amiet propose donc de résoudre ce problème de manière itérative. En effet, le potentiel peut se mettre sous la forme $\Phi = \Phi^{(1)} + \Phi^{(2)}$. $\Phi^{(1)}$ est la solution satisfaisant les conditions limites [B.5a](#) et [B.5b](#), en assimilant la plaque à un demi plan infini en aval. De la même manière, $\Phi^{(2)}$ est une correction satisfaisant la condition de Kutta en assimilant la plaque à un demi plan infini en amont.

Tous d'abord, recherchons une solution de l'équation d'ondes vérifiant uniquement l'annulation de la vitesse sur la paroi. D'après la référence [\[11\]](#), la solution s'écrit en posant $\bar{K} = \sqrt{\bar{K}_\zeta^2 + \bar{K}_\eta^2}$:

$$\Phi^{(0)}(\bar{y}_1, \bar{y}_3) = -\frac{c\omega_0}{2\bar{K}} e^{-i\sigma \bar{y}_1 - \bar{K} \bar{y}_3 / \beta} \quad (\text{B.6})$$

Il faut ensuite déterminer la correction ψ_1 tel que $\Phi^{(1)} = \Phi^{(0)} + \psi_1$. Or, $\Phi^{(1)}$ satisfait le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \bar{y}_1^2} + \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \bar{y}_3^2} + \kappa^2 \Phi^{(1)} &= 0 \\ \Phi^{(1)}(\bar{y}_1, 0) &= 0 \\ \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \bar{y}_3}(\bar{y}_1, 0) &= -\frac{c\omega_0}{2\beta} e^{-i\sigma \bar{y}_1} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{pour } \bar{y}_1 \leq 0 \\ \text{pour } \bar{y}_1 > 0 \end{array}$$

Ce qui donne pour ψ_1 :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \bar{y}_1^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \bar{y}_3^2} + \kappa^2 \Phi^{(1)} = 0 \\ \psi_1(\bar{y}_1, 0) = -\Phi^{(0)}(\bar{y}_1, 0) & \text{pour } \bar{y}_1 \leq 0 \\ \frac{\partial \psi_1}{\partial \bar{y}_3}(\bar{y}_1, 0) = 0 & \text{pour } \bar{y}_1 > 0 \end{cases}$$

Le théorème de Schwarzschild [105] permet de résoudre ce type de système. En voici la définition, soit une fonction ϕ régie par le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \bar{y}_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \bar{y}_3^2} + \kappa^2 \phi = 0 \\ \phi(\bar{y}_1, 0) = f(\bar{y}_1) & \text{pour } \bar{y}_1 \leq 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial \bar{y}_3}(\bar{y}_1, 0) = 0 & \text{pour } \bar{y}_1 > 0 \end{cases}$$

Alors la solution de ce problème pour $\bar{y}_3 = 0$ et $\bar{y}_1 \leq 0$ est donnée par :

$$\phi(\bar{y}_1, 0) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty G(\bar{y}_1, \epsilon, 0) f(\epsilon) d\epsilon,$$

$$\text{avec, } G(\bar{y}_1, \epsilon, 0) = \sqrt{\frac{-\bar{y}_1}{\epsilon}} \frac{e^{-i\kappa(\epsilon - \bar{y}_1)}}{\epsilon - \bar{y}_1}.$$

Finalement, l'application de ce théorème à notre problème en posant $\bar{y}_1 = -\bar{y}_1$ donne :

$$\begin{aligned} \psi_1(\bar{y}_1, 0) &= -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \sqrt{\frac{\bar{y}_1}{\epsilon}} \frac{e^{-i\kappa(\epsilon + \bar{y}_1)}}{\epsilon + \bar{y}_1} \Phi^{(0)}(-\epsilon, 0) d\epsilon \\ &= \frac{1}{\pi} e^{-i\kappa \bar{y}_1} \frac{b\omega_0}{\bar{K}} \int_0^\infty \sqrt{\frac{\bar{y}_1}{\epsilon}} \frac{e^{-i\epsilon(\kappa - \sigma)}}{\epsilon + \bar{y}_1} d\epsilon \end{aligned}$$

D'après Gradshteyn et Ryzhik [48] :

$$\int_0^\infty \sqrt{\frac{\bar{y}_1}{\epsilon}} \frac{e^{-iA\epsilon}}{\epsilon + \bar{y}_1} d\epsilon = \pi e^{iA\bar{y}_1} \left[1 - \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{A\bar{y}_1} \frac{e^{-it}}{\sqrt{t}} dt \right]$$

On obtient donc :

$$\psi_1(\bar{y}_1, 0) = \frac{b\omega_0 e^{-i\sigma \bar{y}_1}}{\bar{K}} \left[1 - (1+i) \int_0^{\bar{y}_1(\kappa - \sigma)} \frac{e^{-it}}{\sqrt{2\pi t}} dt \right]$$

où l'on reconnaît les intégrales de Fresnel, définies par :

$$\mathcal{F}[x] = C(x) + iS(x) = \int_0^x \frac{e^{it}}{\sqrt{2\pi t}} dt$$

De plus, on sait que :

$$(1-i)\mathcal{F}[x] = (1+i)\mathcal{F}^*[-x]$$

Ce qui permet d'écrire le potentiel en variable dimensionnées :

$$\phi_1(y_1, y_2, 0, t) = -\frac{\omega_0(1-i)}{K} \mathcal{F}[\bar{y}_1(\sigma - \kappa)] e^{i(\omega t - K_\zeta y_1 - K_\eta y_2)} \quad (\text{B.7})$$

Le lien entre le potentiel et les fluctuations de charge est donné par la relation :

$$p_1(y_1, y_2, 0, t) = -\rho_0 \frac{D\phi_1}{Dt} \quad (\text{B.8})$$

Ainsi, les fluctuations de pression surfacique générées par une rafale supercritique sur une plaque semi-infinie en aval sont données par :

$$p_1(y_1, y_2, 0, t) = \rho_0 \omega_0 U_\zeta \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{\pi \bar{y}_1 (\bar{K}_\zeta + \beta^2 \kappa)}} e^{i[(\mu M_\zeta - \kappa) \bar{y}_1 + \omega t - K_\eta y_2]} \quad (\text{B.9})$$

Il convient de rajouter un terme correctif en supposant une plaque semi-infinie vers l'amont pour en compte le caractère finie de la corde et la condition de Kutta. Au lieu d'utiliser un potentiel de vitesse, on recherchera directement le terme correctif $\mathcal{P}_2$ sur la pression vérifiant le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \mathcal{P}_2}{\partial \bar{y}_1^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{P}_2}{\partial \bar{y}_3^2} + \kappa^2 \mathcal{P}_2 &= 0 \\ \mathcal{P}_2(\bar{y}_1, 0) &= -\mathcal{P}_1(\bar{y}_1, 0) \quad \text{pour } \bar{y}_1 \geq 2 \\ \frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial \bar{y}_3}(\bar{y}_1, 0) &= 0 \quad \text{pour } \bar{y}_1 < 2 \end{cases}$$

avec

$$\mathcal{P}_1(\bar{y}_1, 0) = p_1(\bar{y}_1, \bar{y}_2, 0, t) e^{-i\mu M_\zeta \bar{y}_1} e^{i(\bar{K}_\eta \bar{y}_2 / \beta - \omega t)}$$

En appliquant de nouveau le théorème de Schwarzschild, on obtient :

$$\mathcal{P}_2(\bar{y}_1, 0) = -\rho_0 \omega_0 U_\zeta \frac{e^{-i\pi/4}}{\pi \sqrt{\pi (\bar{K}_\zeta + \beta \kappa)}} e^{-i4\kappa} e^{i\kappa \bar{y}_1} \int_0^\infty \sqrt{\frac{2 - \bar{y}_1}{\epsilon(\epsilon + 2)}} \frac{e^{-i2\kappa\epsilon}}{\epsilon + 2 - \bar{y}_1} d\epsilon$$

N'existant pas de solution analytique à cette intégrale, la simplification suivante est proposée par Amiet :

$$\int_0^\infty \sqrt{\frac{2 - \bar{y}_1}{\epsilon(\epsilon + 2)}} \frac{e^{-i2\kappa\epsilon}}{\epsilon + 2 - \bar{y}_1} d\epsilon \approx \int_0^\infty \sqrt{\frac{2 - \bar{y}_1}{2\epsilon}} \frac{e^{-i2\kappa\epsilon}}{\epsilon + 2 - \bar{y}_1} d\epsilon$$

Ce qui permet d'obtenir finalement :

$$\mathcal{P}_2(\bar{y}_1, 0) \approx -\rho_0 \omega_0 U_\zeta \frac{e^{-i(\pi/4 + \kappa \bar{y}_1)}}{\sqrt{2\pi(\bar{K}_\zeta + \beta \kappa)}} \{1 - (1 + i)\mathcal{F}^*[2\kappa(2 - \bar{y}_1)]\}$$

Ainsi, la correction de bord de fuite permettant de satisfaire le condition de Kutta s'écrit :

$$p_2(y_1, y_2, 0, t) \approx -\frac{\rho_0 \omega_0 U_\zeta}{\sqrt{2\pi(\bar{K}_\zeta + \beta^2 \kappa)}} e^{i[(\mu M_\zeta - \kappa) \bar{y}_1 - \pi/4 + \omega t - K_\eta y_2]} \{1 - (1 + i)\mathcal{F}^*[2\kappa(2 - \bar{y}_1)]\} \quad (\text{B.10})$$

Des itérations supplémentaires peuvent être envisagées mais la complexité des systèmes à résoudre et les applications pratiques enseignent que les deux premières itérations suffisent.

Dans le cas d'une rafale subcritique, l'équation des ondes convectées s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \bar{y}_1^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \bar{y}_3^2} - \kappa'^2 \Phi = 0, \quad (\text{B.11})$$

avec $\kappa'^2 = -\kappa^2$, de plus, on utilise la convention suivante : $\kappa' = -i\kappa$.

Le potentiel initial reste identique au cas d'une rafale supercritique, on le notera dans ce cas, $\Phi'^{(0)}(\bar{y}_1, \bar{y}_3)$.

En utilisant à nouveau le théorème de Schwarzschild, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \psi'_1(\bar{y}_1, 0) &= \frac{-1}{\pi} \int_0^\infty \sqrt{\frac{\bar{y}_1}{\epsilon}} \frac{e^{-\kappa'(\epsilon + \bar{y}_1)}}{\epsilon + \bar{y}_1} \Phi'^{(0)}(-\epsilon, 0) d\epsilon \\ &= \frac{b\omega_0 e^{-\kappa' \bar{y}_1}}{\pi \bar{K}} \int_0^\infty \sqrt{\frac{\bar{y}_1}{\epsilon}} \frac{e^{-i\epsilon(-i\kappa' - \sigma)}}{\epsilon + \bar{y}_1} d\epsilon \end{aligned}$$

La relation fournie par Gradshteyn et Ryzshik permet d'obtenir :

$$\psi'_1(\bar{y}_1, 0) = \frac{b\omega_0 e^{-i\sigma \bar{y}_1}}{\bar{K}} \left[1 + \operatorname{erf} \left[i \sqrt{\bar{y}_1(-i\kappa' - \sigma)} \right] \right]$$

avec la fonction erf définie par :

$$\operatorname{erf}[x] = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Le potentiel correspondant en variables dimensionnelles s'écrit finalement :

$$\phi'_1(y_1, y_2, 0, t) = \frac{\omega_0}{K} \operatorname{erf} \left[i \sqrt{\bar{y}_1(-i\kappa' - \sigma)} \right] e^{i(\omega t - K_\zeta y_1 - K_\eta y_2)} \quad (\text{B.12})$$

On obtient finalement la pression en utilisant les relations suivantes :

$$p'_1(y_1, y_2, 0, t) = -\rho_0 \frac{D\phi'_1}{Dt}$$

et

$$\frac{\partial}{\partial z} (\operatorname{erf}[f(z)]) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-f(z)^2} \frac{df(z)}{dz}$$

Pour une rafale subcritique, la pression p'_1 s'écrit :

$$p'_1(y_1, y_2, 0, t) = \rho_0 \omega_0 U_\zeta \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{\pi \bar{y}_1 (\bar{K}_\zeta - i\beta^2 \kappa')}} e^{i[(\mu M_\zeta + i\kappa') \bar{y}_1 + \omega t - K_\eta y_2]} \quad (\text{B.13})$$

On procède de la même manière pour la correction du bord de fuite, ce qui donne :

$$p'_2(y_1, y_2, 0, t) \approx -\frac{\rho_0 \omega_0 U_\zeta}{\sqrt{2\pi (\bar{K}_\zeta - i\beta^2 \kappa')}} e^{i[(\mu M_\zeta + i\kappa') \bar{y}_1 - \pi/4 + \omega t - K_\eta y_2]} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[\sqrt{2\kappa'(2 - \bar{y}_1)} \right] \right\} \quad (\text{B.14})$$

Rappelons que la fonction de portance réduite, $g = g_1 + g_2$ est déterminée par :

$$g(y_1, K_\zeta, K\eta) = \frac{p(y_1, y_2, 0, t)}{\pi \rho_0 U_\zeta \omega_0} e^{-i\omega t + iK_\eta y_2} \quad (\text{B.15})$$

Ainsi, si $\bar{K}_y \leq \bar{K}_x M_\zeta / \beta$, avec $\bar{\zeta} = \zeta b = \bar{y}_1 - 1$:

$$g_1(\bar{\zeta}, K_\zeta, K\eta) = \frac{e^{-i\pi/4}}{\pi \sqrt{\pi(\bar{\zeta} + 1)(\bar{K}_\zeta + \beta^2 \kappa)}} e^{-i[(\kappa - \mu M_\zeta)(\bar{\zeta} + 1)]} \quad (\text{B.16})$$

et

$$g_2(\bar{\zeta}, K_\zeta, K\eta) = -\frac{e^{-i\pi/4}}{\pi \sqrt{2\pi(\bar{K}_\zeta + \beta^2 \kappa)}} e^{-i[(\kappa - \mu M_\zeta)(\bar{\zeta} + 1)]} \left\{ 1 - (1 + i)E^* [2\kappa(1 - \bar{\zeta})] \right\} \quad (\text{B.17})$$

sinon,

$$g'_1(\bar{\zeta}, K_\zeta, K\eta) = \frac{e^{-i\pi/4}}{\pi \sqrt{\pi(\bar{\zeta} + 1)(\bar{K}_\zeta - i\beta^2 \kappa')}} e^{[(-\kappa' + i\mu M_\zeta)(\bar{\zeta} + 1)]} \quad (\text{B.18})$$

et

$$g'_2(\bar{\zeta}, K_\zeta, K\eta) = -\frac{e^{-i\pi/4}}{\pi \sqrt{2\pi(\bar{K}_\zeta - i\beta^2 \kappa')}} e^{[(-\kappa' + i\mu M_\zeta)(\bar{\zeta} + 1)]} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[\sqrt{2\kappa'(1 - \bar{\zeta})} \right] \right\} \quad (\text{B.19})$$

Annexe C

Validation des méthodes d'extrapolation en champ lointain : cas du monopole en écoulement

L'objet de cette annexe est de démontrer la validité des méthodes d'extrapolation des ondes utilisées dans ce mémoire. Le cas de validation concerne le rayonnement d'un monopole en champ libre en présence d'un écoulement uniforme. Le potentiel complexe d'un tel monopole est donné par Dowling et Ffowcs-Williams [33] :

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{A}{4\pi S_0} e^{i(\omega t - k(S_0 - M_x x)/\beta^2)} \quad (\text{C.1})$$

où A est une constante. Les variables nécessaires pour la résolution des intégrales de Kirchhoff et de Ffowcs-Williams et Hawkings (FW-H) sont obtenues en prenant la partie réelle de formulation fréquentielle décrite ci-après.

Pour les fluctuations de pression, on a :

$$p = -\rho_0 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + U_0 \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \quad (\text{C.2})$$

avec,

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = i\omega \phi \quad (\text{C.3})$$

et

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \left[-ik \frac{x - M_x S_0}{\beta^2 d} - \frac{x}{d^2} \right] \phi \quad (\text{C.4})$$

ρ_0 , U_0 , c_0 sont respectivement la densité, la vitesse de l'écoulement et la vitesse du son en champ lointain. Le nombre de Mach est défini par $M_x = U_0/c_0$.

Les fluctuations de vitesse sont obtenues grâce aux relations suivantes :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{C.5})$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \left[-ik \frac{y}{S_0} - \frac{\beta^2 y}{S_0^2} \right] \phi \quad (\text{C.6})$$

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \left[-ik \frac{z}{S_0} - \frac{\beta^2 z}{S_0^2} \right] \phi \quad (\text{C.7})$$

Finalement, les fluctuations de densité sont déterminées par la relation linéaire : $\rho = p/c_0^2$.

L'équation C.1 est écrite dans le repère soufflerie tel que l'écoulement se déplace selon l'axe x sur une source stationnaire.

L'intégrale de Kirchhoff est rappelée au chapitre 3.1 par l'équation 3.2. De même, l'équation de FW-H est décrite au chapitre 3.2.4 par l'équation 3.22.

Les paramètres de calcul sont les suivants :

- $f = 800$ Hz ;
- $A = 0,34$;
- $\rho_0 = 1,23$ kg/m³ ;
- $c_0 = 340$ m/s ;
- Distance source-observateurs $D = 100$ m.

La surface d'intégration est une sphère de diamètre 5 cm (elle peut donc être considéré compacte), sur laquelle la solution théorique dans le domaine temporel est calculé. Afin de déterminer le terme de gradient dans l'intégrale de Kirchhoff, trois sphères distantes de 1 mm sont utilisées. Le maillage sur les sphères est constitué de un point par degrés.

Les figures C.1(a) et C.1(b) montrent un parfait accord avec la solution théorique indépendamment de la méthode utilisée et de la vitesse de l'écoulement.

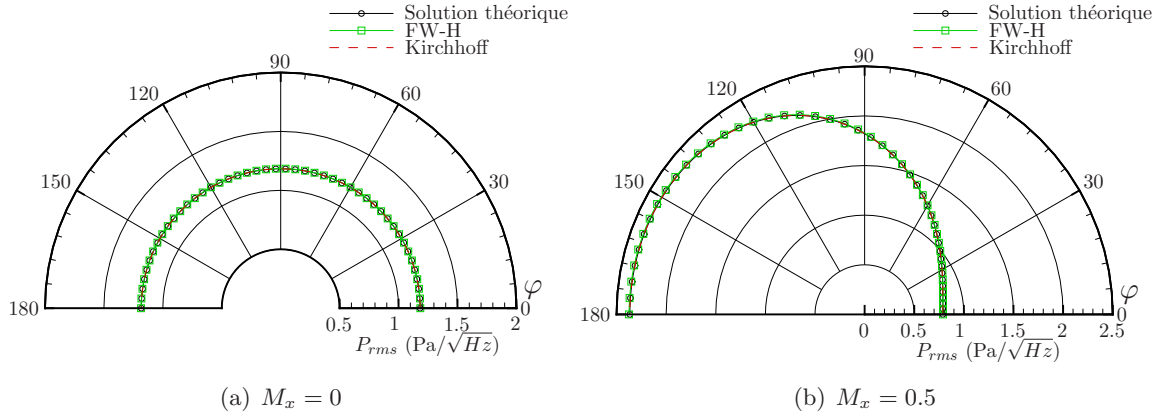


FIG. C.1 – Champ de pression RMS rayonné par un monopole avec et sans écoulement.

Annexe D

Équations d'Euler, formulation conservative en variables perturbatives

Ces équations découlent des lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Dans le cas d'un gaz parfait, compressible et non soumis à des transferts de chaleur ou de masse, ce système s'écrit :

$$\begin{aligned}\partial_t \int_{\Omega} \rho dv + \oint_{\partial\Omega} \rho \vec{U} ds &= 0 \\ \partial_t \int_{\Omega} \rho \vec{U} dv + \oint_{\partial\Omega} (\rho \vec{U} \otimes \vec{U} + p \vec{I}) ds &= \int_{\Omega} \rho \vec{f} dv \\ \partial_t \int_{\Omega} \rho \vec{E} dv + \oint_{\partial\Omega} \rho \vec{H} \vec{U} ds &= \int_{\Omega} \rho \vec{f} \cdot \vec{U} dv\end{aligned}\tag{D.1}$$

Ici ρ , $\vec{U}$, p , $\vec{f}$ désignent respectivement la densité, la vitesse, la pression et les forces massiques à distance. L'énergie ($\vec{E}$) et l'enthalpie totales ($\vec{H}$) sont données par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= e + \frac{\vec{U}^2}{2} \\ \vec{H} &= \vec{E} + \frac{p}{\rho}\end{aligned}\tag{D.2}$$

Le système est fermé grâce à l'énergie interne qui vaut pour un gaz parfait :

$$e = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho}\tag{D.3}$$

Le système précédent peut être écrit de manière compacte sous la forme :

$$\partial_t \int_{\Omega} \vec{u} dv + \oint_{\partial\Omega} \vec{F} ds = \int_{\Omega} \vec{Q} dv\tag{D.4}$$

avec $\vec{u}$ le vecteur d'inconnues, $\vec{Q}$ le vecteur de sources et $\vec{F}$ le tenseur de flux :

$$\vec{u} = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho \vec{U} \\ \rho \vec{E} \end{Bmatrix} \quad \vec{Q} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \rho \vec{f} \\ \rho \vec{f} \cdot \vec{U} \end{Bmatrix} \quad \vec{\bar{F}} = \begin{Bmatrix} \rho \vec{U} \\ \rho \vec{U} \otimes \vec{U} + p \vec{I} \\ (\rho \vec{E} + p) \vec{U} \end{Bmatrix}$$

D'après le théorème de Green-Ostrogradski :

$$\oint_{\partial\Omega} \vec{\bar{F}} ds = \int_{\Omega} \nabla \cdot \vec{\bar{F}} dv \quad (\text{D.5})$$

On peut alors écrire l'équation différentielle (locale) à partir des relations précédentes de conservation globale :

$$\partial_t \vec{u} + \nabla \cdot \vec{\bar{F}} = \vec{Q} \quad (\text{D.6})$$

En décomposant les variables ainsi : $\vec{u} = \vec{u}' + \vec{U}_0$ avec $\vec{U}_0$ le champ moyen et $\vec{u}'$ le champ perturbé, on peut réécrire l'équation précédente sous la forme :

$$\left[\partial_t \vec{U}_0 + \nabla \cdot \vec{\bar{F}}_0 \right] + \left[\partial_t \vec{u}' + \nabla \cdot \vec{\bar{f}}' \right] = \vec{q}' + \vec{Q}_0 \quad (\text{D.7})$$

Si le champ moyen vérifie les équations d'Euler, alors :

$$\partial_t \vec{U}_0 + \nabla \cdot \vec{\bar{F}}_0 = \vec{Q}_0 \quad (\text{D.8})$$

Ainsi on peut écrire l'équation sur le champ perturbé :

$$\partial_t \vec{u}' + \nabla \cdot \vec{\bar{f}}' = \vec{q}' \quad (\text{D.9})$$

C'est cette dernière équation qui est résolue dans sAbrinA afin d'obtenir l'évolution du champ perturbé. Le champ moyen constitue ainsi une donnée d'entrée du problème.

Bibliographie

- [1] J. J. ADAMCZYK : The passage of an infinite swept airfoil through an oblique gust. Rapport technique NASA CR-2395, 1974.
- [2] R. K. AMIET : Acoustic radiation from an airfoil in a turbulent stream. *Journal of Sound and Vibration*, 41(4):407–420, 1975.
- [3] R. K. AMIET : Airfoil response to an incompressible skewed gust of small spanwise wave number. *AIAA Journal*, 14(4):541–542, 1976.
- [4] R. K. AMIET : High-frequency thin airfoil theory for subsonic flow. *AIAA Journal*, 14(8):1076–1082, 1976.
- [5] R. K. AMIET : Refraction of sound by a shear layer. In *Proceedings of the 15th Aerospace Sciences Meeting*, numéro AIAA-1977-54, 1977.
- [6] R. K. AMIET : Airfoil gust response and the sound produced by airfoil-vortex interaction. In *Proceedings of the 9th AIAA/NASA Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-84-2268, 1984.
- [7] G. ASHCROFT et D. NURNBERGER : A computational investigation of broadband noise generation in a low-speed axial fan. In *Proceedings of the 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2009-3219, 2009.
- [8] H. M. ATASSI, A. A. ALI, O. V. ATASSI et I. V. VINOGRADOV : Scattering of incident disturbances by an annular cascade in a swirling flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 499:111–138, 2004.
- [9] H. M. ATASSI et M. M. LOGUE : Fan broadband noise in anisotropic turbulence. In *Proceedings of the 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2009-3148, 2009.
- [10] H. M. ATASSI et I. V. VINOGRADOV : A model for fan broadband interaction noise in nonuniform flow. In *Proceedings of the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2005-2880, 2005.
- [11] F. J. AYRES : *Equations différentielles : Cours et problèmes*. McGraw-Hill, 1972.
- [12] C. BAILLY et D. JUVÉ : Numerical solution of acoustic propagation problems using linearized euler equations. *AIAA Journal*, 38(1):22–29, 2000.
- [13] C. BOGEY et C. BAILLY : A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations., *Journal of Computational Physics*, 194:194–214, 2004.
- [14] C. BOGEY et C. BAILLY : Computation of high reynolds number jet and its radiated noise using large eddy simulation based on explicit filtering. *Computer & Fluids*, 35:1344–1358, 2006.

- [15] C. BRÉARD : Acoustic propagation and radiation modeling of lined duct with linear and non-linear frequency-domain solver. *In Proceedings of the 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2003-3265, 2003.
- [16] T. CAROLUS, M. SCHNEIDER et H. REESE : Axial flow fan broadband noise and prediction. *Journal of Sound and Vibration*, 300:50–70, 2007.
- [17] G. F. CARRIER : Useful approximations in Wiener-Hopf problems. *Journal of Applied Physics*, 30(11), 1959.
- [18] D. CASALINO et M. BARBARINO : Turbofan aft noise radiation : Progress towards a realistic caa simulation. *In Proceedings of the 14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA -2008-2882, 2008.
- [19] D. CASALINO et M. GENITO : Achievements in the numerical modeling of fan noise radiation from aero-engines. *Aerospace Science and Technology*, 12:105–113, 2008.
- [20] J. CASPER et F. FARASSAT : A new time domain formulation for broadband noise predictions. *International Journal of Aeroacoustics*, 1(3):207–240, 2002.
- [21] C. CHEONG, P. JOSEPH et S. LEE : High frequency formulation for the acoustic power spectrum due to cascade-turbulence interaction. *Journal of the Acoustical Society of America*, 119 (1):108–122, 2006.
- [22] T. P. CHONG, P. F. JOSEPH et P. O. DAVIES : Design and performance of an open jet wind tunnel for aeroacoustic measurement. *Applied acoustics*, 70:605–619, 2009.
- [23] J. CHRISTOPHE, J. ANTHOINE et S. MOREAU : Amiet’s theory in spanwise-varying flow conditions. *AIAA Journal*, 47(3):788–790, 2009.
- [24] J. CHRISTOPHE, J. ANTHOINE, P. RAMBAUD et S. MOREAU : Numerical issues in the application of an Amiet model for spanwise-varying incoming turbulence. *In Proceedings of the 14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, volume AIAA-2008-2865, 2008.
- [25] B. T. CHU et L. S. G. KOVÁSZNAY : Interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. *Journal of Fluid Mechanics*, 3(5):494–514, 1958.
- [26] V. CLAIR : Calcul numérique de la réponse acoustique d’une aube de compresseur soumise à un sillage amont. Mémoire de D.E.A., EIGSI, 2010.
- [27] N. CURLE : The influence of solid boundary upon aerodynamic sound. *Proceeding of the royal society*, 231:505, 1955.
- [28] B. de GOUVILLE : *Calcul du bruit à large bande d’un rotor caréné dû à la turbulence incidente*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1998.
- [29] A. DEMIR et S. W. RIENSTRA : Sound radiation from an annular duct with jet flow and a lined centerbody. *In Proceedings of the 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, volume AIAA-2006-2718, 2006.
- [30] G. DESQUESNES : Euler equations in perturbation 2.5D : a new system for acoustic modal propagation. *In Proceedings of the 14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, volume AIAA-2008-2822, 2008.
- [31] M. DIESTE et G. GABARD : Synthetic turbulence applied to broadband interaction noise. *In Proceedings of the 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2009-3267, 2009.

-
- [32] P. E. DOAK : Excitation, transmission and radiation of sound from source distributions in hard-walled duct of finite length : The effect of duct cross-section geometry and source distribution space-time pattern. *Journal of Sound and Vibration*, 31 (1):1–72, 1973.
- [33] A. P. DOWLING et J. E. Ffowcs WILLIAMS : *Sound and Sources of Sound*. Horwood Publishing, 1983.
- [34] L. ENGHARDT, L. NEUHAUS et C. LOWIS : Broadband sound power determination in flow ducts. In *Proceedings of the 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2004-2940, 2004.
- [35] J. E. Ffowcs-WILLIAMS et D. L. HAWKINGS : Sound generated by turbulence and surfaces in arbitrary motion. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, A264:321–342, 1969.
- [36] G. GABARD et R.J. ASTLEY : Theoretical model for sound radiation from annular jet pipe : Far- and near-field solutions. *Journal of Fluid Mechanics*, 549:315–341, 2006.
- [37] G. GABARD, R.J. ASTLEY et M. Ben TAHAR : Noise radiation from a jet pipe : A benchmark problem for computational aeroacoustics. In *Proceedings of the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2005-3064, 2005.
- [38] U. W. GANZ, P. D. JOPPA, T. J. PATTEN et D. F. SCHARPF : Boeing 18-inch fan rig broadband noise test. Rapport technique NASA CR-1998-208704, 1998.
- [39] N. J. GEORGIADIS, D. P. RIZZETTA et C. FUREBY : Large-eddy simulation : Current capabilities, recommended practices, and future researches. Rapport technique NASA TM-2009-215616, 2009.
- [40] S. A. L. GLEGG : Broadband noise from ducted prop fans. In *Proceedings of the 15th AIAA Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-1993-4402, 1993.
- [41] S. A. L. GLEGG : The response of a swept blade row to a three-dimensional gust. *Journal of Sound and vibration*, 2227(1):29–64, 1999.
- [42] S. A. L. GLEGG, W. J. DEVENPORT et J. STAUBS : Sound radiation from three dimensional airfoils in a turbulent flow. In *Proceedings of the 14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2008-52, 2008.
- [43] S. A. L. GLEGG, W. J. DEVENPORT et J. K. STAUBS : Leading edge noise. In *Proceedings of the 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2006-2424, 2006.
- [44] M. E. GOLDSTEIN : *Aeroacoustics*. McGraw-Hill, New york, 1976.
- [45] M. E. GOLDSTEIN : Unsteady vortical and entropic distortions of potential flows round arbitrary obstacles. *Journal of Fluid Mechanic*, 89:433–468, 1978.
- [46] M. E. GOLDSTEIN et H. ATASSI : A complete second-order theory for the unsteady flow about an airfoil due to a periodic gust. *Journal of Fluid Mechanics*, 74:741–765, 1976.
- [47] S. M. GRACE : Unsteady blade response : the bvi model vs. the gust model. In *Proceedings of the 7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2001-2209, 2001.
- [48] I. S. GRADSHTEYN et I. M. RYZHIK : *Tables of Integrals, Series and Products*. Academic Press, 1980.

- [49] D. B. HANSON et K. P. HORAN : Turbulence/cascade interaction : spectra of inflow, cascade response and noise. *In Proceedings of the 4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-98-2319, 1998.
- [50] J. HINZE : *Turbulence*. McGraw-Hill, 2nd edition édition, 1975.
- [51] R. HIXON, V. GOLUBEV, R. R. Mankbadiand J. R. SCOTT, S. SAWYER et M. NALLASAMY : Application of a nonlinear computational aeroacoustics code to the gust-airfoil problem. *AIAA Journal*, 44(2):323–328, 2006.
- [52] S. T. HOCTER : Exact and approximate directivity patterns of the sound radiated from a cylindrical duct. *Journal of Sound and Vibration*, 227 (2):397–407, 1999.
- [53] G. F. HOMICZ et J. A. LORDI : A note on the radiative directivity patterns of duct acoustic modes. *Journal of Sound and Vibration*, 41 (3):283–290, 1975.
- [54] V. JURDIC, P. JOSEPH et J. ANTONI : Investigation of rotor wake turbulence through cyclostationary spectral analysis. *AIAA Journal*, 47(9):2022–2030, 2009.
- [55] V. JURDIC, A. MOREAU, P. JOSEPH, L. ENGARDT et J. COUPLAND : A comparaison between measured and predicted fan broadband noise due to rotor-stator interaction. *In Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2007-3692, 2007.
- [56] C. KATO, A. LIDA, Y. TAKAMO, H. FUJITA et M. IKEGAWA : Numerical prediction of aerodynamic noise radiated from low mach number turbulent wake. *In Proceedings of the 31st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, numéro AIAA-93-145, 1993.
- [57] J. W. KIM et D. J. LEE : Characteristic interface conditions for multiblock high-order computation on singular structured grid. *AIAA Journal*, 41(12):2341–2349, 2003.
- [58] Johan C. KOK : Computation of sound radiation from cylindrical ducts with jets using a high-order finite-volume method. *In Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2007-3489, 2007.
- [59] L. LAFRONZA, A. MCALPINE, A. J. KEANE et R. J. ASTLEY : Response surface method optimization of uniform and axially segmented duct acoustics liners. *Journal of Aircraft*, 43 (4):1089–1102, 2006.
- [60] Frank LANE : Broadband noise generated by turbulent inflow to rotor or stator blades in an annular duct. Rapport technique NASA CR-2503, 1975.
- [61] T. LE GARREC, X. GLOERFELT et C. CORRE : Direct noise computation of trailing edge noise at high reynolds number. *In Proceedings of the 14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2008-2917, 2008.
- [62] R. LENEVEU, B. SCHILTZ, S. LALDJEE et S. CARO : Performance of a DGM scheme for LEE and applications to aircraft engine exhaust noise. *In Proceedings of the 14th AIAA Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2008-2884, 2008.
- [63] H. LEVINE et J. SCHWINGER : On the radiation of sound from a unflanged circular pipe. *Physical Review*, 73 (4):383–406, 1948.
- [64] S. LÉWY : Prediction of turbofan rotor or stator broadband noise radiation. *In Proceedings of Inter-noise 2005*, 2005.

-
- [65] S. LÉWY : Prediction of turbofan rotor or stator broadband noise radiation. *Acta Acustica*, 93 (2):275–283, 2007.
- [66] Q. LI, N. PEAKE et M. SAVILL : Grid-refined les predictions for fan-OGV broadband noise. In *Proceedings of the 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2009-3147, 2009.
- [67] M. J. LIDTHILL : On sound generated aerodynamically - i. general theory. *Proceeding of the Royal Society of London*, 211, A 1107:564–582, 1952.
- [68] M. J. LIDTHILL : On sound generated aerodynamically - ii. turbulence as a source of sound. *Proceeding of the Royal Society of London*, 222, A 1148:1–32, 1954.
- [69] D. P. LOCKARD et J. H. CASPER : Permeable surface corrections for Ffowcs-Williams and Hawkings integrals. In *Proceedings of the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2005-2995, 2005.
- [70] D. A. LYNCH, T. J. MUELLER et W. K. BLAKE : A correlation length scale for the prediction of aeroacoustic response. In *Proceedings of the 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, volume AIAA-2002-2569, 2002.
- [71] E. MANOHA, B. TROFF et P. SAGAUT : Trailing edge noise prediction using large eddy simulation and acoustic analogy. *AIAA Journal*, 38(4):575–583, 2000.
- [72] A. MICHALKE : On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 23(3):521–544, 1965.
- [73] P. F. MISH et W. J. DEVENPORT : An experimental investigation of unsteady surface pressure on airfoil in turbulence- part 1 : effects of mean loading. *Journal of Sound and Vibration*, 296:417–446, 2006.
- [74] M. D. MONTGOMERY et J. M. VERDON : A three-dimensional linearized unsteady euler analysis for turbomachinery blade rows. NASA Contractor Report 4770, 1997.
- [75] S. MOREAU, M. HENNER, G. IACCARINO, M. WANG et M. ROGER : Analysis of flow conditions in freejet experiments for studying airfoil self-noise. *AIAA Journal*, 41(10):1895–1905, 2003.
- [76] S. MOREAU et M. ROGER : Competing broadband noise mechanisms in low speed axial fans. *AIAA Journal*, 45 (1):48–57, 2007.
- [77] S. MOREAU, M. ROGER et V. JURDIC : Effect of angle of attack and airfoil shape on turbulence ingestion noise. In *Proceedings of the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2005-2973, 2005.
- [78] R. M MUNT : The interaction of sound with subsonic jet issuing from a semi-infinite cylindrical pipe. *Journal of Fluid Mechanics*, 83 (4):609–640, 1977.
- [79] M. NALLASAMY et E. ENVIA : Computation of rotor wake turbulence noise. *Journal of Sound and Vibration*, 282:649–678, 2005.
- [80] M. NALLASAMY, R. HIXON, S. S. SAWYER et R. W. DYSON : A time domain analysis of gust-cascade interaction noise. In *Proceedings of the 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2003-3134, 2003.
- [81] F. NICAUD et F. DUCROS : Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient. *Flow, Turbulence and Combustion*, 62(3):183–200, 1999.

- [82] B. NOBLE : *Methods based on the Wiener-Hopf technique for the solution of partial differential equation*. London : Pergamon Press, 1958.
- [83] S. OERLEMANS et P. MIGLIORE : Aeroacoustic wind tunnel tests of wind turbine airfoils. *In Proceedings of the 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2004-3042, 2004.
- [84] W. OLSEN et J. WAGNER : Effect of thickness on airfoil surface noise. *AIAA Journal*, 20(3):437–439, 1982.
- [85] R. W. PATERSON et R. K. AMIET : Acoustic radiation and surface pressure characteristics of an airfoil due to incident turbulence. Rapport technique NASA CR 2733, 1976.
- [86] F. PÉROT : *Calcul du rayonnement acoustique d'écoulement turbulent basé sur des analogies acoustiques couplées aux simulations aérodynamiques stationnaires*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2004.
- [87] C. POLACSEK et R. BARRIER : Numerical simulation of counter-rotating fan aeroacoustics. *In Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2007-3680, 2007.
- [88] C. POLACSEK, S. BURGUBURU, S. REDONNET et M. TERRACOL. : Numerical simulation of fan interaction noise using a hybrid approach. *AIAA Journal*, 44 (6):1188–1196, 2006.
- [89] C. POLACSEK et F. DESBOIS-LAVERGNE : Fan interaction noise reduction using a wake generator : experiments and computational aeroacoustics. *Journal of Sound and Vibration*, 265:725–743, 2003.
- [90] C. POLACSEK, G. DESQUESNES et G. REBOUL : An equivalent-source model for simulating noise generation in turbofan engines. *Journal of Sound and Vibration*, 323:697–717, 2009.
- [91] H. POSSON : *Fonctions de réponse de grille d'aubes et effet d'écran pour le bruit à large bande des soufflantes*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2008.
- [92] A. Fosso POUANGUE, H. DENIAU, F. SICOT et P. SAGAUT : Curvilinear finite-volume schemes using high-order compact interpolation. *Journal of Computational Physics*, 229:5090–5122, 2010.
- [93] B. RAVERDY, I. MARY, P. SAGAUT et N. LIAMIS : High-resolution large eddy simulation of the flow around a low pressure turbine blade. *AIAA Journal*, 41 (3):390–397, 2003.
- [94] G. REBOUL et C. POLACSEK : Towards numerical simulation of fan broadband noise aft radiation from aero-engines. *AIAA Journal*, 48(9):2038–2048, 2010.
- [95] S. REDONNET, G. DESQUESNES et E. MANOHA : Numerical study of acoustic installation effects through a chimera caa method. *In Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2007-3501, 2007.
- [96] S. REDONNET, E. MANOHA et O. KENNING : Numerical simulation of the downstream fan noise of 3d coaxial engines. *In Proceedings of the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2005-2816, 2005.

-
- [97] S. REDONNET, E. MANOHA et P. SAGAUT : Numerical simulation of propagation of small perturbations interacting with flows and solid bodies. *In Proceedings of the 7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2001-222, 2001.
- [98] H. REESE, C. KATO et T. CAROLUS : Large eddy simulation of acoustical sources in a low pressure axial-flow fan encountering highly turbulent inflow. *Journal of Fluids Engineering*, 129:263–272, 2007.
- [99] S. W. RIENSTRA : Acoustic radiation from a semi-infinite annular duct in a uniform subsonic mean flow. *Journal of Sound and Vibration*, 94 (2):267–288, 1984.
- [100] S. W. RIENSTRA : Sound transmission in a slowly varying circular and annular lined ducts with flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 380:279–296, 1999.
- [101] Y. ROZENBERG : *Modélisation analytique du bruit aérodynamique à large bande des machines tournantes : utilisation de calculs moyennés de mécanique des fluides*. Thèse de doctorat, école centrale de Lyon, 2007.
- [102] M. Roger S. MOREAU : Effect of airfoil aerodynamic loading on trailing-edge noise sources. *AIAA Journal*, 43 (1):41–52, 2005.
- [103] A. SALEM-SAID et S. A. RAGAB : Large eddy simulation of the interaction of homogeneous turbulence with a flat-plate cascade. *In Proceedings of the 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2006-1100, 2006.
- [104] S. D. SAVKAR et I. H. EDELFELT : Radiation of cylindrical acoustic modes with flow mismatch. Rapport technique NASA CR-132613, 1975.
- [105] K. SCHWARZSCHILD : Die beugung und polarisation des lichts durch einen spalt. *Mathematische Annalen*, 55:177–247, 1902.
- [106] J. R. SCOTT et H. M. ATASSI : A finite-difference, frequency-domain numerical scheme for the solution of the gust response problem. *Journal of Computational Physics*, 119: 75–93, 1995.
- [107] W. R. SEARS : Some aspects of non-stationary airfoil theory and its practical applications. *Journal of Aeronautical Science*, 8:104–108, 1941.
- [108] J. H. SEO et Y. J. MOON : Aerodynamic noise prediction for long-span bodies. *Journal of Sound and Vibration*, 306:564–579, 2007.
- [109] A. SESCOU, R. HIXON et S. SAWYER : Validation of a CAA code using a benchmark wake-stator interaction problem. *In Proceedings of the 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2009-3339, 2009.
- [110] B. R. SMITH : A near wall model for the k-l two equation turbulence model. *In Proceedings of the 25th Fluid Dynamics Conference*, numéro AIAA-94-2386, 1994.
- [111] M. J. T. SMITH : *Aircraft noise*. Cambridge Aerospace Series, 1989.
- [112] S. N. SMITH : Discrete frequency sound generation in axial flow turbomachines. Reports and Memoranda No. 3709, Aeronautical Research Control Council, London, 1972.
- [113] C. K. W. TAM : Computational aeroacoustic : Issues and methods. *AIAA Journal*, 33(10):1788–1796, 1995.

- [114] C. K. W. TAM : Advances in numerical boundary conditions for computational aeroacoustics. *Journal of Computational Acoustics*, 6(4):377–402, 1998.
- [115] C. K. W. TAM et Z. DONG : Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a nonuniform mean flow. *Journal of Computational Acoustics*, 4(2):175–201, 1996.
- [116] C. K. W. TAM, K. A. KURBATSKII, K. K. AHUJA et R. J. GAETA : A numerical and experimental investigation of the dissipation mechanisms of resonant acoustic liners. *Journal of Sound and Vibration*, 245(3):545–557, 2001.
- [117] C. K. W. TAM et J. C. WEBB : Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics. *Journal of Computational Physics*, 107:262–281, 1993.
- [118] J. M. TYLER et T. G. SOFRIN : Axial flow compressor noise studies. *Society of Automotive Engineers Transactions*, 70:309–332, 1962.
- [119] C. S. VENTRES, M. A. THEOBALD et W. D. MARK : Turbofan noise generation ,volume 1 : Analysis. Rapport technique NASA CR-167952, 1982.
- [120] J. M. VERDON et K. C. HALL : Development of a linearized unsteady aerodynamic analysis for cascade. Rapport technique NASA CR-4308, 1990.
- [121] M. WANG, S. MOREAU, G. IACCARINO et M. ROGER : Les prediction of wall-pressure fluctuations and noise of a low-speed airfoil. *International journal of aeroacoustics*, 8 (3):177–197, 2009.
- [122] L. A. WEINSTEIN : *The Theory of diffraction and the factorization method (generalized Wiener-Hopf technique)*. Boulder, Colorado, 1969.
- [123] D. S. WHITEHEAD : *Classical two-dimensional methods*, volume 1, chapitre 3, pages 1–30. Unsteady Turbomachinery Aerodynamics (AGARD-AG-298), 1987.
- [124] J. E. Ffowcs WILLIAMS et D. L. HAWKINGS : Theory relating to the noise of rotating machinery. *Journal of Sound and Vibration*, 10(1):10–21, 1969.
- [125] J. WINKLER, T. CAROLUS et S. MOREAU : Airfoil trailing-edge blowing : Broadband noise prediction from large-eddy simulation. In *Proceedings of the 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2009-3200, 2009.
- [126] R. P. WOODWARD, E. B. FITE et G. G. PODBOY : Noise benefits of rotor trailing edge blowing for a model turbofan. In *Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2007-1241, 2007.
- [127] R. P. WOODWARD, C. E. HUGHES, R. J. JERACKI et C. J. MILLER : Fan noise source diagnostic test - far-field acoustic results. In *Proceedings of the 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2002-2427, 2002.
- [128] X. ZHANG, X. X. CHEN, C. L. MORFEY et P. A. NELSON : Computation of spinning modal radiation from an unflanged duct. *AIAA Journal*, 42 (9):1795–1801, 2004.
- [129] X. ZHANG, X. X. CHEN, C. L. MORFEY et B. J. TESTER : Computation of fan noise radiation through a realistic engine exhaust geometry with flow. In *Proceedings of the 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, numéro AIAA-2003-3267, 2003.

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 7 août 2006,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur M. ROGER

et les rapports de

Monsieur Y. GERVAIS

Professeur - LEA - Université de Poitiers - SP2MI - Téléport - 2, bd Pierre et Marie Curie - BP 30179 -
86962 FUTUROSCOPE CHASSENEUIL cedex

Et de

Monsieur S. MOREAU

Professeur - GAUS - Université de Sherbrooke - 2500, bd de l'Université - Sherbrooke (Québec) - Canada
J1K 2R1

Monsieur REBOUL Gabriel

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE (MEGA)

Fait à Ecully, le 8 novembre 2010

P/Le Directeur de l'E.C.L.
La Directrice des Etudes

