

UTILISATION D'UNE PLAQUE RECTANGULAIRE POUR MESURER LES PETITS NOMBRES D'ONDE DU CHAMP PARIÉTAL DE PRESSION SOUS UNE COUCHE LIMITE TURBULENTE

G. ROBERT et P. IBARS

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, CNRS URA 263, Ecole Centrale de Lyon, BP. 163, F-69131 Ecully Cedex, France

Résumé : Une plaque rectangulaire est utilisée comme filtre spatial et temporel pour mesurer le niveau de la densité interspectrale du champ pariétal de pression sous une couche limite turbulente établie dans l'espace (k, f) . Les niveaux obtenus sont confrontés avec les mesures de Martini et comparés aux modèles de Corcos et de Ffowcs Williams.

Abstract : A rectangular plate is used as a spatial and temporal filter to measure the wall pressure fluctuations beneath a turbulent boundary layer. The measurements are compared with the experimental results obtained by Martini (1984) and the modelisations suggested by Corcos in 1967 and by Ffowcs Williams in 1982.

1 - INTRODUCTION

Dans les problèmes de prédiction des réponses vibratoires et acoustiques des structures sollicitées par des champs aléatoires et répartis, comme les écoulements turbulents, il est nécessaire de connaître les caractéristiques spatiales et temporelles de l'excitation. Pour des excitations stationnaires et spatialement homogènes, une représentation pratique de ces caractéristiques est la densité interspectrale $\phi_{pp}(k; f)$ exprimée dans l'espace trispectral des nombres d'onde k associés à la surface excitée et de la fréquence f . L'estimation de cette fonction fait naturellement appel à la notion de filtrage (filtrage fréquentiel et spatial).

Dans cette étude on s'intéresse essentiellement à une méthode de filtrage qui a notamment été mise en oeuvre par Jameson (1970), Martin (1977) et Martini (1984), et qui utilise comme filtre spatiotemporel une structure vibrante, généralement une plaque ou une membrane rectangulaire. Le principe de fonctionnement d'un tel filtre repose sur le schéma modal de la structure : le filtrage spatial étant associé à la forme modale tandis que le filtrage temporel est relié à la fréquence propre.

2 - PRINCIPE DE LA MESURE

La densité spectrale moyenne de la réponse en vitesse $S_{ww}(r, f)$ au point r d'une plaque s'obtient généralement au moyen d'une analyse modale et se formule comme la somme des contributions carrées et croisées de chacun des modes. Si on s'intéresse à une fréquence f correspondant à une fréquence de résonance f_{I_0} , sous l'hypothèse d'une bonne séparation des modes, cette somme peut être réduite au terme modal correspondant :

$$S_{ww}(r, f_{I_0}) \approx |H_{I_0}(f_{I_0})|^2 W_{I_0}^2(r) I_{I_0}(f_{I_0}) \quad (1)$$

où les fonctions $H_{I_0}(f)$ et $W_{I_0}(r)$ désignent respectivement la fonction d'influence fréquentielle et la forme modale associées au mode I_0 . La quantité $I_{I_0}(f_{I_0})$ représente la force généralisée sollicitant le mode et se déduit de l'intégrale

$$I_{I_0}(f_{I_0}) = \int \phi_{pp}(k, f_{I_0}) \widehat{W}_{I_0}(k)^2 \frac{dk}{(2\pi)^2} \quad (2)$$

Pour une plaque rectangulaire la forme modale $\widehat{W}_{I_0}(k)$ présente dans l'espace des k N_{I_0} pics principaux centrés sur les nombres d'onde $k_{I_0,j}$ disposés symétriquement par rapport à l'origine. L'intégrale peut alors être approchée par la somme

$$I_{I_0}(f_{I_0}) \approx \sum_{j=1}^{N_{I_0}} \phi_{pp}(k_{I_0j}; f_{I_0}) M_{I_0} / N_{I_0} \quad (3)$$

où M_{I_0} représente la masse modale.

En reportant dans l'expression (1), la réponse vibratoire apparaît être proportionnelle à une somme de valeurs de l'interspectre de l'excitation :

$$S_{ww}(r, f_{I_0}) \approx \text{Coef}(f_{I_0}) \sum_{j=1}^{N_{I_0}} \phi_{pp}(k_{I_0j}; f_{I_0}) \quad (4)$$

Soulignons que : a) l'égalité est une approximation et peut être améliorée en sélectionnant judicieusement la position de la mesure r et le mode I_0 ; b) par une telle méthode il n'est possible d'accéder qu'à une

somme de valeurs de l'interspectre $\phi_{pp}(k_{I_0j}; f_{I_0})$

3 - DESCRIPTION ET ETALONNAGE DU FILTRE

Le filtre utilisé dans le cadre de cette étude, est constitué d'un cadre rigide rectangulaire sur lequel est collée une plaque mince élastique en acier ($a \times b \times h = 0.4 \times 0.06 \times 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$). Il s'est avéré essentiel de réaliser un collage soigné ; le moindre défaut d'adhérence se traduisant par une dissymétrie chronique des modes propres. Le capteur de vibration est un capteur de vitesse Bruël & Kjaer MM002 sans contact. Il a été positionné au centre géométrique de la plaque.

L'estimation des coefficients de sensibilité est effectuée par une calibration acoustique du filtre. Pour cela, la plaque est placée dans un milieu anéchoïde et est sollicitée par un champ acoustique produit par un haut-parleur alimenté par un bruit blanc. Le haut-parleur est situé suffisamment loin pour pouvoir considérer le champ excitant la plaque comme la somme d'une infinité d'onde plane arrivant avec une incidence identique sur la plaque (Fig. 1). Le niveau spectral d'excitation $S_{pp}^{ac}(f)$ et l'incidence θ sont estimés à l'aide de deux microphones placés de part et d'autre de la plaque. Dans cette configuration le niveau vibratoire délivré par le capteur de vitesse correspond à l'expression

$$S_{ww}^{ac}(r; f_{I_0}) \approx |H_{I_0}(f_{I_0})|^2 |W_{I_0}(r)|^2 |\hat{W}_{I_0}(k_0 \cos \theta)|^2 S_{pp}^{ac}(f_{I_0}) \quad (5)$$

La mesure de S_{ww}^{ac} et de S_{pp}^{ac} permet ainsi d'appréhender une partie du coefficient de sensibilité

$$\text{Coef}(f_{I_0}) = \frac{S_{pp}^{ac}(f_{I_0})}{S_{ww}^{ac}(f_{I_0})} \times N_{I_0} \frac{|\hat{W}_{I_0}(k_0 \cos \theta)|^2}{\iint W_{I_0}(r) dr} \quad (6)$$

La seconde partie du coefficient est alors obtenue par une identification des formes modales $W_{I_0}(r)$, et, par suite de sa transformée de Fourier $\hat{W}_{I_0}(k)$ et de sa masse modale M_{I_0} . Cette identification a permis de vérifier la bonne symétrie des formes modales.

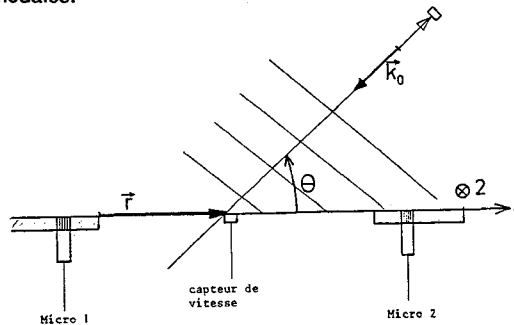


Fig. 1 : Schémas expérimentaux de la calibration acoustique du filtre

Les valeurs des coefficients de sensibilité retenues sont portées sur le tableau 1. Elles résultent d'une moyenne effectuée sur plusieurs incidence θ . On estime la précision de ces valeurs à 15 %.

Tableau 1

mode	3.1	5.1	7.1	9.1	11.1
F_{I_0} (Hz)	800	920	1095	1330	1633
Coef (I_0)	25	10	10	30	14

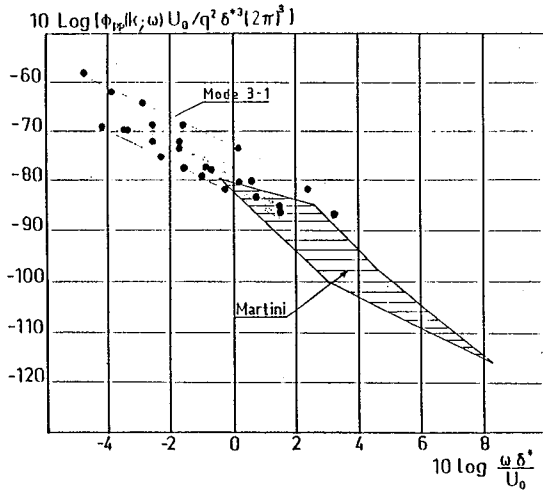
4 - MESURE DE LA DENSITÉ INTERSPECTRALE DU CHAMP DE PRESSION SOUS UNE COUCHE LIMITE

Le filtre a été monté sur la paroi inférieure d'une veine d'essais de la soufflerie anéchoïde du Centre Acoustique de l'Ecole Centrale de Lyon. La couche limite qui se développait sur cette paroi présentait une épaisseur δ et une épaisseur de déplacement δ^* respectivement de l'ordre de 34 mm et 4 mm dans toute la gamme de vitesse étudiée (20 - 60 m/s).

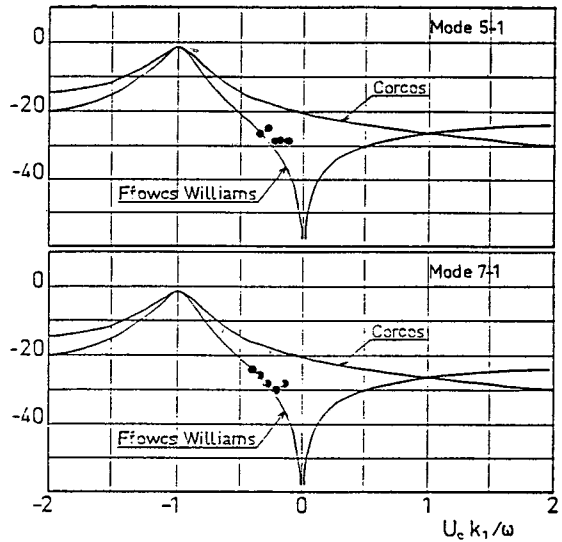
Pour cinq vitesses d'écoulement comprises entre 20 et 60 m/s, on a mesuré d'une part le spectre délivré par le capteur de vitesse $S_{ww}^{c.l.}(f)$ et d'autre part le spectre de pression sous la couche limite à l'aide d'un microphone B et K 1/4 pouce ($S_{pp}(f)$). Les valeurs de ces spectres, correspondant aux fréquences propres des modes choisis, sont indiquées sur le tableau 2. Enfin la densité spectrale $\phi_{pp}(k, f_{I_0})$ a été estimée à partir de l'équation (4) où les N_{I_0} termes (ici $N_{I_0} = 2$) ont été considérés comme identiques. Les valeurs obtenues sont également portées sur le tableau 2.

Tableau 2

mode		3.1	5.1	7.1	9.1	11.1
$K_{I_0} m^{-1}$		-23.6	-39.3	-55.	-70.7	-86.4
Coef I_0		25	10	10	30	14
20 m/s	$S_{pp} p_a^2/Hz$ dB	-32.4	-32.4	-33.9	-35.2	-35.7
	$S_{ww} V^2/Hz$ dB	-96.9	-103.1	-106.1	-106.1	-107.8
	$\phi_{pp} p_a^2/Hz m^{-1}$ dB	-85.9	-96.1	-99.1	-94.3	-99.4
30 m/s	$S_{pp} p_a^2/Hz$ dB	-25.1	-26.7	-26.0	-26.9	-28.5
	$S_{ww} V^2/Hz$ dB	-87.1	-93.5	-96.3	-99.4	-100.9
	$\phi_{pp} p_a^2/Hz m^{-1}$ dB	-76.1	-86.5	-89.3	-87.7	-92.5
40 m/s	$S_{pp} p_a^2/Hz$ dB	-22.5	-21.3	-21.5	-22.8	-24.2
	$S_{ww} V^2/Hz$ dB	-79.0	-86.0	-88.2	-93.3	-92.4
	$\phi_{pp} p_a^2/Hz m^{-1}$ dB	-68.0	-79.0	-81.2	-81.6	-84.
50 m/s	$S_{pp} p_a^2/Hz$ dB	-17.6	-18.3	-18.0	-19.7	-19.6
	$S_{ww} V^2/Hz$ dB	-73.6	-77.4	-79.8	-84.7	-86.6
	$\phi_{pp} p_a^2/Hz m^{-1}$ dB	-62.6	-70.4	-72.8	-72.9	-78.2
60 m/s	$S_{pp} p_a^2/Hz$ dB	-15.4	-15.5	-16.7	-16.8	-16.7
	$S_{ww} V^2/Hz$ dB	-67.3	-74.4	-75.0	-78.8	-80.5
	$\phi_{pp} p_a^2/Hz m^{-1}$ dB	-56.3	-67.4	-68.0	-67.0	-72.0



**Fig. 2 : Densité Interspectrale $\phi_{pp}(k, f)$:
Comparaison avec les mesures obtenues par
Martini avec une antenne**



**Fig. 3 : Comparaison des mesures avec
les modèles analytiques de Corcos
et de Ffowcs Williams**

5 - CONCLUSION ET DISCUSSION

Les valeurs obtenues sont représentées sur la figure 2 dans une représentation sans dimension classique. Hormis le mode 3-1, on observe un bon regroupement des résultats pour les valeurs du paramètre $\omega\delta^*/U_0$ comprises entre 0.4 et 1.6. Sur cette même figure sont également portées les mesures effectuées par Martini (1981) à l'aide d'une antenne de 6 microphones pour des vitesses d'écoulement du même ordre. Le domaine exploré par Martini ($0.9 < \omega\delta^*/U_0 < 6.3$) n'est pas tout à fait le même, néanmoins, l'évolution fréquentielle des deux types de mesures restent très similaires.

Hwang (1984) a proposé une représentation sans dimension de l'interspectre

$$G(k; f) = \frac{\phi_{pp}(k; f)}{(U_c/f)^2 S_{pp}(f)} = \text{fonction} \left(\frac{k U_c}{2 \pi f} \right)$$

pour les modèles analytiques de Ffowcs Williams et de Corcos où, dans cette représentation, U_c désigne la vitesse et convection du champ pariétal de pression. En prenant $U_c \approx 0.8 U_0$, on a estimé la fonction G pour nos mesures que l'on compare sur la figure 3 aux modélisations de Ffowcs Williams et de Corcos. Dans l'ensemble les niveaux spectraux mesurés restent très inférieurs au modèle de Corcos et présentent un très bon accord avec le modèle de Ffowcs Williams pour des valeurs du paramètre $k U_c / \omega$ comprises entre - 0.42 et - 0.16.

REFERENCES

Martin N.C., Leehey P., JSV, **52**, pp. 95-120, (1977).
 Martini K.F., MIT Report **92828-1**, (1984).
 Hwang Y.F., Geib F.E., ASME J.V.A.S.R.D., vol. **106**, n° 3, pp. 334-342, (1984).
 Corcos G.M., JSV **6** (1), pp. 59-70, (1967).
 Ffowcs Williams, J.E., JFM **125**, pp. 9-25, (1982).