

 $\rm N^{\circ}$  d'ordre  $\rm NNT$  : 2020LYSEC45

## THÈSE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON opérée au sein de l'École Centrale de Lyon

École Doctorale N° 162 Mécanique Énergétique Génie Civil Acoustique

Spécialité de doctorat : Acoustique

Soutenue publiquement le 18/12/2020, par Mathieu Varé

# Étude du rayonnement acoustique et des mécanismes de rétroaction des jets impactant une plaque trouée par simulation des grandes échelles

Devant le jury composé de :

Bogey, Christophe	Directeur de recherche	École Centrale de Lyon	Directeur de thèse
Durand, Jean-François	Ingénieur	ArianeGroup	Invité
Gloerfelt, Xavier	Professeur	Arts et Métiers ParisTech	Président du jury
Jordan, Peter	Directeur de recherche	Institut Pprime	Rapporteur
Morris, Philip	Professeur	Pennsylvania State University	Rapporteur
Sanjosé, Marlène	Professeur	École de Technologie Supérieure	Examinatrice
Vuillot, François	Ingénieur de recherche	ONERA	Examinateur

# Résumé

Dans ce travail de thèse, le rayonnement acoustique et les mécanismes de rétroaction des jets impactant une plaque trouée sont étudiés à l'aide de simulations aux grandes échelles. Dans ces simulations, les équations de Navier-Stokes instationnaires et compressibles sont résolues en coordonnées cylindriques en utilisant des schémas aux différences finies d'ordre élevé à faible dissipation et faible dispersion.

Cinq jets à un nombre de Mach variant entre 0.75 et 1.1 impactant une plaque pleine sont tout d'abord simulés. Un fort rayonnement tonal vers l'amont est mis en évidence. Ce rayonnement est lié à l'établissement d'une boucle de rétroaction entre la buse et la plaque. Il est montré que les ondes acoustiques neutres des jets ferment cette boucle de rétroaction.

L'influence d'un trou dans la plaque sur les mécanismes de rétroaction est ensuite étudiée à l'aide de quatre simulations de jets à un nombre de Mach de 0.9 impactant une plaque avec ou sans trou. Pour les quatre jets, une boucle de rétroaction s'établit entre le jet et la plaque. Les niveaux de bruit associés sont les plus élevés pour le jet impactant la plaque pleine et ils diminuent lorsque le diamètre du trou augmente. Ils dépendent de l'intensité et de la nature des interactions entre le jet et la plaque. Pour la plaque pleine et les plus petits trous, les ondes acoustiques remontant vers l'amont sont directement produites par l'impact des structures du jet sur la plaque, tandis que pour le plus grand trou, elles sont créées par la diffraction des fluctuations de pression aérodynamique du jet par les bords du trou.

Finalement, six simulations de jets supersoniques sur-détendus à un nombre de Mach d'éjection de 3.1 sont mises en œuvres. Un jet est libre, un deuxième impacte une plaque pleine et quatre autres une plaque trouée dans le but d'analyser les effets de la plaque, de la présence et du diamètre du trou sur l'écoulement et le rayonnement acoustique. Comme dans le cas des jets à un nombre de Mach de 0.9, les niveaux acoustiques sont les plus élevés pour le jet impactant la plaque pleine et ils diminuent avec le diamètre du trou, ce qui est dû à des interactions moins intenses entre le jet et la plaque. Le bruit rayonné vers l'amont est dominé par le bruit d'impact des structures turbulentes sur la plaque, tandis que les contributions des réflexions des ondes de Mach sur la plaque sont négligeables dans la direction amont.

Mots clés : bruit de jet, aéroacoustique, jet impactant, plaque trouée, rétroaction, écoulements supersoniques, simulation des grandes échelles

## Abstract

The acoustic radiation and the feedback mechanisms of jets impinging on a plate with a hole are investigated using large-eddy simulations. In these simulations, the unsteady compressible Navier-Stokes equations are solved in cylindrical coordinates using high-order low-dissipative and lowdispersive finite-difference schemes.

Five jets at a Mach number varying between 0.75 and 1.1 impinging on a flat plate are first simulated. An intense tonal radiation is highlighted in the upstream direction. This radiation is related to the establishment of a feedback loop between the nozzle and the plate. The neutral acoustic waves of the jets are found to close this feedback loop.

The effects of a hole in the plate on the feedback mechanisms is then studied by performing the simulations of four jets at a Mach number of 0.9 impinging on a plate with or without a hole. For all jets, a feedback loop establishes between the nozzle and the plate. The associated sound levels are highest for the jet impinging on the full plate and they decrease as the hole diameter increases. They depend on the strength and the nature of the interactions between the jet and the plate. For the full plate and the smallest holes, the sound waves propagating in the upstream direction are produced by the impingement of the jet turbulent structures on the plate, whereas for the largest hole, they are created by the scattering of the jet aerodynamic pressure fluctuations by the hole edges.

Finally, the simulations of six supersonic overexpanded jets at an exhaust Mach number of 3.1 are carried out. One jet is free, a second impinges on a full plate and four others impinge on a plate with a hole in order to analyze the effects of the plate and of the presence and diameter of the hole on the flow development and the sound radiation. As for the jets at a Mach number of 0.9, the acoustic levels are highest for the full plate and they decrease with the hole diameter, due to weaker interactions between the jet and the plate. In the upstream direction, the radiated noise is dominated by the impingement noise, whereas the reflections of Mach waves on the plate are negligible.

**Key words :** jet noise, aeroacoustics, impinging jet, plate with a hole, feedback, supersonic flows, large-eddy simulation

# Remerciements

Ce travail de thèse, qui a débuté en novembre 2017, s'est déroulé au Centre Acoustique du Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique à l'École Centrale de Lyon. Il a été financé par ArianeGroup et la Direction Générale de l'Armement (DGA).

J'aimerais tout d'abord remercier mon directeur de thèse, Christophe Bogey, avec qui j'ai beaucoup apprécié travailler. La qualité de son encadrement, ses conseils avisés et sa disponibilité ont été d'une grande aide au cours de ces trois années. Je lui suis particulièrement reconnaissant pour avoir relu mes écrits parfois télégraphiques avec beaucoup de patience et peu de chouquettes.

J'exprime ma gratitude à Philip Morris et Peter Jordan, qui m'ont fait l'honneur d'être les rapporteurs de cette thèse. Je remercie également Xavier Gloerfelt, pour avoir accepté de présider ce jury, et Marlène Sanjosé et François Vuillot, pour avoir examiné ce travail. J'associe à ces remerciements Jean-François Durand, ingénieur chez ArianeGroup, qui a suivi cette thèse avec attention et intérêt.

Je tiens à remercier chaleureusement toute l'équipe du Pôle de Modélisation et de Calcul en Sciences de l'Ingénieur et de l'Information (PMCS2I), en particulier Laurent Pouilloux, pour leur efficacité à résoudre tous les problèmes informatiques et leur gestion remarquable des moyens de calculs. Je témoigne de ma reconnaissance envers le Pôle Scientifique de Modélisation Numérique (PSMN) pour l'utilisation de ses ressources de calcul.

Ces trois années de thèse ont été marquées par une ambiance agréable, dans laquelle j'ai pris plaisir à travailler. Je ne peux que remercier mes collègues doctorants et post-doctorants pour avoir créé cette atmosphère plaisante et stimulante. Je pense particulièrement à ceux qui m'ont accompagné pendant une longue partie de cette thèse. Merci à Pierre, qui m'a beaucoup éclairé avant même de travailler chez EDF, Mohcene et sa Ferrari, Danny, qui m'a donné mes galons de caporal, Léo et son goût des aptonymes, Gabriele, Jean, le trio Yann, Simon et Damien pour les parties de baby-foot, Elina, Thomas, Giorgos, Étienne, avec qui j'ai eu la joie de partager mes trajets en bus (et des pains aux raisins), Yuanyuan for her kindness and her dumplings, Ariane, Rafael, Arthur, Paul, Miguel, Vianney, Bertrand, Marion, Antoni et David. Je souhaite aussi remercier ceux que j'ai côtoyés un peu moins longtemps, mais dont j'ai apprécié la compagnie. Je pense notamment à Daher, Alexis, Hugo, Courtney et Igor.

J'aimerais également remercier mes amis qui me suivent depuis de nombreuses années. Merci à Wesley et sa passion des fêtes nationales, et merci à Édouard, Florent et Clément, pour les bons moments passés lors de mes retours sur les terres picardes. Enfin, je remercie ma famille, en particulier mes parents et mon frère Thomas, qui m'ont toujours soutenu et ont su être présents pour moi.

# Table des matières

## Introduction

1	Aér	oacous	stique de	s jets impactant une plaque trouée	15
	1.1	.1 Jets libres			15
		1.1.1	Structur	e des jets libres	15
			1.1.1.1	Description des écoulements compressibles	15
			1.1.1.2	Structure générale d'un jet	16
			1.1.1.3	Réseau de cellules de choc	17
		1.1.2 Bruit de jet supersonique libre			18
			1.1.2.1	Bruit de mélange	19
			1.1.2.2	Bruit de screech	21
			1.1.2.3	Bruit de choc large-bande	23
	1.2	Jets ir	npactant	une plaque pleine	23
		1.2.1	Descript	ion du mécanisme de rétroaction	24
		1.2.2	Fermetu	re de la boucle de rétroaction	26
		1.2.3	Effets du	ı nombre de Mach	29
		1.2.4	Jets sup	ersoniques imparfaitement détendus impactant une paroi	32
	1.3	Jets ir	npactant	une plaque trouée	34
		1.3.1	Distance	e plaque-buse inférieure à 10 diamètres du jet	34
			1.3.1.1	Description du <i>hole tone</i> en amont de la plaque	35
			1.3.1.2	Champs aérodynamiques et acoustiques en aval de la plaque	36
			1.3.1.3	Interactions entre le <i>screech</i> et le <i>hole tone</i>	37
		1.3.2	Distance	e plaque-buse supérieure à 10 diamètres du jet	40
			1.3.2.1	Mécanismes de production du bruit	40
			1.3.2.2	Effets de la distance plaque-buse	42
			1.3.2.3	Effets du diamètre du trou	43
<b>2</b>	Mét	thodes	numério	ques pour la simulation du bruit de jet supersonique	47
	2.1	Simula	ations nur	nériques des écoulements turbulents	47
		2.1.1	Simulati	on numérique directe (DNS)	47
		2.1.2	Simulati	on des grandes échelles (LES)	48

11

		2.1.3	Simulation des équations de Navier-Stokes moyennées (RANS) 4	19
		2.1.4	Méthodes hybrides	9
2.2		Métho	des numériques pour les simulations des grandes échelles de ce travail de thèse	19
		2.2.1	Équations de Navier-Stokes	60
		2.2.2	Discrétisation spatiale	<b>51</b>
		2.2.3	Intégration temporelle	53
		2.2.4	Filtrage sélectif	<b>5</b> 4
	2.3	Métho	des de discrétisation spécifiques aux coordonnées cylindriques	6
		2.3.1	Traitement de la singularité sur l'axe	66
		2.3.2	Augmentation du pas de temps	57
	2.4	Traiter	ment des chocs $\ldots$	59
		2.4.1	Détection des chocs	59
		2.4.2	Filtrage adaptatif	60
	2.5	Compa	araison des mécanismes de dissipation $\ldots \ldots $	51
	2.6	Condit	tions aux limites $\ldots$	53
		2.6.1	Conditions de rayonnement	53
		2.6.2	Conditions de paroi	i5
3	Ton	e gene	ration in transonic jets impinging on a plate	57
	3.1	Param	eters	<b>i</b> 8
		3.1.1	Jet parameters	<b>i</b> 8
		3.1.2	Numerical parameters	<b>i</b> 8
		3.1.3	Computational parameters	;9
	3.2	Result	s	'0
		3.2.1	Snapshots of the flow and acoustic fields	'0
		3.2.2	Mean flow fields	'2
		3.2.3	Velocity spectra	'4
		3.2.4	Convection velocity	'5
		3.2.5	Overall Sound Pressure Levels    7	'6
		3.2.6	Pressure spectra	'6
		3.2.7	Azimuthal structure of the near-nozzle pressure fluctuations	'9
		3.2.8	Neutral acoustic wave modes of the jets	'9
		3.2.9	Structure of the pressure field at the tone frequencies	33
		3.2.10	Two-dimensional spatial correlations	36
	3.3	Conclu	1sion	36
4	Ger	neratio	n of acoustic tones in round jets at a Mach number of 0.9 impinging	
	on a	a plate	with and without a hole 8	9
	4.1	Introd	uction $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	)0
	4.2	Param	eters	)2

C	5.3 onclu	Conclu sion	1sion	140 <b>143</b>
	5.3	Conclu	usion	140
		a		1.40
		5.2.9	Two-dimensional spatial correlations	137
		5.2.8	Spatial Fourier decomposition of the pressure fields	136
		5.2.7	Neutral acoustic wave modes of the jets	134
		5.2.6	Azimuthal structure of the jets	133
		5.2.5	Pressure spectra	131
		5.2.4	Overall sound pressure levels	129
		5.2.3	Convection velocity	128
		5.2.2	Mean flow fields	124
		5.2.1	Snapshots of the flow and acoustic fields	123
5.2 Results $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$		Result	S	123
		5.1.3	Computational parameters	122
		5.1.2	Numerical parameters	122
		5.1.1	Jet parameters	120
	5.1	Param	leters	120
	with	n and v	without a hole	119
<b>5</b>	5 Simulations of overexpanded jets at a Mach number of 3.1 impinging on a plate			
	4.4	Conclu	151011	11(
	1 1	4.5.12	woodening of the acoustic field downstream of the plate	115
		4.3.11	Modelling of the acoustic field downstream of the plate	112
		4.3.10	I wo-dimensional spatial correlations	110
		4.3.9	Neutral acoustic wave modes of the jets	108
		4.3.8	Structures of the pressure fields at the tone frequencies	105
		4.3.7	Azimuthal structure of the jet pressure fields	105
		4.3.6	Pressure spectra	102
		4.3.5	Overall Sound Pressure Levels	102
		4.3.4	Convection velocity	101
		4.3.3	Velocity spectra	101
		4.3.2	Mean flow field properties	97
		4.3.1	Snapshots of the flow and acoustic fields	94
	4.3	Result	S	94
		4.2.2	Numerical and computational parameters	92
		4.2.1	Jet parameters	92

# Introduction

## Contexte

Des recherches sur le bruit des jets propulsifs sont menées depuis les années 1950 et le développement des moteurs à réaction. Elles se sont intensifiées avec l'augmentation du transport aérien civil. Ces études ont été motivées par le besoin de réduire les nuisances sonores à proximité des aéroports. Dans le domaine militaire, les jets supersoniques expulsés par les moteurs des avions de chasse créent des niveaux acoustiques très élevés. De telles intensités sonores peuvent solliciter mécaniquement la structure de l'appareil, et causer la rupture par fatigue de certains composants. Dans le contexte spatial, lors du décollage d'un lanceur, comme la fusée Ariane 5 sur la figure 1 par exemple, la coiffe du lanceur est soumise à de très fortes charges acoustiques, qui sont susceptibles d'exciter la structure et d'endommager l'équipement électronique et la charge utile [27]. La compréhension des mécanismes de production de bruit au décollage revêt donc un intérêt majeur dans l'industrie spatiale. Les ondes acoustiques atteignant la coiffe du lanceur sont créées par les jets chauds supersoniques éjectés par les moteurs-fusées et par l'impact de ces jets sur le pas de tir [63]. Ce pas de tir comporte notamment une fosse creusée sous le lanceur pour canaliser les gaz d'éjection. La configuration d'une fusée au décollage peut ainsi être modélisée de manière simplifiée par un jet supersonique impactant une plaque trouée.

Le bruit produit par les jets impactant une plaque trouée est créé par deux types de sources. Le premier type de sources correspond aux sources acoustiques présentes dans les jets libres. Dans le cas d'écoulements supersoniques, la convection des structures turbulentes du jet à des vitesses supérieures à celle du son est à l'origine d'ondes de Mach associées à un puissant rayonnement acoustique dans la direction du jet. Pour des jets de lanceurs où la pression d'éjection est différente de la pression ambiante, des sources de bruit supplémentaires sont dues à la présence d'un réseau de cellules de chocs en sortie de tuyère. En effet, les interactions entre les structures turbulentes de la couche de mélange du jet et ces cellules de chocs donnent naissance au bruit de choc, formé d'une composante tonale, le *screech*, et du bruit de choc large-bande. Pour les jets libres, le bruit de choc est particulièrement visible dans la direction amont de l'écoulement.

Le deuxième type de sources correspond aux sources créées par les interactions entre le jet et la plaque. Ces sources sont aussi présentes dans les jets impactant une plaque pleine. Dans leur étude numérique d'un jet à un nombre de Mach d'éjection de 3.7 impactant une plaque trouée, Tsutsumi *et al.* [170] ont mis en évidence deux contributions acoustiques émises vers l'amont. Les



FIGURE 1 – Décollage de la fusée Ariane 5.

réflexions des ondes de Mach sur la paroi constituent la première contribution, tandis que la seconde contribution, le bruit d'impact, est produite par l'impact des structures turbulentes sur la plaque et sur les bords du trou. Le bruit d'impact peut comporter une composante tonale de très forte amplitude, comme il est observé dans des études expérimentales pour des plaques trouées [172, 174] et des travaux expérimentaux et numériques pour des plaques pleines [54, 57]. Ce bruit tonal est causé par une boucle de rétroaction aéroacoustique s'établissant entre la buse et la plaque. Du fait de sa forte amplitude, cette composante tonale peut s'avérer très dommageable pour les structures environnantes et doit donc faire l'objet d'une attention particulière.

## **Objectifs**

Dans ce travail de thèse, des simulations numériques de jets ronds impactant une plaque trouée ou pleine sont réalisées dans le but d'étudier les mécanismes de production du bruit rayonné vers l'amont. Les effets du trou dans la plaque sur l'acoustique des jets sont examinés. Les sources de bruit créées par les interactions entre le jet et les bords du trou sont aussi caractérisées. En particulier, les boucles de rétroaction pouvant s'établir entre la buse et la plaque sont analysées. Par le passé, de tels mécanismes de rétroaction acoustique ont été étudiés au Centre Acoustique du LMFA pour des jets supersoniques impactant une plaque pleine à l'aide de simulations numériques [48], ainsi que les mécanismes de production du bruit dans des jets libres subsoniques [7, 20] et supersoniques [4, 35, 115].

Ce travail est donc construit autour de trois axes :

• Production de fréquences tonales par des jets transsoniques impactant une plaque pleine. Pour cela, cinq simulations de jets à des nombres de Mach variant de 0.75 à 1.1 sont réalisées. Un premier objectif est d'étudier les effets du nombre de Mach sur les propriétés de la boucle de rétroaction s'établissant entre la buse et la plaque. Un second objectif est

d'analyser la nature et les caractéristiques des ondes acoustiques fermant cette boucle de rétroaction.

- Mécanismes de rétroaction pour des jets subsoniques à M = 0.9 impactant une plaque pleine ou trouée. Le premier objectif ici est de déterminer les effets du trou et de son diamètre sur les niveaux sonores et les fréquences tonales créés par la boucle de rétroaction. Pour cela, quatre simulations de jets impactant une plaque sont réalisées pour une plaque pleine et trois plaques percées d'un trou de diamètre variable. Le second objectif de ce travail est d'étudier la création des ondes acoustiques participant à la fermeture des boucles de rétroaction.
- Rayonnement acoustique de jets sur-détendus à  $M_e = 3.1$  impactant une plaque trouée. Le but de ce travail est d'étudier les effets du trou sur les composantes acoustiques du bruit rayonné vers l'amont par des jets de lanceurs. Cette étude s'appuie sur les simulations de six jets, à savoir un jet libre, un jet impactant une plaque pleine et quatres autres impactant une plaque trouée. Un des buts recherchés est de déterminer si la composante principale du bruit amont est le bruit d'impact ou les réflexions des ondes de Mach.

## Organisation du manuscrit

Le manuscrit est composé de cinq parties. Dans la première, une étude bibliographique portant sur l'aéroacoustique des jets impactant une plaque trouée est présentée. En particulier, les mécanismes de production du bruit dus à l'impact du jet sur la plaque ainsi que les effets du trou sur ces mécanismes sont détaillés.

Dans la deuxième partie, les méthodes numériques utilisées pour les simulations des jets effectuées dans ce travail sont décrites. Les schémas numériques employés, spécialement développés pour le calcul du bruit produit par les écoulements supersoniques, sont introduits.

Dans la troisième partie, des simulations de jets impactant une plaque pleine sont réalisées afin d'étudier les effets du nombre de Mach sur le mécanisme de rétroaction aéroacoustique s'établissant entre la buse et la plaque. Pour cela, cinq simulations de jets sont effectuées pour des nombres de Mach de 0.75, 0.8, 0.9, 1.0 et 1.1, un nombre de Reynolds de 10<sup>5</sup> et une distance plaque-buse de huit rayons de buse. Les jets sont fortement perturbés en sortie de buse. Les fréquences tonales liées aux boucles de rétroaction sont comparées à celles prédites par des modèles et celles données par une expérience [62]. Les modes d'oscillation des jets associés à ces fréquences sont également examinés.

La quatrième partie est consacrée à l'étude des effets du trou dans la plaque sur les champs aérodynamiques et acoustiques de jets à un nombre de Mach de 0.9. Cette étude s'appuie sur les simulations de quatre jets impactant une plaque située à une distance de six rayons de buse. Les conditions de sortie des jets sont les mêmes que celles du jet à un nombre de Mach de 0.9 de la troisième partie. Une plaque est pleine tandis que les trois autres sont trouées. Trois diamètres du trou sont considérés, à savoir des diamètres de deux, trois et 4.4 rayons de buse, afin d'observer l'influence de ce paramètre sur le rayonnement acoustique. Les champs obtenus sont comparés à ceux du jet libre correspondant considéré dans un travail précédent [7]. Les mécanismes de production de bruit sont visualisés à l'aide de corrélations spatiales en deux dimensions, et des modélisations des sources de bruit sont proposées.

Dans la dernière partie, des configurations plus proches du décollage d'un lanceur spatial sont examinées. Pour cela, six simulations de jets supersoniques sur-détendus à un nombre de Mach d'éjection de 3.1 et un nombre de Reynolds de  $2 \times 10^5$  sont réalisées. Les conditions de sortie de ces jets sont proches de celles des jets du banc MARTEL [114, 169]. Un jet est libre, un deuxième impacte une plaque pleine et quatre autres une plaque trouée dans le but d'analyser les effets de la plaque, de la présence et du diamètre du trou sur l'écoulement et le rayonnement acoustique. Les composantes du bruit rayonné vers l'amont sont notamment mises en évidence à l'aide de décompositions de Fourier spatiales des champs acoustiques et de corrélations spatiales en deux dimensions.

# 1 Aéroacoustique des jets impactant une plaque trouée

Dans ce premier chapitre, les principales caractéristiques de la physique des jets impactant une plaque trouée sont détaillées. Afin de comprendre les effets du trou dans la plaque sur le rayonnement acoustique des jets, trois configurations sont considérées. Les jets libres sans plaque, puis les jets impactant une plaque pleine et enfin les jets impactant une plaque trouée sont examinés. Dans chacun de ces cas, les structures de l'écoulement et les sources de bruit associées à ces structures sont présentées.

### 1.1 Jets libres

#### 1.1.1 Structure des jets libres

#### 1.1.1.1 Description des écoulements compressibles

Les équations permettant de décrire un écoulement compressible sont rappelées. Le fluide considéré dans cette étude est l'air. Une particule de ce fluide est caractérisée par sa vitesse u, sa pression p, sa température T et sa masse volumique  $\rho$ . En assimilant l'air à un gaz parfait, la pression est liée à la température et à la masse volumique par la relation d'état

$$p = \rho r T \tag{1.1}$$

où  $r = c_p - c_v$  est la constante spécifique de l'air, et  $c_p$  et  $c_v$  sont les capacités calorifiques volumiques à pression constante et à volume constant de ce même gaz. La célérité locale du son est définie par

$$c = \sqrt{\gamma r T} \tag{1.2}$$

où  $\gamma=c_p/c_v$  est le coefficient is entropique de l'air. Le nombre de Mach local est alors donné par

$$M = \frac{u}{c} \tag{1.3}$$

Les grandeurs précédemment introduites sont des grandeurs statiques. Des grandeurs totales

sont également employées pour l'étude des écoulements compressibles. Ces grandeurs sont celles qu'atteint une particule fluide de vitesse u lorsqu'elle décélère de manière isentropique, c'est-à-dire adiabatique et réversible, jusqu'à une vitesse nulle. En utilisant la conservation de l'énergie et la loi de Laplace, la température totale  $T_t$  et la pression totale  $p_t$  sont données par les équations

$$\frac{T_t}{T} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right) \tag{1.4}$$

$$\frac{p_t}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$
(1.5)

Quand un gaz au repos à la pression totale  $p_t$  et à la température totale  $T_t$  est détendu isentropiquement à travers une tuyère, il accélère jusqu'à ce que sa pression statique p soit égale à la pression ambiante  $p_0$ . À la fin de cette détente, il est caractérisé par une température statique

$$T_j = T_t \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2 \right)^{-1},$$
(1.6)

et par un nombre de Mach  $M_j$ 

$$M_j = \left\{ \frac{2}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{p_t}{p_0} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right] \right\}^{1/2}$$
(1.7)

Le rapport  $p_t/p_0$  est appelé taux de détente ou NPR pour Nozzle Pressure Ratio. Le nombre de Mach  $M_j$  est également appelé nombre de Mach parfaitement détendu. Ce nombre de Mach et la température totale  $T_t$  permettent de définir les conditions en sortie de tuyère.

#### 1.1.1.2 Structure générale d'un jet

Un jet rond issu d'une tuyère de diamètre  $D = 2r_0$  peut être représenté à l'aide d'un système de coordonnées cylindrique  $(r, \theta, z)$ , comme sur la figure 1.1.



FIGURE 1.1 – Structure d'un jet rond supersonique; 1 : tuyère, 2 : cône potentiel, 3 : zone turbulente pleinement développée, - - - frontière de la couche de mélange, . . . ligne sonique.

En sortie de tuyère, la vitesse axiale de l'écoulement est constante et vaut la vitesse d'éjection  $u_e$ dans une zone appelée le cône potentiel. Ce cône est entouré par les couches de mélange, où les gaz issus de la tuyère se mélangent à l'air du milieu ambiant. Ce mélange entraîne l'air environnant, ce qui provoque l'épaississement des couches de mélange au fur et à mesure que la distance axiale à la tuyère augmente. Cet épaississement se poursuit jusqu'à ce que les couches de mélange atteignent l'axe du jet, fermant ainsi le cône potentiel. Lorsque l'on s'éloigne suffisamment en aval du cône potentiel, le jet est dit pleinement développé. Dans cette zone, le champ de vitesse est autosimilaire [74]. Dans le cas des jets supersoniques, une autre région de l'écoulement, le cône supersonique, peut être définie. C'est la région où la vitesse axiale de l'écoulement est supérieure à la vitesse du son. Par ailleurs, dans le cas des jets supersoniques, un réseau de cellules de choc peut se former à la sortie de la tuyère. L'existence de ce réseau dépend de la valeur de la pression d'éjection  $p_e$  par rapport à la pression ambiante  $p_0$ .

#### 1.1.1.3 Réseau de cellules de choc

Une tuyère convergente-divergente de section A est considérée. L'écoulement dans cette tuyère est supposé unidimensionnel, isentropique et non-visqueux. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie permettent d'écrire la relation de Rankine-Hugoniot

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1)\frac{du_z}{dz} \tag{1.8}$$

où  $u_z$  est la vitesse axiale. D'après cette équation, deux comportements existent selon le nombre de Mach. Pour des écoulements subsoniques, la vitesse décroît quand la section augmente. À l'inverse, pour des écoulements supersoniques, la vitesse augmente avec la section. De cette manière, le nombre de Mach au niveau du col de la tuyère est au maximum égal à 1. Lorsque cette valeur est atteinte, la tuyère est amorcée. Dans ce cas, le nombre de Mach augmente dans la section divergente de la tuyère jusqu'à atteindre en sortie de buse une valeur  $M_d$ , appelée nombre de Mach de design. Ce nombre de Mach de design est déterminé par la géométrie de la tuyère. La pression en sortie de buse  $p_e$  est alors égale à

$$p_{e} = p_{t} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{d}^{2} \right)^{-\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$
(1.9)

où  $p_t$  est la pression totale du jet. La pression d'éjection n'est donc pas forcément égale à la pression ambiante dans le cas des jets supersoniques. Si ces deux pressions sont égales, le jet est dit idéalement détendu ou adapté et ne comporte pas de réseau de cellules de choc. Sinon, il est dit imparfaitement détendu, ou non-adapté, et un réseau de cellules de choc se forme alors en sortie de tuyère pour adapter la pression à la pression ambiante. Si la pression en sortie de tuyère est supérieure à la pression ambiante, le jet est sous-détendu. Si elle est inférieure, le jet est sur-détendu.

Pour un jet sous-détendu, comme présenté sur la figure 1.2(a), des ondes de détente attachées aux lèvres de la tuyère sont créées afin de diminuer la pression en sortie de buse, ce qui provoque un élargissement du jet en sortie de tuyère. Ces ondes de détente se réfléchissent ensuite en aval sur l'axe du jet, puis sur la couche de mélange, ce qui aboutit à la formation d'ondes de compression. Ces dernières sont ensuite réfléchies sur l'axe du jet pour créer un choc de compression, qui est par la suite réfléchi sur la couche de mélange sous la forme d'ondes de détente. Les détentes et compressions se succèdent à l'intérieur du jet, qui se comporte alors comme un guide d'ondes. De plus, le choc de compression marque la fin de la première cellule de choc. En sortie de cette cellule, la pression a diminué mais reste supérieure à la pression ambiante, ce qui entraîne la formation d'une autre cellule de choc. De nouvelles cellules de choc sont ainsi créées jusqu'à ce que la pression ait diminué jusqu'à la pression ambiante.

Pour un jet sur-détendu, le mécanisme de formation du réseau de cellules de choc, présenté sur la figure 1.2(b) est similaire à celui d'un jet sous-détendu. Toutefois, la première cellule du réseau de choc est différente. En effet, pour un jet sur-détendu, la pression d'éjection est inférieure à la pression ambiante, ce qui crée un choc de compression en sortie de tuyère, au lieu d'ondes de détente pour un jet sous-détendu.



FIGURE 1.2 – Représentation des réseaux de cellules de choc pour (a) un jet sous-détendu et (b) un jet sur-détendu;  $\cdots$  ondes de détente, — ondes de choc, - - - couche de mélange,  $- \cdot -$  axe du jet.

#### 1.1.2 Bruit de jet supersonique libre

Les composantes du bruit de jet supersonique libre sont le bruit de mélange, le *screech* et le bruit de choc large bande [147]. Ces trois composantes sont visibles sur le spectre de la figure 1.3, qui représente l'évolution du niveau acoustique SPL (Sound Pressure Level) en fonction du nombre de Strouhal  $St = fD/u_j$ , où f est la fréquence, D le diamètre du jet et  $u_j$  la vitesse du jet équivalent parfaitement détendu en sortie de tuyère, pour un jet supersonique sous-détendu à un nombre de Mach  $M_j$  de 1.35. Le bruit de mélange est lié aux structures turbulentes et est présent pour les jets subsoniques et supersoniques. Dans le cas des jets supersoniques non adaptés, la présence d'un réseau de cellules de choc crée des sources de bruit supplémentaires. En effet, les interactions entre les cellules de choc et la turbulence sont à l'origine du bruit de choc, qui se décompose en une composante large-bande et une composante tonale, le *screech*.



FIGURE 1.3 – Spectre en champ lointain du bruit émis par un jet supersonique imparfaitement détendu à  $M_j = 1.35$  à un angle de 110 degrés à partir de l'aval; — bruit de mélange, — bruit de choc large bande, — screech, — bruit de choc large bande et bruit de mélange. D'après André [3].

#### 1.1.2.1 Bruit de mélange

Le bruit de mélange est constitué de deux composantes mises en évidence expérimentalement par Laufer *et al.* [75]. En s'appuyant sur une base de données comportant des jets subsoniques et supersoniques, Tam *et al.* [154] ont construit deux spectres universels liés à ces deux composantes. Ces deux spectres ont également été retrouvés dans les spectres acoustiques de jets de lanceurs, pour des nombres de Mach allant jusqu'à 2.5 et des températures allant jusqu'à 1400 K [155]. Ils sont illustrés sur la figure 1.4. Le spectre de la première composante, tracé en rouge sur la figure 1.4, est large-bande et comporte une large bosse centrée sur une fréquence  $f_0$ . Le rayonnement de cette composante est omnidirectionnel et est particulièrement visible à un angle de 90° par rapport à l'axe du jet. Il est émis par une zone du jet située entre la buse et la fin du cône potentiel. Les champs de pression associés à cette composante sont caractérisés par un faible temps de cohérence [161] et une faible corrélation azimutale [12]. Sa contribution acoustique au bruit total décroît fortement quand le nombre de Reynolds diminue [12], ce qui indique qu'elle est liée aux petites structures de la turbulence.

Le spectre de la seconde composante du bruit de mélange, tracé en bleu sur la figure 1.4, est centré autour d'un nombre de Strouhal  $St_0 = f_0 D/u_j$  proche de 0.2 sur une bande de fréquences plus étroite que celui de la première composante. Cette composante est produite par l'évolution de structures turbulentes à la fin du cône potentiel [15]. Elle est prédominante vers l'aval, dans une direction de 30° par rapport à l'axe du jet. Elle est fortement corrélée azimutalement, avec la majorité de son énergie contenue dans les deux premiers modes de Fourier azimutaux [66]. Cette forte cohérence suggère que cette composante est liée aux grandes structures turbulentes cohérentes présentes dans les jets, observées expérimentalement par Crow & Champagne [30] par exemple.



FIGURE 1.4 – Spectres de similarité des deux composantes du bruit de mélange : — spectre lié aux grandes structures turbulentes, — spectre lié aux petites structures turbulentes,  $f_0$  fréquence centrale.

Par ailleurs, les caractéristiques du bruit de mélange sont modifiées lorsque la vitesse du jet devient supérieure à celle du son. Dans ce cas, les structures turbulentes de la couche de mélange peuvent être convectées à des vitesses supersoniques, ce qui produit des ondes de Mach [129]. Une visualisation par ombroscopie de ces ondes pour un jet à un nombre de Mach d'éjection de 2 est proposée sur la figure 1.5. Des fronts d'ondes obliques très marqués sont visibles à l'extérieur de l'écoulement. De tels fronts d'ondes ont été observés dans de nombreuses simulations numériques [37, 72, 104, 116, 117] et visualisations expérimentales [68, 111, 113, 165]. Ces ondes de Mach sont générées dans une zone s'étendant de la sortie de la tuyère jusqu'à un peu en aval de la fin du cône potentiel. Elles forment un angle caractéristique  $\alpha$  avec l'axe du jet donné par

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{M_c}\right) \tag{1.10}$$

où  $M_c = u_c/c_0$  est le nombre de Mach de convection des structures turbulentes,  $u_c$  leur vitesse de convection et  $c_0$  la vitesse du son dans l'air ambiant. Ce nombre de Mach de convection des structures du jet a été estimé par Oertel [107] avec la relation

$$M_c = \frac{1 + M_e}{1 + c_0/c_e} \tag{1.11}$$

où  $M_e$  est le nombre de Mach d'éjection et  $c_e$  la vitesse du son à l'intérieur du jet. La contribution des ondes de Mach au bruit rayonné est significative à partir de valeurs de  $M_c$  supérieures à 1.25 [70]. Elle est particulièrement importante dans la direction  $\alpha$ , comme montré par Seiner *et al.* [136]. Dans cette direction, la composante du bruit liée aux ondes de Mach provoque un élargissement de la bosse centrale dans les spectres de pression. En particulier, les niveaux acoustiques sont plus élevés aux hautes fréquences que ceux du spectre de similarité des grandes structures, comme relevé par Greska *et al.* [55]. En effet, le nombre de Strouhal correspondant au pic du rayonnement des ondes de Mach est d'environ 0.4 tandis que celui correspondant à la composante du bruit de mélange liée aux grandes structures se situe autour de 0.2.



FIGURE 1.5 – Ondes de Mach émises par un jet à  $M_e = 2$ . D'après Tam [148].

#### 1.1.2.2 Bruit de screech

Le screech est la composante tonale du bruit de choc correspondant aux pics visibles sur la figure 1.3. Il a été étudié depuis les années 50 et les travaux de Powell [121]. Il est observé principalement en amont de l'écoulement et est produit par des interactions entre le réseau de cellules de choc et la turbulence. Raman a proposé un mécanisme de rétroaction en quatre phases pour expliquer sa production [127]. Lors de la première phase, les structures tourbillonnaires de la couche de mélange sont convectées à travers les cellules de choc. Elles interagissent alors avec ces cellules lors de la deuxième phase selon un mécanisme de "fuite" de chocs ou shock-leakage, décrit par Suzuki & Lele [145] et Berland et al. [5]. Les interactions entre les structures turbulentes de la couche de mélange et l'extrémité de la cellule de choc provoquent la propagation d'une partie de l'énergie du choc à travers la couche de mélange sous forme d'ondes acoustiques. Ces dernières se propagent vers l'amont jusqu'à atteindre les lèvres de la buse dans la troisième phase du cycle. Enfin, dans la dernière phase, la couche de mélange en sortie de tuyère est excitée par les ondes acoustiques, créant ainsi de nouvelles structures tourbillonnaires et fermant la boucle de rétroaction. Cette boucle de rétroaction est un phénomène périodique, dont la période  $T_s$  a été estimée par Powell [121] par la relation :

$$T_s = \frac{L_s}{u_c} + \frac{L_s}{c_0} \tag{1.12}$$

où  $L_s$  est la longueur d'une cellule. Le modèle de Powell consiste à décomposer la période de rétroaction en deux temps caractéristiques; d'une part le temps de parcours de la structure turbulente à travers une cellule de choc  $L_s/u_c$  et d'autre part celui des ondes acoustiques jusqu'à la buse  $L_s/c_0$ . La fréquence fondamentale du *screech* s'obtient ainsi directement à partir de l'équation (1.12) et vaut

$$f_s = \frac{u_c}{L_s(1+M_c)}$$
(1.13)

L'évolution de la fréquence du screech en fonction du nombre de Mach idéalement détendu  $M_i$ est tracée sur la figure 1.6. Cette fréquence diminue avec le nombre de Mach, ce qui est en accord avec la relation (1.13). Toutefois, des discontinuités de fréquences pour certaines valeurs de  $M_i$ sont observables. Ces sauts de fréquence définissent ainsi quatre paliers, associés à quatre modes d'oscillation du jet. Ces modes ont été identifiés par Powell [121], qui les a nommés A, B, C et D. Ils dépendent du nombre de Mach du jet. Merle [97] a ensuite montré que le mode A peut se décomposer en deux modes A1 et A2. La structure des différents modes a été étudiée par Davies & Oldfield [34] puis par Powell et al. [124]. Les modes A1 et A2 sont axisymétriques, le mode B est sinueux, le mode C est hélicoïdal et le mode D est sinueux. En outre, la cellule de choc à l'origine du screech dépend également du mode d'oscillation du jet. Pour le mode A, l'extrémité de la quatrième cellule de choc a été identifiée expérimentalement comme source des ondes acoustiques liées au screech par Mercier et al. [96]. Pour le mode B, la source du rayonnement acoustique se situe à l'extrémité de la troisième ou de la quatrième cellule [96]. Pour le mode C, l'étude expérimentale d'un jet sous-détendu à un nombre de Mach  $M_j$  de 1.45 de Edgington-Mitchell et al. [41] attribue la génération du screech à une zone du jet située entre la deuxième et la quatrième cellule de choc. Pour ce même mode, Gojon & Bogey [51] ont étudié numériquement un jet sous-détendu à un nombre de Mach  $M_i$  de 1.56. Dans cette configuration, deux boucles de rétroaction coexistent. La première s'établit entre la cinquième cellule de choc et la buse tandis que la seconde s'établit entre la sixième cellule et la buse. Pour des jets sous-détendus, le screech n'est plus présent pour des nombres de Mach supérieurs à 1.75 [126]. Pour de tels nombres de Mach, le jet est fortement sous-détendu, ce qui conduit à une forte expansion du diamètre du jet en sortie de buse. L'élargissement du jet empêche les ondes acoustiques se propageant vers l'amont d'atteindre les lèvres de la buse, ce qui supprime le screech. Par ailleurs, le screech est atténué puis supprimé lorsque la température du jet augmente [23, 178].



FIGURE 1.6 – Évolution de la fréquence fondamentale du *screech* avec le nombre de Mach parfaitement détendu  $M_j$ . D'après Powell *et al.* [124].

#### 1.1.2.3 Bruit de choc large-bande

Tout comme le *screech*, le bruit de choc large-bande est créé par des interactions entre les structures turbulentes de la couche de mélange et le réseau de cellules de choc [159]. Il se traduit par une bosse dans les spectres mesurés, comme celui de la figure 1.3. Harper-Bourne & Fischer [56] ont développé un modèle pour estimer la fréquence  $f_p$  du pic de la bosse principale de cette composante. Ce modèle utilise une série de sources cohérentes situées aux intersections de la couche de mélange et de chaque cellule de chocs pour représenter la composante de bruit de choc large-bande. D'après ce dernier, la fréquence  $f_p$  peut être estimée par l'expression :

$$f_p = \frac{u_c}{L_s(1 - M_c \cos \theta)} \tag{1.14}$$

où  $\theta$  représente l'angle par rapport à la direction de l'écoulement. Le terme  $(1 - M_c \cos \theta)$  au dénominateur correspond à un effet Doppler. La fréquence  $f_p$  est ainsi plus basse pour un observateur situé en amont de l'écoulement que pour un observateur en aval. La contribution relative du bruit de choc large-bande au champ acoustique total en fonction de l'angle d'émission a été étudiée par Tanna [163]. Cette contribution est plus importante pour des grands angles d'émission par rapport à l'axe du jet. Enfin, l'intensité du bruit de choc large-bande dépend de l'écart par rapport aux conditions de sortie idéalement détendues du jet. En effet, elle est proportionnelle au terme  $(M_j^2 - M_d^2)^2$ , comme montré par Tam & Tanna [160].

## 1.2 Jets impactant une plaque pleine

Dans cette partie, des jets impactants une plaque pleine avec un angle normal sont considérés. Le spectre acoustique d'un jet sous-détendu à un nombre de Mach  $M_j$  de 1.56 impactant une plaque située à une distance de 2.08 diamètres est par exemple tracé sur la figure 1.7. Sur ce spectre, un pic situé à une fréquence de 10 500 Hz émerge de 15 dB du bruit large-bande. De telles fréquences tonales ont également été observées expérimentalement pour des jets subsoniques dans de nombreux travaux, comme ceux de Powell [120], Ho & Nosseir [59], Neuwerth [102], Preisser [125] ou Wagner [180]. Elles ne proviennent donc pas du *screech*, qui n'existe que pour des jets supersoniques. Tout comme pour le screech. Powell [120] a proposé un mécanisme de rétroaction entre la plaque et la buse comme origine de ces composantes acoustiques tonales. Cette boucle de rétroaction a fait l'objet de nombreuses études pour des jets supersoniques impactant. Dans le cas de jets idéalement détendus, l'établissement de cette boucle a été mis en évidence expérimentalement par Norum [105] et numériquement par Gojon et al. [49]. Pour des jets imparfaitement détendus, elle a été visualisée dans les travaux expérimentaux de Henderson et al. [57], Buchmann et al. [25], Risborg & Soria [131], Mitchell et al. [99] et Sinibaldi et al. [141] et dans les simulations numériques de Dauptain et al. [33], Uzun et al. [175], Bogey & Gojon [19] et Gojon et al. [50]. Par ailleurs, pour des jets imparfaitement détendus, l'établissement de cette boucle de rétroaction dépend de la position de la plaque dans le réseau de cellules de choc du jet. Dans cette partie, le mécanisme de rétroaction est tout d'abord

décrit. Ensuite, les ondes fermant la boucle de rétroaction sont discutées. Puis, les effets du nombre de Mach sur les modes de rétroaction possibles sont analysés. Enfin, le cas des jets supersoniques imparfaitement détendus impactant une paroi est examiné.



FIGURE 1.7 – Spectre acoustique d'un jet rond supersonique sous-détendu à  $M_j = 1.56$  impactant une plaque située à une distance L/D = 2.08. D'après Henderson *et al.* [57].

#### 1.2.1 Description du mécanisme de rétroaction

Pour expliquer l'existence de fréquences tonales dans le spectre d'un jet impactant une plaque, Powell [122] a proposé un mécanisme de rétroaction aéroacoustique. Un schéma de ce mécanisme est présenté sur la figure 1.8. Cette boucle de rétroaction est similaire à celle à l'origine du bruit de *screech*, comme noté par Edgington-Mitchell [39]. Elle se décompose en deux étapes. Les structures turbulentes sont tout d'abord convectées par le jet jusqu'à la plaque. Lorsqu'elles impactent la plaque, elles créent des ondes acoustiques. Ces ondes acoustiques se propagent ensuite en amont de l'écoulement. Lorsqu'elles atteignent les lèvres de la tuyère, elles excitent la couche de mélange, ce qui est à l'origine de la formation d'une nouvelle structure turbulente, qui sera convectée jusqu'à la plaque et ainsi de suite. Un phénomène périodique s'établit alors.

Pour prédire les fréquences associées à ce phénomène périodique, Powell [120] a proposé l'expression suivante :

$$\frac{N+p}{f} = \int_0^L \frac{dl}{u_c} + \frac{L}{c_0}$$
(1.15)

où N est l'ordre du mode, p un déphasage, L la distance entre la plaque et la buse. L'entier N représente le nombre de structures cohérentes entre la buse et la plaque. La période de la rétroaction est la somme de deux temps; le temps de parcours des structures turbulentes jusqu'à la paroi et le temps que mettent les ondes acoustiques pour remonter vers la buse. Le déphasage p est introduit car la formation d'une structure turbulente dans la couche de mélange et l'excitation de la lèvre de la tuyère par les ondes acoustiques ne sont pas simultanées. Krothapalli *et al.* [71] ont estimé expérimentalement ce déphasage à p = 0 pour des jets subsoniques et à p = -0.4 pour des jets



FIGURE 1.8 – Boucle de rétroaction aéroacoustique entre les lèvres de la buse et la plaque.

supersoniques. Cependant, ce déphasage est nul dans les simulations de jets supersoniques de Gojon et al. [49]. Ho & Nosseir [59, 106] ont repris le modèle de Powell en supposant également un déphasage p nul et en introduisant une vitesse de convection moyenne  $\langle u_c \rangle$ , ce qui conduit à l'expression

$$\frac{N}{f} = \frac{L}{\langle u_c \rangle} + \frac{L}{c_0} \tag{1.16}$$

Arthurs & Ziada [1] ont montré que ce dernier modèle n'était pas applicable sans déphasage dans le cas d'un jet plan impactant à M = 0.9. Ces auteurs ont alors proposé d'introduire une distance effective  $L_{eff}$  dans le modèle de prédiction des fréquences de rétroaction. Cette longueur correspond à la distance à partir de laquelle les structures turbulentes commencent à interagir avec la plaque. Elle est estimée en détectant les structures cohérentes et en mesurant leur circulation. Cette circulation diminue quand les structures sont déviées par la plaque. Il est alors possible d'utiliser le modèle de Ho & Nosseir en remplaçant la distance L par la distance effective  $L_{eff}$ , ce qui donne

$$\frac{N}{f} = \frac{L_{eff}}{\langle u_c \rangle} + \frac{L_{eff}}{c_0} \tag{1.17}$$

Dans les trois différents modèles (1.15), (1.16) et (1.17), la connaissance de la vitesse de convection des structures turbulentes est nécessaire pour prédire les fréquences tonales liées à la rétroaction. La vitesse de convection moyenne peut être estimée par  $0.5u_j$  pour des jets rectangulaires et  $(2/3) u_j$  pour des jets ronds. Dans le cas des jets impactants, cette vitesse dépend de la distance entre la plaque et la buse du jet. Pour des jets ronds, Gojon *et al.* [53] ont évalué numériquement cette vitesse de convection à partir de simulations LES de jets ronds sous-détendus impactant une plaque située entre 4 et 9 rayons de la buse, et ont proposé l'expression suivante :

$$< u_c > (L) = 0.65u_j - \frac{0.65u_j - 0.5u_e}{1 + L/D_j}$$
(1.18)

Les fréquences de rétroaction dépendent de la vitesse de convection mais également de la dis-

tance L entre la plaque et la buse d'après les relations (1.15) et (1.16). La figure 1.9 présente l'évolution caractéristique des fréquences tonales de rétroaction en fonction de cette distance pour un jet supersonique idéalement détendu à  $M_j = 1.5$  étudié expérimentalement par Krothapalli *et al.* [71]. Les fréquences prédites par la relation (1.16) avec un déphasage de p = -0.4 et une vitesse de convection moyenne mesurée de  $0.52u_j$  sont également représentées. Chacune des courbes bleues correspond à une valeur de N comprise entre 2 et 8, où la courbe N = 2 est la courbe associée aux plus basses fréquences. Sur la figure 1.9, les fréquences mesurées expérimentalement sont proches des courbes prédites par le modèle de Ho & Nosseir. Pour une même valeur de N, lorsque la distance plaque-buse augmente, la fréquence tonale diminue en suivant la relation (1.16). On remarque également des sauts des fréquences tonales quand la distance plaque-buse augmente. Ces sauts correspondent au passage à une valeur supérieure du nombre de cycles de rétroaction Ndans la relation (1.16). Le mécanisme de rétroaction permet ainsi d'expliquer l'évolution étagée des fréquences tonales avec la distance plaque-buse.



FIGURE 1.9 – Évolution des fréquences tonales en fonction de la distance plaque-buse pour un jet rond idéalement détendu à  $M_j = 1.5$ :  $\circ$  mesures de Krothapalli *et al.* [71], — fréquences prédites par le modèle de Ho & Nosseir [59] avec un déphasage p = -0.4 et une vitesse de convection moyenne mesurée de  $0.52u_j$ .

#### 1.2.2 Fermeture de la boucle de rétroaction

Dans le modèle classique de rétroaction, la boucle de rétroaction est fermée par des ondes acoustiques produites par l'impact du jet sur la paroi se propageant à la vitesse du son. Ce modèle n'indique cependant pas si ces ondes se propagent à l'extérieur ou à l'intérieur du jet. Afin de répondre à cette question, Lepicovsky & Ahuja [78] ont étudié expérimentalement des jets coaxiaux impactant un obstacle en faisant varier la vitesse de l'écoulement secondaire. Ces auteurs ont relevé l'émergence de fréquences tonales qui n'étaient pas modifiées par la vitesse de l'écoulement secondaire. Or, l'écoulement secondaire modifie la vitesse des ondes sonores à l'extérieur du jet, ce qui suggère que les ondes fermant la boucle de rétroaction se propagent à l'intérieur du jet. Ces ondes ont été par la suite étudiées analytiquement par Tam & Norum [158] pour des jets plans et par Tam & Ahuja [149] pour des jets ronds. Les modèles développés par ces auteurs consistent à étudier la stabilité du jet en le représentant par une nappe tourbillonnaire aux couches de mélange infiniment minces, comme sur la figure 1.10. Par la suite, le modèle du jet rond est détaillé. Dans le cas de jets imparfaitement détendus, le jet idéalement détendu équivalent est considéré.



FIGURE 1.10 – Modèle de nappe tourbillonnaire pour un jet rond

Le rayon du jet est noté  $r_j$ , les fluctuations de pression se propageant à l'intérieur du jet sont indiquées par  $p_{int}$  et celles se propageant à l'extérieur par  $p_{ext}$ . Le déplacement vertical de la couche de mélange est désigné par  $\zeta$ . Les équations d'Euler compressibles linéarisées permettent d'écrire le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \Delta p_{ext} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_{ext}}{\partial t^2} = 0 \\ \Delta p_{int} - \frac{1}{c_j^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + u_j \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 p_{int} = 0 \end{cases}$$
(1.19)

Les conditions aux limites au niveau de la couche de mélange en  $r = r_j$  sont :

$$\begin{cases} p_{int} = p_{ext} \\ \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_{ext}}{\partial r} \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_j \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 \zeta = -\frac{1}{\rho_j} \frac{\partial p_{int}}{\partial r} \end{cases}$$
(1.20)

Les solutions du système (1.19) sont recherchées sous la forme d'ondes progressives

$$\begin{bmatrix} p_{int}(r, z, \theta, t) \\ p_{ext}(r, z, \theta, t) \\ \zeta(z, \theta, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{p_{int}}(r) \\ \hat{p}_{ext}(r) \\ \hat{\zeta} \end{bmatrix} e^{i(kz+n\theta-\omega t)(1.21)}$$

où n est un entier, k est le nombre d'onde et  $\omega$  la fréquence angulaire. Par ailleurs, Tam & Ahuja [149] ont supposé que les ondes recherchées correspondent à des ondes acoustiques neutres, dont le nombre d'onde k et la fréquence angulaire  $\omega$  sont réels. En suivant cette hypothèse, ces auteurs ont résolu le système (1.10), ce qui permet d'obtenir la relation de dispersion suivante :

$$|\xi_{+}|J_{n}(|\xi_{-}\alpha|)\frac{K_{n-1}(|\xi_{+}\alpha|) + K_{n+1}(|\xi_{+}\alpha|)}{K_{n}(|\xi_{+}\alpha|)} + \frac{C^{2}|\xi_{-}|}{(c_{0}C/c_{j} - M_{j})^{2}}[J_{n-1}(|\xi_{-}\alpha|) - J_{n+1}(|\xi_{-}\alpha|)] = 0 \quad (1.22)$$

où  $\xi_+ = |C^2 - 1|^{1/2}$ ,  $\xi_+ = |(c_0 C/c_j - M_j)^2 - 1|^{1/2}$ ,  $\alpha = kr_j$ ,  $C = \omega/(kc_0)$ ,  $J_n$  est la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre n et  $K_n$  est la fonction de Bessel modifiée d'ordre n.

Les solutions de la relation de dispersion (1.22) sont les modes acoustiques neutres du jet. Elles sont définies par un couple d'entiers (n, m), où n est un nombre d'onde azimutal et m un nombre d'onde radial. L'entier n définit la nature axisymétrique ou hélicoïdal du mode acoustique tandis que l'entier m correspond au nombre de maxima du mode dans la direction radiale. À titre d'exemple, les solutions approchées de la relation de dispersion pour les modes axisymétriques d'un jet rond à M = 0.8 sont tracées sur la figure 1.11. Sur cette figure, les quatre modes (0,1) à (0,4) sont visibles. Le mode (0,1) produit les fréquences les plus basses. Les fréquences associées aux modes augmentent avec l'ordre radial n. En plus de vérifier la relation de dispersion, les ondes fermant la boucle de rétroaction doivent avoir une vitesse de groupe négative, ce qui correspond aux parties des courbes de dispersion représentées avec une dérivée  $\partial \omega / \partial k$  négative. De cette manière, une gamme de fréquences envisageables par mode acoustique neutre est définie par la condition  $\partial \omega / \partial k < 0$ . En particulier, Tam & Ahuja ont relevé que les fréquences de rétroaction de jets impactant issues d'expériences étaient situées dans cette gamme de fréquences pour différents nombres de Mach, ce qui suggère que les ondes acoustiques neutres ferment la boucle de rétroaction. Par ailleurs, les portions des courbes de dispersion avec une vitesse de groupe négative sont très proches de la droite  $\omega = kc_0$ . Les ondes acoustiques neutres fermant la boucle de rétroaction se propagent donc à une vitesse proche de  $c_0$ , ce qui est en accord avec les relations (1.15) à (1.17). En outre, pour pouvoir créer une nouvelle structure cohérente en atteignant la buse, les modes acoustiques doivent exciter le jet dans une gamme de fréquences associée aux ondes d'instabilités de Kelvin-Helmholtz, à l'origine des structures turbulentes dans les couches de mélange. Cette gamme de fréquences correspond à des nombres de Strouhal inférieurs à 0.7 [98, 151]. De cette façon, sur la figure 1.11, seul le mode (0,1) peut exciter les ondes d'instabilités et fermer la boucle de rétroaction d'après Tam & Ahuja.

Enfin, il est à noter que les modes acoustiques neutres des jets sont également à l'origine de fréquences tonales dans les spectres de pression près de la buse de jets libres. À partir des données d'une simulation LES, Towne *et al.* [166] ont tracé le spectre fréquence-nombre d'onde des fluctuations de pression dans le cône potentiel d'un jet libre à M = 0.9. Le spectre obtenu par ces auteurs est très proche des courbes de dispersion du modèle de nappe tourbillonnaire de Tam & Ahuja [149], ce qui indique la présence d'ondes acoustiques se propageant vers l'amont à l'intérieur du jet. De telles ondes ont été par la suite mises en évidence par Schmidt *et al.* [135], puis par Bogey [9] pour des nombres de Mach de 0.5 à 2. Dans ces études, les fréquences tonales observées dans les spectres se situent dans la plage de fréquences admissibles des ondes acoustiques neutres se propageant vers l'amont, ce qui suggère qu'elles sont générées par ces modes.



FIGURE 1.11 – Relations de dispersion des modes acoustiques neutres axisymétriques d'un jet rond froid à M = 0.8: ---  $\omega/k = c_0$ , --- St = 0.7.

#### 1.2.3 Effets du nombre de Mach

Le modèle de Tam & Ahuja, décrit dans la partie précédente, permet d'étudier les effets du nombre de Mach sur les modes de rétroaction des jets impactant. En particulier, l'application de ce modèle à des jets à des nombres de Mach inférieurs à 0.7 suggère que les ondes acoustiques neutres de ces jets ne peuvent pas exciter la couche de mélange dans la gamme de fréquences des ondes de Kelvin-Helmholtz. Il n'y a donc pas d'établissement d'une boucle de rétroaction pour des jets impactant à ces nombres de Mach. Par ailleurs, en se basant sur le modèle de Tam & Ahuja [149], Panickar & Raman [112] ont mis en évidence qu'un mode axisymétrique et un mode hélicoïdal peuvent coexister pour des nombres de Mach supérieurs à 0.89 tandis que seul un mode axisymétrique est possible pour des nombres de Mach inférieurs. L'effet du nombre de Mach sur les fréquences de rétroaction d'un jet rond a également été étudié expérimentalement par Jaunet et al. [62]. L'évolution de la densité spectrale de puissance des fluctuations de pression près de la buse en fonction du nombre de Strouhal et du nombre de Mach est tracé sur la figure 1.12 pour des jets impactant une plaque à  $8r_0$  de la buse. Les lignes de forte intensité correspondent aux fréquences de rétroaction, qui évoluent selon la relation (1.16) du modèle de rétroaction aéroacoustique classique. De plus, pour des nombres de Mach supérieurs à 0.9, plusieurs modes de rétroaction coexistent pour un même nombre de Mach, ce qui est en accord avec les résultats de Panickar & Raman [112].

Les modes d'oscillation des jets liés à une boucle de rétroaction ont également été étudiés numériquement pour des jets plans idéalement détendus à  $M_j = 1.28$  par Gojon *et al.* [54] et pour des jets ronds idéalement détendus à  $M_j = 1.5$  par Bogey & Gojon [19]. Dans cette dernière étude, deux fréquences tonales correspondant à des nombres de Strouhal St = 0.345 et St = 0.455 ont été relevées dans le spectre acoustique en champ lointain du jet impactant une plaque située à une distance de 6 rayons de la buse. La nature des modes de rétroaction correspondant à ces deux fréquences a été identifiée en appliquant une méthode de décomposition de Fourier aux champs de pression. Cette décomposition de Fourier permet d'obtenir les champs d'amplitude et de phase pour chaque



FIGURE 1.12 – Cartographie de la densité spectrale de puissance de la pression acoustique près de la buse (z = 0, r = D) en fonction du nombre de Mach  $M_j$  et du nombre de Strouhal St pour un jet rond impactant une plaque située à une distance  $L = 8r_0$ . D'après Jaunet *et al.* [62].

fréquence tonale. Les champs d'amplitude et de phase obtenus à St = 0.345 sont représentés sur les figures 1.13(a,b). On constate un réseau de cellules entre la buse et la paroi dans le champ d'amplitude. Celles-ci correspondent aux noeuds d'une onde stationnaire, formée par la superposition d'ondes d'instabilité liées aux structures convectées vers l'aval et d'ondes acoustiques se propageant vers l'amont à l'intérieur du jet. De telles ondes stationnaires ont également été observées dans des jets produisant un bruit de screech dans les études expérimentales de Panda et al. [109] et Panda & Seasholtz [110]. Le champ d'amplitude est maximal au niveau de la zone d'impact, ce qui indique que la principale source acoustique se situe au niveau de cette zone. Les champs d'amplitude fournissent des informations sur la position des sources acoustiques tandis que les champs de phase fournissent des informations sur la nature des modes d'oscillation. Ainsi, le déphasage de 180 degrés par rapport à l'axe du jet visible sur le champ de phase est caractéristique d'un mode hélicoïdal. Cette nature hélicoïdale du mode est également confirmée par le fait que l'amplitude diminue fortement autour de l'axe du jet dans le champ d'amplitude. Les champs d'amplitude et de phase obtenus à St = 0.455sont représentés sur les figures 1.13(c,d). Comme pour la première fréquence tonale, un réseau de cellules apparaît entre la buse et la paroi. La principale source acoustique correspond également à la zone d'impact du jet sur la paroi. L'absence de déphasage de part et d'autre du jet dans le champ de phase indique un mode axisymétrique.

Par ailleurs, Gojon *et al.* [54] ont développé un modèle permettant de prédire la fréquence et la nature du mode de rétroaction en combinant les relations de dispersion de l'étude de stabilité de Tam & Ahuja [149] et un modèle d'onde stationnaire aérodynamique-acoustique. Ce modèle d'onde stationnaire a été initialement développé par Panda *et al.* [109] et Panda & Seasholtz [110] pour des jets supersoniques produisant un bruit de *screech.* Il consiste à considérer une onde stationnaire générée par la boucle de rétroaction s'établissant entre la buse et la plaque. Cette onde stationnaire est créée par la superposition d'ondes d'instabilités hydrodynamiques se propageant vers l'aval et



FIGURE 1.13 – Amplitude (a,c) et phase (b,d) du champ de pression d'un jet rond idéalement détendu à  $M_j = 1.5$  impactant une plaque pleine située à  $L = 6r_0$  pour les deux fréquences tonales (a,b) St = 0.345 et (c,d) St = 0.455. D'après Gojon et Bogey [49].

d'ondes acoustiques vers l'amont. Le nombre d'onde  $k_{sw}$  de l'onde stationnaire peut ainsi s'écrire comme

$$k_{sw} = k_a + k_p \tag{1.23}$$

où  $k_a$  et  $k_p = 2\pi f/\langle u_c \rangle$  sont les nombres d'onde des ondes acoustiques et des ondes d'instabilités. Pour qu'il y ait résonance, il faut que la distance plaque-buse L soit un multiple de la longueur d'onde de l'onde stationnaire  $L_{sw} = 2\pi/k_{sw}$ , c'est-à-dire que  $L = NL_{sw}$ . Il est alors possible de réécrire la relation (1.23) sous la forme

$$f = \frac{N\langle u_c \rangle}{L} - k \frac{\langle u_c \rangle}{2\pi} \tag{1.24}$$

En combinant cette expression et le modèle de Tam & Ahuja [149], la fréquence et la nature du mode de rétroaction peuvent être prédites. Pour un jet rond idéalement détendu à  $M_j = 1.5$ , les relations de dispersion des modes acoustiques neutres et les solutions de la relation (1.24) sont par exemple tracées sur la figure 1.14. Les fréquences de rétroaction possibles doivent vérifier à la fois le modèle d'onde stationnaire et les relations de dispersion des modes acoustiques neutres. Pour les modes axisymétriques, sur la figure 1.14(a), la droite pour N = 4 coupe un mode neutre du jet pour un nombre de Strouhal proche de 0.42. Ce résultat est en accord avec la nature axisymétrique du mode de rétroaction observé à St = 0.455 pour ce jet [49]. De même, pour les modes hélicoïdaux, sur la figure 1.14(b), la droite pour N = 3 intersecte un mode du jet pour un nombre de Strouhal proche de 0.30, ce qui explique le mode hélicoïdal relevé à St = 0.345.



FIGURE 1.14 – Relations de dispersion des modes acoustiques neutres d'un jet rond idéalement détendu à  $M_j = 1.5$ ; (a) modes axisymétriques, (b) modes hélicoïdaux, — relation (1.24) pour  $L = 6r_0, - - \omega/k = c_0$ .

#### 1.2.4 Jets supersoniques imparfaitement détendus impactant une paroi

Le phénomène de rétroaction précédemment détaillé se produit pour les jet subsoniques et les jets supersoniques idéalement détendus pour des distances buse-paroi comprises entre un et dix diamètres de buse. Cependant, pour des jets imparfaitement détendus, en faisant varier la distance plaque-buse, Henderson *et al.* [57] ont observé une alternance de zones où des fréquences tonales apparaissent et de zones de silence où les spectres acoustiques sont large-bande. Henderson & Powell [58] ont alors supposé que la boucle de rétroaction ne s'établissait que lorsqu'un disque de Mach se formait en amont de la plaque. Cette hypothèse a été ensuite confirmée numériquement par les simulations LES de jets ronds sous-détendus à  $M_j = 1.56$  de Gojon *et al.* [53]. Dans cette étude, les champs de densité et de pression ont été visualisés pour différentes distances plaque-buse. Ces champs sont représentés pour deux distances plaque-buse de  $L = 4.16r_0$  et  $L = 7.3r_0$  sur la figure 1.15. Pour  $L = 4.16r_0$  sur la figure 1.15(a), un disque de Mach est visible dans le champ de densité vers  $z = 2r_0$ et des ondes acoustiques intenses sont présentes dans le champ de pression. Pour  $L = 7.3r_0$ , sur la figure 1.15(b), par contre, les chocs dans le champ de densité du jet sont tous coniques et les ondes sonores sont plus faibles que dans le cas précédent.

Le lien entre le disque de Mach et la boucle de rétroaction est confirmé par les spectres de pression obtenus en z = 0 et  $r = 2r_0$ , représentés sur la figure 1.16. Pour  $L = 4.16r_0$ , sur la figure 1.16(a), le spectre comporte trois pics émergeant de 10 à 20 dB au-dessus du bruit large-bande, aux nombres de Strouhal St = 0.475, St = 0.645 et St = 1.29. À l'inverse, pour  $L = 7.3r_0$ , sur la figure 1.16(b), les pics du spectre sont beaucoup moins prononcés, ce qui appuie le fait que la boucle de rétroaction ne s'établit qu'en présence d'un disque de Mach en amont de la plaque. En outre, l'existence d'un disque de Mach a été prise en compte par Powell [123] dans un modèle de prédiction des fréquences tonales de la boucle de rétroaction. En notant s la distance entre le disque de Mach et la paroi, il a modifié la relation (1.15) en décomposant le temps de convection des structures turbulentes



FIGURE 1.15 – Représentations dans le plan (z, r) de la densité dans l'écoulement et de la pression fluctuante à l'extérieur pour un jet rond sous-détendu à  $M_j = 1.56$  impactant une plaque pleine pour (a)  $L = 4.16r_0$  et (b)  $L = 7.3r_0$ . Les échelles de couleur vont de 1 à 3 kg.m<sup>-3</sup> pour la densité et de -2000 à 2000 Pa pour la pression. D'après Gojon *et al.* [53].

en deux étapes. La première étape correspond au temps de convection des structures turbulentes jusqu'au disque de Mach à une vitesse de convection supersonique  $u_{c1}$ . Le second temps est le temps de convection des structures turbulentes du disque de Mach à la paroi à une vitesse de convection subsonique  $u_{c2}$ . Le modèle de Powell prenant en compte le disque de Mach s'écrit ainsi :

$$\frac{N+p}{f} = \frac{L-s}{u_{c1}} + \frac{s}{u_{c2}} + \frac{L}{c_0}$$
(1.25)

Ce modèle a été modifié par la suite par Dauptain *et al.* [33], qui ont montré que les structures turbulentes participant à la boucle de rétroaction étaient créées au niveau du disque de Mach pour des distances plaque-buse L/D inférieures à 2.5. Ces derniers ont alors proposé de négliger le terme  $(L-s)/u_{c1}$ , conduisant à la relation :

$$\frac{N+p}{f} = \frac{s+\Delta s}{u_{c2}} + \frac{L}{c_0}$$
(1.26)

où  $\Delta s$  dépend de la géométrie du jet. Cette grandeur est introduite car la trajectoire des structures turbulentes entre le disque de Mach et la plaque n'est pas rectiligne. La distance  $s + \Delta s$  est ainsi la distance réelle parcourue par les structures turbulentes pour atteindre la paroi.

Selon les relations (1.25) et (1.26), les fréquences de rétroaction dépendent de la position du
disque de Mach par rapport à la paroi. Par ailleurs, les oscillations du disque de Mach ont des effets sur la nature des modes de rétroaction. En effet, ce disque peut osciller selon un mode axisymétrique ou un mode hélicoïdal, comme observé dans les simulations de Sakakibara & Iwamoto [134]. Risborg & Soria [131] ont montré par la suite que les modes de rétroaction aéroacoustique étaient de même nature que les modes d'oscillation du disque de Mach en amont de la plaque.



FIGURE 1.16 – Spectres de pression en fonction du nombre de Strouhal St en z = 0 et  $r = 2r_0$ pour un jet rond supersonique sous-détendu à  $M_j = 1.56$  impactant une plaque pleine située à une distance (a)  $L = 4.16r_0$  et (b)  $L = 7.3r_0$ . D'après Gojon *et al.* [53].

# **1.3** Jets impactant une plaque trouée

Dans cette partie, des jets impactant une plaque trouée sont considérés. Pour cela, une configuration de jet de diamètre D impactant une plaque perforée avec un trou de diamètre h et située à une distance L de la buse est représentée sur la figure 1.17. Le bruit rayonné par ce type de jets dépend de la distance plaque-buse L. En effet, deux comportements existent en fonction de cette distance. Lorsque la plaque est proche de la buse, pour une distance L < 10D, un phénomène de rétroaction s'établit, comme pour les jets impactant une plaque pleine. Lorsque la plaque est éloignée de la buse, pour une distance L > 10D, il n'y a par contre pas de phénomène de rétroaction marqué.

#### 1.3.1 Distance plaque-buse inférieure à 10 diamètres du jet

Des fréquences tonales peuvent émerger dans les spectres acoustiques quand un jet impacte différents types d'obstacles. En effet, elles ont été observées numériquement pour une plaque inclinée par Gojon & Bogey [52], expérimentalement pour un cylindre par Umeda *et al.* [173] et Weightman *et al.* [181] et une arête par Powell [120], ainsi que pour des surfaces convexes et concaves par Mason-Smith *et al.* [92]. En ce qui concerne les jets impactant une plaque trouée, Sondhauss [143] puis Rayleigh [128] ont été les premiers à relever l'apparition d'une fréquence tonale. En particulier, Rayleigh a proposé un mécanisme de rétroaction entre les bords du trou et la buse du jet pour expliquer cette fréquence tonale. Chanaud & Powell [28] ont montré que ce mécanisme est similaire à celui constaté pour les jets impactant une plaque pleine. Dans le cas d'une plaque trouée, le terme



FIGURE 1.17 – Jet impactant une plaque trouée.

hole tone est utilisé pour désigner ce mécanisme. Pour un très faible nombre de Mach de 0.03 et une distance plaque-buse  $L = 2r_0$ , il a été étudié analytiquement par Langthjem et Nakano [73], puis par des simulations DNS par Matsuura et Nakano [93, 94]. Pour des vitesses plus élevées, Umeda et al. [174], puis Umeda & Ishii [172] ont examiné expérimentalement cette boucle de rétroaction pour des jets ronds à des nombres de Mach de 0.94 et 1.54. Pour un jet supersonique sous-détendu à  $M_j = 1.54$ , ces auteurs ont également mis en évidence des interactions entre le hole tone et le screech.

#### 1.3.1.1 Description du *hole tone* en amont de la plaque

L'ombroscopie d'un jet supersonique sous-détendu à  $M_j = 1.54$  impactant une plaque trouée, obtenue par Umeda & Ishii [172], est présentée sur la figure 1.18. La plaque est située à une distance L = 2.4D et est percée d'un trou de diamètre h = D. Sur cette figure, le jet traverse la plaque trouée. Au niveau de la plaque, un jet pariétal se forme, comme pour les jets impactant une plaque pleine. Les interactions entre le jet et les bords du trou sont à l'origine d'ondes acoustiques intenses qui se propagent vers l'amont de l'écoulement. Tout comme pour la plaque pleine, les structures turbulentes du jet convectées vers l'aval et les ondes acoustiques remontant vers la buse participent à l'établissement d'une boucle de rétroaction, qui se traduit par une fréquence tonale dans le spectre acoustique.

Umeda et al. [174] ont mesuré les fréquences tonales présentes dans le spectre acoustique de deux jets à  $M_j = 0.94$  et  $M_j = 1.54$  impactant une plaque trouée pour différentes distances plaque-buse. Ces fréquences ont été comparées à celles prédites par le modèle de Ho & Nosseir [59], établi pour des jets impactant une plaque pleine. Les variations des fréquences tonales en fonction de la distance plaque-buse sont tracées sur la figure 1.19. Comme pour les jets impactant une plaque pleine, ces fréquences diminuent et évoluent de manière étagée lorsque la distance plaque-buse augmente. Pour les deux nombres de Mach, les mesures sont en accord avec le modèle de Ho & Nosseir [59], ce qui montre que le mécanisme de rétroaction à l'origine du *hole tone* est le même que celui à l'origine des



FIGURE 1.18 – Ombroscopie d'un jet rond sous-détendu à  $M_j = 1.54$  impactant une plaque trouée, pour un diamètre du trou de h = D et une distance plaque-buse de L = 2.4D. D'après Umeda & Ishii [172].

fréquences tonales produites par un jet impactant une plaque pleine. L'idée qu'un trou dans la plaque a peu d'influence sur les fréquences de rétroaction est également soutenue par les travaux de Vinoth & Ratakrishnan [177]. Ces auteurs ont étudié expérimentalement les effets du trou dans la plaque sur les fréquences tonales générées pour un jet impactant à M = 0.8. Pour cela, ils ont considéré une plaque pleine et une plaque percée d'un trou de diamètre h = D. Pour les deux plaques, des fréquences tonales prédominent dans les spectres acoustiques. Pour des distances plaque-buse entre L = D et 5D, les fréquences obtenues pour la plaque trouée sont similaires à celles pour la plaque pleine, ce qui suggère un mécanisme de production du bruit identique.

Les effets du diamètre du trou sur les fréquences de rétroaction ont été examinés par Umeda *et al.* [174] pour un jet sous-détendu à  $M_j = 1.54$ . Ces auteurs n'ont pas noté de variations significatives des fréquences de rétroaction pour  $1.8D \le h \le 2.4D$ . Ils n'ont toutefois pas étudié l'influence du diamètre du trou sur l'amplitude des fréquences tonales et sur les niveaux acoustiques des composantes large-bande.

#### 1.3.1.2 Champs aérodynamiques et acoustiques en aval de la plaque

Les champs acoustique et aérodynamique en aval de la plaque obtenus par Umeda & Ishii [172] pour un jet supersonique sous-détendu à  $M_j = 1.54$  impactant une plaque trouée sont représentés sur la figure 1.20 à deux instants différents.

Des ombroscopies instantanées du jet sont fournies sur les figures 1.20(a,b). Celle de la figure 1.20(b) a été prise légèrement après celle de la figure 1.20(a). L'impact du jet sur les bords du trou forme un écoulement de paroi. Dans les schémas des principales caractéristiques de l'écoulement, sur les figures 1.20(c,d), des structures turbulentes du jet, notées  $V_1$  et  $V_2$ , sont convectées jusqu'à la plaque. L'impact de ces structures sur la plaque crée des ondes acoustiques se propageant vers l'amont, notées  $S''_1$  et  $S''_2$ . Ces ondes participent au mécanisme de rétroaction précédemment décrit. D'autres ondes, générées lors de précédents cycles de rétroaction, sont également visibles plus en



FIGURE 1.19 – Évolution des fréquences tonales émises par un jet impactant une plaque trouée en fonction de la distance plaque-buse L pour (a) un jet à  $M_j = 0.94$  et (b) un jet sous-détendu à  $M_j = 1.54$ , pour un diamètre du trou de h = 2.2D;  $\circ$  mesures expérimentales de Umeda *et al.* [174], — modèle de Ho & Nosseir [59].

amont. Elles sont désignées par  $S_1, S'_1$  et  $S_2, S'_2$ .

Par ailleurs, l'impact des structures  $V_1$  et  $V_2$  sur la plaque est à l'origine de fluctuations de débit à travers le trou à la fréquence du *hole tone*. À la sortie du trou, le jet s'élargit et une structure tourbillonnaire  $V_3$  se forme, ce qui produit une onde sonore  $S_3$ . Au cours des cycles suivants de rétroaction, les structures  $V_4$  et  $V_5$  sont générées de la même manière, créant les ondes  $S_4$  et  $S_5$ . Les structures  $V_3$  et  $V_4$  s'apparient ensuite pour former la structure  $V_{3,4}$ , à l'origine de l'onde  $S_6$ sur la figure 1.20(d). L'onde  $S_6$  fusionne par la suite avec l'onde  $S_3$  pour donner naissance à l'onde  $S'_3$ . Au cours de sa propagation, cette dernière est réfractée par l'écoulement et son front d'onde devient conique. De la même façon, l'onde sphérique  $S_4$  est déformée par l'écoulement pendant sa propagation et devient l'onde conique  $S'_4$ . Umeda & Ishii [172] ont mesuré un pic de directivité dans les directions de propagation de  $S'_3$  et  $S'_4$ , ce qui est en accord avec la visualisation de l'écoulement.

#### 1.3.1.3 Interactions entre le screech et le hole tone

Dans le cas d'un jet supersonique non-adapté impactant une plaque trouée, deux phénomènes peuvent être à l'origine de fréquences tonales, le *screech* et le *hole tone*. Umeda & Ishii [172] ont mis en évidence des interactions entre ces deux phénomènes en mesurant le spectre acoustique en champ lointain pour un angle de 90° par rapport à l'axe d'un jet rond supersonique sous-détendu à  $M_j = 1.54$  impactant une plaque à une distance L = 2.4D de la buse et percée d'un trou de diamètre h = D. Le spectre ainsi obtenu est représenté sur la figure 1.21. Il comporte quatre fréquences tonales, notées  $f_0$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_M$ . Le pic le plus intense se situe à la fréquence  $f_0 = 17.9$  kHz, qui est la fréquence du *hole tone*. La fréquence  $f_1$  vaut 12.7 kHz, une valeur qui est proche de la fréquence du *screech* du jet libre équivalent mesurée à 12 kHz par Umeda & Ishii [172]. Elle peut donc être attribuée au *screech*, en supposant que la plaque affecte légèrement cette fréquence. Les deux autres fréquences



FIGURE 1.20 – Représentations (a,b) d'ombroscopies d'un jet rond sous-détendu à  $M_j = 1.54$  impactant une plaque trouée à deux instants différents, pour un diamètre du trou de h = D et une distance plaque-buse de L = 2.4D, et (c,d) de schémas de l'écoulement et du champ de pression. D'après Umeda & Ishii [172].

 $f_M$  et  $f_2$  proviennent des interactions entre le *screech* et le *hole tone*. En effet, la fréquence  $f_M$  vérifie la relation  $f_M = f_0 - f_1 = 5.2$  kHz. Le signal à la fréquence  $f_M$  se superpose à celui à la fréquence  $f_0$ , ce qui engendre un signal à la fréquence  $f_2 = f_0 + f_M = 23.1$  kHz. Une telle génération de fréquences tonales supplémentaires a également été observée par Meganathan & Vakili [95].



FIGURE 1.21 – Spectre acoustique en champ lointain obtenu pour un angle de 90° pour un jet rond supersonique sous-détendu à  $M_j = 1.54$  impactant une plaque trouée, de diamètre h = D, pour une distance plaque-buse de L = 2.4D.

Dans le spectre de la figure 1.21, la fréquence dominante est celle du *hole tone*. Ce n'est cependant pas toujours le cas. D'après Umeda et al. [174], le phénomène dominant semble dépendre en effet de la distance plaque-buse. Des images Schlieren obtenues par ces auteurs pour un jet à  $M_i = 1.54$ sont visibles sur la figure 1.22. Sur ces images, un jet sous-détendu impacte une plaque trouée située à L = 3D et L = 5D de la buse. Pour L = 3D, sur la figure 1.22(a), des anneaux tourbillonnaires sont convectés par le jet et traversent la plaque, ce qui crée des ondes acoustiques se propageant en amont de la plaque à l'extérieur du jet. Il n'y a pas de déphasage des ondes de part et d'autre du jet, ce qui est dû à un mode d'oscillation axisymétrique du jet lié au hole tone. Pour L = 5D, sur la figure 1.22(b), les ondes acoustiques présentent un déphasage de 180 degrés par rapport à l'axe du jet, ce qui correspond à un mode d'oscillation du jet de nature hélicoïdale ou sinueuse. Pour un nombre de Mach de 1.54, le mode d'oscillation du screech du jet libre équivalent est hélicoïdal. Les ondes acoustiques observées sur la figure 1.22(b) correspondent donc au bruit de screech. Umeda et al. [174] ont montré plus précisément que le phénomène dominant entre screech et hole tone dépend de la position de la plaque trouée dans le réseau de cellules de choc. Pour L = 3D, la plaque est située au niveau de la deuxième cellule de choc, dont les oscillations radiales sont bloquées par les bords du trou. En l'absence de ces oscillations radiales, le champ de pression est axisymétrique. À l'inverse, pour L = 5D, les cellules de choc peuvent osciller dans la direction radiale, ce qui produit des ondes acoustiques asymétriques.



FIGURE 1.22 – Images Schlieren d'un jet rond supersonique sous-détendu à  $M_j = 1.54$  de diamètre D impactant une plaque percée d'un trou de diamètre h = 2.2D pour des distances buse-plaque (a) L = 3D et (b) L = 5D. D'après Umeda *et al.* [174].

#### 1.3.2 Distance plaque-buse supérieure à 10 diamètres du jet

Les jets impactant une plaque trouée éloignée de la buse ont essentiellement fait l'objet d'études numériques. Ces études s'inscrivent dans le contexte du décollage d'un lanceur spatial. Les nombres de Mach des jets considérés sont alors supérieurs à 3. Contrairement aux études de jets impactant une plaque trouée pour des distances plaque-buse faibles, ces travaux ne relèvent pas d'émergence de fréquences tonales liées à des phénomènes de rétroaction. Le bruit rayonné par le jet comporte deux composantes, d'une part le bruit d'impact des structures du jet sur la paroi et d'autre part les ondes de Mach produites par les jets et leurs réflexions sur la plaque. Par ailleurs, les niveaux acoustiques dépendent de deux paramètres géométriques, à savoir le diamètre du trou et la distance plaque-buse.

#### 1.3.2.1 Mécanismes de production du bruit

Les champs aérodynamiques et acoustiques d'un jet sur-détendu à un nombre de Mach  $M_j = 3.7$ impactant une plaque à une distance L = 20D de la buse et percée d'un trou de diamètre h = 2Dont été étudiés par Tsutsumi *et al.* [170] à l'aide de simulations LES. Les champs de densité obtenus à l'intérieur du jet et de pression à l'extérieur sont présentés sur la figure 1.23 à quatre instants successifs. Le réseau de cellules de choc est visible à l'intérieur du jet tandis que des ondes de Mach sont présentes dans les champs de pression. Une onde acoustique intense est repérée par une flèche noire afin de mettre en évidence ses interactions avec la plaque. Elle est proche d'une grosse structure turbulente de la couche de mélange du jet à T = 0. Elle est alors convectée par l'écoulement, jusqu'à ce qu'elle impacte la plaque à l'instant  $T = 140\mu s$ . Ses interactions avec la paroi donnent naissance à une onde de pression sphérique, indiquée par une flèche noire à  $T = 210\mu s$ . Cette onde se propage ensuite vers l'amont sur les figures 1.23(d,e). Comme pour des distances plaque-buse inférieures à dix diamètres, les interactions entre le jet et le trou sont à l'origine d'un rayonnement acoustique se propageant vers la buse. Tsutsumi *et al.* [170] n'ont cependant pas constaté de phénomène de rétroaction.



FIGURE 1.23 – Champs de densité à l'intérieur du jet et de fluctuation de pression à l'extérieur pour un jet sur-détendu à  $M_j = 3.7$  impactant une plaque trouée pour L = 20D et h = 2D. La buse et la plaque sont représentées en gris. D'après Tsutsumi *et al.* [170].

La réflexion des ondes de Mach sur la plaque a été examinée par Kawai et al. [67] à partir d'une LES axisymétrique pour un jet sur-détendu à  $M_e = 3.66$  impactant une plaque à L = 16D de la buse avec un trou de diamètre h = 2D. Le champ de pression obtenu est représenté sur la figure 1.24. Le réseau de cellules de choc y apparaît à l'intérieur du jet. Des ondes de Mach se propageant à l'extérieur du jet dans une direction oblique, et des ondes acoustiques remontant vers l'amont sont également visibles. Contrairement à Tsutsumi et al. [170], Kawai et al. [67] ont identifié ces ondes comme des ondes de Mach réfléchies par la plaque. Ainsi, deux mécanismes de production du bruit rayonné vers l'amont ont été mis en évidence, à savoir le bruit d'impact du jet sur la plaque et les ondes de Mach réfléchies par la plaque. Cependant, les contributions acoustiques de ces deux mécanismes n'ont pas été évaluées quantitativement au cours de ces deux études, ce qui ne permet pas de conclure sur la composante acoustique dominante dans le champ de pression à l'amont de la plaque.

Le champ acoustique lointain d'un jet sur-détendu à  $M_e = 3.1$  impactant une plaque située à une distance L = 15D et percée d'un trou de diamètre h = 1.33D a été étudié numériquement par Troyes et al. [169]. Les champs proches aérodynamiques et acoustiques ont été calculés par LES. Les fluctuations de pression en champ lointain ont ensuite été déterminées par la résolution des équations d'Euler. Le champ de pression ainsi obtenu est représenté sur la figure 1.25. Des ondes de Mach obliques incidentes y sont observées dans la direction du jet. Des ondes sphériques de forte



FIGURE 1.24 – Champ de pression d'un jet sur-détendu à  $M_e = 3.66$  impactant une plaque trouée pour L = 16D et h = 2D. D'après Kawai *et al.* [67].

amplitude semblent également provenir des interactions entre le jet et la plaque au niveau du trou. Il n'y a pas d'ondes obliques se propageant vers l'amont, ce qui indique une contribution faible des ondes de Mach réfléchies au bruit total. Le bruit d'impact apparaît donc comme la composante principale du bruit rayonné vers l'amont.



FIGURE 1.25 – Champ de pression d'un jet sur-détendu à  $M_e = 3.1$  impactant une plaque trouée pour L = 15D et h = 1.33D. D'après Troyes *et al.* [169].

#### 1.3.2.2 Effets de la distance plaque-buse

Les effets de la distance plaque-buse ont été examinés par Tsutsumi *et al.* [171] dans une étude numérique du décollage d'un lanceur spatial. La géométrie considérée par ces auteurs est représentée sur la figure 1.26. Elle prend en compte tout le lanceur et la table de lancement. En particulier, les cinq jets du lanceur sont simulés par LES et le sol comporte cinq trous alignés avec les jets. Le diamètre des trous n'est pas précisé. Ces diamètres peuvent cependant être estimés à environ h = 1.5D sur les figures fournies par les auteurs. Les jets du lanceur sont sur-détendus avec un nombre de Mach d'éjection de 4.20 pour le jet central et de 3.66 pour les quatre jets l'entourant. Quatre distances jetsplaque de 6D, 11D, 16D et 21D ont été étudiées. Les champs de pression obtenus sont présentés sur la figure 1.27. Pour L = 6D, seules les cellules de choc sont visibles. Les ondes acoustiques rayonnées



FIGURE 1.26 – Géométrie d'une table de lancement de fusée. D'après Tsutsumi et al. [171].

par les jets ne sont pas assez fortes pour être détectées avec l'échelle de pression choisie. Pour cette distance, le lanceur est suffisamment proche de la plaque pour que les jets traversent les trous sans interactions notables. Pour L = 11D, contrairement à la distance précédente, des ondes de pression sphériques proviennent de la plaque. Ces ondes sont créées par l'impact des jets sur les bords des trous. Pour L = 16D, des ondes similaires sont également relevées. Elles semblent plus intenses que pour celles pour L = 11D. Ce rayonnement plus intense peut être expliqué par le fait que les jets impactent une surface plus étendue pour L = 16D que pour L = 11D. Enfin, pour L = 21D, un même rayonnement acoustique est produit, mais il semble moins fort que pour L = 16D. Lorsque le lanceur est plus loin, les structures du jet impactent la plaque moins violemment, ce qui entraîne des niveaux acoustiques moins importants. Les spectres de pression obtenus près des buses, au niveau du cercle noir sur la figure 1.27, sont tracés sur la figure 1.28. Les niveaux acoustiques sont les plus faibles pour la distance L = 6D. Ils augmentent ensuite avec L jusqu'à atteindre un maximum pour L = 16D, puis diminuent, ce qui est en accord avec les champs de pression de la figure 1.27.

#### 1.3.2.3 Effets du diamètre du trou

Les effets du diamètre du trou sur le champ acoustique ont été étudiés par Tsutsumi *et al.* [170] pour un jet sur-détendu à  $M_j = 3.7$ . Les champs aérodynamiques et acoustiques proches du jet ont été obtenus par LES pour trois diamètres du trou de 2*D*, 3*D* et 4*D*. Les équations d'Euler ont ensuite été résolues pour déterminer le champ acoustique lointain du jet. Les champs de pression ainsi obtenus sont présentés sur la figure 1.29 et comparés aux résultats du jet libre et du jet impactant une plaque pleine. Dans tous les cas, des ondes acoustiques se propagent vers l'amont de la plaque. Pour le jet libre, sur la figure 1.29(e), ces ondes peuvent être associées au bruit de mélange produit par les structures turbulentes des couches de mélange et au bruit de choc large-bande. Pour les jets



FIGURE 1.27 – Champs de pression pour quatre distances buse-plaque. D'après Tsutsumi et al. [171].



FIGURE 1.28 – Spectres acoustiques en sortie de buse de jet pour quatre distances jet-plaque. La gamme de fréquences résolues par la simulation est indiquée par la flèche rouge. D'après Tsutsumi et al. [171].

impactant, le bruit d'impact et les ondes de Mach réfléchies s'ajoutent à ces deux composantes. De plus, les fronts d'ondes en amont semblent sphériques, ce qui soutient l'hypothèse que le bruit d'impact est la contribution principale. En effet, si les ondes de Mach réfléchies étaient la composante dominante du bruit, le champ acoustique résultant devrait présenter un pic de directivité dans la direction de réflexion des ondes de Mach, ce qui n'est pas le cas. En outre, Tsutsumi *et al.* [170] ont comparé les niveaux acoustiques amont en champ lointain pour les cinq configurations. Le niveau acoustique le plus faible est pour le jet libre tandis que le niveau le plus fort est pour le jet impactant une plaque pleine. Par rapport au cas de la plaque pleine, une réduction de 2 dB du niveau acoustique total est observée pour des plaques avec un trou de diamètre h = 2D et 3D et une réduction de 4dB du niveau pour h = 4D. Le niveau total obtenu pour h = 4D reste toutefois supérieur de 8dB à celui du jet libre.



FIGURE 1.29 – Champs de pression lointains d'un jet sur-détendu à  $M_e = 3.7$  impactant une plaque trouée pour L = 20D et différents diamètres du trou h, obtenus par résolution des équations d'Euler. La buse est représentée par le cylindre gris foncé. Le carré gris clair correspond à la région proche de l'écoulement simulée par LES. D'après Tsutsumi *et al.* [170].

# 2 Méthodes numériques pour la simulation du bruit de jet supersonique

Dans ce chapitre, les différentes méthodes utilisées dans la littérature pour le calcul du bruit des écoulements turbulents sont présentées. Les approches retenues pour les simulations réalisées dans ce travail de thèse sont notamment détaillées. Une attention particulière est portée aux schémas numériques, aux conditions aux limites et au traitement des singularités liées aux coordonnées cylindriques et à la présence de chocs dans l'écoulement.

# 2.1 Simulations numériques des écoulements turbulents

Afin de calculer le bruit rayonné par un écoulement turbulent, il est nécessaire de décrire correctement les sources de bruit liées aux structures turbulentes de cet écoulement. Pour des écoulements à haut nombre de Reynolds, plusieurs ordres de grandeur séparent les plus grandes structures des plus petites. La simulation de ces structures peut donc s'avérer complexe et nécessiter d'importantes ressources en mémoire et en puissance de calcul. Différentes approches ont été développées pour résoudre ce problème.

#### 2.1.1 Simulation numérique directe (DNS)

La simulation numérique directe, ou DNS pour Direct Numerical Simulation, consiste à résoudre les équations de Navier-Stokes sans émettre d'hypothèse sur la turbulence dans un écoulement. L'ensemble des échelles présentes dans l'écoulement sont discrétisées, notamment les plus petites, qui assurent la dissipation de l'énergie cinétique par la viscosité moléculaire  $\nu$ . Pour une turbulence homogène isotrope, la taille  $l_{\eta}$  de la plus petite échelle de l'écoulement, appelée échelle de Kolmogorov, est reliée à la plus grande échelle de l'écoulement  $L_f$  par la relation  $L_f/l_{\eta} = Re_{L_f}^{3/4}$ , où  $Re_{L_f} = u'L_f/\nu$  [2], et u' est la valeur rms des fluctuations de vitesse. Le nombre de points nécessaire pour une simulation 3D évolue donc en  $Re_{L_f}^{9/4}$ , ce qui limite l'application de la simulation numérique directe à des écoulements à bas nombre de Reynolds.

Des simulations numériques directes du bruit rayonné par des jets turbulents ont été réalisées pour des jets ronds subsoniques à un nombre de Mach de 0.9 par Freund [44] à un nombre de

Reynolds de  $Re_D = 3600$  et par Bühler *et al.* [26] à un nombre de Reynolds de  $Re_D = 18100$ . Freund *et al.* [45] ont également effectué la simulation DNS d'un jet rond supersonique à un nombre de Mach de M = 1.92 et un nombre de Reynolds de  $Re_D = 2000$ . Wilke [182] a réalisé des simulations directes de jets ronds impactant subsoniques à M = 0.78 et à des nombres de Reynolds de 3300 et 8000. Il a également simulé des jets sous-détendus impactant à  $M_j = 1.1$  aux mêmes nombres de Reynolds.

#### 2.1.2 Simulation des grandes échelles (LES)

La simulation des grandes échelles, ou LES pour *Large Eddy Simulation*, consiste à résoudre les plus grandes échelles de la turbulence et à modéliser l'effet des plus petites structures, ce qui revient à appliquer un filtre spatial passe-bas aux équations de Navier-Stokes. L'application de ce filtrage introduit un terme inconnu dans les équations de Navier-Stokes, le tenseur de sous-maille, qui représente l'effet des échelles non résolues sur les échelles résolues. Ce tenseur de sous-maille peut être approché par deux types de modèles de sous-maille, les types structurels et fonctionnels [46]. Les modèles structurels donnent une approximation de ce tenseur tandis que les modèles fonctionnels reproduisent les effets des structures de sous-maille sur les échelles résolues. Parmi ces derniers, une viscosité turbulente, dite de sous-maille, est généralement introduite, comme par exemple dans les modèles de Smagorinsky [142], Germano *et al.* [47] et Lesieur [79]. Cependant, cette viscosité affecte toutes les échelles de l'écoulement, ce qui peut provoquer une trop forte dissipation des grandes échelles. Pour éviter ce problème, d'autres modèles fonctionnels utilisent un filtrage d'ordre élevé pour dissiper l'énergie cinétique turbulente au voisinage de la fréquence de coupure du maillage, sans affecter les échelles résolues. De tels modèles ont été appliqués à des écoulements turbulents à haut nombre de Reynolds comme par exemple par Rizzetta *et al.* [132] et par Bogey & Bailly [13, 16, 21].

La simulation des grandes échelles est moins coûteuse en ressources informatiques que la simulation numérique directe, car elle ne nécessite pas de discrétiser les plus petites échelles de la turbulence. Pour obtenir le plus de précision possible, la plus petite échelle résolue par une LES doit être proche de l'échelle de Taylor  $\lambda_g$ , qui est la plus grande échelle dissipative. Dans le cas d'une turbulence homogène isotrope, la taille de cette échelle dépend du nombre de Reynolds selon la relation  $L_f/\lambda_g = Re_{Lf}^{1/2}$ . De cette manière, le nombre de points de maillage nécessaire pour une simulation 3D est proportionnel à  $Re_{Lf}^{3/2}$ , ce qui représente un coût moindre par rapport à une simulation numérique directe. Les simulations des grandes échelles ont été particulièrement utilisées pour le calcul du bruit des jets turbulents [88], car les sources de bruit sont majoritairement associées aux grandes structures de l'écoulement. Cette approche a notamment été employée pour le calcul du bruit de jets libres subsoniques par Brès *et al.* [22], Bogey [7, 14, 20], et Vuillot *et al.* [87, 179], de jets libres supersoniques par Nonomura *et al.* [104], Morris *et al.* [101], De Cacqueray *et al.* [36, 37], Berland *et al.* [5] et Liu *et al.* [83, 84, 85] et de jets supersoniques impactant par Gojon *et al.* [19, 54], Erwin *et al.* [43], Uzun *et al.* [175] et Dauptain *et al.* [32, 33].

#### 2.1.3 Simulation des équations de Navier-Stokes moyennées (RANS)

Dans de nombreuses applications industrielles, les grandeurs d'intérêt sont des valeurs moyennes temporelles. Dans ce cas, la décomposition de Reynolds, qui consiste à décomposer les variables aérodynamiques en la somme de leurs valeurs moyennes et fluctuantes, peut être appliquée aux équations de Navier-Stokes. Il est alors possible d'obtenir un système d'équations pour les champs moyens. Ces équations sont appelées équations RANS, pour *Reynolds Averaged Navier-Stokes equations*. Elles font intervenir la covariance des fluctuations de vitesse, ou tenseur de Reynolds, qui est un terme inconnu. Afin de fermer les équations RANS, il est donc nécessaire de modéliser ce tenseur à l'aide d'un modèle de turbulence. De nombreux modèles de turbulence ont été développés. Parmi eux, les modèles à deux équations  $k - \epsilon$  et  $k - \omega$  ont fait l'objet de nombreux travaux. On peut également citer le modèle à une équation de Spalart & Allmaras [144]. L'approche RANS étant stationnaire, elle ne permet pas de calculer le bruit rayonné par un écoulement. Ses résultats peuvent toutefois être utilisés comme données d'entrée pour des modèles de prédiction du bruit, comme le modèle de Tam & Auriault [150]. L'avantage de l'approche RANS est son faible coût en ressources de calcul.

Par ailleurs, les méthodes URANS, pour *Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*, permettent de prendre en compte des phénomènes instationnaires périodiques en utilisant des moyennes temporelles glissantes. Elles ont été employées pour calculer le bruit de *screech* dans des jets supersoniques par Shen & Tam [138] et Li & Gao [80].

#### 2.1.4 Méthodes hybrides

Les méthodes hybrides combinent les approches RANS et LES. Dans les zones où les structures turbulentes sont plus petites que la taille locale de la maille, par exemple près d'une paroi, l'approche RANS est utilisée. Dans les autres régions de l'écoulement, les échelles de la turbulence peuvent être discrétisées, ce qui permet d'employer l'approche LES. Les approches hybrides LES-RANS ont été utilisées par Brown & Frendi [24] et Mankbadi *et al.* [90] pour simuler un jet parfaitement détendu à  $M_j = 1.5$  impactant une plaque pleine. Dans ces travaux, les fréquences tonales créées par l'impact du jet sur la plaque ont été reproduites avec succès. Plus récemment, Yenigelen & Morris [184] ont utilisé une approche hybride pour la simulation de jets à  $M_j = 1.5$  traversant une plaque trouée puis impactant une plaque pleine.

# 2.2 Méthodes numériques pour les simulations des grandes échelles de ce travail de thèse

Les simulations réalisées dans ce travail de thèse sont des simulations des grandes échelles. Au cours de ces simulations, les équations de Navier-Stokes instationnaires compressibles sont résolues en coordonnées cylindriques. Dans cette partie, les différentes méthodes numériques utilisées sont décrites. Les erreurs numériques introduites par ces méthodes sont présentées afin d'estimer la précision des calculs. Cette précision est particulièrement importante dans le calcul du bruit rayonné par un écoulement turbulent, car les fluctuations acoustiques sont très faibles par rapport aux fluctuations aérodynamiques.

## 2.2.1 Équations de Navier-Stokes

Les équations de Navier-Stokes en coordonnées cylindriques peuvent s'écrire sous la forme conservative suivante

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial rE_e}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial F_e}{\partial \theta} + \frac{\partial G_e}{\partial z} - \frac{1}{r}\frac{\partial rE_v}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial F_v}{\partial \theta} - \frac{\partial G_v}{\partial z} + \frac{B_e}{r} - \frac{B_v}{r} = 0,$$
(2.1)

où  $U = (\rho, \rho u_r, \rho u_\theta, \rho u_z, \rho e)$  est le vecteur des variables conservatives,  $\rho$  est la masse volumique,  $u_r$ ,  $u_\theta$  et  $u_z$  sont les composantes du vecteur vitesse, et  $\rho e = p/(\gamma - 1) + \rho(u_r^2 + u_\theta^2 + u_z^2)/2$  est l'énergie totale. Les dérivées spatiales des grandeurs  $E_e$ ,  $F_e$  et  $G_e$  correspondent aux flux eulériens tandis que celles des termes  $E_v$ ,  $F_v$  et  $G_v$  correspondent aux flux visqueux. Les expressions détaillées des termes intervenant dans l'équation (2.1) sont les suivantes

$$E_{e} = \begin{pmatrix} \rho u_{r} \\ p + \rho u_{r}^{2} \\ \rho u_{r} u_{\theta} \\ \rho u_{r} u_{z} \\ (\rho e + p) u_{r} \end{pmatrix}, F_{e} = \begin{pmatrix} \rho u_{\theta} \\ \rho u_{r} u_{\theta} \\ p + \rho u_{\theta}^{2} \\ \rho u_{\theta} u_{z} \\ (\rho e + p) u_{\theta} \end{pmatrix}, G_{e} = \begin{pmatrix} \rho u_{z} \\ \rho u_{r} u_{z} \\ \rho u_{\theta} u_{z} \\ p + \rho u_{z}^{2} \\ (\rho e + p) u_{z} \end{pmatrix},$$
(2.2)  
$$E_{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{rr} \\ \tau_{r\theta} \\ \tau_{rz} \\ u_{r}\tau_{rr} + u_{\theta}\tau_{r\theta} + u_{z}\tau_{rz} - q_{r} \end{pmatrix}, F_{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{r\theta} \\ \tau_{z\theta} \\ u_{r}\tau_{r\theta} + u_{\theta}\tau_{\theta\theta} + u_{z}\tau_{z\theta} - q_{\theta} \end{pmatrix},$$
(2.3)

 $\operatorname{et}$ 

$$G_{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{rz} \\ \tau_{z\theta} \\ \tau_{zz} \\ u_{r}\tau_{rz} + u_{\theta}\tau_{z\theta} + u_{z}\tau_{zz} - q_{z} \end{pmatrix}.$$
 (2.4)

Les termes  $B_e$  et  $B_v$  sont définis par

$$B_e = \begin{pmatrix} 0\\ -(\rho u_{\theta}^2 + p)\\ \rho u_r u_{\theta}\\ 0\\ 0 \end{pmatrix}, \text{ et } B_v = \begin{pmatrix} 0\\ -\tau_{\theta\theta}\\ \tau_{r\theta}\\ 0\\ 0 \end{pmatrix}.$$
 (2.5)

Le flux de chaleur  $\mathbf{q} = (q_r, q_\theta, q_z)$  est lié au gradient de température  $\nabla T$  par la loi de Fourier

$$\mathbf{q} = -\frac{\mu(T)c_p}{\Pr}\nabla T,\tag{2.6}$$

où Pr = 0.7 est le nombre de Prandtl. Les composantes du tenseur des contraintes visqueuses  $\tau$  sont quant à elles reliées aux composantes du gradient de vitesse par

$$\begin{cases} \tau_{rr} = 2\mu(T)\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3}\mu(T)\left(\frac{1}{r}\frac{\partial ru_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) \\ \tau_{\theta\theta} = 2\mu(T)\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r}\right) - \frac{2}{3}\mu(T)\left(\frac{1}{r}\frac{\partial ru_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) \\ \tau_{zz} = 2\mu(T)\frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu(T)\left(\frac{1}{r}\frac{\partial ru_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) \\ \tau_{r\theta} = \mu(T)\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{u_r}{r}\right) \\ \tau_{z\theta} = \mu(T)\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_g}{\partial z}\right) \end{cases}$$
(2.7)

Enfin, la variation de la viscosité dynamique  $\mu$  avec la température est modélisée par la loi empirique de Sutherland

$$\mu(T) = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S},$$
(2.8)

où S = 111 K,  $T_0 = 273$  K, et  $\mu_0 = 1.716 \times 10^{-5}$  kg·m<sup>-1</sup>·s<sup>-1</sup>.

#### 2.2.2 Discrétisation spatiale

Dans le cadre de cette thèse, les flux eulériens et visqueux sont estimés par des schémas aux différences finies explicites. Pour un maillage uniforme, la dérivée spatiale d'une grandeur U au point  $x_i$  dans la direction x est ainsi approchée par :

$$\frac{\partial U}{\partial x}(x_i) \simeq \sum_{l=-m}^n a_l U(x_i + l\Delta x), \qquad (2.9)$$

où les  $a_l$  sont les coefficients du schéma aux différences finies sur m + n + 1 points et  $\Delta x = x_{l+1} - x_l$ est le pas de discrétisation du maillage. Les valeurs des coefficients sont obtenues en annulant les termes de la série de Taylor de l'expression (2.9) afin d'obtenir un schéma à un ordre de précision donné. Pour obtenir une approximation d'une dérivée à l'ordre p en  $\Delta x$ , le schéma doit contenir au moins p + 1 points de discrétisation. Dans le but d'estimer les erreurs numériques introduites par le schéma, une perturbation harmonique  $U(x) = e^{ikx}$  peut être considérée. L'équation (2.9) permet alors d'approcher la dérivée de U par

$$\frac{\partial U}{\partial x}(x_i) = ike^{ikx_i} \simeq ik^* e^{ikx_i}, \qquad (2.10)$$

où

$$k^{\star} = \sum_{l=-m}^{n} a_l e^{\mathrm{i}lk\Delta x} \tag{2.11}$$

est le nombre d'onde effectif. Lorsqu'il y a une différence importante entre  $k^*$  et k, le signal est déformé au cours de sa propagation. La valeur absolue de la partie imaginaire de  $k^*$  traduit l'aspect dissipatif du schéma utilisé. Dans le cas des schémas centrés, où  $a_{-l} = -a_l$ , l'erreur de dissipation est nulle. L'erreur de dispersion du schéma, qui traduit la modification de la phase d'un signal lors de sa propagation, est donnée par la grandeur  $|k\Delta x - k^*\Delta x|$ . Des schémas de différenciation spatiale centrés ont été proposés pour minimiser cette erreur de dispersion. Parmi eux, on peut citer les schémas DRP, pour *Dispersion Relation Preserving*, de Tam & Webb [162] ou les schémas de dérivation compacts de Lele [77]. Dans cette thèse, les flux eulériens sont évalués par des schémas optimisés d'ordre 4 sur 11 points [11]. Les coefficients de ces schémas optimisés sont choisis de façon à minimiser la quantité  $E_d$  définie par

$$E_d = \int_{\ln(\pi/16)}^{\ln(\pi/2)} |k^* \Delta x - k \Delta x| \mathrm{d}(\ln(k\Delta x)).$$
(2.12)

Les valeurs de ces coefficients sont données dans le tableau 2.1, ainsi que celles du schéma standard sur 11 points d'ordre 10 de Tam & Webb [162]. Le schéma optimisé d'ordre 4 sur 11 points y est désigné par FDo11p et le schéma standard par FDs11p.

	FDo11p	FDs11p	
$a_1$	0.872756993962667	5/6	
$a_2$	-0.286511173973333	-5/21	
$a_3$	0.090320001280000	5/84	
$a_4$	-0.020779405824000	-5/504	
$a_5$	0.002484594688000	1/1260	

TABLE 2.1 – Coefficients des schémas aux différences finies centrés FDo11p et FDs11p  $(a_{-l} = -a_l)$ .

Les erreurs de dispersion de ces deux schémas sont représentées sur la figure 2.1 en fonction du nombre d'onde  $k\Delta x$ . Pour le schéma standard, l'erreur décroît de manière monotone lorsque le nombre d'onde diminue. Pour le schéma optimisé, cette erreur décroît entre  $\pi$  et  $\pi/2$ , puis évolue irrégulièrement pour  $k\Delta x \leq \pi/2$ . L'erreur du schéma optimisé d'ordre 4 est ainsi plus faible que celle du schéma d'ordre 10 pour  $k\Delta x \geq \pi/4$ . Par ailleurs, pour des nombres d'ondes  $k\Delta x \leq \pi/2$ , elle est inférieure à  $10^{-4}$ . La dispersion du schéma optimisé est ainsi particulièrement faible pour des ondes discrétisées par plus de quatre points par longueur d'onde.

Aux frontières du domaine de calcul, il n'est plus possible d'utiliser des schémas centrés. Les flux eulériens sont donc évalués par des schémas décentrés optimisés sur 11 points [6]. Les coefficients de ces schémas décentrés sont choisis de telle sorte à minimiser les erreurs de dissipation et de dispersion sur une grande gamme de nombres d'onde. Les valeurs de ces coefficients sont données en annexe A.



FIGURE 2.1 – Représentation de l'erreur de dispersion en fonction du nombre d'onde sans dimension  $k\Delta x$  pour les schémas aux différences finies centrés sur 11 points — standard d'ordre 10 [162] et — optimisés d'ordre 4 [11].

#### 2.2.3 Intégration temporelle

Les équations de Navier-Stokes (2.1) sont un système d'équations de la forme

$$\frac{\partial U}{\partial t} = F(U), \tag{2.13}$$

où  $F(U) = Q_e(U) + Q_v(U)$  est la somme des flux eulériens  $Q_e$  et visqueux  $Q_v$ , estimés par les schémas aux différences finies du paragraphe 2.2.2. L'intégration temporelle du système (2.13) est effectuée dans les simulations LES de cette thèse par un algorithme de Runge-Kutta. Avec cet algorithme, la valeur  $U^{n+1}$  du vecteur des variables conservatives à l'instant  $t_{n+1} = (n+1)\Delta t$  est calculée à partir de sa valeur à l'instant précédent  $t_n = n\Delta t$  par la procédure à p sous-étapes suivante :

$$\begin{cases} U^{0} = U^{n} \\ U^{l} = U^{l-1} + \alpha_{l} \Delta t Q_{e}(U^{l-1}), \text{ pour } l = 1..p \\ U^{n+1} = U^{p} + \Delta t Q_{v}(U^{n}) \end{cases}$$
(2.14)

où les coefficients de l'algorithme de Runge-Kutta sont notés  $\alpha_l$ . Les flux visqueux ne sont intégrés qu'à la dernière sous-étape de l'algorithme pour réduire le coût du calcul. L'écriture (2.14) permet également de réduire la mémoire vive nécessaire en ne stockant que les deux champs  $U^l$  et  $U^{l-1}$ . De la même manière que pour les schémas de discrétisation spatiale, les méthodes de Runge-Kutta introduisent des erreurs de dissipation et de dispersion. Pour étudier ces erreurs, Hu *et al.* [60] ont supposé que l'opérateur F est linéaire, ce qui permet de réécrire le système sous la forme

$$U^{n+1} = U^n + \sum_{k=1}^p \gamma_k \Delta t^k \frac{\partial^k U^n}{\partial t^k},$$
(2.15)

où les coefficients  $\gamma_k$  sont liés aux  $\alpha_k$  par la relation

$$\gamma_k = \prod_{l=p-k+1}^p \alpha_l. \tag{2.16}$$

En considérant la transformée de Fourier temporelle de l'équation (2.15), le taux d'amplification complexe  $G_{RK}$  du schéma peut être obtenu. Il est égal à

$$G_{RK}(\omega\Delta t) = \frac{\hat{U}^{n+1}(\omega)}{\hat{U}^{n}(\omega)} = 1 + \sum_{k=1}^{p} \gamma_{k} (\mathrm{i}\omega\Delta t)^{k}, \qquad (2.17)$$

où  $\hat{U}(\omega)$  désigne la transformée de Fourier en temps du vecteur des variables conservatives U. L'erreur de dissipation est alors donnée par  $1 - |G_{RK}(\omega \Delta t|)$ , tandis que l'erreur de dispersion est définie comme le déphasage  $|\omega^* \Delta t - \omega \Delta t|$ . Dans ce travail, l'intégration temporelle du système (2.13) est effectuée à l'aide d'un schéma de Runge-Kutta explicite à 6 sous-étapes [11]. Les coefficients de ce schéma ont été choisis pour obtenir une approximation à l'ordre 2 de  $\partial U/\partial t$ , tout en minimisant les erreurs de dissipation et de dispersion. Les valeurs de ces coefficients et de ceux d'un schéma standard d'ordre 4 à 4 sous-étapes sont données dans le tableau 2.2.

	RK6	RK4	
$\gamma_1$	1	1	
$\gamma_2$	1/2	1/2	
$\gamma_3$	0.165919771368	1/6	
$\gamma_4$	0.040919732041	1/24	
$\gamma_5$	0.007555704391		
$\gamma_6$	0.000891421261		

TABLE 2.2 – Coefficients  $\gamma_i$  des méthodes de Runge-Kutta optimisé en 6 étapes RK6 et standard à 4 étapes RK4.

Les erreurs associées à ces deux schémas sont représentées sur la figure 2.2. Les erreurs de dissipation et de dispersion du schéma optimisé sont respectivement inférieures à  $5 \times 10^{-5}$  et  $5 \times 10^{-4}$  pour des pulsations  $\omega \Delta t < \pi/2$ . Pour atteindre de telles précisions, le schéma standard d'ordre 4 doit utiliser des pas de temps beaucoup plus faibles, tels que  $\omega \Delta t = \pi/8$ . Le schéma optimisé à 6 sous-étapes est donc particulièrement adapté à la résolution de problèmes d'aéroacoustique.

#### 2.2.4 Filtrage sélectif

Les méthodes de discrétisation aux différences finies présentent l'inconvénient de ne pas résoudre les oscillations maille-à-maille. Le niveau de ces oscillations peut être amplifié du fait des non linéarités des équations de Navier Stokes, ce qui peut rendre le calcul instable. L'application d'un filtrage sélectif centré sur 2n + 1 points permet de supprimer ces oscillations. Ce filtrage est appliqué au



FIGURE 2.2 – Erreurs de (a) dissipation et (b) dispersion associées à des schémas de Runge-Kutta; — schéma standard à 4 sous-étapes et — schéma optimisé à 6 sous-étapes [11].

vecteur des variables conservatives à la fin de chaque itération temporelle tel que

$$U^{f}(x_{i}) = U(x_{i}) - \sigma D_{U}(x_{i}), \text{ avec } D_{U}(x_{i}) = \sum_{l=-n}^{n} d_{l}U(x_{i} + l\Delta x).$$
(2.18)

où  $\sigma$  est l'intensité du filtrage, valant entre 0 et 1, et les  $d_l$  sont les coefficients du filtre. L'intensité  $\sigma$  est choisie constante pour avoir une procédure de filtrage conservative [69], et sa valeur est fixée ici à  $\sigma = 1$ . En appliquant une transformée de Fourier à l'expression (2.18), la fonction de transfert du filtre est obtenue et est égale à

$$D_k(k\Delta x) = d_0 + \sum_{j=1}^n 2d_l \cos(jk\Delta x).$$
(2.19)

Elle fournit la dissipation du filtre pour un nombre d'onde donné. Dans les simulations présentées dans ce travail, un filtre optimisé centré sur 11 points d'ordre 6 [17] est utilisé. Les coefficients de ce filtre sont choisis de façon à obtenir une dissipation inférieure à  $10^{-5}$  sur une large gamme de nombres d'onde. Les valeurs de ces coefficients et de ceux d'un filtre standard d'ordre 10 sur 11 points sont données dans le tableau 2.3.

Les fonctions de transfert de ces deux filtres sont représentées sur la figure 2.3. Dans les deux cas, la dissipation introduite par le filtrage diminue quand le nombre d'onde décroît. Pour le filtre optimisé, cette diminution est rapide jusqu'en  $k\Delta x = \pi/4$ , puis elle est plus lente au-delà. L'erreur du filtre optimisé est plus faible que celle du filtre standard pour des nombres d'onde tels que  $k\Delta x \ge \pi/5$ . Pour des nombres d'ondes plus petits, l'erreur du filtre optimisé reste inférieure à  $10^{-6}$ , ce qui indique que ce filtre n'affecte pas significativement les nombres d'onde résolus. En outre, le filtrage sélectif assure un second rôle, celui d'agir comme un modèle de sous-maille en dissipant l'énergie cinétique au voisinage de la fréquence de coupure du maillage.

Aux frontières du domaine de calcul, des filtres optimisés décentrés sur 11 points [6] sont employés. Ces filtres ont été développés de manière à limiter les erreurs de dispersion et de dissipation

	SFo6	SFs11	
$d_0$	0.234810479761700	63/256	
$d_1$	-0.199250131285813	-105/512	
$d_2$	0.120198310245186	15/128	
$d_3$	-0.049303775636020	-45/1024	
$d_4$	0.012396449873964	5/512	
$d_5$	-0.001446093078167	-1/1024	

TABLE 2.3 – Coefficients du filtre sélectif optimisé d'ordre 6 sur 11 points SFo6 et du filtre standard d'ordre 10 sur 11 points SFs11.



FIGURE 2.3 – Fonctions de transfert — du filtre standard d'ordre 10 et — du filtre optimisé d'ordre 6 sur 11 points [17].

pour  $0 < k\Delta x < \pi/2$ . Les valeurs de leurs coefficients sont donnés en annexe A.

# 2.3 Méthodes de discrétisation spécifiques aux coordonnées cylindriques

L'utilisation de coordonnées cylindriques pour la résolution des équations de Navier-Stokes pose deux difficultés. La première de ces difficultés est liée à une singularité sur l'axe de ces équations, due à un terme en 1/r. La seconde difficulté vient de la taille de maille très petite près de l'axe, qui impose un pas de temps très faible pour satisfaire une condition de stabilité, dite CFL pour Courant-Friedrichs-Lewy, qui lie le pas de temps à la taille de la plus petite maille. Les méthodes mises en oeuvre pour résoudre ces deux problèmes sont présentées dans cette partie.

## 2.3.1 Traitement de la singularité sur l'axe

Différentes méthodes existent pour le traitement de la singularité des équations de Navier-Stokes en r = 0. Une première méthode consiste à utiliser un maillage cartésien au voisinage de l'axe. C'est le cas dans l'étude de Marsden *et al.* [91] d'un écoulement affleurant une cavité cylindrique. Une approche différente a été proposée par Constantinescu & Lele [29]. Ceux-ci ont employé un développement des équations de Navier-Stokes en série entière pour résoudre la singularité sur l'axe. Dans cette thèse, les simulations effectuées utilisent la méthode du saut de l'axe de Mohseni & Colonius [100]. Cette méthode consiste à placer la première maille à une distance  $\Delta r/2$ , où  $\Delta r$  est la taille de maille dans la direction radiale dans la région proche de l'axe. Les dérivées radiales sont ensuite évaluées avec des schémas centrés en utilisant la transformation  $\tilde{r}(r, \theta)$ , définie par

$$\widetilde{r}(r,\theta) = \begin{cases} r \text{ si } 0 \le \theta \le \pi \\ -r \text{ si } \pi \le \theta \le 2\pi \end{cases}$$
(2.20)

En pratique, dans le code de calcul utilisé, des points de discrétisation fictifs  $(r_l)_{l \in \{-5..0\}}$  sont introduits pour calculer les dérivées proches de l'axe. La valeur d'une variable Q en ces points est donnée par la relation

$$Q(r_{-l},\theta) = \epsilon Q(r_l,\theta+\pi) \tag{2.21}$$

avec  $\epsilon = -1$  si Q change de signe au niveau de l'axe, c'est-à-dire pour les composantes de vitesse  $u_r$ et  $u_{\theta}$ , et  $\epsilon = 1$  sinon, pour les autres variables conservatives.

#### 2.3.2 Augmentation du pas de temps

L'utilisation de coordonnées cylindriques présente l'inconvénient d'imposer des tailles de maille  $\Delta r \Delta \theta$  très petites près de l'axe, ce qui peut amener à des temps de calcul excessivement longs. Une solution pour résoudre cette difficulté consiste à réduire la résolution azimutale effective près de l'axe, en ne considérant qu'une partie des points disponibles [18]. La taille des mailles près de l'axe est ainsi augmentée artificiellement, ce qui permet l'utilisation d'un incrément de temps  $\Delta t$  plus grand. Dans cette procédure, les dérivées dans la direction azimutale d'une grandeur U sont évaluées à l'aide de schémas centrés et sont données par l'expression

$$\frac{\partial U}{\partial \theta}(r,\theta_i,z) \simeq \frac{1}{k\Delta\theta} \sum_{l=-n}^n a_l U(r,\theta_i + kl\Delta\theta,z)$$
(2.22)

où k est un entier supérieur ou égal à 1, appelé paramètre de déraffinement, et les  $a_l$  sont les coefficients du schéma aux différences finies considéré. La valeur k augmente au niveau de l'axe de manière à accroître le pas de discrétisation effectif  $k\Delta\theta$ , comme représenté sur la figure 2.4 pour k = 1 et k = 2. Les maillages dans ce travail de thèse comportent  $n_{\theta} = 256$  ou 1024 points. À titre d'exemple, les valeurs du paramètre de déraffinement et de la résolution effective pour les simulations à  $n_{\theta} = 1024$  points sont données dans le tableau 2.4. La résolution effective passe de 16 points au premier point du maillage à 1024 points au point  $n_r = 33$ , ce qui permet d'avoir une taille de maille effective qui varie peu entre ces deux points.

Toutefois, l'utilisation de schémas aux différences finies en coordonnées cylindriques peut introduire des erreurs importantes lorsque la résolution azimutale est faible [18]. Des schémas d'ordre 2



FIGURE 2.4 – Calcul de la dérivée azimutale au point M (a) sans déraffinement et (b) avec un déraffinement k = 2 avec un schéma centré sur 5 points; • points considérés pour le calcul de la dérivée.

distance au centre	paramètre de déraffinement $k$	résolution effective
$\Delta r/2$	64	16 points
$\Delta r/2 + \Delta r$	32	32 points
$\Delta r/2 + 2\Delta r \leq r \leq \Delta r/2 + 3\Delta r$	16	64 points
$\Delta r/2 + 4\Delta r \le r \le \Delta r/2 + 7\Delta r$	8	128  points
$\Delta r/2 + 8\Delta r \le r \le \Delta r/2 + 15\Delta r$	4	256 points
$\Delta r/2 + 16\Delta r \le r \le \Delta r/2 + 31\Delta r$	2	512 points
$\mathbf{r} \ge \Delta r/2 + 32\Delta r$	1	1024 points

TABLE 2.4 – Déraffinement progressif au voisinage de l'axe pour une discrétisation azimutale utilisant  $n_{\theta} = 1024$  points

spécialement développés pour le calcul des dérivées azimutales sont alors utilisés au voisinage de l'axe pour réduire ces erreurs. Lorsque la résolution azimutale effective est de 16 points, des schémas centrés sur 7 points sont employés, tandis que des schémas centrés sur 9 points sont utilisés pour des résolutions effectives de 32 et 64 points.

## 2.4 Traitement des chocs

Les écoulements supersoniques sont marqués par la présence de chocs. À travers ces chocs, les valeurs de la vitesse et de la pression augmentent très fortement sur une très faible distance, de l'ordre du libre parcours moyen. Dans des simulations de tels écoulements, la sous-discrétisation de ces discontinuités conduit à l'apparition d'oscillations hautes fréquences dites de Gibbs, qui peuvent rendre le calcul instable. Plusieurs solutions existent afin de supprimer ces oscillations. Dans les méthodes ENO et WENO, pour Essentially Non Oscillatory et Weighted Essentially Non Oscillatory, des schémas décentrés, dissipatifs, sont appliqués au niveau des chocs alors que des schémas centrés, conservatifs, sont utilisés ailleurs [64, 139, 140]. Une fonction test est calculée en chaque point du domaine afin de choisir le schéma à employer. Dans les approches TVD, pour Total Variation Diminishing, des limiteurs de pentes empêchent la création d'oscillations de Gibbs de part et d'autre des chocs [146, 183]. Enfin, une autre méthode consiste à ajouter un terme de dissipation pour atténuer les oscillations parasites [61]. Cette approche a été retenue dans ce travail de thèse. Dans les simulations de jets supersoniques présentées, un filtrage adaptatif fortement dissipatif est appliqué au niveau des chocs à la fin de chaque itération temporelle. Le filtrage est dit adaptatif car il ne s'applique pas en dehors des chocs. La procédure de filtrage comporte ainsi deux étapes. Lors de la première, les positions des chocs sont détectées sur le maillage. Lors de la seconde, un filtre est appliqué dans ces régions de l'écoulement.

#### 2.4.1 Détection des chocs

Contrairement au filtre sélectif présenté au paragraphe 2.2.4, l'intensité du filtrage adaptatif  $\sigma_i^{\text{sc}}$ n'est pas constante mais dépend de la position. Elle est estimée à partir de variables de l'écoulement de manière à être importante autour des chocs et négligeable ailleurs. Pour localiser la position des chocs, un détecteur de choc  $r_i$  est calculé à partir du champ de dilatation  $\Theta = \nabla \mathbf{.u}$ , où  $\mathbf{u}$  est le vecteur vitesse. Dans un premier temps, un filtre passe-haut d'ordre 2 est appliqué à la dilatation pour extraire sa composante haute fréquence

$$D\Theta_{i} = \frac{1}{4} \left( -\Theta_{i+1} + 2\Theta_{i} - \Theta_{i-1} \right).$$
(2.23)

L'intensité de la partie haute-fréquence de la dilatation définie par

$$D\Theta_{i}^{\text{magn}} = \frac{1}{2} \left( (D\Theta_{i} - D\Theta_{i+1})^{2} + (D\Theta_{i} - D\Theta_{i-1})^{2} \right), \qquad (2.24)$$

est ensuite évaluée. Elle permet de définir le détecteur

$$r_i = \frac{D\Theta_i^{\text{magn}}}{c_i^2 / \Delta_i^2} + \epsilon, \qquad (2.25)$$

où  $c_i = \sqrt{\gamma p_i/\rho_i}$  est la vitesse locale du son, et  $\Delta_i$  est une échelle de longueur représentative de la taille de maille locale. Cette échelle de longueur est définie comme la moyenne géométrique des tailles de maille  $\Delta r$ ,  $r\Delta \theta$  et  $\Delta z$  dans les trois directions. La grandeur  $\epsilon$  est constante et égale à  $\epsilon = 10^{-16}$  pour éviter une possible division par zéro. L'intensité du filtrage est alors donnée par

$$\sigma_i^{\rm sc} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{r_{\rm th}}{r_i} + \left| 1 - \frac{r_{\rm th}}{r_i} \right| \right), \qquad (2.26)$$

où  $r_{th}$  est un paramètre seuil égal à  $5 \times 10^{-5}$  dans les simulations de jets supersoniques de ce mémoire. De cette manière, lorsque la valeur du détecteur  $r_i$  est inférieure à celle du paramètre seuil, le filtrage ne s'applique pas. À l'inverse, quand  $r_i$  est supérieure à  $r_{th}$ , le filtrage s'applique et son intensité est d'autant plus élevée que la valeur du détecteur  $r_i$  est grande.

## 2.4.2 Filtrage adaptatif

Lorsque la procédure de capture de choc est appliquée, le vecteur des variables conservatives U est filtré sous forme conservative. Sa partie filtrée  $U_i^{sc}$  peut s'écrire comme

$$U_{i}^{\rm sc} = U_{i} - \left(\sigma_{i+\frac{1}{2}}^{\rm sc} D_{i+\frac{1}{2}}^{\rm sc} - \sigma_{i-\frac{1}{2}}^{\rm sc} D_{i-\frac{1}{2}}^{\rm sc}\right),\tag{2.27}$$

avec

$$D_{i+\frac{1}{2}}^{\rm sc} = \sum_{j=1-n}^{n} c_j U_{i+j}, \text{ et } D_{i-\frac{1}{2}}^{\rm sc} = \sum_{j=1-n}^{n} c_j U_{i+j-1},$$
(2.28)

et les  $c_j$  sont les coefficients du filtre. Afin d'étudier les erreurs de dissipation et de dispersion introduites par le filtre, une transformée de Fourier peut être appliquée à l'expression (2.27), ce qui donne

$$\widehat{U_i^{\rm sc}} = \widehat{U}_i \left( 1 - \sigma_i^{\rm sc} D_{\rm real}(k\Delta x) + i\Delta\sigma_i^{\rm sc} D_{\rm imag}(k\Delta x) \right), \qquad (2.29)$$

où  $\sigma_i^{\rm sc} = \sigma_{i+\frac{1}{2}}^{\rm sc} - \Delta \sigma$  et  $\Delta \sigma = 1/2(\sigma_{i+\frac{1}{2}}^{\rm sc} - \sigma_{i-\frac{1}{2}}^{\rm sc})$ . Les parties réelles  $D_{\rm real}$  et imaginaires  $D_{\rm imag}$  de la fonction de transfert du filtre sont ainsi données par

$$D_{\text{real}}(k\Delta x) = -2c_1 + 2\sum_{j=1}^{n-1} (c_j - c_{j+1})\cos(jk\Delta x) + 2c_n\cos(nk\Delta x), \qquad (2.30)$$

et 
$$D_{\text{imag}}(k\Delta x) = -2\sum_{j=1}^{n-1} (c_j + c_{j+1}) \sin(jk\Delta x) - 2c_n \sin(nk\Delta x).$$
 (2.31)

61

Dans le présent travail, le filtre utilisé pour supprimer les oscillations de Gibbs est un filtre d'ordre 2 sur 4 points [17]. Les coefficients de ce filtre sont optimisés de façon à minimiser l'erreur de dissipation entre  $k\Delta x = 0$  et  $2\pi/5$  tout en réduisant l'erreur de dispersion pour tous les nombres d'onde. Les valeurs de ces coefficients et de ceux des filtres standard d'ordre 2 et d'ordre 4 sont données dans le tableau 2.5.

	Fo2	Fo4	Fopt	
$c_1$	-1/4	-3/16	-0.210383	
$c_2$	0	1/6	0.039617	

TABLE 2.5 – Coefficients  $c_i$  des filtres adaptatifs standard d'ordre 2 Fo2, standard d'ordre 4 Fo4 et optimisé Fopt, avec  $c_{1-i} = -c_i$ .

Les erreurs obtenues pour ces filtres sont présentées sur la figure 2.5. Les erreurs du filtre optimisé sont comprises entre celles du filtre standard d'ordre 2 et celles du filtre standard d'ordre 4.



FIGURE 2.5 – Parties (a) réelles et (b) imaginaires des fonctions de transfert des filtres adaptatifs : — filtre d'ordre 2, — filtre d'ordre 4 et — filtre optimisé d'ordre 2 sur 4 points [17].

# 2.5 Comparaison des mécanismes de dissipation

Les méthodes numériques peuvent introduire une dissipation numérique. Si cette dissipation est trop importante, elle peut conduire à une réduction du nombre de Reynolds effectif des écoulements considérés, notamment pour des hauts nombres de Reynolds. Dans ce paragraphe, les mécanismes de dissipation numérique et physique sont comparés dans l'espace des nombres d'onde. Les fonctions de transfert de ces mécanismes sont évaluées en fonction du nombre d'onde sans dimension  $k_z \Delta z$ , où  $k_z$  est le nombre d'onde axial et  $\Delta z$  la taille de maille minimale sur l'axe des jets simulés. La dissipation physique est liée à la viscosité moléculaire  $\nu_j$ . Sa fonction de transfert  $T_{\rm mol}$  peut s'écrire sous la forme [20]

$$T_{\rm mol}(k_z \Delta z) = \nu_j \left(\frac{k_z \Delta z}{\Delta z}\right)^2, \qquad (2.32)$$

Dans nos simulations, les méthodes numériques introduisant une dissipation artificielle sont la méthode de Runge-Kutta, le filtrage sélectif et le filtrage adaptatif de la procédure de capture de choc. Pour déterminer la fonction de transfert associée à la méthode d'intégration temporelle de Runge-Kutta, la pulsation  $\omega$  est reliée à  $k_z$  par la relation de dispersion  $u_c = \omega/k_z$ , où  $u_c = (2/3)u_j$  est la vitesse de convection supposée des structures turbulentes dans les jets. La pulsation est alors donnée en fonction du nombre d'onde par

$$\omega \Delta t = \frac{u_c}{a_\infty} CFLk_z \Delta z, \qquad (2.33)$$

où  $CFL = c_0 \Delta t / \Delta z$  est le nombre de Courant-Friedrichs-Lewy. La fonction de transfert  $T_{RK}$  de la méthode de Runge-Kutta peut alors s'écrire sous la forme

$$T_{\rm RK}(k_z \Delta z) = \frac{1}{\Delta t} \left( 1 - |G_{RK}(\omega \Delta t)| \right), \qquad (2.34)$$

où le taux d'amplification  $G_{RK}$  est issu de l'équation (2.17). La fonction de transfert  $T_{SF}$  du filtre sélectif est donné de la même manière par la relation

$$T_{\rm SF}(k_z \Delta z) = \frac{\sigma}{\Delta t} \left( d_0 + 2\sum_{j=1}^n d_j \cos(jk_z \Delta z) \right), \qquad (2.35)$$

où l'intensité du filtrage  $\sigma$  est égale à un. Enfin, la fonction de transfert  $T_{choc}$  du filtre adaptatif utilisé pour la capture de choc vaut

$$T_{\rm choc}(k_z \Delta z) = \frac{\sigma^{\rm sc}}{\Delta t} \left( -2c_1 + 2(c_1 - c_2)\cos(k_z \Delta z) + 2c_2\cos(2k_z \Delta z) \right),$$
(2.36)

où l'intensité du filtrage  $\sigma^{\rm sc}$  est choisie égale à son maximum  $\sigma^{\rm sc} = 1$ . Les variations des fonctions de transfert des différents mécanismes dissipatifs en fonction du nombre d'onde sont ainsi tracées sur la figure 2.6(a) pour les simulations de jets à M = 0.9 et  $Re_D = 10^5$  du chapitre 4 et sur la figure 2.6(b) pour les simulations de jets à  $M_e = 3.1$  et  $Re_D = 2 \times 10^5$  du chapitre 5. Pour les jets à M = 0.9, la taille de maille minimale sur l'axe vaut  $\Delta z = 0.0072r_0$  et le nombre CFL vaut 0.7, tandis que pour les jets à  $M_e = 3.1$ , elle est égale à  $\Delta z = 0.014r_0$  et CFL = 0.4. Dans le cas des jets à M = 0.9, les niveaux de dissipation dus au filtre sélectif et à la méthode de Runge-Kutta sont inférieurs à ceux de la viscosité moléculaire pour des nombres d'onde  $k\Delta z \leq 1.17$ . La dissipation numérique est donc faible pour des ondes discrétisées par plus de 5.3 points par longueur d'onde. Pour les jets à  $M_e = 3.1$ , le filtrage adaptatif est le mécanisme le plus dissipatif. Toutefois, ce filtrage ne s'applique qu'au niveau des chocs. Le filtrage sélectif et l'intégration temporelle sont par ailleurs moins dissipatifs que la viscosité moléculaire pour des nombres d'onde inférieurs à  $k\Delta z = 1.02$ , c'est-à-dire pour des ondes discrétisées par plus de 6.2 points par longueur d'onde.



FIGURE 2.6 – Comparaison des mécanismes de dissipation pour (a) M = 0.9 et (b)  $M_e = 3.1$ ; — dissipation visqueuse, — dissipation liée à l'algorithme de Runge-Kutta d'ordre 2, — dissipation liée au filtre optimisé d'ordre 6 sur 11 points, — dissipation liée au filtre adaptatif optimisé d'ordre 2.

# 2.6 Conditions aux limites

#### 2.6.1 Conditions de rayonnement

Dans la simulation numérique d'un problème d'aéroacoustique, les perturbations aérodynamiques et acoustiques sont susceptibles de créer des réflexions parasites lorsqu'elles quittent le domaine de calcul. Pour éviter cela, des conditions aux limites non réfléchissantes doivent être imposées aux frontières du domaine. Différentes formulations de ces conditions existent. Une première approche consiste à utiliser la méthode des caractéristiques pour écrire les équations d'Euler sous une forme unidimensionnelle à l'aide des invariants de Riemann [164]. Des conditions non réfléchissantes peuvent alors être définies en annulant un ou plusieurs de ces invariants. Cette méthode a été généralisée aux écoulements visqueux par Poinsot & Lele [118]. Une deuxième approche est basée sur l'hypothèse de la présence d'ondes acoustiques se propageant depuis une source à une position arbitraire. Des équations d'ondes sont alors résolues aux frontières du domaine de calcul, comme proposé par Tam & Webb [162] et Tam & Dong [153]. Dans cette thèse, une formulation de ces conditions, dites de rayonnement, pour des cas tridimensionnels en coordonnées sphériques est utilisée [10]. Les trois vecteurs unitaires de la base de coordonnées sphériques sont notés ( $\mathbf{e_r}, \mathbf{e_{\theta}}, \mathbf{e_{\phi}}$ ). Les conditions de rayonnement en présence d'un écoulement peuvent alors s'écrire sous la forme

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho' \\ u'_r \\ u'_{\theta} \\ u'_{\phi} \\ p' \end{pmatrix} + v_g \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \begin{pmatrix} \rho' \\ u'_r \\ u'_{\theta} \\ u'_{\phi} \\ p' \end{pmatrix} = 0.$$
(2.37)

où  $u'_r$ ,  $u'_{\theta}$ ,  $u'_{\phi}$  sont les projections du vecteur de vitesse fluctuante sur la base ( $\mathbf{e}_r$ ,  $\mathbf{e}_{\theta}$ ,  $\mathbf{e}_{\phi}$ ) et  $\rho'$  et p' les fluctuations de densité et de pression. La vitesse de groupe  $v_q$  des ondes acoustiques est donnée

par

$$v_g = \bar{\mathbf{u}} \bullet \mathbf{e}_{\mathbf{r}} + \left(c_0^2 - (\bar{\mathbf{u}} \bullet \mathbf{e}_{\theta})^2 - (\bar{\mathbf{u}} \bullet \mathbf{e}_{\phi})^2\right)^{1/2}, \qquad (2.38)$$

où  $\bar{\mathbf{u}}$  est le champ de vitesse moyen et l'opérateur • désigne le produit scalaire. Le système d'équations (2.37) est intégré au niveau des 5 points proches des frontières du domaine de calcul, en utilisant des schémas décentrés optimisés sur 11 points [6] pour le calcul des dérivées. L'intégration temporelle de ce système est effectuée à chaque sous-étape de la procédure de Runge-Kutta. La principale difficulté des conditions de rayonnement utilisées consiste à choisir la position du point d'origine des coordonnées sphériques au plus proche des sources de bruit. Dans le cas de jets impactant, ces sources de bruit se trouvent dans deux zones différentes, à savoir les couches de mélange et la zone d'impact du jet. Afin de prendre en compte ces deux régions, plusieurs points d'origine des conditions de rayonnement sont définis, comme représenté sur la figure 2.7 pour un jet impactant une plaque pleine. Cette origine varie entre les points  $A_1$  et  $A_2$ , sauf pour les points frontière en aval de  $A_2$ . Pour ces points, l'origine des coordonnées sphériques est placée au centre de la plaque, au point  $A_3$ , ce qui permet une sortie des ondes acoustiques parallèlement à la plaque. Pour les jets impactant une plaque trouée, ce point est également choisi comme origine des conditions de rayonnement pour les frontières en aval de la plaque.



FIGURE 2.7 – Positions du point d'origine des conditions de rayonnement.

Dans certains cas, comme en sortie d'écoulement, il est parfois nécessaire de dissiper les perturbations avant qu'elles n'atteignent les frontières. Des zones éponges, où un étirement du maillage est associé à un filtrage laplacien, sont alors implémentées avant les conditions aux limites. Dans le cas de jets impactant une plaque pleine, ces zones éponges sont situées en amont du domaine entre  $z = -10r_0$  et  $z = -2r_0$  pour éviter toute réflexion des ondes et aux frontières latérales entre  $r = 15r_0$  et  $r = 30r_0$  pour dissiper les structures turbulentes des jets pariétaux. Pour les jets impactant une plaque trouée, une zone éponge se trouve également en aval des jets. Enfin, au niveau des frontières amont et latérales, une procédure de rappel des champs vers les valeurs du milieu ambiant est appliquée afin de prévenir la dérive des champs moyens [118].

#### 2.6.2 Conditions de paroi

Les conditions de paroi appliquées à la plaque et à la buse sont présentées dans ce paragraphe. Pour un fluide visqueux, la condition de non-glissement du fluide sur la paroi est imposée. Les trois composantes de la vitesse sont nulles, c'est-à-dire  $u_r|_{paroi} = u_{\theta}|_{paroi} = u_z|_{paroi} = 0$ . Par ailleurs, la température est continue à l'interface fluide-solide et le comportement thermodynamique de la paroi doit être précisé. Dans les simulations présentées, une condition de paroi adiabatique est appliquée, ce qui correspond à un flux de chaleur dans la direction normale à la paroi  $x_i$  nul, soit

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x_i} \right|_{paroi} = 0 \tag{2.39}$$

Toutefois, l'introduction des conditions aux limites mène à l'hyperstaticité du problème aux différences finies. En effet, tous les points du maillage vérifient les équations de Navier-Stokes, mais les points de paroi doivent également satisfaire les conditions d'adhérence et d'adiabaticité. Pour ces points, le nombre d'équations à vérifier est alors plus élevé que le nombre de variables. Ce problème peut être résolu en introduisant des points fantômes, comme proposé par Tam & Dong [152]. Ces points fictifs introduisent des degrés de liberté supplémentaires, ce qui permet la résolution du système d'équations. Dans ce travail de thèse, une autre méthode est considérée. Elle consiste à introduire les conditions d'adhérence et d'adiabaticité dans le calcul des flux à la paroi, ce qui revient à ne considérer que deux équations à la paroi, une sur la densité et une sur l'énergie. En pratique, les schémas et les filtres optimisés décentrés sur 11 points de Berland *et al.* [6] sont utilisés pour évaluer ces flux.

# 3 Tone generation in transonic jets impinging on a plate

Strong acoustic tones can be generated by jets impinging on a flat plate. They have been observed for high subsonic jets in many experimental works, such as those of Ho & Nosseir [59], Powell [123], Neuwerth [102] or Preisser [125]. Later, they have been also found for supersonic impinging jets, in the experiments of Henderson et al. [57] and in the simulations of Gojon & Bogey [54] and Bogey & Gojon [19], for instance. These tones are generated by a feedback loop establishing between the nozzle and the plate. The downstream part of this loop consists of the well-known Kelvin-Helmholtz instability waves, related to the growth and convection of coherent structures in the jet shear layers. The upstream part is formed by neutral acoustic waves propagating in the upstream direction [149], defined by specific dispersion relations and classified into modes depending on their radial and azimuthal structures. Such waves are involved in other resonance phenomena, for examples in screech [40, 89], jet-flap interactions [65] or acoustic resonance in the potential core of free jets [9, 135, 167]. The properties of the neutral acoustic waves and of the feedback loop depend on the jet Mach number. In particular, for impinging jets, Tam & Ahuja [149] highlighted the fact that no feedback loop can establish for Mach numbers M lower than 0.7. Moreover, the azimuthal structure of the jets is modified with the Mach number. Indeed, based on the work of Tam & Ahuja [149], Panickar & Raman [112] showed that only an axisymmetric feedback mode is possible for M < 0.89and that helical feedback modes can be found for higher Mach numbers. Furthermore, Jaunet et al. [62] studied experimentally the effects of the Mach number on the feedback frequencies. These frequencies are organized in stages as the Mach number increases, which is typical of resonance phenomena. They are in agreement with the allowable frequency ranges of the neutral acoustic wave modes, suggesting a closure of the feedback loop by these waves. However, the effects of the Mach number on the intensities of the tones and on the acoustic levels need to be clarified.

In this chapter, the Large-Eddy Simulations of five round jets impinging on a plate are performed. The jets are at a Mach number of 0.75, 0.8, 0.9, 1.0 and 1.1 and a Reynolds number of  $10^5$ . They impinge on a plate located at a distance  $L = 8r_0$  from the nozzle exit. The first goal of this study is to investigate the effects of the Mach number on the feedback mechanism establishing between the nozzle and the plate. In order to reach this objective, the flow and acoustic fields are detailed and compared with those obtained for free jets from a recent simulation [9]. In particular, the pressure spectra will be examined to determine the tonal frequencies. The contributions of the first two azimuthal modes will be explored with the aim of highlighting the oscillation modes of the jets. The second objective of this work is to analyze the upstream part of the feedback loops. For that purpose, the dispersion relations of the neutral acoustic waves will be computed using a vortex-sheet model and compared with frequency-wavenumber spectra calculated in the jet potential core. Finally, twodimensional spatial correlations will be used to visualize the production of these waves on the plate and their upstream propagation.

The chapter is organized as follows. The jet parameters and numerical methods used in the LES are presented in section 3.1. The results of the simulations are given in section 3.2.

# **3.1** Parameters

#### 3.1.1 Jet parameters

The five jets computed in this work have Mach numbers of M = 0.75, 0.8, 0.9, 1.0 and 1.1 and a Reynolds number  $Re_D = u_j D/\nu$  of  $10^5$ , where  $u_j$  is the jet velocity, D the nozzle diameter and  $\nu$  the air kinematic viscosity. They originate at z = 0 from a cylindrical nozzle of radius  $r_0$  and length  $2r_0$ , and are at ambient pressure and temperature  $p_0 = 10^5$  Pa and  $T_0 = 293$  K. They impinge on a plate located  $L = 8r_0$  downstream of the nozzle exit, as in the experimental work of Jaunet *et al.* [62]. At the nozzle inlet, a Blasius laminar boundary-layer profile with a boundary-layer thickness of  $\delta = 0.15r_0$  is imposed for the velocity. Vortical disturbances uncorrelated in the azimuthal direction are added in the boundary-layer at  $z = -r_0$  to create velocity fluctuations at the nozzle exit, using a procedure described in Bogey *et al.* [20]. The profiles of mean and rms axial velocities obtained at the nozzle exit are represented in figure 4.1. In figure 4.1(a), the mean velocity profiles are the same for the five jets and resemble the Blasius laminar boundary-layer profile at the inlet. In figure 4.1(b), the turbulent intensities reach a peak value of 8.4% at  $r = 0.97r_0$  for the jet at M = 0.8 and of 9% for the other jets.

#### 3.1.2 Numerical parameters

In the simulations, the unsteady compressible Navier-Stokes equations are solved in cylindrical coordinates  $(r, \theta, z)$  using an OpenMP based in-house solver. A second-order, six-stage Runge-Kutta algorithm [6] is employed for time-integration and the spatial derivatives are computed with elevenpoint low-dispersion finite-difference schemes [11]. At the end of each time step, a selective filtering is applied to suppress grid-to-grid oscillations [6]. This filter also acts as a subgrid-scale model ensuring the relaxation of turbulent kinetic energy near the grid cut-off frequency. No-slip and adiabatic wall conditions are imposed to the plate and nozzle walls. In order to handle possible shocks created by the jet impingement in the jet core, a damping procedure using a dilatation-based shock detector and a second-order filter is used to remove Gibbs oscillations in the vicinity of shocks for  $z \geq 3r_0$  [17].



FIGURE 3.1 – Nozzle-exit radial profiles of (a) mean axial velocity  $\langle u_z \rangle / u_j$  and (b) axial turbulence intensity  $\langle u'_z u'_z \rangle^{1/2} / u_j$ ; - M = 0.75, - M = 0.8, - M = 0.9, - M = 1.0 and - - M = 1.1.

The radiation boundary conditions of Tam & Dong [153] are implemented at the radial and lateral boundaries of the computational domain. They are associated with sponge zones combining grid stretching and Laplacian filtering to prevent significant spurious reflections [10]. The method of Mohseni & Colonius [100] is applied to treat the singularity on the jet axis. The closest point to the axis is located at  $r = \Delta r/2$ , where  $\Delta r$  is the radial mesh size near the jet axis. The azimuthal derivatives near the jet axis are evaluated with fewer points than permitted by the grid to increase the time step of the simulations [18]. More precisely, the effective azimuthal resolution near the origin of the polar coordinates is reduced down to  $2\pi/16$ .

#### 3.1.3 Computational parameters

For the five simulations, the numbers of points in the radial, azimuthal and axial directions are equal to 559, 1024 and 1124, respectively, which yields a total number of 640 millions of points. The grid extends out to  $r = 15r_0$  in the radial direction and down to  $z = 8r_0$  in the axial direction. The radial mesh spacing, represented in figure 3.2(a), is equal to  $\Delta r = 0.014r_0$  on the jet centerline and decreases down to  $\Delta r = 0.0036r_0$  at  $r = r_0$  in the shear layers. It then increases to reach a maximum value of  $\Delta r = 0.075r_0$  for  $r > 6.2r_0$ , which leads to Strouhal numbers  $St = fD/u_j$  varying from 4.8 at M = 1.1 up to 7.1 at M = 0.75 for an acoustic wave with five points per wavelength. The axial mesh spacing  $\Delta z$ , in figure 5.2(b), is minimum and equal to  $\Delta z = 0.0072r_0$  at the nozzle exit, and maximum and equal to  $\Delta z = 0.012r_0$  between  $z = 2r_0$  and  $z = 6r_0$ . Farther downstream, the axial mesh spacing is reduced down to  $\Delta z = 0.0072r_0$  near the plate at  $z = 8r_0$ , as at the nozzle exit. The extremum values of the mesh spacings and the stretching rates in both axial and radial directions are the same as in the study of Bogey [7], where a grid convergency study was performed for a free jet with the same ejection conditions as the impinging jet at M = 0.9 of the present work. The results presented in this chapter are obtained after simulation times of  $500r_0/u_j$  after the transient period. During the simulations, density, velocity components and pressure along the jet axis at r = 0, along
the lip line at  $r = r_0$ , on the surfaces at  $r = 15r_0$ ,  $z = -2r_0$ , z = 0 and on the plate at z = L are recorded at a sampling frequency enabling spectra to be computed up to St = 12. Density, velocities and pressure are also saved at the azimuthal angles  $\theta = 0$ , 90, 180 and 270 degrees at a halved frequency. The spectra are computed from these recordings and they are averaged in the azimuthal direction when possible.



FIGURE 3.2 – Variations of (a) radial and (b) axial mesh spacings.

## 3.2 Results

### 3.2.1 Snapshots of the flow and acoustic fields

Snapshots of the vorticity norm in the flow and of the pressure fluctuations outside are presented in figure 3.3. In the vorticity fields, for all jets, the shear layers thicken with the axial distance due to the formation of large vortical structures. The structures are convected down to the plate, where their impingement creates wall jets. Farther from the stagnation point, the wall jets spread radially and widen with the radial distance. In the pressure fields, for M = 0.75 and M = 0.8, in figures 3.3(a,b), two noise components are visible, namely low-frequency waves originating from the plate and high-frequency sound waves generated in the shear layers and in the wall jets. For M = 0.9and M = 1.0, in figures 3.3(c,d), intense upstream-propagating pressure waves are produced by the impingement of the jet turbulent structures on the plate. Periodically-spaced wavefronts are seen, revealing tonal radiations. No phase shift is observed between both sides of the nozzle, indicating an axisymmetric pressure field. The amplitudes of the pressure fluctuations are about 1000 Pa, which is twice as high as for the jets at  $M \leq 0.8$ . They are strongest for M = 1.0. For M = 1.1, in figure 3.3(e), sound waves of high amplitude are also generated by the impingement of the jet on the plate. Contrary to the other jets, a  $180^{\circ}$  phase shift with respect to the jet axis is noticed, which may be related to helical jet oscillations. Concerning the amplitudes of the waves, they are smaller compared to those for M = 0.9 and M = 1.0.



FIGURE 3.3 – Snapshots in the (z, r) plane of vorticity norm in the flow and of pressure fluctuations outside for (a) M = 0.75, (b) M = 0.8, (c) M = 0.9, (d) M = 1.0 and (e) M = 1.1. The color scales range from 0 up to  $7u_j/r_0$  for vorticity, from white to red, and between (a,b)  $\pm 0.005p_0$  and (c-e)  $\pm 0.01p_0$  for pressure, from blue to red.

## 3.2.2 Mean flow fields

The mean density fields of the jets are represented in figure 3.4. For all jets, density is minimum in the shear layers and maximum in the impingement area near the plate between  $z = 6r_0$  and  $z = 8r_0$ . This area extends out to  $r = 2r_0$  on the plate in all cases. As the Mach number increases, the compression near the plate is more intense. Indeed, the near-plate high density zone is roughly spherical for  $M \leq 0.8$ , whereas a normal shock is found around  $z = 6r_0$  for higher Mach numbers because of a stronger impingement. Moreover, for  $M \geq 0.8$ , compression regions are also present in the jet column. For M = 0.8, in figure 3.4(b), a zone of density slightly higher than the ambient density is visible between  $z = 2r_0$  and  $z = 6r_0$ . For  $M \geq 0.9$ , compression cells appear in the jet column. They are created by the jet impingement on the plate and are strongest for M = 0.9, in figure 3.4(c). For this jet, three cells are found between the nozzle and  $z = 6r_0$ . Density is highest in the third cell between  $z = 4r_0$  and  $z = 5.5r_0$ , which causes a slight radial expansion of the jet. For M = 1.0, in figure 3.4(d), three cells are observed in the jet core. Finally, for M = 1.1, in figure 3.4(e), six cells of weak amplitude are visible in the jet. The supersonic jet at M = 1.1 may be not exactly perfectly expanded, which may create weak shock cells downstream of the nozzle exit.



FIGURE 3.4 – Mean density fields in the (z, r) plane for (a) M = 0.75, (b) M = 0.8, (c) M = 0.9, (d) M = 1.0 and (e) M = 1.1. The color scale ranges from  $0.95\rho_0$  up to  $1.05\rho_0$ , from blue to red.

The variations of the jet mass flow rates m and of the wall-jet flow rates  $m_{WJ}$  are represented

in figure 3.5. They are estimated by

$$m(z) = 2\pi \int_0^{r_{5\%}} \langle \rho u_z \rangle_{t,\theta}(r,z) r dr$$
(3.1)

and

$$m_{WJ}(r) = 2\pi r \int_0^{z_{5\%}} \langle \rho u_r \rangle_{t,\theta}(r,z) dz$$
(3.2)

where  $\langle . \rangle_{t,\theta}$  denotes averaging in time and in the azimuthal direction and  $r_{5\%}$  and  $z_{5\%}$  are defined by

$$\langle u_z \rangle_{t,\theta}(r_{5\%}, z) = 0.05 \times \langle u_z \rangle_{t,\theta}(r=0, z)$$
(3.3)

and

$$\langle u_r \rangle_{t,\theta}(r, z_{5\%}) = 0.05 \times \max(\langle u_r \rangle_{t,\theta}(r, z))$$
(3.4)

The mass flow rates are normalized by the flow rate  $m_0 = \pi r_0^2 \rho_0 u_j$  at the nozzle exit. The jet mass flow rates are represented in figure 3.5(a). For all jets, they first increase linearly with the axial distance, reach a peak value around  $z = 7r_0$ , then fall to zero on the plate. Small differences between the jets are noticed between  $z = 4r_0$  and  $z = 7r_0$  but no clear trend with the Mach number is found. As for the wall jet flow rates, in figure 3.5(b), they are similar for all Mach numbers. They increase in the impingement area up to a value of  $1.4m_0$  at  $r = 2r_0$ , and then do not vary significantly down to  $r = 3r_0$ . For larger radial distances, they grow roughly linearly because the wall jets approach self-similarity.



FIGURE 3.5 – Variations of (a) the jet mass flow rate m in the axial direction and (b) the mass flow rate  $m_{WJ}$  of the wall jets in the radial direction for -M = 0.75, -M = 0.8, -M = 0.9, -M = 1.0 and - - M = 1.1.

The variations of the mean axial centerline velocity, of the shear-layer momentum thickness and of the axial turbulence intensity are presented in figure 3.6. In figure 3.6(a), the mean axial centerline velocity is approximately equal to the exit velocity down to  $z = 6.5r_0$  for the five jets. It decreases down to zero on the plate at  $z = 8r_0$ . For  $M \ge 0.9$ , velocity oscillations are found, due to the compression cells in the density fields of the jets. In figure 3.6(b), the shear-layer momentum thicknesses increase nearly linearly down to  $z = 7r_0$ , more drastically between  $z = 7r_0$  and  $z = 7.8r_0$ because of the wall jet, and finally falls down to zero on the plate. Slight differences are found between the jets from  $z = 4r_0$  to  $z = 7r_0$ . In this region, the shear layers are thicker for the jets at M = 0.8and M = 0.9 than for the other jets. As for the rms values of the axial velocity fluctuations, in figure 3.6(c), they increase significantly between z = 0 and  $z = 2r_0$  in all cases. For  $z \ge 2r_0$ , they do not vary much down to  $z = 7r_0$ . In this zone, the turbulent levels are highest for M = 0.75, with values around 16% of  $u_j$ , and lowest for M = 0.8, with values around 13% of  $u_j$ . Finally, they are reduced down to zero on the plate. Significant differences are observed between the jets for  $2r_0 \le z \le 7r_0$ .



FIGURE 3.6 – Variations of (a) the mean axial centerline velocity  $\langle u_z \rangle / c_0$ , (b) the shear-layer momentum thickness  $\delta_{\theta}/r_0$  and (c) the axial turbulence intensity  $\langle u'_z u'_z \rangle^{1/2}/u_j$  at  $r = r_0$  for -M = 0.75, -M = 0.8, -M = 0.9, -M = 1.0 and - -M = 1.1.

The profiles of the maximum mean radial velocity and radial turbulent intensity in the wall jets are depicted in figure 3.7. The results are very similar for all jets. The maximum mean radial velocity, in figure 3.7(a), grows in the impingement zone up to a peak value of  $0.9u_j$  at  $r = 2r_0$ . Farther from this position, it decreases nearly as  $r^{-1}$ , due to the spreading of the wall jet in the radial direction. Regarding the maximum radial turbulent intensity, in figure 3.7(b), it reaches a maximum value of roughly  $0.2u_j$  at  $r = 4r_0$ , outside of the impingement area, and then decreases with the radial distance.

#### 3.2.3 Velocity spectra

The velocity spectra calculated on the nozzle-lip line at the axial locations  $z = r_0$  and  $z = 5r_0$  are plotted in figure 3.8. Close to the nozzle, in figure 3.8(a), the spectrum for M = 0.75 is broadband. For the other jets, tones emerge from the broadband components. They are generated by feedback loops establishing between the nozzle and the plate, as it will be seen later. They are found at St = 0.56 for M = 0.8, St = 0.40 for M = 0.9, St = 0.31 for M = 1.0 and St = 0.29 and 0.46 for M = 1.1. The amplitudes of the tones for M = 0.8 and M = 1.1 are weak, with levels around 2 dB higher than the broadband noise levels, whereas the peaks for M = 0.9 and M = 1.0 emerge by 13 and 16 dB, respectively. Farther downstream of the nozzle, in figure 3.8(b), the velocity spectra are



FIGURE 3.7 – Variations of (a) the maximum mean radial velocity  $\langle u_r \rangle$  and (b) the maximum radial turbulence intensity  $\langle u'_r u'_r \rangle^{1/2} / u_e$  in the wall jets for M = 0.75, M = 0.8, M = 0.9, M = 1.0 and - - - M = 1.1.

similar to those near the nozzle. Indeed, the velocity spectrum for M = 0.75 is broadband whereas peaks are found for the other jets. The Strouhal numbers of the dominant tones in the spectra for  $z = 5r_0$  are the same as those for  $z = r_0$ . However, for M = 0.8, the amplitude is higher at  $z = 5r_0$ than at  $z = r_0$ . For M = 0.9 and M = 1.0, the dominant peak is less emerging at  $z = 5r_0$  than at  $z = r_0$ . A secondary tone also appears at St = 0.80 for M = 0.9. Finally, for M = 1.1, no tone is found at St = 0.29 at  $z = 5r_0$ .



FIGURE 3.8 – Power spectral densities of axial velocity fluctuations  $u'_z$  obtained at  $r = r_0$  and (a)  $z = r_0$  and (b)  $z = 5r_0$  for — M = 0.75, — M = 0.8, — M = 0.9, — M = 1.0 and - - - M = 1.1.

## 3.2.4 Convection velocity

The variations of the convection velocity  $u_c$  of the turbulent structures between  $z = 1.5r_0$  and  $z = 6.5r_0$  in the shear layer are represented in figure 3.9. This velocity is computed using velo-

city cross-correlations estimated at  $r = r_0$ . It increases roughly monotonously from  $u_c \approx 0.5u_j$  at  $z = 1.5r_0$  up to  $u_c \approx 0.7u_j$  for all jets except for M = 0.9. For this Mach number, oscillations are visible. They can be related to the strong shock cells in the jet potential core. Finally, the mean convection velocity  $\langle u_c \rangle$  computed between  $z = 1.5r_0$  and  $z = 6.5r_0$  are equal to 0.61, 0.64, 0.66, 0.62 and 0.60 for M = 0.75, 0.8, 0.9, 1.0 and 1.1, respectively. These values are close to the classical approximation  $u_c \approx (2/3)u_j$ .



FIGURE 3.9 – Convection velocity of the turbulent structures in the shear layers for -M = 0.75, -M = 0.8, -M = 0.9, -M = 1.0 and - - M = 1.1.

## 3.2.5 Overall Sound Pressure Levels

The Overall Sound Pressure Levels (OASPL) at  $r = 15r_0$  are represented in figure 3.10. For all jets, they are approximately constant down to  $z = 5r_0$ , then they increase up to a peak value at  $z = 7.2r_0$ . For  $z \ge 5r_0$ , near the plate, hydrodynamic pressure fluctuations of the wall jets are taken into account in the computation of the OASPL, explaining the higher levels in this region. Outside of this zone, the OASPL are lowest for M = 0.75, with values around 130 dB, and highest for M = 1.0, with levels around 145 dB. Therefore, they do not increase monotonously with the jet velocity, contrary to the levels for free jets varying as the eighth power of the jet velocity, according to Lighthill [81, 82]. The reason for that may be a stronger feedback loop at M = 1.0 than at M = 1.1.

#### 3.2.6 Pressure spectra

The pressure spectra computed at z = 0 and  $r = 1.5r_0$  near the nozzle are presented in figure 3.11 for the five jets. For all jets, tones emerge strongly. For M = 0.8, 0.9 and 1.0, in figures 3.11(b,c,d), a dominant tone 15 to 30 dB higher than the broadband noise appear. It is located at a Strouhal number of 0.56 for M = 0.8, 0.40 for M = 0.9 and 0.31 for M = 1.0. Secondary tones of weak amplitude are also present at the harmonics of the main tone. For M = 0.75 and 1.1, in figures 3.11(a,e), three peaks emerging by around 10 dB are visible in the spectra. For M = 0.75, they are close to each other with Strouhal numbers of 0.46, 0.54, and 0.61 whereas for M = 1.1, they are



FIGURE 3.10 – Variations of the OASPL at  $r = 15r_0$  for — M = 0.75, — M = 0.8, — M = 0.9, — M = 1.0 and - - - M = 1.1.

more spaced, with Strouhal numbers of 0.29, 0.46 and 0.66. For M = 0.75, 0.9 and 1.1, the pressure spectra of the corresponding free jets at the same position from a previous study [9] are plotted in figures 3.11(a,c,e). For the three Mach numbers, tones of weak amplitude are noticed in the spectra of the free jets at frequencies close to the tones of the impinging jets.



FIGURE 3.11 – Sound pressure spectra at z = 0 and  $r = 1.5r_0$  for (a) M = 0.75, (b) M = 0.8, (c) M = 0.9, (d) M = 1.0 and (e) M = 1.1: — impinging jets and — free jets.

For the impinging jets, the tones are assumed to be produced by a feedback loop establishing between the nozzle and the plate. This loop is decomposed in two steps. During the first step, the coherent structures of the jet shear layers are convected downstream down to the plate, where their impingement creates acoustic waves. During the second step, these waves propagate upstream to the nozzle, exciting the mixing layer at the nozzle exit, which produces another coherent structure and closes the feedback loop. A model of prediction of the feedback frequencies was proposed by Ho & Nosseir [59]. In this model, the feedback period is considered as the sum of two characteristic times, namely the time of convection of the flow structures to the plate and the time of propagation of the acoustic waves to the nozzle. The feedback frequency can thus be estimated by

$$f = \frac{N\langle u_c \rangle}{L(1+M_c)} \tag{3.5}$$

where  $M_c = \langle u_c \rangle / c_0$  is the convection Mach number and N is an integer. The integer N represents the order of the feedback mode and is equal to the number of coherent structures between the nozzle and the plate. The feedback frequencies obtained by the model for different values of N using the convection velocities computed in section 3.2.4 are given in table 3.1. For each Mach number, there exists a value of N giving a frequency close to that of the dominant peak in the pressure spectra, highlighting the establishment of a feedback loop for all jets. For the free jets, the weak peaks in the spectra are related to an acoustic resonance in the potential core of the jets, as reported by Towne *et al.* [166], Schmidt *et al.* [135] and Bogey [9]. This resonance is due to the presence of upstream-propagating neutral acoustic waves in the jet, which will be studied later in section 3.2.8. The tones for the impinging jets and for the free jets are located at very close frequencies, suggesting that the waves mentioned above also play a role in the feedback mechanism in the impinging jets, as suggested by Tam & Ahuja [149].

M	0.75	0.8	0.9	1.0	1.1
$St_{LES}$	0.61	0.56	0.40	0.31	0.46
N	6	5	4	3	5
$St_{model}$	0.62	0.53	0.41	0.28	0.45

TABLE 3.1 – Strouhal numbers of the dominant tone frequencies in the LES  $St_{LES}$  and Strouhal numbers  $St_{model}$  predicted by the model of Ho & Nosseir [59] for a feedback mode N.

The Strouhal numbers of the tones in the spectra near the nozzle are represented in figure 3.12 as a function of the Mach number. They are compared with the experimental data of Jaunet *et al.* [62] and with the Strouhal numbers predicted by relation (3.5) using  $\langle u_c \rangle \approx (2/3)u_j$ . In the experiments, several tone frequencies are found, lying on the curves obtained using relation (3.5). This suggests the coexistence of several feedback modes. The tone frequencies in the simulations are also close to the frequencies predicted by equation (3.5), which confirms the establishment of feedback loops for all jets. For M = 1.0 and M = 1.1, they are similar to those of the experiments. However, for lower Mach numbers, significant discrepancies with the experiments are observed. Indeed, the tone frequencies are higher in the simulations. In the LES, they correspond to feedback mode orders of N = 5 for M = 0.75 and M = 0.8 and of N = 4 for M = 0.9, whereas in the experiments, they are linked to a mode N = 3. These discrepancies may be due to differences in the nozzle-exit velocity profiles, unknown in the experiments.



FIGURE 3.12 – Variations of the tone frequencies with the Mach number : • dominant and  $\circ$  secondary tones in the LES,  $\diamond$  measurements of Jaunet *et al.* [62] and - - - relation (3.5).

#### **3.2.7** Azimuthal structure of the near-nozzle pressure fluctuations

The contributions of the two first azimuthal modes to the pressure spectra at z = 0 and  $r = 1.5r_0$ are displayed in figure 3.13. For jets at Mach numbers  $M \leq 1.0$ , in figures 3.13(a-d), the dominant tones, whose frequencies are given in table 3.1, are associated with the axisymmetric mode  $n_{\theta} = 0$ . Secondary tones for  $n_{\theta} = 0$  are also found at twice the frequencies of the dominant tones, i.e at St = 1.11 for M = 0.8, St = 0.80 for M = 0.9 and St = 0.63 for M = 1.0. For the mode  $n_{\theta} = 1$ , weak peaks appear at St = 0.66 for M = 0.9 and St = 0.57 for M = 1.0. The present results are in agreement with the theoretical work of Tam & Ahuja [149] and Panickar & Raman [112], who showed that only an axisymmetric feedback mode is possible for M < 0.89 and that axisymmetric and helical feedback modes can coexist for M > 0.89. For M = 1.1, in figure 3.13(e), the strongest tone at St = 0.46 is for the first helical mode, while the two tones at St = 0.29 and St = 0.66 are for the axisymmetric mode.

For M = 0.75, 0.9 and 1.1, the contributions of the two first azimuthal modes to the spectra of the impinging jets are compared with those obtained for the free jets in figure 3.14. For the three Mach numbers, for the axisymmetric mode, the tonal frequencies for the impinging jets are similar to those for the free jets. In the same way, for the first helical mode, the peak frequencies for the impinging jets and for the free jets are very close. These results suggest that the impingement of the jet on the plate does not change the nature of the jet oscillations at a given frequency.

#### 3.2.8 Neutral acoustic wave modes of the jets

In order to examine the possible closing of the feedback loops by neutral acoustic waves, the frequency-wavenumber spectra of fluctuating pressure calculated in the potential cores of the free jets at M = 0.75, 0.9 and 1.1 for the axisymmetric mode at r = 0 and for the first helical mode at  $r = 0.1r_0$  are represented in figure 3.15 as a function of the Strouhal number and of the wavenumber k. They are compared with the dispersion relations obtained using a vortex-sheet model [149]. For the three Mach numbers and both modes, high levels organized in bands are visible near the



FIGURE 3.13 – Sound pressure spectra at z = 0 and  $r = 1.5r_0$  for (a) M = 0.75, (b) M = 0.8, (c) M = 0.9, (d) M = 1.0 and (e) M = 1.1: — full spectra, and for modes —  $n_{\theta} = 0$ , —  $n_{\theta} = 1$ .



FIGURE 3.14 – Sound pressure spectra at z = 0 and  $r = 1.5r_0$  for (a) M = 0.75, (b) M = 0.9 and (c) M = 1.1 for the azimuthal modes —  $n_{\theta} = 0$  and —  $n_{\theta} = 1$ ; SPL for the free jets for - -  $n_{\theta} = 0$  and - - -  $n_{\theta} = 1$ .

dispersion relations of the vortex-sheet model. They agree well with the model for M = 0.75 in figure 3.15(a,d). In this case, the dominant frequencies in the simulation are slightly lower than those predicted by the model close to the line  $k = -\omega/c_0$ , and higher everywhere else. These small discrepancies are caused by the effects of the mixing-layer thickness, refer to Tam & Ahuja [149] and Bogey & Gojon [19]. With respect to the jet at M = 0.75, the differences between the computed spectra and the model are more marked for M = 0.9 in figures 3.15(b,e) and for M = 1.1 in figures 3.15(c,f). A similar behaviour was noticed by Towne *et al.* [167] and Bogey [9] for supersonic jet flows. The differences may be due to the fact that in the model, the neutral waves are obtained using linearized equations of the flow motion assuming disturbances of low intensity, which is not necessarily the case for high velocities.

The tones in the pressure spectra of the impinging jets are also indicated in figure 3.15 on the line  $k = -\omega/c_0$ , according to their axisymmetric or helical nature. For the three jets and both modes, the tones fall on the neutral acoustic wave modes or are harmonics of tones located on the modes. The first ones lie on portions of the dispersion-relation curves with negative slope, indicating that the waves have negative group velocities. Therefore, these waves can be assumed to close the feedback loops.



FIGURE 3.15 – Frequency-wavenumber spectra of the pressure fluctuations at (a,b,c) r = 0 for the axisymmetric mode and (d,e,f)  $r = 0.1r_0$  for the first helical mode in the potential cores of the jets at (a,d) M = 0.75, (b,e) M = 0.9 and (c,f) M = 1.1, — neutral modes and \* lower limits of the modes using the vortex-sheet model, • LES tone frequencies for the impinging jets and - -  $k = -\omega/c_0$ . The color scale levels spread over 25 dB from white to blue.

With the aim of predicting the possible feedback modes, Gojon *et al.* [54] proposed a model combining the dispersion relations of the neutral acoustic wave modes and the aeroacoustic feedback model of Ho & Nosseir [59]. By considering a standing-wave generated by the feedback loop, they showed that the frequency f and the wavenumber k of the upstream-travelling acoustic waves closing the feedback loop verify the relation

$$f = \frac{N\langle u_c \rangle}{L} + k \frac{\langle u_c \rangle}{2\pi} \tag{3.6}$$

For the five impinging jets, the solutions of equation (3.6) are represented by grey lines in figures 3.16 and 3.17 with the dispersion relations of the neutral acoustic waves for the vortex-sheet model for  $n_{\theta} = 0$  and  $n_{\theta} = 1$ , respectively. The tones found in the pressure spectra for the impinging jets are also indicated on the line  $k = -\omega/c_0$ . For all jets and for both modes, the dominant tones are located near the intersections of the dispersion curves and the solutions of equation (3.6). The Strouhal numbers and the corresponding mode order N of the dominant tones are gathered in table 3.2. For  $n_{\theta} = 0$ , in figure 3.16, the orders of the feedback modes are equal to N = 6 for M = 0.75, N = 5 for M = 0.8, N = 4 for M = 0.9 and N = 3 for M = 1.0 and M = 1.1. For  $n_{\theta} = 1$ , in figure 3.17, they are equal to N = 8 for M = 0.75 and M = 0.8, N = 6 for M = 0.9 and M = 1.0 and M = 0.8 for M = 0.8 for M = 0.8 for M = 0.9 and M = 1.0 and M = 0.8 for M = 0.8



FIGURE 3.16 – Representation — of the dispersion relations of the neutral acoustic wave modes obtained using the vortex-sheet model for the axisymmetric mode for (a) M = 0.75, (b) M = 0.8, (c) M = 0.9, (d) M = 1.0 and (e) M = 1.1, \* lower limits of the modes, • dominant and • secondary tone frequencies in the LES, - - -  $k = -\omega/c_0$  and — solutions of equation (3.6) for  $L = 8r_0$ .



FIGURE 3.17 – Representation — of the dispersion relations of the neutral acoustic wave modes obtained using the vortex-sheet model for the first helical mode for (a) M = 0.75, (b) M = 0.8, (c) M = 0.9, (d) M = 1.0 and (e) M = 1.1, \* lower limits of the modes, • dominant and • secondary tone frequencies in the LES, - - -  $k = -\omega/c_0$  and — solutions of equation (3.6) for  $L = 8r_0$ .

M	0.75	0.8	0.9	1.0	1.1
$St_{axi}$	0.61	0.56	0.4	0.31	0.29
$N_{axi}$	6	5	4	3	3
$St_{heli}$	0.80	0.85	0.66	0.57	0.46
$N_{heli}$	8	8	6	6	5

TABLE 3.2 – Strouhal numbers of the dominant tones for the axisymmetric mode  $St_{axi}$ , for the first helical mode  $St_{heli}$  and corresponding feedback mode orders  $N_{axi}$  and  $N_{heli}$ .

## 3.2.9 Structure of the pressure field at the tone frequencies

The structures of the jet pressure fields in the plane (z, r) at the dominant tone frequencies for  $n_{\theta} = 0$  and  $n_{\theta} = 1$  have been investigated using a Fast Fourier Transform in the time domain [54]. For the five jets, the amplitude fields obtained for the axisymmetric mode are represented in figure 3.18. For all Mach numbers, spots of high amplitude appear in the jets. They can be associated with the nodes of a standing wave establishing between the nozzle and the plate, as observed by Panda *et al.* [109] for screeching jets. This standing wave is created by the superposition of the downstream-propagating jet instability waves and upstream-travelling acoustic waves. The instability waves are linked to the vortical structures convected in the jet flow. The number of nodes of the standing wave

is thus the same as the number of structures between the nozzle and the plate. For M = 0.75, in figure 3.18, six lobes are found in the amplitude field, which is in agreement with the mode number N = 6 determined in section 3.2.6 for the classical feedback model. For M = 0.8, in figure 3.18(b), six lobes are present in the amplitude fields of the jet, whereas the value N = 5 is expected according to the results in section 3.2.8. Unfortunately, no explanation was found for this difference. For the other jets, the number of lobes is in agreement with the integer N of the feedback model. It is equal to 4 for M = 0.9 in figure 3.18(c), and to 3 for M = 1.0 and M = 1.1 in figures 3.18(d,e).



FIGURE 3.18 – Sound pressure levels for the axisymmetric mode at the tonal frequencies (a) St = 0.61 for M = 0.75, (b) St = 0.56 for M = 0.8, (c) St = 0.40 for M = 0.9, (d) St = 0.31 for M = 1.0 and (e) St = 0.29 for M = 1.1. The color scales range from (a) 130 to 180 dB/St, (b) 140 to 190 dB/St, (c) 150 to 200 dB/St, (d) 160 to 200 dB/St and (e) 140 to 190 dB/St, from blue to red.

The acoustic levels obtained for the first helical mode are shown in figure 3.19. For M = 0.75and M = 0.8, in figures 3.19(a,b), the sound pressure levels are highest in the shear layers. No clear structures are found in the layers, suggesting no strong feedback phenomena at the tone frequencies. For  $M \ge 0.9$ , lobes of amplitude are visible inside the jet, indicating a resonance. For M = 1.0, in figure 3.19(d), 6 lobes are noticed, while for M = 1.1, 5 lobes are found, which agrees with the values of N determined in the previous section for the feedback model. However, for M = 0.9 in figure 3.19(c), 7 lobes of amplitude are seen inside the jet, whereas a value N = 6 is suggested by the results from section 3.2.8, which is unexplained.



FIGURE 3.19 – Sound pressure levels for the first helical mode at the tonal frequencies (a) St = 0.8 for M = 0.75, (b) St = 0.85 for M = 0.8, (c) St = 0.66 for M = 0.9, (d) St = 0.57 for M = 1.0 and (e) St = 0.46 for M = 1.1. The color scales range from (a-d) 130 to 170 dB/St and (e) 150 to 190 dB/St, from blue to red.

## 3.2.10 Two-dimensional spatial correlations

In order to shed light on the establishment of the feedback loop, two-dimensional spatial correlations of the jet pressure fields are estimated in a plane (z, r). The fluctuating pressure at a reference point  $(z_1, r_1)$  at time t is correlated with that in the section (z, r) at time  $t + \delta t$ , yielding the coefficient  $\mathcal{R}$ 

$$\mathcal{R}(r, z, \delta t) = \frac{\langle p'(r_1, z_1, t) p'(r, z, t + \delta t) \rangle}{\langle p'^2(r_1, z_1, t) \rangle^{1/2} \langle p'^2(r, z, t) \rangle^{1/2}}$$
(3.7)

where  $\delta t$  is the time delay between the signals and  $\langle . \rangle$  indicates time averaging. In this way, the shapes and time variations of the waves correlated with the fluctuating pressure at the point  $(z_1, r_1)$  can be visualized.

The correlation coefficients  $\mathcal{R}$  are computed for the five jets for a reference point near the nozzle, at  $z_1 = 0$  and  $r_1 = 2r_0$ , with the aim of examining the upstream-propagating acoustic waves. Similar results have been obtained for the five jets. Therefore, only the correlations for M = 1.0 are shown in figure 3.20. Time delays between  $\delta t = -T$  and  $\delta t = 2T/3$  in increments of T/3 are considered, where T is the time period of the dominant tone. For  $\delta t = -T$ , in figure 3.20(a), two zones of high correlation levels are visible. The first one is in the shear layer between  $z = 3r_0$  and  $z = 6r_0$  and can be related to a vortical structure convected downstream. The second lies inside the jet between z = 0 and  $z = 3r_0$ , and can be linked to the neutral acoustic wave modes. For  $\delta t = -2T/3$ , in figure 3.20(b), the correlation levels increase and they are highest in the shear layer around  $z = 5r_0$ , due to the impingement of the flow coherent structures on the plate. For  $\delta t = -T/3$ , in figure 3.20(c), a circular front of positive correlations is noticed at  $z = 4r_0$ . It is aligned with a circle centered on the stagnation point on the plate, at z = L and r = 0, suggesting it is associated with the acoustic waves generated by the jet impingement on the plate. Significant levels of correlations also appear in the jet column between z = 0 and  $z = 6r_0$ , highlighting the waves propagating upstream inside the jet. For  $\delta t = 0$ , in figure 3.20(d), the correlation coefficient is equal to 1 at the reference point. As for  $\delta = -T/3$ , the front of correlations outside the jet has a circular shape. For  $\delta t = T/3$ , in figure 3.20(e), the correlation levels decrease as the acoustic wave leaves the computational domain. Nevertheless, they remain significant in the jet between  $z = -2r_0$  and  $2r_0$ . High correlations can also be seen in the shear layers between  $z = r_0$  and  $4r_0$ , suggesting the generation of coherent structures initiating a new feedback cycle. For  $\delta t = 2T/3$ , in figure 3.20(f), these high correlations moved to  $z = 5r_0$ , indicating the convection of the coherent structures generated at the previous time delay.

## 3.3 Conclusion

In this chapter, the generation of tones by impinging jets with a Mach number varying between M = 0.75 and M = 1.1 has been studied using compressible large-eddy simulations. For all Mach numbers, tones are observed in the acoustic spectra. They are created by feedback loops establishing between the nozzle and the plate, consisting of vortical structures convected downstream and



FIGURE 3.20 – Correlations  $\mathcal{R}$  of  $p'(r = 2r_0, z = 0, t)$  with  $p'(r, z, t + \delta t)$  for (a)  $\delta t = -T$ , (b)  $\delta t = -2T/3$ , (c)  $\delta t = -T/3$ , (d)  $\delta t = 0$ , (e)  $\delta t = T/3$  and (f)  $\delta t = 2T/3$  for M = 1.0, where T is the period of the dominant tone; — circle centered on z = L and r = 0. The color scale ranges from  $\pm 0.5$ , from blue to red.

upstream propagating acoustic waves. The tone frequencies are in agreement with the allowable frequency ranges of the neutral acoustic wave modes of the jets, suggesting that these waves close the feedback loops. Moreover, at each tonal frequency, the azimuthal structures of the jet oscillation modes are consistent with the axisymmetric or helical nature of the neutral acoustic waves. For  $M \leq 1.0$ , the dominant tones are related to an axisymmetric oscillation mode, whereas for M = 1.1, significant tones are found for both the axisymmetric and the first helical modes, which shows that the Mach number affects the azimuthal structure of the jets. Concerning the tone intensities, they increase with the Mach number from M = 0.75 to M = 1.0. For the jet at M = 1.1, they are lower compared to the cases at M = 0.9 and M = 1.0, revealing a weaker resonance mechanism. In further work, the effects of the plate geometry on the strength of the feedback mechanism could be examined. In particular, the influence of a hole in the plate on tone generation could be investigated.

# 4 Generation of acoustic tones in round jets at a Mach number of 0.9 impinging on a plate with and without a hole

The generation of acoustic tones in four round jets at a Mach number of 0.9 impinging on a plate at a distance  $L = 6r_0$ , where  $r_0$  is the jet nozzle radius, has been investigated by large-eddy simulation (LES). For the first jet, the plate is full, whereas for the three other jets, it is perforated by a hole of diameter  $h = 2r_0$ ,  $3r_0$  and  $4.4r_0$ , centered on the jet axis, in order to study the effects of the hole on the jet flow and acoustic fields. For all jets, tones emerge in the acoustic spectra, upstream but also downstream of the plate for the perforated plates, due to the establishment of feedback loops between the jet nozzle and the plate. Their frequencies are very similar in the four cases, and are close to those predicted for aeroacoustic feedback loops, involving flow disturbances convected in the flow direction and acoustic waves propagating upstream. Their levels, however, decrease as the hole diameter increase, by a few dB for hole diameters of  $h = 2r_0$  and  $3r_0$ , but approximately by 40 dB for  $h = 4.4r_0$ . The main features of the feedback loops are identified using a frequencywavenumber decomposition of the pressure in the jet potential cores, the dispersion relations of the neutral acoustic waves obtained for a jet vortex-sheet model, as well as two-dimensional space-time correlations. It is found that in all cases the feedback loops are closed by waves belonging to the jet upstream-propagating neutral acoustic wave modes. These waves are produced by the impingement of vortical structures on the plate for  $h \leq 3r_0$ , but by the scattering of the jet aerodynamic pressure fluctuations by the hole edges for  $h = 4.4r_0$ , explaining the much weaker tones for the largest hole. Finally, the axisymmetric sound components radiated upstream and downstream of the plate are evaluated using two simple noise source models, based on the variations of the force exerted on the plate by the flow in the first case, and of the flow rate fluctuations created by the passing of the flow turbulent structures through the hole in the second one. They are in good qualitative agreement with the LES results.

## 4.1 Introduction

Intense acoustic tones are well-known to be generated by the impingement of jets on a plate. They were observed experimentally for high subsonic jets by many researchers, including Powell [120], Ho & Nosseir [59], Nosseir & Ho [106], Neuwerth [102] and Preisser [125]. In these studies, a staging phenomenon of the main tone frequency was measured when the nozzle-to-plate distance increases, which has led Powell [120] to explain the tone generation by a feedback mechanism between the turbulent structures convected downstream from the nozzle to the plate and the acoustic waves propagating upstream from the plate to the nozzle. Similar feedback loops were noticed for supersonic impinging jets as well. For ideally-expanded supersonic jets, the establishment of these loops has been studied experimentally by Norum [105] and numerically by Gojon *et al.* [54] and Bogey & Gojon [19]. For underexpanded jets, it has been visualized in the experimental work of Henderson et al. [57], Buchmann et al. [25], Risborg & Soria [131] and Mitchell et al. [99] and in the simulations of Gojon & Bogey [50] and Dauptain et al. [33]. In particular, a standing wave pattern has been exhibited in the jet by applying a Fourier decomposition to the pressure field at the main tonal frequency by Gojon et al. [54]. Such a standing wave is typical of resonant jets and is also found in screeching jets, as shown in the simulation of an underexpanded free jet at a fully expanded Mach number of 1.56 by Gojon & Bogey [51]. The upstream waves closing the feedback loop have been analyzed in several studies. In their classical aeroacoustic feedback model, Ho & Nosseir [59] assumed that they are free-stream acoustic waves propagating outside of the jet. However, they were later identified as neutral acoustic waves propagating mostly inside the jet, as shown in the theoretical work of Tam & Ahuja [149] for round jets and Tam & Norum [158] for planar jets. These neutral waves are defined by dispersion relations and classified in modes depending on their radial and azimuthal structures. In particular, their properties are linked to the frequencies and the axisymmetric or helical nature of the feedback tones, as highlighted in Gojon et al. [54], Gojon & Bogey [50] and Bogey & Gojon [19] for supersonic impinging jets. Such neutral acoustic wave modes are also found in the potential core of free jets, generating acoustic tones in the pressure field near the nozzle. Towne et al. [166] notably exposed the dispersion relations of the neutral acoustic wave modes for a free jet at a Mach number of 0.9 computed by large-eddy simulation by using a frequency-wavenumber decomposition of the pressure field in the potential core.

Regarding jets impinging on a plate with a hole, they have been the subject of few studies. For subsonic jets, tones similar to those generated by jets impinging on a flat plate have been first observed by Sondhauss [143] and Rayleigh [128], and they have been referred to as hole tones. In the same way as for the plate with no hole, they are generated by a feedback mechanism between the hole edges and the nozzle. Indeed, the same staging phenomenon of the tone frequency as the nozzle-to-plate distance increases was observed in several experiments, such as those of Chanaud & Powell [28] and Vinoth & Rathakrishnan [177]. Hole tone generation has been studied over a wide range of Mach numbers. Langthjem & Nakano [73] and Matsuura & Nakano [94] examined numerically a jet at a very low Mach number of 0.03 impinging on a plate with a hole located one nozzle diameter from the jet exit. Meganathan & Vakili [95] explored experimentally the effects of the jet velocity on the hole tone frequencies for Mach numbers varying from 0.2 up to 0.8. They noticed staged frequencies with the jet velocity, suggesting once more a feedback mechanism. High subsonic and supersonic jets were considered in the experimental work of Umeda et al. [174] and Umeda & Ishii [172]. Umeda et al. [174] notably visualized the feedback loop between the hole edges and the nozzle for jets at a Mach number of 0.94 and 1.54 using shadowgraphy. They also observed a tonal radiation at the feedback frequency downstream of the plate. More recently, jets impinging on a plate with a hole have been studied numerically for a Mach number of 3.1 by Troyes et al. [169] and for a Mach number of 3.7 by Tsutsumi et al. [170] and Kawai et al. [67]. No feedback loop was noticed for these very high Mach numbers. Concerning the effects of the hole diameter on the feedback loop, Vinoth & Rathakrishnan [177] compared the flow and pressure fields of jets at a Mach number of 0.8 impinging on a flat plate and on a plate with a hole of same diameter as the nozzle. The two jets generate tones at similar frequencies, suggesting little effects of the hole on the feedback mechanism. In the same way, for a Mach number of 0.94, Umeda et al. [174] noted no significative changes in the frequencies of the hole tones for hole diameters varying from 1.8 up to 2.4 nozzle diameters. Despite the preceding studies, several questions remain about the influence of the size of the hole on the feedback properties. Indeed, the impact of the hole size on the resonance frequencies for holes smaller than in the work of Umeda et al. [174] needs to be studied. Moreover, the effects of the hole diameter on the acoustic levels and on the tone intensities are still to be clarified. The tonal radiation downstream of the plate pointed out by Umeda et al. [174] was also not examined thoroughly.

In the present work, Large-Eddy Simulations (LES) of four subsonic round jets impinging on a plate with and without a hole are carried out. The jets are at a Mach number of 0.9 and a Reynolds number of  $10^5$ , and are initially highly disturbed. They impinge on a plate located at a distance  $L = 6r_0$  from the nozzle exit, where  $r_0$  is the jet radius. Three of the plates have a hole of diameter  $h = 2r_0$ ,  $3r_0$  and  $4.4r_0$ , whereas the fourth plate has no hole. The first objective of this study is to investigate the influence of the hole and its size on the feedback mechanisms establishing between the nozzle lips and the plate. For that purpose, the characteristics of the jet flow and acoustic fields will be described, and compared with those obtained for a free jet with the same exit conditions in a recent simulation [7, 9]. In particular, pressure spectra will be computed in order to highlight the possible tonal frequencies. The contributions of the first two azimuthal modes will also be examined in order to highlight the oscillation modes of the jets. For each tone frequency, a Fourier decomposition will be applied to the pressure field to display the hydrodynamic-acoustic standing waves expected due to the aeroacoustic feedback loops. The second aim of this work is to study the upstream part of the feedback loops, which can be related, given previous work [19, 54, 149], to the upstream-travelling neutral acoustic waves of the jets. The production of these waves at the plate, their upstream propagation, as well as their role in generating new instability waves in the jet mixing layers when hitting the nozzle lips, will be revealed by calculating two-dimensional space-time correlations. Finally, the axisymmetric acoustic waves originating from the plate will be evaluated

by two noise source models. For the waves radiated upstream from the plate, the noise source will be based on the variations of the force exerted on the plate by the flow, following Curle's analogy. For the downstream waves, the noise source will be built on the flow rate fluctuations created by the passing of the flow turbulent structures through the hole.

The paper is organized as follows. The jet parameters and numerical methods used in the LES are documented in section 4.2. In section 4.3, the results of the simulations are presented. In particular, vorticity and pressure snapshots, mean and turbulent flow fields and pressure spectra are shown. The properties of the tones emerging in the spectra are analyzed and compared with the results of aeroacoustic feedback models. Models of the acoustic radiations are then proposed. Concluding remarks are given in section 4.4.

## 4.2 Parameters

#### 4.2.1 Jet parameters

The four jets computed in this work have a Mach number  $M = u_j/c_0$  of 0.9 and a Reynolds number  $Re_D = u_i D/\nu$  of 10<sup>5</sup>, where  $u_i$  is the jet velocity, D the nozzle diameter and  $\nu$  the air kinematic viscosity. They are exhausted by a cylindrical nozzle of radius  $r_0$ . The jets are at ambient temperature and pressure  $T_0 = 293$  K and  $p_0 = 10^5$  Pa. They impinge on a plate located  $L = 6r_0$ downstream of the nozzle exit, with a width of  $e = 0.4r_0$ . In one case, the plate has no hole whereas for three other ones the plate has a hole of diameter  $h = 2r_0$ ,  $3r_0$ , and  $4.4r_0$ . The four cases are referred to as jetnohole, jetsmallhole, jetmediumhole and jetlargehole respectively. The nozzle-toplate distance, the plate width and the diameter of the largest hole are the same as in the experiments of Umeda et al. [174] while the two other hole diameters are lower. At the nozzle inlet, a Blasius laminar boundary-layer profile with a boundary-layer thickness of  $\delta = 0.15r_0$  is imposed for the velocity. Vortex rings non-correlated in the azimuthal direction are added in the boundary-layer at  $z = -r_0$  to create velocity fluctuations at the nozzle exit, following a procedure described in Bogey et al. [20]. The profiles of mean and root-mean-square axial velocities thus obtained at the nozzle exit are represented in figure 4.1. For the mean velocity profiles in figure 4.1(a), they are the same for the four jets and are close to the Blasius laminar boundary-layer profile imposed at the inlet. As for the turbulent intensities in figure 4.1(b), for the four jets, they reach a peak of 9%, as for the free jet at M = 0.9 [7].

## 4.2.2 Numerical and computational parameters

The numerical framework of this study is similar to that of recent simulations of free jets [9] and supersonic impinging jets [19, 54]. The unsteady compressible Navier-Stokes equations are solved in cylindrical coordinates  $(r, \theta, z)$  using an OpenMP based in-house solver. The time integration is performed using a six-stage Runge-Kutta algorithm [6] and the spatial derivatives are evaluated with an eleven-point low-dissipation and low-dispersion finite-difference scheme [11]. At the end of

CHAPITRE 4 : Generation of acoustic tones in round jets at a Mach number of 0.9 impinging on a plate with and without a hole



FIGURE 4.1 – Nozzle-exit radial profiles of (a) mean axial velocity  $\langle u_z \rangle$  and (b) axial turbulence intensity  $\langle u'_z u'_z \rangle^{1/2} / u_j :$  — jetnohole, — jetsmallhole, — jetmediumhole, — jetlargehole and - - - free jet [7].

each time step, a selective filtering is applied in order to remove grid-to-grid oscillations [6]. This filter enables to dissipate kinetic turbulent energy near the grid cut-off frequency, as a subgridscale model [14, 16]. Solid and adiabatic wall conditions are imposed to the nozzle and plate walls. The radiation boundary conditions of Tam & Dong [153] are implemented at the lateral and radial boundaries of the computational domain. In these zones, they are combined with sponge zones using grid stretching and Laplacian filtering to avoid significant numerical reflections [10]. The singularity at r = 0 is treated by applying the method of Mohseni & Colonius [100]. The first point close to the axis is thus located at  $r = \Delta r/2$ , where  $\Delta r$  is the radial mesh size near the jet axis. The effective azimuthal resolution near the origin of the polar coordinates is reduced down to  $2\pi/16$  in order to increase the admissible time step of the simulation [18].

The mesh grids used for the four simulations contain between 540 millions and 1.4 billions of points, as reported in table 4.1. They extend out to  $r = 15r_0$  in the radial direction and down to  $z = 6r_0$  and  $z = 40r_0$  in the axial direction for the full and perforated plates, respectively. The radial mesh spacing, represented in figure 4.2(a), is equal to  $\Delta r = 0.014r_0$  on the jet centerline and decreases down to  $\Delta r = 0.0036r_0$  at  $r = r_0$  in the shear layers. It then increases to reach a maximum value of  $\Delta r_{max} = 0.075r_0$  for  $r > 6.2r_0$ , which allows us a Strouhal number  $St = fD/u_j$  of 5.9 to be obtained for an acoustic wave with five points per wavelength. In the azimuthal direction, the grid is uniform and  $n_{\theta} = 1024$  points are used. The axial mesh spacing  $\Delta z$ , presented in figure 4.2(b), is minimal and is equal to  $\Delta z = 0.0072r_0$  at the nozzle exit. It increases and reaches  $\Delta z = 0.012r_0$ between  $z = 2r_0$  and  $z = 4r_0$ . Farther downstream, the axial mesh spacing is reduced to be equal to  $\Delta z = 0.0072r_0$  near the plate at  $z = 6r_0$ , as at the nozzle exit. Downstream of the plate, it raises up to  $\Delta z = 0.05r_0$  at  $z = 40r_0$ . The extrema values of the mesh spacings and the stretching rates in both axial and radial directions are the same as in the study of Bogey [7], where a grid convergency study was performed for the free jet with the same ejection conditions. The simulation time after the transient period is equal to  $500r_0/u_j$  for all jets. During the simulations, density, velocities and pressure along the jet axis at r = 0, along the lip line at  $r = r_0$ , on the surface at  $r = 15r_0$ , and at  $z = -2r_0$ , z = 0, on the faces of the plate at z = L and z = L + e, and at  $z = 40r_0$  are recorded at a sampling frequency enabling spectra to be computed up to St = 12. Density, velocity components and pressure at the azimuthal angles  $\theta = 0$ , 90, 180 and 270 degrees are also saved at a frequency twice smaller than for the signals at constant r and z. The spectra presented in the next sections are calculated from these recordings and they are averaged in the azimuthal direction.

	$n_r$	$n_{ heta}$	$n_z$	$n_r \times n_\theta \times n_z$
jetnohole	559	1024	940	$5.4 \times 10^8$
jetsmallhole, jetmediumhole, jetlargehole	559	1024	2430	$1.4 \times 10^{9}$

TABLE 4.1 – Mesh parameters : numbers of points  $n_r$ ,  $n_{\theta}$  and  $n_z$  in the radial, azimuthal and axial directions, and total number of points.



FIGURE 4.2 – Variations of (a) radial and (b) axial mesh spacings; — positions of the upstream and downstream faces of the plate.

## 4.3 Results

## 4.3.1 Snapshots of the flow and acoustic fields

Snapshots of the vorticity norm obtained up to  $z = 10r_0$  for the four impinging jets and the free jet are presented in figure 4.3. For all jets, the mixing layers are highly disturbed near the nozzle exit. Farther downstream, they thicken with the axial distance because of the development of large-scale vortical structures. For jetnohole, jetsmallhole and jetmediumhole, in figures 4.3(a-c), these structures impinge on the plate. A wall jet is then created, as the entire jet flow, or only a part of it, is diverted in the radial direction. For the perforated plates, indeed, a significant part of the jet flow passes through the hole. The flow fields near the impingement region are dominated by large distorted structures, which are particularly visible between  $z = 4r_0$  and  $z = 6r_0$ . Downstream of the

## CHAPITRE 4 : Generation of acoustic tones in round jets at a Mach number of 0.9 impinging on a plate with and without a hole

plate, coherent structures can also be seen in the flow. This is the case for instance around  $z = 8r_0$  in figure 4.3(c). For jetlargehole, in figure 4.3(d), the mixing layers do not appear significantly affected by the plate. On the contrary, their development in the axial direction seems very similar to that for the free jet in figure 4.3(e).



FIGURE 4.3 – Snapshots in the (z, r) plane of the vorticity norm for (a) jetnohole, (b) jetsmallhole, (c) jetmediumhole, (d) jetlargehole and (e) the free jet. The color scales range from 0 up to  $15u_j/r_0$ , from white to red.

Snapshots of the vorticity norm and of the pressure fluctuations obtained on the whole computational domain are given in figure 4.4. In figures 4.4(b-d), downstream of the plates with a hole, the shear layers develop down to the end of the potential cores located around  $z = 15r_0$ , as for the free jet in figure 4.4(e). In the pressure fields, for jetnohole, jetsmallhole and jetmediumhole, strong acoustic waves are generated by the impingement of the jet turbulent structures on the plate. Periodically separated wave fronts are observed, indicating a tonal radiation upstream of the plate, but also downstream for jetsmallhole and jetmediumhole. The amplitudes of the waves are of the order of 1000 Pa, which is much higher than the amplitude obtained in the pressure field of the free jet, which is typically of 100 Pa. They are slightly higher for jetsmallhole than for jetmediumhole, but also, more surprisingly, for jetsmallhole than for jetnohole. For jetlargehole, in figure 4.4(d), the acoustic waves show a less organized pattern. An acoustic radiation originating from the hole can however be detected upstream and downstream of the plate. It seems to be caused by the scattering of the jet aerodynamic pressure fluctuations by the hole edges. The pressure waves thus generated are 4 times weaker than those produced by the other impinging jets. Despite this, they are approximately twice as strong as the mixing-noise acoustic components radiated by the free jet in figure 4.4(e). namely low-frequency components in the downstream direction and high-frequency components for large radiation angles.



FIGURE 4.4 – Snapshots in the (z, r) plane of the vorticity norm in the flow and of the fluctuating pressure outside for (a) jetnohole, (b) jetsmallhole, (c) jetmediumhole, (d) jetlargehole and (e) the free jet. The color scales range from 0 up to  $7u_j/r_0$  for the vorticity norm, from white to red, and between (a-c)  $\pm 0.01p_0$ , (d)  $\pm 0.0025p_0$  and (e)  $\pm 0.001p_0$  for the pressure, from blue to red.

## 4.3.2 Mean flow field properties

The mean density fields of the jets are represented in figure 4.5. In all cases, density is lowest in the shear layers. Furthermore, except for jetlargehole and the free jet, compression cells are visible inside the jets. For jetnohole, in figure 4.5(a), three compression cells are found. The first one is located near  $z = 2r_0$ , and the second one is between  $z = 3r_0$  and  $z = 4r_0$ . The third, and most intense, one corresponds to the impingement area, and extends from  $z = 4.5r_0$  down to the plate in the axial direction, and up to  $r = 1.8r_0$  on the plate in the radial direction. Similar compression cells have been found using Schlieren imaging in the experiments of Neuwerth [102] for a jet at a Mach number of 0.9 impinging on a plate located 6 nozzle radii from the nozzle exit. For jetsmallhole, in figure 4.5(b), the mean density field is similar to that for the plate with no hole, and displays three compression zones upstream of the impingement zone, namely between  $z = r_0$  and  $z = 2.6r_0$ ,  $z = 3r_0$ and  $z = 4.1r_0$  and  $z = 4.7r_0$  and  $z = 5.4r_0$ . Density in these zones is stronger than that for jetnohole, which causes a slight radial expansion of the jet between  $z = 3r_0$  and  $z = 4.5r_0$ . Density is highest near the hole in the impingement area, extending only between  $z = 5.7r_0$  and  $z = 6.4r_0$  and up to  $r = 1.4r_0$  in the radial direction in this case. Downstream of the plate, density in the potential core is constant and equal to the ambient density. The mean density field for jet mediumhole, in figure 4.5(c), looks like that of jetsmallhole. Density in the cells is however slightly lower, and the compression zone near the plate is smaller, and does not reach the hole edges in that case. Downstream of the plate, weak shock cells can be seen down to the end of the potential core. Finally, for jetlargehole, in figure 4.5(d), the mean density field resembles that of the free jet shown in figure 4.5(e). In particular, contrary to the other impinging jets, density in the jet potential core is close to the ambient density both upstream and downstream of the plate.

The axial variations of the jet mass flow rate m, normalized by its value  $m_0 = \pi r_0^2 \rho_0 u_j$  at the nozzle exit, upstream of the plate are represented in figure 4.6(a). For jetnohole, the jet mass flow rate increases, reaches  $1.4m_0$  at  $z = 5.1r_0$ , and then falls to zero on the plate. For jetsmallhole and jetmediumhole, it grows up to a value of  $1.38m_0$  at  $z = 5.1r_0$  in the first case and of  $1.39m_0$  at  $z = 5.5r_0$  in the second case, and then decreases down to a non-zero value on the plate, due to the passing of a part of the jet flow through the hole. For these two jets, the mass flow rate is higher than that for jetnohole between  $z = 2r_0$  and  $z = 5r_0$ . The hole in the plate therefore leads to a stronger entrainment of the fluid surrounding the jet. Finally, for jetlargehole and the free jet, the mass flow rates are very close and increases roughly linearly, in agreement with the experiments of Ricou & Spalding [130]. They are lower than those for the other jets, for which the jet turbulent structures impinge on the plate, creating a wall jet.

The mass flow rates of the wall jets for jetnohole, jetsmallhole and jetmediumhole are shown in figure 4.6(b). For jetnohole, the mass flow rate increases near the impingement area, reaches a value of  $1.4m_0$  at  $r = 1.8r_0$ , and then does not vary much down to  $r = 3r_0$ . Farther from the axis, it grows nearly linearly, as the wall jet develops and approaches self similarity. This self-similarity is typical of wall jets, refer to the work of Poreh [119], Launder & Rodi [76] or Van Hout [176] for instance. For jetsmallhole, the mass flow rate of the wall jet also grows continuously with the radial distance,



FIGURE 4.5 – Mean density fields in the (z, r) plane for (a) jetnohole, (b) jetsmallhole, (c) jetmediumhole, (d) jetlargehole and (e) the free jet. The color scale ranges from  $0.95\rho_0$  up to  $1.05\rho_0$ , from blue to red.

but is lower than for jetnohole, which can be explained by the fact that, due to the hole in the plate, only a fraction of the jet flow is diverted in the wall jet. For jetmediumhole, the mass flow rate is still reduced compared to jetsmallhole, because of the larger hole diameter.



FIGURE 4.6 – Variations of (a) the jet mass flow rate m in the axial direction and (b) the mass flow rate of the wall jet  $m_{WJ}$  in the radial direction for — jetnohole, — jetsmallhole, — jetmediumhole, — jetlargehole and - - - the free jet [7].

The profiles of centerline mean axial velocity in the impinging jets between the nozzle and the plate are presented in figure 4.7(a). The centerline velocity decreases down to zero at  $z = 6r_0$  on the plate for jetnohole, but remains close to  $u_j$  for the three other impinging jets. Small oscillations are however visible between  $z = 2r_0$  and  $z = 6r_0$  for jetsmallhole and jetmediumhole. They can be linked to the compression cells observed in the density fields in these cases. Such oscillations do not appear for jetlargehole.

The variations of the jet shear-layer momentum thickness are represented in figure 4.7(b). For jetlargehole, the shear-layer spreading is the same as for the free jet. The shear layers of the three other jets for which the mixing-layer turbulent structures impinge, fully or partially, on the plate, develop more rapidly. More precisely, they are thinner between z = 0 and  $z = 4.5r_0$ , and much thicker for  $z \ge 4.5r_0$ , for jetnohole than for the two other jets. The difference near the plate can be attributed to the stronger wall jet in the case with a non-perforated plate.

The profiles of maximum radial velocity in the wall jets are plotted in figure 4.7(c). For jetnohole, the maximum velocity increases in the impingement region, where the jet flow is diverted into the radial direction, up to  $0.87u_j$  at  $r = 2r_0$ . For  $r \ge 2r_0$ , the wall jet then spreads cylindrically, causing a decrease of the maximum radial velocity as  $r^{-1}$ . For jetsmallhole and jetmediumhole, the radial velocities also first grow in the impingement zone and then decay farther from this zone. They are, however, lower as the hole diameter is larger, leading to peak values only of  $0.48u_j$  for jetsmallhole and  $0.11u_j$  for jetmediumhole.

The rms values of axial velocity fluctuations estimated at  $r = r_0$  along the nozzle-lip line are displayed in figure 4.8(a) between z = 0 and  $z = 6r_0$ . For the impinging jets, they are very similar to those in the free jet down to  $z = 2r_0$ . For jetnohole, they fall down to zero on the plate. For



FIGURE 4.7 – Variations of (a) mean axial velocity  $\langle u_z \rangle / u_j$  at r = 0, and (b) shear-layer momentum thickness  $\delta_{\theta}/r_0$  in the axial direction and of (c) the maximum mean radial velocity  $\langle u_r \rangle$  in the wall jet : — jetnohole, — jetsmallhole, — jetmediumhole, — jetlargehole and - - - free jet [7].

jetsmallhole and jetmediumhole, they also decrease between  $z = 2r_0$  and  $z = 4r_0$ , but increase farther downstream. Finally, for jetlargehole, they grow continuously and are slightly higher than those for the free jet.

The maximum values of radial turbulence intensity in the wall jets are depicted in figure 4.8(b). For jetnohole, the turbulent intensity shows a local maximum at  $r = r_0$ . It then increases up to  $0.2u_j$ at  $r = 4r_0$ , and decreases farther from the jet axis. For the jets impinging on a perforated plate, the turbulent levels are lower, and reach maximum values of  $0.15u_j$  at  $r = 2r_0$  for jetsmallhole and of  $0.10u_j$  on the hole edges at  $r = 1.5r_0$  for jetmediumhole. The wall jets are therefore weaker in these two cases.



FIGURE 4.8 – Variations of (a) axial turbulence intensity  $\langle u'_z u'_z \rangle^{1/2}/u_j$  at  $r = r_0$  and (b) maximal radial turbulence intensity  $\langle u'_r u'_r \rangle^{1/2}/u_j$  in the wall jet : — jetnohole, — jetsmallhole, — jetme-diumhole, — jetlargehole and - - - free jet.

## 4.3.3 Velocity spectra

The spectra of axial velocity fluctuations computed on the nozzle-lip line at the axial locations  $z = r_0, z = 5r_0$  and  $z = 10r_0$  are shown in figure 4.9. Near the nozzle, in figure 4.9(a), an intense tone emerges at St = 0.41 for jetnohole, jetsmallhole and jetmediumhole. This tone is generated by an aeroacoustic feedback loop establishing between the nozzle and the plate, as will be shown in what follows. A secondary tone, corresponding to the third harmonic of the previous tone, is observed at St = 1.20. For jetlargehole and the free jet, the near-nozzle spectra are broadband, indicating there are no strong feedback loops. In the vicinity of the plate, in figure 4.9(b), tones appear at St = 0.41and 1.20 in the velocity spectra for jetnohole, jetsmallhole and jet mediumhole, as in figure 4.9(a). but two additional tones are found at St = 0.80 and St = 1.61. For jetlargehole and the free jet, the spectra are broadband and exhibit no tones. The levels of the broadband components are higher than those for the other jets. The presence of tones in the spectra therefore leads to weaker broadband components, *i.e.* reduces the intensity of the fine-scale turbulence in the jet shear layers, as was observed for jets under controlled excitation [185]. Downstream of the plate, in figure 4.9(c), the spectra are broadband for the free jet and the jets impinging on a plate with a hole. The levels of velocity fluctuations are very similar in the four cases. Weak tones however emerge for jetsmallhole and jet mediumhole at the Strouhal St = 0.41 of the dominant tone upstream of the nozzle, and humps are noted for jetmediumhole at lower frequencies. They can be related to the large-scale coherent structures in the jet flow field downstream of the plate.



FIGURE 4.9 – Power spectral densities of axial velocity fluctuations  $u'_z$  obtained at  $r = r_0$  and (a)  $z = r_0$ , (b)  $z = 5r_0$  and (c)  $z = 10r_0$  for — jetnohole, — jetsmallhole, — jetmediumhole, — jetlargehole and - - - the free jet.

### 4.3.4 Convection velocity

The variations of the convection velocity  $u_c$  of the shear-layer structures between z = 0 and  $z = 6r_0$  are displayed in figure 4.10. This velocity has been estimated thanks to velocity crosscorrelations computed at  $r = r_0$ . For jetnohole, jetsmallhole and jetmediumhole, it shows oscillations, reaching peak values at  $z \approx 2.5r_0$  and  $z \approx 4.5r_0$ . These oscillations can be attributed to the presence of shock cells in the jet potential cores. For jetlargehole, the convection velocity is very close to that in the free jet, and increases monotonously from  $u_c = 0.5u_j$  at  $r = 1.5r_0$  up to  $u_c = 0.63u_j$ at  $z = 6r_0$ . The mean convection velocity  $\langle u_c \rangle / u_j$  obtained between  $z = 1.5r_0$  and  $z = 5r_0$  are equal to 0.64, 0.72, 0.70, 0.58 and 0.60 for jetnohole, jetsmallhole, jetmediumhole, jetlargehole and the free jet, respectively. It will be later used to predict the tone frequencies based on the classical modeling of an aeroacoustic feedback loop. In this work, it is higher in the three jets for which the flow turbulent structures impinge on a plate than in the two other ones.



FIGURE 4.10 – Convection velocity of the turbulent structures in the shear layers for — jetnohole, jetsmallhole, — jetmediumhole, — jetlargehole and - - - the free jet.

## 4.3.5 Overall Sound Pressure Levels

The isocontours of the Overall Sound Pressure Levels (OASPL) in the (z, r) section are represented in figure 4.11. In figure 4.11(a), for jetnohole, they are almost parallel to the plate for  $r \leq 8r_0$ . Farther from the jet flow, they are distorted and form a lobe, which may be due to noise components radiated in the wall jet, particularly strong in that case. For jetsmallhole and jetmediumhole, in figures 4.11(b) and 4.11(c), the isocontours upstream of the plate appear as circles centered on the plate hole, indicating the predominance of acoustic waves generated in this region. Downstream of the plate, an acoustic radiation from the hole can also be seen. For jetlargehole, in figure 4.11(d), the isocontours upstream of the plate look like those for jetsmallhole and jetmediumhole, suggesting also a position close to the plate hole for the noise sources. Downstream of the plate, however, they are more similar to the isocontours obtained for the free jet in figure 4.11(e). Jet mixing noise components therefore seem to be most significant downstream. Concerning the acoustic levels, upstream of the plate, they are highest for jetnohole and they decrease as the hole is larger. Downstream of the plate, a similar trend is noticed, with highest levels for the smallest hole and lowest levels for the free jet.

## 4.3.6 Pressure spectra

The pressure spectra obtained at three positions for the four impinging jets are plotted in figure 4.12 as a function of the Strouhal number, together with the corresponding spectra for the

CHAPITRE 4 : Generation of acoustic tones in round jets at a Mach number of 0.9 impinging on a plate with and without a hole



FIGURE 4.11 – Isocontours of OASPL in the (z, r) plane for (a) jetnohole, (b) jetsmallhole, (c) jetmediumhole, (d) jetlargehole and (e) the free jet. The levels are separated by increments of 3 dB.

free jet. Near the nozzle, at z = 0 and  $r = 1.5r_0$ , in figure 4.12(a), several intense tones emerge for jetnohole, jetsmallhole and jetmediumhole at similar frequencies regardless of the presence of a hole in the plate and its size. In the three cases, the dominant tone is located at a Strouhal number of St = 0.41 and is 25 to 30 dB greater than the broadband noise level. Secondary tones, not harmonics of the dominant tones, appear at St = 0.68 for jetnohole, St = 0.65 for jetsmallhole and St = 0.60for jetmediumhole. For jetlargehole, a tonal peak is also found at the Strouhal number of 0.41. However, the acoustic levels are much weaker than for the other impinging jets, and are reduced by 20 to 55 dB compared to jetnohole. They are even close to the levels estimated for the free jet for Strouhal numbers higher than 0.7, and only 10 to 15 dB higher for lower frequencies. Tonal peaks can also be noted in the spectra for the free jet, at frequencies comparable to those of the tones for the impinging jets, namely St = 0.41, St = 0.70 and their harmonics.

For the impinging jets, the tones can be assumed to be generated by feedback mechanisms between the nozzle and the plate [120], consisting of two steps. During the first step, a coherent structure is convected in the shear layer to the plate, where its impingement produces acoustic waves. During the second step, these waves propagate upstream to the nozzle, where they excite the shear layer, creating a new coherent structure and closing the feedback loop. A model was proposed by Ho & Nosseir [59] to predict the feedback frequencies. It was built by considering the feedback period as the sum of two characteristic times. The first one is the time of convection of the flow structures from the nozzle to the plate and the second one is the time of propagation of the acoustic waves in the upstream direction. The feedback frequency f can thus be predicted by

$$f = \frac{N\langle u_c \rangle}{L(1+M_c)} \tag{4.1}$$



FIGURE 4.12 – Sound pressure levels (SPL) at (a) z = 0 and  $r = 1.5r_0$ , (b) z = 0 and  $r = 15r_0$ and (c)  $z = 20r_0$  and  $r = 15r_0$  as a function of the Strouhal number  $St = fD/u_j$ ; — jetnohole, — jetsmallhole, — jetmediumhole, — jetlargehole and - - - free jet.

where N is an integer and  $M_c = \langle u_c \rangle / c_0$  is the convection Mach number. The integer N represents the order of the feedback mode and corresponds to the number of coherent structures between the nozzle and the plate. The feedback frequencies given by the model for N = 3 and N = 5 using the convection velocities determined in section 4.3.4 are reported in table 4.2. For N = 3, Strouhal numbers between 0.39 and 0.44 are found. They are in good agreement with the Strouhal number of 0.41 of the dominant tones emerging in the spectra, indicating the establishment of an aeroacoustic feedback loop at this frequency. For N = 5, Strouhal numbers between 0.68 and 0.73 are obtained. They are close to the Strouhal numbers of the tones between St = 0.60 and St = 0.68 in the spectra of jetnohole, jetsmallhole and jetmediumhole, suggesting a second feedback loop in the jets at these frequencies. For the free jet, the tonal peaks in the spectra are produced by acoustic resonance in the potential core of the jet, as documented by Towne et al. [166] and Schmidt et al. [135] and discussed very recently by Bogey [9]. This resonance is due to the presence of upstream-propagating neutral acoustic waves in the jet, which will be examined in section 4.3.9. Interestingly, the feedback tones for the impinging jets and the peaks for the free jets are located at very similar frequencies. The feedback frequencies therefore appear to be mainly determined by the properties of the upstreampropagating neutral acoustic wave modes. Regarding the tones intensities, the feedback loops produce strong tones for hole diameters  $h \leq 3r_0$  and weak tones for  $h = 4.4r_0$ . In the latter case, the flow structures do not impinge on a solid surface, leading to tones of low intensity in the pressure spectra.

Ν	jetnohole	jetsmallhole	jetmediumhole	jetlargehole
3	0.41	0.44	0.43	0.39
<b>5</b>	0.68	0.73	0.72	0.65

TABLE 4.2 – Feedback Strouhal numbers predicted by the model of Ho & Nosseir [59] for N = 3 and N = 5.

The pressure spectra obtained at z = 0 and  $r = 15r_0$ , far away from the jet axis, are displayed in figure 4.12(b). For jetnohole, jetsmallhole and jetmediumhole, the spectra display strong tones at St = 0.41 and harmonic frequencies, as in the vicinity of the nozzle. However, no tones are observed around St = 0.70. For jetnohole, the tone at St = 0.41 is clearly dominant, whereas for jetsmallhole and jetmediumhole, the tones at St = 0.41 and St = 0.82 have similar amplitudes. For jetlargehole, the spectrum displays no tone, and levels 20 to 40 dB lower than those for jetnohole. They are close to the levels for the free jet for Strouhal numbers higher than 0.7, and approximately 12 dB higher for lower frequencies.

Finally, the pressure spectra computed at  $z = 20r_0$  and  $r = 15r_0$  downstream of the plate in the three configurations with a hole are represented in figure 4.12(c). For jetsmallhole and jetmediumhole, intense tones emerge at St = 0.41 and harmonic frequencies, corresponding to tone frequencies obtained upstream of the plate. For jetlargehole, the acoustic levels are reduced by 5 to 30 dB with respect to the two other jets impinging on a perforated plate. Compared to the levels for the free jet, they are 5 dB stronger for  $St \leq 0.7$  and similar for  $St \geq 0.7$ .

## 4.3.7 Azimuthal structure of the jet pressure fields

For all jets, the pressure fields have been decomposed into their first two azimuthal modes. The contributions of these modes to the sound spectra at z = 0 and  $r = 1.5r_0$  are presented in figure 4.13 as a function of the Strouhal number. They are compared with the results obtained for the free jet, plotted in dashed lines. In figure 4.13(a), for jetnohole, the tones at St = 0.41, 0.82 and 1.20 are related to the axisymmetric mode, whereas the tone at St = 0.68 is associated with the first helical mode. This result is in agreement with the experimental work of Panickar & Raman [112], revealing the coexistence of an axisymmetric mode and an helical instability mode for impinging jets at a Mach number higher than 0.89. The tonal peaks at St = 0.41 and St = 0.70 for the free jet can be noted to be linked to the azimuthal modes  $n_{\theta} = 0$  and  $n_{\theta} = 1$ , respectively, as for jetnohole. Therefore, the impingement of the jet on the plate does not change the azimuthal structure of the jet flow oscillations at a given frequency. In figures 4.13(b) and 4.13(c), the spectra for jetsmallhole and jet mediumhole are very similar to those for jet nohole in figure 4.13(a). The dominant tones at St = 0.41 and higher harmonics appear on the spectra for  $n_{\theta} = 0$  whereas the tones at St = 0.65 and St = 0.60 occur for  $n_{\theta} = 1$ . Thus, the hole in the plate negligibly affect the axisymmetric or helical nature of the tones. Finally, for jetlargehole, in figure 4.13(d), the tonal peak around St = 0.41emerge for  $n_{\theta} = 0$ , as for the other jets.

## 4.3.8 Structures of the pressure fields at the tone frequencies

The structures of the jet pressure fields in the (z, r) section at the dominant tone frequencies for modes  $n_{\theta} = 0$  and  $n_{\theta} = 1$  have been explored using a Fast Fourier Transform in the time domain [54]. The amplitude fields obtained at St = 0.41 for the axisymmetric mode are represented in figure 4.14. For jetnohole, three spots of significant amplitude are visible in the jet in figure 4.14(a). They are characteristic of a standing wave with three nodes establishing between the nozzle and the plate. Such a standing wave was described by Panda *et al.* [109] for screeching jets. It is formed


FIGURE 4.13 – Sound pressure levels (SPL) at z = 0 and  $r = 1.5r_0$  for (a) jetnohole, (b) jetsmallhole, (c) jetmediumhole and (d) jetlargehole for the azimuthal modes —  $n_{\theta} = 0$  and —  $n_{\theta} = 1$ ; SPL for ---  $n_{\theta} = 0$  and ---  $n_{\theta} = 1$  for the free jet.

by the superposition of hydrodynamic waves propagating downstream and acoustic waves travelling upstream. The wavenumbers of the three waves verify the relation

$$k_{sw} = k_p + k_a = \frac{2\pi N_{sw}}{L} \tag{4.2}$$

where  $k_{sw}$ ,  $k_a$  and  $k_p$  are the wavenumbers of the standing waves, the acoustic waves and the hydrodynamic waves, respectively, and  $N_{sw}$  is the number of nodes of the standing wave. The hydrodynamic waves are related to the turbulent structures convected in the jet flow. In this way, the three nodes in jetnohole correspond to three vortical structures between the nozzle and the plate, which is in agreement with the value of N = 3 of the feedback model of Ho & Nosseir [59] determined in section 4.3.6. A standing-wave structure is also found for jetmediumhole in figure 4.14(b), and for jetsmallhole, not shown here, for brevity. For these two jets, four lobes are visible in the amplitude fields. The first three ones are located at the same positions as the lobes for jetnohole, and the fourth one lies near the hole and can be linked to the flow coherent structures passing periodically through the hole. Finally, for jetlargehole, in figure 4.14(c), lobes are also visible in the jet upstream of the plate, but they are not as marked as for the other jets. This is expected given the weaker feedback loop in this case.



FIGURE 4.14 – Sound pressure levels for the axisymmetric mode at the dominant tonal frequency St = 0.41 for (a) jetnohole, (b) jetmediumhole and (c) jetlargehole. The color scales range from (a, b) 150 to 200 dB/St and (c) 140 to 170 dB/St, from blue to red.

The sound pressure levels obtained for the helical mode at its dominant frequency are displayed in figure 4.15 for jetnohole, jetmediumhole and jetlargehole. For the two first jets, in figures 4.15(a) and (b), five lobes of amplitude are found upstream of the plate, in agreement with the value of N = 5 of the feedback model of Ho & Nosseir [59]. This result confirms the existence of an helical feedback mode predicted by Panickar & Raman [112]. For jetlargehole, in figure 4.15(c), no lobe is visible in the pressure field. Therefore, no feedback loop seems to develop at the peak frequency for  $n_{\theta} = 1$ .



FIGURE 4.15 – Sound pressure levels for the first helical mode for (a) jetnohole at St = 0.69, (b) jetmediumhole at St = 0.65 and (c) jetlargehole at St = 0.68. The color scales range from 140 to 165 dB/St, from blue to red.

#### 4.3.9 Neutral acoustic wave modes of the jets

In order to discuss the possible closing of the feedback loops by the neutral acoustic waves in the jets impinging on a plate with or without a hole, frequency-wavenumber spectra of pressure fluctuations calculated in the potential core of the free jet are presented in figure 4.16, for the first two azimuthal modes  $n_{\theta} = 0$  and  $n_{\theta} = 1$ , as in a recent work [9]. For both modes, the neutral waves are organized in different radial modes beginning at Strouhal numbers on the line  $k = -\omega/c_0$ , with  $\omega = 2\pi f$ , which increase with the radial mode number. In this way, for St < 2, three axisymmetric modes and three helical modes can be seen. For the comparison, the dispersion relations of the neutral acoustic waves determined for an isothermal jet at M = 0.9 using a vortex-sheet model [149] are also depicted. They agree fairly well with the regions of significant energy in the frequencywavenumber spectra. However, the frequencies of the neutral waves in the simulations are lower than those predicted by the model close to the line  $k = -\omega/c_0$ , while they are higher far from it. These differences are due to the effects of the mixing-layer width, as described in Tam & Ahuja [149] and illustrated in Bogey & Gojon [19]. The dominant tones of jetsmallhole are also indicated in the figures on the line  $k = -\omega/c_0$ , according to their axisymmetric or helical nature. Since their frequencies are very close to those of jetsmallhole, the tones of jetmediumhole and jetlargehole are not represented, for clarity. For the axisymmetric mode, in figure 4.16(a), the tones at St = 0.40, 0.80and 1.61 fall on the first, second and third radial neutral acoustic wave modes, respectively, which is consistent with the spectra of section 4.3.7. They are on portions of the dispersion relations with negative phase and group velocities, implying an upstream wave propagation. The tone at St = 1.20, also represented in figure 4.16(a), does not appear to be related with any dispersion relation. This is not surprising given that this Strouhal number is the sum of the two tone Strouhal numbers St = 0.40 and St = 0.80. For the first helical mode, in figure 4.16(b), the tones at St = 0.64, 1.25 and 1.85 of the impinging jets are located on the dispersion relations of the first, second and third radial modes, which is also in agreement with the spectra of section 4.3.7.

In order to predict the possible feedback modes, Gojon et al. [54] combined the dispersion re-

CHAPITRE 4 : Generation of acoustic tones in round jets at a Mach number of 0.9 impinging on a plate with and without a hole



FIGURE 4.16 – Frequency-wavenumber spectra of the pressure fluctuations in the potential core for (a) the axisymmetric mode at r = 0 and (b) the first helical mode at  $r = 0.1r_0$  for the free jet, — neutral modes and \* lower limits of the modes of the vortex-sheet model,  $\circ$  LES tone frequencies for jetsmallhole and - - -  $k = -\omega/c_0$ . The color scale levels spread over 25 dB from white to blue.

lations of the neutral acoustic wave modes and the classical aeroacoustic feedback model of Ho & Nosseir [59]. They assumed that the acoustic wavenumber  $k_a$  in the feedback loop is the opposite of the wavenumber k of the upstream-propagating neutral acoustic waves. In this way, equation (4.2) can be written as

$$f = \frac{N\langle u_c \rangle}{L} + k \frac{\langle u_c \rangle}{2\pi} \tag{4.3}$$

with  $N_{sw} = N$ ,  $k_p = 2\pi f/\langle u_c \rangle$  and  $k_a = -k$ . The solutions of this equation are represented by grey lines in figure 4.17 for  $n_{\theta} = 0$  and  $n_{\theta} = 1$ , with the dispersion relations of the neutral acoustic waves for the vortex-sheet model. The first two tones found in the LES of jetsmallhole are also indicated on the line  $k = -\omega/c_0$ . The tones for the other jets are not displayed, because their frequencies are very close to those for jetsmallhole. For the axisymmetric mode, in figure 4.17(a), they are located at the intersections of the dispersion relations and the solutions of equation (4.3) for N = 3 and N = 6. Likewise, for the helical mode in figure 4.17(b), they are close to the intersections of the curves of the dispersion relations and the grey lines for N = 5 and N = 9. The integer values found for the first tones of both azimuthal modes are the same as the numbers of cells in the standing wave patterns from section 4.3.8, as reported before. Consequently, the combination of the models enables to predict the main features of the feedback loops, namely their frequencies, order and associated oscillation modes. Above all, the results show that the feedback path of the loops is ensured by the neutral acoustic waves of the jets, in agreement with previous studies on subsonic and supersonic jets impinging on a non-perforated plate [19, 54, 62, 149, 158].

#### 4.3.10 Two-dimensional spatial correlations

In order to visualize the feedback mechanisms, two-dimensional spatial correlations of the jet pressure fields are computed in a section (z, r). The pressure fluctuations p' at a reference point



FIGURE 4.17 – Representation — of the dispersion relations of the neutral acoustic wave modes obtained for the vortex-sheet model at M = 0.9 for (a) the axisymmetric and (b) the first helical azimuthal modes, \* lower limits of the modes, • tone frequencies in the LES of jetsmallhole, - - -  $k = -\omega/c_0$  and — solutions of equation (4.3) for  $L = 6r_0$ .

 $(z_1, r_1)$  at time t are correlated with the fluctuations of pressure in the section (z, r) at time  $t + \delta t$ , defining the dimensionless coefficient  $\mathcal{R}$ 

$$\mathcal{R}(r, z, \delta t) = \frac{\langle p'(r_1, z_1, t) p'(r, z, t + \delta t) \rangle}{\langle p'^2(r_1, z_1, t) \rangle^{1/2} \langle p'^2(r, z, t) \rangle^{1/2}}$$
(4.4)

where  $\delta t$  is the time delay between the signals and  $\langle . \rangle$  denotes time averaging. In this way, the structures and time variations of the waves correlated with the pressure fluctuations at the reference point will be extracted. This method has notably been used to investigate noise generation in free jets at a Mach number of 0.9 in a recent work [8].

The correlation coefficients  $\mathcal{R}$  are evaluated for the four impinging jets for a reference point placed near the jet nozzle at  $z_1 = 0$  and  $r_1 = 1.5r_0$ , in order to specifically examine the characteristics of the upstream acoustic radiation. Similar results have been obtained for jetnohole, jetsmallhole and jetmediumhole. The correlations for the latter jet are represented in figure 4.18, for time delays varying from  $\delta t = -T$  to  $\delta t = 2T/5$ , where T is the period corresponding to the frequency of the dominant tone. For  $\delta t = -T$  and -4T/5, in figures 4.18(a,b), the correlation levels are highest in the shear layers of the jet, around  $z = 2.5r_0$  at  $\delta t = -T$  and  $z = 4r_0$  at  $\delta t = -4T/5$ . They are linked to flow coherent structures convected in the jet flow direction, which constitute the downstream part of the feedback mechanism. For  $\delta t = -3T/5$  and  $\delta t = -2T/5$ , in figures 4.18(c) and (d), the correlation levels increase and they are strongest near the hole. This increase is due to the impingement of the flow structures on the hole edges. For  $\delta t = -T/5$ , in figure 4.18(e), the correlation levels are greater than 0.5, which is significantly higher than the levels for the previous time delays. A curved region of strong positive correlations, in red, is shown to be aligned with a circle centered on the hole edge, at z = L and  $r = 1.5r_0$ . It is related to an acoustic wave produced by the jet impingement on the

## CHAPITRE 4 : Generation of acoustic tones in round jets at a Mach number of 0.9 impinging on a plate with and without a hole

plate, which forms the upstream part of the feedback loop. The correlations are significant both inside and outside of the jet, showing a link with the neutral acoustic waves studied in section 4.3.9. For  $\delta t = 0$ , in figure 4.18(f), the correlation level is equal to 1 at the reference point  $(z_1, r_1)$ , as expected. Moreover, as for the previous time delay, the acoustic wavefront has a circular shape, and the correlations are strong in the jet flow and near pressure fields. For later time delays  $\delta t = T/5$ and 2T/5, in figures 4.18(g,h), the correlation levels are weaker. Two regions of notable correlations however appear. The first one is due to the upstream propagation of the acoustic waves. The second one is found in the shear layers at  $z = r_0$  for  $\delta t = T/5$  and at  $z = 3r_0$  for  $\delta t = 2T/5$ , revealing the generation and convection of a new coherent structure in the flow, and thus the downstream part of a new feedback cycle.



FIGURE 4.18 – Correlations  $\mathcal{R}$  of  $p'(r = 1.5r_0, z = 0, t)$  with  $p'(r, z, t + \delta t)$  for (a)  $\delta t = -T$ , (b)  $\delta t = -4T/5$ , (c)  $\delta t = -3T/5$ , (d)  $\delta t = -2T/5$ , (e)  $\delta t = -T/5$ , (f)  $\delta t = 0$ , (g)  $\delta t = T/5$  and (h)  $\delta t = 2T/5$  for jetmediumhole, where T is the period of the dominant tone; — circle centered on  $(z = L, r = 1.5r_0)$ . The color scale ranges from  $\pm 1$ , from blue to red.

The correlations  $\mathcal{R}$  obtained for jetlargehole are displayed in figure 4.19 for time delays varying from  $\delta t = -T$  to  $\delta t = 2T/5$ . For  $\delta t = -T$ , in figure 4.19(a), the correlations are weak. They are stronger for  $\delta t = -4T/5$ , in figure 4.19(b), exhibiting a wavepacket structure with four lobes in the shear layer around  $z = 3r_0$ . Later, the wavepacket structure is convected down to the plate, as in figure 4.19(c) for  $\delta t = -3T/5$  for instance. It is then scattered by the hole edges for  $\delta t = -3T/5$  and -2T/5, in figures 4.19(d,e). The scattering of the aerodynamic pressure fluctuations generates acoustic waves, causing high correlation levels upstream and downstream of the plate for  $\delta t = -T/5$ , in figure 4.19(e). Upstream, in particular, the waves propagate up to the reference point in figure 4.19(f). Afterward, the correlation levels finally decrease. Spots of significant correlations are nevertheless found in the shear layers around  $z = r_0$  for  $\delta t = T/5$  in figure 4.19(g) and  $z = 4r_0$  for  $\delta t = 2T/5$  in



figure 4.19(h). They can be attributed to a flow coherent structure convected downstream, initiating a new feedback cycle, as mentioned above for jetmediumhole.

FIGURE 4.19 – Correlations  $\mathcal{R}$  of  $p'(r = 1.5r_0, z = 0, t)$  with  $p'(r, z, t + \delta t)$  for (a)  $\delta t = -T$ , (b)  $\delta t = -4T/5$ , (c)  $\delta t = -3T/5$ , (d)  $\delta t = -2T/5$ , (e)  $\delta t = -T/5$ , (f)  $\delta t = 0$ , (g)  $\delta t = T/5$  and (h)  $\delta t = 2T/5$  for jetlargehole. The color scale ranges from  $\pm 0.5$ , from blue to red.

#### 4.3.11 Modelling of the acoustic field upstream of the plate

In his analytical work on flows interacting with rigid bodies, Curle [31] developed an acoustical analogy in which the noise generated by such flows consists of two components. The first one, dominant at low Mach numbers, is related to the forces exerted on the solid bodies, whereas the second one is the aerodynamic noise produced by the flow turbulence. In the present work, a simple model, in which only the first contribution of Curle's analogy is retained, is proposed to evaluate the acoustic field upstream of the plate. In practice, the force F exerted on the upstream face of the plate at z = L in its normal direction is computed from the LES data as

$$F(t) = \int_0^{2\pi} \int_{h/2}^{15r_0} p(r,\theta,z=L,t) r dr d\theta$$
(4.5)

A noise source based on the time derivative of F is then placed at z = L and r = 0, allowing us to estimate the fluctuations of pressure upstream of the plate, at an observer at a point M(r, z) in the acoustic far field, as

$$p'(r,z,t) = \frac{1}{4\pi c_0} \frac{(L-z)}{R^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[ F\left(t - \frac{R}{c_0}\right) \right]$$
(4.6)

where  $R = \sqrt{r^2 + (z - L)^2}$  is the distance between the source and the observer, and time derivative is evaluated using fourth-order centered finite differences. By construction, the source is axisymmetric, which can be justified by the predominance of the tones associated with the first azimuthal mode in the sound spectra of section 4.3.7. Therefore, the noise components associated with higher modes, including the tones for the first helical mode, will not be taken into account. For that reason, the pressure fields predicted by the model will be only compared with the LES results obtained for mode  $n_{\theta} = 0$ .

The pressure fields obtained using equation (4.6) are presented in figures 4.20(a-d), using different color scales, in order to take into account the changes in sound intensities with the plate geometry. As expected, spherical pressure waves centered on the source location are observed for the four impinging jets. They look like the acoustic waves propagating in the upstream direction in the LES pressure snapshots of figure 4.4(a-d). Their levels are highest for jetsmallhole and lowest for jetlargehole, which is consistent with the variations of the acoustic levels in the LES. Unfortunately, given that the azimuthal components of the pressure fields have not been recorded for z < 0 during the LES, no comparisons are shown with the LES pressure fields for  $n_{\theta} = 0$ . Between the nozzle and the plate, indeed, contributions other than acoustic components generated at the plate can be expected to be significant, which would limit the interest of comparisons in the region.



FIGURE 4.20 – Pressure fields upstream of the plate predicted from equation (4.6) for (a) jetnohole, (b) jetsmallhole, (c) jetmediumhole and (d) jetlargehole. The color scales range from (a)  $\pm 0.01p_0$ , (b)  $\pm 0.03p_0$ , (c)  $\pm 0.02p_0$  and (d)  $\pm 0.0025p_0$ , from blue to red.

In order to assess the quality of the model predictions, spectra of the pressure fluctuations computed using equation (4.6) are calculated near the nozzle lip at z = 0 and  $r = 1.5r_0$ . They are

presented and compared with the pressure spectra obtained from LES for the axisymmetric mode in figures 4.21(a-d). For the four impinging jets, the spectra from the model are very similar to those from the LES. In particular, the effects of the hole and its size are well reproduced. For jetnohole, jetsmallhole and jetmediumhole, in figures 4.21(a-c), the model and LES spectra exhibit tones at the same frequencies, including a dominant tone at St = 0.41 and its harmonics. However, the levels of the tones do not match perfectly. In the LES, for instance, the levels of the dominant tones are 5 to 10 dB higher. Additional tones also emerge, such as in figure 4.21(c) at  $St \simeq 1.6$  for instance. These discrepancies may be due to non linear effects during the upstream propagation of the sound waves from the plate in the LES, which are ignored in the model. They may also be attributed to the fact that using equation (4.6), the noise components caused by aerodynamic phenomena such as the distortion of the vortical structures near the plate are neglected. For jetlargehole, in figure 4.21(d), the spectra obtained using the model and the LES exhibit peaks at St = 0.41, with comparable amplitude. For higher frequencies, the LES spectra contain weaker peaks due to the resonance of neutral acoustic waves in the jet potential core [166], as mentioned previously in section 4.3.6. Naturally, these acoustic components are not taken into account by the model and cannot be found in the corresponding spectra.



FIGURE 4.21 – Sound pressure levels obtained at z = 0 and  $r = 1.5r_0$  — from LES for  $n_{\theta} = 0$  and — from equation (4.6), for (a) jetnohole, (b) jetsmallhole, (c) jetmediumhole and (d) jetlargehole, as a function of the Strouhal number.

### 4.3.12 Modelling of the acoustic field downstream of the plate

For jetsmallhole and jetmediumhole, an intense tonal radiation is visible downstream of the plate in figures 4.4(b,c). Such a radiation was observed by Umeda & Ishii [172] for a supersonic jet impinging on a plate with a hole. These authors suggested that it is caused by the mass flow rate fluctuations through the hole due to the periodic passing of vortical structures. Unfortunately, this hypothesis was not supported by measurements of the mass flow rate in their experiments.

Therefore, the mass flow rate through the hole at z = L is estimated for jetsmallhole and jetmediumhole. It is given by

$$m(t) = \int_0^{2\pi} \int_0^{h/2} \rho(r,\theta,z=L,t) u_z(r,\theta,z=L,t) r dr d\theta$$
(4.7)

where  $\rho$  is the density. The time variations of m(t), normalized by the jet mass flow rate at the nozzle exit  $m_0 = \rho_0 u_j \pi r_0^2$ , are illustrated in figure 4.22(a). Due to the entrainment of the surrounding fluid [130], the jet mass flow rate is expected to increase with the axial distance downstream of the nozzle. However, because of the development of a wall jet in the vicinity of the plate, a significant part of the flow is diverted in the radial direction and does not pass through the hole. Thus, compared to  $m_0$ , the mass flow rate m(t) at z = L is just slightly greater for jetmediumhole and even lower for jetsmallhole, owing to the stronger wall jet for jetsmallhole than for jetmediumhole. For both jets, the mass flow rates show oscillations at the dominant feedback frequency. Here, the noise generation mechanism associated with the mass flow rate fluctuations through the hole is modeled by a monopolar source located at r = 0 and z = L, based on the time derivative of the mass flow rate, shown in figure 4.22(b). The acoustic disturbances created by this source at a point M(r, z)are given by

$$p'(r,z,t) = \frac{1}{2\pi R} \frac{dm}{dt} \left( t - \frac{R}{c_0} \right)$$
(4.8)

where R is the distance between the source and the observer [133] and time derivative is evaluated using fourth-order centered finite differences. Given the location of the source, the acoustic radiation thus obtained is axisymmetric.

The pressure fields obtained using equation (4.8) are presented in figures 4.23 (a,b). For the two jets, spherical periodical waves can be seen. In terms of both amplitude and phase, they are in good agreement with the acoustic waves found in the LES fields of figures 4.23 (c,d) outside of the jet flow region for the mode  $n_{\theta} = 0$ . This confirms the hypothesis of Umeda & Ishii [172] of a monopole radiation downstream of the plate due to the periodical passing of coherent structures through the hole.

The pressure spectra calculated at  $z = 20r_0$  and  $r = 15r_0$  for jetsmallhole and jetmediumhole are represented in figures 4.24(a,b). In the two cases, the spectra obtained from the pressure fluctuations predicted using the source based on the mass flow rate through the hole and those provided by the LES for mode  $n_{\theta} = 0$  are very similar. This is particularly true for the emerging tones. Using the source model, their levels are a few dB lower at St = 0.4 for the dominant tone, comparable at



FIGURE 4.22 – Time variations of (a) the mass flow rate through the hole and (b) its time derivative normalized by the jet mass flow rate at the nozzle exit  $m_0 :$  — jetsmallhole and — jetmediumhole.



FIGURE 4.23 – Pressure fluctuations obtained downstream of the plate (a,b) using equation (4.8) and (c,d) from the LES for the axisymmetric mode, for (a,c) jetsmallhole and (b,d) jetmediumhole. The color scale ranges from  $\pm 0.01p_0$ , from blue to red.

CHAPITRE 4 : Generation of acoustic tones in round jets at a Mach number of 0.9 impinging on a plate with and without a hole

St = 0.8 and stronger at higher frequencies with respect to the LES. As in previous section, tones emerging in the LES spectra do not appear in the model spectra, *e.g.* at  $St \simeq 1.6$  in figure 4.24(b). Again, they may be attributed to non-linear propagation effects, which are not included in the model. They may also be due to noise generation mechanisms not related to the mass flow rates fluctuations, such as the interactions of turbulent structures just downstream of the plate for instance.



FIGURE 4.24 – Sound pressure levels obtained at  $z = 20r_0$  and  $r = 15r_0$  — from LES for  $n_{\theta} = 0$  and — from equation (4.8), for (a) jetsmallhole and (b) jetmediumhole, as a function of the Strouhal number.

## 4.4 Conclusion

In this paper, the production of tones by a round jet at a Mach number of 0.9 impinging on a plate with and without a hole of varying diameter h has been investigated using compressible largeeddy simulations. For all plate geometries, tones emerge in the pressure spectra. Their frequencies are found to be nearly independent of the presence and of the size of the hole in the plate, in agreement with the frequencies expected for aeroacoustic feedback loops establishing between the nozzle lips and the plate, involving turbulent structures convected downstream by the jet flow and acoustic waves travelling upstream. The latter waves moreover appear to belong to the family of the upstream-propagating neutral acoustic waves of the jet, allowing us to explain the azimuthal structure of the jet oscillation mode at each tone frequency. Regarding the tone intensities, they decrease when the hole in the plate is larger, weakly when the hole diameter increases from  $h = 2r_0$ to  $h = 3r_0$ , but very strongly between  $h = 3r_0$  and  $h = 4.4r_0$ . The reason for that is shown to be the different mechanisms feeding the acoustic waves closing the feedback loops. Indeed, these waves are generated directly by the impingement of the jet flow structures on the plate for  $h = 2r_0$  and  $h = 3r_0$ , but by the scattering of the jet aerodynamic pressure fluctuations by the hole edges for  $h = 4.4r_0$ , leading to much weaker tones in that case. These results emphasize the importance of the nature of the interactions between the jet flow and the plate in producing strongly emerging acoustic tones. Finally, two simple noise source models have also been proposed to estimate the axisymmetric

sound radiations upstream and downstream of the plate, based on the variations, respectively, of the force exerted by the jet flow on the plate and of the mass flow rate through the hole. They provide results in good agreement with the LES. In the future, it could be interesting to examine whether the present phenomena observed for a high-subsonic jet will also be obtained for supersonic jets impinging on a perforated plate. In particular, this may not be the case for impinging rocket jets, for which no acoustic tones have been reported in the literature.

# 5 Simulations of overexpanded jets at a Mach number of 3.1 impinging on a plate with and without a hole

During a rocket launch, the hot supersonic gases of the engines are canalized in a trench dug under the rocket. However, a part of the jets impinges on the ground, which generates intense acoustic waves. Those waves propagate upstream to the fairing, where they are likely to excite the rocket structure and damage the payload. The understanding of noise generation at the lift-off of a space launcher is thus a main concern for the aerospace industry. In order to analyze noise generation during a rocket launch, a simplified geometry of a launch pad, namely a jet impinging on a plate with a hole, can be considered. Such a configuration has been investigated numerically for hot overexpanded supersonic jets, typical of rocket jets, for nozzle-to-plate distances L between 15 and 20 D, where  $D = 2r_0$  is the nozzle diameter. In particular, Kawai et al. [67] studied the impingement of an overexpanded jet at an exit Mach number of 3.66 on a plate with a hole using an axisymmetric Large-Eddy Simulation (LES). They observed a strong acoustic radiation in the upstream direction, which they identified as the reflections of the jet Mach waves on the plate. For a similar geometry, Tsutsumi et al. [170] simulated a jet at an exit Mach number of 3.7. They highlighted the presence of another significant noise component in the upstream direction, generated by the impingement of the jet turbulent structures on the hole edges. This component was also visualized in the far acoustic field of a jet at a Mach number of 3.1 impinging on a perforated plate simulated by Troyes et al. [169]. Nevertheless, it is still unclear which of the two upstream components, *i.e.* the impingement noise and the reflections of the Mach waves, dominates. Moreover, the acoustic levels depend on two geometrical parameters, namely the nozzle-to-plate distance and the hole diameter h. The effects of the nozzle-to-plate distance have been investigated in the simulations of a rocket launch by Tsutsumi et al. [171]. These authors considered a rocket with five jets impinging on a plate with five holes aligned with the jets and four nozzle-to-plate distances of 6, 11, 16 and 21D. A maximum of the overall sound pressure levels near the nozzles is found for L = 16D. As for the influence of the hole, it has been examined by Tsutsumi et al. [170] in their simulations of jets at a Mach number of 3.7. In this study, a free jet, a jet impinging on a flat plate and three others impinging on perforated

plates with h = 2D, 3D and 4D were computed. For all impinging jets, the nozzle-to-plate distance was equal to 20D. The overall sound pressure levels were found to decrease when the hole diameter increases, with a reduction varying from 2 dB for h = 2D, 3D up to 4 dB for h = 4D compared to the flat-plate configuration. In other studies on impinging jets at a Mach number lower than 2 [54, 57, 172], intense tones were shown to be generated by a feedback loop establishing between the nozzle and the plate. Such tones do not emerge for Mach numbers around 3, suggesting there is no feedback loop or a weak one in that case.

In the present work, six overexpanded supersonic jets at an exit Mach number  $M_e$  of 3.1 and a Reynolds number  $Re_D$  of  $2 \times 10^5$  are simulated by LES. One jet is free, and the five other ones impinge on a plate located at a distance  $L = 30r_0$  from the nozzle exit. Four of the plates have a hole of diameters h = 1.33D, 2D, 3D and 4D, whereas the fifth one has no hole. The first goal of this study is to examine the effects of the hole and its diameter on the upstream radiated sound. For that purpose, the jet flow and acoustic fields are described. In particular, the spectra and the azimuthal structures of the pressure fluctuations in the vicinity of the nozzle are examined. A second objective is to discuss the role of the upstream-travelling neutral acoustic waves of the jets in the establishment of possible feedback loops. Another goal is to identify the main component of the upstream acoustic radiation. To this end, a two-dimensional spatial Fourier transform is applied to the acoustic pressure fields in order to highlight the main propagation directions of the sound waves. Two-dimensional space-time correlations are also used to reveal the propagation in the upstream and radial directions of the acoustic waves generated on the plate.

This chapter is organized as follows. The jet parameters and numerical methods used in the LES are documented in section 5.1. The results of the simulations are presented in section 5.2. Concluding remarks are given in section 5.3.

### 5.1 Parameters

#### 5.1.1 Jet parameters

The jet parameters are provided in table 5.1. The six jets simulated have an exhaust Mach number  $M_e = u_e/c_e$  of 3.1 and a Reynolds number  $Re_D = u_eD/\nu_e$  of  $2 \times 10^5$ , where  $u_e$  is the exhaust velocity,  $c_e$  is the sound celerity and  $\nu_e$  is the kinematic viscosity at the jet nozzle exit. The exhaust temperature  $T_e$  is 738K and the exhaust pressure  $p_e$  is  $0.63p_0$ , where  $p_0 = 10^5$  Pa is the ambient pressure. The parameters of the corresponding ideally expanded jet are also given in table 5.1. In particular, the ideally expanded Mach number is equal to  $M_j = 2.9$ . The ejection parameters of the jets have been chosen to match those of a mixed hydrogen-air jet studied in experiments led by CNES at the MARTEL facility and in the simulations of Troyes *et al.* [169]. The jet static temperature  $T_e$  is set so that the ratio  $c_e/c_0$  between the local and ambient sound speeds is the same as that in the hydrogen-air jet, following the approach of Doty & McLaughlin [38].

The first jet, labelled as M31, is free. The second one, M31h0, impinges on a plate without a hole. The others ones, M31h13, M31h2, M31h3 and M31h4, impinge on a plate with a hole of diameters

CHAPITRE 5 : Simulations of overexpanded jets at a Mach number of 3.1 impinging on a plate with and without a hole

$M_e$	$p_e/p_0$	$T_e/T_0$	$M_j$	$T_j/T_0$	$D_j/D$
3.1	0.63	2.5	2.9	2.2	0.9

TABLE 5.1 – Jets parameters : exit Mach number  $M_e$ , pressure  $p_e$ , temperature  $T_e$  and ideally expanded Mach number  $M_j$ , temperature  $T_j$ , diameter  $D_j$ .

h = 1.33D, 2D, 3D and 4D, respectively. For the impinging jets, the nozzle-to-plate distance L is equal to  $30r_0$ . The width e of the plates with a hole is equal to  $r_0$ . The nozzle-to-plate distance and the two hole diameters h = 1.33D and 2D are the same as in the MARTEL experiments, while the two other hole diameters are larger.

The six jets exhaust from a cylindrical nozzle of length  $2r_0$ , at the inlet of which Blasius boundary layer profiles with a thickness  $\delta$  of  $0.15r_0$  are imposed. Vortex rings non-correlated in the azimuthal direction are added in the boundary layer at  $z = -r_0$  to trigger the boundary layer transition from a laminar to a turbulent state [20]. The radial profiles of mean velocity and root-mean-squared values of the axial velocity fluctuations thus obtained at the nozzle exit are plotted in figure 5.1. For the mean velocity, in figure 5.1(a), the profiles are the same for all jets. They deviate from the profiles imposed at the nozzle inlet. They decrease slowly down to  $\langle u_z \rangle = 0.93u_e$  at  $r = 0.8r_0$ , then they are drastically reduced down to zero at  $r = 0.9r_0$ . Near the nozzle exit, the boundary layer is slightly detached from the wall due to the overexpansion of the jets [86], explaining the discrepancies between the nozzle-exit profiles and the profiles imposed at the inlet. For the axial turbulent intensity, in figure 5.1(b), for all jets, the radial profiles reach a peak value close to  $r = 0.9r_0$ . The peak intensities are between 1% and 1.5% of the exit velocity in all cases, indicating a similar turbulent intensity level of the shear layer at the nozzle exit.



FIGURE 5.1 – Nozzle-exit radial profiles of (a) mean axial velocity  $\langle u_z \rangle / u_e$  and (b) axial turbulence intensity  $\langle u'_z u'_z \rangle^{1/2} / u_e :$  — M31h0, — M31h13, — M31h2, - - M31h3, - - M31h4 and — M31.

#### 5.1.2 Numerical parameters

In the simulations, the unsteady compressible Navier-Stokes equations are solved in cylindrical coordinates  $(r, \theta, z)$  using an OpenMP based in-house solver. The time integration is performed using a six-stage Runge-Kutta algorithm [6] and the spatial derivatives are evaluated with eleven-point low-dispersion finite-difference schemes [11]. At the end of each time step, a selective filtering is applied to remove grid-to-grid oscillations [6]. This filter dissipates kinetic turbulent energy near the grid cut-off frequency, thus acting as a subgrid-scale model. Solid and adiabatic wall conditions are implemented at the plate and nozzle walls. In order to handle shock waves, a damping procedure using a dilatation-based shock detector and a second-order filter are used to remove Gibbs oscillations in the vicinity of shocks [17]. The radiation boundary conditions of Tam & Dong [153] are imposed to the radial and lateral boundaries of the computational domain. They are used in combination with sponge zones using grid stretching and Laplacian filtering to prevent significant spurious reflections [10]. The method of Mohseni & Colonius [100] is applied to remove the singularity on the jet axis. The first point close to the axis is located at  $r = \Delta r/2$ , where  $\Delta r$  is the radial mesh size. The effective azimuthal resolution near the origin of the polar coordinates is reduced down to  $2\pi/16$  to increase the time step of the simulation [18].

#### 5.1.3 Computational parameters

The parameters of the mesh grids used in the simulations are provided in table 5.2. In the six simulations, the numbers of points in the radial and azimuthal directions are equal to 501 and 256, respectively. In the axial direction, the numbers of points are equal to 2628 for M31, 1910 for M31h0 and 2950 for the jets impinging on perforated plates. The grids thus contain between 250 and 380 millions of points. They extend out to  $r = 15r_0$  in the radial direction. In the axial direction, they extend down to  $z = 30r_0$  for the plate with no hole and down to  $z = 50r_0$  for the other cases. The variations of the radial mesh spacing are presented in figure 5.2(a). It is equal to  $\Delta r = 0.025r_0$  on the axis and progressively decreases down to  $\Delta r = 0.0072r_0$  in the shear layer, at  $r = r_0$ . It then increases to reach  $\Delta r = 0.05 r_0$ , which allows us to obtain a Strouhal cut-off number  $St = fD/u_e$  of 1.62 for an acoustic wave discretized with 5 points per wavelength, where f is the frequency of the wave. The variations of the axial mesh spacing are plotted in figure 5.2(b). It reaches a minimum value of  $\Delta z = 0.014r_0$  at the nozzle exit. For the free jet, it increases up to  $\Delta z = 0.03r_0$  at  $z = 50r_0$ . For the impinging jets, the axial mesh spacing grows up to  $\Delta z = 0.022r_0$  at  $z = 20r_0$ , and then is constant. For  $z \ge 25r_0$ , it is reduced down to its minimum value on the plate at  $z = 30r_0$ . For the plates with a hole, the axial mesh size increases downstream of the plate up to  $\Delta z = 0.03r_0$ at  $z = 50r_0$ . The extrema values of the mesh spacings and the elongation rates in radial and axial directions are the same as those in the simulations of jets at a Mach number of M = 2 of Pineau & Bogey [116]. The results presented in this work are obtained after a simulation time of  $1000r_0/u_e$ . During the computations, the density, the velocity components and the pressure along the jet axis at r = 0, along the lip line at  $r = r_0$ , on the surfaces at  $r = 15r_0$ ,  $z = -2r_0$ , z = 0, on the faces of the plate at z = L and z = L + e, and at  $z = 50r_0$  are recorded at a sampling frequency enabling spectra to be computed up to St = 12. Density, velocities and pressure at the azimuthal angles  $\theta = 0, 90, 180$  and 270 degrees are also stored at a halved frequency. The spectra presented in the results section are calculated from these recordings and they are averaged in the azimuthal direction when possible.

	$n_r$	$n_{ heta}$	$n_z$	$n_r \times n_\theta \times n_z$
M31	501	256	2628	$3.4 \times 10^{8}$
M31h0	501	256	1910	$2.5 \times 10^{8}$
M31h13, M31h2, M31h3, M31h4	501	256	2950	$3.8 \times 10^8$

TABLE 5.2 – Mesh parameters : numbers of points  $n_r$ ,  $n_{\theta}$  and  $n_z$  in the radial, azimuthal and axial directions, and total numbers of points.



FIGURE 5.2 – Variations of (a) radial and (b) axial mesh spacings : — impinging jets, — free jet, — positions of the upstream and downstream faces of the plate.

## 5.2 Results

#### 5.2.1 Snapshots of the flow and acoustic fields

Snapshots of the jet flow and acoustic fields are shown in figure 5.3. Fluctuations of temperature and pressure are represented inside and outside the flow, respectively. For the six jets, diamond patterns characteristics of shock cells are visible in the jet flows downstream of the nozzle exit. The cells are progressively weakened by the turbulent mixing for  $z \ge 10r_0$ . For M31h0, M31h13 and M31h2, in figures 5.3(a-c), a wall jet is created by the impingement of the flow on the plate. The wall jet is most developed for M31h0 with the plate with no hole and is less apparent for M31h13 and M31h2 as the hole diameter increases. For the three jets, zones of high temperature are found near the center of the plate and near the hole edges, in the impingement area. For M31h3 and M31h4, the jets pass through the plate, interacting weakly with the hole edges. In the pressure fields of figures 5.3(a-e), for impinging jets, spherical acoustic waves are observed. They are particularly visible for  $z \leq 5r_0$ . Their levels are highest for M31h0 and they decrease as the hole diameter increases, suggesting that the waves are related to the jet impingement on the plate. For  $z \geq 5r_0$ , inclined wavefronts of strong amplitude are seen to propagate in the downstream direction in the sound field. They are typical of Mach wave radiation, as noticed in several previous simulations of free jets at Mach numbers higher than 2 [37, 72, 103, 117]. These waves are produced by the convection of turbulent coherent structures at a supersonic speed. The Mach angle  $\alpha$  between the direction of propagation of the Mach waves and the jet axis can be evaluated with the relation

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{c_0}{u_c}\right) = 68^o \tag{5.1}$$

where  $u_c$  is the convection velocity of the turbulent structures of the jet, estimated here by  $u_c = 0.54u_e$ , in section 5.2.3. The angle given by equation (5.1) is consistent with the direction of propagation of the Mach waves in figure 5.3. For the plates with a hole, in figures 5.3(b-e), the sound field has no clear organization downstream of the plate, even if acoustic waves seem to originate from the hole. No oblique wavefronts are present downstream of the plate, indicating that no Mach waves are generated downstream of the plate. For the free jet, in figure 5.3(f), Mach waves propagate in the downstream direction. Sound waves of weak intensity are emitted upstream. This upstream radiation corresponds to the broadband shock associated noise (BBSAN), produced by the interactions between the turbulent structures of the mixing layers and the shock cells.

#### 5.2.2 Mean flow fields

The variations of the jet mass flow rate with the axial distance are plotted in figure 5.4(a). The jet mass flow rate is calculated by the relation

$$m(z) = 2\pi \int_0^{r_{5\%}} \langle \rho u_z \rangle_{t,\theta}(r,z) r dr$$
(5.2)

where  $\langle . \rangle_{t,\theta}$  denotes averaging both in time and in the azimuthal direction and  $r_{5\%}$  is defined by  $\langle u_z \rangle_{t,\theta}(r_{5\%}, z) = 0.05 \times \langle u_z \rangle_{t,\theta}(r = 0, z)$ . It is normalized by its value  $m_0 = \pi r_0^2 \rho_e u_e$  at the nozzle exit. For the free jet, the mass flow rate grows roughly linearly, in agreement with the experiments of Ricou & Spalding [130]. For the impinging jets, the mass flow rates are similar to those for the free jet down to  $z = 28r_0$ , suggesting that the plate has very small effects on the entrainment of the surrounding fluid by the jets. Then, they decrease down to their minimal values on the plate, at  $z = 30r_0$ . These values are approximately equal to 0 for M31h0,  $m_0$  for M31h13,  $2m_0$  for M31h2,  $3.5m_0$  for M31h3 and  $4.6m_0$  for M31h4. Downstream of the perforated plates, the flow rate again grows linearly. After the plate, it is lowest for h = 1.33D and increase toward the free jet flow rate as the hole diameter is larger.

The flow rates of the wall jets for M31h0, M31h13 and M31h2 are displayed in figure 5.4(b). For the three jets, the wall jet mass flow rate is zero at r = 0 and grows monotonously with the radial



FIGURE 5.3 – Snapshots in the (z, r) plane of the fluctuations of temperature in the flow and of pressure outside for (a) M31h0, (b) M31h13, (c) M31h2, (d) M31h3, (e) M31h4 and (f) M31. The color scales range from 0 to 780K for the temperature and from -2000 to 2000 Pa for the pressure. The dashed line - - - indicates the direction  $\alpha = 68^{\circ}$  with respect to the jet axis.

distance. It is highest for the plate with no hole and decreases with the hole diameter. Indeed, for the plates with a hole, only a part of the flow is diverted in the wall jet, causing lower values of the wall jet flow rate with respect to the full plate.



FIGURE 5.4 – Variations of (a) the mass flow rate m with the axial distance and (b) the mass flow rate of the wall jet  $m_{WJ}$  for — M31h0, — M31h13, — M31h2, - - - M31h3, - - M31h4 and — M31.

The variations of the centerline mean axial velocity, of the jet shear-layer momentum thickness and of the rms values of the axial velocity at the nozzle-lip line are presented in figure 5.5. The results obtained are similar for all jets down to  $z = 28r_0$ , indicating a weak influence of the plate. For the centerline mean axial velocities in figure 5.5, accelerations and decelerations are visible in the mean centerline velocity profiles. They are linked to six shock cells, which are progressively dampened by the turbulent mixing. The average length  $L_s$  of the first four cells is close to  $L_s = 4.6r_0$ , as in the experimental study of a jet at similar exhaust conditions of Piantanida & Berterretche [114] and in the numerical simulations of Troyes *et al.* [168, 169] and Langenais *et al.* [72]. In order to estimate the shock cell length, Tam & Tanna [160] proposed the following formula based on the work of Pack [108]

$$L_s = \frac{\pi D_j \beta}{\mu_1} \tag{5.3}$$

where  $\beta = \sqrt{M_j^2 - 1}$  and  $\mu_1 = 2.40483$  is the first zero of the zero-order Bessel function of the first kind. For the present jets, the equation (5.3) yields a cell length  $L_s = 6.4r_0$ , which is larger than the values obtained in the simulations. This may be due to the fact that equation (5.3) applies for weak shock cells [157], such as  $|M_e^2 - M_j^2| \leq 1$ . Indeed, for the jets in this work, the term  $|M_e^2 - M_j^2|$ is equal to 1.2. Furthermore, the mean axial velocity does not deviate too much from the exhaust velocity down to  $z = 20r_0$ . More precisely, the length of the potential core, defined by the position where the axial velocity is equal to  $0.9u_e$ , is found at  $z_c = 15.7r_0$ . The length of the potential core can be compared with that predicted with the empirical formula proposed by Tam *et al.* [157]

$$\frac{z_c}{D_j} = 4.2 + 1.1M_j^2 + \left\{ \exp\left[ -3.2\left(\frac{T_j}{T_0} - 1\right) \right] - 1 \right\},\tag{5.4}$$

and yielding  $z_c = 23r_0$  for the present jets, which is larger than the value found in the LES. This discrepancy can be explained by the fact that the numerical constants in (5.4) are based on measurements performed in a jet at a Mach number of 2.2 [42]. Downstream of the potential core, the mean axial velocity decreases for all jets. For M31h0, for  $z \ge 28r_0$ , it is drastically reduced down to zero at  $z = 30r_0$ , due to the plate. For the other jets, for  $z \ge 30r_0$ , the velocity decreases approximately as  $z^{-1}$ . Small differences are noted between the velocity profiles of the jets. The sonic core, in which the axial velocity is higher than  $c_e$ , closes around  $z = 40r_0$ . More accurately, its length is equal to  $38.4r_0$  for M31,  $42.4r_0$  for M31h13,  $41.4r_0$  for M31h2,  $42.6r_0$  for M31h3 and  $39.5r_0$  for M31h4, revealing no clear relation between the length of the sonic core and the hole diameter. For the jets impinging on a plate with a hole, the sonic core closes after the plate, in agreement with the simulations of Troyes *et al.* [169].

For the variations of the jet shear-layer momentum thickness  $\delta_{\theta}$  in figure 5.5(b), downstream of the nozzle, the shear-layer thickness increases and reaches a value of  $\delta_{\theta} = 0.56r_0$  at  $z = 28r_0$ , which is close to the thickness of  $0.65r_0$  obtained by Langenais *et al.* [72] for a similar free jet. Oscillations of the shear-layer thickness due to the shock cells are also visible down to  $z = 28r_0$ . For the free jet, for  $z \ge 28r_0$ , the shear-layer thickness grows roughly linearly. For M31h0, it increases to reach a maximum of  $0.69r_0$  at  $z = 29.5r_0$  because of the wall jet. Then, it is drastically reduced down to zero on the plate. For the impinging jets, for  $z \ge 28r_0$ , it decreases down to its minimal value on the plate, at  $z = 30r_0$ . Downstream of the perforated plates, it grows again. It is lowest for h = 1.33Dand increases with the hole diameter. The growing rate of the shear layers is higher for the impinging jets than for the free jet, which leads to shear layers slightly thicker at  $z = 50r_0$  for M31h3 and M31h4 than those of the free jet.

For the rms values of the axial velocity fluctuations at  $r = r_0$ , in figure 5.5(c), from the nozzle exit down to  $z = 2.5r_0$ , they are very low. Then, they grow sharply up to a peak value of  $0.18u_e$  at  $z = 11r_0$ . The location and the amplitude of the peak are close to those of the simulation of a free jet at  $M_e = 3.3$  by De Cacqueray *et al.* [37], where a peak of axial turbulent intensity of  $0.21u_e$  is found at  $z = 12r_0$ . For M31h0, for  $z \ge 28r_0$ , the amplitude of the fluctuations decreases strongly down to zero on the plate. For the other jets, the axial turbulent velocity decreases more slowly. For  $z \ge 30r_0$ , the jets have similar turbulent levels, with differences around 2% of the jet exit velocity between the jets.

The profiles of the maximum mean Mach number in the radial direction  $\langle M_r \rangle$  in the wall jets of the impinging jets M31h0, M31h13 and M31h2 are depicted in figure 5.6(a). For the three jets, it increases in the impingement area, then it decays as the wall jet spreads radially. The peak values are equal to 1.03 for M31h0, 0.76 for M31h13 and 0.59 for M31h2. The convection velocities  $u_c \approx (2/3)\langle u_r \rangle$  of the coherent structures in the wall jets are thus subsonic, suggesting that no Mach waves are generated by the wall jet. The Mach number  $\langle M_r \rangle$  decreases as the hole diameter



FIGURE 5.5 – Variations of (a) the mean axial centerline velocity  $\langle u_z \rangle / u_e$ , (b) the shear-layer momentum thickness  $\delta_{\theta}/r_0$  and (c) the axial turbulence intensity  $\langle u'_z u'_z \rangle^{1/2} / u_e$  at  $r = r_0$  for — M31, — M31h0, — M31h13, — M31h2, - - M31h3 and - - M31h4; - - 0.9 $u_j$  and - -  $c_e$ .

increases, indicating less developed wall jets for large hole diameters.

The maximum values of radial turbulent intensity in the wall jets are shown in figure 5.6(b). For M31h0, the intensity decreases with the radial distance. For M31h13 and M31h2, the amplitudes of the radial turbulent fluctuations follow the same trend but they are lower than those for M31h0, suggesting weaker wall jets.



FIGURE 5.6 – Variations of (a) maximal mean radial Mach number  $\langle M_r \rangle$  and (b) maximal radial turbulence intensity  $\langle u'_r u'_r \rangle^{1/2} / u_e$  in the wall jets for — M31h0, — M31h13 and — M31h2.

#### 5.2.3 Convection velocity

The variations of the convection velocity  $u_c$  of the structures of the jet mixing layers calculated between  $z = 10r_0$  and  $z = 20r_0$  are represented in figure 5.7. This velocity is evaluated using velocity cross-correlations computed at  $r = r_0$ . For all jets, it is found to oscillate between  $0.52u_e$  and  $0.57u_e$ , due to the presence of shock cells. Downstream of the end of a shock cell, represented by grey dashed lines in figure 5.7, it increases. The mean convection velocity are between  $0.53u_e$  and  $0.55u_e$  for all jets. For the free jet, it is equal to  $\langle u_c \rangle = 0.54u_e$ , which is close to the value of  $\langle u_c \rangle = 0.53u_e$  found by De Cacqueray *et al.* [36] for a free jet at  $M_e = 3.3$ . The convection Mach number  $M_c = \langle u_c \rangle / c_0$  is evaluated at 2.7. This value can be compared with the formula of Oertel [137]

$$M_c = \frac{1 + M_e}{1 + c_0/c_e} \tag{5.5}$$

giving  $M_c = 2.5$  for the present jets, which is similar to that of the LES. Moreover, the convection Mach number is higher than 1.25, explaining the generation of strong Mach waves [70].



FIGURE 5.7 – Convection velocity of the turbulent structures in the shear layers for <u>M31</u>, <u>M31h0</u>, <u>M31h13</u>, <u>M31h2</u>, - - M31h3 and - - M31h4; - - ends of the shock cells.

#### 5.2.4 Overall sound pressure levels

Isocontours of the overall sound pressure levels (OASPL) computed for the six jets are represented in figure 5.8. The acoustic levels vary between 150 and 171 dB in increments of 3 dB. For all jets, the isolevels at 168 and 171 dB are aligned with the flow direction, indicating they are linked to hydrodynamic pressure fluctuations. The other isolines are found farther away from the jet axis and are related to acoustic pressure fluctuations. For M31h0, in figure 5.8(a), the isolines are distorted for  $z \ge 12r_0$  and  $r \ge 7r_0$ , which can be explained by the generation of pressure waves on the plate. The isocontours for  $z \le 10r_0$  are parallel to the plate and suggest a strong acoustic component radiated in the upstream direction. For the jets impinging on a plate with a hole, in figures 5.8, the isolines are similar to those for M31h0. However, for  $z \le 10r_0$ , they move in the downstream direction as the hole diameter increases, highlighting weaker upstream sound waves for larger holes. Downstream of the plates, the isolines form a lobe centered on the plate hole, indicating the production of acoustic waves in this region. For the free jet in figure 5.8(f), the isocontours show a strong radiation in the direction of propagation of the Mach waves.

In order to quantify the effects of the hole on the acoustic levels, the OASPL at  $r = 15r_0$  are plotted in figure 5.9. For the free jet, they increase with the axial distance up to a maximum value of 160 dB reached at  $z = 29r_0$ . Then, they slowly decrease down to 155 dB at  $z = 50r_0$ . For M31h0, the OASPL also first increase with the axial distance, and reach a peak value of 168 dB at  $z = 28r_0$ .



FIGURE 5.8 – Isocontours of OASPL in the (z, r) plane for (a) M31h0, (b) M31h13, (c) M31h2, (d) M31h3, (e) M31h4 and (f) M31. The levels are separated by increments of 3 dB; - - - direction of propagation of the Mach waves  $\theta = 68^{\circ}$ .

CHAPITRE 5 : Simulations of overexpanded jets at a Mach number of 3.1 impinging on a plate with and without a hole

The peak strongly emerges because hydrodynamic pressure fluctuations of the wall jet are taken into account in this near-plate region. Outside of this region, the OASPL of M31h0 are higher between 3 and 7 dB than those of the free jet. For the jets impinging on a plate with a hole, the OASPL vary in the same way as those for M31h0. They decrease with the hole diameter. In comparison with the case with no hole, the acoustic levels are lower by between 0.5-1 dB for M31h13 and M31h2, 1.8-3 dB for M31h3 and 1.9-4 dB for M31h4. Thus, as the hole is larger, the interactions between the jet and the plate are weaker, causing lower upstream acoustic levels. Downstream of the plate, the OASPL of the impinging jets are lower than for the free jet, which can be explained by the shielding of the acoustic radiation by the plate. This hypothesis is also supported by the fact that the levels are the lowest for the plate with the smallest hole and that they grow with the hole diameter.



FIGURE 5.9 – Variations of the OASPL at  $r = 15r_0$  for — M31, — M31h0, — M31h13, — M31h2, - - - M31h3 and - - - M31h4.

#### 5.2.5 Pressure spectra

The sound pressure levels obtained at  $z = -1.3r_0$  and  $r = 10.5r_0$  for M31h13 and M31h2 are represented in figure 5.10. They are compared with the spectra recorded in the experiments made at the MARTEL test bench. For both jets, a fair agreement is found. The spectra are broadband and exhibit bumps for Strouhal numbers between 0.04 and 0.2. For M31h13, in figure 5.10(a), the bump locations and amplitudes between the simulations and the experiments do not agree very well. However, the difference in SPL does not exceed 1 dB over the frequency range  $0.04 \le St \le 0.2$ . For M31h2, in figure 5.10(b), discrepancies between the simulations and the experiments are stronger than in figure 5.10(a). In particular, for the LES, a peak is located at St = 0.065 whereas it is located at St = 0.073 in the experiments. Its amplitude is higher of 3 dB than that in the experiments. The frequency of this peak can be compared with the central frequency  $f_p$  of BBSAN estimated by the model of Harper-Bourne & Fisher [56]

$$f_p = \frac{u_c}{L_s(1 - M_c \cos \theta)} \tag{5.6}$$

where  $M_c = u_c/c_0$  is the convection Mach number and  $\theta$  is the angle between the jet axis and the far-field observation point. For  $\theta = 180^{\circ}$ , equation (5.6) gives a Strouhal number of  $St_p = 0.0635$ , which is close to the frequency of the peak in the LES spectrum. Therefore, this peak appears to be related to the BBSAN. Its higher amplitude in the simulation may be due to the state of the mixing layer at the nozzle exit. Indeed, the turbulent intensity at the nozzle exit is equal to 1.5% in the present simulations, but may be higher in the experiments, which can affect the sound radiated by the jet [21].



FIGURE 5.10 – Sound pressure levels at  $z = -1.3r_0$  and  $r = 10.5r_0$  for (a) M31h13 and (b) M31h2; — experiments, — present simulations.

The pressure spectra calculated at z = 0 and  $r = 2r_0$  near the nozzle are shown in figure 5.11(a). For the free jet, a peak centered on St = 0.06 appear. As discussed above, this bump is linked to the BBSAN. For M31h0, the levels are approximately 12 dB higher than those for the free jet. In that case, the strongest components are found around St = 0.04. They may be generated by a feedback loop between the nozzle and the plate, which will be later studied in section 5.2.7. For the plates with a hole, the pressure levels decrease as the hole diameter increases. Compared with the full plate, the pressure levels are reduced approximately by 3 dB for M31h13, 4 dB for M31h2, 8 dB for M31h3 and 10 dB for M31h4. This suggests that the interactions between the jet and the hole edges are weaker for larger holes, leading to a diminution of the impingement noise. For M31h13 and M31h2, compared to the case with no hole, the acoustic levels are only reduced for  $St \ge 0.1$ . For M31h3, a noise reduction is observed for all frequencies with respect to M31h2. Finally, for M31h4, the pressure levels decrease only for  $St \le 0.2$  relative to M31h3.

The pressure spectra computed at  $z = 20r_0$  and  $r = 15r_0$ , in the direction of propagation of the Mach waves, are represented in figure 5.12(b). For all jets, the spectra display a similar shape, reaching a peak at a Strouhal number between 0.11 and 0.15. They are almost superimposed for St > 0.5. At lower frequencies, the levels are highest for M31h0, they decrease as the hole is larger and they are lowest for the free jet. In comparison to those for the free jet, for St < 0.2, they increase by 5-14 dB for M31h0 and 2-12 dB for M31h13 and M31h2 and 1-10 dB for M31h3 and M31h4. The jet impingement on the plate therefore seems to produce acoustic waves of low frequency.

## CHAPITRE 5 : Simulations of overexpanded jets at a Mach number of 3.1 impinging on a plate with and without a hole

Finally, the pressure spectra obtained at  $z = 40r_0$  and  $r = 15r_0$ , downstream of the plate, are plotted in figure 5.12(c). For all jets, the spectra are centered on a peak at Strouhal numbers around St = 0.08 - 0.1. The acoustic levels are similar for  $St \ge 0.5$ . For lower Strouhal numbers, they are minimal for M31h13 and increase with the hole diameter. Compared to those for M31h13, the pressure levels increase by roughly 2 dB for M31h2, 3 dB for M31h3, 4 dB for M31h4 and 5 dB for the free jet. For the impinging jets, the Mach waves generated in the jet shear layers are blocked by the plate. A significant part of the flow is also diverted in the wall jet, leading to a weaker noise radiation of the jets downstream of the plate.



FIGURE 5.11 – Sound pressure levels (SPL) at (a) z = 0 and  $r = 2r_0$ , (b)  $z = 20r_0$  and  $r = 15r_0$  and (c)  $z = 40r_0$  and  $r = 15r_0$  as a function of the Strouhal number St : — M31h0, — M31h13, — M31h2, - - M31h3, - - M31h4 and — M31.

#### 5.2.6 Azimuthal structure of the jets

The contributions of the two first azimuthal modes to the pressure spectra at z = 0 and  $r = 2r_0$ are shown in figure 5.12. In all cases, the axisymmetric mode  $n_{\theta} = 0$  is predominant at Strouhal numbers lower than 0.1, for which the acoustic levels are the highest. The jet impingement on the plate does not modify noticeably the azimuthal structure of the upstream acoustic field. For the impinging jets in figures 5.12(a-e), a peak emerges at St = 0.04 in the spectra for  $n_{\theta} = 0$ . Secondary peaks around St = 0.08 - 0.09 are also noted for M31h2, M31h3 and M31h4. The peaks may be related to feedback loops establishing between the nozzle and the plate, which will be examined in section 5.2.7. For  $St \ge 0.2$ , the acoustic levels associated with the axisymmetric mode decrease drastically. For the six jets, the contributions of the azimuthal mode  $n_{\theta} = 1$  are negligible for  $St \le 0.1$ . For higher Strouhal numbers, they become more important than the contributions of the axisymmetric mode. However, at theses frequencies, the pressure levels of the two first modes are lower by 5-10 dB than the overall sound levels, which indicates that higher order azimuthal modes are significant.



FIGURE 5.12 – Sound pressure spectra at z = 0 and  $r = 2r_0$  for (a) M31h0, (b) M31h13, (c) M31h2, (d) M31h3, (e) M31h4 and (f) M31 : — full spectra, and for modes —  $n_{\theta} = 0$ , —  $n_{\theta} = 1$ .

#### 5.2.7 Neutral acoustic wave modes of the jets

Neutral acoustic waves play an important role in the generation of tones in the near-nozzle pressure fields of free and impinging jets [149, 166]. These waves propagate mostly in the jet column, are organized into modes depending on their radial and azimuthal structure, and are defined by specific dispersion relations. Their characteristics have been described for free jets at Mach numbers varying from 0.5 to 2 in various studies [9, 135, 166, 167]. For impinging jets, they form the upstream part of a feedback loop establishing between the nozzle and the plate. Such a feedback loop is related to a standing-wave, whose frequency f verifies

$$f = \frac{N\langle u_c \rangle}{L} + k \frac{\langle u_c \rangle}{2\pi} \tag{5.7}$$

where N is an integer and k is the wavenumber [54]. For impinging jets at Mach numbers around 3, the existence of such a feedback loop is less obvious. In order to shed light on this issue, a spacetime Fourier transform is applied to the pressure fluctuations in the potential core of the free jet M31, between z = 0 and  $z = z_c$ , at r = 0 for  $n_{\theta} = 0$  and at  $r = 0.1r_0$  for  $n_{\theta} = 1$ . The frequencywavenumber spectra thus obtained are plotted in figure 5.13. Only the negative wavenumbers part of the spectra are shown. For comparison, the dispersion relations of the neutral acoustic wave modes computed for a hot jet at  $M_e = 3.1$  using a vortex-sheet model [149] are also displayed.

For the axisymmetric mode, in figure 5.13(a), two bands of high intensity appear in the frequencywavenumber spectrum, related to two radial modes of the neutral waves. The frequencies in the simulations are higher than those predicted using the vortex-sheet model. This may be explained by the presence of shocks and by the use in the model of linearized equations of the flow motion assuming disturbances of weak amplitude, which may be unappropriate for supersonic overexpanded jets. The central frequencies of the humps observed in the spectra of M31h2 for  $n_{\theta} = 0$  are also indicated in figure 5.13(a) on the line  $k = -\omega/c_0$ . They are located on the branches of the first and second neutral wave modes, at positions where the waves have negative group velocities. Moreover, they fall on the intersections of the dispersion relations of the modes with the solutions of equation (5.7) for N = 4 and N = 9. The two peaks at St = 0.04 and St = 0.08 may thus be generated by feedback loops establishing between the nozzle and the plate.

For the first helical mode, in figure 5.13(b), the frequency-wavenumber spectrum does not display a clear pattern. As for the axisymmetric mode, the central frequencies of the humps in the spectra of M31h2 for  $n_{\theta} = 1$  are plotted on the line  $k = -\omega/c_0$ . Bands of slightly higher intensity can be noted near these frequencies. In particular, the lowest bump frequency is close to the lower limit of the first radial neutral wave mode determined by the vortex-sheet model. This result suggests that a feedback loop related to an helical mode may exist.



FIGURE 5.13 – Frequency-wavenumber spectra of the pressure fluctuations in the potential core for (a) the axisymmetric mode at r = 0 and (b) the first helical mode at  $r = 0.1r_0$  for the free jet, — neutral modes and \* lower limits of the modes for the vortex-sheet model, • LES central frequencies of the humps in the spectra at z = 0 and  $r = 2r_0$  for M31h2, —  $k = -\omega/c_0$ , and - - - solutions of equation (5.7) for  $L = 30r_0$  and N = 4 and 9. The color scale levels spread over (a) 45 dB and (b) 35 dB, from white to blue.

In their theoretical work, Tam & Hu [156] identified three kinds of instability waves produced in high-speed jets, namely the Kelvin-Helmholtz instability waves, the subsonic and the supersonic instability waves. The Kelvin-Helmholtz instability waves result in the formation and convection of coherent structures in the mixing layer. The subsonic instability waves are related to the neutral waves studied above. These two types of instability waves can be found in both subsonic and supersonic jets, whereas the supersonic instability waves are present only for supersonic jets with

$$u_j > c_j + c_0 \tag{5.8}$$

The present jets verify relation (5.8), so the three kinds of waves are expected in the simulations. In order to investigate these waves, the frequency-wavenumber spectrum of figure 5.13(a) for the axisymmetric mode at r = 0 is presented in figure 5.14 for both positive and negative wavenumbers. For the negative wavenumbers, as mentioned previously, two bands of high intensity are found. They are located under the line  $k = -\omega/c_0$ , which indicates they belong to the subsonic instability waves. For the positive wavenumbers, a large band of strong intensity is visible. This band is the continuation of the neutral waves modes of the negative wavenumber part of the spectrum, due to symmetry of the Fourier transform. It crosses the line  $k = \omega/c_0$ , leading to both subsonic and supersonic instability waves. Note that no band of high intensity lies near the line  $k = \omega/u_c$ . The contributions of Kelvin-Helmholtz instability waves at this position for  $n_{\theta} = 0$  are therefore weaker than those of the other instability waves. In the spectrum of figure 5.14, the supersonic instability wave are dominant. This is consistent with Tam & Hu [156], who showed that for the temperature ratio  $T_j/T_0 = 2.2$  of the present jets, supersonic instability waves are expected to be dominant for  $M_j > 2.3$ .



FIGURE 5.14 – Frequency-wavenumber spectra of the pressure fluctuations in the potential core for the axisymmetric mode at r = 0 for the free jet, - - -  $k = \pm \omega/c_0$ , - - -  $k = \omega/u_c$  with  $u_c = 0.54u_e$ . The color scale levels spread over 45 dB, from white to blue.

#### 5.2.8 Spatial Fourier decomposition of the pressure fields

A two-dimensional spatial Fourier transform in the radial and axial directions is applied to the pressure fields of the six jets, following the method developped by Nonomura *et al.* [104] for free jets at an exit Mach number of 2. The regions where this Fourier transform is performed are represented in figure 5.15. For all jets, they extend from from  $z = 5r_0$  to  $z = 25r_0$  axially and from  $r = 5r_0$  to  $r = 15r_0$  radially. These areas are chosen far enough from the jet to consider acoustic fluctuations of pressure only. In all cases, Mach waves propagating downstream are visible. For the free jet,

## CHAPITRE 5 : Simulations of overexpanded jets at a Mach number of 3.1 impinging on a plate with and without a hole

in figure 5.15(a), upstream-propagating waves of weak amplitude are observed for  $z \leq 10r_0$ . For  $h \leq 3D$ , in figures 5.15(b-e), strong pressure waves originating from the plate propagate upstream. Their amplitude is reduced as the hole diameter increases. For M31h4, in figure 5.15(f), the pressure field in the considered zone is similar to that of the free jet.



FIGURE 5.15 – Pressure fields where the two-dimensional spatial Fourier transform is applied for (a) M31, (b) M31h0, (c) M31h13, (d) M31h2, (e) M31h3 and (f) M31h4. The color scale level ranges from  $\pm 0.1p_0$ , from blue to red.

The spatial Fourier transform is applied at each recorded time. The results are then time averaged. The amplitude thus obtained are presented in figure 5.16 as a function of the radial and axial wavenumbers  $k_r$  and  $k_z$ . For the free jet in figure 5.16(a), lobes are observed in the quadrants where  $k_r$  and  $k_z$  have the same sign, indicating they are associated with downstream-propagating waves. The lobes are aligned with the direction of propagation of the Mach waves, showing that the main acoustic components of the pressure field are Mach waves. Similar lobes can be seen in the amplitude fields of the impinging jets, in figures 5.16(b-f). However, lobes are also found in quadrants with  $k_r$ and  $k_z$  of opposite signs, corresponding to upstream-propagating waves. The orientation of the lobes is compared with the propagation direction of reflected Mach waves, assuming their reflection on the plate is specular. The orientation of the lobes does not agree with this direction, implying that the reflections of Mach waves have negligible contributions in this case. Furthermore, the size of the lobes in the quadrants with  $k_r$  and  $k_z$  of opposite signs is reduced when h increases, supporting the idea that the dominant noise components in the upstream direction are produced by the impingement of turbulent structures on the plate.

#### 5.2.9 Two-dimensional spatial correlations

In order to visualize the different noise components, two-dimensional spatial correlations of the jet pressure fields are calculated in a section (z, r). The fluctuating pressure p' at a reference point  $(z_1, r_1)$  at time t is correlated with the pressure fluctuations in the plane (z, r) at time  $t + \delta t$ , giving



FIGURE 5.16 – Amplitude fields of acoustic waves in the wavenumber  $(k_r, k_z)$  plane for (a) M31, (b) M31h0, (c) M31h13, (d) M31h2, (e) M31h3 and (f) M31h4; - - propagation directions  $\theta = 68^{\circ}$  and 112° of incident and reflected Mach waves. The color scale levels spread over 35 dB, from white to blue.

the dimensionless coefficient  ${\mathcal R}$ 

$$\mathcal{R}(r, z, \delta t) = \frac{\langle p'(r_1, z_1, t) p'(r, z, t + \delta t) \rangle}{\langle p'^2(r_1, z_1, t) \rangle^{1/2} \langle p'^2(r, z, t) \rangle^{1/2}}$$
(5.9)

where  $\delta t$  is the time delay between the signals and  $\langle . \rangle$  denotes time averaging. In this manner, the shapes and the time variations of the waves correlated with the pressure fluctuations at the reference point can be highlighted.

The correlation coefficient  $\mathcal{R}$  is first evaluated for M31h0 for a reference point placed near the nozzle, at  $z_1 = 0$  and  $r_1 = 2r_0$ , in order to study the upstream acoustic radiation. The correlations obtained are presented in figure 5.17, for time delays  $\delta t = -10r_0/u_e$ ,  $\delta t = 0$  and  $\delta t = 10r_0/u_e$ . For  $\delta t = -10r_0/u_e$ , in figure 5.17(a), significant levels of correlations, higher than 0.2, are found for  $z < 5r_0$ . In particular, a circular front of positive correlations is observed at  $z = 2.5r_0$ . It is aligned with a circle centered on a point located on the impingement region on the plate, at z = L and  $r = 4r_0$ . This result suggests that the main component of the upstream acoustic waves is the impingement noise generated on the plate. An inclined line of strong correlations attached to the acoustic wavefront is found inside the jet, revealing a link with the neutral waves studied in section 5.2.7. For  $\delta t = 0$ , in figure 5.17(b), the correlation coefficient is equal to 1 on the reference point, as expected. As for the previous time delay, the wavefront is circular and strong levels of correlations are visible inside and outside of the jet flow in the vicinity of the nozzle exit, at z = 0. For the later time delay  $\delta t = 10r_0/u_e$ , in figure 5.17(c), the acoustic wavefront propagates upstream and leaves the computational domain, leading to weaker correlation levels.



FIGURE 5.17 – Correlations  $\mathcal{R}$  of  $p'(r = 2r_0, z = 0, t)$  with  $p'(r, z, t + \delta t)$  for (a)  $\delta t = -10r_0/u_e$ , (b)  $\delta t = 0$  and (c)  $\delta t = 10r_0/u_e$  for M31h0; — circle centered on z = L and  $r = 4r_0$ . The color scale ranges from  $\pm 0.2$ , from blue to red.

The correlation levels are then computed for M31h0 for a reference point lying near the plate, at  $z = 25r_0$  and  $r = 15r_0$ , with the aim of examining the acoustic waves propagating in the radial direction. The correlations thus computed are shown in figure 5.18 for three time delays  $\delta t = -20r_0/u_e$ ,  $\delta t = -10r_0/u_e$  and  $\delta t = 0$ . For  $\delta t = -20r_0/u_e$ , in figure 5.18(a), two areas of significant correlations appear. The first one is parallel to the incident Mach waves. The second one has the shape of a circular arc and is aligned with a circle centered on a point in the impingement zone on the plate, at z = L and  $r = 4r_0$ . In particular, no correlation front parallel to possible reflected Mach waves is present, indicating that the contributions of these reflections to the radiated sound are negligible at the reference point. In this way, the acoustic radiation consists of two main components, the incident Mach waves and the impingement noise. For  $\delta t = -10r_0/u_e$ , in figure 5.18(b), these two contributions propagate to the reference point. Finally, for  $\delta t = 0$ , in figure 5.18(c), they reach the reference point, causing a correlation level equal to 1.



FIGURE 5.18 – Correlations  $\mathcal{R}$  of  $p'(r = 15r_0, z = 25r_0, t)$  with  $p'(r, z, t + \delta t)$  for (a)  $\delta t = -20r_0/u_e$ , (b)  $\delta t = -10r_0/u_e$  and (c)  $\delta t = 0$  for M31h0; — circle centered on z = L and  $r = 4r_0$  and line parallel to the Mach waves. The color scale ranges from  $\pm 0.2$ , from blue to red.

In order to show the effects of the plate and of the hole diameter on the upstream-travelling pressure waves, the correlations are computed for all jets for a reference point close to the nozzle, at  $z_1 = 0$  and  $r_1 = 2r_0$ . The results for  $\delta t = 0$  are provided in figure 5.19. For M31, in figure 5.19(a), a curved thin region of high correlations is visible at the nozzle exit. It is aligned with a circle centered on the end of the fourth shock cell, at  $z = 18.5r_0$ . The upstream acoustic waves can thus be attributed to BBSAN generated by the interactions between the turbulence and the fourth shock cell. For M31h0, M31h13 and M31h2, in figures 5.19(b-d), as seen previously in figure 5.17, the acoustic wavefronts at z = 0 are aligned with circles centered on a point in the impingement area on the plate, indicating the predominance of the impingement noise component. For M31h3 and M31h4, in figures 5.19(e,f), the correlation fronts are wider than those for the other jets. This may be due to the fact that both the impingement noise and BBSAN are significant in these cases, due to the larger hole diameter.

### 5.3 Conclusion

In this chapter, compressible large-eddy simulations have been used to examine the sound radiation of overexpanded jets at an exhaust Mach number of 3.1 impinging on a plate with and without a hole for different hole diameters h. The effects of the plate and of the hole on the flow and acoustic fields have been investigated by comparing the fields obtained to those of a corresponding free jet.

For all impinging jets, two-dimensional spatial correlations and spatial Fourier transforms reveal that the upstream acoustic radiation is mainly produced by the impingement of the turbulent structures of the jet flow on the plate, while the sound reflections on the plate are found to be negligible. The upstream sound radiation is weaker as the hole diameter is larger. Compared with the full-plate case, for  $h \leq 2D$ , the near-nozzle sound pressure levels are reduced at high frequencies only, while for

CHAPITRE 5 : Simulations of overexpanded jets at a Mach number of 3.1 impinging on a plate with and without a hole



FIGURE 5.19 – Correlations  $\mathcal{R}$  of  $p'(r = 2r_0, z = 0, t)$  with p'(r, z, t) for (a) M31, (b) M31h0, (c) M31h13, (d) M31h2, (e) M31h3 and (f) M31h4; — circle centered on (a)  $z = 18.5r_0$  and r = 0 and (b-f) z = L and  $r = 4r_0$ . The color scale ranges from  $\pm 0.2$ , from blue to red.

 $h \ge 3D$ , they are lower for all frequencies. This reduction over the whole frequency range is due to weaker interactions between the turbulent structures of the jets and the plate. Indeed, for  $h \le 2D$ , the jet mixing layers impinge on the plate and are strongly distorted by this impingement, while for  $h \ge 3D$ , they pass through the hole and are slightly distorted. These interactions are especially weak for the largest hole h = 4D, resulting in a decrease by 4 dB of the overall acoustic level in the vicinity of the nozzle in comparison to the full plate.

Moreover, for  $h \leq 3D$ , a large peak is found at a low frequency in the near-nozzle pressure spectra. The frequency of this peak belongs to the frequency range of upstream-propagating neutral acoustic waves, involved in the upstream part of possible feedback phenomenon. A weak feedback loop may thus establish between the nozzle and the plate. However, the peak in the spectra is too wide and its amplitude too low to clearly conclude about the existence of a resonance phenomenon for jets at a Mach number of 3.1. In further investigations, rocket jets impinging on plates at a smaller nozzle-to-plate distance could be considered in order to investigate possible feedback phenomena and the generation of acoustic tones at high Mach numbers.
# Conclusion

## Conclusion générale

Dans ce travail de thèse, des simulations des grandes échelles de jets impactant une plaque trouée ont été réalisées dans le but d'étudier les sources sonores créées par les interactions entre le jet et la plaque, d'identifier les mécanismes à l'origine du bruit rayonné vers l'amont et de déterminer les effets du trou dans la plaque sur les champs acoustiques.

Dans un premier chapitre, une étude bibliographique des jets supersoniques impactant une plaque trouée est présentée. Deux mécanismes de production du bruit vers l'amont de l'écoulement sont mis en évidence, à savoir la réflexion des ondes de Mach sur la plaque et le bruit d'impact crée par l'impact des structures turbulentes sur la plaque. Ce bruit d'impact peut comporter une composante tonale liée à l'établissement d'une boucle de rétroaction entre la buse et la plaque. Les propriétés des ondes acoustiques neutres fermant cette boucle de rétroaction sont détaillées.

Dans une deuxième partie, les méthodes numériques utilisées pour les simulations présentées dans ce manuscrit sont exposées. Ces méthodes, développées pour le calcul du bruit produit par des écoulements à haute vitesse, utilisent des schémas aux différences finies à faible dispersion et dissipation optimisés pour le calcul aéroacoustique.

Dans une troisième partie, cinq simulations de jets impactant une plaque pleine à des nombres de Mach variant de 0.75 à 1.1 sont réalisées dans le but d'étudier les effets du nombre de Mach sur les possibles mécanismes de rétroaction s'établissant entre la buse et la plaque. Pour tous les jets, des fréquences tonales émergent dans les spectres de pression, ce qui indique l'existence d'une boucle de rétroaction. Ces fréquences se situent dans la gamme des fréquences possibles des ondes acoustiques neutres des jets, ce qui suggère que ces dernières ferment la boucle de rétroaction. En outre, le nombre de Mach a des effets sur la structure azimutale des modes d'oscillation des jets. En effet, pour des nombres de Mach inférieurs ou égaux à 1, les fréquences tonales dominantes sont associées à un mode d'oscillation axisymétrique du jet, tandis que pour un nombre de Mach de 1.1, elles sont liées à des modes d'oscillation axisymétriques et hélicoïdaux.

Dans le quatrième chapitre, quatre simulations de jets à un nombre de Mach de 0.9 impactant une plaque avec et sans trou sont effectuées afin d'étudier les effets de la présence du trou et de son diamètre sur le rayonnement acoustique d'un jet subsonique. Dans les quatre cas, des boucles de rétroaction s'établissent entre la buse et la plaque. Comme pour les jets impactant du troisième chapitre, elles sont fermées par les ondes acoustiques neutres des jets. Le diamètre du trou a peu d'influence sur les fréquences tonales produites par ces phénomènes de résonance. Toutefois, une forte réduction des niveaux acoustiques est constatée pour le diamètre du trou le plus grand. Ces niveaux plus bas sont dus à des interactions plus faibles entre le jet et la plaque. En effet, pour la plaque pleine et les plaques percées des deux plus petits trous, les ondes acoustiques sont créées par l'impact des structures turbulentes sur la plaque, tandis que pour la plaque avec le trou le plus grand, elles sont produites par la diffraction des fluctuations de pression aérodynamique du jet par les bords du trou.

Enfin, dans le dernier chapitre, six simulations de jets sur-détendus à un nombre de Mach d'éjection de 3.1, proche de celui des jets de lanceurs spatiaux, sont réalisées. Un jet est libre, un deuxième impacte une plaque pleine et quatre autres impactent une plaque trouée afin d'étudier les effets du trou sur les champs aérodynamiques et acoustiques des jets. Les spectres de pression des jets impactant présentent une bosse centrée sur une fréquence dans la gamme de fréquence des ondes acoustiques neutres du jet, ce qui indique une possible rétroaction entre la buse et la plaque. De plus, les niveaux acoustiques sont les plus élevés pour le jet impactant la plaque pleine et diminuent quand le diamètre du trou augmente. Comme pour les jet subsoniques à un nombre de Mach de 0.9, ils dépendent de l'intensité des interactions entre le jet et la plaque. Enfin, la principale contribution acoustique vers l'amont est dû à l'impact des structures cohérentes du jet sur la plaque, alors que la contribution des réflexions des ondes de Mach est négligeable dans cette direction.

### Perspectives

Plusieurs axes d'études peuvent être envisagés afin de poursuivre le travail effectué au cours de cette thèse. Dans le troisième chapitre, seuls les effets du nombre de Mach sur les mécanismes de rétroaction ont été examinés. Il est donc naturel de s'interroger sur l'influence d'autres paramètres sur ces mécanismes. Des simulations de jets impactant une plaque pleine au même nombre de Mach et avec des épaisseurs de couche de mélange et des niveaux de turbulence en sortie de buse variables pourraient être réalisées. De telles études permettraient d'analyser plus précisément la réceptivité de la couche de mélange en sortie de buse aux ondes acoustiques, qui est un phénomène encore mal connu.

Une deuxième perspective serait de considérer des géométries plus proches des configurations rencontrées au décollage d'un lanceur. Par exemple, des simulations de jets impactant une plaque pleine placée derrière une plaque trouée pourraient être envisagées. La plaque pleine permettrait de modéliser le fond de la fosse située sous le pas de tir de la fusée.

Pour finir, une configuration proche d'un décollage de lanceur pourrait être étudiée en considérant des jets multiples. Des simulations de jets doubles libres, impactant une plaque pleine et impactant une plaque avec deux trous situés dans l'axe des jets pourraient être réalisées. Dans le cas des jets doubles libres, des interactions entre les deux jets peuvent créer des phénomènes de masquage réduisant le bruit généré par les jets. Il serait intéresser de déterminer si ces phénomènes existent également pour des jets impactant une paroi.

# A Coefficients des schémas et des filtres décentrés

	FD046d	FD037d	FD028d
$a_{-4}$	0.016756572303		
$a_{-3}$	-0.117478455239	-0.013277273810	
$a_{-2}$	0.411034935097	0.115976072920	0.057982271137
$a_{-1}$	-1.130286765151	-0.617479187931	-0.536135360383
$a_0$	0.341435872100	-0.274113948206	-0.264089548967
$a_1$	0.556396830543	1.086208764655	0.917445877606
$a_2$	-0.082525734207	-0.402951626982	-0.169688364841
$a_3$	0.003565834658	0.131066986242	-0.029716326170
$a_4$	0.001173034777	-0.028154858354	0.029681617641
$a_5$	-0.000071772671	0.002596328316	-0.005222483773
$a_6$	-0.00000352273	0.000128743150	-0.000118806260
$a_7$		0.0	-0.000118806260
$a_8$			-0.000020069730

TABLE A.1 – Coefficients des schémas optimisés décentrés [6].

	FDo19d	FDo010d
$a_{-1}$	-0.180022054228	
$a_0$	-1.237550583044	-2.391602219538
$a_1$	2.484731692990	5.832490322294
$a_2$	-1.810320814061	-7.650218001182
$a_3$	1.112990048440	7.907810563576
$a_4$	-0.481086916514	-5.922599052629
$a_5$	0.126598690230	3.071037015445
$a_6$	-0.015510730165	-1.014956769726
$a_7$	0.000021609059	0.170022256519
$a_8$	0.000156447571	0.002819958377
$a_9$	-0.000007390277	-0.004791009708
$a_{10}$		-0.000013063429

TABLE A.2 – Coefficients des schémas optimisés décentrés [6] - Suite.

	SFo46d	SFo37d	SFo28d
$d_{-4}$	0.008391235145		
$d_{-3}$	-0.047402506444	-0.000054596010	
$d_{-2}$	0.121438547725	0.042124772446	0.052523901012
$d_{-1}$	-0.200063042812	-0.173103107841	-0.206299133811
$d_0$	0.240069047836	0.299615871352	0.353527998250
$d_1$	-0.207269200140	-0.276543612935	-0.348142394842
$d_2$	0.122263107844	0.131223506571	0.181481803619
$d_3$	-0.047121062819	-0.023424966418	0.009440804370
$d_4$	0.009014891495	0.013937561779	-0.077675100452
$d_5$	0.001855812216	-0.024565095706	0.044887364863
$d_6$	-0.001176830044	0.013098287852	-0.009971961849
$d_7$		-0.002308621090	0.000113359420
$d_8$			0.000113359420

TABLE A.3 – Coefficients des filtres sélectifs décentrés [6].

	SFo19d	SFo010d
$d_{-1}$	-0.085777408970	
$d_0$	0.277628171524	0.320882352941
$d_1$	-0.356848072173	-0.465
$d_2$	0.223119093072	0.179117647059
$d_3$	-0.057347064865	-0.035
$d_4$	-0.000747264596	0.
$d_5$	-0.000027453993	0.
$d_6$	0.	0.
$d_7$	0.	0.
$d_8$	0.	0.
$d_9$	0.	0.
$d_{10}$		0.

TABLE A.4 – Coefficients des filtres sélectifs décentrés [6] - Suite.

# Bibliographie

- [1] D. Arthurs et S. Ziada. Development of a feedback model for the high-speed impinging planar jet. *Experiments in Fluids*, 55(5) :1723, 2014.
- [2] C. Bailly et G. Comte-Bellot. Turbulence. 2015.
- [3] B.André. Étude expérimentale de l'effet du vol sur le bruit de choc de jets supersoniques sous-détendus. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2012.
- [4] J. Berland. Modélisation des erreurs numériques dans une simulation des grandes échelles et étude du screech dans un jet rectangulaire supersonique. PhD thesis, École centrale de Lyon, 2006.
- [5] J. Berland, C. Bogey, et C. Bailly. Numerical study of screech generation in a planar supersonic jet. *Physics of fluids*, 19(7) :075105, 2007.
- [6] J. Berland, C. Bogey, O. Marsden, et C. Bailly. High-order, low dispersive and low dissipative explicit schemes for multiple-scale and boundary problems. *Journal of Computational Physics*, 224(2):637–662, 2007.
- [7] C. Bogey. Grid sensitivity of flow field and noise of high-Reynolds-number jets computed by large-eddy simulation. *International Journal of Aeroacoustics*, 17(4-5) :399–424, 2018.
- [8] C. Bogey. Two-dimensional features of correlations in the flow and near pressure fields of Mach number 0.9 jets. In AIAA Scitech 2019 Forum, page 0806, 2019.
- [9] C. Bogey. Acoustic tones in the near-nozzle region of jets : persistence and variations between Mach numbers 0.5 and 2. Under consideration for publication in J. Fluid Mech., 2020.
- [10] C. Bogey et C. Bailly. Three-dimensional non-reflective boundary conditions for acoustic simulations : far-field formulation and validation test cases. Acta Acustica united with Acustica, 88(4) :463–471, 2002.
- [11] C. Bogey et C. Bailly. A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations. *Journal of Computational Physics*, 194(1):194–214, 2004.
- [12] C. Bogey et C. Bailly. Investigation of downstream and sideline subsonic jet noise using large eddy simulation. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 20(1):23–40, 2006.
- [13] C. Bogey et C. Bailly. Large eddy simulations of round free jets using explicit filtering with/without dynamic smagorinsky model. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27(4):603–610, 2006.
- [14] C. Bogey et C. Bailly. Large-eddy simulations of transitional round jets : influence of the Reynolds number on flow development and energy dissipation. *Physics of Fluids*, 18(6):065101, 2006.
- [15] C. Bogey et C. Bailly. An analysis of the correlations between the turbulent flow and the sound pressure fields of subsonic jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 583 :71–97, 2007.

- [16] C. Bogey et C. Bailly. Turbulence and energy budget in a self-preserving round jet : direct evaluation using large eddy simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 627 :129–160, 2009.
- [17] C. Bogey, N. De Cacqueray, et C. Bailly. A shock-capturing methodology based on adaptative spatial filtering for high-order non-linear computations. *Journal of Computational Physics*, 228(5):1447–1465, 2009.
- [18] C. Bogey, N. De Cacqueray, et C. Bailly. Finite differences for coarse azimuthal discretization and for reduction of effective resolution near origin of cylindrical flow equations. *Journal of Computational Physics*, 230(4) :1134–1146, 2011.
- [19] C. Bogey et R. Gojon. Feedback loop and upwind-propagating waves in ideally expanded supersonic impinging round jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 823:562–591, 2017.
- [20] C. Bogey, O. Marsden, et C. Bailly. Large-eddy simulation of the flow and acoustic fields of a Reynolds number 10<sup>5</sup> subsonic jet with tripped exit boundary layers. *Physics of Fluids*, 23(3) :035104, 2011.
- [21] C. Bogey, O. Marsden, et C. Bailly. Influence of initial turbulence level on the flow and sound fields of a subsonic jet at a diameter-based Reynolds number of 10<sup>5</sup>. Journal of Fluid Mechanics, 701 :352–385, 2012.
- [22] G. Brès, J. Nichols, S. Lele, et F. Ham. Towards best practices for jet noise predictions with unstructured large eddy simulations. In 42nd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, page 2965, 2012.
- [23] J. Bridges et M. Wernet. Turbulence associated with broadband shock noise in hot jets. In 14th AIAA/CEAS aeroacoustics conference (29th AIAA aeroacoustics conference), page 2834, 2008.
- [24] M. Brown et A. Frendi. Supersonic jet impingement on a flat plate. In 18th AIAA/CEAS aeroacoustics conference (33rd AIAA aeroacoustics conference), page 2261, 2012.
- [25] N.A. Buchmann, D.M. Mitchell, K. M. Ingvorsen, D.R. Honnery, et J. Soria. High spatial resolution imaging of a supersonic underexpanded jet impinging on a flat plate. In 6th Australian Conference on Laser Diagnostics in Fluid Mechanics and Combustion, 2011.
- [26] S. Bühler, L. Kleiser, et C. Bogey. Simulation of subsonic turbulent nozzle jet flow and its near-field sound. AIAA journal, 52(8) :1653–1669, 2014.
- [27] Langley Research Center et K.M. Eldred. Acoustic loads generated by the propulsion system. National Aeronautics and Space Administration, 1971.
- [28] R.C. Chanaud et A. Powell. Some experiments concerning the hole and ring tone. The Journal of the Acoustical Society of America, 37(5):902–911, 1965.
- [29] G.S. Constantinescu et S.K. Lele. A highly accurate technique for the treatment of flow equations at the polar axis in cylindrical coordinates using series expansions. *Journal of Computational Physics*, 183(1):165–186, 2002.
- [30] S.C. Crow et F.H. Champagne. Orderly structure in jet turbulence. Journal of Fluid Mechanics, 48(3):547–591, 1971.
- [31] N. Curle. The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, 231(1187):505–514, 1955.
- [32] A. Dauptain, B. Cuenot, et L.Y.M. Gicquel. Large eddy simulation of stable supersonic jet impinging on flat plate. AIAA journal, 48(10) :2325–2338, 2010.

- [33] A. Dauptain, L.Y. Gicquel, et S. Moreau. Large-eddy simulation of supersonic impinging jets. AIAA Journal, 50(7) :1560–1574, 2012.
- [34] M.G. Davies et D.E.S. Oldfield. Tones from a choked axisymmetric jet. I. Cell structure, eddy velocity and source locations. Acta Acustica united with Acustica, 12(4):257–267, 1962.
- [35] N. De Cacqueray. Méthodes numériques pour les écoulements supersoniques avec application au calcul du bruit rayonné par un jet sur-détendu. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2010.
- [36] N. De Cacqueray et C. Bogey. Noise of an overexpanded Mach 3.3 jet : non-linear propagation effects and correlations with flow. *International Journal of Aeroacoustics*, 13(7-8) :607–632, 2014.
- [37] N. De Cacqueray, C. Bogey, et C. Bailly. Investigation of a high-Mach-number overexpanded jet using large-eddy simulation. *AIAA journal*, 49(10) :2171–2182, 2011.
- [38] M.J. Doty et D.K. McLaughlin. Acoustic and mean flow measurements of high-speed, heliumair mixture jets. *International Journal of Aeroacoustics*, 2(3):293–333, 2003.
- [39] D. Edgington-Mitchell. Aeroacoustic resonance and self-excitation in screeching and impinging supersonic jets-a review. *International Journal of Aeroacoustics*, 18(2-3) :118–188, 2019.
- [40] D. Edgington-Mitchell, V. Jaunet, P. Jordan, A. Towne, J. Soria, et D. Honnery. Upstreamtravelling acoustic jet modes as a closure mechanism for screech. *Journal of Fluid Mechanics*, 855, 2018.
- [41] D. Edgington-Mitchell, K. Oberleithner, D.R. Honnery, et J. Soria. Coherent structure and sound production in the helical mode of a screeching axisymmetric jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 748 :822–847, 2014.
- [42] J.M. Eggers. Velocity profiles and eddy viscosity distributions downstream of a Mach 2.22 nozzle exhausting to quiescent air. 1966.
- [43] J. P. Erwin, N. Sinha, et G.P. Rodebaugh. Large eddy simulations of supersonic impinging jets. Journal of engineering for gas turbines and power, 134(12), 2012.
- [44] J.B. Freund. Noise sources in a low-Reynolds-number turbulent jet at Mach 0.9. Journal of Fluid Mechanics, 438 :277, 2001.
- [45] J.B. Freund, S.K. Lele, et P. Moin. Numerical simulation of a Mach 1.92 turbulent jet and its sound field. AIAA journal, 38(11) :2023–2031, 2000.
- [46] E. Garnier, N. Adams, et P. Sagaut. Large eddy simulation for compressible flows. Springer Science & Business Media, 2009.
- [47] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, et W.H. Cabot. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 3(7) :1760–1765, 1991.
- [48] R. Gojon. Étude de jets supersoniques impactant une paroi par simulation numérique. Analyse aérodynamique et acoustique des mécanismes de rétroaction. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2015.
- [49] R. Gojon et C. Bogey. Investigation of the feedback mechanism in ideally expanded round impinging jets using large-eddy simulation. In 22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, page 2931, 2016.
- [50] R. Gojon et C. Bogey. Flow structure oscillations and tone production in underexpanded impinging round jets. AIAA Journal, 55(6) :1792–1805, 2017.

- [51] R. Gojon et C. Bogey. Numerical study of the flow and the near acoustic fields of an underexpanded round free jet generating two screech tones. *International Journal of Aeroacoustics*, 16(7-8) :603–625, 2017.
- [52] R. Gojon et C. Bogey. Effects of the angle of impact on the aeroacoustic feedback mechanism in supersonic impinging planar jets. *International Journal of Aeroacoustics*, 18(2-3):258–278, 2019.
- [53] R. Gojon, C. Bogey, et O. Marsden. Large-eddy simulation of underexpanded round jets impinging on a flat plate 4 to 9 radii downstream from the nozzle. In 21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, page 2210, 2015.
- [54] R. Gojon, C. Bogey, et O. Marsden. Investigation of tone generation in ideally expanded supersonic planar impinging jets using large-eddy simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 808 :90–115, 2016.
- [55] B. Greska, A. Krothapalli, W. Horne, et N. Burnside. A near-field study of high temperature supersonic jets. In 14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference), page 3026, 2008.
- [56] M Harper-Bourne. The noise from shock waves in supersonic jets-noise mechanism. Agard Cp-131, 1974.
- [57] B. Henderson, J. Bridges, et M. Wernet. An experimental study of the oscillatory flow structure of tone-producing supersonic impinging jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 542 :115–137, 2005.
- [58] B Henderson et A Powell. Experiments concerning tones produced by an axisymmetric choked jet impinging on flat plates. *Journal of Sound and Vibration*, 168(2) :307–326, 1993.
- [59] C.-M. Ho et N. S. Nosseir. Dynamics of an impinging jet. Part 1. the feedback phenomenon. Journal of Fluid Mechanics, 105 :119–142, 1981.
- [60] F.Q. Hu, M. Y. Hussaini, et J.L. Manthey. Low-dissipation and low-dispersion runge-kutta schemes for computational acoustics. *Journal of computational physics*, 124(1):177–191, 1996.
- [61] A. Jameson, W. Schmidt, et E. Turkel. Numerical solution of the Euler equations by finite volume methods using Runge Kutta time stepping schemes. In 14th fluid and plasma dynamics conference, page 1259, 1981.
- [62] V. Jaunet, M. Mancinelli, P. Jordan, A. Towne, D. M. Edgington-Mitchell, G. Lehnasch, et S. Girard. Dynamics of round jet impingement. AIAA Paper 2019-2769, 2019.
- [63] C. Jiang, T. Han, Z. Gao, et C.-H. Lee. A review of impinging jets during rocket launching. Progress in Aerospace Sciences, 109 :100547, 2019.
- [64] G.-S. Jiang et C.-W. Shu. Efficient implementation of weighted eno schemes. Journal of computational physics, 126(1):202–228, 1996.
- [65] P. Jordan, V. Jaunet, A. Towne, A. Cavalieri, T. Colonius, O. Schmidt, et A. Agarwal. Jet-flap interaction tones. *Journal of Fluid Mechanics*, 853 :333–358, 2018.
- [66] D. Juvé, M. Sunyach, et G. Comte-Bellot. Filtered azimuthal correlations in the acoustic far field of a subsonic jet. AIAA Journal, 17(1):112–113, 1979.
- [67] S. Kawai, S. Tsutsumi, R. Takaki, et K. Fujii. Computational aeroacoustic analysis of overexpanded supersonic jet impingement on a flat plate with/without hole. In ASME/JSME 2007 5th Joint Fluids Engineering Conference, pages 1163–1167. American Society of Mechanical Engineers, 2007.

- [68] M. Kearney-Fischer, J.H. Kim, et M. Samimy. A study of Mach wave radiation using active control. *Journal of Fluid Mechanics*, 681:261, 2011.
- [69] J.W. Kim et D.J. Lee. Adaptive nonlinear artificial dissipation model for computational aeroacoustics. AIAA journal, 39(5):810–818, 2001.
- [70] A. Krothapalli, V. Arakeri, et B. Greska. Mach wave radiation : a review and an extension. In 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, page 1200, 2003.
- [71] A Krothapalli, E Rajkuperan, F Alvi, et L Lourenco. Flow field and noise characteristics of a supersonic impinging jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 392 :155–181, 1999.
- [72] A. Langenais, F. Vuillot, J. Troyes, et C. Bailly. Accurate simulation of the noise generated by a hot supersonic jet including turbulence tripping and nonlinear acoustic propagation. *Physics* of Fluids, 31(1):016105, 2019.
- [73] M. A. Langthjem et M. Nakano. The jet hole-tone oscillation cycle subjected to acoustic excitation : a numerical study based on an axisymmetric vortex method. In *The Proceedings* of the International Conference on Jets, Wakes and Separated Flows 2005, pages 745–750. The Japan Society of Mechanical Engineers, 2005.
- [74] J. C. Lau, P. J. Morris, et M. J. Fisher. Measurements in subsonic and supersonic free jets using a laser velocimeter. *Journal of Fluid Mechanics*, 93(1):1–27, 1979.
- [75] J. Laufer, R. Schlinker, et R.E. Kaplan. Experiments on supersonic jet noise. Aiaa Journal, 14(4):489–497, 1976.
- [76] B. E. Launder et W. Rodi. The turbulent wall jet measurements and modeling. *Annual review of fluid mechanics*, 15(1):429–459, 1983.
- [77] S.K. Lele. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. Journal of computational physics, 103(1):16–42, 1992.
- [78] J. Lepicovsky et K.K. Ahuja. Experimental results on edge-tone oscillations in high-speed subsonic jets. AIAA journal, 23(10) :1463–1468, 1985.
- [79] M. Lesieur. Looking for turbulence structures : A numerical exploration. Flow, turbulence and combustion, 66(4) :477–494, 2001.
- [80] X.D. Li et J.H. Gao. Numerical simulation of the generation mechanism of axisymmetric supersonic jet screech tones. *Physics of Fluids*, 17(8) :085105, 2005.
- [81] M. J. Lighthill. On sound generated aerodynamically ii. turbulence as a source of sound. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, 222(1148):1–32, 1954.
- [82] M.J. Lighthill. On sound generated aerodynamically. i. Philosophical Transactions of the Royal Society A, 564 :1952, 1952.
- [83] J. Liu, A.T. Corrigan, R.F. Johnson, et R. Ramamurti. Effect of nozzle inflow conditions on shock-cell structure and noise in overexpanded jets. In 25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, page 2495, 2019.
- [84] J. Liu, A.T. Corrigan, K. Kailasanath, R. Ramamurti, et E.J. Gutmark. Helical screech tone generation in an overexpanded jet. In 23rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, page 3208, 2017.
- [85] J. Liu, K. Kailasanath, R. Ramamurti, D. Munday, E. Gutmark, et R. Lohner. Large-eddy simulations of a supersonic jet and its near-field acoustic properties. AIAA journal, 47(8):1849– 1865, 2009.

- [86] J. Liu et Y.-Y. Khine. Nozzle boundary-layer separation near the nozzle exit in highly overexpanded jets. In AIAA AVIATION 2020 FORUM, page 2561, 2020.
- [87] N. Lupoglazoff et F. Vuillot. Recent progress in numerical simulations for jet noise computation using LES on fully unstructured meshes. In 21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, page 2369, 2015.
- [88] A. S. Lyrintzis et M. Coderoni. The Use of Large Eddy Simulations in Jet Aeroacoustics. In AIAA Scitech 2019 Forum, page 0633, 2019.
- [89] M. Mancinelli, V. Jaunet, P. Jordan, et A. Towne. Screech-tone prediction using upstreamtravelling jet modes. *Experiments in Fluids*, 60(1) :22, 2019.
- [90] R. Mankbadi, S.C. Lo, A. Lyrintzis, V. Golubev, Y. Dewan, et K. Kurbatskii. Hybrid LES-RANS simulations of a jet impinging on a flat plate. *International Journal of Aeroacoustics*, 15(4-5):535–553, 2016.
- [91] O. Marsden, C. Bogey, et C. Bailly. Investigation of flow features around shallow round cavities subject to subsonic grazing flow. *Physics of Fluids*, 24(12) :125107, 2012.
- [92] N. Mason-Smith, D. Edgington-Mitchell, N.A. Buchmann, D.R. Honnery, et J. Soria. Shock structures and instabilities formed in an underexpanded jet impinging on to cylindrical sections. *Shock Waves*, 25(6) :611–622, 2015.
- [93] K. Matsuura et M. Nakano. Direct computation of a hole-tone feedback system at very low Mach numbers. Journal of Fluid Science and Technology, 6(4):548–561, 2011.
- [94] K. Matsuura et M. Nakano. A throttling mechanism sustaining a hole tone feedback system at very low Mach numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 710:569–605, 2012.
- [95] A. Meganathan et A. Vakili. An experimental study of acoustic and flow characteristics of hole tones. In 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, page 1015, 2006.
- [96] B. Mercier, T. Castelain, et C. Bailly. Experimental characterisation of the screech feedback loop in underexpanded round jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 824 :202–229, 2017.
- [97] M. Merle. Sur la fréquence des ondes sonores émises par un jet d'air à grande vitesse. Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences de Paris, 243(5):490–493, 1956.
- [98] A. Michalke. Survey on jet instability theory. Progress in Aerospace Sciences, 21 :159–199, 1984.
- [99] D. M. Mitchell, D. R. Honnery, et J. Soria. The visualization of the acoustic feedback loop in impinging underexpanded supersonic jet flows using ultra-high frame rate schlieren. *Journal* of Visualization, 15(4):333–341, 2012.
- [100] K. Mohseni et T. Colonius. Numerical treatment of polar coordinate singularities. Journal of Computational Physics, 157(2):787–795, 2000.
- [101] P.J. Morris, L.N. Long, T.E. Scheidegger, et S. Boluriaan. Simulations of supersonic jet noise. International Journal of Aeroacoustics, 1(1):17–41, 2002.
- [102] G. Neuwerth. Acoustic feedback of a subsonic and supersonic free jet which impinges on an obstacle. NASA Technical Translation No. F-15719, 1974.
- [103] T. Nonomura et K. Fujii. Overexpansion effects on characteristics of Mach waves from a supersonic cold jet. AIAA journal, 49(10) :2282–2294, 2011.
- [104] T. Nonomura, H. Nakano, Y. Ozawa, D. Terakado, M. Yamamoto, K. Fujii, et A. Oyama. Large eddy simulation of acoustic waves generated from a hot supersonic jet. *Shock Waves*, pages 1–22, 2019.

- [105] T. D. Norum. Supersonic rectangular jet impingement noise experiments. AIAA Journal, 29(7):1051–1057, 1991.
- [106] N. S. Nosseir et C.-M. Ho. Dynamics of an impinging jet. Part 2. the noise generation. Journal of Fluid Mechanics, 116 :379–391, 1982.
- [107] H. Oertel. Kinematics of Mach waves inside and outside supersonic jets. In Recent Developments in Theoretical and Experimental Fluid Mechanics, pages 121–136. Springer, 1979.
- [108] D.C. Pack. A note on Prandtl's formula for the wave-length of a supersonic gas jet. The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 3(2):173–181, 1950.
- [109] J. Panda, G. Raman, et K.B.M.Q. Zaman. Underexpanded screeching jets from circular, rectangular and elliptic nozzles. AIAA Paper 1997-1623, 1997.
- [110] J. Panda et R.G. Seasholtz. Measurement of shock structure and shock-vortex interaction in underexpanded jets using rayleigh scattering. *Physics of Fluids*, 11(12) :3761–3777, 1999.
- [111] J. Panda et R.G. Seasholtz. Experimental investigation of density fluctuations in high-speed jets and correlation with generated noise. *Journal of Fluid Mechanics*, 450 :97, 2002.
- [112] P. Panickar et G. Raman. Criteria for the existence of helical instabilities in subsonic impinging jets. *Physics of Fluids*, 19(10) :103–106, 2007.
- [113] D. Papamoschou. Mach wave elimination in supersonic jets. AIAA journal, 35(10) :1604–1611, 1997.
- [114] S. Piantanida et P. Berterretche. Acoustic characterization of two parallel supersonic jets. In INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings, volume 259, pages 4251–4262. Institute of Noise Control Engineering, 2019.
- [115] P. Pineau. Etude numérique de la production et de la propagation d'ondes non linéaires dans les jets supersoniques. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2018.
- [116] P. Pineau et C. Bogey. Study of the generation of shock waves by high-speed jets using conditional averaging. AIAA Paper 2018-3305, 2018.
- [117] P. Pineau et C. Bogey. Steepened Mach waves near supersonic jets : study of azimuthal structure and generation process using conditional averages. *Journal of Fluid Mechanics*, 880 :594–619, 2019.
- [118] T.J. Poinsot et S.K. Lele. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. Journal of computational physics, 101(1):104–129, 1992.
- [119] M. Poreh, Y.G. Tsuei, et J. E. Cermak. Investigation of a turbulent radial wall jet. Journal of Applied Mechanics, 1967.
- [120] A. Powell. On edge tones and associated phenomena. Acta Acustica United with Acustica, 3(4):233-243, 1953.
- [121] A. Powell. On the mechanism of choked jet noise. Proceedings of the Physical Society. Section B, 66(12) :1039, 1953.
- [122] A. Powell. On the edgetone. The Journal of the Acoustical Society of America, 33(4):395–409, 1961.
- [123] A. Powell. The sound-producing oscillations of round underexpanded jets impinging on normal plates. The Journal of the Acoustical Society of America, 83(2):515–533, 1988.
- [124] A. Powell, Y. Umeda, et R. Ishii. Observations of the oscillation modes of choked circular jets. The Journal of the Acoustical Society of America, 92(5) :2823–2836, 1992.

- [125] J. S. Preisser. Fluctuating surface pressure and acoustic radiation for subsonic normal jet impingement. NASA Technical Paper 1361, 1979.
- [126] G. Raman. Cessation of screech in underexpanded jets. Journal of Fluid Mechanics, 336:69–90, 1997.
- [127] G. Raman. Supersonic jet screech : half-century from Powell to the present. Journal of Sound and Vibration, 225(3) :543–571, 1999.
- [128] Lord Rayleigh. The theory of sound, vols. I and II, 1945.
- [129] H.S. Ribner. Eddy Mach wave noise from a simplified model of a supersonic mixing layer. Technical report, University of Toronto, 1969.
- [130] F.P. Ricou et D.B. Spalding. Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jets. Journal of fluid mechanics, 11(1):21–32, 1961.
- [131] A Risborg et J Soria. High-speed optical measurements of an underexpanded supersonic jet impinging on an inclined plate. In 28th International Congress on High-Speed Imaging and Photonics, volume 7126, page 71261F. International Society for Optics and Photonics, 2009.
- [132] D.P. Rizzetta, M.R. Visbal, et G.A. Blaisdell. A time-implicit high-order compact differencing and filtering scheme for large-eddy simulation. *International Journal for Numerical Methods* in Fluids, 42(6):665–693, 2003.
- [133] D.A. Russell, J.P. Titlow, et Y.J. Bemmen. Acoustic monopoles, dipoles, and quadrupoles : An experiment revisited. American Journal of Physics, 67(8) :660–664, 1999.
- [134] Y. Sakakibara et J. Iwamoto. Oscillation of impinging jet with generation of acoustic waves. International Journal of Aeroacoustics, 1(4):385–402, 2002.
- [135] O. T. Schmidt, A. Towne, T. Colonius, A. V. G. Cavalieri, P. Jordan, et G. A. Brès. Wavepackets and trapped acoustic modes in a turbulent jet : coherent structure eduction and global stability. *Journal of Fluid Mechanics*, 825 :1153–1181, 2017.
- [136] J.M. Seiner, M.K. Ponton, B.J. Jansen, et N.T. Lagen. The effects of temperature on supersonic jet noise emission. In 14th DGLR/AIAA aeroacoustics conference, volume 1, pages 295–307, 1992.
- [137] H. Oertel Sen, F. Seiler, J. Srulijes, et R. Hruschka. Mach waves produced in the supersonic jet mixing layer by shock/vortex interaction. *Shock Waves*, 26(3) :231–240, 2016.
- [138] H. Shen et C.K.W. Tam. Three-dimensional numerical simulation of the jet screech phenomenon. AIAA journal, 40(1):33–41, 2002.
- [139] C.-W. Shu et S. Osher. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes. Journal of computational physics, 77(2):439–471, 1988.
- [140] C.-W. Shu et S. Osher. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes, II. 83(1) :32–78, 1989.
- [141] G. Sinibaldi, L. Marino, et G. P. Romano. Sound source mechanisms in under-expanded impinging jets. *Experiments in Fluids*, 56(5) :105, 2015.
- [142] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations : I. the basic experiment. Monthly weather review, 91(3) :99–164, 1963.
- [143] C. Sondhauss. Über die beim Ausströmen der Luft entstehenden Töne. Annalen der Physik, 167(2):214–240, 1854.
- [144] P. Spalart et S. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In 30th aerospace sciences meeting and exhibit, page 439.

- [145] T. Suzuki et S. K. Lele. Shock leakage through an unsteady vortex-laden mixing layer : application to jet screech. *Journal of Fluid Mechanics*, 490 :139–167, 2003.
- [146] P.K. Sweby. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. SIAM journal on numerical analysis, 21(5):995–1011, 1984.
- [147] C.K.W. Tam. Supersonic jet noise. Annual review of fluid mechanics, 27(1):17–43, 1995.
- [148] C.K.W. Tam. Mach wave radiation from high-speed jets. AIAA Journal, 47(10) :2440-2448, 2009.
- [149] C.K.W. Tam et K.K. Ahuja. Theoretical model of discrete tone generation by impinging jets. Journal of Fluid Mechanics, 214 :67–87, 1990.
- [150] C.K.W. Tam et L. Auriault. Time-domain impedance boundary conditions for computational aeroacoustics. AIAA journal, 34(5) :917–923, 1996.
- [151] C.K.W. Tam et D.E. Burton. Sound generated by instability waves of supersonic flows. Part 2. axisymmetric jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 138:273–295, 1984.
- [152] C.K.W. Tam et Z. Dong. Wall boundary conditions for high-order finite-difference schemes in computational aeroacoustics. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 6(5-6):303–322, 1994.
- [153] C.K.W. Tam et Z. Dong. Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a non uniform mean flow. *Journal of Computational Acoustics*, 4(02) :175–201, 1996.
- [154] C.K.W. Tam, M. Golebiowski, et J. Seiner. On the two components of turbulent mixing noise from supersonic jets. In *Aeroacoustics conference*, page 1716, 1996.
- [155] C.K.W. Tam, W.C. Horne, N.J. Burnside, et J. Panda. Spectral analysis of the acoustic near field of a solid-propellant rocket. AIAA Journal, 56(3) :949–963, 2018.
- [156] C.K.W. Tam et F.Q. Hu. On the three families of instability waves of high-speed jets. Journal of Fluid Mechanics, 201 :447–483, 1989.
- [157] C.K.W. Tam, J.A. Jackson, et J.M. Seiner. A multiple-scales model of the shock-cell structure of imperfectly expanded supersonic jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 153 :123–149, 1985.
- [158] C.K.W. Tam et T.D. Norum. Impingement tones of large aspect ratio supersonic rectangular jets. AIAA journal, 30(2):304–311, 1992.
- [159] C.K.W. Tam, J.M. Seiner, et J.C. Yu. Proposed relationship between broadband shock associated noise and screech tones. *Journal of sound and vibration*, 110(2):309–321, 1986.
- [160] C.K.W. Tam et H.K. Tanna. Shock associated noise of supersonic jets from convergentdivergent nozzles. *Journal of Sound and Vibration*, 81(3):337–358, 1982.
- [161] C.K.W. Tam, K. Viswanathan, K.K. Ahuja, et J. Panda. The sources of jet noise : experimental evidence. Journal of Fluid Mechanics, 615 :253–292, 2008.
- [162] C.K.W. Tam, J.C. Webb, et al. Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics. *Journal of computational physics*, 107(2) :262–281, 1993.
- [163] H.K. Tanna. An experimental study of jet noise. Part 2 : Shock associated noise. Journal of Sound and Vibration, 50(3) :429–444, 1977.
- [164] K.W. Thompson. Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems. Journal of computational physics, 68(1):1–24, 1987.

- [165] C.E. Tinney et C. Schram. Acoustic modes from a Mach 3 jet. In 25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, page 2598, 2019.
- [166] A. Towne, A. V. G. Cavalieri, P. Jordan, T. Colonius, O. Schmidt, V. Jaunet, et G. A. Brès. Acoustic resonance in the potential core of subsonic jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 825:1113–1152, 2017.
- [167] A. Towne, O.T. Schmidt, et G.A. Bres. An investigation of the Mach number dependence of trapped acoustic waves in turbulent jets. In 25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, page 2546, 2019.
- [168] J. Troyes, F. Vuillot, H. Lambaré, et A. Espinosa Ramos. Numerical study of free supersonic hot jet on unstructured grids with emphasis on aerodynamics and resulting radiated noise. In 22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, page 2734, 2016.
- [169] J. N. Troyes, F. Vuillot, A. Langenais, et H. Lambaré. Coupled CFD-CAA simulation of the noise generated by a hot supersonic jet impinging on a flat plate with exhaust hole. AIAA Paper 2019-2752, 2019.
- [170] S. Tsutsumi, R. Takaki, H. Ikaida, et K. Terashima. Numerical aeroacoustics analysis of a scaled solid jet impinging on flat plate with exhaust hole. 30th International Symposium on Space Technology and Science, 2015.
- [171] S. Tsutsumi, R. Takaki, E. Shima, K. Fujii, et M. Arita. Generation and propagation of pressure waves from H-IIA launch vehicle at lift-off. In 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2008.
- [172] Y. Umeda et R. Ishii. Hole tone generation from highly choked jets. The Journal of the Acoustical Society of America, 94(2) :1058–1066, 1993.
- [173] Y. Umeda, H. Maeda, et R. Ishii. Discrete tones generated by the impingement of a high-speed jet on a circular cylinder. *The Physics of fluids*, 30(8) :2380–2388, 1987.
- [174] Y. Umeda, H. Maeda, et R. Ishii. Hole tone generated from almost choked to highly choked jets. AIAA Journal, 26(9) :1036–1043, 1988.
- [175] A. Uzun, R. Kumar, M. Y. Hussaini, et F. S. Alvi. Simulation of tonal noise generation by supersonic impinging jets. AIAA journal, 51(7):1593–1611, 2013.
- [176] R. Van Hout, V. Rinsky, et Y. G. Grobman. Experimental study of a round jet impinging on a flat surface : flow field and vortex characteristics in the wall jet. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 70 :41–58, 2018.
- [177] B.R. Vinoth et E. Rathakrishnan. Effect of impinging plate geometry on the self-excitation of subsonic impinging jets. *Journal of Fluids and Structures*, 27(8) :1238–1251, 2011.
- [178] K. Viswanathan. Scaling laws and a method for identifying components of jet noise. AIAA journal, 44(10) :2274–2285, 2006.
- [179] F. Vuillot, N. Lupoglazoff, M. Lorteau, et F. Clero. Large eddy simulation of jet noise from unstructured grids with turbulent nozzle boundary layer. In 22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, page 3046, 2016.
- [180] F.R. Wagner. The sound and flow field of an axially symmetric free jet upon impact on a wall. National Aeronautics and Space Administration, 1971.
- [181] J.L. Weightman, O. Amili, D. Honnery, J. Soria, et D. Edgington-Mitchell. An explanation for the phase lag in supersonic jet impingement. *Journal of Fluid Mechanics*, 815, 2017.
- [182] R. Wilke. The impinging jet. PhD thesis, TU Berlin, 2017.

- [183] H.C. Yee. Construction of explicit and implicit symmetric TVD schemes and their applications. Journal of Computational Physics, 68(1) :151–179, 1987.
- [184] E. Yenigelen et P.J. Morris. Numerical investigation of a noise reduction strategy for rocket launch vehicles. In AIAA AVIATION 2020 FORUM, page 2606, 2020.
- [185] K. Zaman et A. Hussain. Turbulence suppression in free shear flows by controlled excitation. Journal of Fluid Mechanics, 103 :133–159, 1981.

dernière page de la thèse

## **AUTORISATION DE SOUTENANCE**

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 mai 2016,

Vu la demande du directeur de thèse

Monsieur C. BOGEY

et les rapports de

M. P. JORDAN Directeur de Recherche CNRS - Institut Pprime - CNRS-Université de Poitiers - ISAE-ENSMAUPR 3346 - 11 bd Marie et Pierre Curie - Site du futuroscope - TSA 41123 86073 Poitiers cedex 9

et de

M. P. MORRIS Professeur - Penn State University - 233C Hammond Building - University Park - PA 16802 Etats-Unis

#### Monsieur VARE Mathieu

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de DOCTEUR

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 7 décembre 2020

P/Le directeur de l'E.C.L. Le directeur des Etudes

Grégory VIAL