Turbulence & Instabilités - ECL S7 FLE-a1
http://acoustique.ec-lyon.fr

TRAVAUX DIRIGÉS : INTERMITTENCE

Signal gaussien et modélisation de l'intermittence

1. On considère un signal $u = \overline{U} + u'$ avec la fluctuation u' centrée. Vérifier que pour un signal gaussien u', le coefficient de dissymétrie vaut $S_{u'} = 0$ et le coefficient d'aplatissement vaut $T_{u'} = 3$.

On pourra utiliser la formule d'intégration suivante

$$\int_0^{\infty} \xi^n e^{-a\xi^2} dx = \frac{1}{a^{(n+1)/2}} \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)$$

où Γ est la fonction Gamma, vérifiant $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ et $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ pour $x > 0$.

2. Le comportement d'une variable turbulente en un point est souvent intermittent, c'est-à-dire avec une sucession de phases turbulentes entrecoupées de phases plus calmes (cf. cours). C'est notamment le cas près des bords libres d'écoulements comme les couches limites, les jets et les sillages. On peut modéliser ce comportement en définissant une fonction d'intermittence I en un point donné $\boldsymbol{x}$ d'un bord libre, par $I(t) = 1$ si l'écoulement est turbulent, et $I(t) = 0$ si l'écoulement est non turbulent et irrotationnel (entraînement du fluide sain). Le facteur d'intermittence est alors définit par

$$\gamma = \bar{I} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T I(t)dt$$

et correspond au temps en moyenne sur lequel on observe un signal turbulent au point $\boldsymbol{x}$.

En supposant que le signal turbulent $u_T = \overline{U}_T + u'_T$ est gaussien d'écart type σ_T, et est observé pendant une fraction γ du temps, alors que le signal du fluide entraîné $u_P = \overline{U}_P + u'_P$ est observé pendant une fraction $1-\gamma$ du temps, montrer que la variance du signal complet vaut $\sigma^2 = \gamma\sigma_T^2$ et que le coefficient d'aplatissement vaut $T = 3/\gamma$ lorsque $u'_P = 0$.

3. Exprimer alors la densité de probabilité en fonction de σ et γ, et la comparer à une distribution gaussienne de même variance.

4. Montrer que dans un cas plus général entre un signal turbulent caractérisé par $\overline{U}_T$ et $\sigma_T^2 = \overline{u_T'^2}$, et un signal irrotationnel caractérisé par $\overline{U}_P$ et $\sigma_P^2 = \overline{u_P'^2}$, on a pour la variance du signal complet

$$\overline{u'^2} = \gamma\overline{u_T'^2} + (1-\gamma)\overline{u_P'^2} + \gamma(1-\gamma)(\overline{U}_T - \overline{U}_P)^2$$